



## ANÁLISE TERMODINÂMICA DE TURBINAS AXIAIS DE AÇÃO E DE DUPLA PASSAGEM

**André G. Ferreira**

**Cristiana S. Brasil**

**Ricardo L. U. Freitas Pinto**

**Márcio F. B. Cortez**

Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Antônio Carlos, 6627 – 31270-901 – Belo Horizonte, MG, Brasil

**Resumo.** *Este trabalho apresenta uma análise termodinâmica de turbinas axiais, de ação, de admissão parcial e de dupla passagem. O seu objetivo foi a seleção e implementação de algoritmos da Teoria da Otimização, para previsão dos parâmetros geométricos e operacionais característicos desta modalidade de máquina, visando à maximização do rendimento interno, para condições de operação pré-estabelecidas. Este trabalho aprimorou, com a adoção do Método da Projeção do Gradiente, os resultados da literatura, no tocante a maiores valores de rendimento interno do dispositivo e aos parâmetros geométricos e operacionais ótimos.*

**Palavras-chave:** *Turbinas de dupla passagem, Otimização, Rendimento termodinâmico*

### 1. INTRODUÇÃO

Dentre as diversas formas de conversão da energia solar em trabalho mecânico, citam-se as instalações solares termoelétricas operando segundo o ciclo de Rankine. Estas instalações são compostas por um *circuito de captação solar* e um *circuito de geração de energia*. No primeiro, a energia solar, captada por coletores solares, aquece um fluido de transferência de calor, que é armazenado em um reservatório térmico. A energia térmica contida neste reservatório é transferida, através de um trocador de calor evaporador, para um fluido de trabalho, que circula no segundo circuito operando segundo o ciclo de Rankine. O ciclo de Rankine constitui um sistema termodinâmico adequado para conversão de energia térmica em mecânica. No evaporador, o fluido de trabalho alcança a condição de vapor superaquecido, a pressão constante, através de calor cedido pelo fluido de transferência de calor. O vapor, após expansão na turbina, segue para o condensador, sendo o condensado bombeado de retorno ao evaporador.

Para a instalação solar descrita, são interessantes turbinas de dimensões e rotações reduzidas. Segundo Baljé (1962), turbinas axiais, de ação e de admissão parcial, especialmente as turbinas de vários estágios, apresentam os maiores rendimentos para tais condições. Entretanto, estas possuem maiores pesos e dificuldades construtivas, e portanto, custos mais altos de fabricação. Uma opção construtivamente simples e em princípio equivalente a vários estágios são as turbinas com reentrada, cuja particularidade é a velocidade tangencial menor que nas máquinas de um só estágio. Menores velocidades correspondem a reduções dos valores de rotações, o que pode

conduzir a simplificações no projeto mecânico. Embora turbinas de múltiplas passagens tenham inversores de fluxo menos efetivos (o que refletirá no seu rendimento), os aspectos construtivos podem ser compensadores. O enfoque deste trabalho é o estudo de turbinas a vapor, axiais, de ação, de admissão parcial e de dupla passagem (Fig.1).

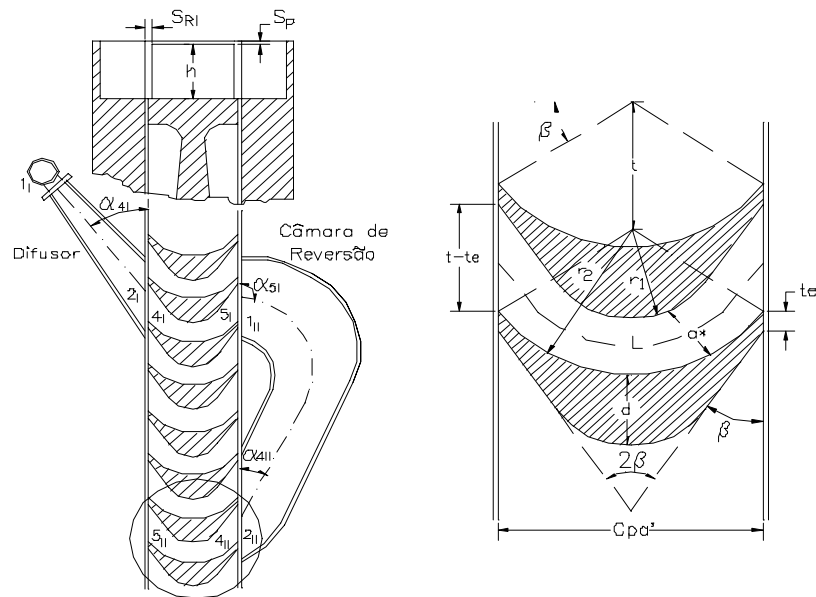


Figura 1 - Detalhe da grade do dispositivo de expansão

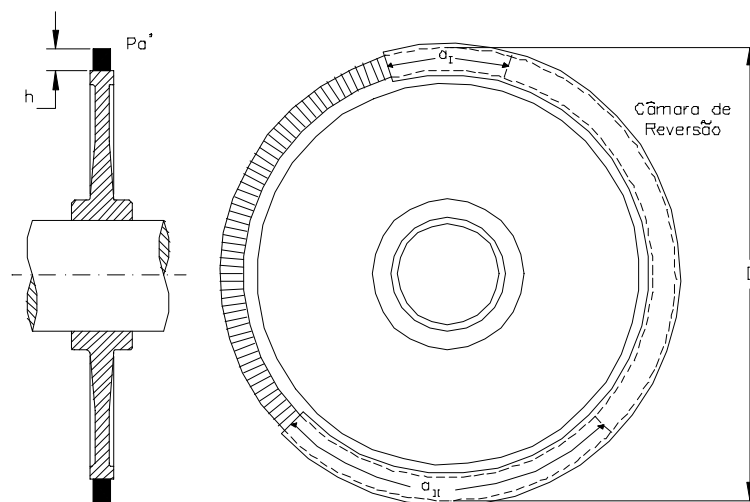


Figura 2 - Representação esquemática da turbina

Na turbina axial de ação, de admissão parcial e de dupla passagem (Fig.2), o escoamento, ao sair do difusor (onde ocorre a primeira parcela da queda entálpica), é admitido no rotor, através do primeiro arco de admissão, e atravessa o rotor axialmente a pressão constante. Terminada a primeira passagem, o fluxo é coletado em uma câmara de reversão, que funciona como um segundo bocal (responsável pela segunda parcela da queda entálpica), sendo reconduzido ao rotor através do segundo arco de admissão. O escoamento atravessa novamente o rotor e completa a segunda passagem, saindo da turbina pelo mesmo lado em que entrou.

A dificuldade para a realização da análise deste tipo de turbina consiste em se expressarem os diversos tipos de perdas que ocorrem no escoamento. Para generalizar a análise, estas perdas

devem ser descritas em função dos diversos parâmetros característicos da máquina, levando-se em consideração as possibilidades geométricas e dinâmicas dos escoamentos. Deve ser salientado que, devido à complexidade dos escoamentos encontrados em turbomáquinas, os modelos descritivos possuem constantes originadas de resultados experimentais. De maneira geral, a sistematização destes resultados é feita com base na teoria da semelhança.

O funcionamento destas turbinas pode ser caracterizado por alguns parâmetros importantes para a execução do projeto. O interesse desta análise se concentra na determinação dos parâmetros independentes (tais como as dimensões das pás, as folgas, os arcos de admissão, a rotação e o diâmetro da máquina) que correspondem às condições de máximo rendimento.

Para a determinação do rendimento interno, as perdas são consideradas em termos de frações da energia disponível subtraídas da parcela total. É importante observar que, na modalidade de turbina analisada no presente trabalho, existem perdas adicionais relativas à admissão total, como proposto por Linhardt e Silvern (1961).

O objetivo deste trabalho foi a seleção e implementação de algoritmos da Teoria da Otimização, para previsão dos parâmetros geométricos e operacionais característicos desta modalidade de máquina, visando a maximização do rendimento termodinâmico, para condições de operação pré-estabelecidas. Este trabalho aprimorou, com a adoção do *Método da Projeção do Gradiente*, os resultados da literatura, no tocante a maiores valores de rendimento interno do dispositivo, a parâmetros geométricos e operacionais ótimos correspondentes e ao tempo computacional. Foi utilizado o modelo de sugerido por Cortez (1982).

Nos trabalhos anteriores (Linhardt e Silvern, 1961; Baljé, 1962; Linhardt, 1962 e Baljé e Binsley, 1968), foram adotadas condições operacionais envolvendo altas razões de pressão. Visando-se aplicações para baixas potências (baixos níveis de temperatura), consideraram-se, neste trabalho, baixas razões de pressão total. Utilizou-se Freon-11 como fluido de trabalho.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

O rendimento global pode ser definido através de um modelo de perdas energéticas do escoamento no interior da turbina. Essas perdas, por sua vez, são expressas por coeficientes empíricos e adimensionais geométricos e operacionais. Estes parâmetros, manipulados algebricamente, permitem que o rendimento do dispositivo seja determinado a partir de constantes empíricas e da razão de pressões entre entrada e saída do escoamento ( $P_1/P_2$ ), da razão de calores específicos do fluido ( $k$ ), da rotação ( $Ns$ ) e diâmetro ( $Ds$ ) específicos, do índice de curvatura da pá ( $r_1/a^*$ ), do índice de reversão da máquina ( $\delta$ ), do ângulo de injeção de primeira passagem ( $\alpha_{41}$ ), da altura ( $h/D$ ) e corda ( $C_{pá}/D$ ) relativas da pá, das folgas axial ( $S_p/h$ ) e radial ( $S_{Ri}/D$ ), e da espessura tangencial relativa do bordo da pá ( $t_e/h$ ), de acordo com a Eq. (1).

$$\eta = \eta(Ns, Ds, \delta, \alpha_{41}, C_{pá}/D, h/D, r_1/a^*, k, P_1/P_2, t_e/h, S_{Ri}/D, S_p/h) \quad (1)$$

No modelo utilizado, não são consideradas as perdas por atrito entre os componentes mecânicos da máquina. Apesar do fluido operante no dispositivo estar na condição de vapor superaquecido, ele obedece equações de gás perfeito. Não há interferência entre os diversos tipos de perdas considerados. As perdas por fugas são consideradas apenas na primeira passagem.

Decorre, da análise de semelhança, que máquinas semelhantes têm os mesmos valores para os parâmetros adimensionais. O rendimento de uma turbomáquina pode ser expresso em função de velocidade específica ( $Ns$ ), diâmetro específico ( $Ds$ ), número de Reynolds ( $Re$ ), número de Mach ( $M$ ), razão entre calores específicos do fluido ( $k$ ) e razões entre dimensões geométricas e uma dimensão de referência ( $l_i/D$ ).

$$\eta = \eta (N_s, D_s, Re, M, k, l_i/D) \quad (2)$$

Fixando-se as razões geométricas ( $l_i/D$ ) e o fluido ( $k$ ), os parâmetros  $N_s$ ,  $D_s$ ,  $Re$  e  $M$  são suficientes para estabelecer o comportamento da turbina. Máquinas geométrica (mesmos  $l_i/D$ ) e dinamicamente semelhantes (mesmos  $Re$  e  $M$ ) possuem o mesmo par  $N_s$ - $D_s$  e as mesmas características de funcionamento.

### 3. RENDIMENTO INTERNO

Uma das formas de se visualizar o processo energético do escoamento de um determinado fluido, na máquina em estudo, é através de um diagrama entalpia-entropia (Fig.3)

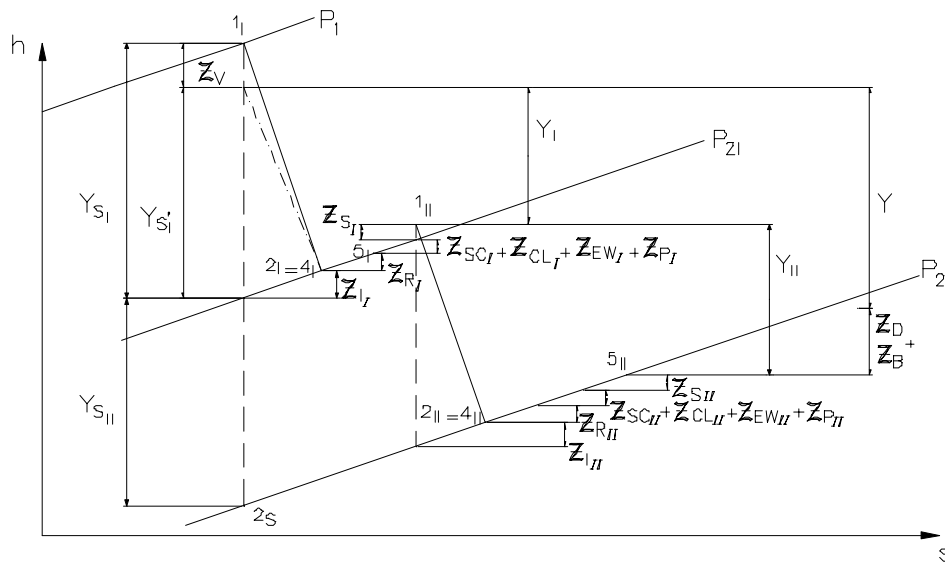


Figura 3 - Desempenho energético da turbina

São representadas no diagrama, além das perdas de energia nas passagens entre o estado de pressão inicial ( $P_1$ ) e final ( $P_2$ ), a dinâmica energética do escoamento, a energia teórica fornecida ao rotor ( $Y_{S1} + Y_{SII}$ ) e a energia real fornecida ao rotor ( $Y$ ).

Desta forma, o rendimento global da turbomáquina pode ser expressado por

$$\eta = \left\{ (1-L_V)(1-L_{eI}) - L_{eII} \right\} (1-\delta) + \left\{ (1-L_{eII}) - L_{eIII} \right\} \left[ \delta + \left( \frac{C_{S1}}{C_0} \right)^2 \right] - L_B - L_D \quad (3)$$

$$L_V = (L_{VR} + L_{VII} + L_{VT2} + L_{VP} + L_{VD})$$

$$L_{eI} = (L_{II} - L_{RI} - L_{SI})$$

$$L_{eII} = (L_{PI} + L_{EWI} + L_{CII} + L_{SCI})$$

$$L_{eIII} = (L_{III} - L_{RII} - L_{SII})$$

$$L_{eII} = (L_{PII} + L_{EWII} + L_{CII} + L_{SCII})$$

(4)

#### 4. ANÁLISE DAS PERDAS

No modelo são consideradas perdas por vazamentos radial ( $L_{VR}$ ), tangencial na direção da rotação ( $L_{VT1}$ ), tangencial na direção contrária à rotação ( $L_{VT2}$ ) e na ponta da pá ( $L_{VP}$ ), perdas por vazamento dinâmico ( $L_{VD}$ ), perdas decorrentes da formação da camada limite no perfil da pá ( $L_P$ ), ponta da pá ( $L_{CL}$ ) e fim de parede ( $L_{EW}$ ), perdas de varrimento ( $L_{SC}$ ), perdas por bombeamento ( $L_B$ ), perdas por atrito lateral no disco ( $L_D$ ), perdas de redução de velocidade do escoamento no bocal ( $L_I$ ) e no rotor ( $L_R$ ) e perdas na saída ( $L_S$ ). A perda por enchimento e por esvaziamento atua na redução da velocidade do escoamento, sendo representada pela redução do coeficiente de passagem no rotor  $\psi_j$ .

$$L_{VR} = c_f \frac{D^2}{A_I^*} \left\{ \left( \frac{S_{RI}}{D} \right) \left( \frac{a_I}{D} \right) F_1 \right\}, \text{ onde } F_1 = \left\{ 1 + \frac{k-1}{2} \phi_I^2 M_{2Is}^2 \right\}^{\left( \frac{l-k}{2-k-l} \right)} \quad (5)$$

$$L_{VT1} = c_f \frac{D^2}{A_I^*} \left\{ \left( \frac{S_{RI}}{D} \right) \left( \frac{h}{D} \right) F_1 \right\} \quad (6)$$

$$L_{VT2} = c_f \frac{D^2}{A_I^*} \left\{ \left( \frac{S_{RI}}{D} \right) \left( \frac{h}{D} \right) F_2 \right\}, \text{ onde } F_2 = \left[ 1 + \frac{k-1}{2} \phi_I^2 \cos^2(\alpha_{2I}) M_{2Is}^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \left[ 1 + \frac{k-1}{2} M_{2Is}^2 \right]^{-1} \quad (7)$$

$$L_{VP} = c_f \frac{D^2}{A_I^*} \left\{ \left( \frac{S_P}{D} \right) \left( \frac{C_{Pa'}}{D} \right) F_1 \right\} \quad (8)$$

$$L_{VD} = \frac{\pi/60}{\sqrt{2}} c_D \frac{C_{Pa'}/a_I}{\phi_I \sin(\alpha_{2I})} \frac{N_S D_S}{\sqrt{1-\delta}} \quad (9)$$

$$L_{Pj} = \xi_P \left( \frac{W_{4j}}{C_{Oj}} \right)^2 \quad [j = I, II] \quad , \text{ onde } A = B - \Theta = 1 - (1+H)\Theta - (te/t) \quad e$$

$$\xi_P = 1 - \{ [(AB^{-1} \cos(\beta))^2 + (B \sin(\beta))^2] / [1 + 2(B \sin(\beta))^2] - A \} \quad (10)$$

$$L_{EWj} = \xi_{EW} \left( \frac{W_{4j}}{C_{Oj}} \right)^2, \text{ onde } \xi_{EW} = 0,016 \left( \frac{C_{Pa'}}{h} \right) \quad (11)$$

$$L_{CLj} = \xi_{CL} \left( \frac{W_{4j}}{C_{Oj}} \right)^2, \text{ onde } \xi_{CL} = 0,0696 \tanh \left[ 13 \left( \frac{S_P}{C_{Pa}} \right) \right] \frac{C_{Pa}}{h} \quad (12)$$

$$L_{SC} = \left[ \frac{C_{Pa'}/a_I}{\phi_j \sin(\alpha_{4j})} \right] \left[ \frac{(\pi/60\sqrt{2})^3 N_S^3 D_S^3}{(C_{Oj}/C_O)^3} \right], \quad [j = I, II] \quad (13)$$

$$L_B = \left( \frac{\pi}{2} \right) \frac{4C_1}{R_Q} \left( 1 - \frac{h}{D} \right) \left( \frac{h}{D} \right) (\pi/60)^3 [1 - (a_I + a_{II})/\pi D] N_S^3 D_S^5 \quad (14)$$

$$L_D = (\pi/60)^3 K_D R_Q N_S^3 D_S^5 \quad (15)$$

$$\psi_j = \{1 - 0,228(1 - \beta/90)^3\} \{1 - 0,06 C_{Rb}/h\} (1 - t/2a_j) \quad [j = I, II] \quad (16)$$

$$L_{Ij} = Y_{Sj} (1 - \phi_j^2) \quad [j = I, II] \quad (17)$$

$$L_{Rj} = (1 - \psi_j^2) (W_{4j}/C_{Oj})^2 \quad (18)$$

$$L_{Sj} = (C_{5j}/C_{Oj})^2 \quad (19)$$

## 5. ANÁLISE DE OTIMIZAÇÃO

Fixando-se as folgas radial ( $S_P/h$ ) e axial ( $S_{Ri}/D$ ), a razão entre a espessura tangencial do bordo da pá e a altura da pá ( $te/h$ ), a razão entre calores específicos do fluido ( $k$ ) e a razão de pressão total ( $P_1/P_2$ ) por simulação, o rendimento da turbina torna-se função de 7 variáveis.

A função-objetivo da análise proposta é maximizar o rendimento da turbina ( $\eta$ ), função de 7 variáveis de otimização, sujeito a 15 restrições, sendo 7 lineares e 8 não-lineares de desigualdade. As restrições limitam os parâmetros geométricos e operacionais em faixas construtivamente viáveis e condizentes com o tipo de aplicação proposta. O problema, então, é

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & \eta = \eta(N_S, D_S, \alpha_{4I}, C_{Pa}/D, h/D, r_1/a^*, \delta) \\ \text{Sujeito a} & 10 \leq D_S \leq 16 \\ & 0,1 \leq N_S \leq 1,0 \\ & 15^\circ \leq \alpha_{4I} \leq 30^\circ \\ & 0,03 \leq C_{Pa}/D \leq 0,06 \\ & 0,01 \leq h/D \leq 0,1 \\ & 1 \leq r_1/a^* \leq 2 \\ & 0 \leq \delta \leq 0,5 \\ & 0,1 \leq u/C_o \leq 0,5 \\ & \beta \leq 50^\circ \\ & 0,7 \leq C_{Pa}/h \leq 1,0 \\ & a_I/D \leq 0,5 \\ & w_{4II}/C_o \geq 0 \\ & C_{4II}/C_o \geq u/C_o \cdot \text{sen}(\beta) \\ & 15^\circ \leq \alpha_{4II} \leq 30^\circ \\ & a_{II}/D \leq 0,5 \end{array}$$

Para facilitar a manipulação das expressões e simplificar o algoritmo de otimização, reescreveu-se o problema em um novo formato, mais adequado à aplicação do algoritmo de otimização. Através de manipulação algébrica, as restrições não-lineares  $h_8$ ,  $h_9$ ,  $h_{10}$  e  $h_{11}$  foram explicitadas em função das variáveis de otimização.

O problema reescrito torna-se

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & \eta = \eta(Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7) \\ \text{Sujeito a} & h_1 = 10 - Z_1 \leq 0, \text{ ou } h_1 = Z_1 - 16 \leq 0 \\ & h_2 = 6 \cdot [2]^{1/2}/\pi - Z_2 \leq 0, \text{ ou } h_2 = Z_2 - 30 \cdot [2]^{1/2}/\pi \leq 0 \\ & h_3 = 15^\circ - Z_3 \leq 0, \text{ ou } h_3 = Z_3 - 30^\circ \leq 0 \\ & h_4 = 0,01 - Z_4 \leq 0, \text{ ou } h_4 = Z_4 - 0,1 \leq 0 \\ & h_5 = 1 - Z_5 \leq 0, \text{ ou } h_5 = Z_5 - 2 \leq 0 \\ & h_6 = 0,03 - Z_6 \leq 0, \text{ ou } h_6 = Z_6 - 0,06 \leq 0 \\ & h_7 = [2]^{-1/2} - Z_7 \leq 0, \text{ ou } h_7 = Z_7 - 1 \leq 0 \\ & h_8 = 0,7 \cdot Z_4 - Z_6 \leq 0 \\ & h_9 = Z_6 - Z_4 \leq 0 \\ & h_{10} = [2]^{1/2}/0,92 - Z_1^2 \cdot Z_4 \cdot Z_7 \cdot \text{Sen}(Z_3) \leq 0 \\ & h_{11} = \text{sen}(Z_3)/1,191 + A_s - \cos(Z_3) \leq 0 \quad \text{onde} \quad A_s = \pi \cdot Z_2 / (79,76 \cdot Z_7) \\ & h_{12} = -H_1 \leq 0 \\ & h_{13} = -H_2 \leq 0 \\ & h_{14} = 15^\circ - H_3 \leq 0 \quad \text{e} \quad h_{15} = H_3 - 30^\circ \leq 0 \\ & h_{16} = H_4 - 0,5 \leq 0 \end{array}$$

sendo  $Z_1 = D_S$ ,  $Z_2 = N_S \cdot D_S$ ,  $Z_3 = \alpha_{4I}$ ,  $Z_4 = h/D$ ,  $Z_5 = r_1/a^*$ ,  $Z_6 = C_{Pa}/D$ ,  $Z_7 = [1-\delta]^{1/2}$   
 $H_1 = C_{4II}/C_o - u/C_o \cdot \text{sen}(\beta)$ ,  $H_2 = w_{4II}/C_o$ ,  $H_3 = \alpha_{4II}$ ,  $H_4 = a_{II}/D$ .

É importante relatar que  $H_1, H_2, H_3$  e  $H_4$  são funções não-lineares de todas as 7 variáveis de otimização ( $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_7$ ), o que aumentou consideravelmente a dificuldade de solução do problema. De maneira similar ao rendimento ( $\eta$ ), as funções  $H_1, H_2, H_3$  e  $H_4$  não possuem derivadas disponíveis analiticamente e, por isso, foram derivadas numericamente.

Foi desenvolvido um programa computacional, utilizando o Método da Projeção do Gradiente, adequado à solução de problemas com restrições, para maximizar o rendimento termodinâmico da turbina estudada. Por este método, as variáveis de otimização são incrementadas na direção e no sentido do gradiente do rendimento, isto é, na direção e no sentido de máximo crescimento de  $\eta$ . Quando uma ou mais restrições são violadas, o ponto é trazido para a fronteira e as variáveis passam a ser incrementadas na direção e no sentido da projeção do gradiente sobre estas restrições ativas. No caso de restrições não-lineares, o ponto final do processo pode estar violando alguma restrição, devendo, portanto, sofrer um procedimento de restauração (Luenberger, 1984). O algoritmo do programa é descrito resumidamente a seguir.

**Passo 1 :** Encontre uma estimativa de  $Z_{0[i]}$  da solução ótima sobre a região viável. ( $k'=0$ ).

**Passo 2 :**

- a) Encontre o conjunto de restrições  $h_j$  ativas (ponto  $Z_{0[i]}$  sobre a fronteira) e monte a matriz  $Aq = \nabla h_j$ . [ $q \times n$ ],  $q \Rightarrow h_j$  ativos .
- b) Calcule a matriz de Projeção  $P_K = I - Aq^T \cdot (Aq \cdot Aq^T)^{-1} Aq$ .
- c) Calcule o vetor de Projeção do Gradiente  $d_K = P_K \cdot \nabla \eta$
- d) Faça  $Z_{1[i]} = Z_{0[i]} + \alpha_0 \cdot d_K$ ,  $\{\alpha_0 > 0\}$ .
- e) Faça  $Y_{M+1[i]} = Y_{M[i]} - Aq^T \cdot (Aq \cdot Aq^T)^{-1} \cdot h_j(Y_{M[i]})$  {Restauração}.
- f) Calcule  $\lambda_K = (Aq \cdot Aq^T)^{-1} Aq \cdot \nabla \eta$ .
- g) Se  $\|d_K\| < 0$  e  $\lambda \leq 0$ , pare, a solução é ótima, senão faça  $k'=k'+1$  e volte ao passo 2a).

## 6. RESULTADOS

Procurou-se, através de algumas análises, determinar os rendimentos máximos e as configurações geométricas ótimas correspondentes, em função de certos parâmetros adimensionais interessantes do ponto de vista de funcionamento e ponto de vista construtivo. Foi utilizado o Freon-11 ( $k=1,11$ ) como fluido de trabalho, e fixadas as folgas relativas em  $S_{R1}/D=0,001$  e  $S_P/h=0,02$ , e a razão entre espessura tangencial do bordo da pá e a altura da pá em  $t_e/h=0,02$ , conforme sugerido por Cortez e Fernandes (1983).

A Tabela 1 apresenta os valores máximos do rendimento interno da turbina, em função dos valores de razão de pressão total, e as respectivas condições operacionais e configuração geométrica ótimas, obtidos através do programa computacional de otimização. Foram obtidos rendimentos máximos entre 51% e 56%, atendendo ao que era esperado (50% a 60%), de acordo com os resultados obtidos na literatura, principalmente por Cortez e Fernandes (1983). Verifica-se uma tendência de decréscimo do rendimento interno global da turbina, com o aumento da razão de pressão total. Entretanto, esta tendência não deve ser extrapolada para esta mesma máquina, operando com outros tipos de fluido e submetida a diferentes restrições.

Na Figura 4 são apresentados os comportamentos da rotação específica ( $N_s$ ), do diâmetro específico ( $D_s$ ) e do produto  $N_s D_s$  ótimos, em função da variação da razão de pressão total na máquina. Percebe-se uma tendência do diâmetro específico ótimo em aumentar com a razão de pressão variando de 2,0 para 3,5. Para maiores razões de pressão, o diâmetro específico tende a não variar significativamente. A rotação específica ótima, ao contrário do diâmetro específico, diminui de valor para o aumento da razão de pressão total de 2,0 para 3,5. No entanto, da mesma forma que o diâmetro específico, não apresentou sensíveis variações para maiores razões de pressão total. Para condições de vazão volumétrica e trabalho específico isentrópico constantes, o

aumento da razão de pressão total de 2,0 para 3,5, acarreta uma máquina ótima com maior diâmetro nominal e menor rotação. É importante observar que, mesmo com a variação de  $N_s$  e de  $D_s$  para menores razões de pressão total, o produto  $N_s$ - $D_s$  mostra-se, praticamente, invariante.

Tabela 1- Rendimento Máximo e Configuração Ótima, em Função da Razão de Pressão total

$P_1/P_2$	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	10
$D_s$	12,00	13,06	14,00	15,25	15,00	15,13	15,01	15,00
$N_s$	0,590	0,564	0,502	0,478	0,500	0,473	0,498	0,450
$\delta$	0,499	0,499	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
$n$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$h/D$	0,0510	0,0489	0,0465	0,0427	0,0459	0,0476	0,0500	0,0662
$C_{Pá}/D$	0,0358	0,0343	0,0326	0,0300	0,0322	0,0333	0,0351	0,0464
$a_I/D$	0,374	0,334	0,306	0,283	0,265	0,250	0,237	0,165
$a_{II}/D$	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
$a^*/D$	0,0113	0,0108	0,0102	0,0094	0,0103	0,0106	0,0114	0,0153
$t/D$	0,0196	0,0187	0,0179	0,0164	0,0174	0,0181	0,0188	0,0248
$te/D$	0,001	0,001	0,0009	0,0009	0,0009	0,001	0,001	0,0013
$Z_p$	161	168	175	191	181	174	167	127
$C_{Pá}/h$	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70
$C_{Pá}/t$	1,83	1,84	1,82	1,83	1,85	1,84	1,86	1,87
$\alpha_{4I}$ (graus)	23,28	22,93	22,94	22,76	23,36	23,54	23,98	26,18
$\alpha_{4II}$ (graus)	23,66	23,30	23,33	23,14	23,80	23,96	24,45	26,70
$\alpha_{5I}$ (graus)	80,78	85,28	79,85	84,19	88,41	83,18	89,03	81,94
$\beta$ (graus)	37,45	37,79	36,80	37,34	38,89	38,11	39,77	40,70
$A_I/D^{0,2}$	0,0069	0,0058	0,0051	0,0042	0,0043	0,0042	0,0042	0,0037
$L/C_{Pá}$	1,28	1,27	1,29	1,28	1,26	1,27	1,25	1,24
$u/Co$	0,262	0,273	0,260	0,270	0,277	0,265	0,277	0,250
$\eta$ (%)	55,65	55,57	55,25	55,20	54,90	54,70	54,32	51,13

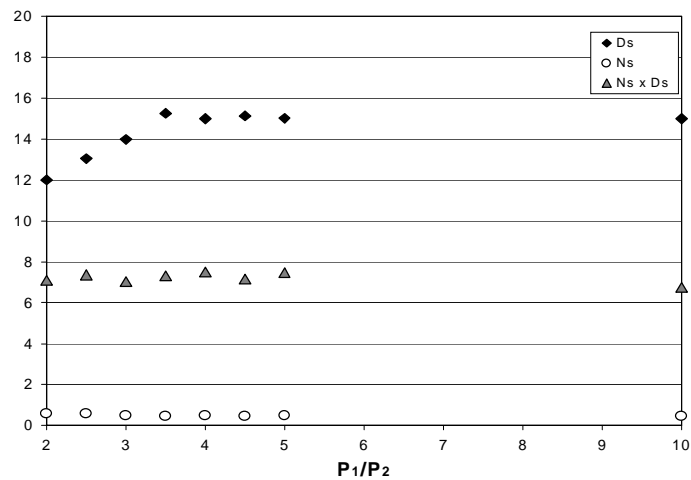


Figura 4 - Variação do Par  $N_s$ - $D_s$  Ótimo com  $P_1/P_2$

Na Figura 5 são apresentadas as variações de alguns parâmetros geométricos ótimos em função da razão de pressão total. É analisada a variação da corda e da altura relativas da pá ( $C_{Pá}/D$  e  $h/D$ ) e dos arcos da admissão de primeira e de segunda passagem ( $a_I/D$  e  $a_{II}/D$ ). Tanto a altura ( $h/D$ ), quanto a corda ( $C_{Pá}/D$ ) ótimas da pá diminuem seus valores para o aumento da razão de pressão de 2,0 para 3,5. Para maiores razões de pressão total,  $h/D$  e  $C_{Pá}/D$  aumentam com  $P_1/P_2$ . Os valores de altura e corda ótimos da pá estão submetidos às restrições ( $0,01 \leq h/D \leq 0,1$ ) e ( $0,03 \leq C_{Pá}/D \leq 0,06$ ), mas não existe a tendência de violação destas. O arco de admissão ótimo de primeira passagem ( $a_I/D$ ) diminui com o aumento da razão de pressão total. Seu valor reduz-se de 0,374 para 0,165. Esta redução é forçada pela restrição do arco de admissão da segunda passagem ( $a_{II}/D \leq 0,5$ ). Modificando-se esta restrição ( $a_{II}/D \leq 0,8$ ), os valores ótimos de  $a_I/D$  permanecem praticamente constantes em 0,5, isto é, sobre a restrição que ele está submetido



( $a_1/D \leq 0,5$ ). O arco de admissão ótimo de segunda passagem ( $a_{II}/D$ ) permanece constante em 0,5, para todos os valores da razão de pressão total.

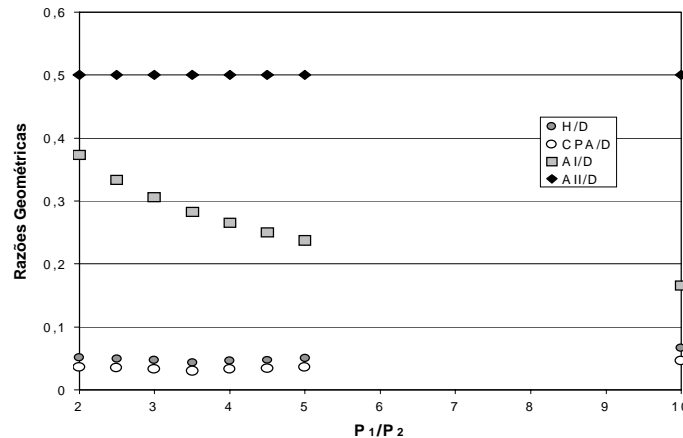


Figura 5- Comportamento de Variáveis Geométricas Ótimas em Relação à Razão de Pressão

Na Figura 6 é apresentada a variação do rendimento global da máquina em função de razões de pressão, comparando os resultados deste trabalho com os de Cortez e Fernandes (1983).

Observando-se a Figura 6, nota-se que os valores máximos de rendimento global, obtidos neste trabalho, são maiores que os obtidos por Cortez e Fernandes (1983). Além disso, percebe-se que os resultados deste trabalho mostram uma tendência aproximadamente linear, com menor dispersão. O uso de um algoritmo de otimização mais eficaz e adequado pode explicar a diferença entre os valores de rendimento interno da turbina obtidos do atual trabalho e os apresentados por Cortez e Fernandes (1983).

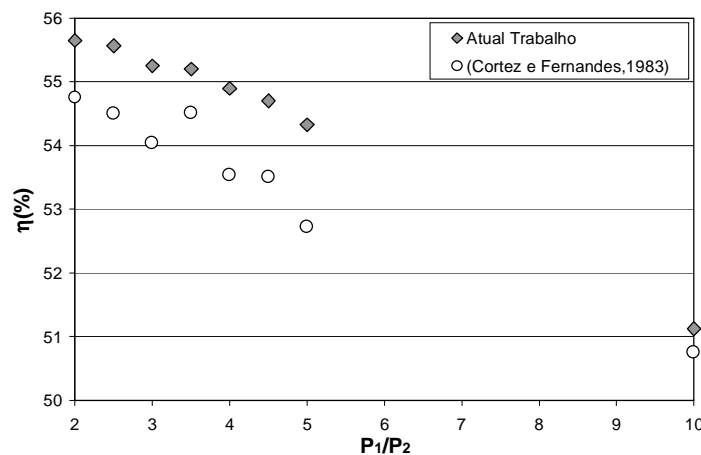


Figura 6- Comparação de resultados do atual trabalho com os de Cortez e Fernandes (1983)

## 7. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma análise termodinâmica de turbinas axiais, de ação, de admissão parcial e de dupla passagem. Foram estabelecidos os parâmetros geométricos e operacionais, para algumas condições pré-estabelecidas, que conduziram à condição de máxima eficiência.

Visando-se aplicações em instalações solares operando segundo o ciclo de Rankine para baixas potências (baixos níveis de temperatura), foram consideradas, neste trabalho, baixas razões de pressão total. Utilizou-se o Freon-11 como fluido de trabalho.

Foi adotado o modelo de perdas disponível na literatura (Cortez, 1982), em que o rendimento termodinâmico é expresso por parâmetros adimensionais envolvendo razões geométricas e relações operacionais, capazes de representar estas perdas.

Foi desenvolvido um programa computacional para maximizar o rendimento do dispositivo proposto, utilizando-se o Método da Projeção do Gradiente. O algoritmo construído utilizando-se este método mostrou-se eficaz e adequado à busca do rendimento ótimo, reduzindo o tempo de simulação computacional e aprimorando os resultados obtidos por Cortez e Fernandes (1983).

Foram fixados na análise do programa o fluido de trabalho, as folgas axial e radial e o adimensional da espessura tangencial do bordo da pá. O rendimento interno da turbina foi maximizado para uma determinada faixa de valores de razão de pressão total.

Tanto o rendimento máximo quanto as características operacionais e geométricas ótimas do dispositivo analisado mostraram-se pouco sensíveis à mudança do fluido de trabalho e da razão de pressão. Esta versatilidade observada é uma importante qualidade da turbina em questão, pois pode ser utilizada em instalações variadas, operando sob diferentes níveis de pressão e de temperatura, sem apresentar mudança significativa nos valores de rendimento interno.

A máquina estudada apresentou-se como uma alternativa interessante, no tocante ao aproveitamento de fontes térmicas não convencionais, com baixos níveis de temperatura e pressão, através de ciclos Rankine, operando com fluidos orgânicos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Balje, O. E. 1962, "Study on Design Criteria and Matching of Turbomachines", Journal of Engineering for Power, Transactions of the ASME, series A. vol. 84, nº 01, pp.83-102.

Balje, O. E. 1968, "Axial Cascade Technology and Application to Flow Path Designs", Journal of Engineering for Power, Transactions of the ASME, series A. vol. 90, nº 04, p.309-328.

Balje, O. E. and Binsley, R. L. 1968, "Axial Turbine Performance Evaluation", Journal of Engineering for Power, Transactions of the ASME, series A. vol. 90, nº 04, pp.341-360.

Cortez, M. F. B. 1982, "Previsão das Características de Turbinas Axiais, de Ação, de Admissão Parcial e de Dupla Passagem", Dissertação de Mestrado, ITA.

Cortez, M. F. B. e Fernandes, E. C. 1983, "Parâmetros Característicos de Turbinas Axiais de Ação e de Dupla Passagem", COBEM, pp.483-492.

Linhardt, H. D. and Silvern, D. H. 1961, "Analysis of Partial Admission Axial Impulse Turbines", ARS Journal .vol. 31, pp. 297-308.

Linhardt, H. D. 1962, "Reentry Turbines for Secondary Space Power Systems", ARS Journal, pp. 1552-1560.

Luenberger, D. G., 1984, "Linear and Nonlinear Programming", Addison-Wesley Publishing Company, 2nd Edition.

## THERMODYNAMIC ANALYSIS OF AXIAL IMPULSE RE-ENTRY TURBINES

**Abstract.** *This work presents a thermodynamic analysis of axial impulse re-entry turbines of partial admission. It was intended to select and implement Optimization Theory algorithms, to predict the machinery design and operation characteristics, in order to obtain the maximum efficiency. Non conventional thermal sources with low temperature levels, operating with organic fluids through a Rankine cycle were sought as application. The analysis presented better results than the literature data through the use of the Gradient Projection Method.*

**Keywords:** *Axial re-entry impulse turbines, Optimization, Thermodynamic efficiency.*