



PROTEÇÃO TÉRMICA ABLATIVA NO PONTO DE ESTAGNAÇÃO EM VEÍCULOS DE REENTRADA

Carla Nagata

João Batista Campos Silva

Antonio João Diniz

Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica

15385-000 - Ilha Solteira, SP, Brasil

José Bezerra Pessoa Filho

Centro Tecnológico Aeroespacial, Instituto de Aeronáutica e Espaço

12.228-904 - São José dos Campos, SP, Brasil

***Resumo.** Proteções térmicas ablativas são largamente utilizadas na área aeroespacial. O fenômeno é complexo, envolvendo mudança de fase com fronteira móvel com perda parcial de massa. Neste trabalho um modelo matemático não linear é apresentado para solucionar o problema ablativo na região de estagnação. O desenvolvimento analítico utilizado para resolver o sistema, equação diferencial parcial acoplada com a equação de restrição da fronteira, é a Técnica da Transformada Integral Generalizada. São obtidos resultados para a profundidade e velocidade de ablação.*

Palavras-chave: Ablação, Mudança de fase, Alta velocidade, Proteção térmica

1. INTRODUÇÃO

Devido a interação com as camadas densas da atmosfera terrestre, veículos espaciais estão sujeitos a um ambiente térmico severo que podem comprometer o sucesso da missão. O problema é mais crítico para situações envolvendo a reentrada atmosférica mas também é importante para o caso de vôo ascendente. Para evitar o comprometimento da missão, torna-se necessário prover tais veículos com um adequado sistema de proteção térmica (Hatori & Pessoa-Filho 1998). Dentre os sistemas mais utilizados como proteção térmica vale citar aquele que utiliza materiais ablativos (Sutton, 1982). O fenômeno de ablação é complexo envolvendo transferência de calor, massa e reações químicas (Lacaze, 1967). Neste trabalho avalia-se, de modo muito simplificado o fenômeno, processo de transferência de calor ao longo de uma parede de um corpo de revolução a qual pode-se considerar como uma placa plana no ponto de estagnação. Apesar da simplicidade do modelo o mesmo possibilita a obtenção de resultados de interesse para o conhecimento do fenômeno físico (Pessoa-Filho, 1997). O processo de transferência de calor por ablação considerado é não linear e com movimento de fronteira inicialmente desconhecido (Chung & Hsiao, 1985; Zien, 1978). A

Técnica da Transformada Integral Generalizada, TTIG, vem sendo utilizada em busca de soluções exatas, e aplicada em problemas complexos, (Cotta & Özisik, 1987). A aplicação da TTIG(GITT) (Cotta, 1993; Diniz et al., 1993; Diniz & Aparecido, 1993) dá o suporte analítico e a biblioteca do IMSL (IMSL, 1979), o suporte numérico. Os parâmetros de interesse obtidos, profundidade e velocidade ablativas do material, podem ser considerados próximos ao valor real e comparáveis aos da literatura.

2. ANÁLISE

A formulação desse problema considera a região de estagnação de um sólido de revolução, ogiva, na reentrada, e este é aproximado à geometria de uma placa plana com condução de calor unidimensional, com temperatura inicial T_0 . A hipótese de calor unidimensional é baseada no fato de que a razão entre a espessura da proteção e o raio de curvatura do nariz do veículo ser pequena. A placa está sujeita a um fluxo de calor numa das extremidades e isolada termicamente em outra. A placa vai se aquecendo até um certo tempo T_m a partir do qual se inicia o processo de fusão na fronteira sujeita ao fluxo de calor transiente e o material fundido é arrastado para o meio ambiente havendo um processo de transferência de calor e massa que é conhecido como ablação.

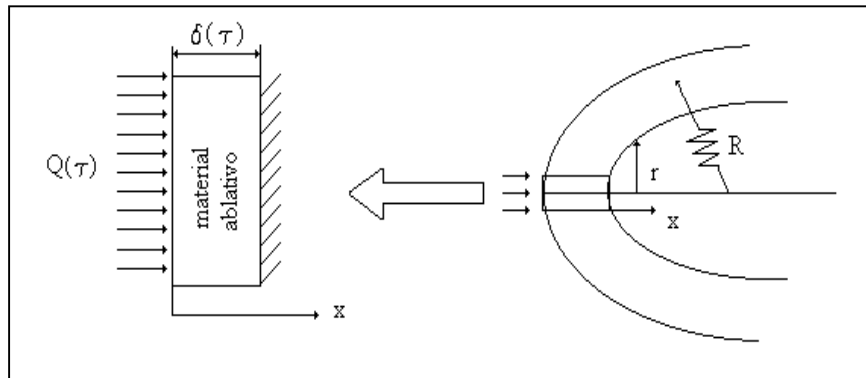


Figura 1. Esquema simplificado do fenômeno ablativo no ponto de estagnação do corpo de revolução.

As equações que governam o problema, com as variáveis na forma adimensional são:
Período pré-ablativo:

$$\frac{\partial \theta(\chi, \tau)}{\partial \tau} + L\theta(\chi, \tau) = 0; \quad \begin{array}{l} 0 < \tau < \tau_f \\ 0 < \chi < 1 \end{array} \quad (1)$$

- condição inicial:

$$\theta(\chi, \tau) = 0; \quad \tau = 0 \quad \text{e} \quad 0 < \chi < 1 \quad (2)$$

- condições de contorno:

$$\frac{\partial \theta(\chi, \tau)}{\partial \chi} = 0; \quad \chi = 1 \quad \text{e} \quad -\frac{\partial \theta(\chi, \tau)}{\partial \chi} = Q(\tau); \quad \chi = 0 \quad (3)$$

Onde L é o operador igual a $(-)\frac{\partial^2(\)}{\partial\chi^2}$.

Período ablativo:

$$\frac{\partial\theta(\chi, \tau)}{\partial\tau} + L\theta(\chi, \tau) = 0 \quad \begin{array}{l} \tau_f < \tau < \infty \\ S(\tau) < \chi < 1 \end{array} \quad (4)$$

- condição inicial:

$$\theta(\chi, \tau) = \theta_f(\chi, \tau) \quad ; \quad \tau = \tau_f \quad \text{e} \quad 0 < \chi < 1 \quad (5)$$

onde:

$\theta \rightarrow$ distribuição de temperatura;

$\tau \rightarrow$ tempo adimensional;

$\chi \rightarrow$ coordenada adimensional;

$Q \rightarrow$ fluxo de calor adimensional.

- condições de contorno:

$$\frac{\partial\theta(\chi, \tau)}{\partial\chi} = 0, \quad \chi = 1 \quad \text{e} \quad \theta(\chi, \tau) = 1, \quad \chi = S(\tau) \quad (6)$$

com a seguinte condição de restrição no acoplamento, que é resultado do balanço de energia na interface:

$$-\frac{\partial\theta(\chi, \tau)}{\partial\chi} + v \frac{dS(\tau)}{d\tau} = Q(\tau); \quad \chi = S(\tau) \quad (7)$$

Onde S e v são respectivamente, a posição da fronteira e o inverso número de Stefan.

Para o período pré-ablativo, $0 < \tau < \tau_m$, a solução da equação (1) fornece $\theta(\chi, \tau)$. A solução da equação (4), para o problema de mudança de fase pode ser obtida pela aplicação da TTIG, e para tanto define-se um problema auxiliar de autovalor de condição de contorno homogênea: $\mu^2\psi(\chi) = L\psi(\chi)$, cuja a solução leva aos autovalores: $\mu_i = i\pi$, autofunções: $\psi_i = \cos\mu_i\chi$ e norma das funções: $N_i = 1/2$, para $i = 1, 2, \dots, \infty$. (Diniz, 1996).

$$\frac{\partial}{\partial\tau} \int_0^1 \psi_i(\chi)\theta(\chi, \tau)d\chi + \int_0^1 \left[\frac{\partial^2\psi_i(\chi)}{\partial\chi^2} \theta(\chi, \tau) - \frac{\partial^2\theta(\chi, \tau)}{\partial\chi^2} \psi_i(\chi) \right] d\chi + \mu_i^2 \int_0^1 \psi_i(\chi)\theta(\chi, \tau)d\chi = 0 \quad (8)$$

Identificando a segunda integral da equação (8), como:

$$g_i(\tau) = - \int_0^1 \left[\frac{\partial^2\psi_i(\chi)}{\partial\chi^2} \theta(\chi, \tau) - \frac{\partial^2\theta(\chi, \tau)}{\partial\chi^2} \psi_i(\chi) \right] d\chi \quad \text{e desenvolvendo, tem-se:}$$

$$g_i(\tau) = Q(\tau) \quad (9)$$

Definindo-se os pares de transformada integral e inversa, respectivamente:

$$\tilde{\theta}_i(\tau) = \int_0^1 \psi_i(\chi) \theta(\chi, \tau) d\chi, \quad (10)$$

$$\theta(\chi, \tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\psi_i(\chi)}{N_i} \tilde{\theta}_i(\tau). \quad (11)$$

Obtém-se a equação (1) transformada, com sua respectiva condição inicial:

$$\frac{d\tilde{\theta}_i(\tau)}{d\tau} + \mu_i^2 \tilde{\theta}_i(\tau) = Q(\tau) \quad \text{e} \quad \tilde{\theta}_i(\tau=0) = \int_0^1 \psi_i(\chi) \theta(\chi, \tau=0) d\chi = 0 \quad (12.a, b)$$

Assumindo que $Q(\tau) = de^{\tau/\tau_r}$.

Onde:

$\tau_r = \frac{t_r}{t_c}$ → tempo de referência adimensional;

t_r → tempo de referência dimensional;

$t_c = \frac{\delta^2}{\alpha}$ → tempo característico;

α → difusividade térmica;

δ → espessura da placa.

Obtêm-se a solução para equação (12.a):

$$\theta(\chi, \tau) = \theta_{av}(\tau) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\psi_i(\chi)}{N_i} \tilde{\theta}_i(\tau), \quad (13)$$

onde θ_{av} corresponde ao índice $i = 0$, que é a temperatura média (Mikhailov & Özisik, 1984):

$$\theta_{av}(\tau) = d \tau_r (e^{\tau/\tau_r} - 1) \quad (14)$$

Substituindo-se a equação (14) na equação (13) obtêm-se a equação para o campo de temperatura adimensional no interior do sólido, durante o período pré-ablativo, qual seja, $0 < \chi < 1$ e $0 < \tau < \tau_f$.

$$\theta(\chi, \tau) = d \tau_r (e^{\tau/\tau_r} - 1) + \sum_{i=0}^{\infty} 2 \cos(\mu_i \chi) \frac{d}{\frac{1}{\tau_r} + \mu_i^2} (e^{\tau/\tau_r} - e^{-\mu_i^2 \tau}) \quad (15)$$

Para $\tau > \tau_f$ inicia-se o período de mudança de fase a qual pela física e geometria do problema dar-se-á da fronteira aquecida para a direita, Figura 1. Deve ser salientado que a distribuição de temperatura, equação (15), para $\tau = \tau_f$ é condição inicial do problema ablativo. Uma mudança de variável nas equações de (4) a (7) se faz conveniente para tornar o problema homogêneo. Definindo-se $\theta^*(\eta, \tau) = \theta(\chi, \tau) - 1$; $S(\tau) < \eta < 1$; $\tau > \tau_f$, onde $\eta = 1 - \chi$, obtêm-se, das equações de (4) a (7).

$$\frac{\partial \theta^*(\eta, \tau)}{\partial \tau} + L\theta^*(\eta, \tau) = 0 \quad \tau > \tau_f, \quad 0 < \eta < \eta_b(\tau) \quad (16)$$

- condições de contorno:

$$\theta^*(\eta, \tau) = 0; \quad \eta = \eta_b(\tau) \quad \text{e} \quad \frac{\partial \theta^*(\eta, \tau)}{\partial \eta} = 0; \quad \eta = 0 \quad (17)$$

- condição inicial:

$$\theta^*(\eta, \tau_f) = \theta(1 - \eta, \tau_f) - 1 \quad (18)$$

E a equação de restrição de acoplamento:

$$\frac{\partial \theta^*(\eta, \tau)}{\partial \eta} - v \frac{d\eta_b(\tau)}{d\tau} = Q(\tau); \quad \eta = \eta_b(\tau) \quad (19)$$

Para a aplicação da técnica, adota-se um problema auxiliar de autovalor, de condições homogêneas, que resulta:

$$\text{autovalores:} \quad \mu_i = \frac{(2i-1)\pi}{2\eta_b(\tau)} \quad (20)$$

$$\text{autofunções:} \quad \psi_i(\eta, \tau) = \cos[\mu_i(\tau)\eta] \quad (21)$$

$$\text{norma das funções:} \quad N_i = \frac{1}{2}\eta_b(\tau) \quad (22)$$

Define-se uma autofunção normalizada:

$$K_i(\eta, \tau) = \frac{\cos(\mu_i(\tau)\eta)}{\sqrt{0,5\eta_b(\tau)}} \quad (23)$$

O desenvolvimento da equação diferencial parcial original da fase de mudança de fase, equação (16), juntamente com o problema de autovalor, obtém-se aplicando o operador integral à equação de transformação:

$$\int_0^{\eta_b(\tau)} K_i(\eta, \tau) \frac{\partial \theta^*(\eta, \tau)}{\partial \tau} d\eta + \mu_i^2(\tau) \int_0^{\eta_b(\tau)} K_i(\eta, \tau) \theta^*(\eta, \tau) d\eta = \int_0^{\eta_b(\tau)} \left[\frac{\partial^2 \theta^*(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} K_i(\eta, \tau) - \frac{\partial^2 K_i(\eta, \tau)}{\partial \eta^2} \theta^*(\eta, \tau) \right] d\eta. \quad (24)$$

Definindo-se o par de transformada integral e inversa como:

$$\tilde{\theta}_i^*(\tau) = \int_0^{\eta_b(\tau)} K_i(\eta, \tau) \theta^*(\eta, \tau) d\eta \quad (25)$$

$$\theta^*(\eta, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} K_i(\eta, \tau) \tilde{\theta}_i^*(\tau) \quad (26)$$

Substituindo-se os pares de transformação nas equações (24) e (1) obtém-se o potencial de temperatura e condição inicial transformada:

$$\frac{d\tilde{\theta}_i^*(\tau)}{d\tau} + \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}(\tau)\tilde{\theta}_j^*(\tau) + \mu_i^2(\tau)\tilde{\theta}_i^*(\tau) = 0 \quad (27)$$

- condição inicial:

$$\tilde{\theta}_i^*(\tau = \tau_f) = \frac{2\sqrt{2}}{(2i-1)\pi} (-1)^{i+1} [\theta_{av}(\tau_f) - 1] + \frac{4\sqrt{2}}{\pi} (2i-1)(-1)^{i+1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\tilde{\theta}_k(\tau_f)}{(2i-1)^2 - 4k^2} \quad (28)$$

onde:

$$\tilde{\theta}_k(\tau_f) = \frac{d}{\mu_k^2 + 1/\tau_f} \left(e^{\tau_f/\tau_f} - e^{-\mu_k^2 \tau_f} \right) \quad (29)$$

$$A_{ij} = \frac{1}{2\eta_b(\tau)} \frac{\partial \eta_b(\tau)}{\partial \tau} \frac{(2j-1)(2i-1)(-1)^{i+j}}{(i^2 - i) - (j^2 - j)}, \quad \text{para } i \neq j \quad (30)$$

$$A_{ij} = 0, \quad \text{para } i = j, \quad \text{segundo (Diniz, 1996)} \quad (31)$$

com:

$$I = \frac{(2i-1)\pi}{2\eta_b(\tau)} \eta \quad \text{e} \quad J = \frac{(2j-1)\pi}{2\eta_b(\tau)} \eta \quad (32)$$

e θ_{av} descrito na equação (14).

Substituindo a transformada inversa na equação de restrição de acoplamento, equação (19), tem-se a equação de restrição da transformada:

$$\frac{d\eta_b(\tau)}{d\tau} = \frac{\sqrt{2}}{2\nu} \frac{\pi}{[\eta_b(\tau)]^{3/2}} \sum_{j=1}^{\infty} (2j-1)\tilde{\theta}_j^*(\tau)(-1)^j - \frac{Q(\tau)}{\nu} \quad (33)$$

Esta equação implica que quando $\tau = \tau_f$; $\eta_b(\tau) = 1$, donde se obtém o valor de τ_f através da equação transcendental:

$$\theta(1, \tau_f) = 1 = \theta_{av}(\tau_f) + \int_0^{\eta_b(\tau)} K_i(\eta, \tau) \frac{\partial \theta^*(\eta, \tau)}{\partial \tau} d\eta + \mu_i^2(\tau)\tilde{\theta}_i^*(\tau) \quad (34)$$

3. PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

As equações (27) e (33) formam um sistema infinito de equações diferenciais ordinárias acopladas de primeira ordem.

Para a implementação de um algoritmo que calcule os valores das incógnitas deste sistema, é necessário o truncamento do sistema infinito de equações por um sistema finito de

ordem N. Fazendo N suficientemente grande obtém-se a solução do sistema de equações diferenciais ordinárias acopladas, que fornecerão os valores da espessura e velocidade ablativa, bem como a distribuição de temperatura.

A obtenção deste sistema de equações diferenciais resultante deu-se da aplicação da TTIG, e na sua solução, utilizou-se as subrotinas disponíveis na biblioteca do (IMSL, 1979), principalmente o programa DGEAR e DECADRE, que supre as exigências desse tipo de problema.

4. RESULTADOS

Os parâmetros posição e velocidade da fronteira do fenômeno ablativo, $S(\tau)$, $V(\tau) = dS(\tau)/d\tau$, foram obtidos numericamente para problemas em que o fluxo de calor adimensional no contorno era dado por $Q = 0,1 \exp[\tau/10]$. $S(\tau)$ representa a espessura de material ablativo que ainda não foi consumido e $V(\tau) = dS(\tau)/d\tau$ representa a taxa em que o material é consumido. A figura 2 mostra dois gráficos, sendo um apresentando a profundidade ablativa em relação a diferença do tempo adimensional, tanto no Método de Diferenças Finitas bem como a TTIG, e, outro gráfico apresenta para os dois Métodos a correlação da velocidade ablativa com a diferença dos tempos adimensionais. A figura 3 representa o perfil de temperatura versus a espessura, tanto na fase pré-ablativa, como na fase ablativa denotando o tempo adimensional.

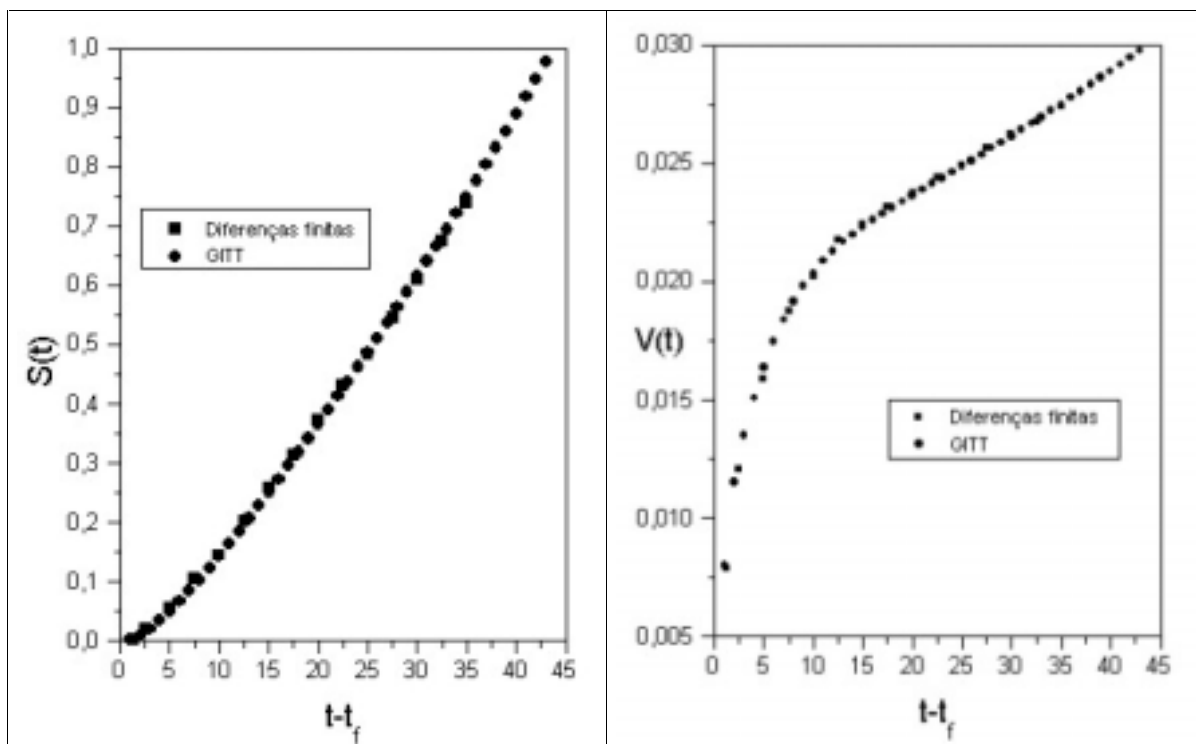


Figura 2. Gráfico representativo da profundidade e velocidade de ablação.

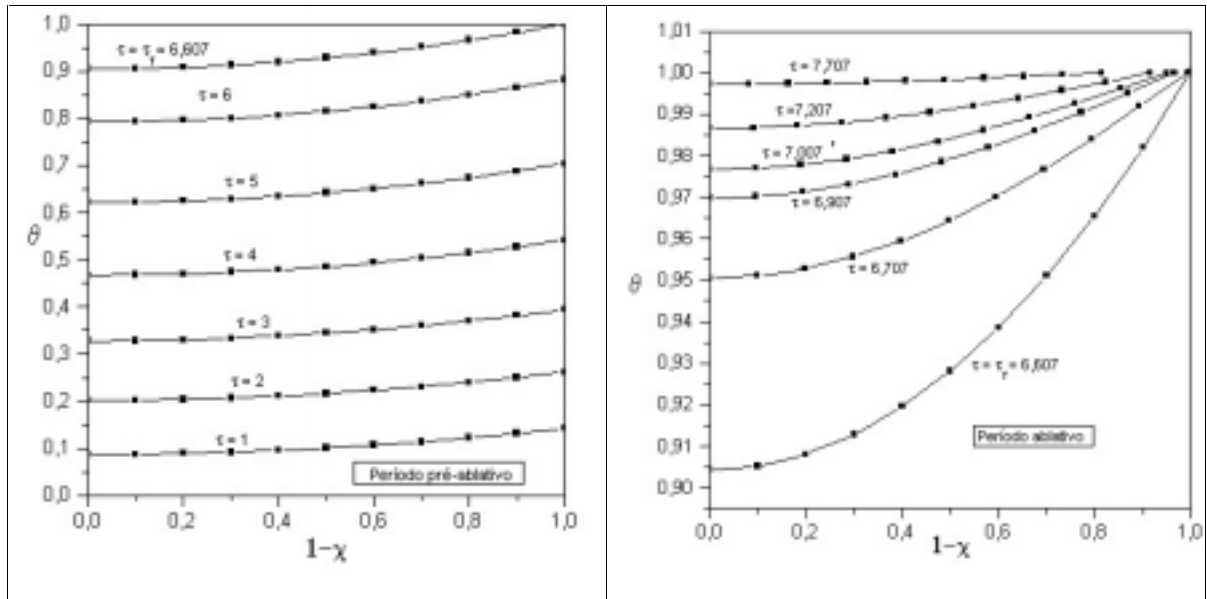


Figura 3. Representação gráfica das temperaturas nos períodos pré-ablativo e ablativo.

5. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Os resultados obtidos pela aplicação da TTIG, foram comparados com aqueles obtidos pelo Método das Diferenças Finitas, (Chung & Hsiao, 1985; Zien, 1978; Chung et al., 1983), Figura 2. Os valores obtidos pela TTIG são bem consistentes e mais exatos, visto que o desenvolvimento analítico resultou em um sistema de equações ordinárias, de fácil resolução, permitindo controlar a precisão do processo de convergência (Cotta, 1993). No presente trabalho, os resultados encontrados apresentaram uma excelente concordância com os resultados obtidos por Diferenças Finitas no que se refere a espessura, e quanto a velocidade notamos uma dispersão dos pontos, no início do processo, uma vês que, o desenvolvimento analítico proporciona uma melhor exatidão no resultado, como mostram a curva da Figura 2. O perfil de temperatura apresentado no período pré-ablativo mostra sua convergência com o decorrer do tempo, até chegar ao tempo de ablação. Observando o perfil de temperatura da fase ablativa, constatamos que o valor máximo de temperatura é apresentado quando resta uma quantidade pequena de material a ser ablatado no tempo $T = 9,407$. Esta pequena região serve como margem de segurança no processo. Constatamos que o tempo no período pré-ablativo foi maior que o tempo de ablação, o que já era esperado segundo (Steg, 1962).

Neste trabalho foi apresentado uma solução para o problema ablativo de proteção térmica, considerando uma simplificação do fenômeno, (Lacaze 1967). Dentro de um contexto não muito realístico, considerando sua simplificação, os valores são bem significativos comparados com os valores obtidos por (Chung & Hsiao, 1985). A continuidade na extensão do trabalho vem sendo realizado com um problema mais realístico, estimando um fluxo de calor no ponto de estagnação de um veículo em escoamento hipersônico, onde é levado em consideração a geometria, condição de escoamento e as entalpias da parede e da estagnação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores Antonio João Diniz, João Batista Campos Silva e ao pesquisador José Bezerra Pessoa Filho CTA/IAE, pelo auxílio na elaboração e desenvolvimento deste trabalho, agradeço também ao CNPq pela concessão de uma bolsa referente ao projeto 523.320/96-5.

REFERÊNCIAS

- Chung, B. T. F., Chang, T. Y., Hsiao, J. S. and Chang, C. I., Feb. 1983, Heat Transfer With Ablation in a Half-Space Subjected to Time-Variant Heat Fluxes. *Tran. ASME – Journal of Heat Transfer*, vol. 105, pp. 200-203.
- Chung, B. T. F. and Hsiao, J. S., Jan. 1985, Heat Transfer With Ablation in a Finite Slab Subjected to Time-Variant Heat Fluxes, *AIAA Journal*, vol. 23, pp. 145-150.
- Cotta, R. M., 1993, Review of the Integral Transform Method in Nonlinear Heat and Fluid Flow Problems, I Congresso Iberoamericano de Ingenieria, Madrid, 21-24 de septiembre.
- Cotta, R. M., 1993, *Integral Transforms In Computational Heat and Fluid Flow*, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA.
- Cotta, R. M. and Özisik, M. N., 1987, Diffusion Problems With General Time - Dependent Coefficients, *Mech Sciences RBCM*, vol. 9, n. 4, pp. 269.
- Cotta, R.M., Özisik, M. N. and Menning, J., submetido para publicação, Coupled Integral Equation Approach for Solving Phase-Change Problem in a Finite Slab, *Journal of the Franklin Institute*.
- Diniz, A. J. et al., 1993, Heat Conduction With Ablation in a Finite Slab, Published in a Book, *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow* Editor Cotta R. M., C. R. C. Press, c. 24, pp. 131-139 – Florida, USA.
- Diniz, A. J., 1996, Proteção Térmica por Ablação em Corpos de Várias Geometrias Aquecidos Cineticamente, Tese de Doutorado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos – SP.
- Diniz, A. J., Aparecido, J. B. and Zapparoli, E. L., 1993, Solução de Problemas Térmicos com Acoplamentos não Lineares, XII COBEM, Brasília, Br.
- Hatori, M.E. & Pessoa-Filho, J. B., Soluções Similares em Escoamentos Supersônicos, VII Encontro Nacional de Ciências Térmicas, ENCIT98, pp 257-262.
- IMSL Library, 1979, Edition 7, GNB Building Blvd, Houston, Texas, 77036.
- Lacaze, H., juillet 1967, La Protection Thermique Par Ablation, *Doc-Air-Espace*, n 105.
- Mikhailov, M.D. and Özisik, M.N., 1984, *Unified Analysis and Solutions of Heat Transfer and Mass Diffusion*, John Wiley & Sons, New York.
- Pessoa-Filho, J.B., 1997, Aquecimento do Ponto de Estagnação do SARA durante Reentrada Atmosférica, NT 146-ASE-N-97, Rel. Int. Div.Sist.Esp., CTA/IAE.
- Steg. L. & Lew, H., 1962, Hypersonic Ablation,- In *Agard Meeting on High-Temperature-Aspects of Hypersonic Fluid Dynamics*, v. 68, part. 6, pp 629-680.
- Sutton, G.W., feb.1982, The Initial Development of Ablation Heat Protection, an Historical Perspective, *AIAA –82-4038-J.Spacecraft*, v.19,n.1,pp3-11.
- Zien, T. F., Dez. 1978, Integral Solution of Ablation Problems With Time Dependent Heat Flux, *AIAA Journal*, vol. 16.

ABLATIVE THERMAL PROTECTION FOR THE STAGNATION POINT OF RE-ENTRY VEHICLES

Abstract. Ablative thermal protection is mainly used in the aerospace industry. It's a complex phenomenon involving heat and mass transfer, phase change moving boundary. Its mathematical modeling leads to a nonlinear systems of partial differential equations. To solve such a system we used the Generalized Integral Transform Technique, GITT, for an one-dimensional slab problem. The eigenvalue problem associated to the ablative phase, is transient and spatiality dependent. The external boundary is subjected to a transient heat flux as an exponential function of time. After the integral transformation of the problem we got a infinity coupled system of ordinary differential equations that can be solved by known numerical techniques.

Keywords: Ablation Process, Phase Change, Hipersonic Flight Speed, Thermal Protection