



## ANÁLISE DINÂMICA DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

**Nilson Barbieri**

**Oswaldo Honorato de Souza Júnior**

**Renato Barbieri**

Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR

Av. Imaculada Conceição, 1155 – Prado Velho

CEP: 81025-901 – Curitiba, PR, Brasil.

**Resumo.** *Este trabalho apresenta uma modelagem dinâmica de cabos condutores. Numa primeira etapa faz-se uma análise modal de uma amostra de cabo, para várias cargas mecânicas. Numa segunda etapa, analisa-se numericamente o sistema utilizando-se modelagem matemática e simulação computacional através do Método dos Elementos Finitos (FEM). Analisa-se o comportamento excitado do sistema considerando-se amortecimento estrutural do cabo. Para avaliação dos modelos, confronta-se os resultados numéricos e experimentais, tanto para o comportamento próprio do sistema como para o comportamento excitado.*

**Palavras-chave:** *Cabo, vibração, amortecimento.*

### 1. INTRODUÇÃO

As linhas de transmissão normalmente estão sujeitas a uma grande variedade de excitações relacionadas com o meio ambiente e as condições meteorológicas (chuvas, ventos, mudanças de temperatura, etc). A vibração eólica é a maior fonte de problemas nas linhas, causando falhas por fadiga, próximo da fixação dos cabos (EPRI, 1979). Contudo os cabos são feitos de materiais altamente resistentes (cabos de alumínio com alma de aço) que podem suportar um grande número de ciclos de vibração. Aliado a este problema, existem ainda, vibrações eletromecânicas causadas por curtos entre os cabos das linhas (Haskew et al, 1993). Estes tipos citados de vibrações motivaram o desenvolvimento deste trabalho, que se propõe identificar os modos de vibrar do sistema e aferição de um modelo matemático para simulação do comportamento dinâmico das linhas de transmissão utilizando-se parâmetros físicos (fluência, módulo de elasticidade, dilatação térmica, etc) dos cabos obtidos através de ensaios laboratoriais (Barbieri et al., 1999).

Para obter os parâmetros utiliza-se uma bancada automatizada de ensaios de cabos condutores (Herek, 1997), com vão útil da ordem de 13,5 metros e controle dos parâmetros através de microcomputador e um CLP (controlador lógico programável), com capacidade de tracionamento mecânico da amostra de até 200 KN e controle da temperatura do cabo até 200°C.

Inicialmente analisa-se o comportamento próprio do sistema através da comparação de dados experimentais e teóricos. A análise modal tem sido bastante investigada por Nariboli &

McConnell (1988) e Lin & Perkins (1995). Gopalan et al. (1987,1993) investiga o comportamento dinâmico de cabos em bancadas de ensaio.

Numa segunda etapa, procura-se avaliar o comportamento excitado do sistema. Nota-se uma grande dificuldade para estabelecer um modelo para o amortecimento próprio do mesmo. Alguns pesquisadores tem investigado este parâmetro. Torres (1994) desenvolveu um novo método baseado em ondas propagantes para medir este parâmetro, embora não tenha estabelecido nenhum equacionamento para o mesmo. Yamaguchi & Adhikari (1995) avaliam o comportamento dinâmico de cabos considerando o amortecimento modal. Triantafyllou & Yue (1995) analisam o comportamento de cabos sintéticos considerando o amortecimento do sistema. Neste trabalho adota-se o enfoque de amortecimento modal e estrutural para modelagem do amortecimento do sistema.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

Para a análise do efeito de vibrações em cabos condutores, o modelo físico considerado é semelhante a uma viga sob a ação de uma carga axial. O modelo normalmente utilizado para avaliar o comportamento do cabo submetido à ação de um esforço externo (como por exemplo, a excitação devido ao vento) e a um esforço axial (carga para manter o cabo sob a tensão mecânica de projeto), é mostrado na Fig.1. Consideram-se assim, o efeito da carga axial e a flexão que são os principais fatores que fazem que os cabos falhem por fadiga.

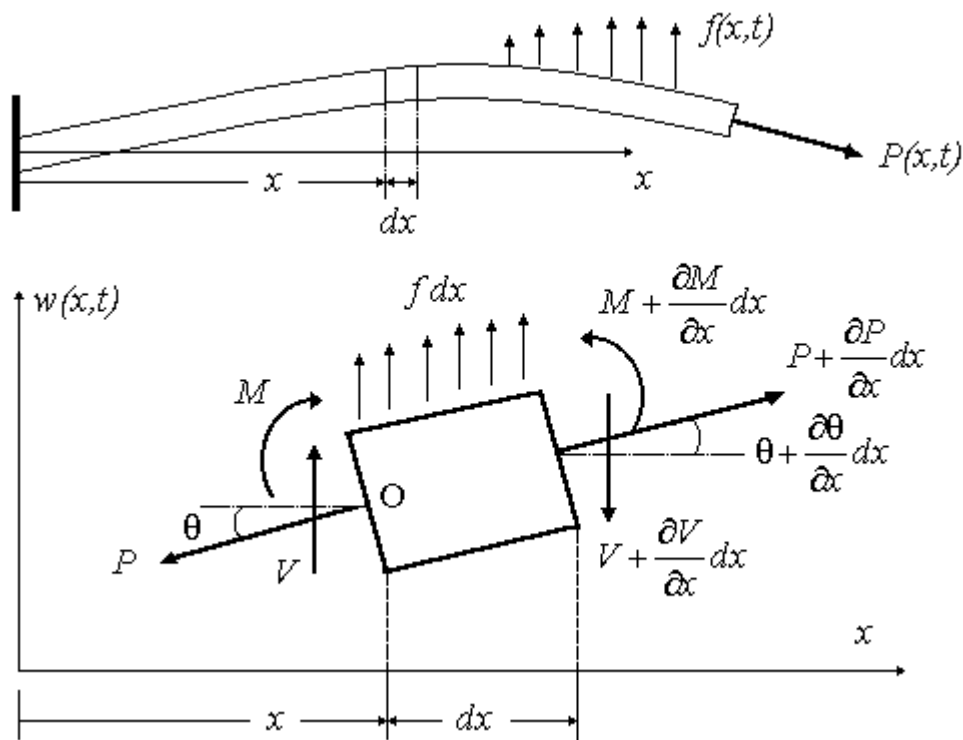
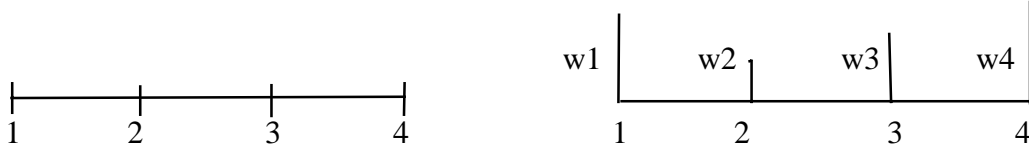


Figura 1 - Elemento de viga submetido a um esforço axial.

A equação diferencial que representa o movimento do cabo é dada pela Eq. (1) e pode ser escrita como:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = f(x,t) \quad (1)$$

Para resolução numérica utiliza-se o Método dos Elementos Finitos. O elemento finito utilizado é o lagrangeano cúbico.



Na representação esquemática anterior; 1, 2, 3 e 4 representam os pontos nodais do elemento e  $w_1, w_2, w_3$  e  $w_4$  representam os deslocamentos nodais do cabo. Os deslocamentos nodais podem ser encontrados, aproximando-se:

$$w(x,t) \cong \tilde{w}(x,t) = \phi_i(x)w_i \quad (2)$$

onde  $w_i$  representa os deslocamentos nodais e  $\phi_i(x)$  representa as funções de interpolação de elementos finitos. Substituindo (2) em (1) e fazendo a excitação externa  $f(x,t)$  nula, obtêm-se:

$$EI \frac{\partial^4 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial t^2} - P \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} = \varepsilon(x,t) \quad (3)$$

onde  $\varepsilon(x,t)$  é um erro cometido devido à aproximação dada em (2). Usando-se o método Galerkin-FEM (Zienkiewicz, 1987), tem-se:

$$\int_0^l \int_0^t \varepsilon(x,t) \phi_j(x) dx dt = 0 \quad (4)$$

onde  $l$  é o comprimento físico do elemento do cabo. Usando (4) em (3), encontra-se a equação do movimento, ou seja:

$$[M_{ji}] \ddot{w}_i + [K_{ji}] w_i = f_j(x,t) \quad (5)$$

onde:

$$\left[ EI \frac{\partial^3 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^3} \phi_j(x) - EI \frac{\partial^2 \tilde{w}(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} + P \frac{\partial \tilde{w}(x,t)}{\partial x} \phi_j(x) \right]_0^l = -f_j(x,t) \quad (6)$$

$$\int_0^l \left( EI \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi_j(x)}{\partial x^2} + P \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} \frac{\partial \phi_j(x)}{\partial x} \right) dx = K_{ji} \quad (7)$$

$$\int_0^l \rho A \phi_i(x) \phi_j(x) dx = M_{ij} \quad (8)$$

Para resolução matemática usa-se o elemento lagrangeano cúbico:

$$\phi_1(\xi) = (-9\xi^3 + 9\xi^2 + \xi - 1) / 16 \quad -1 \leq \xi \leq 1 \quad (9)$$

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 – Comportamento próprio

O cabo utilizado é do tipo IBIS cujos parâmetros são: massa específica=7,9814 [N/m]; rigidez flexural (EI)=11,07 Nm<sup>2</sup> ; comprimento L=13,535 m. Considerou-se o cabo engastado em ambas as extremidades.

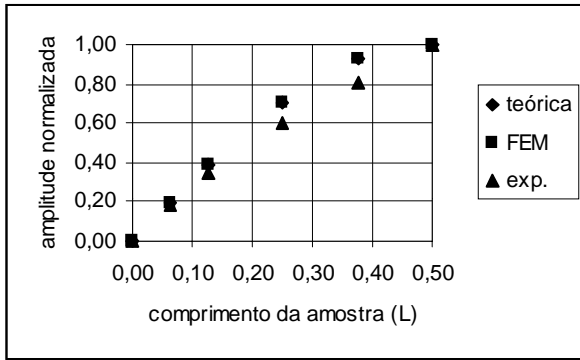
Para levantamento das frequências naturais foram colocados dois acelerômetros no cabo, nas posições L/2 e L/4. Para a identificação modal foram colocados cinco acelerômetros no cabo, nas posições L/2, 3L/8, L/4, L/8 e L/16. A excitação do sistema foi realizada através de um martelo de impacto, na distância de 10 cm do apoio. Os resultados da identificação das frequências naturais estão mostradas na Tab.1 para diferentes valores de tração no cabo. Na solução numérica foram utilizados apenas seis elementos finitos e os autovalores/autovetores foram obtidos através da matriz de estado e com uso do software MATLAB.

Nota-se na Tab. 1 que os valores encontrados para as frequências dos 5 primeiros modos de vibrar apresentam resultados bem satisfatórios. Os resultados teóricos (EPRI, 1979) e calculados numericamente (FEM) apresentam apenas pequenas variações. Os resultados experimentais apesar de próximos dos demais apresentam maiores divergências.

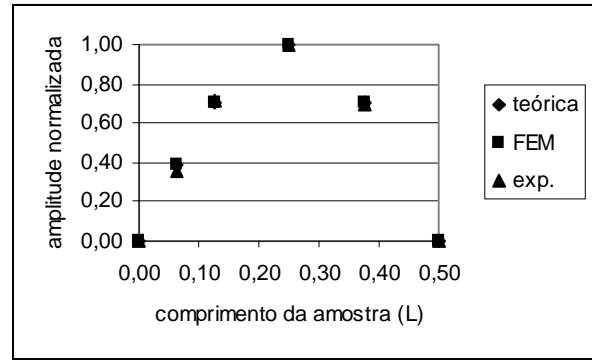
Tabela 1-Comparativo Análise Teórica × FEM×Experimental

Tração [N]	Solução	$\omega_1$ [Hertz]	$\omega_2$ [Hertz]	$\omega_3$ [Hertz]	$\omega_4$ [Hertz]	$\omega_5$ [Hertz]
7291,5	Teórica	3.4971	6.9943	10.4915	13.9886	17.4858
	FEM	3.4973	6.9956	10.4974	14.0116	17.5960
	Experimental	3.5937	7.0625	10.6250	14.1875	17.8175
10703,0	Teórica	4.2370	8.4740	12.7111	16.9480	21.1850
	FEM	4.2371	8.4751	12.7166	16.9719	21.3102
	Experimental	4.3437	8.6250	12.9687	17.3125	21.7187
15863,0	Teórica	5.1582	10.3164	15.4746	20.6328	25.7910
	FEM	5.1583	10.3174	15.4801	20.6585	25.9364
	Experimental	5.2187	10.4750	15.6875	21.0000	26.3125
29744,0	Teórica	7.0632	14.1265	21.1898	28.2531	35.3164
	FEM	7.0634	14.1274	21.1955	28.2838	35.5060
	Experimental	7.1875	14.3750	21.5937	28.8437	36.1250

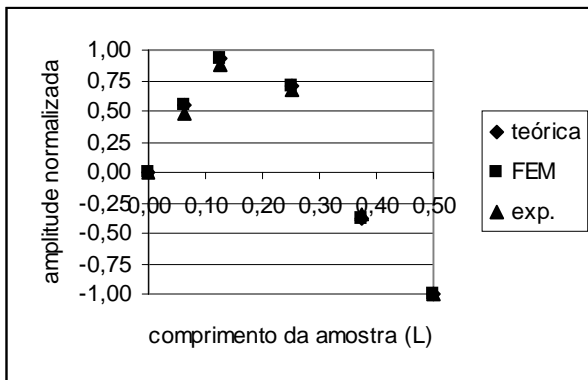
Os resultados da identificação dos modos de vibrar estão mostrados na Fig.2. As amplitudes dos movimentos foram normalizadas em relação à variável de maior amplitude. Nota-se que as amplitudes apresentam uma certa oscilação se comparados os resultados experimentais e teóricos. Para identificação dos parâmetros modais utilizou-se análise direta dos espectros de potência (domínio da frequência) e filtragem digital dos sinais no domínio do tempo.



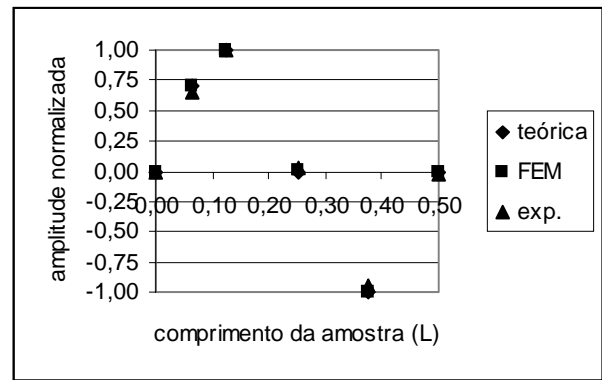
(a) primeiro modo de vibrar



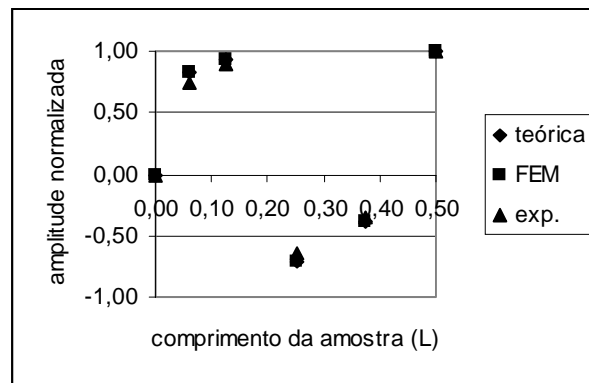
(b) segundo modo de vibrar



(c) terceiro modo de vibrar



(d) quarto modo de vibrar



(e) quinto modo de vibrar

Figura 2 – Modos de vibrar do sistema (solução teórica, FEM e experimental (exp.))

### 3.2 – Comportamento excitado

A Fig. 3 mostra umas das forças a qual o cabo foi submetido através do martelo de impacto.

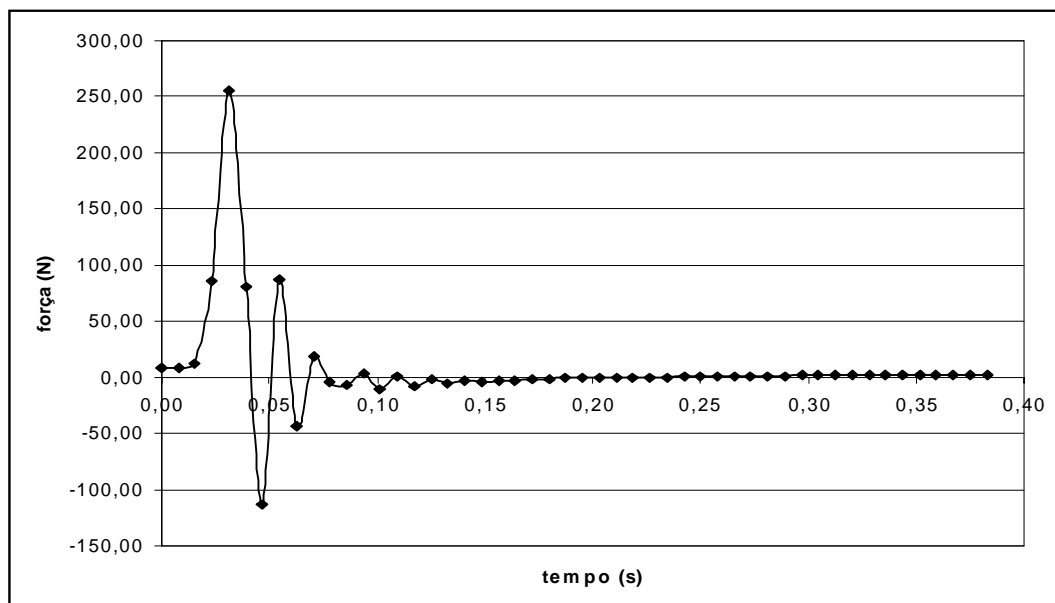


Figura 3 – Força imposta ao sistema através do martelo de impacto.

Como primeira investigação para análise do comportamento excitado do sistema, considerou-se o amortecimento nulo. A Fig. 4 mostra o sinal do acelerômetro localizado no centro do vão (lado esquerdo da figura) e o resultado numérico (lado direito da figura). Nota-se que como a simulação foi feita sem considerar o amortecimento, a amplitude de aceleração continua constante ao longo do tempo. Os resultados apresentados nas Figs. 4-7 e 9-11 são qualitativos e não quantitativos, uma vez que não se preocupou em fazer estimativas de erros e desvios.

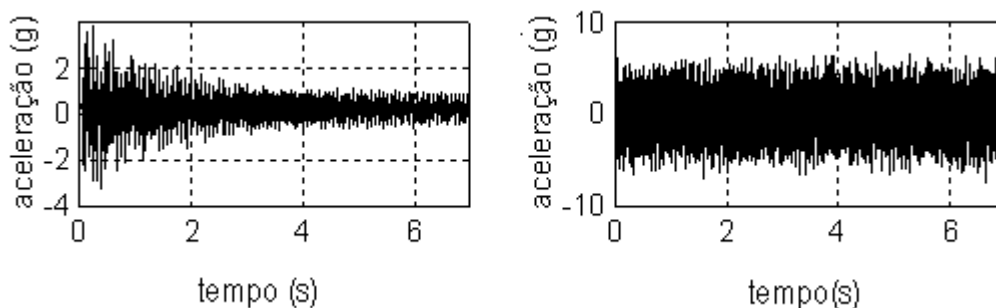


Figura 4 – Resposta experimental e numérica do acelerômetro localizado no meio do vão.

Procurou-se então, modelar o amortecimento contido no sistema. A primeira aproximação foi escolher uma matriz de amortecimento proporcional:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (10)$$

A dificuldade inerente deste modelo é encontrar os valores adequados das constantes  $\alpha$  e  $\beta$ . Como uma primeira aproximação manteve-se  $\beta = 0$  e variaram-se os valores para  $\alpha$ . Os resultados para  $\alpha = 0.4$  e  $\beta = 0$  estão mostrados na Fig. 5, para  $\alpha = 0$  e  $\beta = 0.0000065$  na Fig. 6 e para  $\alpha = 0$  e  $\beta = 0.0000075$  na Fig. 6. Verifica-se nas Figs. 6 e 7 que os resultados experimentais e numéricos são semelhantes.

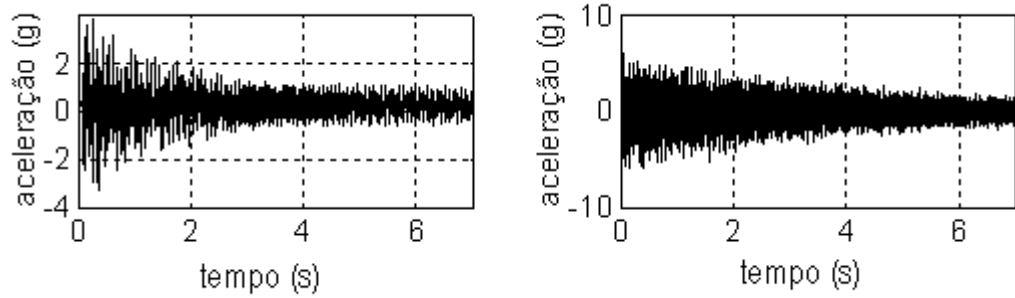


Figura 5 – Resposta experimental e numérica do acelerômetro localizado no meio do vão.

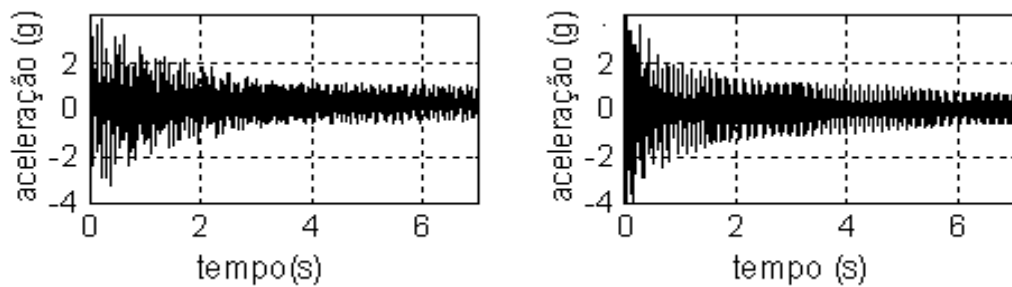


Figura 6 – Resposta experimental e numérica do acelerômetro localizado no meio do vão.

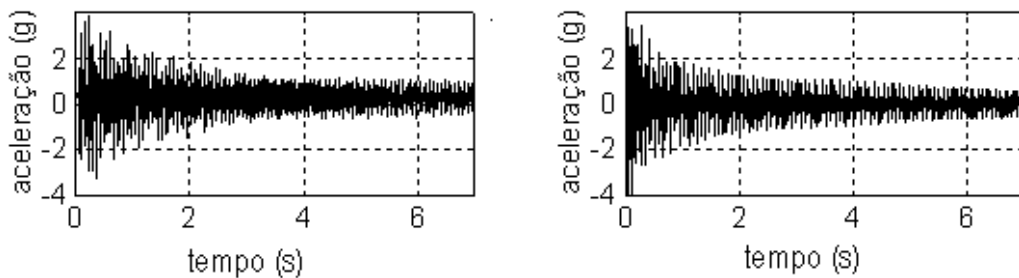


Figura 7 – Resposta experimental e numérica do acelerômetro localizado no meio do vão.

Uma outra tentativa de melhor ajustar a resposta numérica foi trabalhar com a superposição modal. Desta forma, escrevendo a equação do movimento da forma:

$$\ddot{x}_i(t) + 2w_i\xi_i\dot{x}_i(t) + w_i^2x_i(t) = r_i(t) \quad (11)$$

consegue-se estabelecer uma equação para os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ :

$$\alpha + \beta w_i^2 = 2w_i\xi_i \quad (12)$$

Para calcular as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  necessita-se conhecer o fator de amortecimento de pelo menos dois modos de vibrar. Para encontrar o fator de amortecimento dos modos de vibrar, filtrou-se digitalmente o sinal experimental e utilizou-se um filtro elíptico de quarta ordem passa

faixa. Utilizaram-se dois sinais experimentais (duas amostras) e usou-se o valor médio dos fatores de amortecimento modais, como mostra da Fig. 8. Para calcular os fatores de amortecimento usou-se a técnica do decaimento logarítmico.

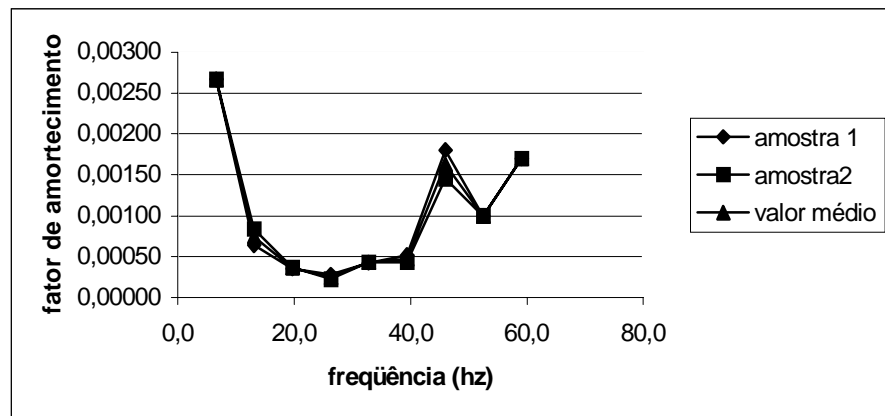


Figura 8 – Fator de amortecimento dos nove primeiros modos de vibrar

Ajustados os fatores de amortecimento, utilizaram-se os valores do quarto e sexto modo de vibrar para encontrar as constantes  $\alpha$  e  $\beta$ . Considerando-se  $\xi_4 = 0.00025$  e  $\xi_6 = 0.0004725$  encontram-se  $\alpha = -0.03859446$  e  $\beta = 0.00000445$ . Estes modos foram escolhidos por apresentarem alta energia modal. A Fig. 9 mostra o comportamento do sistema para estes parâmetros.

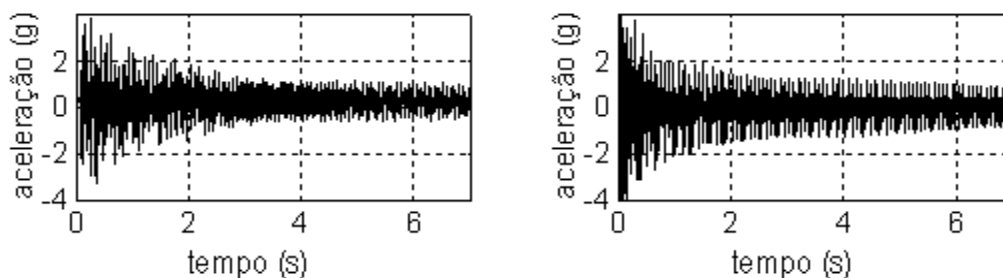


Figura 9 – Resposta experimental e numérica do acelerômetro localizado no meio do vão.

Uma última tentativa de ajustar o modelo foi considerar a influência de vários modos de vibrar na resposta do sistema (técnica de redução modal). Utilizou-se o sistema descrito pela Eq. (11). A Fig. 10 representa a resposta do sistema utilizando-se seis modos de vibrar e a Fig. 11 utilizando-se nove modos de vibrar.

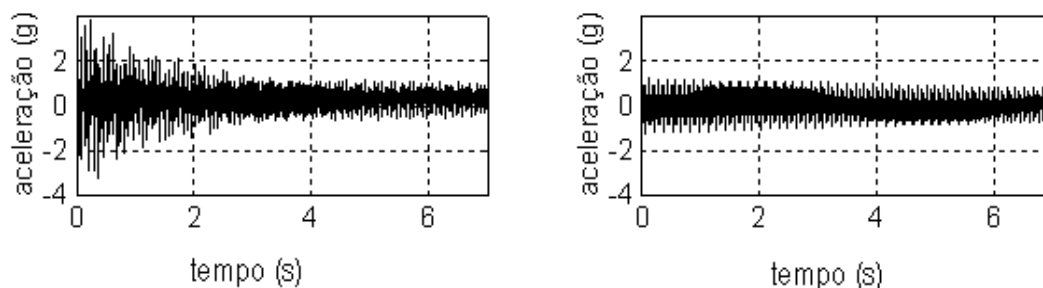


Figura 10 – Resposta experimental e numérica do acelerômetro localizado no meio do vão.



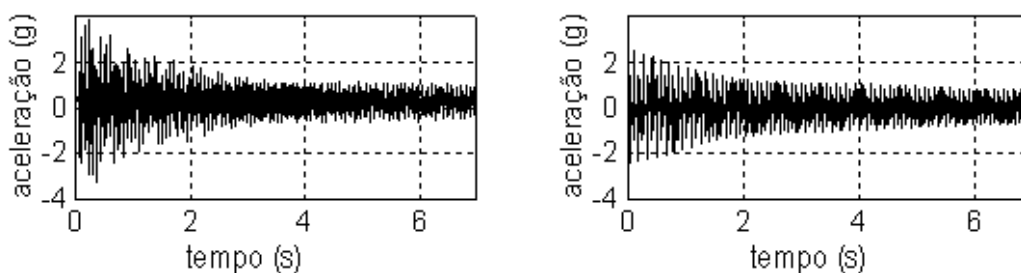


Figura 11 – Resposta experimental e numérica do acelerômetro localizado no meio do vão

#### 4 – CONCLUSÕES

Tentou-se neste trabalho, encontrar um modelo matemático que pudesse representar o comportamento real de um cabo suspenso com uma determinada tração mecânica.

As primeiras investigações foram voltadas para a investigação do comportamento próprio do sistema. Notou-se que houve uma grande aproximação entre os resultados experimentais e teóricos, no tocante às frequências dos modos de vibrar. Nota-se na Fig. 8 que os fatores de amortecimento são baixos o que causa pouca influência nas frequências amortecidas dos modos de vibrar. Os modos de vibrar também apresentaram comportamento satisfatório.

Para tentar validar o comportamento experimental do sistema utilizaram-se várias técnicas na tentativa de modelar o amortecimento próprio do sistema. Verificou-se que trabalhando com os parâmetros de amortecimento é possível conseguir resultados satisfatórios.

Fazendo-se o ajuste dos parâmetros de amortecimento através de dois modos de vibrar não mostrou ser uma técnica boa. Como mostrado na Fig. 8 os fatores de amortecimento não podem ser simplesmente linearizados através do ajuste de uma reta.

Nas Figs. 10 e 11 fica claro que existe a necessidade de se trabalhar com um número elevado de modos de vibrar. O comportamento do sistema para seis e nove modos de vibrar é bem diferente.

Apesar de terem sido mostrados sempre os resultados para apenas uma posição do acelerômetro, as análises sempre foram feitas considerando-se os resultados experimentais e teóricos para os cinco acelerômetros usados.

Restringiu-se o estudo do sistema para os nove primeiros modos de vibrar porque o sinal amostrado continha uma faixa de frequência que permitia apenas a análise destes modos. Verificou-se no trabalho que existe a necessidade da realização de novos ensaios contemplando uma faixa de frequência maior para o sinal experimental.

Em trabalhos futuros, deve-se adotar modelo de amortecimento histerético proporcional que melhor se adaptou ao sistema e utilizar técnicas de propagação não linear para minimizar uma função erro cujos parâmetros do vetor de projeto são os coeficientes de proporcionalidade. A função erro estaria formada pela diferença entre as curvas de resposta ao impulso experimental e a do modelo matemático.

#### REFERÊNCIAS

Barbieri, N., Herek, O. & Souza Jr., O. H., 1999, Automated testing system for overhead line cables. *Journal of Energy Engineering (ASCE)*, v. 125(2) (a ser publicado).

- EPRI – Electric Power Research Institute, 1979, *Transmission line reference book. Wind-induced conductor motion*, Palo-Alto – California.
- Gopalan, T. V., 1993, New excitation system for indoor testing of overhead conductors. *Journal of Energy Engineering (ASCE)*, vol. 119(3), pp. 159-167
- Gopalan, T. V., Durvasula, S. & Nagabhushana, G. R., 1987, Rationale of length scale-down model span testing of transmission lines. *Journal of Energy Engineering (ASCE)*, vol. 113(1), pp. 14-24.
- Haskew, T. A., Gross, C. A. & Grigsby, L. L., 1993, Electromechanical vibration analysis of spacecraft transmission lines. *Electric Power Systems Research*, v. 28, p. 105-110.
- Herek, O., 1997, *Bancada de ensaios mecânicos de cabos condutores a altas temperaturas*, Ph.D. Thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.
- Lin, H. P. & Perkins, N. C., 1995, Free vibration of complex cable/mass systems: theory and experiment. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 179(1), pp. 131-149.
- Nariboli, G. A. & McConnell, K. G., 1988, Curvature coupling of catenary cable equations. *Int. Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 3(2), pp. 49-56.
- Yamaguchi, H. & Adhikari, R., 1995, Energy-based evaluation of modal damping in structural cables with and without damping treatment. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 181(1), pp. 71-83.
- Torres, M. S., 1994, *Medição de amortecimento próprio em cabos utilizando ondas progressivas*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.
- Triantafyllou, M. S. & Yue, D. K. P., 1995, Damping amplification in highly extensible hysteretic cables. *Journal of Sound And Vibration*, vol. 186(3), pp. 355-368.
- Zienkiewicz, O. C., 1987, *The Finite Element Method*, McGraw-Hill, London.

## DYNAMICAL BEHAVIOR OF TRANSMISSION LINE

**Abstract.** *A model to analyze the dynamical behavior of cables is presented. First, analytical and experimental modal analyses are conducted by varying the mechanical load in the cable. After this, a mathematical model using the Finite Element Method (FEM) is used to validate the analyses. To investigate the excited behavior, some models of damping are introduced.*

**Key words:** *Cable, vibration, damping*