



TENSÕES TÉRMICAS RESIDUAIS EM LAMINADOS DE CARBONO/EPÓXI

Flaminio Levy Neto
Eduardo Vaz
Karlo Eric Galvão Dantas
Reinaldo de Melo Maeda

Universidade de Brasília / Departamento de Engenharia Mecânica
UnB / FT / ENM
70.910-900 Brasília - DF

Resumo. *O presente trabalho tem por objetivo formular as relações entre tensões e deformações de laminados de fibra de carbono e resina epóxi. A partir das relações tensão/deformação são introduzidas as relações entre as resultantes de tensão e momento, e as variações nas deformações e curvatura dos laminados, incluindo os efeitos das variações de temperatura e umidade e, em particular, as tensões térmicas residuais.. Utilizando-se dados referentes à situações práticas comuns, foram feitas simulações com o auxílio de um programa desenvolvido com base na formulação apresentada, e obteve-se, no caso estudado, tensões térmicas residuais próximas a 10% da tensão de falha da camada mais solicitada.*

Palavras-chave: *Materiais compósitos, tensões térmicas residuais.*

1. INTRODUÇÃO

Placas laminadas de carbono/epóxi vêm sendo crescentemente utilizadas nas indústrias aeronáutica e aeroespacial, dentre outras. Em função de tais materiais serem fabricados a cerca de 150 graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), para acelerar o ciclo de cura da resina epóxi, e, em seguida, serem normalmente utilizados em temperaturas próximas a 20°C , o cálculo das tensões térmicas residuais reveste-se de primordial importância. O laminado simulado é uma placa plana de carbono/epóxi, composta de 4 camadas superpostas com orientações das fibras, relativamente ao comprimento (direção x) e à largura (direção y) da mesma, iguais a $[-45^{\circ}/45^{\circ}/-45^{\circ}/45^{\circ}]$, ou seja, do tipo anti-simétrico.

Como resultado são apresentados os valores de tensões residuais devidas ao esfriamento, de 150 para 20°C , e são construídas as curvas tensão x espessura da placa (i.e. direção z), para que se possa analisar a magnitude das tensões térmicas residuais e compará-las com a tensão de ruptura do carbono/epóxi.

2. MODELAMENTO MATEMÁTICO

Devido às características de não homogeneidade e de anisotropia as relações tensão-deformação nos materiais compostos são definidas em termos médios. Isto é feito através da comparação com um material homogêneo equivalente. Assim, as tensões (σ) e deformações (ϵ) definidas sobre o volume (V) deste material podem ser escritas na forma:

$$\bar{\sigma}_i = \frac{\int \sigma_i dV}{V} \quad (1)$$

$$\bar{\epsilon}_i = \frac{\int \epsilon_i dV}{V} \quad (2)$$

onde σ_i e ϵ_i são avaliados ponto a ponto sobre o volume (V).

Desta maneira, define-se a rigidez efetiva do material homogêneo equivalente através da relação tensão-deformação, na forma do tensor C_{ij} , como:

$$\bar{\sigma}_i = C_{ij} \bar{\epsilon}_j \text{ para } i,j = 1, 2, \dots, 6 \quad (3)$$

ou, na forma inversa, calculando o tensor $[S] = [C]^{-1}$:

$$\bar{\epsilon}_i = S_{ij} \bar{\sigma}_j \text{ para } i,j = 1, 2, \dots, 6 \quad (4)$$

Os elementos destas matrizes são avaliados com base em ensaios mecânicos de tração pura e cisalhamento puro, sendo por isso chamados de constantes elásticas de engenharia. Os ensaios de tração são feitos nas direções ortogonais das fibras, 1, 2, e 3; e os de cisalhamento nos planos ortogonais (1,2), (2,3), e (3,1). Para um material ortotrópico o estado tridimensional de tensões, na forma matricial torna-se (Gibson, 1994):

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

No caso de um estado de tensões bidimensional, no plano (1,2), conforme ilustrado na Figura 1, sendo 1 a direção das fibras e 2 a transversal a elas, a equação (5) é reduzida à:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\text{onde:} \quad S_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad S_{12} = S_{21} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} = -\frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (7)$$

sendo E_1 e E_2 (Módulos de Elasticidade), G_{12} (Módulo de Cisalhamento) e ν_{12} (coeficiente de Poisson), as constantes elásticas do material ortotrópico. Em termos das tensões, em função das deformações, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

onde:

$$Q_{11} = \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = -\frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = Q_{21} \quad (9)$$

$$Q_{22} = \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{66} = \frac{1}{S_{66}} = G_{12}$$

Desprezando-se as tensões devido ao cisalhamento transversal, ou seja, adotando-se as hipóteses de Kirchhoff (Gibson, 1994) pode-se escrever:

$$\begin{aligned} u &= u^0(x, y) + zF_1(x, y) \\ v &= v^0(x, y) + zF_2(x, y) \\ w &= w^0(x, y) = w(x, y) \end{aligned} \quad (10)$$

onde u , v , e w são deslocamentos ao longo de x , y , e z (vide Fig. 1), respectivamente, e F_1 e F_2 funções arbitrárias. E, substituindo (10) nas equações deslocamento-deformação (Gibson, 1994), sendo as tensões de cisalhamento transversal, assumidas nulas, obtém-se:

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = F_1(x, y) + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = F_2(x, y) + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

A partir da Eq. (11) são calculados F_1 e F_2 , e, substituindo estas equações nas relações deslocamento-deformação para as deformações no plano chega-se a (Gibson, 1994):

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_x^0 + zk_x \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \varepsilon_y^0 + zk_y \\
\gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \gamma_{xy}^0 + zk_{xy}
\end{aligned} \tag{12}$$

onde as deformações na superfície média da placa (i.e. $z = 0$) são:

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x}, \quad \varepsilon_y^0 = \frac{\partial v^0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial v^0}{\partial y} \tag{13}$$

e as respectivas curvaturas, também relativas ao plano médio, são:

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad k_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \tag{14}$$

sendo k_x a curvatura devido à flexão da superfície média no plano xz , k_y a curvatura devido à flexão da superfície média no plano yz , e k_{xy} a curvatura devido à torção da superfície média.

As tensões ao longo dos eixos x e y arbitrários em uma lâmina k são encontrados a partir da rotação das tensões e deformações da Eq. (8), do sistema de coordenadas (1,2) para (x,y), conforme ilustra-se na Figura 1, e obtém-se, de acordo com Gibson (1994):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 + zk_x \\ \varepsilon_y^0 + zk_y \\ \gamma_{xy}^0 + zk_{xy} \end{Bmatrix} \tag{15}$$

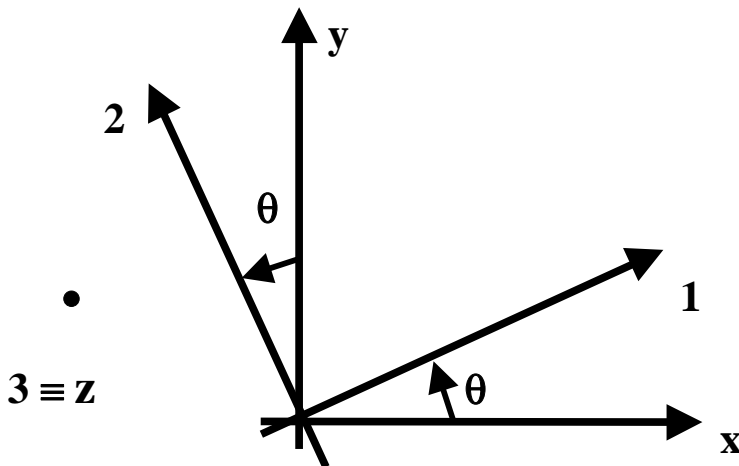


Figura 1 – Sistemas de Coordenadas da Placa (x,y), e solidário às Fibras (1,2).

A rotação entre os sistemas de coordenadas (x,y) e (1,2) é quantificada pelo ângulo θ , e os elementos da matriz $[Q^{\text{barra}}]$ (Eq. 15) são expressos em função dos elementos da matriz $[Q]$ (Eq. 8), e de termos em $\sin(\theta)$ e $\cos(\theta)$.

Uma formulação matricial em termos de resultantes de forças {N} e momentos {M} aplicados, com as deformações, $\{\varepsilon^0\}$, e curvaturas $\{\kappa\}$ do plano médio é mais prática para a análise de placas laminadas, e, de acordo com Gibson (1994), são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{XY} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

onde A_{ij} , B_{ij} e D_{ij} são as matrizes de rigidez extensional, rigidez de acoplamento e a rigidez torsional, respectivamente, dadas por:

$$A_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} (\bar{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (17)$$

$$B_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} (\bar{Q}_{ij})_k z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (18)$$

$$D_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} (\bar{Q}_{ij})_k z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (19)$$

onde: t é a espessura da placa, z é a distância das camadas, $1 \leq k \leq N$, a partir do plano médio, e $i, j = 1, 2$ ou 6 .

Efeitos Higrotérmicos nos Laminados

Os dois efeitos médios de mudanças do ambiente higrotérmico (i.e. umidade e temperatura) no comportamento do laminado são (i) a degradação das propriedades mecânicas e (ii) tensões e deformações residuais. Nesta seção serão discutidas as tensões e deformações residuais, e as predições dos coeficientes de expansão higrotérmicos (α devido à expansão térmica, e β devido à absorção de umidade) do laminado. As hipóteses nestas discussões é de linearidade. Isto é, assume-se que os efeitos mecânicos e higrotérmicos podem ser, inicialmente, tratados separadamente, e, posteriormente, combinados usando a superposição.

O acoplamento entre os efeitos são ignorados em virtude de: (i) as deformações elásticas são instantâneas, e portanto independem do tempo; e (ii) as distribuições de temperatura estabilizam-se após um período transitório que, para lâminas de carbono/epóxi é cerca de 10^6 vezes mais rápido que a estabilização da distribuição da difusão de umidade (Gibson, 1994). Neste caso as equações diferenciais temporais dos fenômenos do item (ii) podem ser desacopladas e resolvidas individualmente.

Os compostos são processados, ou curados, em temperaturas elevadas e então, ao serem utilizados, são resfriados à temperatura ambiente. Devido às diferenças entre: (i) os coeficientes de expansão térmica (CTE, ou α) da fibra e da matriz em cada lâmina; e (ii) os diferentes CTEs de cada lâmina (“k”) no laminado, em decorrência dos distintos ângulos θ de cada camada, tensões residuais ocorrem normalmente na prática. Um resultado particular importante de tensões residuais é que nos laminados não simétricos o acoplamento do tipo Bij pode causar o empenamento e/ou distorção do laminado curado. Por analogia, o mesmo tipo de raciocínio é válido para os coeficientes de expansão devido à absorção de umidade (β) dos laminados de matriz polimérica.

Neste contexto, as deformações totais (i.e. mecânicas, devido à variação de temperatura (ΔT), e devido à concentração de umidade (c)) na k-ésima lâmina são dadas por:

$$\{\varepsilon\}_k = [\bar{S}]_k \{\sigma\}_k + \{\alpha\}_k \Delta T + \{\beta\}_k c \quad (20)$$

e as tensões resultantes são dadas por:

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k (\{\varepsilon\}_k - \{\alpha\}_k \Delta T - \{\beta\}_k c) \quad (21)$$

onde os índices k referem-se à k-ésima lâmina. Se uma lâmina fosse completamente restringida a deslocar-se (p.ex. totalmente engastada nas bordas), a deformação total seria $\{\varepsilon\}_k = 0$, e as tensões higrótérmicas residuais resultantes seriam dadas por:

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k (-\{\alpha\}_k \Delta T - \{\beta\}_k c) \quad (22)$$

Num laminado, contudo, as deformações totais da lâmina geralmente não desaparecem, pois apenas parcialmente restringidas pelas lâminas adjacentes, e neste caso, de acordo com Gibson (1994), são dadas por:

$$\{\varepsilon\}_k = \{\varepsilon^0\} + z\{k\} \quad (23)$$

e as tensões resultantes, incluindo os efeitos higrótérmicos, são dadas por:

$$\{\sigma\}_k = [\bar{Q}]_k (\{\varepsilon^0\} + z\{k\} - \{\alpha\}_k \Delta T - \{\beta\}_k c) \quad (24)$$

As forças resultantes nos laminados por unidade de comprimento, $\{N\}$ (i.e. resultantes de tensão), são encontradas por integração da Eq. (24) sobre a espessura (t) do laminado:

$$\begin{aligned} \{N\} &= \int \{\sigma\}_k dz = \int [\bar{Q}]_k (\{\varepsilon^0\} + z\{k\} - \{\alpha\}_k \Delta T - \{\beta\}_k c) dz \\ &= [A]\{\varepsilon^0\} + [B]\{k\} - \{N^T\} - \{N^M\} \end{aligned} \quad (25)$$

onde as resultantes de tensão térmicas $\{N^T\}$ devido às mudanças na temperatura são dadas por:

$$\{N^T\} = \int [\bar{Q}]_k \{\alpha\}_k \Delta T dz = (\Delta T) \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \{\alpha\}_k (z_k - z_{k-1}) \quad (26)$$

e as resultantes de tensão higroscópicas, $\{N^U\}$, devido à umidade são dadas por:

$$\{N^U\} = \int [\bar{Q}]_k \{\beta\}_k c dz = (c) \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \{\beta\}_k (z_k - z_{k-1}) \quad (27)$$

Similarmente, os momentos resultantes por unidade de comprimento são:

$$\begin{aligned} \{M\} &= \int \{\sigma\}_k z dz = \int [\bar{Q}]_k (\{\epsilon^0\} + z\{k\} - \{\alpha\}_k \Delta T - \{\beta\}_k c) z dz \\ &= [B]\{\epsilon^0\} + [D]\{k\} - \{M^T\} - \{M^U\} \end{aligned} \quad (28)$$

onde as resultantes de momentos térmicos, $\{M^T\}$, devido às mudanças de temperatura são:

$$\{M^T\} = \int [\bar{Q}]_k \{\alpha\}_k \Delta T z dz = \frac{\Delta T}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \{\alpha\}_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (29)$$

e as resultantes de momentos higroscópicos, $\{M^U\}$, devido à umidade são dadas por:

$$\{M^U\} = \int [\bar{Q}]_k \{\beta\}_k c z dz = \frac{c}{2} \sum_{k=1}^N [\bar{Q}]_k \{\beta\}_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (30)$$

Rearranjando as Eqs. (25) e (28), pode-se escrever:

$$\{N\} + \{N^T\} + \{M^U\} = [A]\{\epsilon^0\} + [B]\{k\} \quad (31)$$

e

$$\{M\} + \{M^T\} + \{M^U\} = [B]\{\epsilon^0\} + [D]\{k\} \quad (32)$$

ou

$$\begin{Bmatrix} N^E \\ M^E \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} \quad (33)$$

onde as resultantes de tensão efetivas totais (mecânicas mais higrotérmicas) são:

$$\{N^E\} = \{N\} + \{N^T\} + \{N^U\} \quad (34)$$

e as resultantes de momentos efetivas totais (mecânicos e higrotérmicos) são:

$$\{M^E\} = \{M\} + \{M^T\} + \{M^U\} \quad (35)$$

Alternativamente, a forma invertida da Eq. (33) é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ k \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ B' & D' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N^E \\ M^E \end{Bmatrix} \quad (36)$$

Assim, as tensões nas lâminas para um carregamento combinado mecânico e higrotérmico são determinadas pelo uso do procedimento no qual as deformações e curvaturas do plano médio do laminado (i.e. $z = 0$) são determinados a partir das resultantes de forças e momentos efetivos totais de acordo com a eq. (36), e as tensões no plano das N lâminas determinadas pela Eq. (24).

3. RESULTADOS OBTIDOS

O laminado simulado de carbono/epóxi é composto de 4 camadas unidirecionais (vide Fig. 2) com orientação das lâminas igual a $[-45^\circ/45^\circ/-45^\circ/45^\circ]$. A espessura de cada camada é 0,25mm e o material possui as seguintes propriedades termomecânicas: (Gibson, 1994).

Tabela 1: Propriedades termomecânicas do material

<i>Módulo de Young Paralelo às Fibras - E_1</i>	138 GPa
<i>Módulo de Young transversal às Fibras- E_2</i>	9,0 GPa
<i>Módulo de Cisalhamento - G_{12}</i>	6,9 GPa
<i>Coefficiente de Poisson Maior- ν_{12}</i>	0,3
<i>Resistência à tração paral. às fibras - X_{1T}</i>	1448 MPa
<i>Resistência à compressão paral. fibras - X_{1C}</i>	1172 MPa
<i>Resistência à tração transversal - X_{2T}</i>	48,3 MPa
<i>Resistência à compressão transversal - X_{2C}</i>	248 MPa
<i>Resistência ao cisalhamento - S_{12}</i>	62,1MPa
<i>Coefficiente de exp. térmica paral. fibras - α_1</i>	$0,88 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$
<i>Coefficiente de exp. térmica perp. fibras - α_2</i>	$31,0 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$
<i>Coef. Exp. higroscópica paral. fibras - β_1</i>	0,09 m/m
<i>Coef. Exp. higroscópica perp. fibras - β_2</i>	0,30 m/m

O laminado foi submetido apenas a uma variação de temperatura de -130° , ou seja, ele foi resfriado de 150°C (temperatura de cura da resina epóxi) a 20°C (temperatura de trabalho). Pode-se então verificar, conforme as Figs. 3 a 5, as seguinte distribuições de tensões residuais devido ao efeito exclusivo da temperatura, no sistema de coordenadas (x,y) , conforme Figura 2, já que o laminado não estava sujeito a nenhum tipo de carregamento mecânico. Apesar da elevada resistência mecânica das lâminas na direção das fibras, o esfriamento de 130° (o qual é comum ao se fabricar tais laminados com resinas de cura a quente) foi suficiente para gerar tensões térmicas residuais de compressão da ordem de 10 % da tensão de ruptura do material, conforme detalhado a seguir.



Figura 2 – Laminado com 4 camadas submetido à variação de temperatura.

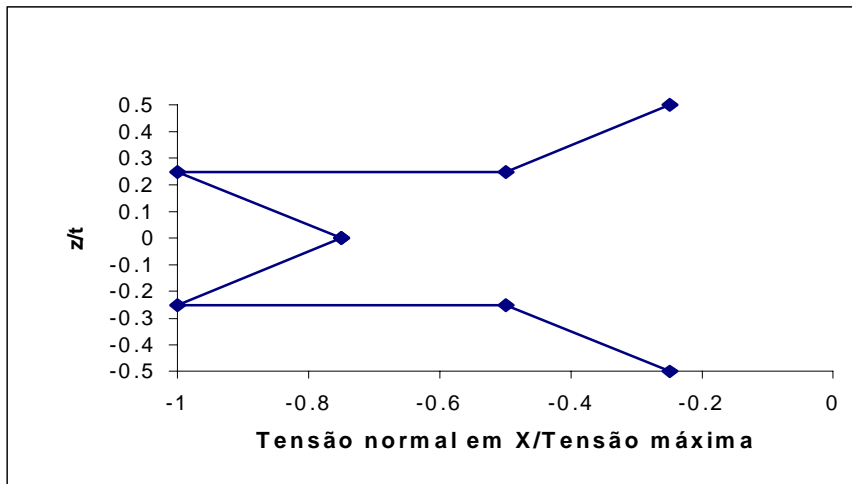


Figura 3 – Tensão normal adimensionalizada (σ_x) em função da espessura.

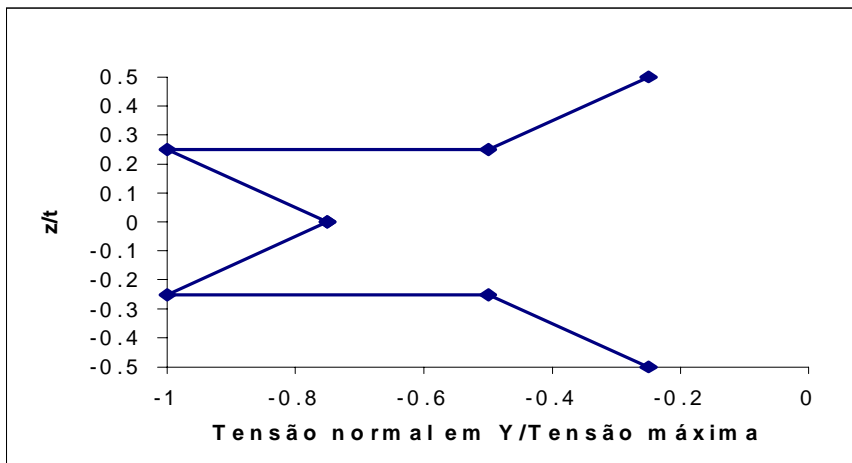


Figura 4 – Tensão normal adimensionalizada (σ_y) em função da espessura.

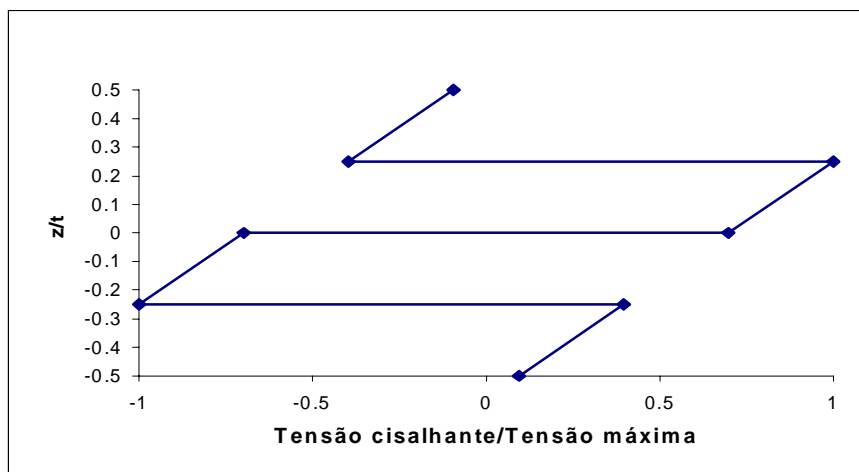


Figura 5 – Tensão cisalhante adimensionalizada (τ_{xy}) em função da espessura.

As tensões térmicas residuais foram obtidas com o uso de um programa de macromecânica de laminados desenvolvido no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília, escrito em linguagem Fortran. Os valores numéricos de σ_x , σ_y , τ_{xy} ,

no sistema de coordenadas (x,y), e de σ_1 , σ_2 e τ_{12} , no sistema (1,2) (i.e. direções paralelas e transversais às fibras, conforme Fig. 2), são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2: Valores das tensões nas camadas do laminado

Camada	σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_1	σ_2	τ_{12}	Z
1 superior	-12.694	-12.694	4.341	-17.035	-8.352	.000	-.500
1 inferior	-25.438	-25.438	18.331	-43.769	-7.107	.000	-.250
2 superior	-50.927	-50.927	-46.309	-97.236	-4.618	.000	-.250
2 inferior	-38.182	-38.182	-32.320	-70.502	-5.863	.000	.000
3 superior	-38.182	-38.182	32.320	-70.502	-5.863	.000	.000
3 inferior	-50.927	-50.927	46.309	-97.236	-4.618	.000	.250
4 superior	-25.438	-25.438	-18.331	-43.769	-7.107	.000	.250
4 inferior	-12.694	-12.694	-4.341	-17.035	-8.352	.000	.500

4. CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Pode-se observar que os valores das tensões térmicas residuais são bastante significativos, comparando-se σ_1 e σ_2 com os valores correspondentes listados na Tabela 1, chegando a ser da ordem de 8,3% da tensão de ruptura do material, ao se comparar $\sigma_1 = -97,2$ MPa, no topo da segunda camada (Tabela 2), com $X_{1C} = 1172$ MPa. É portanto indispensável levar em consideração o efeito da temperatura no cálculo estrutural utilizando-se materiais compósitos. Adicionalmente, nota-se que os valores **máximos** absolutos das tensões térmicas residuais, conforme Tabela 2 e Figuras 3 a 5, sempre ocorrem na segunda ou terceira camada, e, portanto, não são visíveis nas superfícies superior (camada 1) e inferior (camada 4) do laminado. Assim, caso as tensões residuais provoquem algum dano, esse só poderá ser detectado através de raios-x, ultrassom, ou outra técnica não destrutiva equivalente.

Agradecimentos. Agradecemos ao CNPq (Processo 520102/98-3) pelo suporte a esta investigação, e ao Prof. Dr. Antônio César Pinho Brasil Jr, da UnB, pôr ter incentivado seus alunos de Mecânica dos Meios Contínuos a realizarem este trabalho.

5. REFERÊNCIAS

Gibson, R. F., 1994, Principles of Composite Materials Mechanics, Mc Graw Hill.

Abstract. *The objective of this work was to formulate the relations between stresses and strains in carbon/epoxy laminates. From these relations, a matrix equation relating the vector of loads (stress and moments resultants) with the vector of strains and curvatures of the middle surface of laminates was obtained. The formulation includes residual stresses and thermal effects. A computer code, based on the formulation presented in this work, was written, and some simulations concerned with practical situations were carried out. Residual thermal stresses of about 10% of the strength of the material were obtained, indicating that the thermal analysis is important in the design of fiber reinforced plastic structural components.*

Key words: *Composite materials, residual thermal stresses.*