



DINÂMICA ESTRUTURAL E CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM PONTES

P. A. Lopez-Yanez

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia

Pós-graduação em Engenharia Mecânica – João Pessoa, PB 58059-900, BR

J. T. G. de Sousa

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia

Pós-graduação em Engenharia Mecânica – João Pessoa, PB 58059-900, BR

***Resumo.** Neste artigo, demonstra-se a eficiência de um mecanismo de controle passivo proposto, para atenuar as vibrações transversais de uma viga de ponte, oriundas da ação do tráfego dos veículos. O mecanismo utilizado é formado por tirantes de aço protendidos em conjunto com um poste central e uma placa retangular de material viscoelástico. O modelamento da estrutura primária e sua associação com o mecanismo de controle passivo é feito com base no método dos elementos finitos para vigas e a ação dos veículos representada por uma carga impulsiva, que salta sobre os nós da estrutura a uma velocidade constante. Como resultado, obtém-se a resposta do sistema para o carregamento dinâmico considerado, onde pode-se verificar a eficiência do mecanismo para o controle.*

***Palavras-chave:** dinâmica de pontes, controle passivo, amortecedor viscoelástico*

1. INTRODUÇÃO

Vigas de pontes são elementos flexíveis, portanto estão sujeitas a vibrações provocadas pela a passagem dos veículos ou pela ação do vento. Esta situação tanto pode afetar a integridade da estrutura como também causa desconforto aos seus usuários. O controle das vibrações em pontes, provocadas pela ação do tráfego de veículos, tem sido objeto de estudo de vários pesquisadores. Dentre os trabalhos publicados nessa área, pode-se mencionar as pesquisas realizadas por Abdel-Rohman & Leipholz (1978), (1980) e Abdel-Rohman & Nayfeh (1987). Todos estes trabalhos demonstram a eficiência do controle das oscilações longitudinais em vigas de pontes utilizando-se um sistema de tirantes e atuadores.

A utilização de mecanismos de controle ativo para reduzir as vibrações em sistemas, apesar de ter sua eficiência comprovada em muitos casos, enfrenta dificuldades para sua implementação prática em obras de construção civil, dada a dificuldade de se encontrar atuadores de potência e velocidade adequadas às massas envolvidas e ao tempo de excitação. Assim, a utilização de mecanismos de controle passivo tais como osciladores sincronizados (Crandall,1973), postes e tirantes protendidos (Michalopoulos et al. 1997) e amortecedores

viscoelásticos (Zhang et al. 1989) fornecem uma alternativa, dentro de suas limitações, para a redução dos efeitos nocivos das vibrações.

Neste trabalho, apresenta-se um mecanismo de controle passivo usado para aliviar as vibrações de uma viga de ponte de concreto, provocadas pela ação de uma carga impulsiva que salta sobre os nós da estrutura, percorrendo toda sua extensão a uma velocidade constante. Este trabalho, é dividido em três etapas, onde na primeira desenvolve-se o procedimento usado para o modelamento do sistema e do carregamento atuante. Depois, resumidamente, mostra-se, com base no trabalho de Zhang et al. (1989), como avaliar o efeito dos amortecedores viscoelásticos sobre o fator de amortecimento modal do sistema. Finalmente, na parte dos resultados pode-se observar a resposta no tempo do sistema com e sem o uso dos amortecedores e assim verificar sua eficiência na redução das vibrações do sistema.

2. MODELAMENTO DO SISTEMA E DO CARREGAMENTO

2.1 Representação Gráfica

A estrutura analisada consiste de uma viga de ponte simplesmente apoiada, acoplada a um sistema composto por um poste central e um par de tirantes protendidos. Além disso, para aumentar o amortecimento do sistema foi dimensionada uma placa de material viscoelástico, a ser colocada entre a ponte e o poste (Fig. 1).

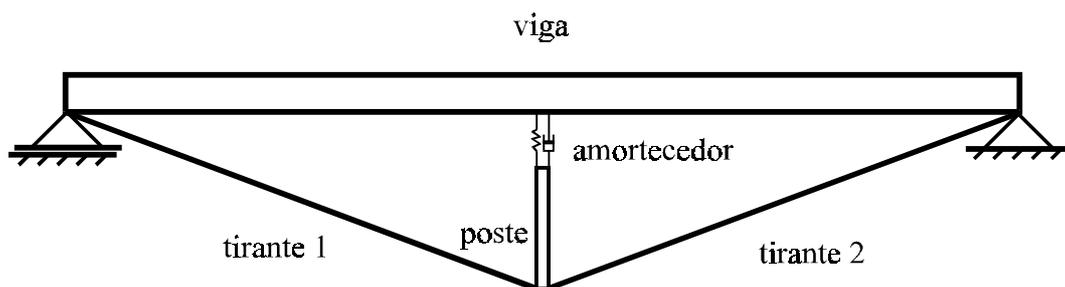


Figura 1 – Representação gráfica do sistema

2.2 Modelamento do Sistema

Para o modelamento, a estrutura é decomposta em várias vigas as quais estão ou sob flexão ou sob extensão, conforme o tipo de esforço predominante. As convenções para os deslocamentos em cada tipo de barra são mostradas na Fig. 2, enquanto os sinais para as reações elásticas são dados na Fig. 3.

As equações matriciais, segundo Lopez-Yanez & Sousa (1997), que relacionam cada deslocamento às forças nas extremidades das vigas, são apresentadas na continuação.

Vigas sob extensão. Para o caso de vigas sob extensão a equação matricial pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ N_f \end{Bmatrix} = \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_i \\ n_f \end{Bmatrix} + \rho Al \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{n}_i \\ \ddot{n}_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N_i^F \\ N_f^F \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde N_i e N_f são as reações elásticas normais, n_i e n_f os deslocamentos associados as reações, N_i^F e N_f^F as reações de engaste perfeito, sendo os índices i e f correspondentes às

extremidades inicial e final da barra. A é a área da seção transversal da peça, l o seu comprimento e ρ e E , a densidade e o módulo de Elasticidade do material, respectivamente, (Fig. 2).

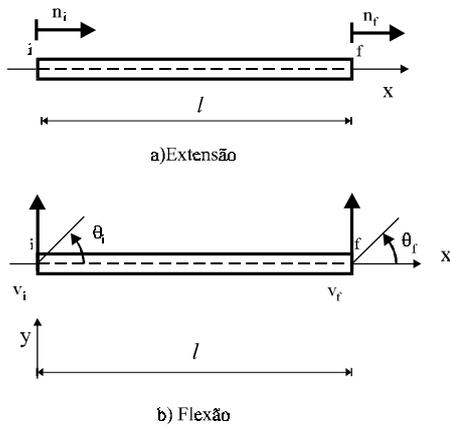


Figura 2 - Deslocamentos

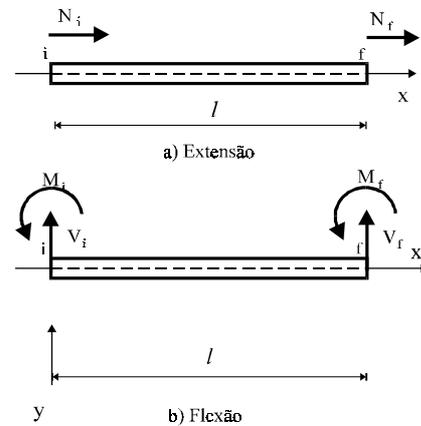


Figura 3 – Reações elásticas

Vigas Sob Flexão. As vigas submetidas a flexão podem ser analisadas mediante a seguinte equação matricial:

$$\begin{Bmatrix} V_i \\ M_i \\ V_f \\ M_f \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_i \\ v_f \\ \theta_f \end{Bmatrix} + \frac{\rho Al}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_i \\ \ddot{\theta}_i \\ \ddot{v}_f \\ \ddot{\theta}_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} V_i^F \\ M_i^F \\ V_f^F \\ M_f^F \end{Bmatrix} \quad (2)$$

sendo, V_i e V_f as reações elásticas transversais ao eixo da peça, v_i e v_f os deslocamentos transversais V_i^F e V_f^F as reações de engaste perfeito, M_i e M_f os momentos elásticos, θ_i e θ_f as rotações, e M_i^F e M_f^F os momentos de engaste perfeito, onde os índices são relativos às extremidades inicial e final de uma barra de rigidez a flexão EI , (Fig. 3).

2.3 Modelamento do Carregamento Dinâmico

No presente trabalho, apresenta-se um modelo simplificado para o carregamento proposto, gerado pelo tráfego de veículos. O carregamento dinâmico adotado para representar o movimento de um veículo baseia-se na hipótese de que como as dimensões transversais da estrutura são bem inferiores às longitudinais, o veículo pode ser representado por uma carga concentrada que percorre toda a extensão da ponte com velocidade constante (Huang,1976). Além disso, a estrutura é discretizada num grande número de elementos de barra e a carga concentrada pode ser substituída por uma força impulsiva móvel que salta sobre os nós da viga percorrendo toda sua extensão com velocidade constante (Fig. 4). Deve-se ressaltar, no entanto, que este tipo de carregamento é consideravelmente mais severo, do que a atuação de carga concentrada percorrendo a extensão da ponte para uma velocidade constante, o que garante que os resultados encontrados estarão sempre a favor da segurança.

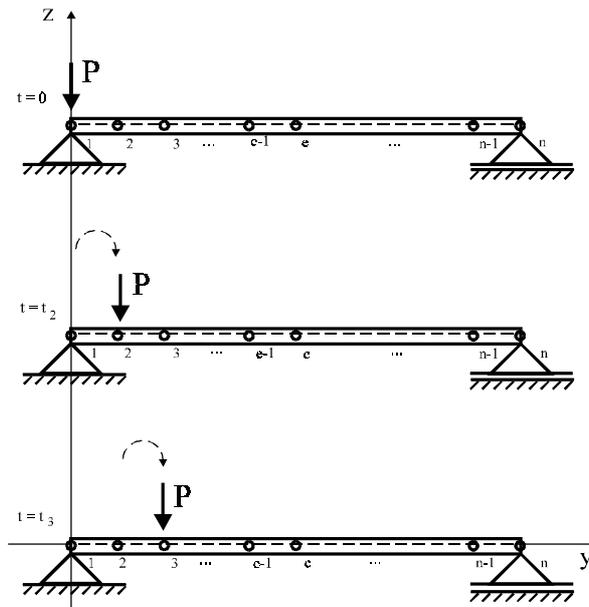


Figura 4 – Carregamento ao longo do tempo

2.4 Graus de Liberdade do Sistema

A Figura 5 mostra uma representação gráfica da estrutura, seus nós e elementos, e dos graus de liberdade admitidos para o sistema estudado.

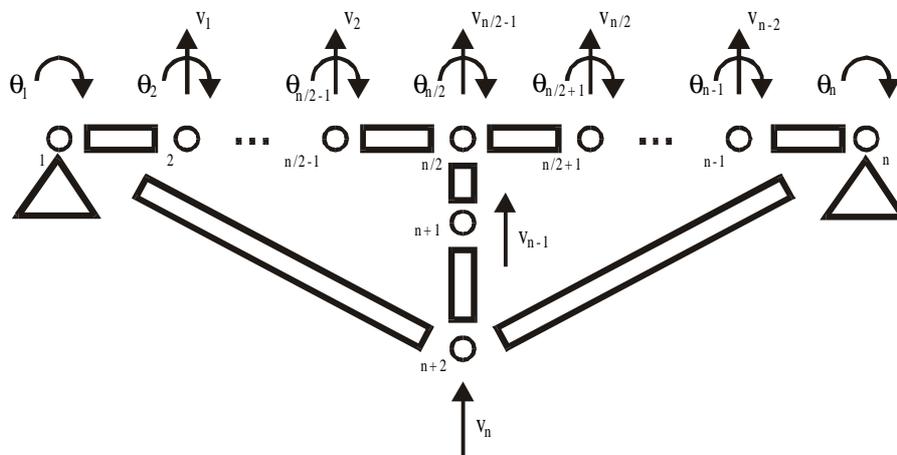


Figura 5 – Graus de liberdade do sistema

2.5 Equações do Movimento Não Amortecido do Sistema

As equações do movimento não amortecido são obtidas fazendo a análise do equilíbrio para cada nó, mediante as Eqs.(1) e (2). Desta maneira determina-se:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{P(t)\} \quad (3)$$

sendo $[M]$ a matriz de massa, $[K]$ a matriz de rigidez e $\{x\}$ o vetor dos deslocamentos. Já o vetor $\{P(t)\}$, representa o carregamento dinâmico atuante, que neste caso consiste de uma

carga impulsiva com amplitude de 225(KN), que percorre a extensão da viga com velocidade constante.

O amortecimento presente no sistema é calculado com base na teoria apresentada na seção 3 e as soluções para as equações do movimento amortecido, podem ser obtidas através do método da soma dos modos ortogonais e a integral de Duhamel (Thomson, 1978).

3. CÁLCULO DO FATOR DE AMORTECIMENTO MODAL

3.1 Propriedades dos Amortecedores Viscoelásticos.

Um material viscoelástico, quando submetido a uma deformação do tipo harmônica (Fig. 6), apresenta características combinadas de um sólido elástico e de um líquido viscoso, isto é, após um ciclo completo de deformação, o material retorna a sua forma original. Porém, durante o ciclo, ocorre uma certa liberação de energia que se evidencia pelo aquecimento do material. Assim, para uma deformação relativa escrita como:

$$\gamma = \gamma_0 \text{ sen } \omega t \quad (4)$$

a expressão da tensão pode ser escrita como

$$\sigma = \sigma_0 \text{ sen}(\omega t + \delta) \quad \therefore \quad \sigma = \sigma_0 (\text{sen } \omega t \cos \delta + \cos \omega t \text{ sen } \delta) \quad (5)$$

onde γ_0 é a amplitude de deformação relativa e σ_0 é a amplitude da tensão. A Figura 5 mostra esta defasagem entre a tensão e a deformação.

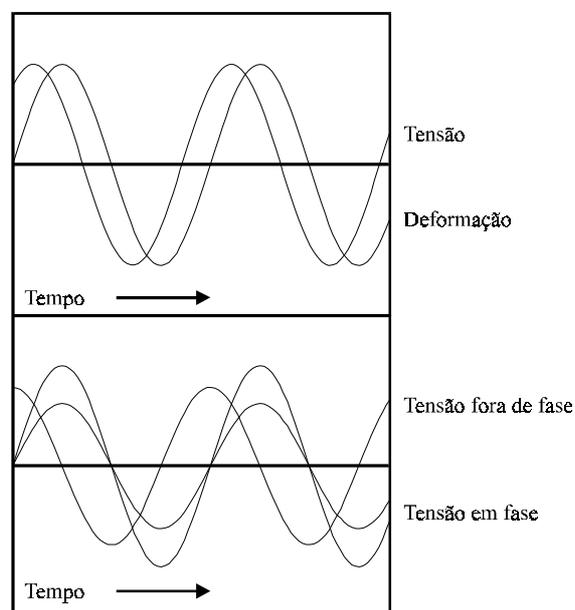


Figura 6 - Deformação e Tensão ao Longo do Tempo

Quando o comportamento elástico do material é considerado ($E_E = \sigma_0 / \gamma_0$), a expressão para a tensão escrita em função da amplitude de deformação é dada por,

$$\sigma = \gamma_o [E'(\omega) \text{sen}(\omega t) + E''(\omega) \text{cos}(\omega t)] \quad (6)$$

sendo $E' = (\sigma_o / \gamma_o) \text{cos} \delta$ e $E'' = (\sigma_o / \gamma_o) \text{sin} \delta$, quantidades funções da frequência ω e podem ser denominadas como módulo de elasticidade longitudinal de armazenamento e de perda, respectivamente.

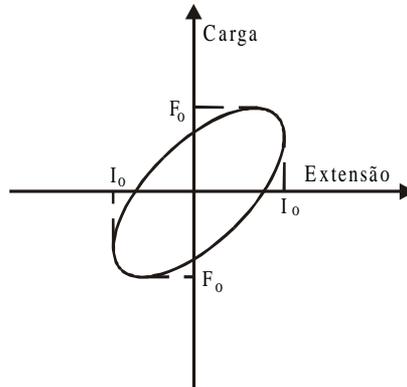


Figura 7 - Diagrama carga extensão

Após um ciclo de deformação harmônica, o gráfico carga versus extensão forma um ciclo histerético, Fig. 6. A área dentro deste gráfico é igual a energia dissipada por ciclo. Esta quantidade pode ser escrita em função de E'' e γ_o , como

$$E_o = \int_0^{2\pi/\omega} \sigma \left(\frac{d\gamma}{dt} \right) dt = \pi \gamma_o^2 E''(\omega) \quad (7)$$

para uma unidade de volume de material viscoelástico.

Finalmente, a energia total dissipada num ciclo por um amortecedor de volume total V é dada por

$$E_d = E_o V = \pi \gamma_o^2 E''(\omega) V, \quad (8)$$

onde para um dado material VE sob certas frequências, as dimensões de V e o módulo de perda $E''(\omega)$, podem ser considerados constantes.

3.2 Determinação do efeito do amortecimento

De forma geral, qualquer amortecedor pode ser interpretado como um tipo de absorvedor de energia ou dissipador. Ou seja, o seu efeito pode ser avaliado em termos de uma razão de amortecimento equivalente, que é proporcional à razão entre a energia dissipada num ciclo E_d e a máxima energia de deformação E_{ms} . No caso de um sistema com um único grau de liberdade, uma fórmula que pode ser usada para o cálculo da razão de amortecimento equivalente é:

$$\xi_{eq}^1 = \frac{E_d}{4\pi E_{ms}} \quad (9)$$

No presente trabalho, a Eq.(9) é generalizada para um sistema de muitos graus de liberdade, da seguinte maneira (Zhang et al.,1989)

$$\xi_{eq}^n = \frac{E_d^n}{4\pi E_{ms}^n} \quad (10)$$

sendo ξ_{eq}^n a razão de amortecimento modal equivalente, E_d^n a energia dissipada pelo amortecedor VE no n-ésimo modo e E_{ms}^n a máxima energia de deformação deste modo.

Uma forma conveniente de se obter a máxima energia de deformação para cada modo de vibração é simular a estrutura não amortecida usando a excitação estudada e antes de se realizar a conversão para as variáveis reais, determinar os pontos de máximos valores para as variáveis nodais. A matriz gerada a partir dos máximos deslocamentos nodais, tem suas colunas transformadas em deslocamentos reais da estrutura, mediante multiplicação pela matriz de transformação modal (Thomson, 1978). Assim, a matriz com os máximos deslocamentos modais, em coordenadas reais, pode ser redigida como,

$$[X] = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{1j} \\ X_{21} & X_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{2j} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ X_{i1} & X_{i2} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{mn} \end{bmatrix} \quad (11)$$

sendo x_{mn} o máximo deslocamento do nó m no n-ésimo modo.

Finalmente a máxima energia de deformação de um modo n pode ser calculada mediante,

$$E_{ms}^n = \frac{1}{2} \{x_n\}^T [K] \{x_n\} \quad (12)$$

onde [K] é a matriz de rigidez do sistema.

O cálculo da energia dissipada pelos amortecedores é feito com base nas deformações reais de cada amortecedor usando Eq.(8). Tais deformações são determinadas através da matriz de máximos deslocamentos reais em cada modo, assim

$$E_d^n = \pi \sum_k \left(\frac{u_{kn}}{l_{amortecedor}} \right)^2 E''(\omega) V_j \quad (13)$$

sendo u_{nk} a deformação real do k-ésimo amortecedor no n-ésimo modo e $l_{amortecedor}$ é a espessura do amortecedor.

A razão de amortecimento modal final da estrutura é determinada considerando-se o efeito dos amortecedores VE mais o amortecimento próprio da estrutura, que é responsável pela energia dissipada internamente através dos elementos estruturais. Assim, a primeira parte é calculada mediante a Eq.(10); já para a segunda parcela estimou-se um valor de 1% (Veletsos & Huang,1970).

4. RESULTADOS

Considerando-se 103 nós no sistema (101 na viga principal e dois nas extremidades do poste), um modelo pode ser desenvolvido usando o software MATLAB (Shahian & Hassul,1993). A solução encontrada para a equação diferencial mostra o comportamento da estrutura ao longo do tempo. No problema são usados, para a ponte: módulo de elasticidade longitudinal, E_{ponte} , é 29000(MPa), módulo de elasticidade transversal, G_{ponte} , é 1210(MPa) e a densidade, ρ_{ponte} , é 2500(Kg/m³); para o poste: comprimento, l_{poste} , é 4,90(m), rigidez a extensão, EA_{poste} , é 2470,02(MN) e a densidade, ρ_{poste} , é 7850(Kg/m³); para os tirantes: comprimento, l_{tirante} , é 5,81(m), rigidez a extensão, EA_{tirante} , é 157,71(MN) e a densidade, ρ_{tirante} , é 7850(Kg/m³); para o amortecedor viscoelástico: comprimento, $l_{\text{amortecedor}}$, é 0,10(m), a rigidez a extensão, $EA_{\text{amortecedor}}$, é 7,04(MN) e a defasagem entre a tensão e a deformação, δ , 75°.

As Figuras 7, 8, 9 e 10 mostram os históricos da deformação vertical central da viga do sistema, com e sem os sistema de controle passivo, considerando-se duas velocidades para o móvel (V), 60Km/h e 100Km/h, onde observa-se o efeito do amortecimento adicional.

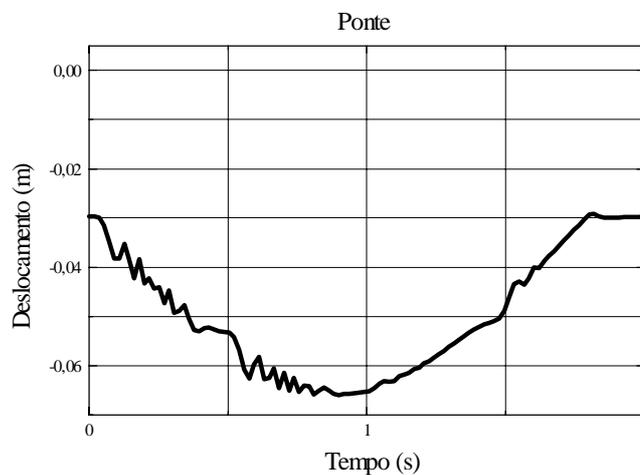


Figura 8 - Histórico da flecha central da ponte o para V = 60Km/h

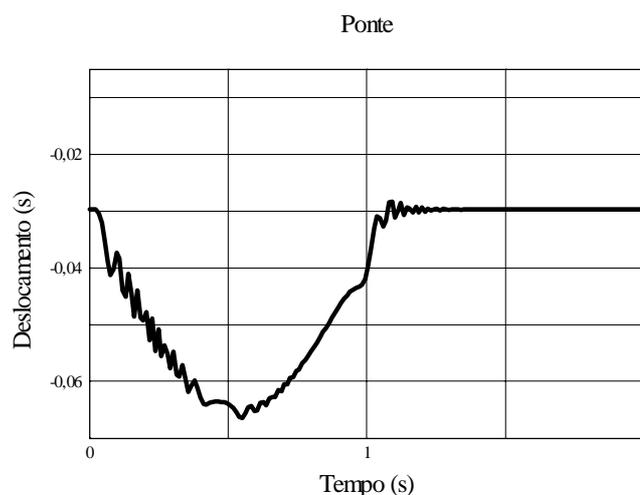


Figura 8 - Histórico da flecha central da ponte o para V = 100Km/h

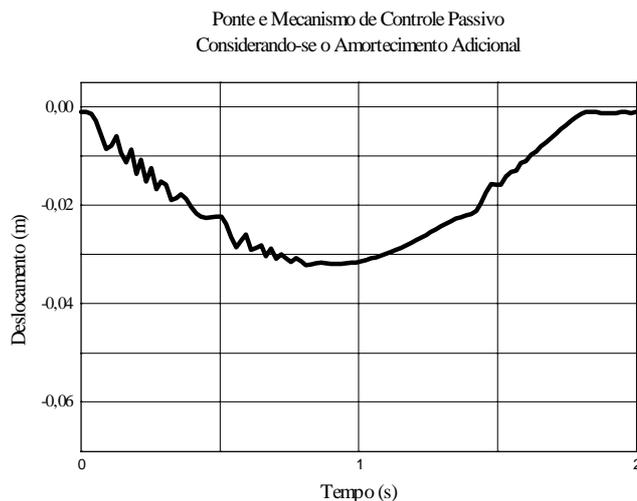


Figura 9 – Histórico da flecha central da ponte o para $V = 60\text{Km/h}$

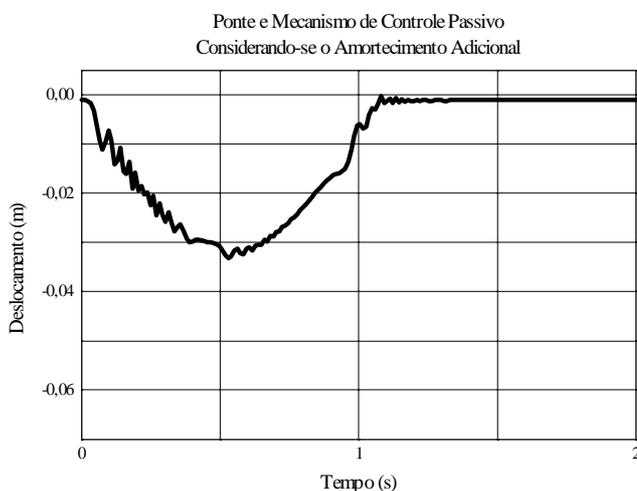


Figura 10 – Histórico da flecha central da ponte o para $V = 100\text{Km/h}$

5. CONCLUSÃO

Um mecanismo para o controle passivo das vibrações transversais de uma estrutura submetida a um carregamento dinâmico é apresentado. O sistema principal estudado é uma viga de concreto simplesmente apoiada, já a excitação usada é uma carga concentrada impulsiva que percorre o vão da ponte com velocidade constante. O sistema auxiliar usado para o controle passivo da ponte consiste em uma associação de um poste e tirantes de aço com um amortecedor viscoelástico. Os resultados colocados em gráficos mostram a variação no tempo do grau de liberdade da estrutura correspondente a flecha central da viga principal, para os casos da viga sem e com o sistema de controle passivo. Na análise dos dados encontrados, verifica-se uma considerável redução nas amplitudes das deformações (estáticas e dinâmicas) e no tempo de acomodação da estrutura. Isto possibilita um aumento no conforto dos usuários da estrutura, bem como também, uma maior economia na escolha das dimensões dos elementos ponte.

REFERÊNCIAS

- Abdel-Rohman, M. & Leipholz, H. H., 1978, Active Control of Flexible Structures, Journal of the Structural Division, vol. 104, n. ST8, pp. 1251-1266.
- Abdel-Rohman, M. & Leipholz, H. H., 1980, Automatic Active Control of Structures, Journal of the Structural Division, vol. 106, n. ST3, pp. 663-677.
- Abdel-Rohman, M. & Nayfeh, A. H., 1987, Active Control of Nonlinear Oscillations in Bridges, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 113, N^o EM3, Pg. 303-315.
- Crandall, S. H. & Mark, 1973, Random Vibration in Mechanical Systems, New York.
- Lopez-Yanez, P. A & Sousa, J. T. G., 1997, Análise dinâmica de Pontes Considerando-se um Sistema de Controle Sob a Pista, Anais do XVIII CILANCE, Vol. 4, Pg. 2003-2010.
- Michalopoulos, A., Stavroulakis, G. E., Zacharenakis, E. C. & Panagiotopoulos, P. D., 1997, Prestressed tendon Based Passive Control System for Bridges, Computers & Structures, Vol 63, N^o 6, Pg. 1165-1175.
- Shahian, B. & Hassul, M. Control System Design Using MATLAB, Prentice-Hall International, New Jersey.
- Thomson, W. T., 1978, Teoria das Vibrações com Aplicação, Interciência, Rio de Janeiro.
- Veletsos, A. S. & Huang T., 1970, Analysis of Dynamic Response of Highway Bridges, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 96, N^o EM5, Pg. 593-620.
- Zhang, Ri-Hui, Soong, T. T. & Mahmoodi, P., 1989, Seismic Response of Steel Frame Structures With Added Viscoelastic Dampers, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 18, Pg. 389-396.

STRUCTURAL DYNAMICS AND VIBRATION CONTROL OF BRIDGES

P. A. Lopez-Yanez

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia
Pós-graduação em Engenharia Mecânica – João Pessoa, PB 58059-900, BR

J. T. G. de Sousa

Universidade Federal da Paraíba, Centro de Tecnologia
Pós-graduação em Engenharia Mecânica – João Pessoa, PB 58059-900, BR

***Abstract.** In this paper, the effect of a passive control mechanism to mitigate the transversal vibrations in a concrete bridge beam due to vehicle traffic is shown. The mechanism used is formed for prestressed steel tendons with a central post and a rectangular plate of viscoelastic material. The modeling of the primary structure and its association with the passive control mechanism is realized through finite element method to beams and the action of the vehicles is represented for a impulsive load jumping on the nodes of the bridge beam with constant velocity. The results, shown the response of the system to the dynamic loading, where can be verify the effects of the mechanism and the damper to the control.*

***Key-words:** dynamic of bridges, passive control, viscoelastic damper*