



## COMPORTAMENTO DO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO DINÂMICO EM RELAÇÃO AO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO ESTÁTICO, APLICADO A EIXOS-ÁRVORES

**LUIZ DARÉ NETO**

**ODILSON COIMBRA FERNANDES**

**EDUARDO CARLOS BIANCHI**

Universidade Estadual Paulista - UNESP, Depto . de Engenharia Mecânica

Av. Luiz Edmundo C. Coube, s/n, Vargem Limpa, Bauru, S.P, Brasil, CEP 17033-360

**RESUMO.** No dimensionamento de eixos-árvores, submetidos a cargas dinâmicas e que apresentam entalhes, devido às dificuldades de se obter o valor do Fator de Concentração de Tensão à Fadiga, é usual se utilizar o Fator de Concentração de Tensão Estático, embora seja uma prática incorreta. Neste trabalho foi feita uma análise para selecionar a melhor entre duas propostas que **relacionem** estes dois fatores, tendo como finalidade a sua utilização em projetos; nesta análise, leva-se em consideração o raio do fundo do entalhe e a constante do material.

Nos testes foram utilizados cinco tipos de corpos de prova, sendo um sem entalhe e outros quatro com diferentes concentradores de tensão; o material dos corpos de prova é aço com baixo carbono.

**Palavras-chaves:** Fadiga, Fator de concentração de tensão, Fator de projeto, Eixos-árvores

### 1. INTRODUÇÃO

No início da revolução industrial, a fadiga tornou-se, progressivamente, importante a medida que a tecnologia desenvolveu equipamentos e máquinas modernas sujeitas a carregamentos repetidos e vibrações. Nos dias atuais, pode-se dizer que a fadiga é responsável por 80 a 90% de todas as falhas de serviço relativas a causas mecânicas; isto é devido a negligências na elaboração do projeto, visto que as bruscas descontinuidades nas formas dos eixos causam grande concentração de tensão, que não são considerados nas fórmulas concencionais de resistência dos materiais.

Quando uma peça apresenta uma descontinuidade, ou concentração de tensões e sofre a aplicação de uma tensão estática, é notado que a máxima tensão real, que se localiza na superfície da descontinuidade, é maior que a máxima tensão determinada teoricamente; este

aumento da tensão é representado numericamente pelo *Fator de Concentração de Tensão Estático* ou *Fator de Concentração de Tensão Teórico*, simbolizado por  $K_t$ . Da mesma forma, quando o mesmo elemento sofre a ação de uma tensão dinâmica, o acréscimo de tensão é notado pela redução da vida em trabalho; este aumento da tensão é representado pelo *Fator de Concentração de Tensão Dinâmico* ou *Fator de Concentração de Tensão à Fadiga*, simbolizado por  $K_f$ .

### 1.1. Delineamento do problema

Devido às dificuldades de se obter o valor do fator de concentração de tensão à fadiga  $K_f$ , geralmente se utiliza o fator de concentração de tensão teórico  $K_t$  em peças que estão submetidas à fadiga, isto para uma rápida utilização em projeto. Esta alteração simplista não é danosa ao projeto, mas provoca um aumento nas dimensões da peça que está sendo projetada.

Para minimizar este problema, é feita uma correlação entre o fator de concentração de tensão à fadiga e o fator de concentração de tensão teórico, tendo como elemento de compatibilização o raio do entalhe e uma constante do material, sendo que esta constante é dependente do limite de resistência do material.

## 2. OBJETIVO

O objetivo desse trabalho tecnológico é determinar a melhor proposta que relacione o fator de concentração de tensão estático,  $K_t$ , com o fator de concentração de tensão à fadiga,  $K_f$ , tendo como finalidade a aplicação em projetos de eixos-árvores, os quais podem apresentar entalhes com diferentes intensidades de concentração de tensão. Para esse propósito será utilizada a proposta de NEUBER (citado por DIETER - 1981) e a de PETERSON (1974), que relacionam os dois fatores.

## 3. PROCEDIMENTO DO TRABALHO

Reverendo a literatura, foram encontradas duas propostas que relacionam os fatores  $K_t$  e  $K_f$ , sendo que uma indicada por NEUBER (citada por DIETER - 1981) e outra indicada por PETERSON (1974).

A proposta de NEUBER é apresentada na Eq. (1).

$$k_{fN} = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \left( \frac{\pi}{\pi - w} \right) \sqrt{\frac{a_N}{r}}} \quad (1)$$

onde:  $w$  - é o ângulo interno dos flancos do entalhe, em radianos  
 $a_N$  - é a constante do material, segundo NEUBER  
 $r$  - é o raio do entalhe

A proposta de PETERSON é mostrada na Eq. (2).

$$k_{fP} = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{a_P}{r}} \quad (2)$$

onde:  $a_p$  - é a constante do material, segundo PETERSON  
 $r$  - é o raio do entalhe

Foi utilizado um tipo de entalhe do qual era conhecido o fator de concentração de tensão estático  $K_t$ , para várias dimensões, ou seja, para vários concentradores de tensão, e que fosse de execução simples para minimizar os erros provenientes do processo de fabricação. Desta forma foi escolhido um fator de concentração de tensão obtido a partir de um entalhe em forma de “U”.

Assim, partindo-se de valores conhecidos de  $K_t$ , determinou-se, experimentalmente, o fator de concentração de tensão à fadiga  $K_f$ , para quatro tipos (intensidade) de concentradores de tensão, os quais foram utilizados na comparação das duas propostas enunciadas pelas equações (1) e (2).

Assim, partindo-se de valores conhecidos de  $K_t$ , determinou-se, via testes experimentais, os valores de  $K_f$  correspondentes a cada  $K_t$ , determinando-se, desta forma, a constante que relaciona o valor fornecido de  $K_t$  com o valor experimental de  $K_f$ .

### 3.1 Máquina para o teste de fadiga

Os ensaios deste trabalho foram realizados em uma máquina VEB Werkstoffprufmaschinen, com capacidade para ensaiar quatro corpos de prova, simultaneamente, que realiza testes de flexão rotativa, isto é, aplica uma tensão alternada simétrica em que  $R = -1$ , sendo “R” a razão de tensão ( $\sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ ). A rotação dos ensaios estava na faixa de 3000 a 3100 c.p.m. (50,0 a 51,7 Hz), portanto, abaixo de 1000 c.p.m. (170 Hz) que é a frequência máxima recomendada pela norma ASTM E 466-82 (1982).

Este teste simula eixos suportando uma carga constante a uma rotação constante.

### 3.2 Corpos de prova

Os corpos de prova, obtidos a partir de barras trefiladas a frio, foram usinados em Tornos de controle e comando numérico, marca ENCO modelo COMPACT 5.

Os entalhes foram produzidos com uma pastilha de metal duro, designada por DCMT 070204EN - P35 que sofreu usinagem nas suas laterais, conforme ilustra a Fig. 1. Desta forma foi obtida uma ferramenta de barra que produzisse um sangramento em forma de “U”, garantindo, assim, a precisão de forma do raio do entalhe e a repetição, fiel, em muitos corpos de prova.

Para o presente trabalho foram preparados cinco tipos de corpos de prova, numerados de 1 a 5, chamados CP1, CP2, CP3, CP4 e CP5. O CP1 é o corpo de prova sem entalhe, e que servirá de base para a determinação do fator de redução de resistência à fadiga  $K_f$ , por comparação com os valores experimentais obtidos nos ensaios com os demais corpos de prova.

Os corpos de prova, CP2 a CP5, apresentam um entalhe em forma de “U”, que foi determinado a partir de um fator de concentração de tensão teórico  $K_t$  conhecido, retirado de mapas, fornecidos por PETERSON (1974). O desenho das formas dos entalhes e do corpo de prova pode ser visto na Fig. 2.

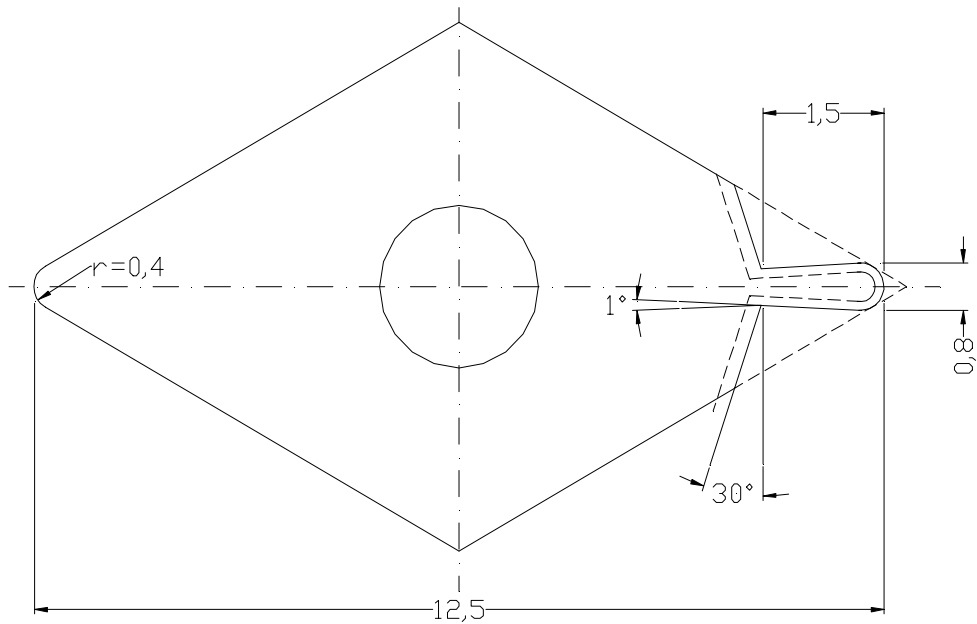


Figura 1- Forma e dimensão da pastilha de metal duro destinadas a produzir o entalhe em “U”; as dimensões (em milímetro) estão fora de escala.

Pelo gráfico fornecido por PETERSON (1974), encontram-se os seguintes valores do fator de concentração de tensão  $K_t$ :

- para o CP2

$$\left. \begin{array}{l} D = 8,4 \text{ mm} \\ d = 8,0 \text{ mm} \end{array} \right\} K_{t2} = 2,167$$

- para o CP3

$$\left. \begin{array}{l} D = 8,8 \text{ mm} \\ d = 8,0 \text{ mm} \end{array} \right\} K_{t3} = 2,337$$

- para o CP4

$$\left. \begin{array}{l} D = 9,6 \text{ mm} \\ d = 8,0 \text{ mm} \end{array} \right\} K_{t4} = 2,540$$

- para o CP5

$$\left. \begin{array}{l} D = 10,4 \text{ mm} \\ d = 8,0 \text{ mm} \end{array} \right\} K_{t5} = 2,724$$

onde: D - é o diâmetro externo do eixo  
d - é o diâmetro do fundo do entalhe

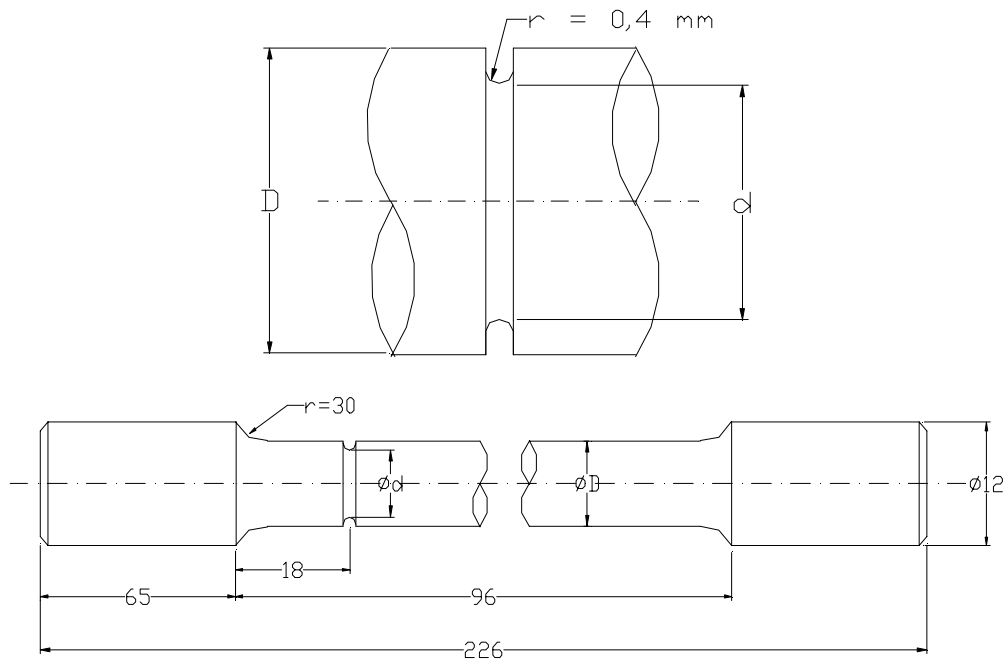


Figura 2 - Forma e dimensões do corpo de prova e dos entalhes em “U”

As dimensões dos entalhes foram escolhidas baseadas em formas construtivas, por exemplo, o CP2 representa um sulco para saída de ferramenta de barra ou de um rebolo em uma operação de usinagem; o concentrador de tensão produzido no CP3 representa um entalhe para o posicionamento de um “O ring”; o CP4 caracteriza um entalhe para o posicionamento de um anel elástico, já o CP5, devido ao seu grande escalonamento, deve ser evitado o seu emprego, em projetos, mas foi utilizado nesse trabalho para se obter um conhecimento mais completo do assunto em estudo.

### 3.3 Material dos corpos de prova

O material dos corpos de prova foi comprado como sendo ABNT 1020 trefilado; após análise química para quantificar os principais elementos presentes no aço, constataram-se:

Carbono - 0,10 % em peso  
 Fósforo - 0,012 % em peso  
 Manganês - 0,56 % em peso  
 Enxofre - 0,028 % em peso  
 Silício - 0,11 % em peso

O processo utilizado nestas determinações foi via úmida.

As propriedades mecânicas do material foram obtidas pela média aritmética de cinco corpos de prova submetidos ao ensaio de tração em uma máquina, marca INSTRON, com célula de carga de 98100 N, e fundo de escala de 19620 N, sendo, a deformação, determinada por extensômetro INSTRON; e são:

$\sigma_e = 595,2 \text{ MPa}$   
 $\sigma_r = 615,3 \text{ MPa}$   
 $E = 64,60 \%$   
 $A = 18,08 \%$

onde: E - é a estrição

A - é o alongamento

### 3.4 Valores obtidos nos ensaios

Para atingir o objetivo do presente trabalho é necessário, somente, a determinação do limite de fadiga de cada tipo de corpo de prova, não sendo necessário, portanto, a determinação do gráfico completo da tensão vs log número de ciclos, até a fratura.

Os limites de fadiga dos cinco tipos de corpos de prova, apresentaram os seguintes valores:

$\sigma_{f1} = 245$ MPa	para o CP1
$\sigma_{f2} = 185$ MPa	para o CP2
$\sigma_{f3} = 160$ MPa	para o CP3
$\sigma_{f4} = 130$ MPa	para o CP4
$\sigma_{f5} = 120$ MPa	para o CP5

Para obter esses valores foram ensaiados 32 corpos de prova do tipo do CP1, 27 corpos de prova do tipo do CP2, 19 corpos de prova CP3, 22 corpos de prova CP4 e 14 corpos de prova CP5; os ensaios obedeceram à norma ASTM E466-82 (1982).

### 3.5 Determinação dos valores do fator de redução da resistência à fadiga

O fator de redução da resistência à fadiga  $K_f$ , é a relação entre o limite de fadiga dos corpos de prova não entalhados e os entalhados, isto é:

$$K_f = \frac{\sigma_n}{\sigma_{ent}} \quad (3)$$

onde:  $\sigma_n$  é o limite de fadiga dos corpos de prova sem entalhe  
 $\sigma_{ent}$  é o limite de fadiga dos corpos de prova entalhados

Assim, o fator de redução de resistência à fadiga para o CP2, denominado por  $K_{f2}$ , é a relação entre o limite de fadiga do CP1 e o limite de fadiga do CP2; matematicamente, Eq.(3), tem-se:

$$K_{f2} = \frac{\sigma_{f1}}{\sigma_{f2}} = \frac{245}{185} = 1,324 \quad (4)$$

Segundo o mesmo raciocínio para o CP3, CP4 e CP5, tem-se:

$$\begin{aligned} K_{f3} &= 1,531 \\ K_{f4} &= 1,885 \\ K_{f5} &= 2,042 \end{aligned}$$

Desta forma, são encontrados, experimentalmente, todos os valores do fator de redução de resistência à fadiga,  $K_f$ .

Para se determinar o valor de  $K_f$ , a partir da proposta de NEUBER e da proposta de PETERSON, precisa-se da constante “a” do material que é fornecida por NEUBER (citado por DIETER - 1981), e por PETERSON (1974).

Conforme já dito anteriormente, a constante do material segundo NEUBER é denotada “ $a_N$ ” e a constante do material segundo PETERSON é denotada “ $a_P$ ”.

Estas constantes dependem do limite de resistência do material, tanto na proposta de NEUBER quanto na proposta de PETERSON.

Para retirar os valores das constantes “ $a_N$ ” e “ $a_P$ ”, visando uma melhor precisão nos resultados, foram feitas interpolações quadráticas, resultando:

$$a_N = 0,367 \quad \text{para a constante de NEUBER}$$

$$a_P = 0,205 \quad \text{para a constante de PETERSON}$$

Substituindo os valores acima na equação proposta de NEUBER (Eq. 1), tem-se:

$$K_{f2N} = 1,596$$

onde:  $K_{f2N}$  é o fator de fadiga do CP2, segundo a proposta de NEUBER.

Da mesma forma:

$$K_{f3N} = 1,683$$

$$K_{f4N} = 1,787$$

$$K_{f5N} = 1,881$$

Substituindo os valores acima na equação proposta de PETERSON (equação 2), tem-se:

$$K_{f2P} = 1,772$$

onde:  $K_{f2P}$  é o fator de fadiga do CP2, segundo a proposta de PETERSON.

Da mesma forma:

$$K_{f3P} = 1,884$$

$$K_{f4P} = 2,018$$

$$K_{f5P} = 2,140$$

#### 4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para se efetuar a comparação da melhor proposta que relaciona o fator de concentração de tensão  $K_t$ , com o fator de redução de resistência à fadiga  $K_f$ , foi utilizado o valor de  $K_f$ , determinado através dos ensaios em laboratório. O valor de  $K_t$ , conforme colocado anteriormente, é constante para as duas propostas.

Para facilitar a visualização, a Tabela 1 mostra o comportamento dos valores de  $K_f$  obtidos pela proposta de NEUBER e PETERSON em relação aos valores obtidos pelos testes experimentais, para cada tipo de concentrador de tensão.

Tabela 1 - Comparação entre os valores de  $K_f$ .

$K_f$	Valores Experimentais de $K_f$	Valores de $K_f$ segundo NEUBER	Valores de $K_f$ segundo PETERSON	Diferença em [%]. Proposta de NEUBER	Diferença em [%]. Proposta de PETERSON
$K_{f2}$	1,324	1,596	1,772	20,54	33,84
$K_{f3}$	1,531	1,683	1,884	9,93	23,06
$K_{f4}$	1,885	1,787	2,018	-5,20	7,06
$K_{f5}$	2,042	1,881	2,140	-7,88	4,80

Analisando-se os resultados, nota-se que os valores do fator de redução de resistência à fadiga  $K_f$ , calculado pela proposta de NEUBER, são mais próximos dos valores experimentais que os valores calculados pela proposta de PETERSON para pequenos concentradores de tensão, sendo seu erro de, aproximadamente, 20% para o menor concentrador de tensão, enquanto que o valor de  $K_f$ , proposto por PETERSON, apresenta uma diferença de, aproximadamente, 34%, quando comparado com o valor experimental para o mesmo tipo de corpo de prova; embora esta diferença não seja significativa quando utilizada em projetos, considerando que os valores dos fatores de segurança em projetos são, geralmente, próximos de dois.

Para o concentrador de tensão do CP3, o valor de  $K_f$  proposto por NEUBER, apresenta uma diferença de 10% a mais que o valor encontrado experimentalmente; para o mesmo tipo de corpo de prova esta diferença aumenta para, aproximadamente, 23% quando se compara o valor proposto por PETERSON e o valor experimental.

Para os concentradores de tensão dos CP4 e CP5, as diferenças das duas propostas em relação aos valores experimentais, já são bem menores, com a particularidade dos valores de  $K_f$ , obtidos pela proposta de NEUBER, serem menores que os valores obtidos experimentalmente.

Dos quatro tipos de corpos de prova, que apresentam uma intensidade de concentração de tensão crescente, pode-se notar que os valores de  $K_f$ , obtidos pela proposta de NEUBER e pela proposta de PETERSON, crescem em uma proporção menor que os valores experimentais, sendo que, no caso da proposta de NEUBER, os valores de  $K_f$  são convergentes para os dois primeiros corpos de prova e divergentes para os dois últimos corpos de prova; já os valores obtidos pela proposta de PETERSON são sempre convergentes, apresentando a maior diferença, em relação aos valores experimentais, para o concentrador de tensão de pequena intensidade e apresentando a menor diferença para o concentrador de tensão de maior intensidade.

A Fig. 3 ilustra a diferença em porcentagem, entre os valores de  $K_f$  obtidos pela proposta de NEUBER e pela proposta de PETERSON em relação aos valores obtidos pelos testes experimentais.

Sobrepondo as curvas, pode-se notar a semelhança de suas formas. A diferença em porcentagem entre as duas propostas e os valores obtidos experimentalmente, referente a um mesmo tipo de concentrador de tensão é, praticamente constante e está em torno de 12,9%, conforme pode ser notado.



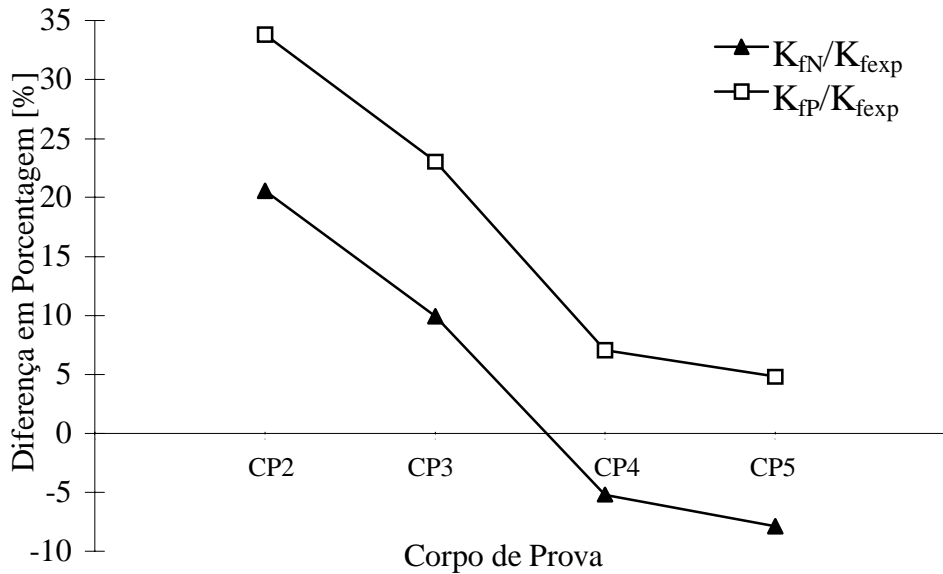


Figura 3 - Variações dos valores de  $K_f$  obtidos pela proposta de NEUBER e PETERSON em relação aos valores de  $K_f$  experimentais.

onde:  $K_{fN}$  - refere-se aos valores obtidos pela proposta de NEUBER  
 $K_{fP}$  - refere-se aos valores obtidos pela proposta de PETERSON  
 $K_{fexp}$  - refere-se aos valores obtidos experimentalmente

## 5. CONCLUSÕES

Pode-se concluir que, particularmente, para o aço ABNT 1010 laminado a frio, a proposta de NEUBER é melhor para pequenos concentradores de tensão semelhantes aos encontrados nos CP2 e CP3, e que, para concentradores de tensão semelhantes aos encontrados nos corpos de prova do tipo do CP4 e CP5, esta proposta induz a um pequeno subdimensionamento. Quanto à proposta de PETERSON, a mesma poderá ser utilizada para todos os tipos de entalhe, tendo em mente que deverá ocorrer um pequeno superdimensionamento para os concentradores de tensão do tipo do CP2 e CP3.

## REFERÊNCIAS

ASTM E466-82, Standard Practice for CONDUCTING CONSTANT AMPLITUDE AXIAL FATIGUE - TEST OF METALLIC MATERIALS, Jun/1982

DIETER, G.E., Mecânica Metallurgy, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1981

PETERSON, R.E., 1974, Stress Concentration Factor, John Wiley & Sons, Inc., New York.

### FATIGUE NOTCH FACTOR BEHAVIOR IN RELATION TO STATIC STRESS CONCENTRATION FACTOR APPLIED FOR AXES

**SUMMARY.** In the design of notched axes submitted to dynamic load it is difficult to obtain the Fatigue Notched Factor value, so it is common to use the Static Stress Concentration

Factor, although it is not a correct practice. In this paper was made an analysis for selecting the best between two approaches that relate these two factors to be used in design. The radius of the bottom of the notch and the material constant were considered in this analysis. Five types of rotating beam fatigue specimens were employed. One of them was unnotched and the other four had different stress concentrators. Low carbon steel specimens were investigated.

**Key words:** Fatigue, Stress Concentration Factor, Design Factor, Axes