

MODELO MATEMÁTICO DE EXTRAÇÃO DE ÓLEO VEGETAL EM EXTRATOR DO TIPO “De Smet”

Krioukov, G. Viktor

UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática
C. P. 560, CEP 98.700-000, Ijuí – RS – Brasil
krioukov@main.unijui.tche.br

Veloso, O. Gilmar

UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática
C. P. 560, CEP 98.700-000, Ijuí – RS – Brasil
goveloso@detec.unijui.tche.br

Resumo. *No trabalho desenvolve-se o modelo matemático dos processos de extração de óleo vegetal em instalação industrial do tipo “De Smet”. O esquema físico considera: transferência de massa entre partículas e de matéria prima e fase “bulk”; difusão por todo campo de extração; particularidades das seções de drenagem e de carregamento; regime transiente do funcionamento do extrator; transferência de óleo entre as fases sólida e poro; existência de “bolsas” em cada seção de lavagem. O modelo matemático é formado por equações independentes. O algoritmo de cálculo utiliza o método de linhas. As simulações numéricas mostram a concordância com as leis da físico-química e, explicam as particularidades do funcionamento do extrator e permitem avaliar as influências de parâmetros do regime nas suas características.*

Palavras chaves: *extração, modelagem, óleo, instalação industrial.*

1. INTRODUÇÃO

Extratores contínuos são amplamente utilizados no Brasil para fabricar óleo, açúcar, etc. O objetivo deste trabalho é criar um modelo matemático e aplicativo dos processos de extração em uma instalação industrial do tipo “De Smet”. A elaboração deste modelo permite através de simulações numéricas escolher os regimes ótimos, determinar as melhores características da matéria prima, avaliar as possibilidades dos solventes alternativos.

Observa-se que o modelo matemático tem que ser bastante estruturado e apoia-se nas leis principais da físico-química incluindo como dados iniciais: os parâmetros de construção do extrator, características da matéria-prima e os parâmetros do regime de funcionamento.

O esquema do extrator está apresentado na Figura 1. Os componentes principais que passam através do extrator são: o solvente (hexano) que entra no extrator pelo tubo 4; a

matéria prima (um meio poroso especialmente preparado de sementes que inclui óleo vegetal) é carregada na seção 3; a miscela (mistura de hexano com óleo): movendo através de seções de lavagem ao sair do tubo 9 (onde ela é denominada miscela forte).

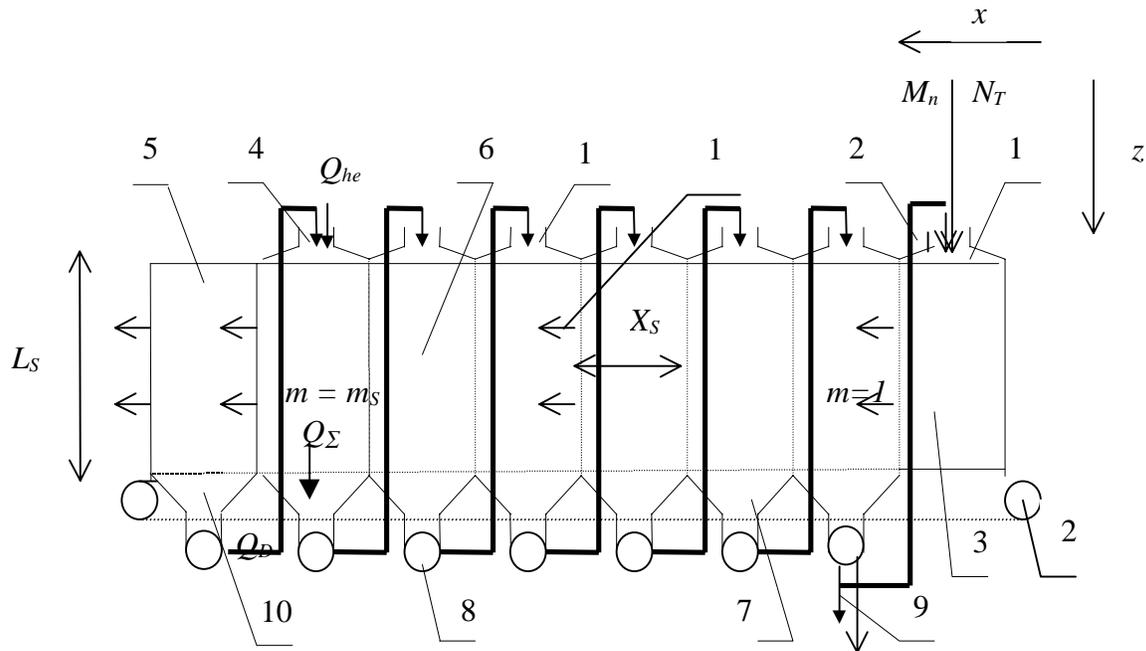


Figura 1 - Esquema dos fluxos em extrator “De Smet”

1 -tubos de entrada de matéria prima junto com miscela forte; 2 – transportador de matéria prima; 3 - seção de carregamento de matéria prima; 4 - entrada de miscela vinda da drenagem e hexano; 5 - seção de drenagem; 6 - seção de lavagem (onde ocorre a extração); 7 – acumulador (bolsa com volume \bar{V}_b); 8 -bombas de miscela; 9 - saída de miscela forte; 10 – coletor da miscela drenada; 11 - distribuição de miscela para a lavagem; 12 – direção do movimento da matéria prima.

A matéria prima entra no corpo do extrator movendo-se sob a ação do transportador. A miscela, dentro de uma seção, move-se de cima para baixo através das bolsas e bombas de modo cruzado com o fluxo da matéria prima e passa de uma seção para outra contra este fluxo (esquema cruzado-contracorrente). Habitualmente o extrator funciona em regime estacionário (com os valores constantes: da velocidade do transportador (u); dos consumos de hexano (Q_{he}); da matéria prima (M_n)).

Durante o carregamento (seção 3 Fig. 1), a miscela forte preenche os espaços entre as partículas (caracterizados pelo valor ϵ_b) da matéria prima (formando a fase “bulk” com concentração C) e penetra nos espaços dentro das partículas formando a fase poro com concentração C^p (Figura 2). Ao mesmo tempo por força da extração, o óleo da fase sólida (N) sai à fase poro e, bastante rapidamente estabelece o equilíbrio entre estas fases.

Na lavagem, passando de seção por seção dentro da matéria prima, mantêm-se o equilíbrio entre N e C^p e, a concentração C^p diminui por causa da transferência do óleo de fase poro à fase “bulk” . - os fluxos 5, com surgimento do fluxo contrário do hexano. Em cada seção, durante a lavagem, as concentrações C e C^p não são uniformes pelo espaço e pelo tempo. Por isso na seção típica ocorre a difusão do óleo pelo campo da fase “bulk”. Na etapa de drenagem a miscela abandona os espaços entre partículas da matéria prima e os capilares dentro dela, passando ao coletor 10 (Figura 1).

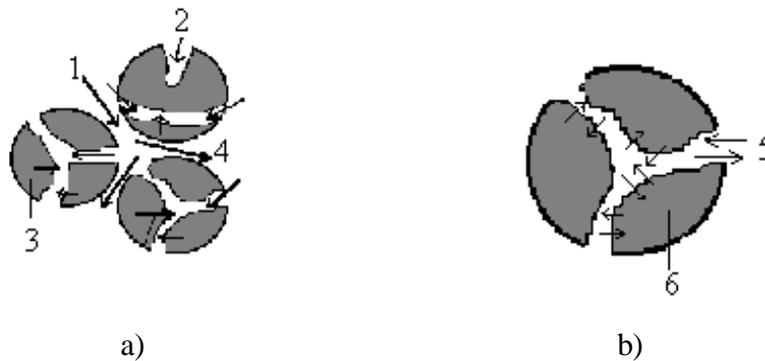


Figura 2 - Esquema da transferência da massa: a) na etapa de carregamento; b) num fragmento da matéria prima 1. Fase “bulk” (concentração C); 2. Fase poro (concentração C^p); 3. Fase sólida (concentração N); 4. Fluxo convectivo em fase “bulk”; 5. Transferência da massa entre as fase “bulk” e poro; 6. Transferência da massa entre as fases poro e sólido

O esquema do extrator possui duas particularidades: o fluxo de miscela da drenagem une-se com o fluxo de hexano; uma parte da miscela forte é utilizada para carregamento da seção 3, junto com a entrada 1 de matéria prima (Figura 1).

2. ESQUEMA FÍSICO DOS PROCESSOS

Os momentos principais (fenômenos considerados e hipóteses simplificadoras) da esquematização são:

1. Considera-se os fluxos contra-correntes cruzados da matéria prima e da miscela;
2. A difusão considera-se em todo o campo de extração, nas direções vertical e horizontal.
3. A porosidade interna da matéria prima (ε_p), aumenta-se pelo valor do volume do óleo na fase sólida ($\Delta\varepsilon_p$) e no início do carregamento o óleo fica no início somente no volume $\varepsilon_p' = \varepsilon_p + \Delta\varepsilon_p$.
4. Na seção de carregamento a miscela forte preenche todos os espaços entre partículas e dentro das partículas e, uniformemente mistura-se com o óleo na fase poro sem transferência de massa para a fase “bulk”.
5. Todo o líquido (com fluxo Q_D) passa na zona de entrada de hexano.
6. Durante a lavagem, o óleo que sai das partículas substitui-se por um mesmo de hexano. Neste caso, o fluxo volumétrico da miscela (Q_Σ) pelo extrator e sua velocidade (V_m) são constantes e não dependem dos processos de transferência de óleo na fase "bulk".
7. A superfície da miscela na etapa de lavagem fixa acima da matéria prima.
8. Pelo volume de cada bolsa (\bar{V}_b) a concentração do óleo (\bar{C}_m) é uniforme.
9. A viscosidade (μ) é constante e não depende da concentração do óleo na miscela.
10. A temperatura é uniforme por toda a zona de extração.
11. As concentrações de óleo na parte sólida e fase poro estão em equilíbrio que é caracterizado pela constante E_d .
12. As paredes celulares das partículas de matéria prima estão totalmente rompidas.
13. As porosidades ε_b e ε_p' são constantes durante o processo da extração.
14. A velocidade do transportador u é constante.

3. MODELO MATEMÁTICO PARA OS PROCESSOS NO EXTRATOR

De acordo com a Figura 1, o extrator tem as seções de lavagem, uma seção descarregamento, uma seção de drenagem e as bolsas intermediárias. Agora, apresentamos os sub-modelos para estes fragmentos do extrator.

3.1 Seções de lavagem

O extrator inclui “ m_s ” seções de lavagem; então para cada m - seção temos 2 equações desenvolvidas em (Krioukov et al, 1998):

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -V_m \frac{\partial C}{\partial z} + D_{AB} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + \frac{(1-\varepsilon_b)}{\varepsilon_b} K_f a_p (C^p - C) - \theta u \frac{\partial C}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{\partial C^p}{\partial \tau} = - \frac{K_f a_p (C^p - C)}{\left[1 + \frac{(1-\varepsilon'_p)}{\varepsilon'_p} E_d \right] \varepsilon'_p} - \frac{u \frac{\partial C^p}{\partial x}}{\left[1 + \frac{(1-\varepsilon'_p)}{\varepsilon'_p} E_d \right]} \quad (2)$$

onde θ é o coeficiente de arraste da miscela de uma seção para outra, K_f é o coeficiente de transferência de massa entre as fases poro e “bulk” e, a_p é a superfície da unidade de volume da matéria-prima onde ocorre a transferência de óleo.

Elas são iguais para todas as seções e nos limites verticais entre seções (figura 1) não tem particularidades. Então as equações (1) e (2) obtidas para uma seção de lavagem foram ampliadas para todo o campo de extração, mas as condições de contorno para todo o extrator serão mais complexas do que para uma seção.

3.2 Equações de alteração das concentrações nas bolsas

As seções de lavagem também estão ligadas através do fluxo da miscela que passa pelas bolsas e depois entra nos distribuidores. A concentração média de óleo (\bar{C}_m) na bolsa m é igual a concentração na entrada da seção ($m-1$). A forma final das equações deduzidas em (Veloso G., 1999) é:

$$\frac{d\bar{C}_m}{d\tau} = \frac{\int_{(m-1)X_s}^{mX_s} C_m(x, L_S, \tau) V_m dx - \bar{C}_m X_s V_{m-1}}{\bar{V}_b}, \quad m = 2, \dots, m_s. \quad (3)$$

3.3 Modelamento de drenagem

Depois da lavagem (saindo da fronteira esquerda da seção m_S) a matéria prima e, a miscela fraca, que ocupa os espaços entre as partículas e dentro delas, entram na etapa de drenagem, onde o líquido abandona a matéria-prima e passa na entrada 4 (Figura 1) misturado com hexano puro. As grandezas necessárias para o modelo matemático determina-se pelas fórmulas:

$$Q_D = HL_S u \varepsilon_b + u HL_S (1 - \varepsilon_b) \varepsilon'_p \quad (4)$$

$$Q_\Sigma = Q_{he} + u \varepsilon_b \theta HL_S + u HL_S (1 - \varepsilon_b) \varepsilon'_p \quad (5)$$

$$C_{in} = \frac{Hu \int_0^{L_S} (\varepsilon_b C(X, z, \tau) + (1 - \varepsilon_b) \varepsilon'_p C^p(x, z, \tau))}{HL_S u (\varepsilon_b + \varepsilon'_p (1 - \varepsilon_b)) + Q_{he}} \quad (6)$$

onde $X = X_S m_S$, H é a largura do leito, C_{in} é a concentração média da miscela na saída da matéria-prima.

3.4 Modelagem do carregamento

Na seção de carregamento Figura 1 (fragmento 3) entra matéria prima com fluxo mássico (M_n) e com concentração mássica de óleo (N_T) que são grandezas conhecidas. Ao mesmo tempo, nesta seção, entra a miscela forte para preencher os espaços entre partículas e dentro delas para formar as fases "bulk" e poro. No modelo acoplado é necessário determinar as concentrações de óleo nas fases poro (C_{en}^p) e "bulk" (\bar{C}_u), as quais são condições de contorno na fronteira direita da primeira seção da lavagem ($m = 1$). Estas concentrações determinam-se pelas fórmulas:

$$\bar{C}_u = \frac{\int_0^{X_S} C(x, L_S, \tau) V_m H \varepsilon_b dx}{X_S H V_m \varepsilon_b} = \frac{\int_0^{X_S} C(x, L_S, \tau) dx}{X_S} \quad \text{para } m = 1, \tau > 0. \quad (7)$$

$$C_{en}^p = C_S + (1 - C_S) \bar{C}_u \quad C_S = \frac{N_T M_n}{\rho_{ol} L_S H u (1 - \varepsilon_b) \varepsilon'_p} \quad (8)$$

onde ρ_{ol} é a densidade do óleo. A dedução das fórmulas (7), (8) é dada em (Veloso G., 1999).

3.5 Modelo matemático complexo

Acoplando os sub-modelos (mostrados nos itens 3.1,..., 3.4), o modelo matemático total de extração do óleo vegetal em extrator do tipo “De Smet” apresenta:

Equações principais: para o campo de extração temos duas equações em derivadas parciais (1) e (2).

As condições de contorno para as sessões de lavagem:

a) nas linhas da entrada da miscela em cada seção

$$C(x, z, \tau) = \bar{C}_{m+1}(\tau) \text{ para } x = (m - 1)X_S, \dots, mX_S, m = 1, \dots, (m_S - 1) \quad (9)$$

$$C(x, z, \tau) = C_{in}(\tau) \text{ para } x = (m_S - 1)X_S, \dots, m_S X_S \quad (10)$$

em $z = 0$; $\tau \geq 0$

b) nas linhas de saída da miscela de cada seção

$$\frac{\partial C(x, z, \tau)}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

para $x = (m-1)X_S, \dots, mX_S, m = 1, \dots, (m_S-1)$; $z = L_S$; $\tau \geq 0$

Condições de contorno na entrada da zona de drenagem (linha esquerda da seção m_S):

$$\frac{\partial C}{\partial x}(x, z, \tau) = 0 \quad \text{para } x = m_S X_S ; z = 0, \dots, L_S ; \tau \geq 0 \quad (12)$$

Condições de contorno na saída da zona de carregamento (linha direita da seção $m = 1$):

$$\frac{\partial C(x, z, \tau)}{\partial x} = 0 \text{ e } C^p(x, z, \tau) = C_{en}^p \quad (13)$$

para $x = 0$; $z = 0, \dots, L_S$; $\tau \geq 0$.

Equações de alteração das concentrações nas bolsas:

Para cada seção (exceto a primeira), temos:

$$\frac{d\bar{C}_m(\tau)}{d\tau} = \frac{\int_{(m-1)X_S}^{mX_S} C(x, z, \tau) V_m dx - \bar{C}_m(\tau) X_S V_{m-1}}{\bar{V}_b} \quad (14)$$

para $z = L_S$; $\tau \geq 0$; $m = 2, \dots, m_S$.

Os dados iniciais em todo o campo de extração:

É necessário também prescrever:

$$C(x, z, 0) = C^0(x, z) \text{ e } C^p(x, z, 0) = C^{p,0}(x, z) \quad (15)$$

para $x = (m-1)X_S, \dots, mX_S, m=1, \dots, m_S$; $z = 0, \dots, L_S$.

Nas bolsas: $\bar{C}_m(0) = C_m^0$ para $m = 2, \dots, m_S$

As fórmulas para determinação do coeficiente de transferência da massa (K_f) entre as fases poro e “bulk” foram tiradas de (Majumdar G. C. et ali, 1995).

$$Sh = \alpha Re^\beta Sc^{0,42} \quad (16)$$

onde $\alpha = 0.442$, $\beta = 0.69$ para $0,125 < Re < 5000$
e $\alpha = 2,4$, $\beta = 0.34$ para $0,08 < Re < 0,125$

O algoritmo de cálculo baseia-se no método de linhas (Lambert, J. D., 1993). Neste caso, as equações (1) e (2) transformam-se em equações diferenciais ordinárias (EDO's) deixando as derivadas temporais e discretizando as derivadas espaciais pelo x e z , criando uma malha retangular. As equações (14) deixam-se sem transformações. O sistema resultante foi resolvido pelo método de Runge-Kutta (Lambert, J. D., 1993).

Observamos que este sistema contém um grande número de equações diferenciais (10000 ou mais). O aplicativo foi escrito em linguagem C++ e utiliza uma plataforma WorkStation (com sistema UNIX).

4. PESQUISAS NUMÉRICAS

Baseados em características do extrator real “De Smet” (Grupo Zaffari), foram escolhidos para o regime básico, os dados seguintes: $H_L = 2$ m ; $L_r = 1,65$ m ; $X_S = 1,9$ m ; $m_S = 8$; $Q_{he} = 5,6$ kg/s ; $M_n = 11,57$ kg/s ; $u = 7$ mm/s

As propriedades do solvente, da miscela e da matéria prima são tirados de (Servent E., 1968, Majumdar G. C. et al, 1995) e foram os seguintes: $\rho_{ol} = 910$ kg/m³ ; $\rho_{he} = 680$ kg/m³ ; $D_{AB} = 1,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s (coeficiente de difusão); $\mu = 3,2 \cdot 10^{-6}$ kg/ms ; $N_T = 0,18$; $\epsilon_b = 0,4$; $\epsilon_p = 0,3$; $E_d = 0,2$.

Os tamanhos da malha foram calculados em função do número de camadas verticais e horizontais de cada seção, respectivamente: $n = 25$ e $N_h = 24$

Para a determinação de a_p foi realizada a identificação parcial do modelo matemático. Foi conhecido que a C_p^D na saída do extrator está no intervalo de 0,3, ..., 0,6 %. Realizando várias simulações numéricas com diferentes valores de a_p , foi determinado que para $a_p = 5$ m⁻¹ os valores de C^p encaixam neste intervalo.

Um dos modelos conhecidos para avaliação preliminar das características é o método dos estágios ideais (Vian Á., et al, 1972). Os resultados comparativos estão resumidos na tabela 1:

Tabela 1 – Comparação entre os resultados obtidos pelo método de estágios ideais (C_N) e pelo aplicativo DESMET.C

N	9	8	7	6	5	4	3	2	1
C_N	$4,0 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$5,1 \cdot 10^{-2}$	$8,3 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$1,9 \cdot 10^{-1}$	$2,8 \cdot 10^{-1}$
\bar{C}_m	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$8,2 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	$4,0 \cdot 10^{-2}$	$6,7 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$1,9 \cdot 10^{-1}$	$2,9 \cdot 10^{-1}$

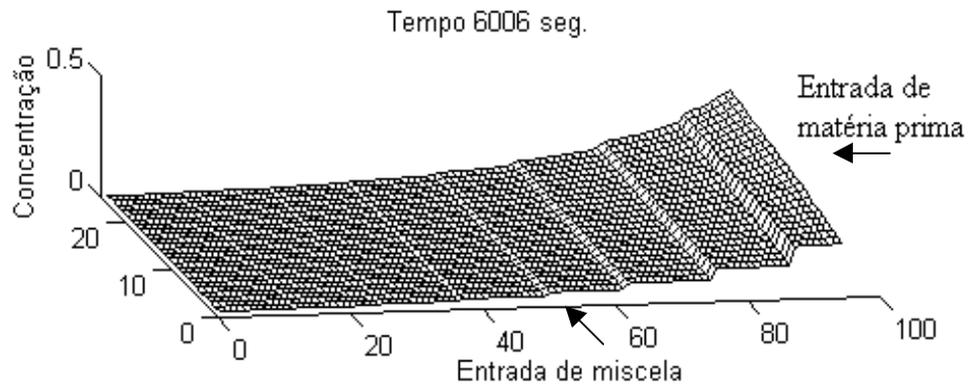
Para a concentração volumétrica do óleo na saída do extrator, baseado no balanço total de óleo, obtemos: $C_u = 0,2900$. Comparando com o resultado dado pelo aplicativo ($C_u = 0,2992$) obtemos a diferença: $\Delta C_u = 0,009$, o que comprova uma concordância razoável dos resultados teóricos com a lei de conservação da espécie.

O estado estacionário dos campos de extração (Figura 3) consegue-se em $t_f = 6000$ segundos. Descrevendo este estado, podemos observar:

Para a fase “bulk” (Fig. 3a):

1. A concentração do óleo em miscela aumenta-se à medida do seu movimento da zona de entrada do hexano à zona de saída da miscela.

a)



b)

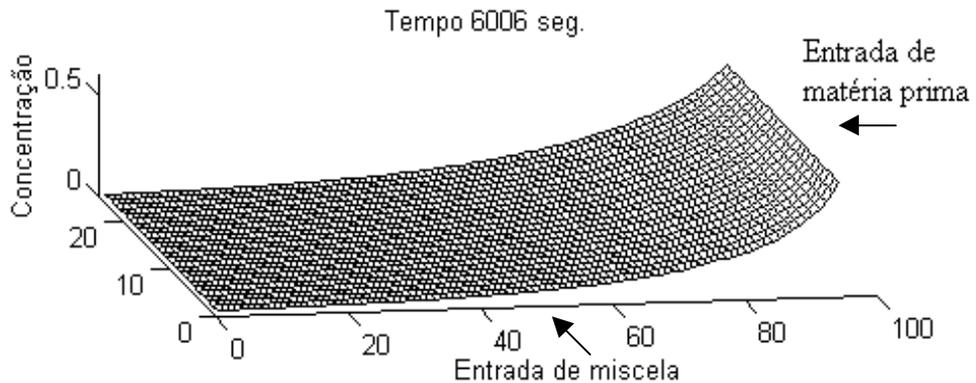


Figura 3 – Concentrações do óleo no extrator para o regime estacionário ($t = 6000$ s):
a) fase “bulk” b) fase poro

2. A distribuição da miscela não é uniforme dentro das sessões. A concentração de óleo em cada seção é máxima no ponto mais perto da entrada de matéria prima e mais longe da entrada da miscela em cada seção.
3. Há três degraus principais com a queda brusca das concentrações em fase “bulk” na passagem entre seções (outros degraus também existem mas são pequenos).
4. Os degraus aparecem devido as diferenças de concentrações do óleo em miscela nas entradas das seções vizinhas. No movimento da miscela de cima para baixo das seções de lavagem (Figura 4), os degraus diminuem-se por causa da difusão e da transferência de óleo da fase poro, onde: C_{SAI} e C_{ENT} são as concentrações do óleo fase “bulk” na saída e entrada das 3 primeiras seções.

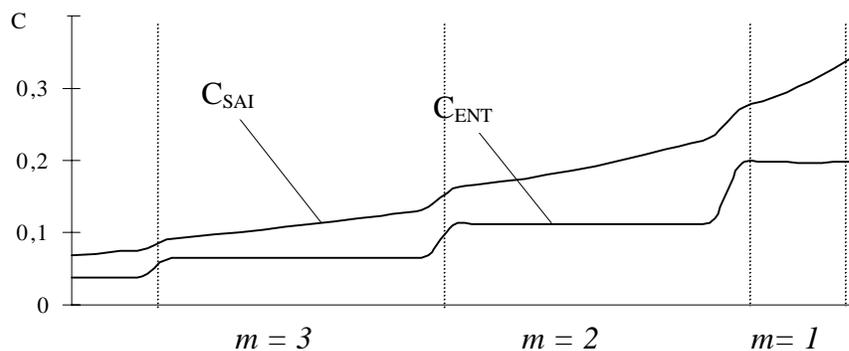


Figura 4 – Distribuição das concentrações na entrada e saída das seções de lavagem (estado estacionário)

Para a fase poro (Figura 3b):

1. A distribuição da C^p no extrator não é uniforme, na seção onde ocorre a entrada de matéria prima, ela é máxima; nas seções intermediárias, as concentrações são cada vez menores e, na seção onde ocorre a entrada de hexano puro, é mínima.
2. O máximo da concentração de óleo na fase poro fica no ponto (95; 25) da Figura 3b.
3. O campo das concentrações C^p não possui degraus.
4. As concentrações C^p do óleo na fase poro são mais altas, por todo o campo de extração, do que as concentrações C .

Todas as propriedades e particularidades do estado estacionário explica-se levando em consideração as leis físico-químicas e pelo esquema de funcionamento da instalação.

Baseando-se no aplicativo pode-se simular a influência de vários parâmetros: na Figura 5 é mostrada as dependências de C_u e C_p^D nos estados estacionários ($\tau = 6000$ s) em função do Q_{he} ($Q_{he} = 3,6, \dots, 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$); os outros dados iniciais corresponde aqueles do regime básico. É evidente que o aumentando o valor de Q_{he} , a concentração da miscela forte e a concentração C_p^D diminui-se.

Analisando os gráficos pode-se fazer algumas conclusões. É conhecido que uma menor concentração do óleo, C_u , na saída, condiciona mais gastos de energia para evaporar o hexano com o objetivo de separá-lo do óleo vegetal. Por isso, com o aumento de Q_{he} eleva-se o custo de produção do óleo vegetal. Por outro lado, com a diminuição de Q_{he} , aumenta-se a concentração C_p^D que caracteriza a quantidade de óleo não extraída da matéria prima (ou seja, é óleo perdido). Por causa desta perda, também eleva-se o custo do óleo extraído pela unidade de massa de matéria prima.

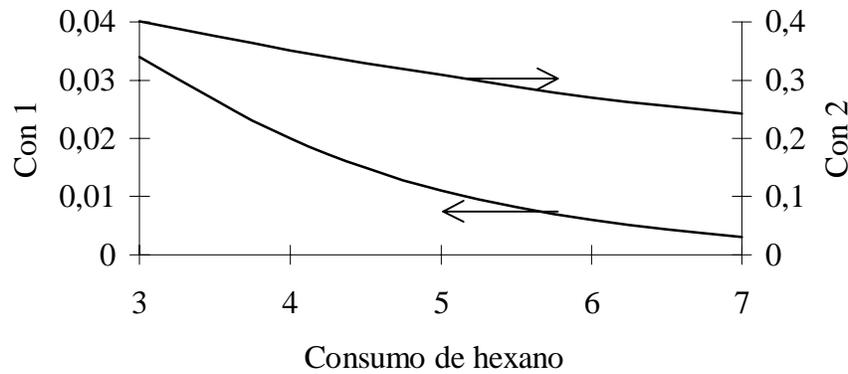


Figura 5 – Alteração das concentrações em função de Q_{he} (L/s)
 “con 1” é a concentração C_p^D e, “con 2” é a concentração C_u

Em particular, no nosso caso, quando $Q_{he} = 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, em comparação com o regime básico, os gastos de energia elétrica aumentam-se aproximadamente 36 % e, simultaneamente, ocorre também, um aumento de produtividade por unidade de massa de matéria prima ≈ 2 %.

Por outro lado, quando $Q_{he} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, temos um aproveitamento em energia elétrica de (em comparação com o regime básico), aproximadamente 55 %, mas as perdas de óleo é também grande, ≈ 14 %.

Podemos observar que existe o regime ótimo no qual estão “harmonizados” os gastos de energia elétrica para a evaporação do hexano e as perdas de óleo não extraído.

REFERÊNCIAS

- Lambert, J. D. 1993, Numerical Methods for Ordinary Differential Systems – The initial Value Problem, John Wiley New York, 283 p.
- Majumdar, G. C., Samanta A. N., Sengupta S.P.. 1995, Modelling solvent extraction of vegetable oil in a packed bed, JAOCS, Campaign, vol. 7, nº 9, pp. 971-979.
- Rickles, R. N..1965, Extraction. Chemical Engineering. New York, Mar., vol.15, pp. 157-172.
- Servent, E.. 1968, Notas para los jefes de Turnos, Compãnia y de Abastecimentos S.ª - Dep. Indusoja, Tarragona, 202p.
- Veloso, G. O. . 1999, Modelo matemático de extração de óleo vegetal por solvente em extrator industrial do tipo “De Smet”. Dissertação de Mestrado, UNIJUÍ-RS, Apr, 109p.
- Vian, Á. & Ocón, J.. 1972, Elementos de Ingeniería Química (operaciones básicas). Ed. Agilar S.A., 2ª ed., pp. 551-614, 754 p.

Abstract. A mathematical model for extraction of vegetable oil in a industrial installation of the type “De Smet” is made in this work. The physics scheme considers: mass transfer among particles of matter and phase “bulk”; diffusion for whole extraction field; particularities of the drainage sections and of shipment; regime transient of the operation of the extractor; oil transfer between the solid phases and pore; existence of “bags” in each wash section. The mathematical model is formed by partial differential equations. The algorithm is based on the method of lines. The numerical simulations that demonstrated the agreement with the laws of the physical-chemistry phenomena and, they explain the particularities of the operation of the extractor and admit to evaluate the influences of parameters of the regime in its characteristics.