



DETERMINAÇÃO DA DIFUSIVIDADE TÉRMICA E DA CONDUTIVIDADE TÉRMICA DE MATERIAIS METÁLICOS UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Sandro M. M. de Lima e Silva

Gilmar Guimarães

Universidade Federal de Uberlândia, Departamento de Engenharia Mecânica,
Campus Santa Mônica, CEP 38400-089 – Uberlândia, MG, Brasil

Saulo Guths

Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica,
Campus Universitário Trindade – CEP 88040-900 – Florianópolis – SC – Brasil

Michel Laurent

Martin Raynaud

Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Centre de Thermique de Lyon (CETHIL),
Equipe TIM – Bât 404 – 20, Av. Albert Einstein – 69621 – Villeurbanne Cedex – France

***Resumo.** Nesse trabalho apresenta-se uma técnica experimental para a determinação simultânea da difusividade térmica, α e da condutividade térmica, λ , do aço inoxidável AISI 304 modificado. O modelo teórico baseia-se na adoção de um modelo térmico unidimensional de um meio submetido a um fluxo de calor transiente na superfície frontal e isolado na superfície oposta. Os sinais de fluxo de calor e temperatura são respectivamente medidos na superfície frontal ao aquecimento e na superfície isolada. As propriedades térmicas α e λ são obtidas aplicando-se técnicas de otimização sem restrições em uma função objetivo de mínimos quadrados entre os sinais teórico e experimental de temperatura. Três algoritmos de otimização sem restrições são utilizados para o cálculo da direção de busca, juntamente com cada um desses algoritmos visando precisão e confiabilidade para as buscas unidimensionais, optou-se pelo uso combinado das técnicas da Seção Áurea e de aproximação polinomial.*

***Palavras-chave:** Estimação de parâmetros, Medição de propriedades térmicas, Condução de calor, Problemas inversos, Otimização.*

1. INTRODUÇÃO

Existem vários métodos experimentais capazes da obtenção de propriedades térmicas como difusividade térmica, α , e condutividade térmica, λ , (Parker *et al.*, 1961), (Glatzmaier & Ramirez, 1985), (Huang & Yan, 1995), (Guimarães *et al.*, 1995), (Lima e Silva & Guimarães, 1996) e (Lima e Silva *et al.*, 1999). Entretanto, esse número diminui quando se deseja obter essas propriedades simultaneamente. A determinação de propriedades térmicas torna-se particularmente importante quando se trata da aplicação em novos materiais, meios já

construídos, materiais compostos, componentes complexos ou materiais porosos. A busca de um método que possa obter simultaneamente propriedades térmicas de forma não destrutiva é outra restrição quanto ao uso das técnicas existentes. Pode-se citar, nesse caso, o método flash (Parker *et al.*, 1961) ou o desenvolvido por Guimarães *et al.* (1995). Em ambos os trabalhos o fluxo de calor é aplicado na superfície frontal. O método flash usa ainda a medição de temperatura na superfície oposta à imposição de calor enquanto o método desenvolvido por Guimarães (1995) usa a medição de temperatura nas superfícies frontal e oposta. Todavia, no método flash somente a difusividade térmica, pode ser obtida com grande precisão. A incerteza na obtenção de λ se deve a dificuldade da obtenção do fluxo de calor imposto na superfície. Já o método proposto por Guimarães *et al.* (1995) mostrou-se adequado para a determinação simultânea de α e λ de materiais de baixa condutividade térmica como por exemplo polímeros. Também trabalhando com polímeros, Lima e Silva *et al.* (1999) utilizaram as técnicas de otimização sem restrições (Davidon-Fletcher-Powell (DFP), Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) e Fletcher-Reeves) para a determinação de α e λ de uma amostra de Perspex (Polymethylmethacrylate). Salienta-se que Lima e Silva *et al.* (1999) utilizaram somente os dados de temperatura e fluxo de calor provenientes da superfície frontal do meio a ser investigado. Propõe-se nesse trabalho uma metodologia para a obtenção simultânea de α e λ em uma amostra de aço inoxidável AISI 304 modificado. A técnica desenvolvida nesse caso, deve evitar o uso de termopares na superfície frontal, devido a resistência de contato que poderia existir entre o transdutor de fluxo de calor e o sensor de temperatura nessa superfície (Guimarães, 1993). Ou seja, a superfície frontal ($x = 0$) é usada para a imposição e monitoramento do fluxo de calor imposto enquanto a superfície oposta ($x = L$) é usada para a medição de temperatura. A utilização desse modelo não só consolida as três técnicas de otimização sem restrições utilizadas para a obtenção de propriedade térmicas por Lima e Silva *et al.* (1999), como também apresenta uma grande vantagem do modelo teórico ser baseado na medição de temperatura em $x = L$, onde a difusividade térmica apresenta uma grande sensibilidade (método flash). A busca de uma técnica experimental de laboratório para determinar simultaneamente as propriedades térmicas α e λ de materiais de alta condutividade térmica é a grande motivação desse trabalho.

2. APARATO EXPERIMENTAL

Na Figura 1 apresenta-se o aparato experimental utilizado para a obtenção das propriedades térmicas α e λ do aço AISI 304 modificado. Esse aparato é projetado para a obtenção das condições de contorno necessárias para o desenvolvimento do modelo térmico. O método envolve a aplicação de um fluxo de calor transiente e unidimensional a um tempo inicial, $t = 0$, na superfície superior da amostra, $x = 0$, inicialmente a uma temperatura constante, T_0 . O fluxo de calor aplicado na superfície frontal da amostra é gerado por um aquecedor resistivo e é medido por um transdutor de fluxo de calor acoplado a esse aquecedor. Ressalta-se que o transdutor de fluxo de calor é baseado em termopilhas com um tempo de resposta inferior a 10 ms. Esse equipamento foi fabricado pelo Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas de Materiais da Universidade Federal de Santa Catarina e possui dimensões de 50 x 50 x 1.0 mm. A temperatura é medida na superfície $x = L$ por um termopar do tipo K. Para garantir o isolamento perfeito da superfície em $x = L$ é colocado um material de baixa condutividade nesse caso, o poliestireno expandido.

O sistema de aquisição de dados utilizado nesse trabalho é o HP E1326B (Data acquisition/ Control Unit) com voltímetro integrador e chave multiplexadora.

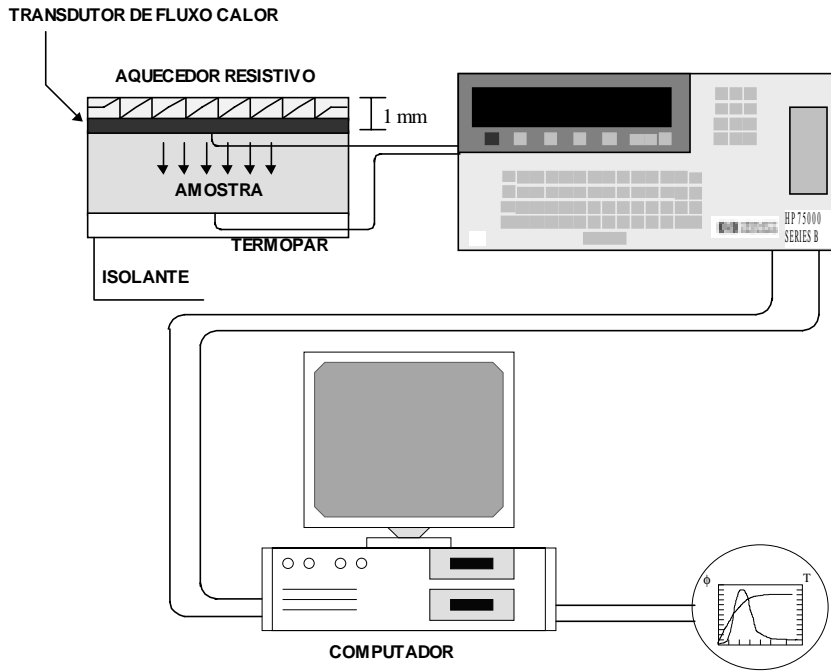


Figura 1 - Aparato experimental

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Considerando as hipóteses de propriedades térmicas constantes com a temperatura, apresenta-se na Fig. (2) o modelo teórico equivalente que representa as condições físicas de difusão de calor obtidas pelo aparato experimental. O modelo é descrito por uma amostra plana homogênea de espessura L e temperatura inicial T_0 onde um fluxo de calor transiente e unidimensional, $\phi_1(t)$, é imposto num instante $t = 0$ na superfície frontal e isolada na superfície oposta.

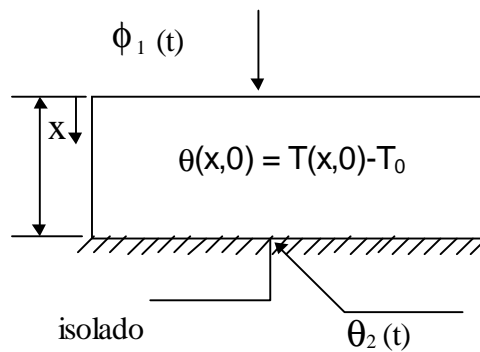


Figura 2 - Amostra sujeita a uma evolução de um fluxo de calor

A solução do problema térmico representado pela Fig. (2) pode ser obtida através do uso das funções de Green (Lima e Silva & Guimarães, 1996). Nesse caso, a solução de temperatura na superfície isolada, $\theta(L,t)$, pode ser escrita como sendo,

$$\theta_2(t) = \theta(L,t) = \frac{\alpha}{\lambda L} \int_0^t \phi_1(\tau) d\tau + \frac{2\alpha}{\lambda L} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \int_0^t e^{-\beta_m^2 \alpha (t-\tau)} \phi_1(\tau) d\tau \quad (1)$$

onde β_m são os autovalores definidos por $\beta_m = \frac{m\pi}{L}$, com $m = 1, 2, 3 \dots \infty$. Observa-se na Equação (1) que a evolução de $\phi_1(t)$ deve ser conhecida para que as integrais envolvidas possam ser resolvidas analiticamente. Entretanto, nesse trabalho as integrais são resolvidas numericamente utilizando-se o conceito de convolução e transformada discreta de Fourier (Lima e Silva et al., 1998). A utilização desses teoremas permitem uma maior flexibilidade na obtenção da solução da Eq. (1), uma vez que não existiria qualquer dificuldade adicional caso a evolução do fluxo de calor fosse alterada em sua forma.

Uma vez que busca-se determinar de forma direta e simultânea α e λ , torna-se necessário uma análise do comportamento dos coeficientes de sensibilidade em relação ao tempo. Esses coeficientes são definidos pela primeira derivada da variável calculada pelo modelo teórico (Eq. 1), em relação aos parâmetros a serem determinados, ou seja,

$$X_\lambda = \frac{\partial \theta_2}{\partial \lambda} \quad (2)$$

e

$$X_\alpha = \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha} \quad (3)$$

O bom comportamento dos coeficientes de sensibilidade (Eqs. 3 e 4) são condições essenciais para o sucesso da determinação de α e λ . Nesse sentido, é apresentado na Fig. (3) uma evolução desses coeficientes em função do tempo. Salienta-se, que para melhor visualizar o comportamento desses coeficientes, o coeficiente de sensibilidade X_λ foi multiplicado por (-1). Verifica-se na Fig. (3) que os coeficientes não são correlacionados (linearmente independentes). Esse comportamento indica que as propriedades α e λ podem ser obtidas simultaneamente (Beck & Arnold, 1977).

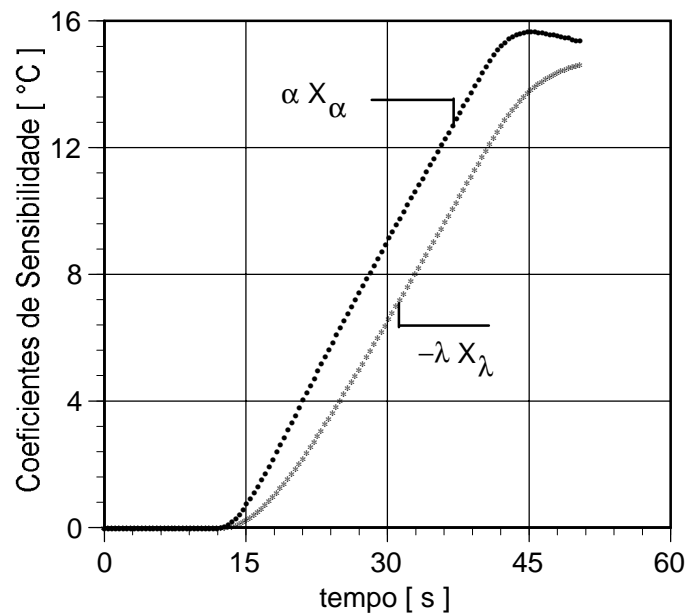


Figura 3 – Coeficientes de sensibilidade, X_α e X_λ , em função do tempo

Para a determinação de α e λ define-se uma função objetivo de mínimos quadrados. Nesse caso a função objetivo é dada pelo quadrado da diferença entre os sinais de temperatura experimental e teórico em $x = L$ sendo definida por

$$S_{mqL} = \sum_{j=1}^{N_t} [Y_2(j) - \theta_2(j)]^2 \quad (4)$$

onde $Y_2(j)$ representa a diferença entre a temperatura experimental, y_2 , e a temperatura inicial T_0 , $\theta_2(j)$ a temperatura calculada pelo modelo teórico, j o tempo discreto e N_t o número total de pontos medidos.

4. DETERMINAÇÃO DE α E λ APLICANDO-SE AS TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Neste parágrafo apresenta-se uma análise dos resultados obtidos para a estimação de α e λ em uma amostra de aço AISI 304 modificado de dimensões 50 x 50 x 10 mm. Para a obtenção dessas propriedades a Eq. (4) será minimizada utilizando-se as técnicas de otimização sem restrições (Lima e Silva *et al.*, 1999). Para a determinação α e λ foram realizados 10 experimentos, onde para cada experimento adquiriu-se 128 pontos com um intervalo de amostragem $\Delta t = 0.396$ s. Apresenta-se nas Figs. (4 e 5) respectivamente os sinais típicos de fluxo de calor aplicado na superfície frontal da amostra e de temperatura medido na superfície oposta. O tempo de duração do aquecimento foi de aproximadamente 30 s com um pulso de calor gerado da ordem de 18000 W/m². Conforme já foi mencionado na Seção (3) admite-se a hipótese de propriedades constantes. Apresenta-se na Tab. (1) os principais parâmetros desse experimento.

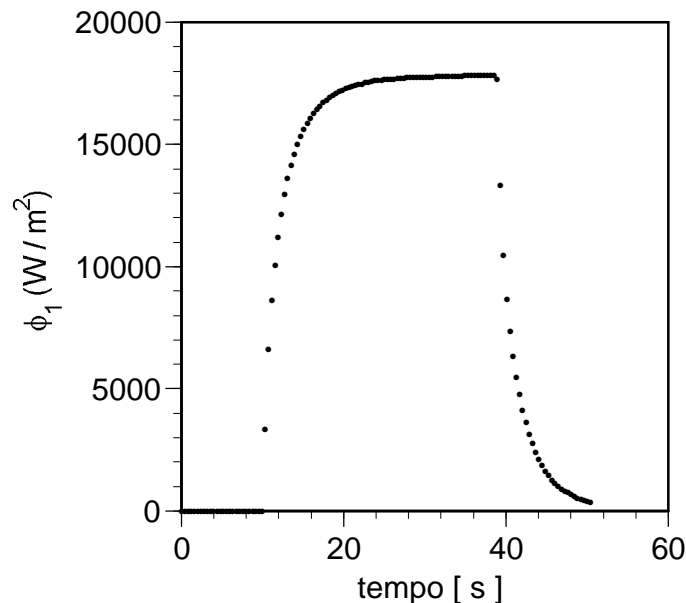


Figura 4 – Sinal de fluxo de calor experimental para o aço AISI 304 modificado, ϕ_1

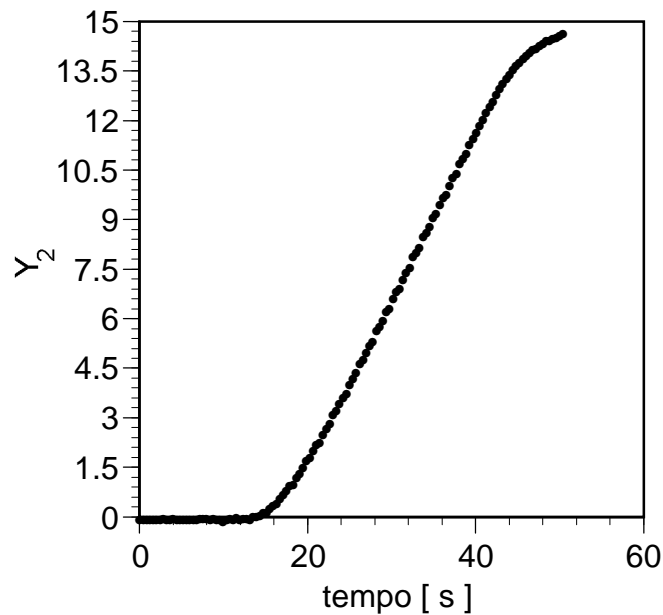


Figura 5 – Evolução típica de um sinal de temperatura experimental, Y_2

Tabela 1 – Caracterização de um experimento típico para a estimação de α e λ

$t_h(s)$	$\Delta t(s)$	$\phi_{max}(W/m^2)$	$\Delta T(K)$	Nt
30,0	0,396	18000	15	128

Apresenta-se na Tab. (2) os resultados obtidos para as variáveis de projeto α e λ de um experimento típico para as três técnicas de otimização DFP, BFGS e Fletcher-Reeves (Vanderplaats, 1984). Ressalta-se que para a técnica DFP utiliza-se o programa computacional OTIM (Mendonça, 1991). Nos algoritmos BFGS e Fletcher-Reeves utiliza-se o pacote de otimização Design Optimization Tools (DOT) (Vanderplaats, 1995). Todos esses métodos de otimização usam como procedimento de busca unidimensional os métodos combinados da Seção Áurea e de aproximação polinomial (Vanderplaats, 1984). Na Tab. (3) apresenta-se a evolução da função objetivo de mínimos quadrados (Eq. 4) de um experimento para as técnicas de otimização sem restrições. Ressalta-se, que em engenharia é comum trabalhar com variáveis normalizadas ou adimensionais. Em otimização com o objetivo de se ter eficiência e confiabilidade faz-se o escolamento das variáveis de projeto (Vanderplaats, 1984). Como nesse trabalho a diferença de ordem de grandeza da condutividade térmica é muito grande, se faz necessária a normalização das variáveis. Para os programas computacional DOT e OTIM foram utilizados vários valores iniciais para as variáveis de projeto, chegando sempre no mesmo resultado ótimo. Observa-se que a única variação considerável encontra-se no valor de avaliação da função objetivo nas buscas unidimensionais (Tab. 2). Onde para o programa computacional OTIM foi de 337, ou seja, o programa OTIM demanda mais tempo computacional do que o pacote DOT para a determinação de α e λ . Salienta-se, que o programa OTIM é um programa que foi desenvolvido na Universidade Federal de Uberlândia (Mendonça, 1991) e o programa DOT (Vanderplaats, 1995) é um pacote de otimização sofisticado.

Tabela 2 – Resultados obtidos α e λ para um experimento típico

Variáveis de Projeto	Inicial	Métodos de Otimização		
		DFP	BFGS	Fletcher-Reeves
$\alpha \times 10^6$ (m ² /s)	1,0	3,441	3,493	3,486
λ (W/mK)	1,0	11,254	11,460	11,434

Tabela 3 – Função objetivo x número de iterações

Número de iterações	Métodos de Otimização		
	DFP	BFGS	Fletcher-Reeves
Inicial	3483,19	3483,19	3483,19
1	296,81	296,85	296,85
2	287,84	295,31	295,31
3	279,16	118,76	132,90
4	264,00	64,84	72,95
Final	0,0508	0,0366	0,0369
Iterações	15	11	10
Funções	390	81	72

5. ANÁLISE DE RESULTADOS

Apresenta-se na Tab. (4) o valor médio estimado da difusividade térmica e da condutividade térmica para os 10 experimentos realizados para o aço AISI 304 modificado. Nessa tabela, também é apresentado o valor médio da difusividade térmica obtido para 30 experimentos utilizando-se a bancada experimental do método flash (Fig. 6). Nessa bancada, uma amostra do material a ser determinado a difusividade térmica de dimensões pequenas em forma de disco é fixada por um porta-amostra dentro do dispositivo de ensaio (Fig 6). A superfície oposta da amostra é mantida em contato com detectores termoelétricos semicondutores Bi_2Te_3 , esses detectores possuem uma grande sensibilidade, na ordem de $360 \mu V/^{\circ}C$ à $20^{\circ}C$. A junção dos detectores é garantida pela amostra, em materiais condutores e por uma fina camada condutora depositada na superfície da amostra em materiais isolantes. Na superfície frontal ao flash, para o caso de material transparente ou refletor é colocada uma camada fina de absorvente. Para a aquisição do sinal primeiro deve-se ajustar o experimento para o tipo de material que vai ser medido, determinando o intervalo de tempo de medição. O calor na superfície da amostra é gerado pelas lâmpadas flash alimentada por um equipamento de alimentação do flash desenvolvido por Laurent (1991). O termograma é medido na superfície oposta ao flash pelos detectores. Esse sinal passa por um equipamento de tratamento de sinal e é medido automaticamente por um osciloscópio Nicolet 310. Salienta-se que desde sua introdução por Parker *et al.* (1961) o método flash tem sido

bastante estudado e diversas técnicas para o cálculo da difusividade térmica a partir do termograma de temperatura têm sido desenvolvidas. Nesse caso, o valor de α é calculado utilizando-se a técnica dos momentos temporais parciais proposta por Laurent & Degiovanni (1986) para o modelo térmico levando-se em conta as perdas de calor com o exterior. Essa técnica apresenta resultados bastante significativos se comparada com as outras técnicas de determinação da difusividade térmica utilizando-se a bancada experimental do método flash. Essa bancada experimental foi desenvolvida no laboratório do Centre de Thermique de Lyon (CETHIL) do Institut National de Science Appliquée (INSA) de Lyon, França. Cabe salientar que o mesmo material (aço AISI 304 modificado) foi usado para a determinação das propriedades térmicas para ambos os métodos.

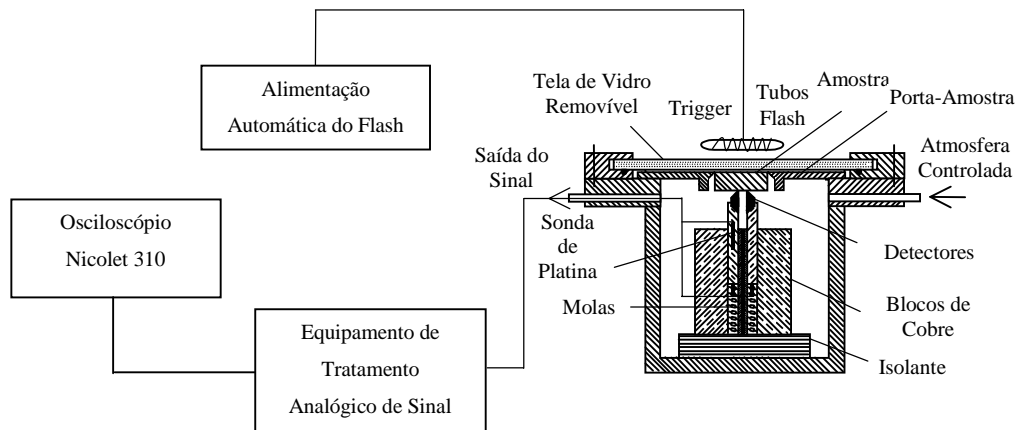


Figura 6 – Bancada experimental do método flash

Os valores de α e λ escolhidos para a comparação com o método flash foram os obtidos pelas técnicas de Fletcher-Reeves, técnica essa que apresenta o menor desvio padrão quando comparada com os resultados obtidos pelas outras duas técnicas de otimização. Observa-se na Tabela (4) que a difusividade térmica determinada pelo método Fletcher-Reeves apresenta uma dispersão de aproximadamente 9 % se comparada com o valor de α obtido pelo método flash. Fontes de erro podem ser identificadas na obtenção de α e λ usando-se as técnicas de otimização. Pode-se citar os erros sistemáticos devido ao modelo teórico como erros sistemáticos devido as hipóteses de homogeneidade do material e unidimensionalidade da difusão de calor. Em relação ao experimento as maiores fontes de erro residem nos erros aleatórios de medição da temperatura (termopares) e aleatórios e sistemáticos do fluxo de calor (transdutor de fluxo de calor). Os erros sistemáticos devido ao modelo teórico foram simulados numericamente, e na faixa de tempo de medição ($t < 45$ s) não representam influência significativa nos resultados, apresentando um desvio inferior a 1 % (Lima e Silva, 1999). Em relação aos erros de medição a maior fonte de incerteza encontra-se na medição do fluxo de calor. Uma vez que a incerteza de medição do sistema de aquisição usado é baixa. O principal problema torna-se o valor de fluxo de calor em W/m^2 obtido a partir da calibração dos transdutores. Para as condições atuais desse trabalho o transdutor de fluxo de calor foi calibrado com uma incerteza de calibração da ordem de 10 %. Valores comparativos para a condutividade térmica não puderam ser apresentados uma vez que o método flash só permite a obtenção da difusividade térmica. Uma comparação com dados da literatura fica comprometida, devido à composição ser modificada. Apenas para referência a condutividade térmica do aço 304 puro é de $\lambda = 14.9$ W/mK (Incropera & De Witt, 1996). Na Figura (7) apresenta-se a diferença entre as temperaturas experimental e teórica. Observa-se a boa concordância dos resultados obtidos, os resíduos estão situados nas incertezas de medidas dos termopares ($\pm 0,15$ K).

Tabela 4 – Valores das variáveis de projeto α e λ

Variáveis de Projeto	Métodos de Otimização			Método
	DFP	BFGS	Fletcher-Reeves	Flash
$\alpha \times 10^6$ (m ² /s)	3.427 ± 0.0338	3.493 ± 0.0305	3.462 ± 0.0193	3.792 ± 0.0482
λ (m ² /s)	11.298 ± 0.109	11.397 ± 0.077	11.438 ± 0.0292	-

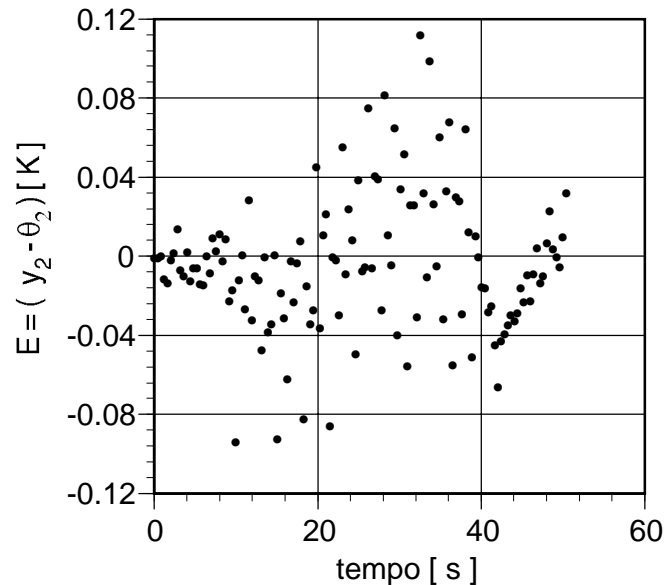


Figura 7 – Diferença entre os valores experimentais e estimados de temperatura

6. CONCLUSÃO

O procedimento experimental para a obtenção simultânea da difusividade térmica e condutividade térmica baseado na medição dos sinais de fluxo de calor na superfície frontal e de temperatura na superfície oposta mostrou-se adequado para materiais metálicos. As propriedades térmicas foram determinadas usando as técnicas de otimização sem restrições. Uma calibração mais precisa dos transdutores de fluxo de calor certamente permitiria a obtenção de α e λ com uma menor incerteza.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq e FAPEMIG pelo apoio financeiro.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beck, J. V. and Arnold, K. J., 1977, Parameter estimation in engineering and science, John Wiley and Sons Inc., New York, 501 p.
- Degiovanni, A. and Laurent, M., 1986, Une nouvelle technique d'identification de la diffusivité thermique, Revue de Physique Appliquée, Vol. 21, pp. 229-237.
- Glatzmaier, G. C. and Ramirez, W. F., 1985, Simultaneous measurement of the thermal conductivity and thermal diffusivity of unconsolidated materials by the transient hot wire method, Review of Scientific Instruments, Vol. 7, pp. 1394-1398,.

- Guimarães, G., 1993, Estimação de parâmetros no domínio da frequência para a determinação simultânea da condutividade térmica e difusividade térmica, Dissertação de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 130 p.
- Guimarães, G., Philippi, P. C. and Thery P., 1995, Use of parameters estimation method in the frequency domain for the simultaneous estimation of thermal diffusivity and conductivity, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 66, n. 3 pp 2582-2588.
- Huang, C. H., and Yang, J. Y., 1995, An inverse problem in simultaneously measuring temperature-dependent thermal conductivity and heat capacity, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, n. 18 pp. 3433-3441.
- Incropera, F. P., and DeWitt, D. P., 1996, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley & Sons, Inc, 4^o ed.
- Laurent, M., 1991, Dispositif de Mesure de la Diffusivité Thermique par la Méthode Flash, Centre de Thermique de Lyon, Institut National de Science Appliquée de Lyon, France.
- Lima e Silva, S. M. M. and Guimarães, G., 1996, Um novo método para estimação simultânea de propriedades térmicas in situ, *Proc. VI ENCIT*, Nov., pp. 1742-1752.
- Lima e Silva, S. M. M., Duarte, M. A. V., Raynaud, M. and Guimarães, G., 1998, Convolution Technique Applied to Numerical Integration in Heat Conduction Problem, *Proc. VII ENCIT*, pp. 148-153.
- Lima e Silva, S. M. M., Guimarães, G., Steffen, Jr. V. and Duarte, M. A. V., 1999 The Application of Optimization Techniques for Thermal Properties Identification, *Proc. VI PACAM*, pp. 27-30.
- Lima e Silva, S. M. M., 1999, “Análise dos Erros Sistemáticos Devido ao Modelo Teórico” Relatório Interno, Departamento de Engenharias Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia.
- Mendonça, M. L. F., 1991, Uma contribuição aos procedimentos de otimização aplicados a sistemas mecânicos, dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 100 p.
- Parker, W. J., Jenkins, R. J., Butler, C. P. and Abbot, G. L., 1961, Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity and thermal conductivity, *Journal of Applied Physics*, Vol. 32, N^o 9, pp. 1679-1684.
- Vanderplaats G. N., 1984, *Numerical optimization techniques for engineering design*, McGraw-Hill, New York, USA, 350 p.
- Vanderplaats G. N., *Design optimization tools*, Vanderplaats Research & Development, Inc., Colorado Springs, 1995.

THERMAL CONDUCTIVITY AND DIFFUSIVITY ESTIMATION OF METALIC MATERIALS USING OPTIMIZATION TECHNIQUES

Abstract. *This paper describes an experimental technique to determine simultaneously the thermal diffusivity, α , and thermal conductivity, λ , of a stainless steel AISI 304 modified sample. A one-dimensional thermal model is used. A heat flux history is imposed at the frontal surface of the sample while the other surface is isolated. The heat flux and temperature are respectively measured at the frontal heating surface and at the rear surface. Thermal properties α and λ are estimated by using unconstrained optimization techniques in a minimum square error function between the experimental and estimated temperature. Three unconstrained algorithms of optimization are used to calculate the search direction. In each case the unidirectional search golden section technique followed by a polynomial approximation are used in order to reach more confidence and precision.*

Key-words: *Parameter estimation, Thermal properties measurements, Heat conduction, Inverse problem, Optimization.*