

COBEM-97

Vol. 3

Tema 46

Modelagem



PAPER CODE: COB1016

**CÁLCULO DE SISTEMAS DE AQUECIMENTO POR INDUÇÃO PELO
MÉTODO DOS CIRCUITOS MUTUAMENTE ACOPLADOS /
MUTUALLY COUPLED METHOD FOR THE CALCULATION OF
INDUCTION HEATING SYSTEMS**

MAYSA NUNES ALVES

*Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia – UNESP – Guaratinguetá
CEP – 12.500-000 Guaratinguetá – SP – Brasil – E-mail: maysa@feg.unesp.br*

Abstract

This paper deals with a numerical method based on the couples equivalent circuit for the calculation of axially symmetric induction heating systems. Using a procedure for the calculation of the self and mutual inductances, it is possible to calculate the currents, even in the case of complex configurations and with no limits on the choice of the subdivision elements.

Keywords

Tratamento térmico; Indução; Método de Cálculo / *Heat Treatment, Induction, Calculation Method*

1. INTRODUÇÃO

Dentre os vários métodos de aquecimento no campo de tratamentos térmicos dos metais, os últimos anos têm visto uma sempre maior utilização da energia elétrica, dadas a inúmeras vantagens que são oferecidas, tais como alta taxa de repetibilidade, melhoria do ambiente de trabalho, possibilidade da introdução de equipamento de aquecimento na linha de produção. Os tipos de aquecimento elétrico disponíveis para a realização de tratamentos térmicos são basicamente: utilização de resistências elétricas em fornos, aquecimento por passagem direta de corrente, aquecimento por indução, laser. Dentre todos estes tipos de sistemas de aquecimento, segundo a União Internacional de Eletrotécnicas - U.I.E., o aquecimento por indução eletromagnética é aquele mais difundido.

Este tipo de processo permite a execução de aquecimentos controlados e de grande reprodutibilidade, com elevados valores de potência específica, oferecendo ainda a possibilidade de modificar, ao variar da frequência, a distribuição das fontes internas de calor, que podem fornecer valores elevados de potência, de modo que pode-se realizar tratamentos de têmpera com refusão superficial, como pode ser visto em Alves mantendo o núcleo de uma peça cilíndrica à temperatura ambiente.

As maiores aplicações industriais do aquecimento indutivo concentram-se no aquecimento, a média ou alta frequência, de corpos ferromagnéticos (tarugos barras ou tubos de aço) com o objetivo de promover a têmpera superficial ou o aquecimento para trabalho a quente.

As bem conhecidas limitações dos procedimentos analíticos disponíveis para o cálculo destes sistemas levou ao desenvolvimento de um grande número de métodos numéricos para a

simulação do processo e para o projeto e dimensionamento de indutores. As soluções numéricas hoje disponíveis (ANSOFT, FLUX 2D, FLUX 3D, ANSYS), embora muitas vezes sofisticadas, não são aplicáveis ao dimensionamento de sistemas de aquecimento indutivo devido ao seu alto custo e ao tempo de cálculo necessário.

Por estas razões existe uma grande necessidade, apresentada por indústrias que se utilizam do aquecimento indutivo, de poder contar com programas de simulação para sistemas de aquecimento de cargas ferromagnéticas ou não.

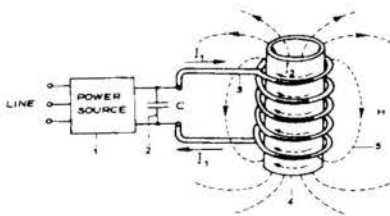
Neste artigo é apresentado, em linhas gerais, o Método dos Circuitos Mutuamente Acoplados, utilizado para o cálculo em 2-D, não linear e axissimétrico, de sistemas de aquecimento por indução. Este método baseia-se na descrição dos componentes do sistema de aquecimento (indutor-peça), baseado em seus valores de resistência elétrica, auto-indutância e mútua-indutância, e a aplicação da Lei de Kirchhoff $\vec{V} = \dot{Z} \cdot \vec{I}$, que estabelece a relação entre estas grandezas.

2. AQUECIMENTO POR INDUÇÃO

Um sistema de aquecimento por indução é baseado na geração de calor por efeito da passagem de uma corrente elétrica induzida em corpos constituídos de material condutor.

Quando um corpo metálico é submetido à ação de um campo magnético alternado, gerado pela circulação de correntes alternadas em um indutor, verifica-se a indução de uma corrente elétrica em seu interior. A distribuição interna da corrente induzida é função da frequência da corrente elétrica que circula na bobina indutora. Como consequência, observa-se a geração de calor por efeito Joule diretamente no corpo que se pretende aquecer.

O aquecimento por indução é realizado segundo a disposição típica da figura 1. O corpo no qual se deseja realizar um determinado processo térmico é submetido à ação de um campo magnético variável, produzido por uma corrente alternada senoidal \vec{I} que percorre o indutor.



- 1- Conversor de frequência;
- 2- Bateria de condensadores;
- 3- Bobina Indutora;
- 4- Corpo em Aquecimento;
- 5- Linhas de Campo Magnético;
- 6- Correntes Induzidas na peça;

Figura 1: Disposição típica para o aquecimento por indução de corpos cilíndricos.

O campo magnético induz correntes no corpo, cujo efeito é aquecê-lo, desde que este seja dotado de uma resistividade finita.

A distribuição do campo magnético, das correntes induzidas e das fontes de calor podem ser determinadas analiticamente para geometrias simples e propriedades constantes do metal, a partir das equações de Maxwell, que podem ser escritas como se segue, admitindo grandezas senoidais:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\vec{E}}{\rho} \quad (1)$$

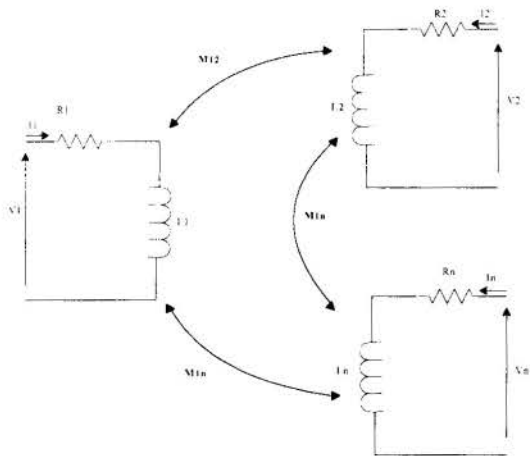
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j \cdot \varpi \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (2)$$

- onde:
- \vec{H} -intensidade de campo magnético [A/cm]
 - \vec{E} -intensidade de campo elétrico [C/cm]
 - ρ -resistividade elétrica do material [$\Omega \cdot \text{cm}$]
 - $\mu_0 = 4\pi 10^{-9}$ -permeabilidade magnética do vácuo [H/cm]
 - μ -permeabilidade magnética relativa do material a aquecer
 - $\omega = 2\pi f$ -pulsação da corrente de alimentação [1/s]
 - f -frequência [Hz]
 - j -unidade imaginária

A resolução analítica do problema exclui o caso de indutores “curtos” [$l/D < 10$], nos quais os efeitos da dispersão da intensidade de campo magnético \vec{H} são muito marcantes, e a intensidade de campo magnético não pode ser considerada longitudinal à peça. Nestes casos o aquecimento das extremidades das placas e tarugos é diferenciado, devido à distribuição do campo magnético na região. Assim deve-se utilizar programas de cálculo numéricos que sejam capazes de fornecer, independentemente das dimensões da peça e/ou do indutor, a distribuição interna das correntes induzidas, de forma que seja possível conhecer a distribuição das fontes de calor no interior da peça, o que torna possível conhecer também o “mapa” das temperaturas internas.

3.MÉTODO DAS GRANDEZAS MUTUAMENTE ACOPLADAS

Consideremos um sistema de $n = n_1 + n_2$, ($n_1 =$ número de elementos em que é dividido o indutor e $n_2 =$ número de elementos em que é dividida a peça em aquecimento) circuitos mutuamente acoplados, como esquematizado na Figura 2.



- $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n$ - tensões aplicadas
- $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \dots, \vec{I}_n$ - correntes
- L_1, L_2, \dots, L_n - coeficientes de auto-indutância
- M_{12}, M_{1n}, M_{2n} - coeficientes de mútua indutância
- R_1, R_2, \dots, R_n - resistências

Segundo Dudley e Burke, baseado na Lei de Kirchhoff, é possível escrever para o circuito i -ésimo, a equação (3), onde as grandezas foram detalhadas na Figura 2, e portanto os símbolos utilizados têm o mesmo significado apenas descrito.

Figura 2 : Sistema de circuitos mutuamente acoplados.

$$R_i \cdot \vec{I}_i + L_i \cdot \frac{d\vec{I}_i}{dt} + \sum_{j=1, j \neq i}^n M_{ij} \cdot \frac{d\vec{I}_j}{dt} = \vec{V}_i \quad (3)$$

Se além de tudo se supõe ter tensões senoidais e isofrequenciais e ausência de circuitos em movimento recíproco, a situação de regime passa a ser expressa pela notação simbólica através das relação, válida para cada um dos n circuitos:

$$(R_i + j \cdot \omega \cdot L_i) \cdot \bar{I}_i + j \cdot \omega \cdot \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n M_{ij} \cdot \bar{I}_j = \bar{V}_i \quad (4)$$

No caso de circuitos nos quais não exista tensão aplicada (aqueles referentes à peça em aquecimento), basta fazer $\bar{V}_k = 0$ com k variando de n_1+1 a n_2 .

A equação (4) escrita para todos os n circuitos, leva a um sistema de n equações com as n correntes \bar{I}_n incógnitas. O sistema de equações resultante assume portanto a forma descrita abaixo. Como pode ser visto, trata-se de um sistema linear a coeficientes e incógnitas complexas.

$$\begin{cases} (R_1 + j\omega L_1) \cdot I_1 + (j\omega M_{12}) \cdot I_2 + \dots + (j\omega M_{1j}) \cdot I_j + \dots + (j\omega M_{1n}) \cdot I_n = V_1 \\ (j\omega M_{21}) \cdot I_1 + (R_2 + j\omega L_2) \cdot I_2 + \dots + (j\omega M_{2j}) \cdot I_j + \dots + (j\omega M_{2n}) \cdot I_n = V_2 \\ \dots \\ (j\omega M_{i1}) \cdot I_1 + (j\omega M_{i2}) \cdot I_2 + \dots + (R_i + j\omega L_i) \cdot I_i + \dots + (j\omega M_{in}) \cdot I_n = V_i \\ \dots \\ (j\omega M_{n1}) \cdot I_1 + (j\omega M_{n2}) \cdot I_2 + \dots + (j\omega M_{ni}) \cdot I_i + \dots + (R_n + j\omega L_n) \cdot I_n = V_n \end{cases} \quad (5)$$

Dado um sistema genérico de aquecimento indutivo com simetria de rotação, é possível esquematizar a geometria por meio de um conjunto de sistemas mutuamente acoplados. De fato, as regiões condutoras podem ser subdivididas ao longo das linhas de corrente, em um número finito de elementos anulares com seção retangular, em cada um dos quais a corrente possa ser considerada uniformemente distribuída. Para qualquer um destes elementos e para cada dupla deles, é possível calcular a resistência R_i , e os coeficientes de auto e de mútua indutância, L_i e M_{ij} , do elemento i com o elemento j e portanto, substituir cada um dos circuitos da Figura 2. Repetindo a operação para todos os n elementos, obtém-se um sistema do tipo indicado na Figura 3.

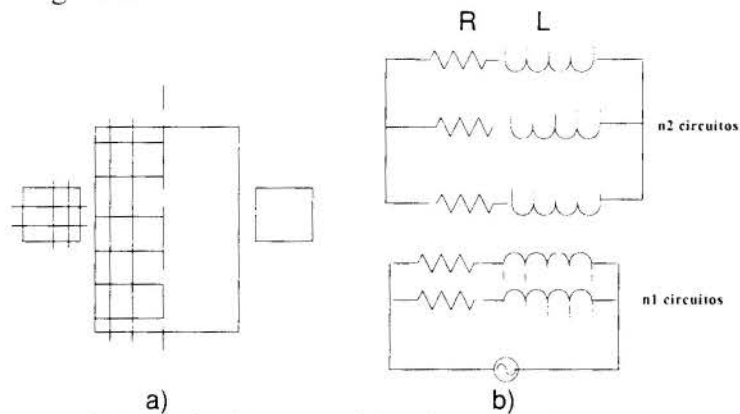


Figura 3 : a) conjunto peça indutor divididos em vários elementos; b) circuitos que os representam no Método dos Circuitos Mutuamente acoplados.

Na figura 3, cada indutância é responsável pelos coeficiente de auto-indutância e pelos coeficientes de mútua-indutância com todos os demais elementos.

Para a aplicação deste método devem ser consideradas geometrias nas quais o andamento das linhas de corrente seja bem conhecido. Logo, o objeto de análise será, como dito anteriormente, as geometrias circulares com simetria axial, onde as correntes que circulam no indutor são azimutais, tal como as correntes induzidas.

Todos os elementos formados na subdivisão do indutor e da peça têm seção transversal retangular, por simplicidade. No entanto, em relação às dimensões destes elementos, eles devem ser relativamente pequenos nas regiões onde a densidade de corrente varia muito rapidamente e podem ser maiores nas regiões onde a densidade de corrente sofre variações menores. Portanto as dimensões dos elementos podem ser colocadas em função da espessura

de penetração $\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\mu \cdot \mu_0 \cdot \omega}}$, considerando:

- a densidade de corrente desenvolvida em uma espessura δ é equivalente a 63,5 % do total; logo a espessura dos elementos localizados os extratos mais externos não deve ser superior a $0,2 \cdot \delta$.
- não é necessário subdividir as regiões do corpo localizadas em distâncias superiores a $3 \cdot \delta$ em relação à superfície da peça, uma vez que a partir desta espessura, a corrente induzida é praticamente nula;
- não convém, em geral, em relação à precisão e ao tempo de cálculo, ter um número total de elementos superior a 200; isto pode ser conseguido mediante uma subdivisão desuniforme além de ao longo do raio, também ao longo do comprimento, no caso de peças cilíndricas, onde as linhas de campo apresentam-se uniformes no centro do comprimento e muito desuniformes nas regiões próximas às bordas tanto da peça quanto do próprio indutor.

Ao esquema da Figura 3a, podemos associar o esquema da Figura 3b, na qual cada elemento anular de seção retangular é substituído pela resistência própria R e pelo próprio coeficiente de auto-indução L . No esquema, se entende que cada ramo é acoplado magneticamente com todos os outros, ainda que não tenham sido indicados explicitamente todos os coeficientes de mútua-indutância M_{ij} .

Os elementos do indutor, sendo formadores da única espira deste caso, são colocados todos sob ação da mesma tensão complexa aplicada, enquanto que aqueles da peça são fechados em curto-circuito e portanto a tensão de todos os elementos da peça em aquecimento é igual a zero.

O sistema de equações (5), de n equações lineares a coeficientes complexos, nas n incógnitas (também complexas) pode ser escrito na forma matricial compacta:

$$|\dot{Z}| \cdot |\dot{I}| = |\dot{V}| \quad (6)$$

onde: $|\dot{Z}|$ = matriz das impedâncias
 $|\dot{I}|$ = vetor coluna das correntes incógnitas
 $|\dot{V}|$ = vetor coluna das tensões conhecidas

ou mais explicitamente:

$$|\dot{Z}| = \begin{vmatrix} R_1 + j\omega \cdot L_1 & j\omega \cdot M_{12} & \dots & j\omega \cdot M_{1n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ j\omega \cdot M_{n1} & j\omega \cdot M_{n2} & \dots & R_n + j\omega \cdot L_n \end{vmatrix}; \quad |\dot{I}| = \begin{vmatrix} \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{vmatrix}; \quad |\dot{V}| = \begin{vmatrix} \dot{V}_1 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{vmatrix}$$

Como o sistema apresenta n incógnitas complexas, na realidade o número de valores desconhecidos é $2n$, sendo n reais e n imaginários. Pode-se reescrever os vetores, colocando em evidência as partes real e imaginária dos vetores coluna $\begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{V} \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{r1} + j \cdot I_{im1} \\ \vdots \\ I_{rn} + j \cdot I_{imn} \end{bmatrix} = (|I_r| + j \cdot |I_{im}|) \quad \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{r1} + j \cdot V_{im1} \\ \vdots \\ V_{rn} + V_{imn} \end{bmatrix} = (|V_r| + j \cdot |V_{im}|)$$

A resolução do sistema de equações (6) deve ser resolvido seguindo métodos matemáticos como o Método de Kramer ou da Triangularização, ou ainda utilizando o programa MATLAB.

Deve-se para tanto, calcular primeiramente a matriz $\begin{bmatrix} \dot{Z} \end{bmatrix}$ que possui além das resistências R_i , facilmente identificadas, valores de auto e de mútua indutância, L_i e M_{ij} .

3.1 Cálculo dos coeficientes de auto-indução

Consideremos a bobina circular de seção retangular ilustrada abaixo.

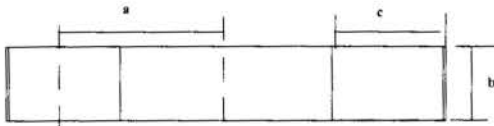


Figura 4 : esquema da bobina indutora circular de seção retangular

a = raio médio da espira
 b = dimensão na direção axial da seção transversal
 c = dimensão na direção radial da seção transversal
 $x = b/c$

O problema do cálculo dos valores de auto-indutância foi pesquisado por Weinstein e Garret. A auto-indução é função das dimensões da bobina, sendo seu cálculo diferenciado para cada caso. Algumas fórmulas são aplicáveis a bobinas finas ($c/2a$ pequeno e b/c grande) e outras a bobinas "a disco" ($c/2a$ grande e b/c grande).

Segundo a equação apresentada por Weinstein, o coeficiente L da auto-indução é igual a:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot a \cdot (\sigma + \mu) \quad (7)$$

onde:

$$\sigma = \ln \frac{8a}{c} + \frac{1}{12} - \frac{\pi \cdot x}{3} - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + \frac{1}{12 \cdot x^2} \cdot \ln(1 + x^2) + \frac{1}{12 \cdot x^2} \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + \frac{2}{3} \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \arctg(x)$$

$$\mu = \frac{c}{96a^2} \left[\left(\ln \frac{8a}{c} - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) \right) \cdot (1 + 3x^2) + 3,45x^2 + \frac{221}{60} - 1,6\pi x^3 + 3,2x^2 \arctg(x) - \frac{1}{10x^2} \ln(1 + x^2) + \frac{1}{2} x^3 \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \right]$$

Tal fórmula fornece resultados muito precisos desde que a relação c/a assuma valores relativamente baixos, ou seja, a largura da bobina seja pequena em relação ao seu raio médio.

3.2 Cálculo dos coeficientes de mútua-indutância

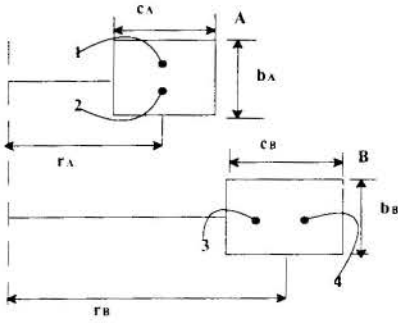


Figura 5 : Esquema de dois elementos da bobina indutora

Para elementos de seção retangular, como aqueles esquematizados na Figura 5, os filamentos de corrente 1 e 2, que “aproximam” o elemento A e aqueles 3 e 4, que “aproximam” o elemento B são posicionados mediante as relações abaixo, sendo indicados como a_1, a_2, a_3 e a_4 os raios dos filamentos.

$$a_1 = a_2 = r_a \cdot \left(1 + \frac{c_A^2}{24 \cdot r_A^2} \right)$$

$$a_3 = r_B - \Delta, \quad a_4 = r_B + \Delta$$

$$\beta = \frac{b_A^2 - c_A^2}{12}; \quad \Delta^2 = \frac{c_B^2 - b_B^2}{12}$$

Segundo Garret, para o cálculo da mútua-indutância entre dois filamentos, pode-se aplicar a relação de Maxwell relativa a filamentos centrais dos segmentos, segundo a equação:

$$M_{u,v} = 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{r_u \cdot r_v} \cdot \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) \cdot F - \frac{2 \cdot E}{k} \right] \quad (8)$$

onde: r_u e r_v - raios dos dois filamentos
 d - distância entre os seus centros

$$k - k = \frac{2 \cdot \sqrt{r_u \cdot r_v}}{\sqrt{(r_u + r_v)^2 + d^2}}$$

F,E - respectivamente integrais elípticas de 1ª e 2ª espécie e de módulo K

A mútua-indutância entre os dois segmentos A e B é a média das mútuas-indutâncias entre os vários filamentos.

$$M_{AB} = \frac{M_{13} + M_{14} + M_{23} + M_{24}}{4} \quad (9)$$

A limitação deste método é que a 4ª potência da relação das dimensões do elemento com respeito ao raio deve ser muito menor que 1, ou seja, $(b/a)^4 \lll 1$ e $(c/a)^4 \lll 1$. Em caso de elementos de seção quadrada, ambos os valores de β e de Δ tornam-se nulos.

Para outras configurações diferentes de indutor, Lyle apresenta outro método de cálculo para os valores de mútua-indutância.

4. CONCLUSÕES

O método apresentado permite a configuração de vários outros tipos de indutores, com uma grande variedade especificações geométricas, sem grandes limitações relacionadas às dimensões dos elementos nos quais são subdivididos indutor e peça de trabalho.

O problema do longo tempo de computação requerido pode ser minimizado com a escolha de uma quantidade menor de elementos, dando origem a matrizes menores. Para que não se perca a precisão dos resultados, tal subdivisão deve ser muito bem estudada.

É importante ressaltar que este é um método de cálculo de fácil implementação mesmo sem computadores pessoais, como feito por Lupi e Ceollini e por Dudley e Burke, permitindo que sejam feitas simulações dos processos de aquecimento por indução exatamente pelos usuários deste tipo de tratamento. Tal método foi testado em matrizes de dimensões reduzidas pela autora, tendo sido feita a solução do sistema pelo programa matemático MATLAB, e encontra-se em fase de estudo, para a expansão das dimensões do sistema de equações algébricas.

Considerando os valores elevados e sempre crescentes da potência empregada neste tipo de processo, a simulação é de fundamental importância, pois cada incerteza na determinação dos parâmetros pode gerar o super ou sub dimensionamento e a distribuição não uniforme das temperaturas, e conseqüentemente distorções nas propriedades do material tratado.

5. REFERÊNCIAS

Dudley, R.F., Burke, P.E. The Prediction of Current Distribution in Induction Heating Installations, *IEEE Trans.*, vol. IA-8, n.5, pp.565-571, 1972.

Garret, M.W., Calculation of fields, forces and mutual inductances of systems by elliptic integrals, *Journal of Applied Physics*, vol.34, n.9, pp.2567-2573, 1963.

Weinstein, *Ann.der Phys.*, vol.21, pp.329-350, 1884.

Lyle, *Phil. Trans.*, vol.213-A, pp.421, 1914.

Lyle, *B. of Sci. Paper.*, vol.320, pp.557, 1918.

Lupi, S., Ceollini, F., The mutually coupled circuits method for calculation regarding induction heating with special configurations, *IEEE-Industry Applications Society*, vol.41-B, pp.1151-1157, 1978.

Alves, M.N., Riscaldamento ad Induzione con Rifusione Superficiale, *Tesi di Dottorato - Università degli Studi di Padova*, 1992.

U.I.E., *Annual Report of U.I.E.*, Paris-La Defence, 1995.



PAPER CODE: COB1214

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE “PUFFS” PARA
REPRESENTAR A DISPERSÃO DE GASES PESADOS NA ATMOSFERA
NUMERICAL SIMULATION OF BEHAVIOUR OF PUFFS FOR REPRESENT THE
ATMOSPHERIC DISPERSION OF DENSE GASES**

Edson Abel dos S. Chiaramonte e César Antônio Leal
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFRGS
CEP: 90410-001, Porto Alegre / RS, Brasil, AV. Protásio Alves, 1187/ Apt. 02
E-mail: edsonchi@ufrgs.vortex.br

Abstract

The releases of the heavy gases at ground level into the atmosphere can have all kinds of behaviour, that is a release can be instantaneous, continuous or intermittent. In this paper is showing a simple model, that can describe these all kinds of releases. The releases continuous or intermittent are represented in the model as succession of instantaneous releases (the puff model). This puffs are summed up and combined to form continuous or intermittent releases. The heavy gas puff is represented by a bulk mathematics model as a cylinder of heavy gas with homogenous properties profiles of the speed, temperature and density (the composition of puff) in his interior (box model). The puffs sum and combination process is showing for representation of a heavy gas continuous release with constant rate. In the later of the paper the numerical results obtain with the model are compared with the field experimental data available in the literature for continuous releases of the liquefied natural gas (LNG) and the liquefied petroleum gas (LPG).

Palavras-chaves

Gases pesados, dispersão atmosférica, excesso de densidade, modelo de “puff”

1. INTRODUÇÃO

Os gases pesados, que tem valor de massa específica maior que o ar, possuem um comportamento de dispersão na atmosfera que difere dos gases leves, pois o excesso de massa específica confere ao gás uma maior dispersão lateral que o efeito da turbulência atmosférica e uma maior queda inicial da nuvem pelo efeito da gravidade, por isto estas liberações tendem a formar nuvens mais próximas ao solo, com uma largura da nuvem muito maior que a sua altura e uma grande superfície de topo. Hoje em dia muito esforço tem sido gasto na obtenção de dados experimentais tanto em laboratório com túnel de vento e com experimentos de campo na atmosfera, e também no desenvolvimento de modelos matemáticos que avaliem a dispersão destes gases na atmosfera no caso de liberações acidentais. Neste trabalho, nós mostramos um modelo aproximado que representa uma liberação de gás pesado contínua ou intermitente por uma soma de liberações instantâneas (o modelo de “puff”).

2. O MODELO DE LIBERAÇÃO INSTANTÂNEA

O modelo que é usado para representar uma liberação instantânea (o modelo de “puff”) é um modelo de balanço global das propriedades de massa, energia e quantidade de

movimento em conjunto com a equação que descreve a dispersão lateral do “puff”, quando o espalhamento pelo efeito da gravidade é maior que os demais processos de dispersão atmosférica. O modelo de liberação instantânea tem a forma de um cilindro com as propriedades de composição da nuvem (mistura de gás pesado e ar), temperatura e velocidade com perfil homogêneo no seu interior (“box model”), conforme descrito por Wheatley (1985). O modelo resulta num conjunto de equações diferenciais ordinárias para as variáveis raio, massa de ar, velocidade e temperatura do “puff” que descrevem a concentração, extensão e localização do “puff” em função do tempo desde a sua liberação. As equações, que são derivadas do “box model” de Eidsvik (1980) com pequenas modificações, são apresentadas a seguir.

O balanço de massa para o “puff”.

$$\frac{dm_p}{dt} = \frac{dm_{ar}}{dt} \quad (1)$$

com $m_p(t=0) = m_{gp,0}$.

$$m_p(t) = m_{gp}(t=0) + m_{ar}(t) \quad (2)$$

onde:

$m_p(t)$ = massa do “puff” (gás pesado mais ar) no instante de tempo t , em kg.

$m_{gp,0}$ = massa de gás pesado no interior do “puff”, no instante da liberação na fonte, em kg.

$m_{ar}(t)$ = massa de ar no interior do “puff”, em kg.

t = tempo total do “puff” desde a sua liberação, em s.

A entrada de ar para a nuvem é determinada pela soma das entradas de ar pelas superfícies lateral e de topo da nuvem cilíndrica.

$$\frac{dm_{ar}}{dt} = w_e(t) \cdot \pi \cdot R(t)^2 \cdot \rho_{ar} + U_e(t) \cdot 2 \cdot \pi \cdot R(t) \cdot h(t) \cdot \rho_{ar}$$

com $m_{ar}(t=0) = 0$. (3)

onde:

$w_e(t)$ = velocidade de entrada de ar no topo do “puff”, no instante de tempo t , em m/s.

$R(t)$ = raio do “puff”, no instante t , em m.

ρ_{ar} = massa específica do ar, em kg/m^3 .

$U_e(t)$ = velocidade de entrada de ar pela superfície lateral do “puff”, em m/s.

$h(t)$ = altura do “puff”, no instante t , em m.

O balanço de quantidade de movimento global, Batchelor (1967), na direção do vento para o “puff” de gás pesado, que determina a velocidade na direção do vento, é apresentado:

$$\frac{dU}{dt} = \left\{ [\bar{U}_{ar} - U(t)] \cdot \left(\frac{dm_{ar}}{dt}\right)_l + [U_{ar} - U(t)] \cdot \left(\frac{dm_{ar}}{dt}\right)_t + 1,2 \cdot R \cdot h \cdot \rho_{ar} \cdot [\bar{U}_{ar} - U(t)]^2 + \right. \\ \left. - 0,0025 \cdot \pi \cdot \rho \cdot U(t)^2 \cdot R^2 \right\} \cdot \frac{1}{(m_{gp} + m_{ar})}$$

com $U(t=0) = 0$. (4)

onde:

\bar{U}_{ar} = velocidade média do vento na altura do topo do “puff”, em m/s.

U_{ar} = velocidade do vento na altura do topo do “puff”, em m/s.

$U(t)$ = velocidade do “puff”, em m s^{-1} .

$\rho(t)$ = massa específica do “puff” de gás pesado, em kg m^{-3} .

$(\frac{dm_{ar}}{dt})_l$ = entrada de ar pela superfície lateral do “puff”, no instante t, em $kg\ s^{-1}$.

$(\frac{dm_{ar}}{dt})_t$ = entrada de ar pela superfície de topo do “puff”, no instante t, em $kg\ s^{-1}$.

O balanço energia para o “puff”, que determina a temperatura, é:

$$[m_{ar} \cdot \bar{C}_{P,ar} + m_{gp} \cdot \bar{C}_{P,gp}] \cdot \frac{dT}{dt} = \frac{dm_{ar}}{dt} \cdot \int_T^T \bar{C}_{P,ar} dT + \frac{C_f}{2} \cdot U \cdot \rho \cdot \bar{C}_{P,p} \cdot (\pi \cdot R^2) \cdot (T_{ar} - T) + \Delta \bar{H}_{H_2O}^{vap} \cdot X_w \cdot \frac{dm_{ar}}{dt}$$

com $T(t = 0) = T_0$. (5)

onde:

$\frac{dT}{dt}$ = Variação da temperatura com o tempo para o “puff”, em $K\ s^{-1}$.

T = temperatura do puff, em K.

$\bar{C}_{P,gp}$ = calor específico a pressão constante para a mistura de gás pesado, como gás ideal, no interior do “puff”, em $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$.

$\bar{C}_{P,ar}$ = calor específico a pressão constante para a massa de ar, como gás ideal, no interior do “puff”, $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$.

C_f = coeficiente da atrito, que é assumido um parâmetro do meio ambiente.

$\bar{C}_{P,p}$ = calor específico a pressão constante para o “puff” de gás pesado, em $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$.

T_{ar} = temperatura do ar atmosférico, em K.

$\Delta \bar{H}_{H_2O}^{vap}$ = calor de vaporização do vapor de água, em $J\ kg^{-1}$.

X_w = fração em massa do vapor de água no ar atmosférico, em kg de H₂O/ kg de ar.

T_0 = temperatura da mistura de gás pesado na fonte, em K.

A equação da dispersão radial do “puff” devido ao excesso de massa específica é:

$$U_G(t) = \frac{dR}{dt} = 1,3 \cdot \sqrt{g \cdot h \cdot \frac{(\rho - \rho_{ar})}{\rho}}$$

com $R(t = 0) = R_0$. (6)

onde:

$U_G(t)$ = velocidade de dispersão radial do “puff”, em $m\ s^{-1}$.

g = aceleração da gravidade, em $m\ s^{-2}$.

R_0 = raio da fonte de gás pesado, em m.

A posição do centro do “puff” de gás pesado é dada pela relação:

$$\frac{dX_C}{dt} = U$$

com $X_C(t = 0) = 0$. (7)

onde:

X_C = Posição do centro do “puff” em relação a fonte de liberação, em m.

As equações (1), (3), (4), (5), (6) e (7) são resolvidas pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem para determinar-se as variáveis massa total do “puff”, massa de ar, velocidade, temperatura, dispersão radial e posição do centro do “puff” de gás pesado com as seguintes condições para o instante da liberação:

- A massa inicial é igual a massa de gás pesado liberada na fonte para um “puff”.
- A massa de ar é igual a zero.

- A velocidade na direção do escoamento é igual a zero.
- A temperatura é igual a temperatura na fonte de gás pesado.
- O raio é igual ao raio da fonte de liberação.
- A posição inicial do centro do “puff” cilíndrico é zero no centro fonte.

O modelo considera um balanço de quantidade de movimento global, que pode ser visto em Batchelor (1967), para o “puff” cilíndrico de gás pesado, como pode ser visto na Equação (4). O balanço considera os termos de arraste do vento sobre o “puff” e atrito com o solo, o terceiro e quarto termos do lado direito da equação, respectivamente. No modelo o “puff” tem velocidade inicial igual a zero e segue o balanço de quantidade de movimento global, enquanto os demais “box models” consideram o “puff” com velocidade igual a do vento na metade de sua altura desde o instante da liberação na fonte.

As velocidades de entrada de ar no topo e lateral do puff são dadas por correlações empíricas, que são derivadas da teoria da troca de matéria na interface de duas correntes de fluido com diferença de densidade, conforme descrito por Eidsvik (1980) e mostradas a seguir.

$$w_e(t) = \frac{3,5 \cdot v_T(t)}{5,83 + R_i^*(t)} \quad \text{e} \quad U_e(t) = 0,5 \cdot \frac{U_G(t)}{U_G(t=0)} \quad (8)$$

onde:

$v_T(t)$ = velocidade de turbulência na altura da superfície de topo do “puff” de gás pesado, em m s^{-1} .

$R_i^*(t)$ = número de Richardson.

A velocidade de turbulência no topo do “puff” é dada pela combinação das velocidades de turbulência convectiva e mecânica, respectivamente.

$$v_T = \sqrt{\left(0,70 \cdot \sqrt{(\theta w)_0 \cdot \frac{g \cdot h(t)}{T(t)}}\right)^2 + \left(1,3 \cdot \sqrt{\frac{C_f}{2}} \cdot U(t)\right)^2} \quad (9)$$

onde:

$(\theta w)_0$ = fluxo convectivo turbulento de calor, em m K s^{-1} .

O fluxo turbulento de entalpia e o número de Richardson são dados pelas relações:

$$(\theta w)_0 = \frac{C_f}{2} \cdot U(t) \cdot [T_{ar} - T(t)] \quad \text{e} \quad R_i^* = \frac{g \cdot h(t) \cdot \frac{\rho(t) - \rho_{AR}}{\rho(t)}}{v_T(t)^2} \quad (10)$$

A velocidade do vento numa determinada altura é obtida com o perfil logarítmico, visto em Panofsky et al (1984), e as massas específicas do “puff” de gás pesado e do ar são determinadas por relações derivadas da equação de estado Soave-Redlich-Kwong, como em Walas (1985).

3. O MÉTODO DE ASSOCIAÇÃO DE “PUFFS” PARA REPRESENTAR FONTES CONTÍNUAS DE DISPERSÃO DE GASES PESADOS

As liberações de gases pesados para a atmosfera podem ocorrer de diversas formas. A liberação pode ser considerada instantânea, ou pode ter um intervalo grande de tempo para deixar a fonte. A liberação com intervalo grande de duração pode possuir diversos comportamentos, tais como a vazão ser contínua e constante, ou contínua e decrescer exponencialmente com o tempo de liberação, ou uma fonte intermitente. O objetivo desta

seção é apresentar um método de representação das diversas formas de liberações a partir da soma de uma série de liberações instantâneas independentes ("puffs"). O modelo, ainda em desenvolvimento, para representar uma fonte contínua com vazão constante é descrito a seguir.

3.1 A Liberação Na Fonte De Gás Pesado

A liberação contínua de gás pesado, com vazão constante ao nível do solo para a atmosfera, é caracterizada pelos seus valores de vazão, componentes do gás, temperatura e área de liberação da fonte. A representação da fonte contínua pela soma de "puffs" independentes é realizada pela liberação sucessiva destes "puffs" sobre a fonte. Estes "puffs" são separados entre si pelo seu tempo de liberação. A massa de cada "puff" é dada por:

$$m_{gp}(t=0) = m_{vazGP} \cdot t_F \quad (11)$$

onde:

m_{vazGP} = vazão constante da fonte, em $kg\ s^{-1}$.

t_F = tempo de liberação do "puff" na fonte, em s.

A altura inicial do "puff" sobre a fonte é determinada por:

$$h_0 = \frac{m_{gp}(t=0)}{\pi \cdot R_0^2 \cdot \rho_0} \quad (12)$$

onde:

h_0 = altura inicial do "puff" sobre a fonte, em m.

ρ_0 = massa específica inicial do "puff" sobre a fonte, em $kg\ m^{-3}$.

O tempo de liberação do "puff" de gás pesado sobre a fonte é determinado pelo valor de tempo que é necessário para a parte final do "puff" deixar a fonte, conforme é visto na Figura 1 (em vistas frontal e superior). O "puff" após ser liberado na fonte, com velocidade igual a zero na direção do escoamento, segue o modelo de liberação instantânea descrito na Seção 2. O tempo de liberação é determinado por um cálculo iterativo.

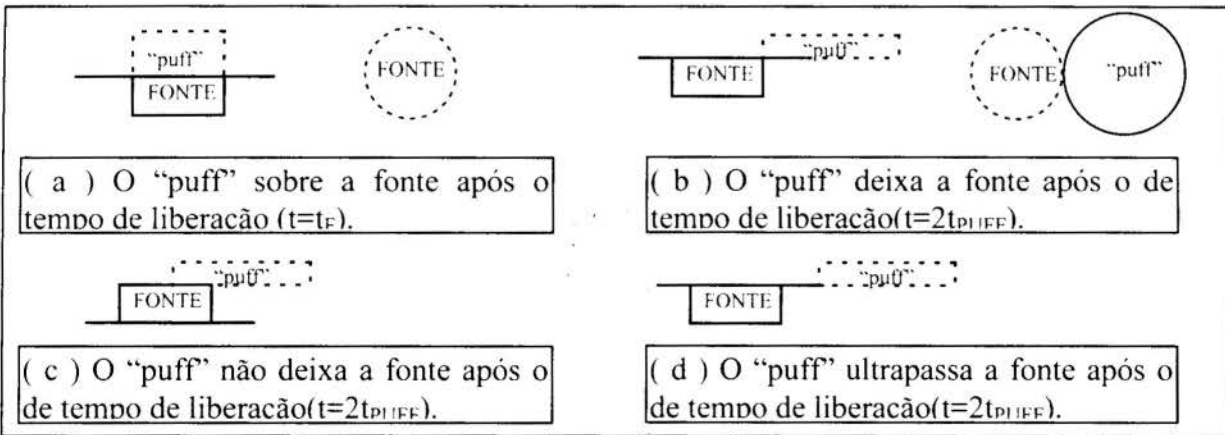


Figura 1- O tempo de liberação do "puff" na fonte.

3.2 A Representação Da Liberação Contínua Por Uma Soma De "Puffs"

A liberação contínua de gás pesado com vazão constante foi representada por uma série de "puffs" liberados na fonte. Estes "puffs" são formados com o mesmo intervalo de na fonte. No procedimento, os "puffs" foram liberados com o mesmo valor de tempo de liberação e como foram tratados pelo sistema de computação independentemente um do outro

apresentaram regiões de volume comuns entre si, conforme a Figura 3. Pelo sistema de computação, o primeiro "puff" usado para representar a liberação contínua recebe o índice numérico 1, o segundo recebe o índice 2 e assim sucessivamente, conforme visto na Figura 2.

As etapas do modelo de representação de "puffs" com intervalo de tempo constante, que podem ser vistas na Figura 2, são:

1) A liberação de "puffs" na fonte.

A cada intervalo de tempo constante um "puff" é liberado sobre a fonte.

2) A movimentação dos "puffs".

Os "puffs", após a sua liberação sobre a fonte de gás pesado, são movimentados na direção do escoamento seguindo o modelo de liberação instantânea descrito pelas equações (1) a (6). O esquema de liberação dos três primeiros "puffs" pode ser visto na Figura 2.

3) A combinação das regiões comuns entre os "puffs"

As propriedades massa de gás pesado e de ar, temperatura e velocidade para um "puff" independente, que pode possuir regiões comuns com outros "puffs", são recalculadas após cada etapa de movimentação dos "puffs" por um processo de equilíbrio dos balanços de massa, energia e quantidade de movimento entre o "puff" e as regiões comuns dos outros "puffs".

A liberação de "puffs" é realizada até a pluma de gás pesado, que é formada pela soma de "puffs", atingir um limite de distância ou tempo de liberação total, que é preestabelecido anteriormente.

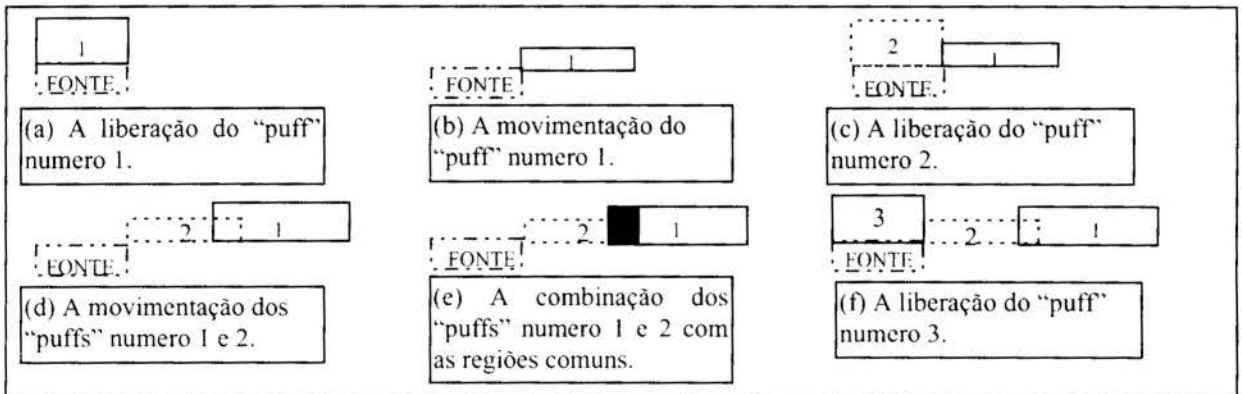


Figura 2- O procedimento de combinação de "puffs".

4. A TROCA PARA O MODELO DE DISPERSÃO DE GÁS LEVE

A massa específica dos "puffs" vai decrescendo e aproximando-se da massa específica do ar atmosférico devido a diluição da nuvem pela entrada de ar. Nesta fase, o mecanismo de dispersão do "puff" devido ao excesso de massa específica vai decrescer e ficar com valores da ordem do mecanismo de dispersão devido a turbulência atmosférica. O momento exato da troca do mecanismo de dispersão é muito difícil de ser determinado experimentalmente, com precisão. Nos modelos matemáticos de dispersão de gases pesados, conforme Fryer et alia (1978), são adotados critérios empíricos para esta transição, como também descrito por Melhen et alia (1992).

O sistema realiza a passagem para o conhecido modelo de dispersão de pluma Gaussiana contínua, quando os critérios citados anteriormente são satisfeitos.

$$\rho(x, y, z) = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot u \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{y^2}{\sigma_y^2} + \frac{z^2}{\sigma_z^2}\right)\right) \quad (13)$$

onde:

$\rho(x,y,z)$ = concentração da pluma no ponto de coordenadas (x,y,z) , em kg m^{-3} .

\bar{Q} = vazão mássica da fonte, em kg s^{-1} .

\bar{u} = velocidade média do vento, em m s^{-1} .

σ_y = coeficiente de dispersão atmosférica horizontal, em m.

σ_z = coeficiente de dispersão atmosférica vertical, em m.

y = distância horizontal do centro da pluma, em m.

z = distância vertical do solo, em m.

Os coeficientes de dispersão atmosférica nas direções vertical e horizontal são determinados por relações baseadas em dados experimentais de dispersão atmosférica aplicadas ao modelo gaussiano, conforme van Buijtenen (1979). Os modelos de dispersão de gases pesados adotam que o raio e a altura do "puff" são proporcionais aos coeficientes de dispersão no momento da transição pelo valor 2,15 e com isto pode-se determinar os valores das coordenadas virtuais das fontes nas direções horizontal e vertical combinando as equações dos coeficientes de dispersão.

$$R_t = 2,15 \cdot \sigma_{yt} = 2,15 \cdot a \cdot x_{vy}^b \quad (14)$$

$$H_t = 2,15 \cdot \sigma_{zt} = 2,15 \cdot c \cdot (10 \cdot Z_0)^{0,53 \cdot x_{vz}^{-0,22}} \cdot x_{vz}^d \quad (15)$$

onde:

R_t = raio do "puff" no instante da transição, em m.

H_t = altura do "puff" no instante da transição, em m.

x_{vy} = distância virtual de uma fonte pontual na direção horizontal, em m.

x_{vz} = distância virtual de uma fonte pontual na direção vertical, em m.

Z_0 = rugosidade do solo, em m.

a, b, c e d = são parâmetros determinados em função das classes de estabilidade atmosférica de Pasquill-Gifford.

5. RESULTADOS E COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados obtidos com o modelo são comparados aos denominados testes de campo de Maplin Sands conduzidos pela Shell Oil Company, mostrados por Havens (1992), que são liberações contínuas de GNL e GLP sobre água em Maplin Sands na Inglaterra. Para estas liberações foi medida a concentração de gás pesado liberado a várias distâncias da fonte, através da medida porcentagem do número de mols da mistura de gás pesado inicial em cada distância a fonte. Os gráficos da Figura (3) comparam o valor da porcentagem do número de mols obtidas com o modelo de "puff" apresentado, com o valor experimental máximo da porcentagem, medida na linha de centro da pluma. Um diagrama da representação pela soma de "puffs" para o teste Maplin 43 é mostrado na Figura (3) em vistas de frente e cima. O teste Maplin 43 é uma liberação de gás pesado em toda a extensão a pluma, enquanto o teste Maplin 29 mostra a transição de gás pesado para gás leve no ponto de descontinuidade do gráfico de linha contínua e a troca do modelo de dispersão para pluma Gaussiana.

6. REFERÊNCIAS

- Batchelor, G.K. An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press, London, 1967.
- Eidsvik, K. J. A Model For Heavy Gas Dispersion In The Atmosphere, Atmospheric Environment, Vol. 14, pp. 769-77, 1980.

Fryer, L. S. & Kaiser G. D. DENZ - A computer program for the calculation of the dispersion of dense toxic or explosive gases in the atmosphere, Technical Report SRD-R152, Safety and Reliability Directorate, 1979.

Havens, J. Review of dense gas dispersion field experiments, J. Loss Prev. Process Ind., Vol. 5, N° 1, pp. 28-41, 1992.

Melhen G. A. & Little A. D. Advanced Consequence Modeling - Emission, Dispersion, Fires and Explosions, Van Nostrand Reinhold, New York, 1992.

Panofsky, H. A. & Dutton J. H. Atmospheric Turbulence, John Wiley & Sons, N. Y., 1984.

van Buijtenen, C. J. P. methods for the calculation of the physical effects of the escape of dangerous material (liquids and gases) Part II, DISPERSION, Chapter 7, Directorate-General of Labour, Netherlands, 1979.

Walas, S. M. Phase Equilibria in Chemical Engineering, BUTTERWORTH PUBLISHERS, 1985.

Wheatley, C. J. Dispersion of Heavy Gases, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, 1985.

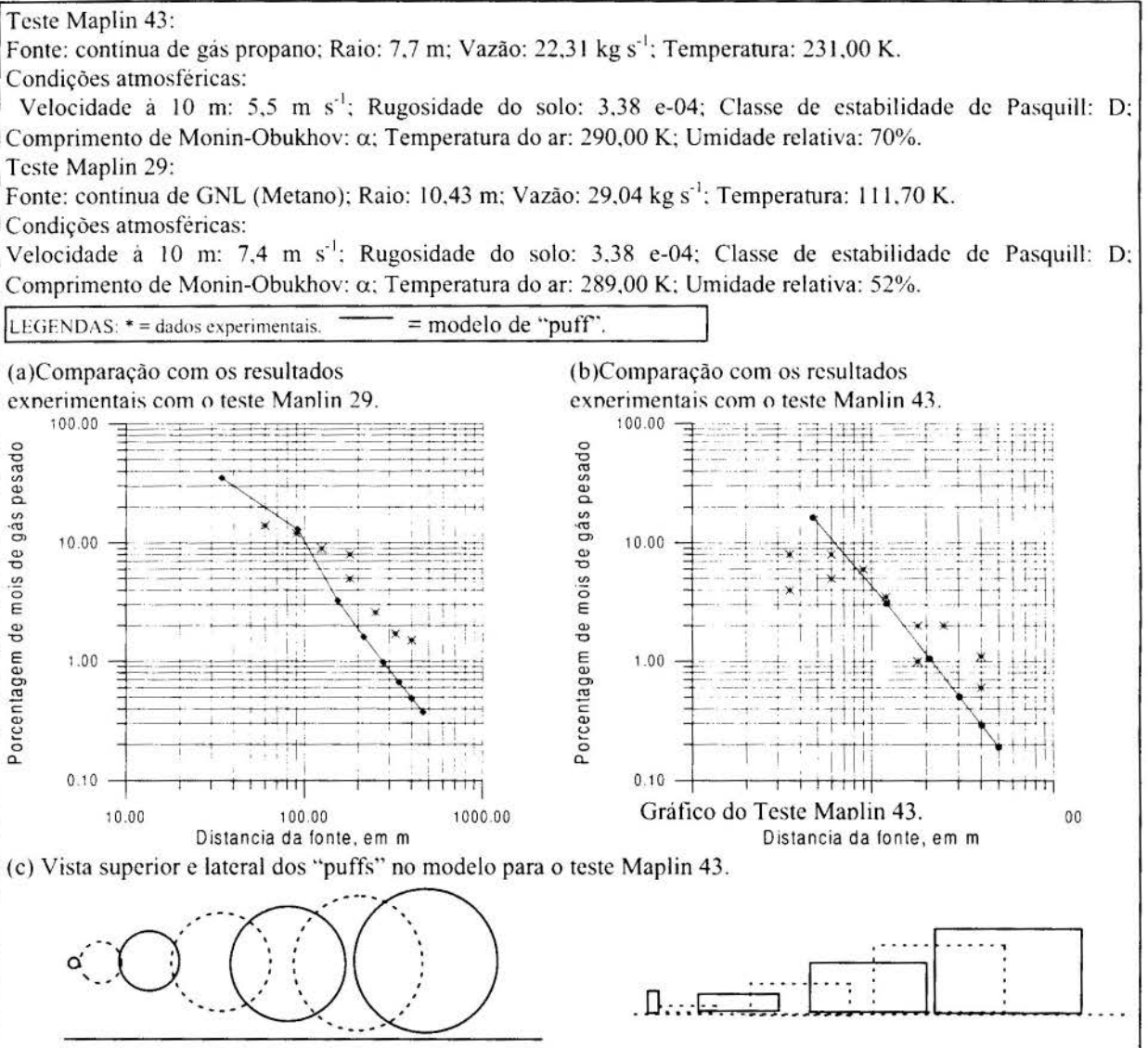


Figura 3. Resultados numéricos do modelo.

PAPER CODE: COB1250

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE PROCESSOS EM FORNALHAS PARA SECAGEM DE GRÃOS / NUMERICAL SIMULATION OF THE PROCESS OF FURNACE DRYING CEREALS

Viktor Krioukov, Sérgio Dalepiane, Lecir Dalabrida

Departamento de Física, Estatística e Matemática - UNIJUI - Ijuí, RS

CP 560 CEP 98.700-000 Ijuí, RS - E-mail: kriukov@super.unijui.tche.br

Abstract

The mathematical model, developed by the authors in previous works, apply to prevent the furnace main features of drying cereals, depending on the functioning regime parameters. The comparison was done with experimental data and the process features behavior were explained. The possibility to prevent the abnormal regime is showed and also its explanation.

Keywords

Furnace, Modelling, Combustion, Heat Transfer, Hydraulic loss / Forno, Modelagem, Combustão, Transferência de Calor, Perdas Hidráulicas

1. INTRODUÇÃO

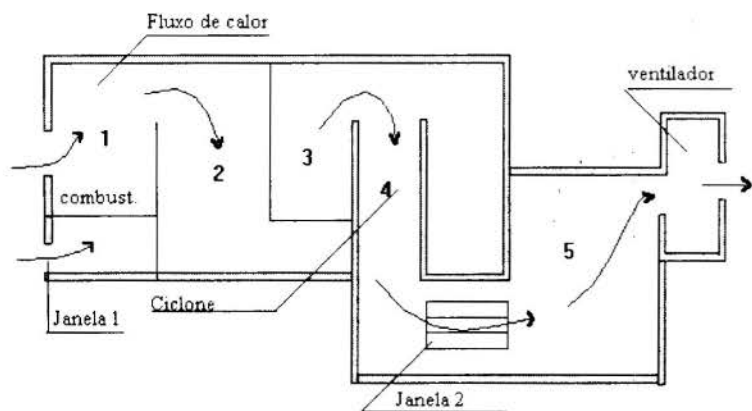


Figura 1: Esquema da fornalha

No Brasil aplicam-se amplamente as fornalhas que utilizam combustível vegetal (lenha) para secagem de grãos.

Um esquema típico está apresentado na figura 1. Habitualmente a sua elaboração realiza-se por via experimental e este método não permite criar uma variante ótima. Mais eficiente é a metodologia da modelagem matemática para, na base de um modelo matemático

complexo dos processos termo-gasodinâmicos (variando os tamanhos dos canais, as janelas, os materiais das paredes, o consumo de lenha, a potência do ventilador, etc.), escolher os regimes e os tamanhos preferíveis.

O trabalho utiliza modelo matemático, algoritmo e aplicativo desenvolvido em Krioukov *et al.* (1996) para o esquema (figura 1).

2. ESQUEMA FÍSICO E MODELO MATEMÁTICO

Analisando a bibliografia (Gilchrist, 1969, Sisson *et al.* 1988, Tilman *et al.*, 1981), foi criado o esquema físico dos processos que consideram os seguintes fenômenos: combustão com base no modelo de equilíbrio químico, levando em conta várias fases condensadas; possibilidade da combustão tanto com $\alpha_{ox} > 1$ como $\alpha_{ox} < 1$; transferência de calor por radiação no primeiro canal; perdas hidráulicas nos canais; perdas menores; transmissão de calor por convecção nos canais; aquecimento não estacionário das paredes; influência do redemoinho no fluxo para os processos de transferência de calor e das perdas hidráulicas (o redemoinho no fluxo é necessário para separar as partículas de fuligem); as características reais do ventilador (ou seja a aplicação da função $v_v = f(\Delta P_v, W)$); a admissão de ar secundário para conseguir a temperatura prescrita na saída da fornalha (T_s); regime não-estacionário de funcionamento da fornalha. Todos estes fenômenos são considerados em suas interações.

Este esquema físico é orientado para prognosticar (em dependência do tempo, do consumo de combustível, dos parâmetros geométricos, etc) características importantes como: o consumo do “gás quente” da fornalha; o rendimento da fornalha; as perdas hidráulicas totais e em cada canal; o surgimento dos regimes anormais; o estado da temperatura das paredes da fornalha.

O esquema inclui algumas hipóteses simplificativas :

- a composição dos produtos de combustão é constante na escala da janela 1 até a janela 2 e da zona de mistura até a saída da fornalha;
- a mistura uniforme forma-se a uma distância pequena da grelha;
- na saída da zona de combustão os produtos da combustão ficam no estado de equilíbrio químico;
- os fluxos em todos os canais são unidimensionais;
- as partículas sólidas não influem nas características do fluxo;
- a força de Arquimedes é insuficiente;
- a transmissão de calor por radiação é considerada apenas no canal 1.

No modelo matemático dos processos em fornalhas propõe-se (baseando-se nas condições reais da projeção e do funcionamento da fornalha e também nas informações apresentadas em guias) que os dados iniciais sejam: características do combustível e oxidante: entalpias (I_c, I_{ox}) e fórmulas condicionais (b_{ic}, b_{iox}); informações sobre substâncias dos produtos de combustão; parâmetros geométricos dos canais da fornalha (a_i, b_i, c_i, ℓ_i); parâmetros geométricos das paredes (ℓ_p, H_p) e suas propriedades (λ_p, c^p, ρ_p); temperatura prescrita (T_s); consumo de combustível (G_c); potência do ventilador (W); temperatura inicial da parede (T_p^0); temperatura ambiente (T_a); coeficiente de transmissão de calor entre paredes e meio ambiente (h_a); características do ventilador.

O modelo matemático utilizado e inclui os fragmentos:

1. Combustão: O modelo de combustão está baseado no método de cálculo de sistemas quimicamente equilibrados (Alemassov *et al.*, 1971). Estes cálculos realizam-se preliminarmente e os resultados na forma de tabela são utilizados no algoritmo total. Isto reduz o volume de cálculos. Esta tabela pode apresentar-se na forma da correlação:

$$[\mu, T, c_p, \eta, \lambda, I] = F[b_{ic}, b_{iox}, I_c, I_{ox}, G_c, G_{ox}, P] \quad (1)$$

onde, sabendo-se os parâmetros da “parte direita” pode-se determinar as grandezas da “parte esquerda”.

2. Escoamento e transferência de calor em canais (sem radiação e redemoinho): No modelo matemático o escoamento pelos canais é descrito pelas equações:

$$\frac{dP_i}{dx} = \left(\frac{f_{T_i}}{T_i} - \frac{\xi_i}{2D_{ef_i}} \right) \left/ \left(\frac{A_i^2 P_i}{G_i^2 R T_i} - \frac{1}{P_i} \right) \right. \quad (2)$$

$$\frac{dT_i}{dx} = \frac{h_i B_i (1 - S_i(\tau))(T_i - T_a)}{G_i c_{p_i}} = -f_{T_i} \quad (3)$$

onde: $h_i = \frac{\lambda_i}{D_{ef_i}} 0,023 Re_i^{0,8} Pr_i^{0,33}$; $S = (T_p^g - T_a) / (T - T_a)$;
 $Nu_i = \frac{h_i D_{ef_i}}{\lambda_i}$; $\xi_i = \frac{8 Nu_i Pr_i^{2/3}}{Re_i}$; $D_{ef_i} = \frac{4 A_i}{B_i}$;

que consideram o atrito e transmissão de calor através das paredes.

3. O aquecimento não estacionário das paredes descreve-se pela equação:

$$\frac{\partial T_{p_i}}{\partial \tau} = \frac{\lambda_p}{\rho_p c_p} \frac{\partial^2 T_{p_i}}{\partial y_i^2}; \quad (4)$$

com as condições de limite:

$$h_a (T_p^a - T_a) = \lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial y} \Big|_{y=l}; \quad h_i (T_i - T_{p_i}^g) = -\lambda_p^i \frac{\partial T_{p_i}}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (5)$$

Esta equação é resolvida separadamente em cada parede para determinar, em cada intervalo de tempo, o parâmetro $S_i(\tau)$ utilizado nas equações (2,3).

4. Particularidades para o escoamento de redemoinho:

Nos ciclones a forma principal das equações (2,3) conserva-se, mas mudam os valores dos coeficientes ξ_i, h_i . Para o escoamento de redemoinho aplica-se o conceito “parâmetro de torção (Φ)”, que é determinado pela fórmula (Mukhachev *et al.*, 1991):

$$\Phi = \frac{\int_0^R wrdG}{\int_0^R udG}; \quad dG = 2\pi r \rho dr; \quad (6)$$

O valor h_i no escoamento de redemoinho determina-se pela fórmula: $h_i = h_{i0} (1 + 1,15 \Phi^{1,06})$..e o valor ξ_i - pela analogia de Reynolds. As perdas menores são determinadas por fórmulas tradicionais (Sisson *et al.*, 1988).

5. Mistura dos produtos de combustão com ar secundário G_{ox}'' . Neste fragmento do modelo é necessário determinar o consumo do G_{ox}'' para conseguir a T_s . No início determina-se o valor α_{ox}^s pela equação não linear:

$$I_{pc}(\alpha_{ox}^c, T_c)(1 + \alpha_{ox}^c k_m^0) + I_{ox}(\alpha_{ox}^s - \alpha_{ox}^c) = I_{pc}(\alpha_{ox}^s, T_s)(1 + \alpha_{ox}^s k_m^0) \quad (7)$$

Depois, usando a fórmula $G_{ox}'' = (\alpha_{ox}^s - \alpha_{ox}^c) k_m^0 G_c$ determina-se G_{ox}'' .

6. Equação da adaptação dos consumos. Para assegurar a igualdade dos consumos e queda de pressão na fornalha e no ventilador, o modelo matemático inclui a equação :

$$\frac{G_s}{\rho_s V_{nm}} = W \sum_{k=0}^3 a_k (\theta)^k ; \quad \text{onde: } \theta = \frac{\sum_i \Delta P_i + \sum_i \Delta P_i^m}{\Delta P_{nm} W} \quad (8)$$

onde : a_k - são coeficientes da aproximação da característica do ventilador.

O algoritmo e aplicativo (Krioukov *et al.*, 1996) foram modificados para melhorar a convergência dos cálculos e considerar a complexidade de paredes (Dalepiane *et al.*, 1997).

3. COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS

Tabela 1: Características geométricas da fornalha

canal	1	2	3	4	5	grelha
A_i (m ²)	0,7	0,7	0,67	0,20	1,5	0,7
l_i (m)	1,2	1,2	1,0	1,0	2	-

A comparação com os dados experimentais foi realizada para a fornalha, com as características geométricas mostradas na tabela 1 para os regimes: $W=0,95$;

$T_s = 400K$; $G_c = 0,047kg/s$; onde $W=n/1800$ (regime básico). As figuras 2 e 3 mostram a comparação de dados experimentais e teóricos: ΔP_{Σ} e G_{Σ} . Observa-se uma concordância qualitativa e diferença quantitativa, que pode ser explicada pela realização imperfeita dos sub-modelos: previsão do fluxo de calor por radiação e cálculo do coeficiente das perdas menores na saída do ciclone.

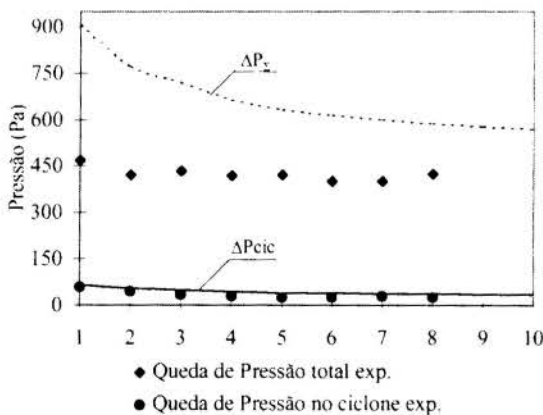


Figura 2: Variação da pressão total e pressão no ciclone em função do tempo

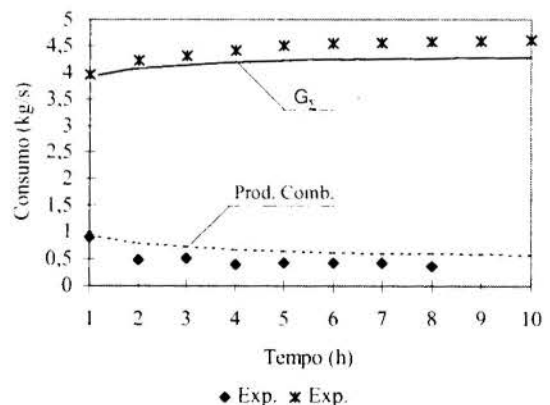


Figura 3: Variação do consumo em função do tempo

Com dados experimentais para o regime $W=0,95$; $T_s = 400\text{K}$; $G_c = 0,053 \dots 0,055\text{kg/s}$ observa-se um efeito anormal no funcionamento, entre 4 a 5 horas, quando aparecem labaredas na zona da janela 2 e a alimentação de combustível é suspensa.

O mesmo fenômeno foi observado na simulação numérica nesse regime (fig. 4) quando verifica-se o regime anormal depois de 7h. Com base nestes resultados, observa-se que o modelo prognostica de maneira correta o funcionamento da fornalha e não apresenta contradições aos fenômenos físicos. A causa principal do regime anormal é que durante o funcionamento da fornalha o coeficiente do excesso do oxidante (α'_{ox}) entre a zona da grelha e o ciclone diminui. À medida que ocorre a diminuição do α'_{ox} , aumenta a possibilidade do surgimento de substâncias do tipo H_2 , CO , CH_4 , etc. nos produtos da combustão, que podem ser queimadas na zona da mistura com ar secundário (janela 2). Se α'_{ox} atravessa o limite $\alpha_{ox} = 1$ essas substâncias já aparecem em quantidade considerável e a combustão reinicia na zona de mistura, que é o fenômeno anormal.

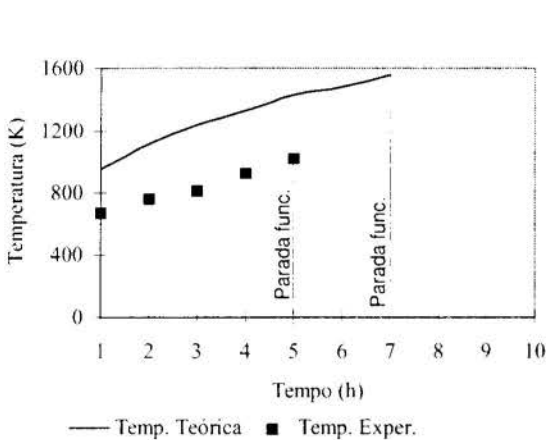


Figura 4: Variação da temperatura no ciclone em função do tempo, no regime anormal

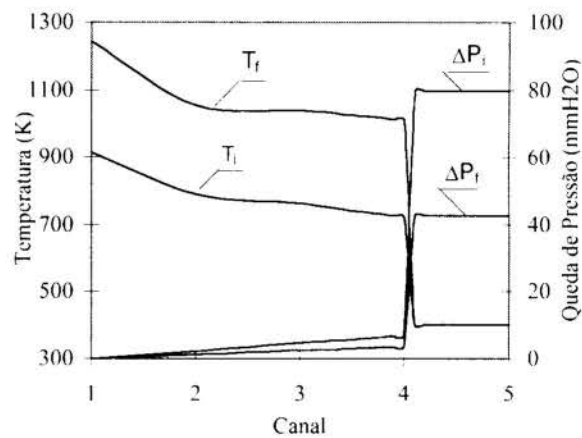


Figura 5: Variação da temperatura e pressão ao longo dos canais

4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Simulações numéricas foram realizadas com lenha de eucalipto: fórmula condicional do combustível - $\text{C}_{4,02} \text{H}_{5,92} \text{O}_{2,80} \text{N}_{0,04} \text{S}_{0,02}$; $I_c = -4123\text{kJ/kg}$ (Spilimbergo *et al.*, 1995) para o regime básico. Na figura 5 está apresentada a distribuição da temperatura e queda de pressão pelos canais no início ($\tau = 0\text{h}$) e no término ($\tau = 10\text{h}$) do funcionamento da fornalha. A temperatura diminui essencialmente no canal 1 (por causa do grande fluxo de calor por radiação através da parede) e na câmara de mistura. A pressão diminui principalmente na saída do ciclone (por causa das perdas "menores"). À medida que a temperatura das paredes aumenta durante o tempo, aumenta a quantidade da energia na saída do ciclone. Isto condiciona o aumento do ar secundário para

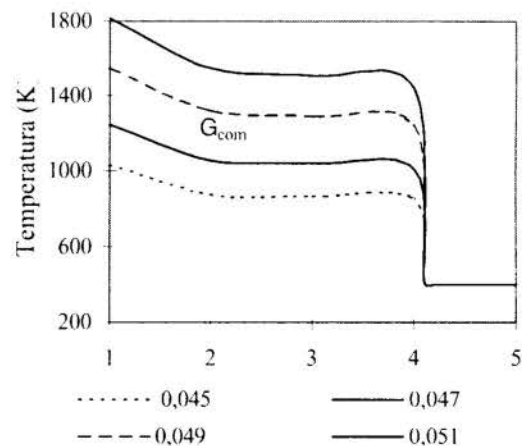


Figura 6: Variação da temperatura pelos canais no final do funcionamento em função do consumo de combustível

conseguir T_s que é a temperatura prescrita na entrada do secador. De acordo com a característica real do ventilador, neste caso, a queda de pressão (ΔP_Σ) diminui, mas o escoamento nos canais 1...4, adaptando-se nestas condições, diminui o consumo G'_{pc} e como consequência aumenta T_{pc} (porque $\alpha_{ox} > 1$).

A influência do consumo de combustível nas características da fornalha é mostrado nas figuras 6 e 7. Com a elevação G_c aumenta a “quantidade de calor” no escoamento na saída do ciclone, que condiciona o aumento do consumo G''_{ox} e a diminuição de ΔP_v . O escoamento reagindo a esta alteração diminui ΔP_Σ e como consequência diminui G'_{ox} . No resultado diminui α'_{ox} e aumenta T_{pc} . O aumento de G_c provoca a diminuição do rendimento η por causa do aumento do fluxo de calor nas paredes.

Na figura 8 mostra-se a influência da temperatura T_s nas características da fornalha (regime básico). Quanto mais alta a temperatura T_s mais baixa é a temperatura T_{pc} “na grelha”. Este fenômeno inesperado pode ser explicado assim: quanto mais alta a T_s menor é o consumo de ar G''_{ox} para refrigeração dos produtos da combustão, portanto, deve ser menor o consumo do “ar quente” através do ventilador.

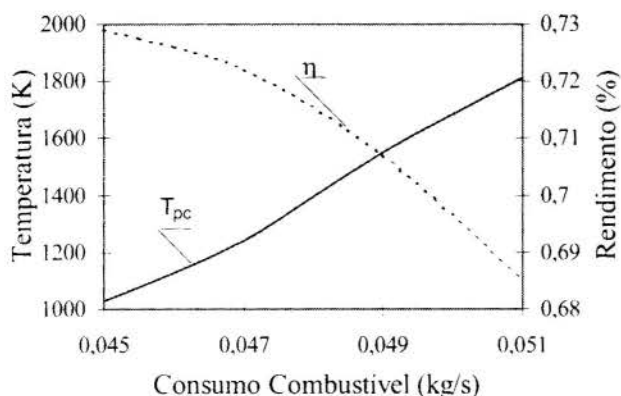


Figura 7: Variação da temperatura T_{pc} no final e do rendimento em função do consumo de combustível.

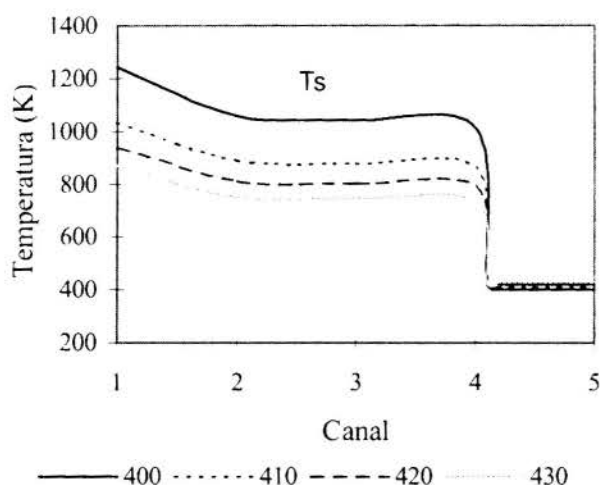


Figura 8: Variação da T_{pc} e do rendimento em função da T_s .

Neste caso (de acordo com as características do ventilador) deve aumentar ΔP_v e o escoamento adaptando-se a esta queda deve reajustar-se assim para aumentar o consumo do ar G'_{ox} . No resultado aumenta α'_{ox} e a temperatura T_{pc} baixa. A alteração do rendimento (depois de 10h do funcionamento da fornalha) em função da T_s possui um máximo que está condicionado por causa da alteração do fluxo do calor total (ΔQ_Σ) nas paredes da fornalha. No seu lugar, a mudança ΔQ_Σ está condicionada por dois fatores:

- consumo através dos canais 1 a 4 (quanto maior G'_{pc} maior ΔQ_Σ);
- temperatura do gás dentro dos canais (quanto maior T_{pc} maior ΔQ_Σ).

Quando aumenta-se T_s estes fatores agem em direções contrárias ou seja, T_{pc} diminui, G'_{pc} aumenta. Esta situação cria a possibilidade do aparecimento do máximo.

O trabalho foi realizado com apoio do CNPq.

5 CONCLUSÃO

1. No trabalho utiliza-se e modifica-se modelo matemático (Krioukov et al. 1996) do funcionamento da fornalha para secagem de grãos. O modelo modificado possui as vantagens seguintes:

- considera a complexidade dos fenômenos que ocorrem na fornalha;
- possibilita a simulação numérica de vários regimes de trabalho (inclusive regimes anormais);
- avalia o efeito de várias variáveis que afetam o funcionamento das fornalhas (mudando: materiais, tamanhos, parâmetros de regime, combustíveis, etc.);
- determina as características da fornalha com a utilização de combustíveis alternativos.

2. Foram modificados o algoritmo e o aplicativo que permite realizar as pesquisas e simulações numéricas do funcionamento da fornalha inclusive em regimes anormais.

3. Foi realizado a comparação dos resultados numéricos com os dados experimentais que foram recebidos durante ensaios com uma fornalha real (empresa Kepler Weber).

A comparação mostrou ao mesmo tempo que:

- o modelo possibilita prever as principais características do funcionamento da fornalha;
- há necessidade de melhorar o modelo com o objetivo de verificar mais eficientemente algumas características da fornalha (temperatura das paredes, combustão, perdas menores, etc.).

4. Foram executados os cálculos numéricos das dependências das características de alguns fatores de controle que mostraram a capacidade de trabalho do modelo e aplicativo.

6. NOMENCLATURA

Símbolos:

c_p - calor específico do gás

α - coeficiente de excesso de oxidante

ℓ - comprimento

λ - condutibilidade térmica

ρ - densidade

Δ - diferença

τ - tempo

η - viscosidade

G - consumo

H - altura

h - coeficiente de transmissão de calor

I - entalpia

P - pressão

T - temperatura

V - consumo volumétrico

W - taxa de potência do ventilador

n - potência do ventilador em RPM

c^p - calor específico da material do parede

B - perímetro de canal

ξ - fator de atrito

D_{ef} - diâmetro efetivo

R - constante de gás

Re - número de Renolds

Nu - número de Nusselt

Pr - número de Prandtl

A - área de canal

μ - massa molecular

r - raio

k_m^o - coeficiente estequiométrico

Índices inferiores:

a - ambiente

c - combustível

ox - oxidante

p - parede

pc - produtos de combustão

s - saída

v - ventilador

i - número do canal

Índices superiores

' - inicial

'' - secundário

p - parede

Σ - somatório (total)

g - gás

7. REFERÊNCIAS

- Alemassov, V.E. ,et al. Propriedades Termodinâmicas e Termofísicas dos Produtos de Combustão, *Guia, Vol 1, VINITI*, Moscou,1971.
- Dalepiane, S., Dalabrida, L. Simulação Numérica de Processos em Fornalhas para Secagem de Grãos: Particularidades do Algoritmo, *em Resumo do XX CNMAC*, 1997.(Resumo em andamento).
- Gilchrist, J.D. *Hornos*, Ed Alhambra S. A., Madrid, 1969.
- Jenkins, B.M. Fuel Properties for Biomass Materials, International Symposium on Application and Management of Energy in Agriculture: The Role of Biomass Fuel. *IIT Delhi*, India, 1990.
- Krioukov, V.G., Dalabrida, L., Dalepiane, S. Modelagem dos Processos em Fornalhas Utilizando Combustíveis Vegetais para Secagem de Grãos. *VI ENCIT/LATCYM*, Florianópolis SC, 1996.
- Mukhachev, G.A., Shukin, V.K. *Termodinâmica e Transferência de Calor*. Moscou, Ed. Vischaia Schola, 480p., 1991.
- Pereira, J.T.V.; Martins, G., Borges, T.P. de F. Queimador de Lenha em Fluxo Co-corrente com o Fluxo de ar, *XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Brasília, 1993.
- Sisson, L.E., Pitts, D.R. *Fenômenos de Transporte*. Guanabara, Rio de Janeiro, 1988.
- Spilimbergo, A.P., Auth, C.J. M., Iskhacova, R.L. Propriedades dos Produtos de Combustão dos Combustíveis Vegetais. *COBEM*, Belo Horizonte, MG, 1995.
- Tillman, D.A.; Rossi, A.J.; Kitto, W.D. *Wood Combustion*, Academic Press Inc. New York, 203p., 1981.
- Valarelli, I. de D., Xavier, J.A. Projeto de uma Fornalha à Resíduos de Fogo Indireto para Secadores de Produtos Agrícolas, *XII COBEM-CIDIM*, Brasília, 1993.



PAPER CODE: COB1504a

CONSTRUCTAL THEORY: FROM ENGINEERING TO SHAPE AND STRUCTURE IN NATURE

ADRIAN BEJAN
J.A. Jones Professor of Mechanical Engineering
Duke University, NC 27708-0300, USA, no e-mail

Abstract

This is a review of two new and important developments in thermal science. First, there exist fundamental optima in the constitution and operation of flow (nonequilibrium) systems, man-made and natural. These optima can be identified based on the simplest models that still retain the essential features of the real system. Examples are the spatial allocation of heat transfer area in a power plant, and the temporal optimization of on & off processes. The second development is that the engineering method of modeling and optimization has been extended to natural systems, animate and inanimate (e.g., tree networks). This step has been named *constructal theory* for the reasons given in Section 3. The objective of such work is to predict the macroscopic spatial and temporal structure (organization) that is everywhere. It is to inject a dose of determinism (theory) in a field that until recently considered natural structures to be nondeterministic: results of chance and necessity. These developments bring to mind the advice left to us by J.W. Gibbs more than one hundred years ago:

"One of the principal objects of theoretical research in any department of knowledge is to find the point of view from which the subject appears in its greatest simplicity."

Keywords

Constructal, Fractal, Self-Organization, Non-equilibrium thermodynamics.

1. ENGINEERING ORIGINS

Exciting developments are happening again in thermodynamics. Conceived originally as a theory of heat engine performance, thermodynamics is now called upon to explain the origin and performance of the ultimate in engineering design: Nature itself.

The use of engineering ideas to predict natural organization is the latest development in a revolution that has swept thermodynamics since the energy crisis of the mid-1970s. In the past two decades the theory has been expanded to cover systematically the operation and optimization of real, highly complex systems. The main issue—the driving force in these developments—continues to be performance improvement, efficiency increase, cost minimization, or, simply, good engineering.

The methods of exergy analysis, entropy generation minimization (EGM for short), and thermoeconomics are the lasting results of this revolution. These three methods have been reviewed in a recent book (Bejan *et al.*, 1996). Central to how thermodynamics can shed light on natural organization is the EGM method (Bejan, 1996a), which is also known as thermodynamic optimization and, more recently in physics, finite-time or finite-size thermodynamics. The EGM method consists of the simultaneous application of principles of thermodynamics, fluid mechanics, and heat and mass transfer. With these principles the analyst

constructs *realistic* models, i.e., models that account for the inherent irreversibility of the processes executed by the system and its components.

In the first step, the analysis of the model produces a very important "structural" result: the system's entropy generation as a function of the size (dimensions), shapes, materials and other physical parameters of the real device. In the second step, the optimization is performed subject to realistic constraints, which are in fact responsible for the irreversible operation of the system.

Let us take a quick look at a few engineering results, so that we may move on to primordial questions that have been sidestepped: Why "optimize" anything? Why do better (e.g., Why less, more, faster, farther, more cheaply, etc.)? Why be "naturally" selected? Why is geometry (shape, structure, similarity) a characteristic of natural flow systems? What is the basis for the increasing complexity in time of natural structures? Is there a single physics principle from which geometric form can be *deduced* without any use of empiricism?

2. DEFROSTING, BREATHING AND TURBULENCE

In engineering and physics, EGM is best represented by its application to models that are the most basic, i.e., the simplest while still realistic. This activity has generated a class of compact results—fundamental optima—that chart the opportunities for design tradeoffs, which deserve to be identified and pursued in practical research and development. These optima point toward strategies for distributing finite material resources in space, and for executing processes in time.

One such example is the selection of the melting material for storing the work content (exergy) of a stream of hot exhaust that is being dumped into the environment. The intercepted exergy is maximal, and the generated entropy is minimal, when the selected material has a melting point equal to the geometric average of the exhaust and environment temperatures (Bejan, 1996a). Another example is the selection of the time interval for heating a single-phase storage material by using a hot stream, which otherwise is discharged into the ambient. The optimal storage time must be such that the heat capacity of the amount of hot material used matches the heat capacity of the amount of storage material.

These fundamental optima require only a few lines of very simple algebra. Even more stunning in this respect is the optimization of the "rhythm" of intermittent processes in which the irreversibility is due to time-dependent diffusion. To illustrate, consider the growth of an ice layer on a cooled surface (Bejan, 1996a). The ice thickness increases as $t_1^{1/2}$, where t_1 is the duration of the freezing process. The rate of ice production decreases as t_1 increases. Clearly, if the objective is to maximize the production of ice (or refrigeration, or exergy storage), it makes sense to interrupt the freezing process, scrape the surface clean, and restart the freezing process. If t_2 is the time interval reserved for cleaning the surface, the time-averaged rate of ice production is proportional to $t_1^{1/2}/(t_1 + t_2)$. This is an important function, which can be maximized by fine-tuning the on & off freezing process: the optimal t_1 equals t_2 .

If we look around we find that similar fine-tuning principles work in a wide variety of circumstances, both man-made and natural. In the optimization of the defrost cycle of a refrigerator the objective is again to minimize the generation of entropy (or power input), and the evaporator surfaces are "scraped" by melting the frost layer. In laminar shear flow the layer thickness increases as $t_1^{1/2}$, and the scraping ("renewal") motion of time t_2 is effected by the eddy. The transition from laminar flow (diffusion) to turbulent flow (streams, organized flow) can now be predicted by simply setting $t_1 = t_2$, that is by maximizing the rate of transport. This holds in every imaginable flow configuration (Bejan, 1993), including Bénard convection.

Jumping ahead to the realm of animate systems, the same principle can be used to anticipate the existence of unique, finely tuned frequencies for breathing and heart beating, which decrease as the body size increases (Bejan, 1997a). These facts have been known empirically for a long time in biology, where they are called allometric laws. They can now be anticipated theoretically by starting from engineering thermodynamics and EGM. The larger issue is to understand the "purpose" of the optimization that rules the naturally occurring structure. Why should "structure" occur naturally, and why should it optimize itself? To these questions I return in the second part of this article.

Organization and optimization occur not only in time but also in space. Consider an actual (irreversible) power plant that operates between the high temperature T_H and low temperature

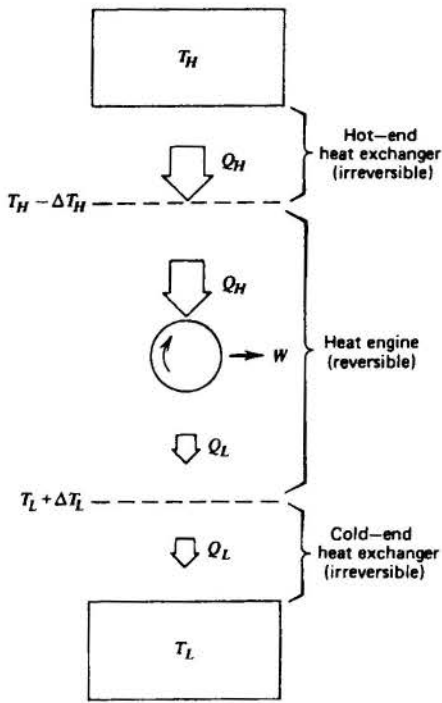


Figure 1 - Spatial allocation of heat-exchange hardware in a simple power plant model with two temperature differences (Bejan, 1982).

T_L , Fig. 1. The plant owes its imperfection to the heat exchangers that facilitate the two heat interactions (Bejan, 1996a). The rest of the power plant is assumed irreversibility free. Each heat interaction is proportional to the temperature difference that drives it, (Q_H , Q_L) are proportional to the sizes of the heat exchangers. The total heat-exchange inventory is fixed, $C_H + C_L = \text{constant}$. When the heat input Q_H is fixed, the power output W is maximal when the hardware is partitioned equally between the two ends of the power plant, $C_H = C_L$. This *principle of equipartition* (spatial allocation, distribution) of resources is a characteristic of many other thermodynamically optimized systems.

A word of caution is needed here, because the simplicity of models such as Fig. 1 can trick us into using them in inappropriate situations. One example—a famous one—is the use of the same power plant model in combination with the new assumption that the heat input Q_H is free to vary, i.e., as free as the rejected heat Q_L . In this case the design has two degrees of freedom, hence two optima: (1) the allocation of hardware, the optimization of which leads again to equipartition ($C_H = C_L$), and (2) the inner temperature ratio $(T_H - \Delta T_H) / (T_L + \Delta T_L)$, the optimal value of which is $(T_H / T_L)^{1/2}$, for which the efficiency is

constant, $1 - (T_L / T_H)^{1/2}$, and considerably lower than the Carnot ceiling, $1 - T_L / T_H$. Gyftopoulos (1996) noted, that result (2) is false for several reasons, starting with the history of heat engine development which is one characterized by efficiencies that continue to increase, in time. This, by the way, is the natural tendency—the same type of empirical observation—that supports the constructal law of macroscopic natural organization, which concludes this article.

3. TREE NETWORKS IN NATURE

Thermodynamic optimization can deliver not only the optimal distribution of material but also the optimal dimensions of components. For example, in the most elementary passage of a heat exchanger the entropy generation is due to both heat transfer and fluid friction. These two contributions compete against one another. The hydraulic diameter of the passage can be selected such that the sum of the two irreversibilities is minimal. The dimensions of bodies immersed in external convection can be selected similarly (Bejan, 1982).

Even simpler is the sizing of a system that owes its irreversibility to only one transport mechanism, e.g., heat transfer. If the heat current is imposed, the minimization of entropy generation reduces to minimizing the resistance to heat flow. In the cooling of electronic packages the volume is fixed, and so is the heat generation rate that is distributed uniformly over the volume. The geometric arrangement of the heat generating components can be optimized such that the hot-spot temperature is minimal (Bejan, 1995). The spacing or number of components is free to vary. If the spacing is too large, there is not enough heat transfer area and the hot-spot temperature is high. When the spacing is too small, the coolant flow rate decreases, and the hot-spot temperature is again high. There is an optimal spacing—an optimal package architecture—that minimizes the thermal resistance between the overall system and ambient. This geometric principle finds wide applicability in both man-made systems (e.g., computers) and natural systems (e.g., mud cracks) (Bejan, 1998).

A powerful geometric principle was discovered recently in the minimization of the thermal resistance between a heat-generating volume and one point (Bejan, 1997b). The volume is fixed, and the heat-generating material has a low thermal conductivity (k_0). A small amount of

high-conductivity material (k_p) is to be distributed through the k_0 material such that the overall volume-to-point resistance is minimal.

The discovery is that every portion—every subsystem of the given volume—can have its shape optimized. Figure 2 illustrates this principle at the smallest volume scale, where a single k_p fiber removes from the system the heat generated by the k_0 material. The optimal rectangular shape that minimizes the thermal resistance between the element and the exit end of its k_p fiber is $(H_0/L_0)_{opt} = 2(k_0H_0/k_pD_0)^{1/2}$.

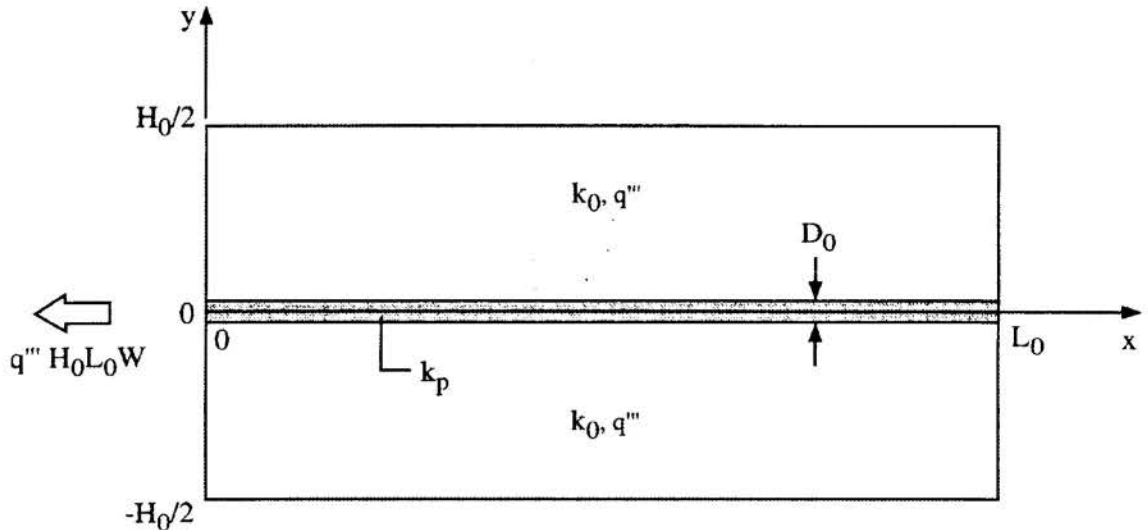


Figure 2 - Slender elemental volume with volumetric heat generation and one high-conductivity path along its axis of symmetry (Bejan, 1997b).

The same geometric optimization principle applies at larger scales. The larger volume element is an assembly—a construct—of optimized volume elements of the smallest size, Fig. 3. This construct too can have its shape (or number of constituents) optimized. This single principle of construction and shape optimization continues toward stepwise larger scales until the given volume is covered. The end result is shape and structure—the optimized architecture of the composite (k_0, k_p) that connects the sink point to the finite-size volume (Bejan, 1997b; Ledezma *et al.*, 1997).

The infinity of points of the given volume is "connected" to the sink because at the smallest volume scale the transport is volumetric, by thermal diffusion through the low-conductivity material. At larger scales the transport is via channels (streams) of higher conductivity. Diffusion comes first and streams later.

This complete volume-to-point connection is a first in mathematics. A number of points could be connected optimally to a single point, by computer. As computers become more powerful, larger numbers of such points will be connected in the future. Their number, however, will never be infinite *to fill* the given volume. Furthermore, the opaque (black box) optimization executed by the computer will never be theory.

Astonishing is not that the high-conductivity channels form a tree (a network without loops) but that each feature of the tree is deterministic, the result of a single principle of optimization. This conclusion runs against the currently accepted doctrine that natural structures are nondeterministic, the result of chance and necessity. Fractal geometry too is descriptive, not predictive. Any tree can be simulated by repeating an assumed algorithm, and truncating this operation at an arbitrary, small (finite-size) scale.

The discovery then is not the tree but the constructal principle that generates this structure, from one scale to the next larger scale. The name *constructal** emphasizes the link between determinism (theory) and the direction from small to large. It is also a reminder that theory runs counter to fractal thinking.

* From the Latin verb *construere* (to build), which survives as *construir* in Portuguese and Spanish.

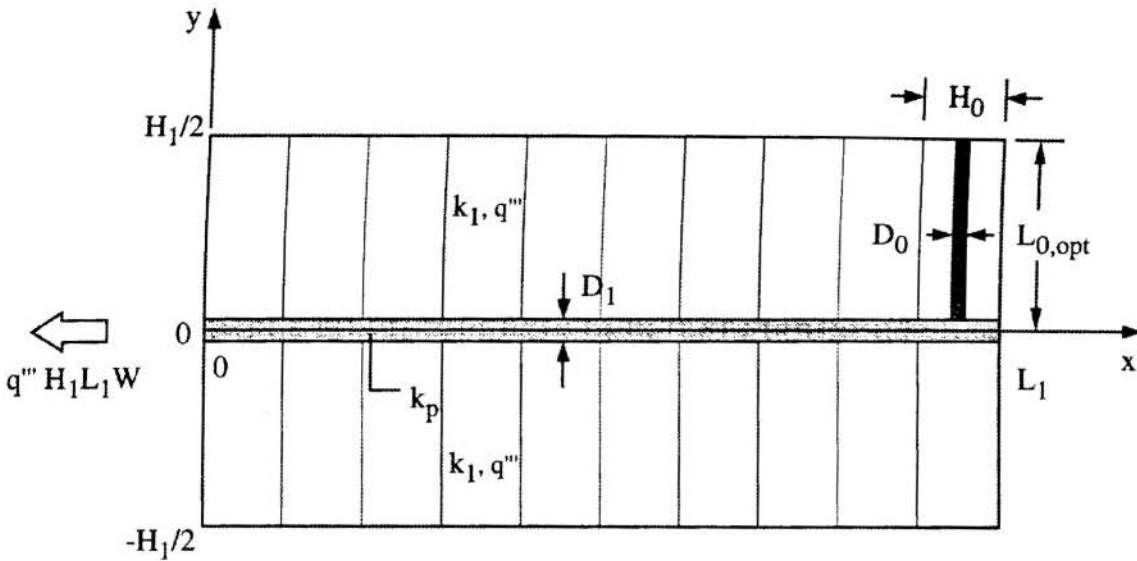


Figure 3 - The first construct: a large number of elemental volumes (Fig. 2) connected to a central high conductivity path (Bejan, 1997b).

Tree networks abound in Nature, in both animate and inanimate flow systems. We find them everywhere: botanical trees, leaves, roots, lungs, vascularized tissues, neural dendrites, river drainage basins, river deltas, lightning and dendritic crystals (*dendron* means tree in Greek). Every detail of every natural tree can be anticipated through the construction and optimization shown for the "heat tree" in Figs. 2 and 3. In fluid trees the small scale volumetric flow is by slow viscous diffusion (e.g., Darcy flow in the wet banks of the smallest rivulet), while the larger-scale flow is organized into faster conduits: streams (Bejan, 1997c, 1998).

4. THE CONSTRUCTAL LAW OF SHAPE AND STRUCTURE IN NATURE

The volume-to-point constructs have a definite time direction: from small to large, and from shapelessness (diffusion) to structure (channels, streams). Determinism results only if this time arrow is respected. If the reversed time direction is used, i.e., from large to small, through the repeated fracturing of a postulated network into smaller and smaller pieces (as in fractal geometry), then it is impossible to predict theoretically the optimal volume-to-point flow architecture (Bejan, 1996b, 1997b).

The optimized geometry formed by the slow and fast flow regimes unites all the volume-to-point flows. Think of the flow of oxygen through a mammal: the slow, shapeless flow is volumetric mass diffusion through the tissues, while the faster regime is mass convection (streams) through blood vessels and bronchial passages. Think also of the turbulent flow you know best: diffusion in the smallest volume elements is accompanied by the structure of faster streams known as eddies. Artificial constructs such as the internal arrangement of computers require the same cooperation between slow and fast heat transfer, with the slow mode placed at the smallest scale. This cooperation is most obvious in living groups, from bacterial colonies to urban growth (Bejan, 1996b): every member has a place in the structure, in such a way that every member benefits. The urge to organize is an expression of selfish behavior.

The constructal nature of access optimization is even more obvious in the context of minimizing the time of travel between one point and a finite-size area (an infinity of points) (Bejan, 1996b). Travelers have access to more than one mode of locomotion, starting with the slowest speed (V_0 , walking) and proceeding toward faster modes (vehicles, $V_1 < V_2 < \dots$). The given area is covered in steps of increasingly larger constructs (A_1, A_2, A_3, \dots). Each construct can be optimized for overall shape and angle between assembly and constituents. For example, Fig. 4 shows the smallest area element (A_1), for which the optimal shape is $(H_1 / L_1)_{opt} = 2V_0 / V_1$, and where the angle between V_0 and V_1 was set at 90° (a good approximation when $V_0 \ll V_1$).

The shape-optimization process repeats itself at larger area scales (Fig. 5). Urban growth is predicted, from backyards and alleys, to streets, avenues and highways. Along the way, we also discover the long sought *principle*, i.e., the reason why natural tree networks "happen to look" like the truncated fractal images postulated by the mathematician. Constructal theory is about the physics that had been missing in fractals (Kadanoff, 1986).

The minimization of travel time has been invoked in the past to account for the shape of light rays. When the ray strikes a mirror, the optimal angle of incidence equals the angle of reflection (Heron of Alexandria). Furthermore, the ray is bent to an optimal angle as it passes from one medium into another (Fermat). The time or resistance minimization principle is raised to the rank of law by the structure of light rays and all the tree networks anticipated by constructal theory. This law can be summarized as follows (Bejan, 1997b):

"For a finite-size system to persist in time (to live), it must evolve in such a way that it provides easier access to the imposed currents that flow through it."

This statement has two parts. First, it recognizes the natural tendency of imposed currents to construct paths of optimal access (e.g., shapes, structures) through constrained open systems. The second part accounts for the evolution (i.e., improvements) of these paths, which occurs in an identifiable direction that can be aligned with time itself.

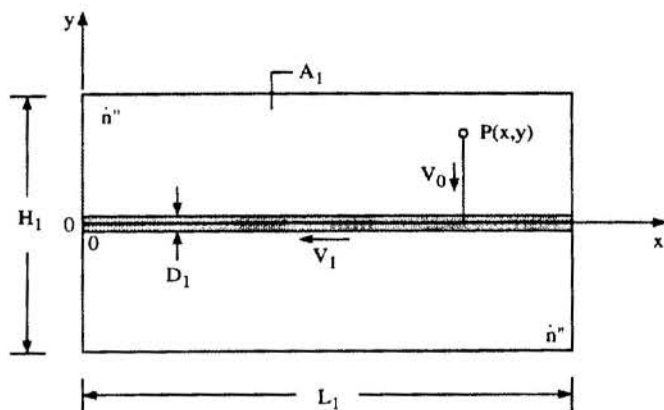


Figure 4 - The smallest (innermost) elemental area, A_1 , and the street segment allocated to it (Bejan, 1996b).

This constructal principle accounts for the choice that are made by macroscopic open systems (natural or man-made) subjected to flow and size constraints. The cross-section of the blood vessel is nearly round for the same reason that the width of the river is proportional to the depth (Bejan, 1998). This law is about defining the very concept of "optimization", or "purpose". It bridges the gap not only between physics and biology with its many related fields such as economics, but

also the gap between physics and engineering.

Constructal theory introduces an engineering flavor into the current debate on natural order, which until now has been carried out mainly in physics and biology. As a result of their training, engineers begin the design of a device by first understanding its purpose. The size of the device is always finite, never infinitesimal. The device must function (i.e., fulfill its purpose) subject to certain constraints. To analyze the device is not sufficient: to optimize it, to construct it, and to make it work is the real objective. Finally, many designs that differ in some of the finer details have nearly the same overall performance as the optimal design (Bejan *et al.*, 1996).

All these features—purpose, finite size, constraints, optimization, construction—can be seen in the animate and inanimate structures that surround us. It is time that we engineers expand the determinist powers of our thermodynamics over the field of naturally organized systems. We are the ones to do this work, because Nature is engineered, not random. My own progress in this direction is described in a new book (Bejan, 1998).

Acknowledgement. This research was supported by the National Science Foundation.

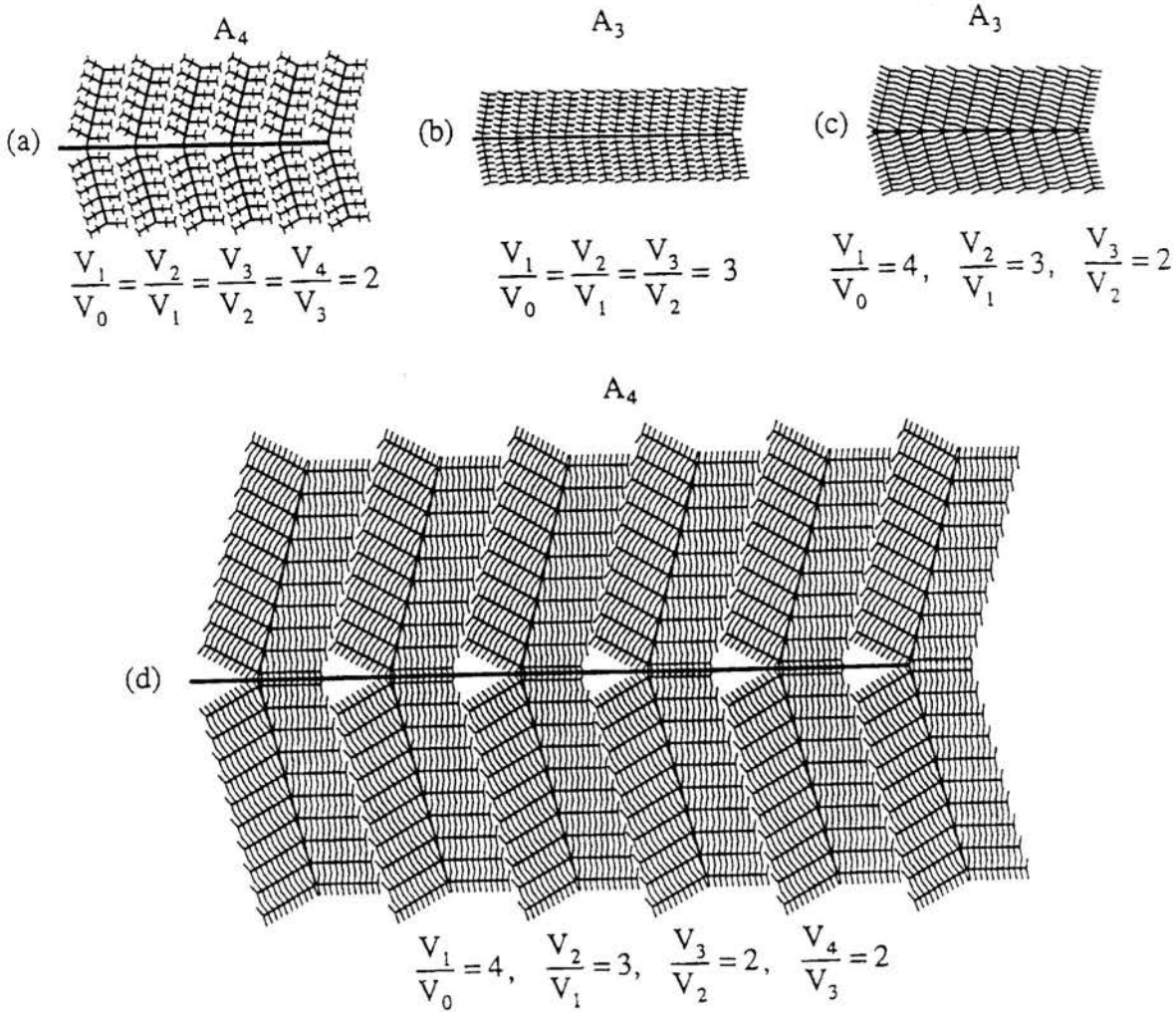


Figure 5 - The growth of street patterns, as the minimization of travel time between a finite-size area and one point (Ledezma, 1997). Velocities increase as the constructs become larger: $V_0 < V_1, V_2, V_3, V_4$. In these three examples, each construct has been optimized for both shape and angle.

References

BEJAN, A. *Entropy Generation through Heat and Fluid Flow*, Wiley, New York, 1982.

BEJAN, A. *Heat Transfer*, Wiley, New York, 1993.

BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*, Second Edition, Wiley, New York, 1995.

BEJAN, A. *Entropy Generation Minimization*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1996a.

BEJAN, A. Street Network Theory of Organization in Nature, *Journal of Advanced Transportation*, vol. 30(2), pp. 85-107, 1996b.

BEJAN, A. Theory of Organization in Nature: Pulsating Physiological Processes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, pp. 2097-2104, 1997a.

BEJAN, A. Constructal-Theory Network of Conducting Paths for Cooling a Heat Generating Volume, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, pp. 799-816, 1997b.

CONSTRUCTAL THEORY: FROM ENGINEERING TO SHAPE...

- BEJAN, A. Constructal Tree Network for Fluid Flow Between a Finite-Size Volume and One Source or Sink, *Revue Générale de Thermique*, vol. 36(8), 1997c.
- BEJAN, A. *Advanced Engineering Thermodynamics*, Second Edition, Wiley, New York, 1998.
- BEJAN, A., TSATSARONIS, G. and MORAN, M. *Thermal Design and Optimization*, Wiley, New York, 1996.
- GYFTOPOULOS, E.P. Fundamentals of Analyses and Processes, *Proceedings of ECOS'96*, pp. 1-7, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 1996.
- KADANOFF, L.P. Fractals: Where's the Physics?, *Physics Today*, pp. 6-7, February 1986.
- LEDEZMA, G.A. Geometric Optimization of Heat Transfer Devices, Ph.D. Thesis, Duke University, Durham, NC, 1997.
- LEDEZMA, G.A. BEJAN, A., & ERRERA, M.R. Deterministic Tree Networks for Heat Transfer, *Journal of Applied Physics*, vol. 82(1), 1997.

**Mathematical Model for Piezoelectric Motors:
 An Example of Mechatronics Modelling**

PAPER CODE: COB1507

Peter Hagedorn

Department of Applied Mechanics, Darmstadt University of Technology,
 Germany

1 INTRODUCTION

Traveling wave ultrasonic motors have recently been attracting considerable attention: they are beginning to replace — at least in certain areas — small electromagnetic motors. This development has been made possible by recent advances in power electronics, material research and digital control, which allow utilization of the piezoelectric effect for low power motors. In these motors the mechanical energy is generated with frequencies of the order 40 kHz via piezo-elements producing elastic waves in a stator, which usually has approximately the form of a circular plate, a ring or a thin walled cylindrical tube. The rotor is then driven by a stator via contact forces. With an extremely simple mechanism, frequency reductions of 1:40 000 and more are obtained between the stator vibration and the rotor motion. As a consequence, one can work in the 40 kHz range on the electrical side, while a low frequency of rotation is obtained on the mechanical side, as is desirable for many applications.

Traveling wave ultrasonic motors combine features such as high holding and driving torque, low speed, etc., which make them extremely attractive and promising for many applications. In many cases they can be used directly without an intermediate speed reducer. This paper addresses the problem of mathematical modeling of ultrasonic traveling wave motors and the recent advances obtained in this field.

2 WORKING PRINCIPLE OF ULTRASONIC TRAVELING WAVE MOTORS

Typical ultrasonic traveling wave motors are depicted in Figure 1 and 3.

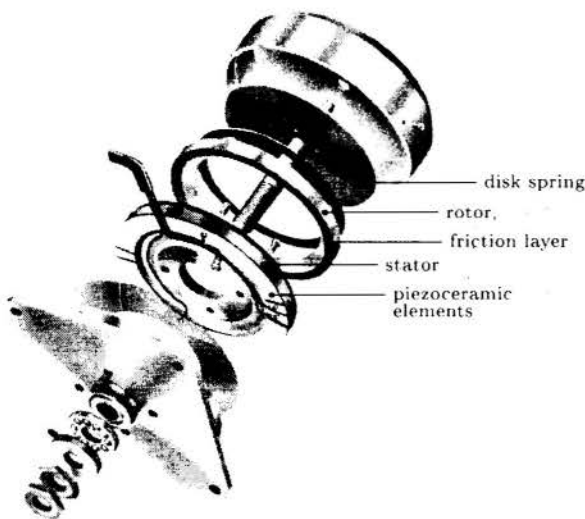


Figure 1: Ultrasonic traveling wave motor

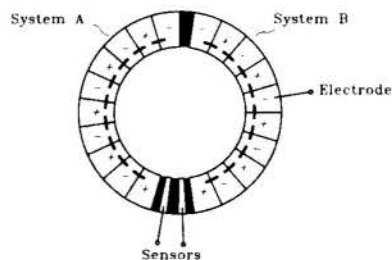


Figure 2: Piezoceramic ring

Figure 1 shows a motor in which the stator can be modeled as an annular plate of nonconstant thickness, the thickness depending on the radius. The rotor is a metallic ring pressed against the

stator by means of a disc spring and the vibrations of the stator are excited using a piezo-ceramic ring, which is polarized as shown in Figure 2. This piezo-ceramic ring is bonded to the lower surface of the stator and excites a traveling bending wave in it. Figure 3 gives a view of the PI ultrasonic motor produced in Germany by the company Physik Instrumente. Here the stator is a thin walled cylindrical piezo-ceramic tube covered by electrodes. The tube is polarized in radial direction and the electrodes come in three groups. Also here, an elastic wave traveling in circumferencial direction is generated by a suitably applied electric signal.

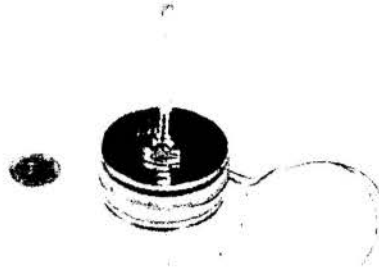


Figure 3: Industrial Ultrasonic Motor

In what follows we first restrict our attention to the motor shown in Figure 1. Although, with the motor in operation, the stator undergoes non-linear forced vibrations, the linear free vibration problem of the stator is the key to understanding the mechanical behavior of traveling wave ultrasonic motors. This is so because the stator mass is much larger than that of the rotor, and only in resonance is it possible to generate appreciable energy levels in the stator.

Therefore, first traveling bending waves in circular plates are discussed and the motor's working principle is explained; then a more accurate mathematical model for the stator vibrations is introduced and the excitation mechanism is described. Let $w(r, \varphi, t)$ be the transverse displacement at time t of a point of the middle surface of a circular plate at the location defined by the polar coordinates r, φ . At present, we restrict our attention to the free vibrations of a circular plate. Due to the symmetry of the problem, there exist solutions of the type

$$w(r, \varphi, t) = R(r) \cos m\varphi \cos \omega t, \quad (1)$$

for $m = 0, 1, 2, \dots$. The values of the (circular) eigenfrequency ω and the functions $R(r)$ in expression (1) are obtained from the corresponding eigenvalue problem as discussed in [2]. It turns out that for circular or annular plates with constant thickness and boundary conditions of the type mentioned above, the functions $R(r)$ are Bessel functions. Even without any knowledge of the theory of plate vibrations, it is intuitively clear that the first eigenfunctions

$$W(r, \varphi) := R(r) \cos m\varphi \quad (2)$$

of a circular plate clamped at the boundary are of the type shown in Figure 4.

In this figure, the nodal lines are dashed; they are either straight diametral lines or circles. For simplicity we will speak of 'nodal diameters' and of 'nodal circles' in what follows. Also for annular plates clamped at the inner radius $r = r_1$ and free at the outer boundary at $r = r_2$, all the nodal lines are either nodal diameters or nodal circles. It is obvious that all modes are of multiplicity two, with the exception of the modes with $m = 0$; for each eigenfrequency ω there are two linearly independent eigenfunctions $W(r, \varphi)$, since in expression (2) the function $\cos m\varphi$ can be replaced by $\sin m\varphi$.

It clear that, due to the linearity of the free vibration problem, the superposition of two solutions is also a solution to the problem. A simple calculation shows that the sum of the two solutions

$$w_1(r, \varphi, t) = AR(r) \cos m\varphi \cos \omega t, \quad (3)$$

$$w_2(r, \varphi, t) = AR(r) \sin m\varphi \sin \omega t \quad (4)$$

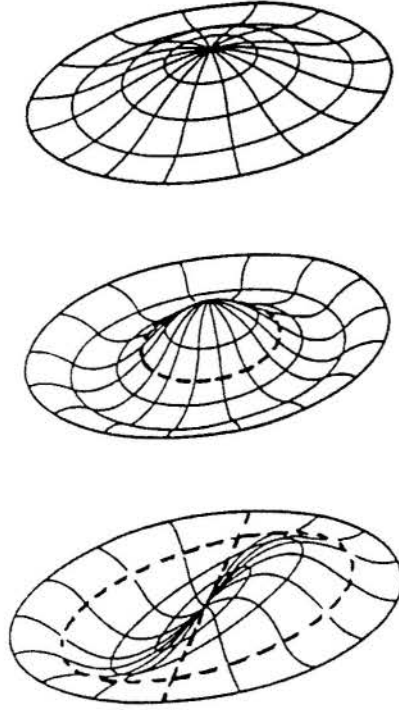


Figure 4: Eigenmodes of a clamped circular plate

gives the traveling wave solution

$$w(r, \varphi, t) = AR(r) \cos(m\varphi - \omega t), \quad (5)$$

traveling with angular speed ω/m in the positive φ -direction.

Since such a wave travels with angular speed ω/m , one could — erroneously — assume that a rigid body deposited on the surface of the circular plate would be transported along the circumference, as indicated in Figure 5. However, this is not so. In Kirchhoff's plate theory, points of the middle

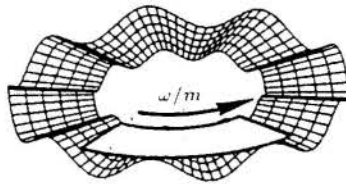


Figure 5: Traveling wave

plane are assumed to move in a direction orthogonal to this plane, and they do not experience any in-plane displacement in this theory. The variable w is the displacement of points of the plate's middle plane in the direction orthogonal to this plane. The traveling wave given by equation (5) corresponds to the form of the motion of the middle plane's points. Similarly, w_t in Kirchhoff's plate theory is the velocity of a point on the middle plane, directed along the normal to the undeformed middle plane.

The points of contact between the plate and the rigid body in Figure 5 are, however, not located on the middle plane but on the surface of the plate, i.e. at a distance $a = h/2$ from the middle plane.

The displacement \vec{u}_Q of a point Q of the plate's surface, in polar coordinates, can be written as

$$\vec{u}_Q = w(r, \varphi, t)\vec{e}_z - aw_{,r}(r, \varphi, t)\vec{e}_r - (a/r)w_{,\varphi}(r, \varphi, t)\vec{e}_\varphi, \quad (6)$$

where r, φ are the polar coordinates of the projection of Q onto the middle plane at equilibrium (in Kirchhoff's plate theory, material points situated on a line normal to the undeformed middle plane remain on a normal to the deformed middle plane during the plate vibration). With the traveling wave solution (5) and $A = 1$ the velocity of Q is

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{u}_Q}{dt} = & -\omega [R(r) \sin(\omega t - m\varphi)\vec{e}_z - aR'(r) \sin(\omega t - m\varphi)\vec{e}_r \\ & + (a/r)mR(r) \cos(\omega t - m\varphi)\vec{e}_\varphi]. \end{aligned} \quad (7)$$

If the rigid body (we call it 'rotor' in what follows) extends over several wavelengths, contact will occur at points where the \vec{e}_z -component of \vec{u}_Q reaches its maximum value: i.e., for $\cos(\omega t - k\varphi) = 1$. At this instant expression (7) simplifies to

$$\frac{d\vec{u}_Q}{dt} = -\omega(a/r)mR(r). \quad (8)$$

Under the ideal zero slip conditions between the stator plate and the rotor, the velocities of the point of contact coincide for both bodies, and if contact is assumed at a certain radius r , this gives the zero slip angular velocity of the rotor

$$\dot{\varphi}_{rotor} = -\omega(a/r)m(R(r)/r), \quad (9)$$

which is quite different from the previously guessed value ω/m for the angular rotor speed, as we shall examine in detail.

In the actual motor the stator plate does not vibrate freely, but vibration energy has to be generated continuously, as mechanical power is transmitted to the rotor. The zero slip condition assumed in obtaining equation (9) is only the limit case, which is approached under vanishing loading torque. Nevertheless, the mechanical behavior of the motor (stator and rotor) is dominated by the stator's properties due to its much larger mass; in the actual motor the stator always works in or near resonance.

Many traveling wave ultrasonic motors have stators containing radial notches in the outer annular ring. This particular shape of the stator allows the zero slip angular velocity of the motor to be influenced by augmenting the distance of the contact surface from the middle surface without increasing the overall stiffness of the stator. Due to the notches, the material of the 'teeth' does not contribute significantly to the plate stiffness: instead, it merely acts as added mass.

Consider some typical data of the order of magnitude as used in actual motors. The contact region between the rotor and the stator may have an average radius of $r \approx 45$ mm, for example, and a/r can be chosen as $1/10$. The number of nodal diameters is of the order of $m \approx 11$ and the frequency of the bending oscillations in the plate may be $f \approx 40$ kHz, so that the angular frequency is $\omega \approx 2\pi 40\,000$ s⁻¹. With the constant A normalized to one, the function $R(r)$ taken at the contact radius corresponds to the displacement amplitude of the plate's middle plane. For the linear bending vibrations it is small, for example $R(r) \approx 1$ μ m. Introducing these numbers into equation (9) gives

$$\dot{\varphi}_{rotor} \approx -(1/40\,000)\omega. \quad (10)$$

This corresponds to a frequency reduction by a factor of 40 000 between the circular frequency ω of the bending vibration and the angular velocity of the rotor in zero slip. This remarkable speed ratio has the consequence that the high frequency mechanical bending vibrations can be excited via piezo-elements with $f \approx 40$ kHz, a frequency range which is easily handled in modern power electronics, while the nominal rotor speed is $\dot{\varphi}_{rotor} \approx 60$ rpm for a vibration amplitude of 1 μ m, a rotational speed which can be used in many practical applications without additional speed-reducing devices.

Another fact of interest, apparent from expression (9) and (10), is related to the minus sign in these equations. It indicates that the rotor moves in a sense opposite to the traveling wave, as

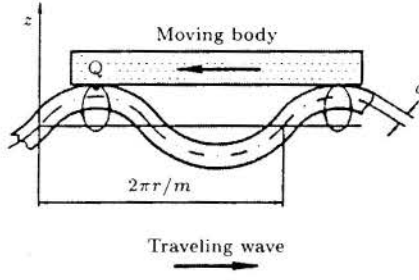


Figure 6: Rotor Motion

shown in Figure 6, in a different fashion from what one could expect from the simplistic picture of Figure 5. From equation (6) it also follows easily that the trajectories of points of the plate surface, if projected into the plane spanned by \vec{e}_z and \vec{e}_φ , give ellipses with semi-axes $R(r)$ and $(ma/r)R(r)$.

In the PI ultrasonic motor shown in Figure 3 also a wave is generated in the tubular stator, traveling in the circumferential direction. The stator is operated in resonance in a mode which is neither purely flexional nor purely extensional. The stator model therefore should be three dimensional and therefore more complicated than the model of the stator plate in Figure 1. Also in the PI ultrasonic motor, the material velocity of the stator points in the contact region is smaller, by several orders of magnitude, than the speed of the traveling wave.

In the following sections we discuss some aspects of the mathematical modeling of ultrasonic traveling wave motors. Since we are interested in obtaining simple formulae which can be conveniently used for parameter studies, we will first discuss separately the contact problem and the generation of traveling waves via piezo-ceramic elements.

3 MODELING THE PIEZO-CERAMIC ELEMENTS

The constitutive equation for a piezoelectric material in matrix notation can be written in the form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^S & \mathbf{e} \\ -\mathbf{e}^T & \mathbf{c}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{S} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Here, \mathbf{D} is the electric displacement, \mathbf{T} the stress tensor, \mathbf{E} the electric field and \mathbf{S} the strain tensor. Both the electric field \mathbf{E} and electric displacement \mathbf{D} here are assumed to be nonzero in one direction only

$$\mathbf{E} = [0 \ 0 \ E_3]^T, \quad \mathbf{D} = [0 \ 0 \ D_3]^T. \quad (12)$$

Therefore the constitutive equation (11) reduces to

$$\begin{bmatrix} D_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_3^S & e_{31} & e_{31} & 0 \\ -e_{31} & c_{11}^E & c_{12}^E & 0 \\ -e_{31} & c_{12}^E & c_{11}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_3 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_6 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

where the abbreviated vector notation is used for the stress and strain tensors. The electric field \mathbf{E} and the electric displacement field \mathbf{D} have to satisfy MAXWELL's equations. As the resonance frequency of the motor system is very low compared to the characteristic frequency obtained from the stator dimensions and the speed of light, the electric field is quasi-static (see for instance [12]), giving

$$\text{rot } \mathbf{E} = 0, \quad (14)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = 0. \quad (15)$$

The electric field may be defined as the gradient of an electric potential φ

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi(r, \theta, z, t), \quad (16)$$

so that (14) is identically satisfied.

For a stator in the form of a plate, equation (15) can be simplified because the electric displacement is nonzero in the thickness direction only, and this yields

$$\frac{\partial D_3}{\partial z} = 0. \quad (17)$$

Due to the constitutive equation (13), the electric displacement D_3 depends on the strain and on the electric field. Since the strain in the case of a plate is linear in z , the electric field cannot be constant through the ceramic's thickness in order to satisfy the divergence equation (17). The electric field therefore has to depend linearly on z :

$$E_3(r, \theta, z, t) = E_0(r, \theta, t) + \alpha_E(r, \theta, t)z. \quad (18)$$

Substituting the strain-displacement relation

$$\mathbf{S}(r, \theta, z, t) = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

using the kinematic relation for Kirchhoff's plate theory

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u(r, \theta, z, t) \\ v(r, \theta, z, t) \\ w(r, \theta, z, t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0(r, \theta, t) - z \frac{\partial w}{\partial r}(r, \theta, t) \\ v_0(r, \theta, t) - z \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}(r, \theta, t) \\ w(r, \theta, t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

and the expression for the electric field (18) into the first line of the constitutive equation (13) and the resulting equation into Maxwell's equation (17), yields

$$\alpha_E(r, \theta, t) = \frac{e_{31}}{\varepsilon_3} \Delta w(r, \theta, t), \quad (21)$$

where Δ represents the Laplace operator and w is the transverse displacement of the middle plane of the stator plate. The electric field therefore not only depends on the applied voltage, but also on the strain due to the deformation of the stator! In [4] on the other hand the electric field was assumed constant.

In the next step, the integration constant E_0 has to be determined. The electric potential is given by

$$\varphi = - \int E_3 dz = - \left(\frac{1}{2} \alpha_E z^2 + E_0 z + \text{const} \right). \quad (22)$$

As mentioned before, the piezoceramic ring is divided into two parts, A and B (see Figure 2) and has three electrodes: one common electrode for both parts A and B is the stator itself with potential zero. The other two electrodes are on the opposite side of the ring, excited by two applied voltages $v_A(t)$ and $v_B(t)$ which have the same amplitude and a phase shift of $\pi/2$. Instead of defining a sign-function for the polarisation vector, we use a sign-function for the shape-functions of the electric potential φ at the free surface of the piezoceramic ring. Both methods have the same effect but the second allows a simpler mathematical formulation and calculation. We define

$$\Phi_A(\theta) = \begin{cases} -1 & \text{if } \frac{3\pi}{22} + k\lambda < \theta < \frac{5\pi}{22} + k\lambda, \\ 1 & \text{if } \frac{\pi}{22} + k\lambda < \theta < \frac{3\pi}{22} + k\lambda, \end{cases} \quad (23)$$

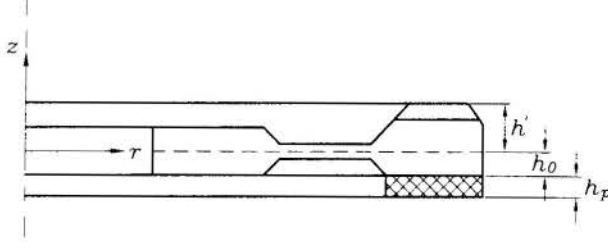


Figure 7: Schematic picture of the stator with piezoceramic ring

$$\Phi_B(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{12\pi}{11} + k\lambda < \theta < \frac{13\pi}{11} + k\lambda, \\ -1 & \text{if } \pi + k\lambda < \theta < \frac{12\pi}{11} + k\lambda \end{cases} \quad (24)$$

with $k = 0, \dots, 5$.

The shape functions and the applied voltages can be written in vector notation as follows

$$\Phi_{elec} \mathbf{v} = [\Phi_A \ \Phi_B] \begin{bmatrix} v_A(t) \\ v_B(t) \end{bmatrix}, \quad (25)$$

with the boundary conditions

$$\varphi(r, \theta, -h_0, t) = 0, \quad (26)$$

$$\varphi(r, \theta, -(h_0 + h_p), t) = \Phi_{elec}(\theta) \mathbf{v}(t), \quad (27)$$

where h_0 and h_p are defined in Figure 7, the term E_0 can be calculated as

$$E_0 := \frac{\Phi_{elec} \mathbf{v}}{h_p} + \frac{1}{2} \alpha_E (2h_0 + h_p). \quad (28)$$

The electric field can now be written in terms of the applied voltage and of the plate deflection as

$$E_3(r, \theta, z, t) = -\frac{\Phi_{elec}(\theta) \mathbf{v}(t)}{h_p} + \frac{1}{2} \frac{e_{31}}{\epsilon_3^S} (2h_0 + h_p + 2z) \Delta w(r, \theta, t). \quad (29)$$

4 MODELING THE CONTACT BETWEEN ROTOR AND STATOR

In order to simplify the system, the ultrasonic traveling wave motor of Figure 1 is substituted by a linear motor shown in Figure 8. Here, the stator is modeled as an elastically supported Bernoulli-Euler beam, whose motion in the axial direction is restricted. The slider is also elastically supported and pressed against the stator, a viscoelastic friction layer being interposed between the two metallic parts. For simplicity the slider (rotor) is assumed as rigid here. It is well-known that in industrial motors the deformations of the rotor may be quite important. A linear motor with an *elastic slider* is presently being studied in Darmstadt. The treatment described here corresponds to the model described in [8].

We make use of the three coordinate systems depicted in Figure 9: inertial coordinates (x, z) and the coordinate systems (ξ, ζ) and (x_R, z_R) undergoing a translation in the x -direction with respect to the (x, z) system. The translational motions lead to the transformations

$$x_R = x - v_R t, \quad \xi = x - \frac{\omega}{k} t \quad (30)$$

with

$$v_W = \frac{\omega}{k}, \quad (31)$$

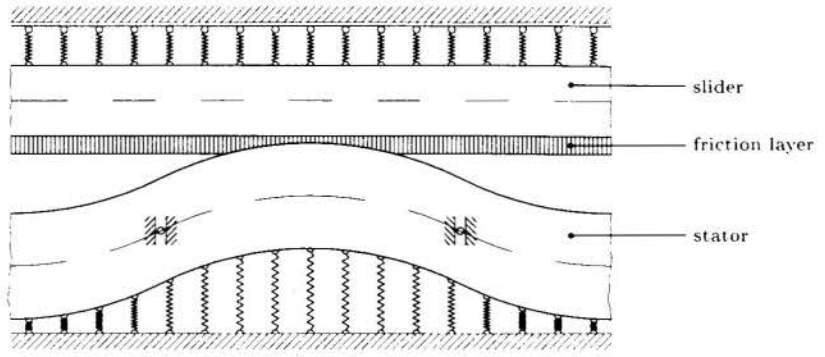


Figure 8: Ultrasonic linear motor

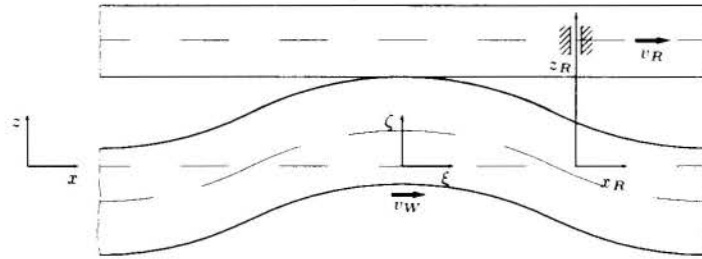


Figure 9: Coordinate systems

v_R being the speed of the slider (rotor), v_W the phase velocity, ω the circular frequency and k the wave number of the fundamental harmonic bending wave in the stator. We also introduce the differential velocity between the slider and the traveling wave

$$v_d = v_R - v_W = v_R - \frac{\omega}{k}. \quad (32)$$

From the kinematics we know that v_W and v_R have opposite signs.

In actual ultrasonic traveling wave motors, the bending waves in the stator are generated by means of piezo-ceramic elements. In this section we want to focus on the contact problem, and for simplicity we assume that the bending waves are generated by a suitable distributed force $p(x, t)$ acting on the stator, as shown in Figure 10.

Here we are not interested in the transient behavior of the motor, but only in the steady-state situation. We therefore restrict our attention to an interval of the stator corresponding to one wavelength of the traveling bending wave.

In Figure 10 a section of the stator is shown with the distributed load $p(x, t)$ exciting the bending wave and the distributed contact force $K(x, t)$ acting along the upper surface of the stator in the contact region between the points B and C . The equation of motion of the stator is given by

$$\rho A \frac{\partial^2}{\partial t^2} w_S(x, t) + EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} w_S(x, t) + k_S w_S(x, t) = p(x, t) - F_k(x, t) + \frac{h}{2} \frac{\partial S_k(x, t)}{\partial x} \quad (33)$$

In this equation ρA is the mass per unit length, EI the bending stiffness and k_S the elastic bedding coefficient of the stator. The bending deformation of the stator is described by $w_S(x, t)$, the expressions $F_k(x, t)$ and $S_k(x, t)$ on the right-hand side of this equation correspond to the transverse and axial components of the distributed contact force $K(x, t)$. For simplicity we assume that the influence of the axial component $S_k(x, t)$ on the deformation $w_S(x, t)$ can be neglected.

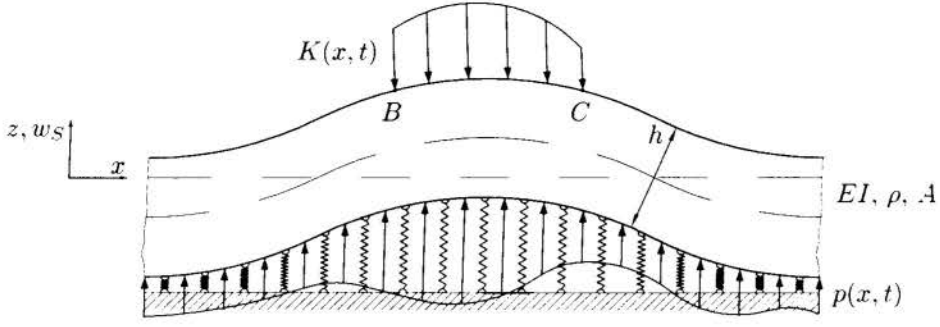


Figure 10: Section of the stator

In [8] for the friction layer between the rotor and stators we assumed a material law related to a Kelvin-Voigt material. This led to

$$F_k(x, t) = k_t(w_S(x, t) - w_0) + d_t \frac{dw_S(x, t)}{dt} \quad (34)$$

for the transverse component and

$$S_k(x, t) = k_a u(x, t) + d_a \frac{du(x, t)}{dt} \quad (35)$$

for the axial component of the distributed contact force in the sticking region. In the slip zones this component is of course limited by the Coulomb friction law. The constitutive behavior of the material in the friction layer can therefore be symbolized as shown in Figure 11. In (34) and (35) $u(x, t)$ is the axial deformation of a surface point of the contact layer and k_t, d_t, k_a and d_a are constants.

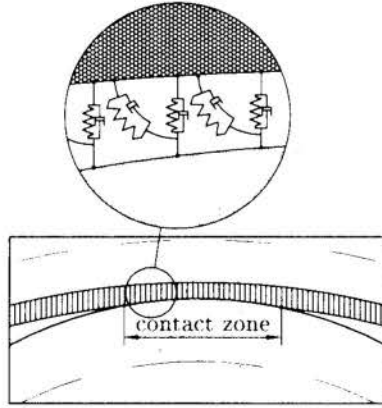


Figure 11: Model of the contact layer

The traveling bending wave is assumed to be generated by a distributed harmonic traveling load $p(x, t)$ according to

$$p(x, t) = p_0 + p_w(x, t) = p_0 + \hat{p} \cos(kx - \omega t). \quad (36)$$

In the (ξ, ζ) coordinate system this can be described by

$$p(\xi) = \hat{p}_0 + \cos(k\xi). \quad (37)$$

In this coordinate system, i.e. for an observer traveling in the x -direction with the same speed as the bending wave in the stator, the deformation $w_S(\xi)$ does not depend on the time t . It can therefore be represented in a Fourier series:

$$w_S(\xi) = \sum_{n=1}^N \{A_n \cos(nk\xi) + B_n \sin(nk\xi)\}. \quad (38)$$

The contact pressure $F_k(\xi)$ can then also be written in terms of the Fourier coefficients appearing in (38). These Fourier coefficients appear linearly in all the equations, the only nonlinearities being the ξ -coordinates b and c of the points of beginning and end of contact. At the end of the contact zone one has $F_k(-b) = 0$, i.e. a vanishing contact pressure. At the beginning of the contact zone, i.e. at $\xi = c$, the contact pressure $F_k(\xi)$ will be discontinuous, since in our present model of the contact layer, the material's density is disregarded, at the same time damping being present.

The boundaries of the contact region are determined by numerically solving a nonlinear problem and all the Fourier coefficients can then be easily found. In this manner for example the tangential force distribution $S_k(\xi)$ depicted in Figure 12 as well as the efficiency of the energy transmission as shown in Figure 13 can be obtained. Also the energy dissipation in the contact layer can thus be calculated.

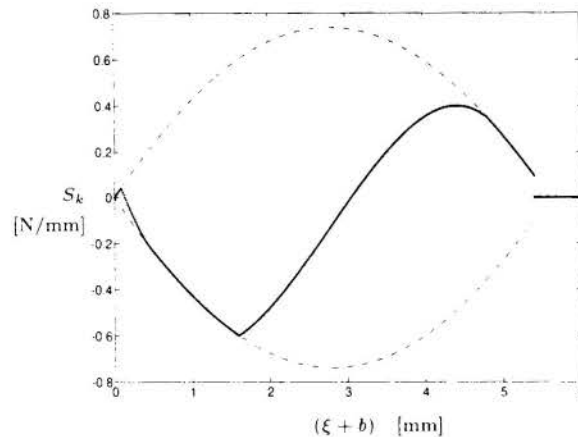


Figure 12: Tangential force distribution

5 MODELING THE COMPLETE MOTOR

In [3] the mathematical modeling of an ultrasonic traveling wave motor with a stator in the form of an annular plate is carried out in detail. The stator with a piezoceramic ring and the rotor are discretized using suitable shape function. A mathematical model of the complete motor is thus obtained. After the discretisation it assumes the form of a system of nonlinear ordinary differential equations. These can either be integrated in the time domain, given as a result the transient behavior of the motor. If only the stationary solutions are thought, the system of differential equations can be transformed into an algebraic system, which can be solved in much shorter time. In this manor the motor behavior can be simulated and the simulation results agreed well with data of an industrial prototype motor. Only the internal damping of the rotor was used to match the computed and measured motor characteristics (torque versus rotational speed, see Figure 14).

All the other parameters were fixed in advance. This shows that the mathematical simulation model is probably a good tool for the design and optimization of ultrasonic motors. In the simulation carried out in [3] it turned out that the flexibility of the rotor, which for simplicity was ignored

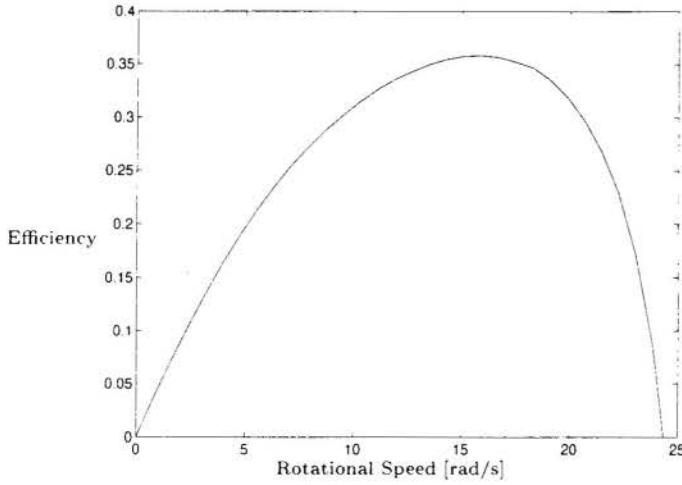


Figure 13: Efficiency

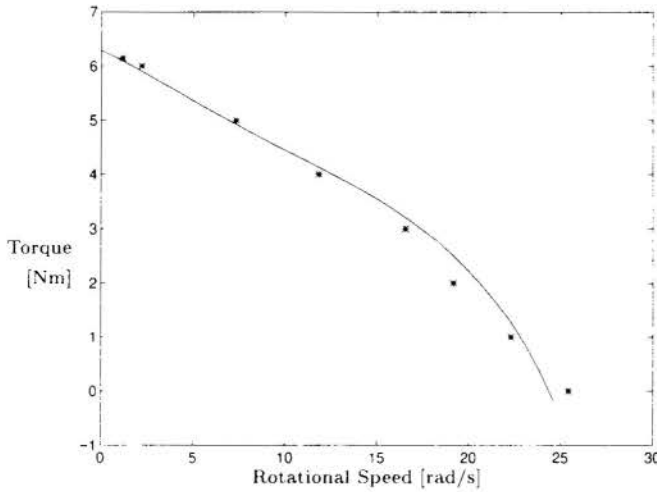


Figure 14: Torque vs. rotational Speed

in the present paper, can be of considerable importance for the motor characteristics. This fact agrees well with laboratory experiments.

6 CONCLUSION

In this paper, a short review of the main features of mathematical-mechanical models of piezoelectric ultrasonic motors were reviewed. It was shown that good agreement can be achieved between the mathematical models and laboratory experiments. Moreover it was shown that piezoelectric ultrasonic traveling wave motors involve several of the main features characteristic to mechatronic systems. The mathematical models described in the present paper and examined in more detail in [3] assumes a given voltage applied at the electrodes of the piezoceramic elements. Additional modeling efforts should probably be spent in the future to include the controller providing this voltage in the model. From laboratory observations it is well known that it can play an extremely role in the overall characteristics of piezoelectric ultrasonic traveling wave motors. This simulta-

neous detailed mathematical mechanical modeling of the physical system motor and the controller is another feature typical of mechatronic systems.

References

- [1] X. Cao and J. Wallaschek, Estimation of the tangential stresses in the stator/rotor contact of travelling wave ultrasonic motors using visco-elastic foundation models. In *Contact Mechanics II*, Computational Techniques, pp. 53-61. Computational Mechanics Publications, Southampton, Boston (1995).
- [2] P. Hagedorn and J. Wallaschek, Traveling Wave Ultrasonic Motors, Part I: Working Principle and Mathematical Modeling of the Stator. *Journal of Sound and Vibration*, 1992, 155 (1), pp. 31-46
- [3] P. Hagedorn, *et al.* The importance of rotor flexibility in ultrasonic traveling wave motors, Submitted for the Special issue on Piezoelectric Motors/Actuators and their Applications of the *Journal of Smart Materials and Structures*, (1997).
- [4] Nesbitt W. Hagood IV and A. J. McFarland, Modeling of a Piezoelectric Rotary Ultrasonic Motor. *IEEE Transaction on Ultrasonic, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 42, No. 2, March 1995, pp. 210-224
- [5] H. Hirata and S. Ueha, Characteristics Estimation of a Traveling Wave Type Ultrasonic Motor, *IEEE Transaction on Ultrasonic, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 40, No.4, July 1993
- [6] A. W. Leissa, *Vibration of plates*. 1969, U.S Government Printing Office, Washington D.C.
- [7] T. Sashida and T. Kenjo. *An Introduction to Ultrasonic Motors*. Oxford Science Publications, 1993, Oxford University Press, New York
- [8] J. P. Schmidt, P. Hagedorn, M. Bingqui, A Note on the Contact Problem in an Ultrasonic Traveling Wave Motor, *Int. Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 31, No. 6, pp. 915-924, 1996.
- [9] K. Uchino, *Piezoelectric Actuators and Ultrasonic Motors*. Kluwer Academic Publisher, 1997, Norwell, Massachusetts
- [10] S. Ueha and Y. Tomikawa. *Ultrasonic Motors. Theory and Application*. Oxford Science Publications, 1993. Oxford University Press
- [11] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger. *Theory of plates and shells*. 1959, McGraw-Hill
- [12] O. Yu. Zharii, *Introduction to Dynamic Electroelasticity*. Technischer Bericht, Nr. 49, Heinz Nixdorf Institut, Universität Paderborn, April 1996



PAPER CODE: COB160

HEAT TRANSFER COEFFICIENT AT THE METAL-MOULD INTERFACE IN THE SOLIDIFICATION OF Cu-8%Sn ALLOYS

MARCELO DE AQUINO MARTORANO & JOSÉ DEODORO TRANI CAPOCCHI

Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais

Escola Politécnica - USP - São Paulo

CEP 05508-900 Cidade Universitária, São Paulo, Brasil

E-mail: martoran@usp.br , jdtpoc@usp.br

Abstract

The heat transfer coefficient at the metal-mould interface during the directional solidification of a Cu-8%Sn alloy was calculated using the whole domain method for the inverse solution of the heat conduction differential equation. The finite control volume method was employed in the numerical procedure to solve the two dimensional differential equation and a least squares procedure was used for the whole domain method. The estimated heat transfer coefficient values are in good agreement with published ones and a sensitivity analysis is carried out to assess the coefficient accuracy. The present method has proved to be satisfactory as regards stability and accuracy.

Keywords

Heat transfer coefficient; Inverse heat conduction; Mathematical modelling; Metal-mould interface; Solidification.

1. INTRODUCTION

The mathematical modelling of solidification processing of metals has had a tremendous breakthrough in the past decades with the advent of personal computers. Basic phenomena, such as nucleation, liquid and solid movement have been accounted for in the latest models (Beckermann,1997) and their results have reached increasingly good agreement with experimental evidences. Nevertheless, there are still no accepted comprehensive models based on first principles concerned with the heat transfer coefficient at the metal-mould interface, which is necessary to describe the boundary condition for the mathematical models of solidification. Furthermore, recent modelling of the heat transfer coefficient is very complex because it involves prediction of the metal-mould interfacial gap by the finite elements method along with the solution of the usual heat transfer equation (Xiaobing et al., 1996).

Owing to the difficulties in calculating the necessary heat transfer coefficient using a first principle approach, modellers have relied on empirical coefficients specific to their materials and conditions. Consequently, the need for accurate empirical or semi-empirical

coefficients and methods to calculate them is clearly seen, which explains recent effort in this direction (Orlande et al., 1994).

This work is aimed at calculating the heat transfer coefficient at the metal-mould interface during the directional solidification of a Cu-8%Sn alloy. The procedure employed in the calculation is a nonlinear version of the method of inverse solution to the heat transfer equation firstly proposed by Frank (1963), and improved by others (Spitzer, 1991). The results are presented and discussed based on heat transfer mechanisms at the metal-mould interface.

2. HEAT TRANSFER AT THE METAL-MOULD INTERFACE

The assumption of perfect contact between metal and mould is known to cause negligible error for heat transfer analysis in sand moulds (Ho et al., 1985) since the mould wall is the greatest thermal resistance for heat extraction in these processes. However, the thermal resistance at the metal-mould interface might be the most important one in metallic mould castings, thus it must be considered in an accurate heat transfer model. The calculation of the heat transfer coefficient at the metal-mould interface using first principles demands a thorough understanding of the heat transfer mechanisms. Ho and Pehlke (1985), Sharma and Krishnan (1991) have studied and outlined the basic mechanisms of heat transfer at metal-mould interfaces, as follows:

- heat conduction through contact points between metal and mould;
- heat conduction and convection in the gas trapped at the metal-mould interface gap;
- heat transfer by radiation through the gap.

A macroscopic average interfacial heat transfer coefficient can be given by:

$$h = \frac{q}{T_2 - T_1} \quad (1)$$

where q is the spatial average of the heat flux across the interface and T_2 and T_1 are average temperatures of the metal and mould surfaces respectively. The average heat flux may be divided into three main fluxes as regards the mechanisms mentioned above, and the macroscopic heat transfer coefficient can be described accordingly by the three coefficients given below:

$$h = h_s + h_c + h_r \quad (2)$$

where h_s is the component due to heat conduction through the contacting points, h_c is the contribution of heat conduction and convection in the gas and h_r is the part due to radiation across the non-contacting points.

The type of contact between metal and mould varies constantly from the liquid metal pouring up to the end of cooling to room temperature and a general behaviour was proposed by Sharma and Krishnan (1991). The liquid metal gets in intimate contact with the mould wall after pouring, as a result, a high heat transfer coefficient is observed in this period, called stage I. After enough heat has been withdrawn from the liquid metal, a stable solid layer forms, reducing the metal ability to conform to the mould wall, which causes a decrease in the heat transfer coefficient. A situation is reached where the thickening of the solid layer no longer affects its properties at the interface, establishing a

steady-state, named stage II. The appearance of a stage III depends on the specific process in hand. If some pressure is applied at the interface as a result, for instance, of solid metal contraction around the mould wall, h might increase. Otherwise, if this solid contraction increases the gap width, the heat is transferred mainly by radiation and conduction in the gas phase, causing h to decrease.

3. HEAT TRANSFER COEFFICIENT CALCULATION

The inverse solution to the heat conduction equation was used in the present work to estimate the boundary condition of the solidification problem described by a differential equation. The heat conduction equation is frequently solved directly giving the temperature field subject to certain boundary conditions, whereas the inverse solution focus on the calculation of boundary conditions and material properties using temperature field measurements. The whole domain method to solve the inverse heat conduction problem (IHCP) was firstly proposed by Frank (1963), who worked with a linear heat conduction differential equation, and was latter extended to the nonlinear solidification problem with the help of the finite difference method (Spitzer,1991). As pointed by Beck (1985), the IHCP is extremely sensitive to measurements errors, but the Whole Domain Method, which was used in this work, is less sensitive and more stable than other possible methods.

In the present work, the heat transfer coefficient is calculated as function of the casting surface temperature, allowing the direct interpretation of the heat transfer mechanisms at the metal-mould interface.

The whole domain method to solve the IHCP is rooted in the minimisation of the square error between the measured and calculated temperatures. Therefore, a mathematical model to calculate the temperature field directly should be proposed for the system in hand and the accuracy of the solution to the IHCP is related to the accuracy of that model. The solution of the mathematical model can be written as:

$$T_M = T_M(\bar{r}, t, h_1, h_2, \dots, h_n) \quad (3)$$

where T_M is the metal temperature, \mathbf{r} is the spatial coordinate, \mathbf{t} is time, h_1, h_2, \dots, h_n are the heat transfer coefficients between the casting and mould surfaces at n specific casting surface temperatures. Between these temperatures, a linear behaviour is assumed. The squared error between measured and calculated temperatures can be given by:

$$Eq(h_1, h_2, \dots, h_n) = \sum_{j=1}^m [T_M(\bar{r}_j, t_j, h_1, h_2, \dots, h_n) - Y_j]^2 = \sum_{j=1}^m [Y_j - T_M(\bar{r}_j, t_j, \bar{h})]^2 \quad (4)$$

where m is the number of experimentally measured temperatures Y_j . It is believed that the best estimation of the heat transfer coefficient components is that which gives the least square error (Beck et al.,1985) as defined by the above equation. The least square error is found when all partial derivatives relative to each heat transfer component have been set to zero, originating the following system of nonlinear equations :

$$\frac{\partial Eq(h_1, h_2, \dots, h_n)}{\partial h_k} = 2 \sum_{j=1}^m [T_M(\bar{r}_j, t_j, \bar{h}) - Y_j] \frac{\partial T_M(\bar{r}_j, t_j, \bar{h})}{\partial h_k} = 0 \quad k=1, 2, \dots, n; \quad (5)$$

Since in the general case \mathbf{T}_M might not be possible to be written as a simple function of all \mathbf{h} components, a Newton-Rapson method is employed to solve the nonlinear system after expanding \mathbf{T}_M in a truncated Taylor series as below:

$$T_M(\bar{r}, t, h_1 + \Delta h_1, h_2 + \Delta h_2, \dots, h_n + \Delta h_n) \approx T_M(\bar{r}, t, h_1, h_2, \dots, h_n) + \sum_{k=1}^n \frac{\partial T_M}{\partial h_k} \Delta h_k \quad (6)$$

where $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_n$ are a first approximation to the heat transfer coefficient components and $\Delta \mathbf{h}_1, \Delta \mathbf{h}_2, \dots, \Delta \mathbf{h}_n$ are the corrections to make these coefficients give the least squared error. Replacing this equation for \mathbf{T}_M in the system (5), the following system of linear equations is derived:

$$\left(\sum_{j=1}^m \frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_1} \frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_k} \right) \Delta h_1 + \left(\sum_{j=1}^m \frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_2} \frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_k} \right) \Delta h_2 + \dots \\ \dots + \left(\sum_{j=1}^m \frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_n} \frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_k} \right) \Delta h_n = \sum_{j=1}^m \left[(T_{Mj} - Y_j) \frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_k} \right] \quad k=1, 2, \dots, n; \quad (7)$$

This system is solved for $\Delta \mathbf{h}$ values, which are added to the previous approximation of \mathbf{h} . Since \mathbf{T}_M is not actually a linear function of \mathbf{h} , as assumed in equation (3), a few iterations are needed to reach the pursued \mathbf{h} values which minimise the squared error.

The method described above needs a mathematical model to yield the temperature field after approximate values of \mathbf{h} are given. The temperature field in solidification problems is usually modelled by the heat conduction differential equation considering the phase transformation involved. The casting system and its assumed mathematical model is discussed in item 5.

4. SENSITIVITY COEFFICIENTS

Beck et al. (1985) has introduced the analysis of the sensitivity coefficients in **IHCP**. The main idea is to have a comparative number of how sensitive to the heat transfer coefficient the sensors employed are. The sensitivity coefficient to a specific component \mathbf{h}_k of the heat transfer coefficient for the present problem is defined as:

$$\frac{\partial T_{Mj}}{\partial h_k} \approx \frac{T_M(\bar{r}_j, t_j, h_1, h_2, \dots, h_k + \Delta h_k, \dots, h_n) - T_M(\bar{r}_j, t_j, h_1, h_2, \dots, h_k, \dots, h_n)}{\Delta h_k} = \frac{\Delta T_{Mj}}{\Delta h_k} \quad (8)$$

The higher the above coefficient the easier it is to calculate \mathbf{h}_k because it should be less sensitive to random and systematic errors, i.e., these errors are propagated to \mathbf{h}_k to a smaller extent.

5. EXPERIMENTAL PROCEDURE

Cu-8%Sn alloys were cast into cylindrical shapes using the casting system shown in Figure 1. This system consists of a cylindrical insulating wall standing on a water cooled copper mould used to extract heat directionally. The mould upper surface in contact with the metal was polished with a 600 grit emery paper. The liquid metal is poured into the cylindrical cavity, which is filled with six Pt-Rh thermocouples coated with a zirconate based ceramic layer for protection against electrical and chemical interactions with the metal. During the experiment, thermocouple signals were collected by an analogical/digital interface and a personal computer.

The two dimensional heat conduction differential equation in cylindrical coordinates was chosen to describe the heat transfer in the casting system of Figure 1, where radial and axial directions are considered. The heat transfer coefficient between metal and water cooled mould, and between metal and insulating wall are unknowns to be calculated by the inverse solution method.

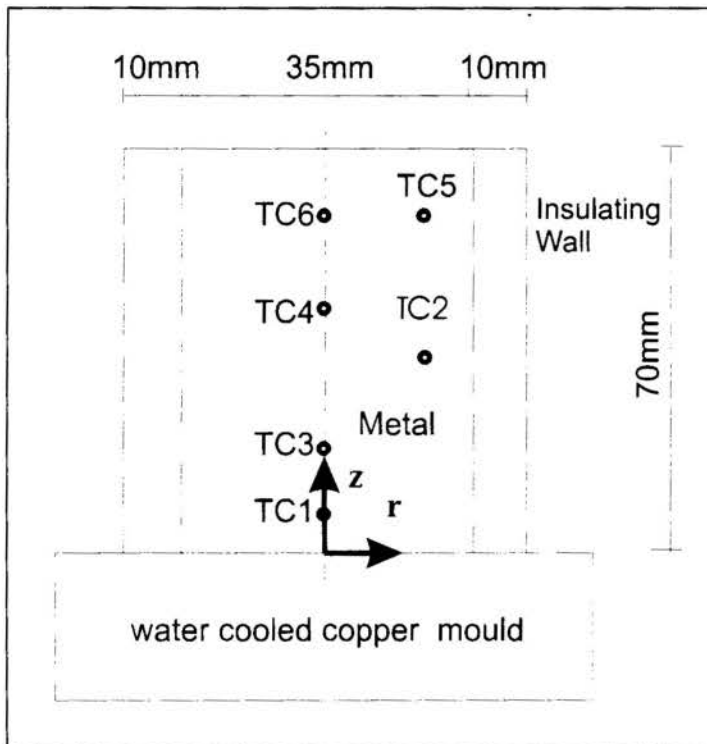


Figure 1 - Casting system (schematic view).

The heat transfer coefficient at the metal-insulating wall interface (**HMI**) and at the metal-water cooled mould interface (**HMM**) were calculated using the procedure described in item 3. **HMM** was assumed to vary linearly between the following controlling temperatures : 600°C , 700°C , 858°C (solidus temperature) and 1033°C (liquidus temperature). Above 1033°C and below 600°C it was assumed constant. **HMI** was considered constant throughout the temperature range.

The solution to the differential equation presented earlier is obtained by the implicit finite control volume method along with the enthalpy method (Rappaz,1989) to treat the liquid to solid phase change. This solution is used in the equation system (7) to determine

T_{Mj} and the numerical derivative $\partial T_{Mj}/\partial h_k$, which is given by equation (8), where $\Delta h_k = 1$ in the present work.

6. EXPERIMENTAL RESULTS AND DISCUSSION

The heat transfer coefficient at the metal-water cooled mould interface (**HMM**) calculated as function of casting surface temperature is shown in Figure 2(a). The coefficient at the metal-insulating wall interface (**HMI**) was $467.4 \text{ W/m}^2\text{K}$. The measured temperature curves and the calculated ones using the heat transfer coefficient shown in Figure 2(a) are given in Figure 2(b).

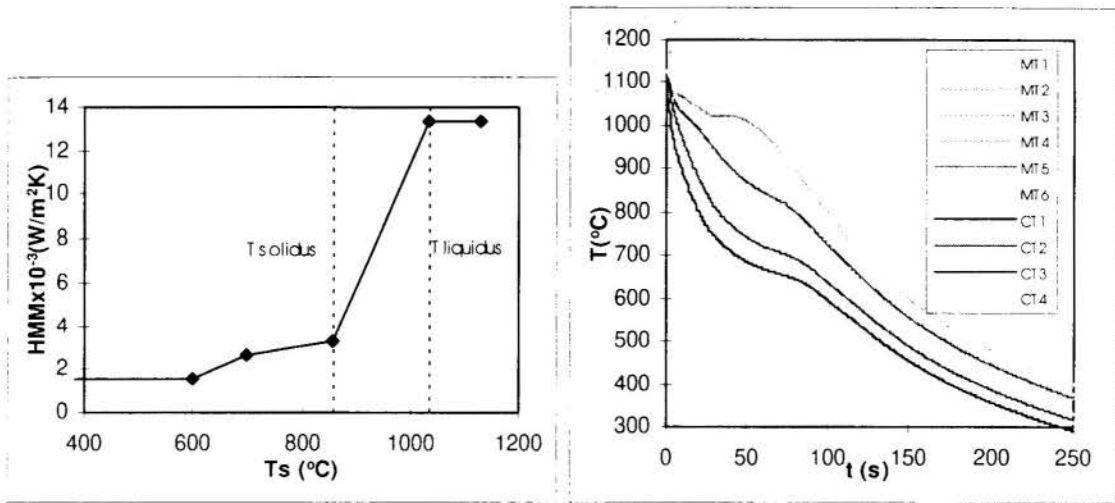


Figure.2 - (a) Heat transfer coefficient at the metal-water cooled mould interface (**HMM**) as function of casting surface temperature. (b) Measured (MT) and calculated temperatures (CT) using the heat transfer coefficient given in figure 2. MT5 and MT6 were set as boundary conditions, thus they were not employed to obtain the squared error in equation (7). The position of measured temperatures are given in figure 1

It is shown in Figure 2(a) that there is a remarkable decrease in the heat transfer coefficient below the liquidus temperature as predicted by the previous theory mentioned, suggesting the formation of a metal solid skin next to the water cooled mould wall. Below the solidus temperature, **HMM** remains approximately constant, indicating the steady-state stage described before. The predicted values in Figure 2(a) are in good agreement with previous published values of heat transfer coefficients when the interface is subject to the application of the metal casting weight pressure (Ho et al.,1985). As the mould surface was polished with a 600 grit emery paper, which is made of particles smaller than $26\mu\text{m}$, one could say there would be no scratches deeper than $26\mu\text{m}$. This would give a lower limit to **HMM** at the liquid metal-mould interface using Sharma and Krishnan (1991) model, who calculated **HMM** for $10\mu\text{m}$ half width grooves, with 60° apex angle, for liquid aluminium alloys, giving $HMM = 10\,000 \text{ W/m}^2\text{K}$, in reasonable agreement on the value in Figure 2(a).

Sensitivity coefficients of all four thermocouples whose temperature responses were employed in the least square procedure were calculated for all h_k components as function of time, and the curves for h_1 and h_4 are given in Figure 3.

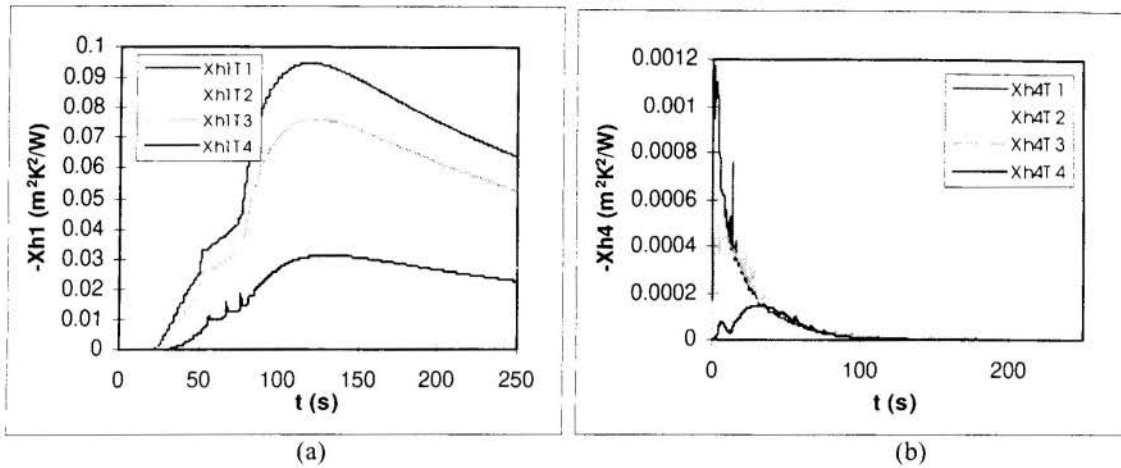


Figure 3 - Sensitivity coefficients of all thermocouples to (a) h_1 and (b) h_4 components as function of time.

It is seen that sensitivity coefficients decrease from h_1 to h_4 , informing that h_4 is the most sensitive to random errors and the most difficult to be calculated.

The whole domain method for the solution of the IHCP used in the present work usually provide high sensitivity coefficients, i.e., h_K values are very little sensitive to random errors and the algorithm is very stable as described by Beck et al.(1985).

7. CONCLUSIONS

The whole domain method can be used successfully to calculate the heat transfer coefficient at metal-mould interfaces for a two dimensional heat transfer solidification problem. It allows the calculation of h as function of casting surface temperature and an analysis of the heat transfer mechanisms at the metal-mould interface can be made. Comparison between measured and calculated temperature values shows that the heat transfer coefficients obtained by the proposed method can give good agreement between interface heat transfer models and experiments.

The examination of the sensitivity coefficients can give some insight into the difficulties of heat transfer coefficient calculations and its accuracy.

8. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to thank FAPESP and CAPES for the financial support to this work.

9. REFERENCES

Beck, J.V., Blackwell, B. & ST.Clair JR., C.R. *Inverse Heat Conduction*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1985.

Beckermann, C. Modeling Segregation and Grain Structure Development in Equiaxed Solidification with Convection, *JOM*, vol.49, n.3, pp.13-17, 1997.

Frank, I. An Application of Least Squares Method to the Solution of the Inverse Problem of Heat Conduction, *Journal of Heat Transfer*, pp.378-379, nov., 1963.

Ho, K. & Pehlke, R.D. Metal-Mold Interfacial Heat Transfer, *Metallurgical Transactions*, vol.16B, pp.585-594, 1985.

Orlande, H.R.B. & Ozisik, M.N. Inverse Heat Conduction Problem for the Estimation of the Temperature Dependence of Thermal Conductivity, *Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences*, vol.16, n.4, pp.400-406, 1994.

Rappaz, M. Modelling of Microstructure Formation in Solidification Processes, *International Materials Reviews*, vol.34, n.3, pp.93-123, 1989.

Sharma, D.G.R. & Krishnan, M. Simulation of Heat Transfer at Casting Metal-Mold Interface, *Trans. of the AFS*, pp.429-438, 1991.

Spitzer, K.-H. Investigation of Heat Transfer between Metal and Water Cooled Belt Using a Least Square Method, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.34, n.8, pp.1969-1974, 1991.

Xiaobing, Z., Liepeng, X. & Jiannong, W. Mathematical Model of Formation of Air Gap in Continuous Casting Mold, *Proceedings of the International Conference of MSMEMS*, pp.385-389, 1996.



PAPER CODE: COB189

**UTILIZAÇÃO DA DECOMPOSIÇÃO DE VALOR SINGULAR NA
REDUÇÃO DO NÍVEL DE RUÍDO EM SÉRIES TEMPORAIS / NOISE
REDUCTION IN TIME SERIES BY USING SINGULAR VALUE
DECOMPOSITION**

HERALDO NÉLIO CAMBRAIA

Departamento de Mecânica - Centro Politécnico - UFPR

CEP 81531-990 - Curitiba - PR - E-mail: heraldo@demec.ufpr.br

Abstract

This work shows how Singular Value Decomposition (SVD) can help to reduce the level of Gaussian white noise in time series. The procedure here employed consists of using a dynamic to the data by means of an embedding in an Euclidian space, and information about this dynamic are organized in the so called trajectory matrix. The questions about the dimension and noise reduction can be discussed by studying the rank of the trajectory matrix, and the question about the rank of the trajectory matrix by SVD.

Keywords

Noise reduction, dimension, singular value decomposition.

1. INTRODUÇÃO

O principal objetivo da análise de séries temporais consiste, basicamente, na extração de informações qualitativa e quantitativa de processos experimentais através da construção, identificação e ajuste de modelos matemáticos. A inevitável presença de ruído em séries temporais experimentais é quase sempre uma complicação. O ruído limita a capacidade de extração de informação do processo, de modo que qualquer tentativa de modelagem matemática puramente determinística é incompleta e pode falhar. Assim, as técnicas de redução de ruído podem ser consideradas um importante passo que precede a modelagem matemática de processos experimentais.

O termo ruído é usualmente subjetivo e depende de um critério para sua definição. Neste trabalho ruído será considerado um processo cuja dimensão é muito maior comparada com a dimensão de um sinal puramente determinístico (Farmer and Sidorowich, 1991). O termo redução de ruído consiste, basicamente, na implementação de técnicas onde o efeito do ruído seja minimizado; isto é, deseja-se decompor um sinal experimental em uma parte limpa de interesse, e em outra parte sem interesse.

O método de redução de ruído discutido neste trabalho começa por incorporar uma dinâmica à série temporal por meio de um procedimento de mergulho (Sauer *et al.*, 1991) em um ambiente Euclidiano \mathcal{R}^d de dimensão d finita e arbitrária. Formalmente, esta dinâmica é descrita em termos de uma matriz cujas linhas representam pontos de uma trajetória reconstruída dentro do espaço de mergulho \mathcal{R}^d , e são formadas por d valores consecutivos da série temporal, discretizada em intervalo de tempo constante. Esta matriz é chamada matriz de trajetória ou matriz de mergulho. A dimensão deste mergulho diz respeito a quantidade de graus de liberdade da série temporal e pode ser estudada pelo posto da matriz de trajetória. A questão do número de graus de liberdade, bem como a da redução de ruído podem ser abordadas de maneira geral pela Decomposição de Valor Singular (DVS) (Broomhead and King, 1986).

Neste trabalho, são discutidos os aspectos gerais a respeito da dinâmica incorporada à série temporal, bem como a utilização da DVS na redução do nível de ruído para sinais de pequena dimensão caracterizados pela presença de ruído Gaussiano branco. Alguns detalhes, a validade e a eficiência da aplicação deste método são discutidos através de alguns exemplos.

2. ANÁLISE DINÂMICA DE SÉRIES TEMPORAIS

Nesta seção é discutido como a análise de séries temporais experimentais pode ser realizada através da teoria de sistemas dinâmicos (Arrowsmith and Place, 1990). Mais especificamente, trata-se de métodos geralmente baseados na reconstrução de um espaço fase (Gibson *et al.*, 1992), tipicamente por meio de um procedimento de mergulho. Estes métodos são, em geral, dedicados ao cálculo de propriedades invariantes deste mergulho tais como: dimensão, entropia e expoentes de Lyapunov.

Um mergulho é um "map" suave ϕ de um "manifold" M para um espaço U tal que sua imagem $\phi(M) \subset U$ é um "submanifold" de U e ϕ é um difeomorfismo entre M e $\phi(M)$. Em outras palavras, o mergulho de M em U é uma realização de M como um "submanifold" em U .

O teorema de Whitney (1936) fornece uma regra geral para a existência de mergulhos no espaço Euclidiano e estabelece que um "manifold" compacto M de dimensão m pode ser mergulhado no espaço \mathcal{R}^{2m+1} .

Em geral, apenas uma ou um pequeno número de variáveis dependentes de um sistema físico real são possíveis de serem medidas durante um experimento. Apesar disso, para uma quantidade muito grande de pontos, livres de ruído, é possível determinar o comportamento assintótico de sistemas dinâmicos dissipativos contendo várias variáveis dependentes, a partir de uma única medição disponível. Isto é o que garante o teorema de Takens (1981).

O teorema de Takens (1981) utiliza o teorema de Whitney (1936) para produzir o mergulho de dados provenientes de uma série temporal experimental em um ambiente Euclidiano. Segue uma rápida descrição do teorema de Takens (1981) para sistemas dinâmicos contínuos.

Seja M um "manifold" compacto de dimensão m , F um campo vetorial definido sobre M , v uma função suave em M , φ_t o fluxo de F e y um ponto de M . O teorema de Takens (1981) estabelece que o difeomorfismo $\phi_{F,v}(y): M \rightarrow \mathcal{R}^{2m+1}$ definido por,

$$\phi_{F,v} = (v(y), v(\phi_1(y)), \dots, v(\phi_{2m}(y))),$$

é um mergulho do "manifold" M no espaço \mathcal{R}^{2m+1} . Neste caso, o mergulho significa uma representação de M como uma superfície no espaço \mathcal{R}^{2m+1} . Quando $y \in M$, estende-se sobre todo o "manifold" M , o ponto $\phi_{F,v}(y) \in \mathcal{R}^{2m+1}$ estenderá sobre o mergulho $\phi(M)$ no espaço \mathcal{R}^{2m+1} e, em princípio, preservará os invariantes de M . A função $v(\phi_i(y))$ é o valor de uma medida em $\phi_i(y) \in M$.

Considere agora uma série temporal $s(t_i)$, $i=1, \dots, N_T$, assumindo como uma das variáveis que descreve completamente o comportamento assintótico de um sistema dinâmico cujas trajetórias evoluem sobre um "manifold" M de dimensão m . O primeiro passo na análise dinâmica de séries temporais experimentais consiste no emprego de um procedimento de mergulho, através do teorema de Takens (1981), por meio dos vetores

$$x(t_i) = \{s(t_i), s(t_i + \tau), \dots, s(t_i + (d-1)\tau)\}.$$

Estes vetores $x(t_i)$ são formados por d valores adjacentes da série temporal $s(t_i)$ e descrevem uma trajetória sobre um mergulho $\phi(M)$ do "manifold" M no espaço \mathcal{R}^d . Aqui, os vetores $x(t_i)$ são determinados pelo método dos "delays"; onde, τ é um intervalo constante entre sucessivas observações de $\{s(t_i)\}$, \mathcal{R}^d é chamado espaço de mergulho.

O teorema de Takens (1981) é importante pois fornece uma justificativa formal para a reconstrução de espaços fase. Entretanto, na prática existem dois problemas fundamentais que limitam sua aplicação para dados reais- o não conhecimento exato da dimensão m do "manifold" M , e a presença de ruído séries temporais experimentais.

Na ausência de ruído, os vetores $x(t_i)$ são pontos de um mergulho $\phi(M)$ do "manifold" M de dimensão m no espaço \mathcal{R}^d . Pelo que estabelece o teorema de Takens (1981), a dimensão d do espaço de mergulho \mathcal{R}^d que garante este mergulho é no mínimo $d=2m+1$. Entretanto, não se pode dizer que esta é a dimensão mínima do espaço de mergulho, pois em geral muitos "manifolds" de dimensão m podem ser mergulhados em espaços de dimensão menor que $2m+1$. Por exemplo, uma 2-esfera ou um 2-torus podem ser mergulhados no \mathcal{R}^3 .

Esta discussão sugere, portanto, uma definição de dimensão que será usada ao longo deste trabalho. Aqui, a dimensão da série temporal é entendida como a dimensão mínima d_{min} de um sub-espaço do espaço de mergulho \mathcal{R}^d que contém as trajetórias geradas pelo procedimento de mergulho discutido acima. Uma discussão mais aprofundada a respeito de dimensão em sistemas dinâmicos pode ser encontrada em (Farmer, 1982).

Considere a matriz X $N \times d$ formada por uma seqüência de $N=N_T-(d-1)$ vetores $x(t_i)$ em um certo espaço de mergulho \mathcal{R}^d de dimensão d ,

$$X = N^{-1/2} \begin{bmatrix} x^T(t_1) \\ x^T(t_2) \\ \vdots \\ x^T(t_N) \end{bmatrix},$$

onde, $N^{1/2}$ foi introduzido como uma normalização conveniente: Esta matriz X é chamada matriz de trajetória ou matriz de mergulho, cujas linhas são os d -dimensional vetores de mergulho formados por d valores adjacentes da série temporal $s(ti)$. A questão da dimensão d_{min} do sub-espço do espaço de mergulho \mathcal{R}^d bem como a questão da redução de ruído podem ser estudadas pela determinação do posto da matriz de trajetória X e a questão do posto pode ser abordada pela DVS.,

3. DECOMPOSIÇÃO DE VALOR SINGULAR, DIMENSÃO E REDUÇÃO DE RUÍDO

O teorema da decomposição de valor singular estabelece que uma matriz X $N \times d$, $N \geq d$, pode ser decomposta na seguinte forma,

$$X_{N \times d} = V_{N \times d} S_{d \times d} U_{d \times d}^T,$$

onde, V é uma matriz $N \times d$ coluna-ortogonal, isto é, $V^T V = I_{d \times d}$, U é uma matriz $d \times d$ ortogonal, $U^T = U^{-1}$ e S é uma matriz diagonal $d \times d$. Os elementos da matriz S são chamados valores singulares, são não negativos e por convenção são amostrados em ordem decrescente, $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_d \geq 0$.

Se a matriz X tem posto n , $n < d$, então, $s_1 \geq \dots \geq s_n > s_{n+1} = \dots = s_d = 0$. Por outro lado, se $s_n > 0$ e $s_{n+1} = 0$, então o posto de X é igual a n .

A DVS fornece uma base ortogonal para a imagem e para o núcleo da matriz X . As colunas de V correspondentes aos elementos diagonais não nulos de S geram a imagem de X , e as colunas de U correspondentes aos elementos diagonais nulos de S geram uma base ortonormal para o núcleo de X .

A relação entre os valores singulares e o posto de X sugere um critério de como a DVS pode ser utilizada para examinar as questões referentes à dimensão d_{min} do sub-espço do espaço de mergulho \mathcal{R}^d e a redução de ruído discutidas na seção anterior.

Suponha que a matriz trajetória $X = VSU^T$ tenha posto $d_{min} < d$. Seja a matriz de covariância $X^T X = USV^T VSU^T = US^2 U$, os quadrados dos valores singulares da matriz de trajetória X , s_1^2, \dots, s_d^2 são os autovalores da matriz de covariância, e as colunas de U são os autovetores. Como U é ortogonal, suas colunas formam uma base ortogonal para o espaço de mergulho \mathcal{R}^d . A projeção da matriz de trajetória sobre esta base XU não altera a dimensão do sistema. Os autovalores s_i^2 , $i=1, \dots, d$ são as variâncias correspondente as respectivas direções principais definidas pelos vetores coluna de U . Se para algum i , $s_i = 0$, significa que a trajetória reconstruída pelo procedimento de mergulho descrito na seção anterior não visita aquela direção principal.

Na ausência de ruído, o posto da matriz de covariância $X^T X$ é igual ao número de autovalores diferentes de zero, e fornece a dimensão d_{min} do menor sub-espço do espaço de mergulho \mathcal{R}^d que contém as trajetórias reconstruídas, independente da dimensão de mergulho d originalmente adotada. O fato da matriz de covariância $X^T X$ possuir posto d_{min} menor que a dimensão d do espaço de mergulho \mathcal{R}^d é devido a considerável redundância de informação que a torna singular. Este procedimento é seguido por Broomhead e King (1986) na implementação computacional da DVS, Mess *et al.* (1987) apresentam um procedimento que permite operar diretamente com a matriz X .

A presença de ruído torna todos os valores singulares s_i da matriz de trajetória X não nulos, logo a trajetória reconstruída parece explorar completamente o espaço de mergulho \mathcal{R}^d . Precisa-se, portanto de estabelecer um critério afim de separar a parte de interesse do sinal do ruído.

No caso de ruído Gaussiano branco o comportamento determinístico do sinal é caracterizado pela presença de uma constante não nula somada aos do conjunto dos valores singulares s_i . Como $X=VSU^T$, se os últimos elementos de S são muito menores que seus precursores, o critério utilizado para redução de ruído consiste simplesmente na remoção dos menores valores singulares na matriz S . No caso onde o ruído não se caracteriza como um processo Gaussiano branco, o critério estabelecido para a remoção de valores singulares deve ser mais rigoroso.

4. RESULTADOS

Nesta seção são apresentados alguns exemplos afim de ilustrar como a DVS pode contribuir na redução de ruído em processos que consistem da adição de ruído Gaussiano branco $r(n)$ a sinais determinísticos. Os sinais determinísticos analisados aqui são os seguintes: um sinal periódico $s(n)$ formado pela soma de quatro senoides de amplitude 5 e frequências 2, 4, 16 e 32 Hz discretizada com 0.0005 segundo, e uma onda quadrada. O programa computacional utilizado para realização da DVS foi obtido de Numerical Recipes (Press *et al.*, 1992). Para todos os testes foram adotados 4096 pontos da série temporal, nível de ruído 1 e dimensão do espaço de mergulho 20. Foi considerado apenas o primeiro modo da DVS da matriz de trajetória na composição dos sinais resultantes do procedimento de redução de ruído.

A figura 1(a) mostra o sinal $y(t)=s(n)+r(n)$. A figura 1(b) mostra a parte limpa do sinal e o sinal $y(n)$ resultante do procedimento de redução de ruído utilizando a DVS.

As figuras 2(a) e 2(b) mostram, respectivamente, a onda quadrada mais ruído, a onda quadrada limpa e a resultante do procedimento de redução de ruído utilizando DVS.

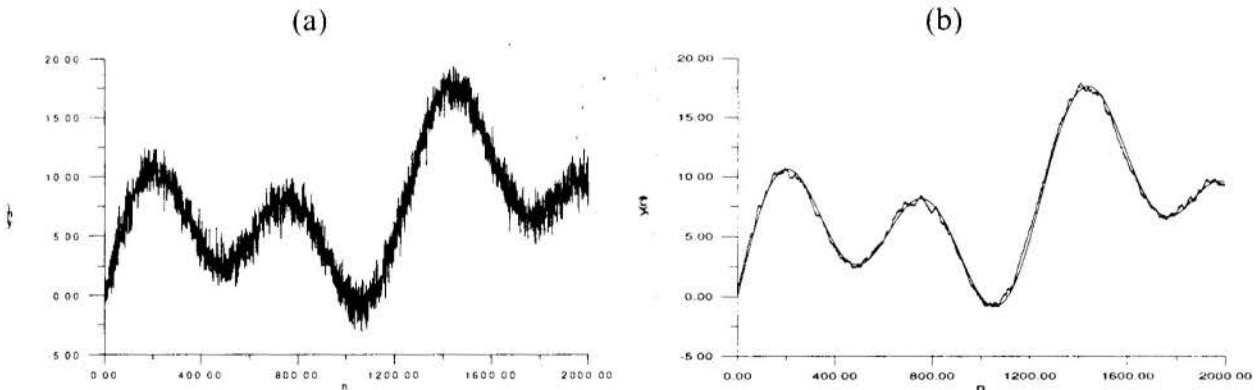


Figura 1- a) sinal limpo mais ruído $y(n)=s(n)+r(n)$, b) Parte limpa do sinal e sinal resultante do procedimento de redução de ruído utilizando DVS.

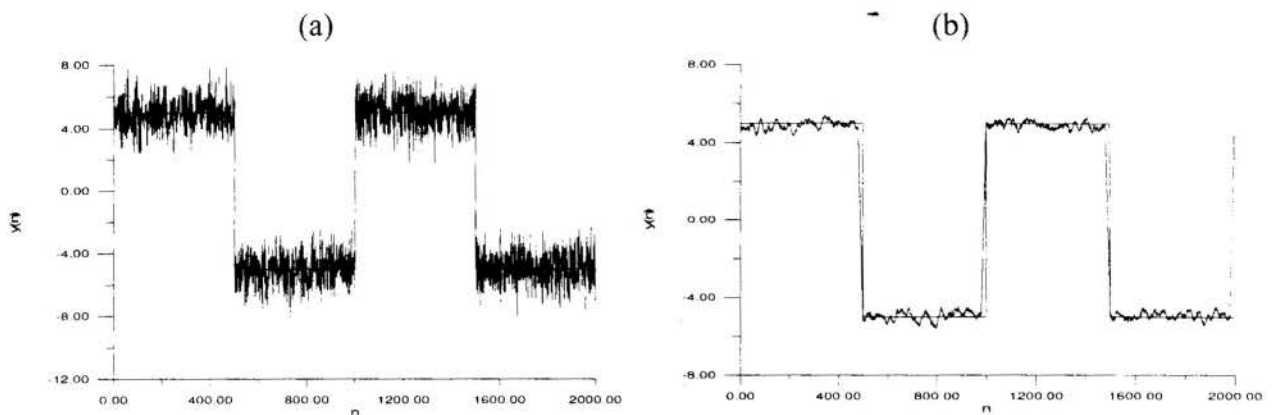


Figura 2- a) onda quadrada limpa mais ruído, b) onda quadrada limpa e onda quadrada resultante do procedimento de redução de ruído utilizando DVS.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho estudou-se a contribuição da DVS na redução do nível de ruído Gaussiano branco em séries temporais. O procedimento seguido aqui consiste em incorporar uma dinâmica à série temporal através de um mergulho em um ambiente Euclidiano de dimensão arbitrariamente grande. Estas informações são armazenadas na chamada matriz de trajetória ou matriz de mergulho cujo posto diz respeito ao número de graus de liberdade do sinal, e a questão do posto é abordada através da DVS.

A partir dos resultados obtidos nos testes realizados neste trabalho, observa-se um decréscimo abrupto na magnitude dos valores singulares da matriz de trajetória correspondentes a sinais limpos. Isto significa que a trajetória da série temporal reconstruída pelo mergulho visita apenas algumas direções do espaço de mergulho, e o número de direções visitadas define, portanto, sua dimensão. O ruído Gaussiano branco tende a produzir um acréscimo na magnitude dos valores singulares da ordem do nível de ruído, neste caso, a trajetória reconstruída da série temporal parece visitar todo o espaço de mergulho.

A aplicação da DVS na redução do nível de ruído em séries temporais consiste em remover as direções do espaço de mergulho referentes ao ruído. Nos exemplos apresentados neste trabalho a dimensão de mergulho utilizada foi 20, entretanto tomou-se apenas o modo relacionado ao primeiro valor singular resultante da aplicação da DVS. Além disso, procurou-se amostrar as séries temporais com um intervalo de discretização pequeno, permitindo uma melhor definição dos sinais. Isto contribui de maneira favorável à performance do método, graças a forte redundância no procedimento de reconstrução da dinâmica que força a parte determinística do sinal a visitar um número mínimo de direções do espaço de mergulho.

O aumento do nível de ruído contribui de maneira desfavorável à qualidade do método apresentado, Sauer (1992) apresenta bons resultados em redução de ruído de amplitude considerável graças a uma forte filtragem passa baixas antes da aplicação da DVS.

Desta forma, conclui-se que a DVS constitui uma ferramenta bastante útil no que diz respeito a procedimentos de pré processamento de sinais para redução do nível de ruído, principalmente onde se tem liberdade de manipular com facilidade os dados da série temporal ou controle sobre o processo. Um critério mais rigoroso deve ser seguido quando a parte sem interesse do sinal não puder ser considerada como um processo Gaussiano branco.

6. REFERÊNCIAS

- Arrowsmith, D.K. and Place, C.M., An Introduction to Dynamical Systems, *Cambridge University Press*, 1990.
- Broomhead, D.K. and King, G. P., Extrating Qualitative Dynamics from Experimental Data, *Physica D*, 20, pp. 217-236, 1986.
- Farmer, J.D., Chaotic Attractors of an Infinite Dimensional System, *Physica D*, 4, pp. 366-393, 1982.
- Farmer, J.D. and Sidorowich, J.J., Optimal Shadowing and Noise Reduction, *Physica D*, 47, pp. 373-392, 1991.
- Gibson, J.F., Farmer, J.D., Casdagli, M. And Eubank, S., An Analytic Approach to Practical State Space Reconstruction, *Physica D*, 57, pp. 1-30, 1992.
- Mess, A.I., Rapp, P.E. and Jennings, L.S., Singular Value Decomposition and Embedding Dimension, *Physical Review A*, 36, pp. 340-345, 1987.
- Press, W.H., Tenkolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P., Numerical Recipes in FORTRAN, The Art of Scientific Computating, Second Edition, *Cambridge University Press*, 1992.
- Sauer, T., A Noise Reduction Method for Signals from Nonlinear Systems, *Physica D*, 58, pp. 193-201, 1992.
- Sauer, T., Yorke, J.A. and Casdagli, M., Embedology, *Journal of Statistical Physics*, vol. 65, ¾, pp. 579-616, 1991.
- Takens, F., Detecting Strange Attractors in Turbulance, in *Lecture Notes in Mathematics*, 898, Springer-Verlag, 1981.
- Whitney, H., Differencial Manifolds, *Ann. Mathematics*, 37, pp.645-680, 1936.



PAPER CODE: COB200

**VIBRAÇÕES INDUZIDAS PELO DESBALANCEAMENTO DE UM
VENTILADOR CENTRÍFUGO, SOB INFLUÊNCIAS DE UMA
FUNDAÇÃO EMBUTIDA E DOS MANCAIS COM FILME DE ÓLEO /
*FOUNDATION AND JOURNAL BEARINGS CONSIDERATIONS IN THE
VIBRATION INDUCED BY UNBALANCED CENTRIFUGAL FAN.***

Luciana Raquel C. da Silva, Alexandre Augusto Simões
Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI -
Itajubá CEP 37.500.000, Brasil - E-mail: simoes@iem.efei.rmg.br

Abstract

This paper presents a simplified dynamic interaction analysis of a fan supported by journal bearings and its foundation. The interaction changes the rotor-bearing critical speed and so the fan manufacturer may specify the foundations requirements or an improper foundation would result. The same will occur to the predicted resonance frequencies to the foundation-soil interaction. So this procedure can help the understanding between the fan manufacturer and the designer of the foundation. The simplified model is of minimal time consuming and is convenient during the early project. The bearing data, obtained from computerized solutions of the lubrication equations, and the soil dynamics data are used as input to the model. The unbalance response of the entire system is consider as measured at the bearings.

keywords

ventilador, mancal, fundação, foundation, fan.

1. INTRODUÇÃO

Alguns problemas sérios de vibração em grandes ventiladores são muitas vezes devido à interação do ventilador com sua fundação. A interação modifica a frequência de ressonância da fundação calculada pelo engenheiro civil e a velocidade crítica do rotor-mancal pré-calculada pelo fabricante do ventilador.

As fundações para ventiladores são dimensionadas de forma a suportar além das cargas estáticas (peso do ventilador e equipamentos auxiliares), também as cargas dinâmicas, originadas pelo movimento de massas não balanceadas na operação do ventilador. Uma fundação rígida excitada por forças e momentos na operação do ventilador tem movimentos oscilatórios de translação na vertical e na horizontal, e movimento oscilatórios de rotação (torção e balanço).

Quando ventiladores de tamanho grande são construídos e, quando o funcionamento ocorre em velocidades mais altas, ou também quando a fundação ficar relativamente menos maciça, esta interação merece mais atenção. Por isso desenvolveu-se um modelo matemático para simulação numérica do comportamento dinâmico de tais ventiladores, através da modelagem do rotor, mancal, pedestal e fundação [figura (1)].

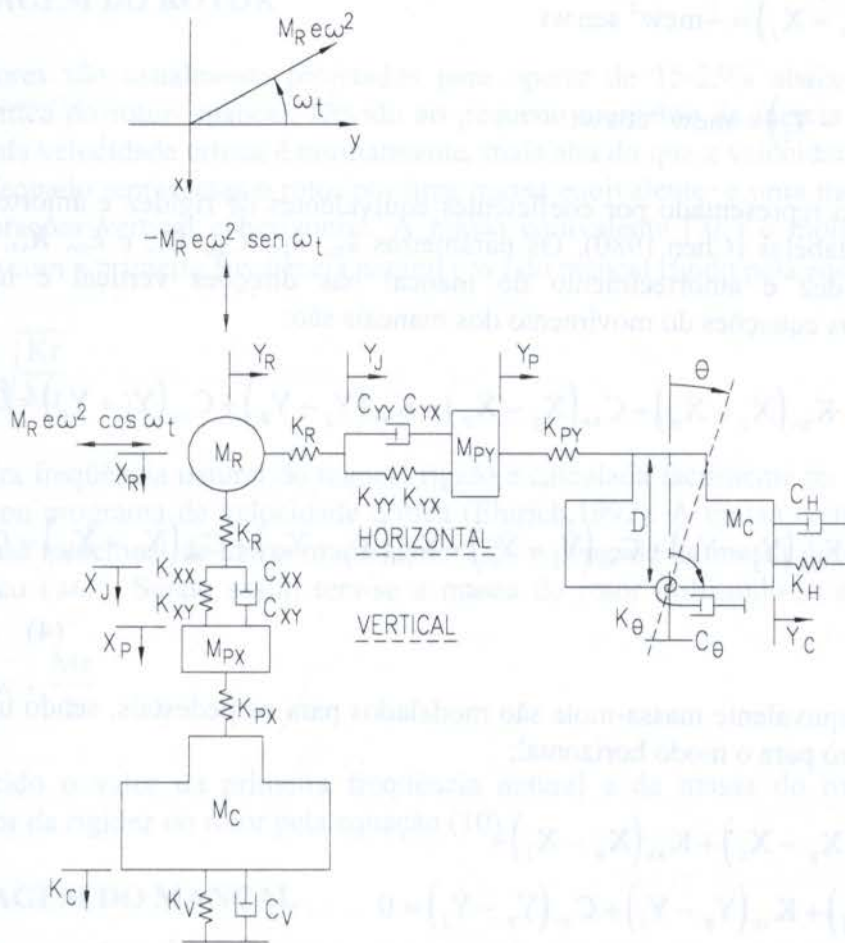


Figura 1 - Modelo Matemático do Sistema para simulação do Comportamento Dinâmico do Sistema ventilador-mancal-pedestal-fundação.

Este artigo apresenta um modelo simplificado para prognosticar a vibrações induzidas pelo desbalanceamento de um ventilador centrífugo, sob influências de uma fundação embutida e dos mancais com filme de óleo. Este procedimento ajudará o fabricante do ventilador a manter um relacionamento técnico com o projetista da fundação.

Não é intenção dos autores fornecer todos os detalhes do método mas sim fornecer um método simplificado para uma orientação na fase de decisões do projeto a serem executadas, e como uma ferramenta para eliminação de falhas no equipamento.

2. MODELO MATEMÁTICO

O sistema a ser analisado consiste de um rotor do ventilador, que está localizado no centro do eixo entre os mancais de filme de óleo. Os mancais são fixados em pedestais de aço que, por sua vez, são fixados em pedestais de concreto. Os pedestais de concreto são ligados em um grande bloco de concreto armado, que é apoiado ao solo.

O rotor possui um sistema com dois graus de liberdade: deslocamento vertical e horizontal formado por uma massa e uma mola, caracterizado por M_r e K_r . Considerando a força do desbalanceamento do rotor atuando tem-se:

$$M_r \ddot{X}_r + K_r (X_r - X_j) = -mew^2 \text{ sen } wt \quad (1)$$

$$M_r \ddot{Y}_r + K_r (Y_r - Y_j) = mew^2 \text{ cos } wt \quad (2)$$

Os mancais são representado por coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento, obtidos através de tabelas (Chen,1980). Os parâmetros k_{xx} , k_{xy} , C_{xx} , C_{xy} e k_{yy} , K_{yx} , C_{yy} , C_{yx} representam a rigidez e amortecimento do mancal nas direções vertical e horizontal respectivamente. e as equações do movimento dos mancais são:

$$K_r (X_j - X_r) + K_{xx} (X_j - X_p) + C_{xx} (\dot{X}_j - \dot{X}_p) + K_{xy} (Y_j - Y_p) + C_{xy} (\dot{Y}_j - \dot{Y}_p) = 0 \quad (3)$$

$$K_r (Y_j - Y_r) + K_{yy} (Y_j - Y_p) + C_{yy} (\dot{Y}_j - \dot{Y}_p) + K_{yx} (X_j - X_p) + C_{yx} (\dot{X}_j - \dot{X}_p) = 0 \quad (4)$$

Dois sistema equivalente massa-mola são modelados para os pedestais, sendo um para o modo vertical e outro para o modo horizontal;

$$M_{px} \ddot{X}_p + K_{px} (X_p - X_c) + K_{xx} (X_p - X_j) + C_{xx} (\dot{X}_p - \dot{X}_j) + K_{xy} (Y_p - Y_j) + C_{xy} (\dot{Y}_p - \dot{Y}_j) = 0 \quad (5)$$

$$M_{py} \ddot{Y}_p + K_{py} (Y_p - Y_c - D\phi) + K_{yy} (Y_p - Y_j) + C_{yy} (\dot{Y}_p - \dot{Y}_j) + K_{yx} (X_p - X_j) + C_{yx} (\dot{X}_p - \dot{X}_j) = 0 \quad (6)$$

Na fundação os principais modos de vibração a ser considerados são: vertical, horizontal, rotacional. A fundação possui vibrações nas seguintes direções: vertical, horizontal e rotacional e é representada pela massa de concreto (M_c), o momento de inércia (I) e os coeficientes de rigidez (K_v, K_h, K_ϕ) e amortecimento (C_v, C_h, C_ϕ) do solo nas sucessivas direções. As equações do movimento da fundação são:

$$M_c \ddot{X}_c + K_{px} (X_c - X_p) + K_v X_c + C_v \dot{X}_c = 0 \quad (7)$$

$$M_c \ddot{Y}_c + K_h Y_c + C_h \dot{Y}_c + K_{py} (Y_c - D\phi - Y_p) = 0 \quad (8)$$

$$I\ddot{\phi} + K_\phi \phi + C_\phi \dot{\phi} + (D\phi + Y_c - Y_p)K_{py} D = 0 \quad (9)$$

2.1 MODELAGEM DO ROTOR

Ventiladores são usualmente projetados para operar de 15-25% abaixo, da primeira velocidade crítica do rotor- mancal. Devido ao pequeno momento de inércia transversal do rotor, a segunda velocidade crítica é normalmente, mais alta do que a velocidade de operação. É portanto adequado representar o rotor por uma massa equivalente e uma mola equivalente para suas vibrações vertical e horizontal. A massa equivalente (M_r) e mola (K_r) do eixo relacionam-se com a primeira freqüência natural (N_r) do mancal rígido pela equação:

$$N_r = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{K_r}{M_r}} \quad (10)$$

A primeira freqüência natural do mancal rígido é calculada facilmente na fase de projeto pela fórmula ou programa de velocidade crítica (Ehirich,1992). A massa equivalente é uma fração da massa rotacional de aproximadamente 75% e depende da massa do eixo (M_s) e da massa do disco (M_w). Sendo assim tem-se a massa do rotor utilizando-se a seguinte regra prática:

$$M_r = M_w + \frac{M_s}{2} \quad (11)$$

Estabelecido o valor da primeira freqüência natural e da massa do rotor é possível calcular o valor da rigidez do rotor pela equação (10).

2.2 MODELAGEM DO MANCAL

É geralmente reconhecido que mancais de apoio do rotor influenciam significativamente no comportamento do sistema ventilador-fundação.

Estes mancais se apoiam em pedestais de aço, introduzindo no sistema amortecimentos e rigidez nas direções horizontal, vertical.

Um destes mancais sofre um empuxo axial, porém a rigidez horizontal e a constante de amortecimento dos dois mancais são comparáveis. Então, a hipótese da simetria das propriedades dinâmicas é possível.

Os coeficientes dinâmicos do filme de óleo do mancal são uma das características mais importantes, quando a vibração do sistema ventilador-fundação é de interesse. Estes coeficientes podem amplificar ou amortecer a força de excitação do sistema devido ao desbalanceamento ou outra força externa perturbadora.

O modelamento dos mancais hidrodinâmicos é desenvolvido com base no estudo do comportamento dinâmico do filme de óleo do mancal a uma dada velocidade, sendo que a sustentação do eixo é devida ao campo de pressão existente no fluido lubrificante, gerada pela rotação deste mesmo eixo. Atingindo o regime de lubrificação hidrodinâmica, no qual o eixo já não está em contato com a parede interna do mancal, caracteriza-se o filme de óleo como sistemas molas-amortecedores posicionados ao longo do lubrificante.

Os dados do mancal obtidos de soluções das equações da lubrificação são usadas como entrada para o modelo simplificado (Chen,1980), (Ehirich,1992), (Gallie,1986).

2.3 MODELAGEM DO PEDESTAL

Ao pedestal é atribuído a base de metal, o pilar de concreto e incluindo a caixa do mancal. Dois sistemas equivalentes massas-molas deverão ser modelados, um no modo vertical e um no modo horizontal. Geralmente, somente a constante de mola equivalente é de maior importância para a dinâmica da fundação/ventilador. Entretanto, se as molas são muito flexíveis como no caso do rotor/mancal isolado da fundação, a massa equivalente do pedestal torna-se então importante.

A rigidez vertical é usualmente maior. A massa vertical pode incluir a caixa do mancal e metade da base de metal onde é originado mais flexibilidade.

A flexibilidade horizontal pode ser estimada através de métodos estruturais (Rao,1983), modificados para incluir a deformação cisalhante. A massa equivalente horizontal depende da flexibilidade do concreto e do pedestal de metal. Se a maior parte de flexibilidade horizontal vêm do pedestal de metal a massa horizontal considera a massa da caixa do mancal e mais um terço da massa do pedestal de metal. Por simplificação é também admitido que as bordas interna e externa da base sejam iguais.

2.4 MODELAGEM DA FUNDAÇÃO

Admite-se que fundações rígidas são aquelas indeformáveis, experimentando assim, somente deslocamentos de corpo rígido: rotação e translação. Um bloco de concreto rígido sobre a influência das forças e momentos, pode vibrar em seis diferentes modos, mas somente três destes são mais importantes: translação nas direções vertical (eixo x) e horizontal (eixo y) e rotação na direção horizontal (eixo z).

A rigidez e amortecimento do solo são calculados através da Teoria do Semi-Espaço Elástico. Esta teoria idealiza o sistema máquina/fundação como um excitador mecânico com uma base circular de raio r_0 , apoiada na superfície de um meio elástico, homogêneo, isotrópico, semi-infinito, denominado de semi-espaço elástico.

A fundação é ainda circundada parcialmente por uma outra camada elástica, independente, acima do nível da base, de espessura finita, denominada profundidade de embutimento p . A reação produzida por esta camada elástica possui uma influência significativa na resposta dinâmica da fundação.

Os parâmetros utilizados na descrição de um meio elástico na Teoria do Semi-Espaço Elástico, são o módulo de elasticidade transversal G , o coeficiente de Poisson ν e a massa específica ρ .

A partir desta modelagem e dos trabalhos publicados por Lamb(1904), Baranov (1967), Beredugo (1971,1972), Beredugo (1961,1976), Novak e Sacke (1973), as soluções para os três principais modos de vibração da fundação foram determinados e usados como dados de entrada para o modelo.

3. MÉTODO DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Escrevendo as equações do movimento do rotor, mancal, pedestal e fundação na forma matricial simplificada e considerando a força de desbalanceamento, podemos escrever que:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q_1\} \text{sen } \omega t + \{Q_2\} \text{cos } \omega t \quad (12)$$

Onde $[M], [C], [K]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez referentes aos dados do rotor, mancais e fundação e $\{Q_1\}, \{Q_2\}$ o vetor das forças externas transmitidas ao rotor.

Admitindo a seguinte solução para as equações:

$$\{q\} = \{a\} \sin \omega t + \{b\} \cos \omega t + \{c\} \cos \omega t + \{d\} \sin \omega t \quad (13)$$

As derivadas primeira e segunda da equação (13) são:

$$\{\dot{q}\} = \{a\} \omega \cos \omega t - \{b\} \omega \sin \omega t - \{c\} \omega \sin \omega t + \{d\} \omega \cos \omega t \quad (14)$$

$$\{\ddot{q}\} = -\{a\} \omega^2 \sin \omega t - \{b\} \omega^2 \cos \omega t - \{c\} \omega^2 \cos \omega t - \{d\} \omega^2 \sin \omega t \quad (15)$$

Substituindo as equações (13), (14), (15) em (12) e separando os termos em $\cos \omega t$ e $\sin \omega t$, obtém-se um sistema de equações lineares. A resposta do sistema é obtida pelo método matriz inversa, método este aplicado, porque as excitações são harmônicas, tem-se:

$$[A]\{B\} = \{Q\} \quad (16)$$

Onde $[A]$ é uma matriz 36×36

$$[A] = \begin{bmatrix} [K] - [M]\omega^2 & -\omega[C] & [0] & [0] \\ \omega[C] & [K] - [M]\omega^2 & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K] - [M]\omega^2 & [c]\omega \\ [0] & [0] & -[C]\omega & [K] - [M]\omega^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\{B\} = \begin{Bmatrix} \{a\} \\ \{b\} \\ \{c\} \\ \{d\} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} \{Q_1\} \\ \{0\} \\ \{Q_2\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

O vetor $\{B\}$ representa as amplitudes correspondentes aos harmônicos dos nove graus de liberdade existentes no sistema, e $\{Q_1\}$ e $\{Q_2\}$ são os vetores relacionados as forças de excitação do rotor. A solução do sistema é dada por:

$$\{B\} = [A]^{-1} \{Q\} \quad (20)$$

As respostas são da forma:

$$\begin{Bmatrix} X_r \\ X_j \\ X_p \\ X_c \\ Y_r \\ Y_j \\ Y_p \\ Y_c \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{Bmatrix} \text{sen } wt + \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \\ b_7 \\ b_8 \\ b_9 \end{Bmatrix} \text{cos } wt + \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \\ c_7 \\ c_8 \\ c_9 \end{Bmatrix} \text{cos } wt + \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \end{Bmatrix} \text{sen } wt \quad (21)$$

As amplitudes de vibração de cada uma das variáveis do sistema, para $i=1$ até 9 são:

$$\{q_i\} = \sqrt{(a_i + d_i)^2 + (b_i + c_i)^2} \quad (22)$$

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um modelo matemático foi construído para prognosticar a resposta ao desbalanceamento de um ventilador montado sobre uma fundação. O modelo usa apenas os modos de vibração úteis, ou seja, aqueles que são diretamente excitado pelo desbalanceamento de massa do rotor. Os modos usados são os modos vertical e horizontal do rotor e os modos vertical horizontal e rotacional da fundação. Os dados dinâmicos do mancal e solo são usados como dados de entrada para este modelo para cada rotação considerada. O modelo simplificado é de fácil uso para projetistas. O programa computacional utiliza um mínimo tempo e baixo custo sendo conveniente para aplicação durante a fase de projeto do sistema ventilador/fundação.

Como resultado do programa, obtemos as amplitudes de cada parte do sistema (ou equipamento) em função da rotação. Os tipos de cada amplitude corresponde uma rotação crítica com isto podemos determinar a melhor rotação para o sistema.

O modelo pode ser expandido para acomodar a não simetria do mancal; os pedestais e/ou o pedestal de concreto e incluir a excentricidade do eixo do rotor em relação ao centro da fundação. Ele também pode ser modificado para incluir os modos de vibração :deslizamento e torcional da fundação.

5. REFERÊNCIAS

ARYA, S.C., O'NEILL, M.W., PINCUS, G., *Design of Structures and Foundation for Vibrating Machines*, Gulf Publishing Co., Houston, Tx., 1970.

CHEN, A.M., AND MALANOSKI, S.B., *Fan/Foundation Interaction - A Simplified Calculation Procedure*, Power Division, American Society of Mechanical Engineers, Paper No. 80-JPGC/PWR-10,1980.

EHIRICH, F. F.; *HANDBOOK OF ROTORDYNAMICS*; McGraw-Hill; 1992

GALLIE, D.G.; A Simplified Model for Determining the total Behavior of a fan/foundation assembly with non-symmetrical arranged rotor and base; Amca Publication 801, Air Movement & Control Association, Par.3.2.4, Arlington Heights, 1977.

LALANNE, M., BERTHIER, P., AND DER HAGOPIAN, J., *Mechanical Vibrations for Engineers*, John Wiley and Sons, New York, N.Y., 1983.

RICHART, F.E., HALL, J.R., AND WOODS, R.D., *Vibrations of Soils And Foundations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1970.

RAO, J.S., *Rotor Dynamics*, Halsted Press, New York, N.Y., 1983.

THOMSON, W.T., *Mechanical Vibrations*, Prentice Hall, 2nd ed., Englewood Cliffs, N.J., 1953.



PAPER CODE: COB208

CÁLCULO DE FORÇAS EM MANCAIS MAGNÉTICOS COMPARAÇÃO DE RESULTADOS / FORCE CALCULATION IN MAGNETIC BEARINGS - COMPARISON OF RESULTS

MÁRCIO FERES BESSA & ROBERTO FIRMENTO DE NORONHA
UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE - Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Passo da Pátria, 156 - C.E.P. 24.210-240 - Niterói - RJ - BRASIL - E-mail: rnoronha@rionet.com.br

Abstract

Magnetic bearings have been regarded as a very good alternative for the support of rotors in various industrial branches, where some of their special characteristics have helped to solve problems in pre-existent technologies and arising new ones. The modeling of magnetic field in these bearings furnishes the correlation between the rotor support forces and the winding current and allows for an improved simulation and design of the device and its control system. Comparisons between finite element analysis, analytical and experimental results are presented.

Keywords

Mancais Magnéticos, Mapeamento de Campo, Forças de Sustentação do Rotor, Elementos Finitos /
Magnetic Bearings, Field Modeling, Rotor Support Forces, Finite Elements

1. INTRODUÇÃO

Em diversos processos industriais, os equipamentos rotativos são geralmente peças centrais. A qualidade de seu projeto, de sua construção e de sua manutenção é importantíssima para o funcionamento adequado de toda planta. O mancal hidrodinâmico é o principal meio de suportação de rotores, sendo amplamente empregado em equipamentos industriais como bombas, compressores e geradores elétricos.

Para algumas aplica es específicas, foram desenvolvidos em anos recentes os mancais magnéticos, isto  , dispositivos que utilizam a levita o magnética para sustentar rotores. Além das características de baixo atrito, controle preciso da posi o do eixo do rotor, ausência de problemas de contamina o com o óleo lubrificante e possibilidade de encapsulamento, esses mancais permitem a modifica o, em plena opera o, de sua rigidez e por conseguinte, do comportamento dinâmico do rotor. Considerando essas vantagens, os mancais magnéticos têm sido considerados uma alternativa bastante válida em diversos segmentos industriais.

Outra característica deste equipamento,   que ele requer a utiliza o de um sistema de controle para a posi o do eixo, pois o campo magnético, embora conservativo,   instável: quanto mais próximo o rotor estiver do estator, maior   a força de atra o; o que torna necessário a redu o da corrente nas bobinas.

Neste caso, o conhecimento da distribuição do campo magnético gerado nestes mancais torna-se instrumento de grande importância no sentido de preencher lacunas quanto ao comportamento dinâmico dos mesmos e ao seu controle. Uma simulação numérica deste campo, através do método de elementos finitos, permite uma correlação entre as forças de sustentação do rotor e fatores determinantes do campo magnético.

A seguir será apresentado o mapeamento do campo de um mancal magnético, onde os resultados obtidos são comparados com outros determinados analítica e experimentalmente. Antes porém, é mostrado como tal implementação pode ser feita através do cálculo variacional, baseado nas equações de Maxwell do eletromagnetismo, assumindo um campo bidimensional e meio isotrópico.

2. EQUAÇÕES DE MAXWELL

As equações de Maxwell são um grupo de equações diferenciais lineares em relação ao tempo e ao espaço aplicadas a grandezas ditas eletromagnéticas (Bastos, 1992). Considerando que se vai trabalhar no domínio das baixas frequências e que as variações temporais de grandezas são desprezíveis, as equações de Maxwell a serem utilizadas são:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} \quad (1)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\text{rot } \vec{E} = 0 \quad (3)$$

juntamente com as definições:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (4)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (5)$$

Estas equações resumem os fenômenos eletromagnéticos ligados à magnetostática, sendo \vec{H} o campo magnético, \vec{B} a indução magnética, \vec{J} a densidade de corrente, \vec{E} o campo elétrico, μ a permeabilidade magnética e σ a condutividade elétrica.

Considerando que no domínio onde se deseja calcular o campo existam correntes, ou seja $\vec{J} \neq 0$, define-se um potencial vetor magnético \vec{A} como (Bastos, 1992):

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (6)$$

Para problemas bidimensionais, os vetores \vec{J} e \vec{A} têm apenas componentes perpendiculares ao plano xy . Desenvolvendo a eq. (1), associada às eqs. (4) e (6), tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} v \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} v \frac{\partial A}{\partial y} = -J \quad (7)$$

que é a Equação de Poisson relativa ao potencial vetor magnético, a qual descreve o caso em questão (Bastos, 1992).

3. MÉTODO VARIACIONAL

Este método consiste numa formulação integral do problema onde procura-se determinar uma função que, atendendo a algumas condições (de contorno), minimize um certo funcional. Em problemas mecânicos, é fácil perceber que o funcional a ser minimizado representa a “energia” do sistema, e o valor estacionário (valor de mínimo) corresponde à configuração de equilíbrio, que é a solução do problema (Bessa, 1997).

Com a utilização do método de elementos finitos, problemas de Mecânica com formulação variacional podem ser resolvidos de modo aproximado, visto que as matrizes de rigidez deste método são obtidas, de modo conveniente, com os teoremas energéticos.

As condições de contorno consideradas são as de Neumann e de Dirichlet, também chamadas, respectivamente, de condição natural e essencial. A primeira refere-se a variação nula do fluxo e a segunda à prescrição da função considerada (Bessa, 1997 & Brebbia *et al*, 1975).

4. APLICAÇÃO DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Tomando por base a equação de Poisson (eq. 7) relativa ao potencial vetor magnético, obtendo-se a sua forma “fraca” ou variacional e aplicando as referidas condições de contorno, chega-se ao funcional F , dado por (Bastos, 1992 & Bessa, 1997):

$$F = \int_S \left(\int_0^B H dB - JA \right) dS \quad (8)$$

Aplicando uma formulação variacional no domínio, subdividido em elementos finitos, a solução em cada elemento é prescrita em termos dos valores nodais do potencial \bar{A} ; sendo o funcional minimizado em relação a cada potencial nodal. Desta forma, pode-se escrever:

$$\frac{\partial F_i}{\partial A_k} = \int_{S_i} \frac{\partial}{\partial A_k} \left(\int_0^B H dB - JA \right) dS \quad (9)$$

onde i refere-se ao elemento e k ao nó. Considerando-se um elemento quadrangular de quatro nós, a variação do potencial \bar{A} dentro do elemento é dada pela expressão $A(x,y) = \sum_4 N_k A_k$, ou, utilizando uma formulação isoparamétrica:

$$A(\xi, \eta) = \sum_4 N_k A_k \quad (10)$$

sendo $N_k = (1/4)(1 \pm \xi)(1 \pm \eta)$ para cada nó. Neste caso, a eq. (9) passa a ser escrita como:

$$\frac{\partial F_i}{\partial A_k} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial A_k} \left(\int_0^B H dB - JA \right) G d\xi d\eta \quad (11)$$

onde “ G ”, chamado Jacobiano, é um fator que descreve o produto infinitesimal $dS = dx dy$ em relação ao de referência $d\xi d\eta$.

A análise faz uso também do conceito de Tensor de Maxwell, o qual é considerado uma das mais eficientes técnicas para a determinação de forças atuando em um corpo sujeito à ação de um campo magnético (Bastos, 1992), dado pela seguinte expressão, em módulo:

$$F_m = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 S \quad (12)$$

onde μ_0 é a permeabilidade do ar e S é a superfície que envolve o corpo.

5 - MAPEAMENTO DE CAMPO E CÁLCULO DAS FORÇAS

Esta análise foi realizada a partir do protótipo de um mancal magnético patenteado pela COPPE/UFRJ (Ortiz-Salazar *et al* , 1991), o qual possui uma concepção diferente dos mancais magnéticos em geral, tendo em vista que um mesmo sistema produz torque (como motor elétrico) e forças radiais (como mancal).

O mapeamento foi feito com a utilização do programa ANSYS 5.3 (ANSYS, Inc., 1996). O modelo utilizado é mostrado na Fig. 1 abaixo, resultando num total de 3584 elementos e 5563 nós. Na região onde foram determinadas as forças, ou seja no entreferro, e nas regiões vizinhas, a discretização do domínio ocorreu de forma mais densa, resultando num total de 2452 elementos.

Define-se permeabilidade relativa μ_r como sendo a relação entre a permeabilidade magnética do material e a do ar ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m) (Bastos, 1992). Para o aço da carcaça do rotor e do estator, foi considerada uma permeabilidade relativa $\mu_r = 1000$.

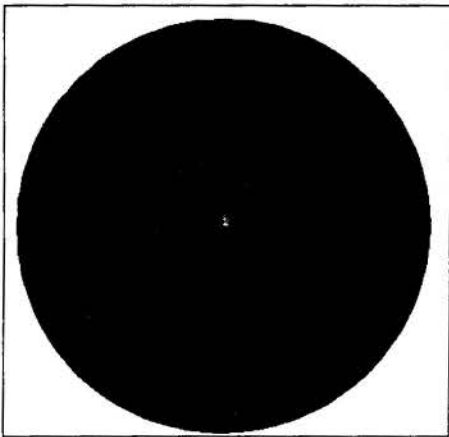


Fig. 1 - Modelo do Mancal Mapeado

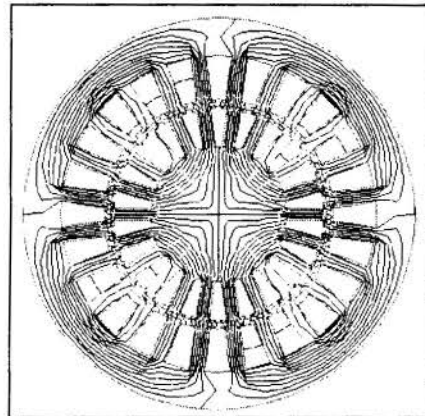


Fig. 2 - Linhas de Fluxo $\Delta I = 0A$

Uma primeira análise foi feita aplicando correntes nas bobinas localizadas nas direções x e y , assumindo um valor inicial (I_0) igual a 1,5A. Este valor inicial foi mantido constante nas bobinas localizadas na direção x ; variando-se o mesmo em incrementos de 0,2A nas bobinas localizadas na direção y , de forma a aumentar a corrente nas bobinas da parte positiva de y e diminuir as da parte negativa (Bessa, 1997). Para $\Delta I=0A$, a distribuição do fluxo magnético ocorre de maneira uniforme, como mostrado na Fig. 2. No entanto, a medida que a corrente é incrementada, o fluxo se concentra nas bobinas localizadas na parte superior, principalmente na região próxima ao eixo y . As forças de suportação do rotor são determinadas para cada caso, como mostrado na Tabela 1. O gráfico mostrando a rela o entre estas forças e o incremento das correntes nas bobinas,   plotado na Fig.3

Tabela 1 - Forças sobre o Rotor

ΔI (A)	FX (N)	FY (N)
0	0,00146419	0,00051301
0,2	1,08345	71,486
0,4	2,17081	143,329
0,6	3,25677	215,075
0,8	4,33877	286,562
1	5,42078	358,048

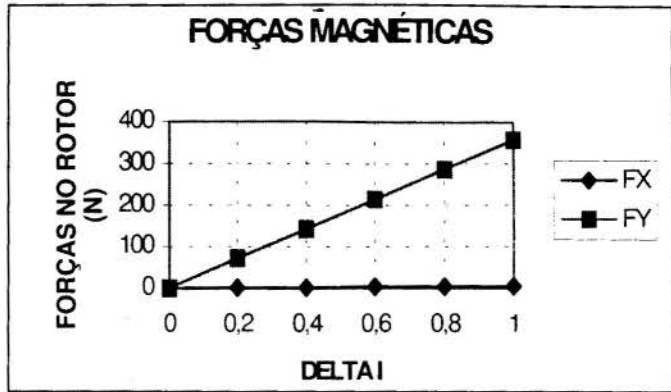


Fig. 3 - Forças no Rotor X ΔI

Uma segunda análise foi feita em relação à característica própria do protótipo do mancal desenvolvido pela COPPE/UFRJ (Ortiz-Salazar *et al.*, 1991):

a de ser ao mesmo tempo motor elétrico e mancal magnético. Defasando-se a posição angular entre rotor e estator de 15 em 15 graus, simulou-se o comportamento da força radial em relação à rotação do rotor. Os resultados obtidos, para $\Delta I = 1A$, são mostrados no gráfico da Fig.4, onde se pode perceber um variação das forças atuantes no rotor na ordem de 7%, entre picos (Bessa, 1997).

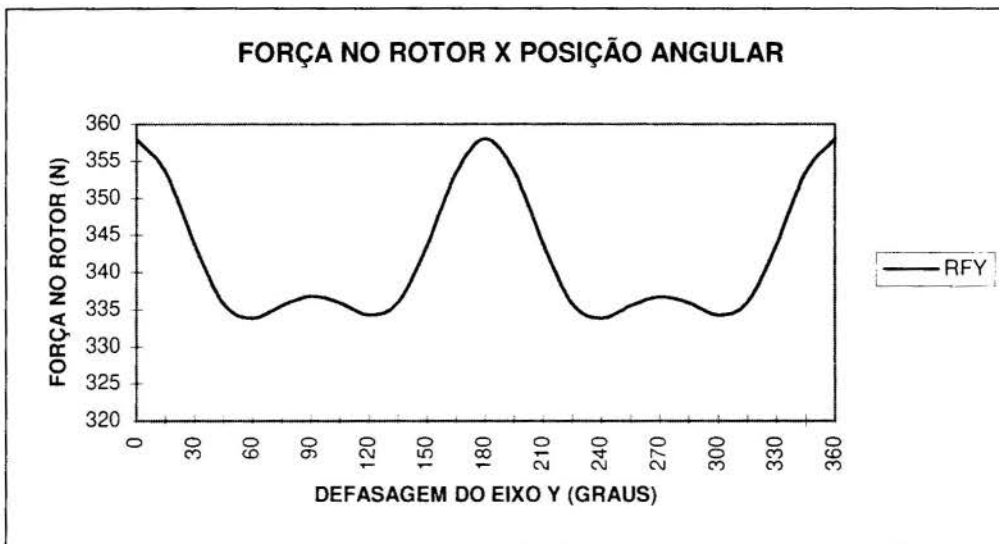


Fig. 4 - Força no Rotor X Posição Angular

A partir da Transformada Rápida de Fourier (FFT), determinou-se as componentes harmônicas da curva da Fig. 4, onde se pode observar que a harmônica correspondente a duas vezes a frequência de rotação é a dominante (Fig.5).

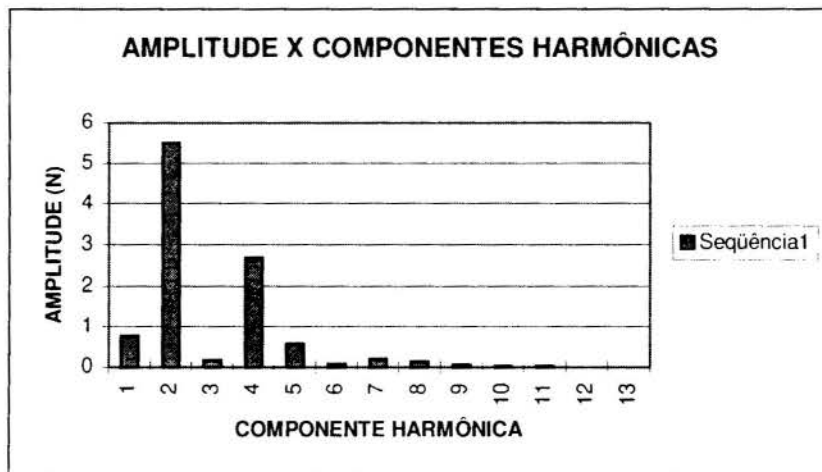


Fig. 5 - Amplitude X Componente Harmônica

Numa terceira análise, alterou-se o valor da permeabilidade relativa do aço da carcaça do rotor e do estator, visando observar o comportamento das forças oriundas do campo magnético em relação a um material diferente. Tomando por base curvas $B \times H$ constantes em catálogos de fornecedores, considerou-se $\mu_r = 2000$ (ainda para um $\Delta I = 1A$), obtendo-se para as forças de suportação no rotor valores de $F_x = 6,30 N$ e $F_y = 406 N$ (Bessa, 1997).

6 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Uma rela o entre a força radial e as correntes nas bobinas pode ser obtida analiticamente conforme apresentado a seguir: admitindo que os deslocamentos do rotor em rela o ao centro do estator são pequenos e considerando a varia o da energia magnética armazenada e as correntes nas bobinas para cada dire o separadamente, tem-se (Santisteban *et al.*, 1997):

$$F_{y1} = -\frac{1}{4} N^2 \mu_0 \frac{S}{y^2} \left[i_{y1}^2 - i_{y2}^2 - i_{y1}(i_{x1} + i_{x2}) + i_{y2}(i_{x1} + i_{x2}) \right] \quad (13)$$

$$F_{y2} = -\frac{1}{4} N^2 \mu_0 \frac{S}{y^2} \left[i_{y2}^2 - i_{y1}^2 - i_{y2}(i_{x1} + i_{x2}) + i_{y1}(i_{x1} + i_{x2}) \right] \quad (14)$$

onde F_{y1}   a força na dire o y positiva, F_{y2}   a força na dire o y negativa, N   o número de espiras por bobina, S   a área polar equivalente, “ y ”   a dist ncia entre o rotor e o estator (o entreferro) e i_x e i_y s o as correntes nas dire es x e y dadas por (Santisteban *et al.*, 1997):

$$i_{y1} = I_0 + \Delta I_y \quad ; \quad i_{y2} = I_0 - \Delta I_y \quad (15)$$

$$i_{x1} = -I_0 + \Delta I_x \quad ; \quad i_{x2} = -I_0 - \Delta I_x$$

A força resultante   calculada a partir da subtra o das eqs. (13) e (14):

$$F_y = F_{y1} - F_{y2} = -\frac{1}{2} N^2 \mu_0 \frac{S}{y^2} \left[8I_0 \Delta I_y \right] \quad (16)$$

Sendo I_0 um valor constante, percebe-se que a varia o entre as forças de suporta o do rotor e o incremento das correntes nas bobinas   linear, da mesma forma que os resultados obtidos e plotados na Fig. 3.

Um teste com o protótipo do mancal em questão foi realizado para o motor girando em vazio a 6000 rpm (Ortiz-Salazar, 1994). O espectro de frequência da posi o do rotor na dire o y , apresenta um pico em torno de 200Hz, ou seja, a duas vezes a frequência de rota o do motor, como pode ser visto na Fig. 6 (Ortiz-Salazar, 1994).

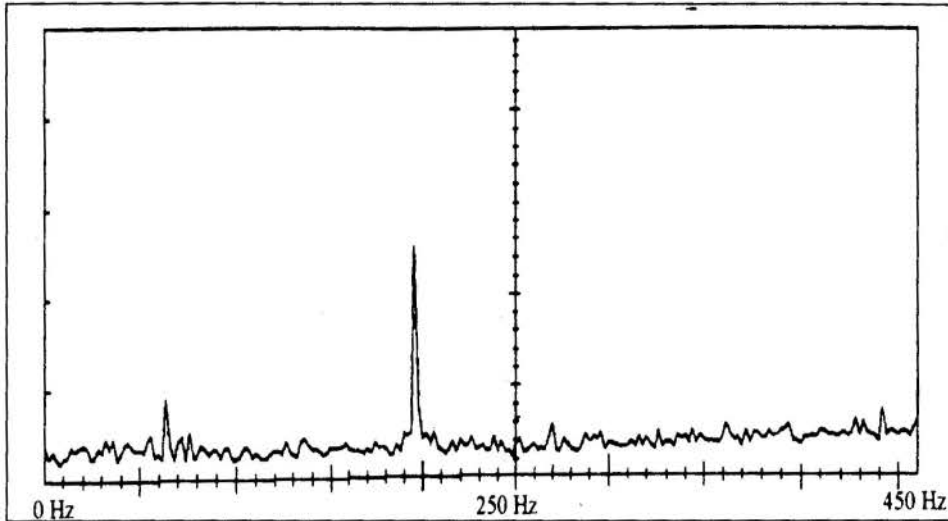


Fig. 6 - Resposta em frequência da posição y (escala vertical $20\mu\text{m}/\text{div.}$)

Este pico não tem ainda uma explicação satisfatória (Santisteban, 1997). Entretanto, o caráter oscilatório da força em relação a posição angular do rotor, mostrado nas Figs. 4 e 5, com um comportamento dominante também a duas vezes a frequência de rotação, induz a uma possível explicação deste fenômeno.

Em relação às características magnéticas dos materiais utilizados, com a alteração do valor da permeabilidade relativa (μ_r), observou-se um aumento da ordem de 16% para as forças em x e 13% para as forças em y , o que deixa claro ser este um fator relevante, ao contrário do sugerido pela eq. (12), onde os parâmetros utilizados para o cálculo das forças são considerados quanto ao ar, ou seja, no entreferro.

7 - CONCLUSÕES

Os resultados obtidos através do mapeamento de campo mostram-se em acordo com as expressões analíticas, podendo-se afirmar, entretanto, serem os primeiros mais precisos por levarem em consideração (dentre outras coisas), as características magnéticas dos materiais utilizados.

O caráter oscilatório das forças fica claro quanto à variação da posição relativa entre rotor e estator; surgindo como uma possível explicação para fenômenos até então observados experimentalmente e como um fator a ser considerado no projeto do sistema de controle para este equipamento.

Percebe-se ainda que forças de mesma ordem de grandeza podem ser obtidas para valores de corrente menores, desde que sejam utilizados materiais com maior permeabilidade magnética.

Ou seja, as análises realizadas mostram ser o mapeamento de campo em mancais magnéticos por elementos finitos, uma ferramenta bastante eficiente no sentido de se conhecer as forças radiais e seu comportamento em relação aos parâmetros determinantes deste campo.

Um próximo passo seria o desenvolvimento de uma análise harmônica neste mancal, o que permitiria a determinação do torque, bem como das forças radiais de forma mais acurada.

8 - AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro - FAPERJ, pelo apoio financeiro.

9 - REFERÊNCIAS

ANSYS, Inc.: ANSYS User's Manual, 1996.

Bastos, J. P. A.: *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos*. Florianópolis/BR, Editora da UFSC, 2ª Edição, 1992.

Bessa, M. F.: *Cálculo de Forças em Mancais Magnéticos através do Mapeamento de Campo por Elementos Finitos*. Tese de Mestrado, PGMEC/UFF, 1997.

Brebbia, C. A. & Ferrante, A. J.: *The Finite Element Technique*. Porto Alegre/BR, Editora da URGs, 1975.

Ortiz-Salazar, A.: *Estudo em Motor CA com Mancais Magnéticos Utilizando os Próprios Enrolamentos do Estator*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, 1994.

Ortiz-Salazar, A., Stephan, R. M., Watanabe, E. H. & Dunford, W.: Mancais Magnéticos para Motores C.A. utilizando os Enrolamentos do Estator, **PATENTE BRASILEIRA Nº 910367**, 1991.

Santisteban, J. A., David, D., Noronha, R. F., Ripper, A. & Stephan, R. M.: Controller Design for a Bearingless Electric Motor. Submetido à *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, 1997.

Santisteban, J. A., Informação pessoal, 1997



PAPER CODE: COB21

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO FENÔMENO DE ENDURECIMENTO POR PRECIPITAÇÃO EM BARRAS DE ALUMÍNIO/MODELING AND SIMULATION OF PRECIPITATION HARDENING PHENOMENON IN ALUMINIUM BARS

CLÁUDIA MARIA IMBROIZI AJÚS & HERALDO S. COSTA MATTOS

Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense - UFF, CEP 24.210-24 Niterói / RJ, Brasil - E-mail:heraldo@caa.uff.br

Abstract

The present work is concerned with the modeling of the coupling between the aging hardening phenomenon and the elasto-plastic behavior in aluminium bars. Such a microstructural process, caused by the diffusion of precipitates in the solid matrix, has a very strong influence on the yield stress, affecting the hardening behavior. The plastic deformation, on the other side, affects the velocity of precipitation (aging). The coupling between these phenomena is described through a constitutive theory in which an additional variable, related with the parcel of the isotropic hardening caused by aging, is introduced. To check the potentiality of the proposed theory, examples concerning 2024 aluminium bars are presented and analyzed, showing a good agreement between experiments and model prevision.

Keywords

Elasto-plasticity, aluminium-copper alloys, age hardening, precipitation hardening / elastoplasticidade, ligas de alumínio - cobre, envelhecimento, endurecimento por precipitação.

1. INTRODUÇÃO

Segundo Krempl (1979), o envelhecimento pode ser definido como a modificação da microestrutura de um material tal que, um mesmo carregamento aplicado no mesmo ambiente mas em diferentes instantes resulte em respostas mecânicas diferentes.

No caso de algumas ligas de alumínio, o endurecimento causado pela difusão de precipitados na matriz sólida pode ser considerado como uma forma de envelhecimento. Neste trabalho, apresenta-se um modelo para o fenômeno de endurecimento por precipitação em barras de alumínio. Nele são desenvolvidas equações constitutivas elasto-plásticas para ligas metálicas que envelhecem devido à difusão de precipitados na rede cristalina. Este tipo de fenômeno pode ser causado por diferentes fatores como, por exemplo, a ação de algum tipo de radiação ou devido a algum tratamento térmico.

Tradicionalmente, o envelhecimento tem sido tratado de forma muito simplificada, adaptando-se equações constitutivas para a elastoplasticidade apenas considerando empiricamente as constantes mecânicas como função do tempo. Isto não permite uma modelagem perfeita, uma vez que o acoplamento entre os diversos mecanismos atuantes durante o processo de deformação não são levados em conta. Um primeiro passo para superar

estas limitações foi dado em Costa Mattos et al (1988, 1989). No entanto, apenas simulações com comportamento elasto-viscoplástico, pouco realistas no caso de ligas de alumínio a temperatura ambiente, foram realizadas.

Os mecanismos de precipitação sólida, em algumas ligas metálicas, podem ser ativados pela ação de algum tipo de radiação ou através de uma têmpera rápida. Estudos realizados em barras constituídas por uma liga alumínio-cobre 2024, submetidas a tratamento térmico de dissolução seguido de têmpera em água (Marquis, 1987), mostram uma difusão do cobre, sob diferentes formas, na matriz de alumínio. A formação de precipitados (zonas de Guinier-Preston) resultantes dessa difusão têm forte influência no comportamento macroscópico. Esta alteração da estrutura cristalina causa um endurecimento do material sem afetar suas propriedades elásticas (módulo de Young e coeficiente de Poisson). Este endurecimento afeta o comportamento plástico da barra e a plastificação, por sua vez, influencia a cinética de transformação, acelerando ou retardando a precipitação. Portanto, diferentes curvas tensão - deformação podem ser obtidas dependendo do instante inicial do teste de tração. Diferentes velocidades de envelhecimento serão obtidas dependendo da história da deformação plástica.

2. MODELO SEM ENVELHECIMENTO

Inicialmente, será apresentado sem detalhes, um conjunto de equações constitutivas que descrevem adequadamente o comportamento elasto-plástico de ligas metálicas a temperatura ambiente. Seja uma barra de comprimento L e seção transversal A com $\sigma = F/A$ e $\epsilon = \Delta L/L$. As equações a seguir foram propostas por Marquis (1978) e estão discutidas, em detalhes em Lemaitre et al (1992).

$$\sigma = E(\epsilon - \epsilon^P) \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}^P = \dot{p} \cdot S_g \quad (2.a)$$

$$\dot{X} = a \dot{\epsilon}^P - \left(\varphi_x + (1 - \varphi_x)^{(np)} \right) X \dot{p} \quad (2.b)$$

$$\dot{Y} = v_2 \left(v_1 + \sigma_y - Y \right) \dot{p} \quad (2.c)$$

$$\dot{p} \geq 0, \quad f = |\sigma - X| - Y \leq 0, \quad \dot{p} f = 0 \quad (2.d)$$

$$S_g = \begin{cases} 1, & \text{se } \sigma - X \geq 0 \\ -1, & \text{se } \sigma - X \leq 0 \end{cases} \quad (2.e)$$

onde ε^p é a deformação plástica, p é a deformação plástica acumulada, X e Y são chamados, respectivamente, de endurecimento cinemático e de endurecimento isotrópico e são definidos da seguinte maneira: Sejam σ_e^t e σ_e^c , a cada instante, respectivamente os limites de elasticidade a tração e a compressão (ambos considerados positivos) da barra. O endurecimento cinemático X corresponde a coordenada central da região elástica $EL(t)$ definida como o conjunto das tensões σ tais que $-\sigma_e^c(t) < \sigma < \sigma_e^t(t)$. O endurecimento isotrópico Y num dado instante t , corresponde a metade do tamanho da região $EL(t)$.

$$X = \frac{\sigma_e^t - \sigma_e^c}{2} \tag{3.a}$$

$$Y = \frac{\sigma_e^t + \sigma_e^c}{2} \tag{3.b}$$

Na ausência de plastificação ($\varepsilon^p = p = 0$) tem-se que $X = 0$ e $Y = \sigma_y$. O processo de plastificação altera o endurecimento, causando um aumento da região elástica (aumento de Y) e induzindo uma anisotropia (variação de X correspondendo a translação da região elástica).

σ_y é a tensão inicial de escoamento, E é o módulo de young e a , ϕ_∞ , η , v_1 , v_2 são constantes características do material. S_g caracteriza se o carregamento é trativo ou compressivo. Para a liga de alumínio considerada neste trabalho tem-se:

$$\begin{aligned} E &= 72.5 \text{ GPa} & a &= 140.4 \text{ GPa} & V_1 &= 40.5 \text{ MPa} & V_2 &= 5 \\ \sigma_y &= 76 \text{ MPa} & \eta &= 12 & \phi_\infty &= 0.81 \end{aligned}$$

As técnicas para identificação destas constantes podem ser encontradas em Lemaitre et al (1992). A equação (1) é a tradicional relação tensão-deformação elástica e as equações (2) são chamadas de lei de evolução.

3. INFLUÊNCIA DO ENVELHECIMENTO NAS VARIÁVEIS X e Y

Testes foram realizados em barras constituídas de uma liga de alumínio com a seguinte composição química percentual (Costa Mattos, 1988).

Tabela 1: Composição química percentual

Fe	Si	Cu	Mg	Mn	Zn	Cr
0,25	0,49	4,07	0,72	0,60	0,07	0,04

e submetidas ao seguinte tratamento térmico: aquecimento de uma hora à 500°C seguido de uma têmpera em água. A precipitação, principalmente de Al_2Cu , sob a forma de zonas de Guinier Preston, causa um endurecimento do material. Observa-se que o endurecimento isotrópico Y é bastante afetado, evoluindo do valor de 76 MPa logo após a têmpera até o valor limite de 210 MPa em 48 horas. O endurecimento cinemático X , entretanto, não é praticamente afetado. Como existe uma contribuição Y_p para a variável Y devida a

plastificação (endurecimento isotrópico induzido pela plastificação) e uma contribuição Y_E devida ao envelhecimento (endurecimento isotrópico devido a precipitação sólida), Y pode ser escrito na forma:

$$Y = Y_P + Y_E \tag{4.a}$$

$$Y_P = Y_P(t=0) + v_1 [1 - \exp(-v_2 p)] \tag{4.b}$$

A expressão (4.b) para Y_P é obtida resolvendo-se analiticamente a equação (2.c). Resta definir uma lei de evolução para Y_E . Caso não haja evolução no tempo da deformação plástica, não haverá evolução da parcela Y_P . Quando a barra é submetida a uma deformação plástica rápida logo após a têmpera, e definindo-se este instante como o instante $t = 0$, a evolução da parcela Y_E é afetada (tanto na sua velocidade bem como no seu valor limite ou de saturação, que é sempre mais baixo, ver a figura 1). O valor máximo possível de Y_E (valor de saturação obtido num processo de envelhecimento sem nenhuma deformação plástica presente) será notado c .

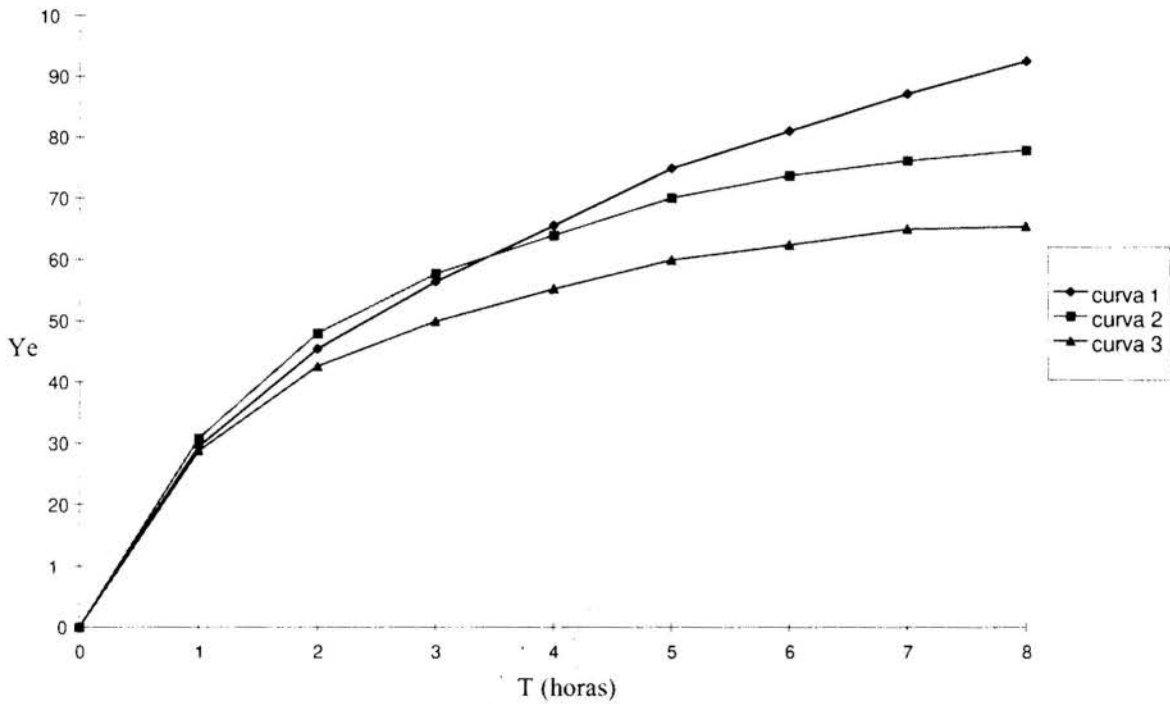


Figura 1: Evolução de Y_E para diferentes valores da deformação plástica inicial.

Curva 1: $\epsilon^P(t=0) = 0$

Curva 2: $\epsilon^P(t=0) = 0.05$

Curva 3: $\epsilon^P(t=0) = 0.1$

Para se propor uma lei de evolução para a variável Y_E em função das demais variáveis do problema, é conveniente fazer uma mudança de variáveis introduzindo-se uma variável auxiliar (e) tal que $0 \leq e \leq 1$ e definida da seguinte forma:

$$Y_E(t) = ce(t) \tag{4.c}$$

O endurecimento assim como a plastificação causam um aumento no valor de Y , afetando, conseqüentemente, o tamanho da região elástica .

Este trabalho restringe-se aos casos de ensaios de tração monótonos. Nestes casos, a deformação plástica acumulada p coincide com a deformação plástica ε^p ($\varepsilon^p = p, \forall t$). Para simplificar a notação, será usado o símbolo p no lugar de ε^p .

Baseado em observações experimentais propõe-se a seguinte lei de evolução para e :

$$e = F(p) \langle e_{\infty}(p) - e \rangle \quad e(t=0) = 0 \quad \text{com} \quad (5.a)$$

$$F(p) = \frac{V}{e_{\infty}(p)} \quad (5.b)$$

$$e = e_{\infty}(1 - A) \exp(-kp) \quad (5.c)$$

Na equação (5.a) usou-se a seguinte notação: $\langle x \rangle = \max\{0, x\}$. Para o uso da lei de evolução (5.a), é necessário identificar as constantes V , A e k .

No instante inicial $t=0$, tem-se $p=p_0$ e, de (5.a) segue que

$$\dot{e}(t=0) = \frac{V}{e_{\infty}(p_0)} e_{\infty}(p_0) = V \quad (6)$$

então V é a derivada da variável (e) no instante inicial.

Para um dado valor inicial p_0 da deformação plástica e supondo-se que ela não evolui no tempo ($\dot{p} = 0, \forall t$), a equação (5.a) se reduz a

$$\dot{e} = \frac{V}{e_{\infty}(p_0)} \langle e_{\infty}(p_0) - e \rangle \quad e(t=0) = 0 \quad (7)$$

Cuja solução analítica é:

$$e(t) = e_{\infty}(p_0) \left[1 - \exp\left(-\frac{V}{e_{\infty}(p_0)} t\right) \right] \quad (8)$$

$e_{\infty}(p_0)$ é o valor de saturação de (e) para uma deformação plástica inicial p_0 . Isto é, a variável (e) aumenta até atingir o valor de saturação $e_{\infty}(p_0)$ quando $\dot{e} = 0$.

As constantes A e k na equação (5.c) podem ser identificadas medindo-se o valor de saturação de (e) em ensaios de envelhecimento com diferentes deformações plásticas iniciais (ver a figura 2)

$$\lim_{p_0 \rightarrow +\infty} e_{\infty}(p_0) = A \quad (9)$$

$$\frac{de_{\infty}}{dp} = -(1-A)K \quad (10)$$

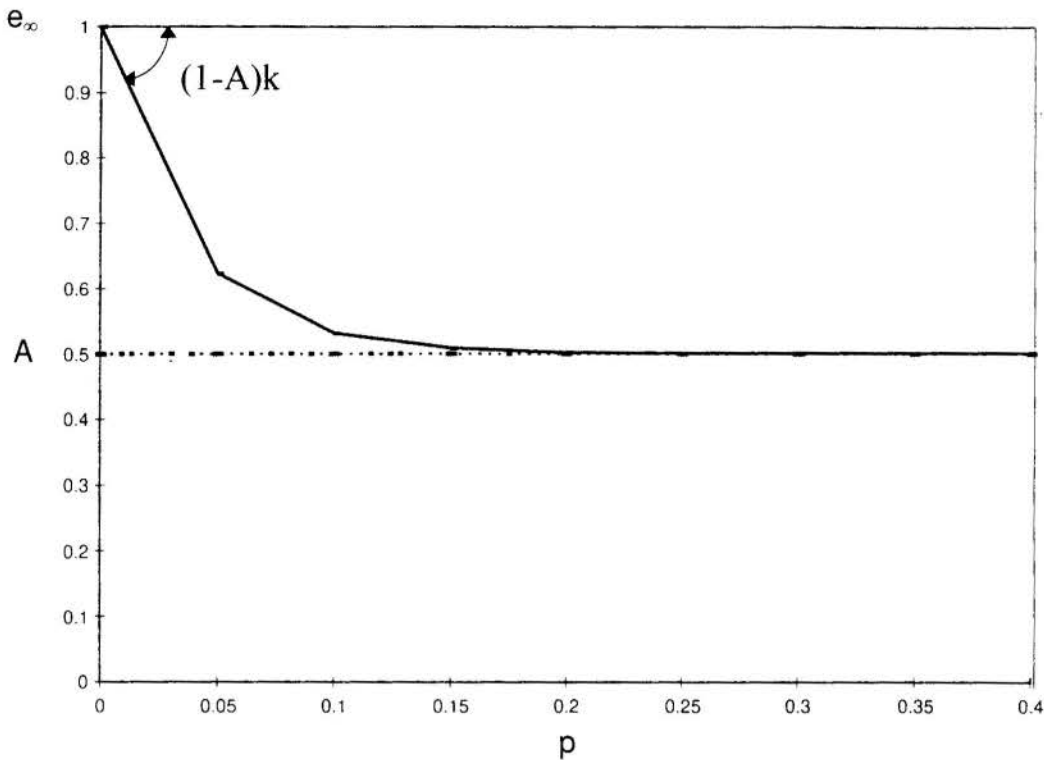


Figura 2: Variação de e_{∞} em relação ao aumento de plasticidade

4. COMPARAÇÃO DO MODELO COM ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Foram realizados ensaios em barras de alumínio- cobre 2024 (Marquis, 1987).

As figuras a seguir mostram a comparação entre curvas experimentais e analíticas, utilizando as equações do modelo para um intervalo de 8 horas.

A figura 3 apresenta o caso quando a barra sofre uma deformação plástica inicial de 0.05. A figura 4 apresenta o caso quando a deformação plástica inicial é de 0.01. A curva contínua representa a predição do modelo e os pontos representam o resultado experimental.

Foram considerados os seguintes valores para as constantes utilizadas no modelo:

$$A = 0.5 \quad V = 0.260 \text{ h}^{-1} \quad K = 30 \quad c = 130 \text{ Mpa}$$

5. CONCLUSÃO

Foi apresentado um modelo macroscópico para descrever o acoplamento entre o endurecimento por precipitação (envelhecimento) e a plastificação em barras de alumínio. Ele descreve adequadamente o efeito de uma deformação plástica inicial na cinética de transformação. O resultado da comparação do modelo com experimentos é bastante satisfatório, mostrando que, quanto maior a deformação plástica inicial, maior será o valor da parcela Y_p e menor o valor da parcela Y_E devida ao envelhecimento. Conseqüentemente o

valor de saturação da variável (e), que está associada com a densidade máxima de precipitados na matriz sólida, também será menor.

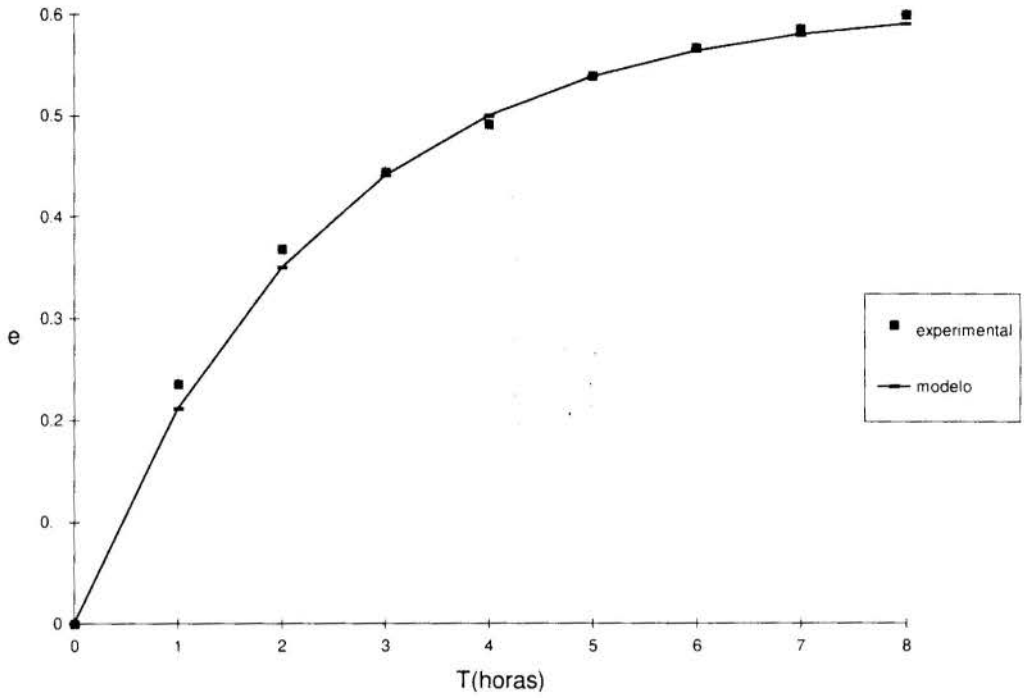


Figura 3- Evolução de e para uma deformação inicial $p=0.05$.

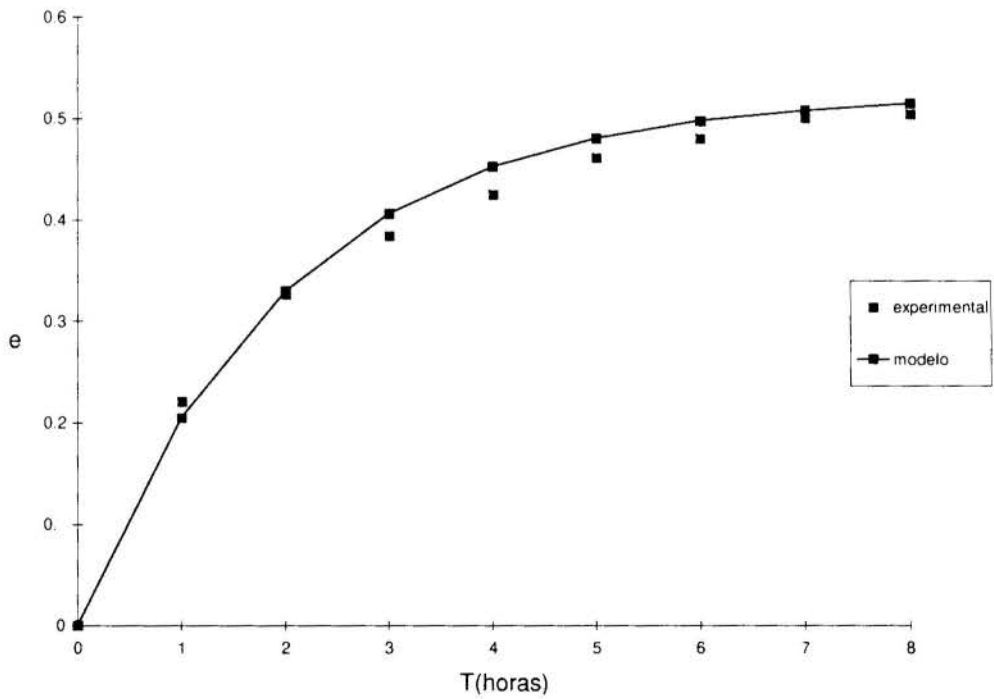


Figura 4- Evolução de e para uma deformação inicial $p = 0.1$

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COSTA MATTOS, H., *Uma Contribuição à Formulação Termodinâmica da Elastoplasticidade e da Viscoplasticidade*, Tese de Doutorado, Dept^o de Engenharia Mecânica, Puc-Rio, agosto de 1988.

KREMPL E., *Viscoplasticity based on total strain. The modeling of creep with special considerations of initial strain and aging*, Journal of Eng. Mat. and Tech., vol. 101, 1979.

LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. *Mécanique des matériaux Solides*. Dunod, 1992

MARQUIS, D., *Modelisation et Identification de l'Ecrouissage Anisotrope des Métaux*, These de Troisieme Cycle, Universidade de Paris 6, France. 1978

MARQUIS, D., *Influence du Vieillissement sur le Comportement et L'endommagement en Fatigue des Metaux*, Relatório interno do Laboratoire de Mécanique et Technologie, Universidade Pierre et Marie Curie, ENSET-Cachan, 1987

MARQUIS, D., COSTA MATTOS, H., *Modelling of the Inelastic Behaviour of Aging*, Anais do 5^o simpósio Brasileiro sobre Tubulações e Vasos de Pressão, 1988.

MARQUIS, D., COSTA MATTOS, H., *Modélisation du couplage entre la plasticité et le Vieillissement des Matériaux Metalliques*, C.R. Acad. Sci. Paris, t.308, Série II, p. 1113-1118, 1989.

Metals Handbook, Properties and Selection of Metals, Vol 1, 1975



PAPER CODE: COB360

**UM MODELO PARA A PREVISÃO DAS TENSÕES RESIDUAIS
INTRODUZIDAS PELO PROCESSO DE TÊMPERA EM AÇOS**
*A MODEL TO PREDICT RESIDUAL STRESSES INTRODUCED BY THE
QUENCHING PROCESS IN STEELS*

PEDRO MANUEL CALAS LOPES PACHECO, SÉRGIO DE ALMEIDA OLIVEIRA
Departamento de Engenharia Mecânica - COCPG, CEFET/RJ
20.271.110, Rio de Janeiro, RJ - E-Mail: calas@cefet-rj.br

ARNALDO FREITAS CAMARÃO
Rockwell Automotive - Braseixos - Engenharia de Desenvolvimento
Av. João Batista 824 - 06.097-900, Osasco, SP - E-Mail: AFCAMARA@auto.rockwell.com

MARCELO AMORIM SAVI
Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia
22.290.270, Rio de Janeiro, RJ - E-Mail: d4savi@epq.ime.eb.br

Abstract

Quenching is a process associated with phase transformation. It generates internal stresses, which can produce warping and even cracking the body. Hence, it is very important to develop an analysis that permits predictions of internal stresses in steel during quenching. Two types of modification occur when phase transformation takes place under an applied stress. The first type is a kinetic modification and sometimes leads to a different morphology in the phase produced. The second is a mechanical modification related to the progress of transformation, and takes place when plastic deformation occurs under stresses lower than material yield stress. For mechanical modeling, metallurgical and mechanical upsetting of the metal must be incorporated into the model along with the effect on the stresses appearing during cooling. Current work discusses the quenching modeling in uniaxial context. Thermomechanical coupling is considered. A numerical procedure is developed and some numerical results are presented.

Keywords

Quenching, Residual Stresses, Elastoplasticity, Modeling.
Têmpera, Tensões Residuais, Elastoplasticidade, Modelagem.

1. INTRODUÇÃO

O tratamento térmico de têmpera nos aços tem como objetivo a obtenção de uma microestrutura que proporcione propriedades de dureza e resistência mecânica elevadas. Neste processo, a região a ser temperada é inicialmente aquecida à temperatura de austenitização e em seguida, é submetida a um resfriamento rápido. A microestrutura resultante é composta predominantemente de martensita, uma fase que apresenta elevada dureza.

Durante o processo de resfriamento, a queda da temperatura promove transformações estruturais que acarretam o surgimento de tensões internas. O desenvolvimento destas tensões

internas, por sua vez, influencia a cinética das transformações de fase, alterando as temperaturas em que estas transformações ocorrem. Desta forma, é necessário conhecer o comportamento termomecânico do aço durante todo o processo para descrever adequadamente um tratamento térmico como a têmpera. A têmpera em aços é, portanto, um problema complexo que envolve o acoplamento entre fenômenos térmicos, de transformação de fase e mecânicos, podendo ser caracterizado sob três aspectos:

1. **Térmico:** envolve o desenvolvimento de gradientes de temperatura resultantes do processo de transferência de calor (condução, convecção e geração de calor). A evolução da temperatura promove a variação das propriedades do material.
2. **Transformação de Fase:** a transformação austenita→martensita acarreta uma expansão volumétrica, o desenvolvimento de deformações plásticas induzidas pela transformação e a geração de calor. Os níveis de tensão presentes afetam a cinética da transformação.
3. **Mecânico:** a evolução da temperatura em conjunto com o processo de transformação de fase promovem o desenvolvimento de deformações elásticas e plásticas, resultando em um estado de tensões residuais.

Usualmente, a têmpera é uma das últimas etapas na fabricação de uma peça. As tensões residuais induzidas pelo processo podem promover distorções geométricas e/ou formação de trincas capazes tornar a peça inadequada para utilização. Desta forma, é extremamente importante prever o nível de tensões residuais resultantes. A grande maioria das informações disponíveis sobre as tensões residuais associadas ao processo de têmpera, são de caráter experimental e aplicáveis a geometrias simples. As poucas modelagens existentes perdem a generalidade e não permitem identificar e modelar racionalmente todos os fenômenos presentes (Denis *et al.*, 1985; Sjöström, 1985). Neste contexto, torna-se importante a elaboração de modelos capazes de descrever o processo de têmpera o que permitiria simular o processo de forma realista, possibilitando a sua otimização.

Este trabalho propõe um modelo anisotérmico com variáveis internas, baseado na termodinâmica dos processos irreversíveis, para estudar o comportamento termomecânico do aço durante a têmpera. A abordagem termodinâmica permite identificar de forma consistente os acoplamentos existentes e estudar a influência de cada um deles no processo. Apesar da modelagem proposta ser de caráter geral, podendo ser aplicada a qualquer geometria e/ou condições de contorno, este trabalho dá atenção à modelagem e simulação envolvendo a transformação austenita→martensita em problemas uniaxiais, com o objetivo de analisar a influência dos termos de acoplamento existentes.

Simulações numéricas são apresentadas onde considera-se um esquema numérico de partição do operador para tratar as equações do modelo. Este procedimento permite que se substitua o problema original, que é altamente acoplado, por três problemas desacoplados: Problema de condução, problema elástico e problema de evolução. Estes problemas podem ser tratados separadamente através de métodos numéricos tradicionais. A utilização de um processo iterativo dentro de cada passo de tempo, garante uma boa convergência da solução.

2. TRANSFORMAÇÃO AUSTENITA→MARTENSITA EM AÇOS

Durante o processo de transformação de fase austenita→martensita, a deformação que o material experimenta decorre da interação de vários fenômenos (Sjöström, 1985). Uma análise destes fenômenos pode ser feita considerando-se uma partição das componentes do incremento de deformação total, mostrada a seguir.

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^c + d\epsilon_{ij}^t + d\epsilon_{ij}^p + d\epsilon_{ij}^{IV} + d\epsilon_{ij}^{pt} \quad (1)$$

$d\varepsilon_{ij}^e$, $d\varepsilon_{ij}^l$ e $d\varepsilon_{ij}^p$ representam, respectivamente, os incrementos de deformação elástica, térmica e plástica observados em materiais termoelastoplásticos (Lemaitre e Chaboche, 1990). Os dois últimos termos, $d\varepsilon_{ij}^{IV}$ e $d\varepsilon_{ij}^{pt}$, estão associados exclusivamente ao processo de transformação de fase. Os índices i, j assumem valores 1, 2 e 3.

A mudança de fase austenita→martensita é acompanhada de uma expansão volumétrica de cerca de 4%. Assim, uma região do material que experimentou um incremento da fração da fase martensítica, β , de valor igual a $d\beta$, apresenta uma deformação do tipo (Denis *et al.*, 1985):

$$d\varepsilon_{ij}^{IV} = \gamma d\beta \delta_{ij} \quad (2)$$

onde γ é uma propriedade do material que representa a expansão linear resultante da transformação completa (100% de martensita) e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

O termo $d\varepsilon_{ij}^{pt}$ recebe a denominação de *deformação plástica induzida pela transformação* e está associado ao próprio processo de formação da martensita que promove uma deformação plástica localizada durante a transformação de fase. Diversos autores (Desalos *et al.*, 1982; Denis *et al.*, 1985; Sjöström, 1985) indicam a seguinte expressão para representar esta deformação:

$$d\varepsilon_{ij}^{pt} = (3 \kappa s_{ij}) (1 - \beta) d\beta \quad (3)$$

onde κ é um parâmetro do material e s_{ij} é a tensão desviadora. É interessante notar que esta deformação pode vir a ocorrer em níveis de tensão associados ao regime elástico e, portanto, não está associado ao escoamento do material.

A cinética da transformação de fase pode ser descrita através da equação proposta por Koistinen e Marburger (1959):

$$\beta = 1 - \exp[-k(M_s - \theta)] \quad (4)$$

onde k é uma constante do material, θ a temperatura absoluta e M_s a temperatura de início da transformação. Muitas vezes é conveniente definir-se a temperatura de fim da transformação martensítica, $M_f = M_s - 2 \log(10)/k$. Como a transformação martensítica é uma transformação cinética, existe uma influência do estado de tensão presente durante o processo da transformação. (Denis *et al.*, 1985; Sjöström, 1985).

3. MODELO ELASTOPLÁSTICO COM TRANSFORMAÇÃO DE FASE

O presente trabalho apresenta um modelo anisotérmico uniaxial com variáveis internas formulado no contexto da termodinâmica dos processos irreversíveis (Lemaitre e Chaboche, 1990; Pacheco, 1994). Este enfoque permite identificar, de forma consistente e racional, os termos de acoplamento existentes.

Considere que o estado termodinâmico do material pode ser completamente determinado através de um conjunto de variáveis observáveis: deformação total, ε , e temperatura absoluta, θ ; e por um conjunto de variáveis internas: deformação plástica, ε^p , fração da fase martensítica, β , e um conjunto de variáveis associado a alterações internas do material como as provocadas pelos fenômenos do endurecimento e do dano. Neste trabalho, este conjunto será representado por uma variável associada ao endurecimento cinemático, α .

O comportamento do material é caracterizado por dois potenciais termodinâmicos: a energia livre de Helmholtz, Ψ , e o potencial de dissipação, ϕ . A energia livre de Helmholtz pode ser escrita em termos da densidade de energia de deformação, W :

$$W(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha, \beta, \theta) = \rho \psi(\varepsilon, \varepsilon^p, \alpha, \beta, \theta) = W_e(\varepsilon - \varepsilon^p, \beta, \theta) + W_\alpha(\alpha) - W_\theta(\theta) + I_\beta(\beta) \quad (5)$$

sendo

$$W_e(\varepsilon, \varepsilon^p, \beta, \theta) = \frac{(1/2) E (\varepsilon - \varepsilon^p)^2 - E[\alpha_T (\theta - \theta_0) + \gamma \beta] (\varepsilon - \varepsilon^p)}{[1 + E\kappa\beta(2 - \beta)]} \quad (6)$$

$$W_\alpha(\alpha) = (1/2) H \alpha^2 \quad (7)$$

$$W_\theta(\theta) = \rho \int_{\theta_0}^{\theta} C_1 \log(\xi) d\xi + (\rho/2) C_2 \theta^2 \quad (8)$$

onde E , H , α_T são parâmetros do material que dependem da temperatura, C_1 e C_2 são constantes positivas, θ_0 é uma temperatura de referência e ρ a densidade do material. $I_\beta(\beta)$ é a função indicatriz do convexo $C_\beta = \{\beta \mid 0 \leq \beta \leq 1\}$ (Rockafellar, 1970).

As forças termodinâmicas (σ, X, Z, s) , associadas às variáveis de estado $(\varepsilon, \alpha, \beta, \theta)$, são definidas, a partir de W , da seguinte forma (Lemaitre e Chaboche, 1990):

$$\sigma = \frac{\partial W_e}{\partial \varepsilon} = \frac{E(\varepsilon - \varepsilon^p) - E[\alpha_T (\theta - \theta_0) + \gamma \beta]}{1 + E\kappa\beta(2 - \beta)} \quad (9)$$

$$X = \frac{\partial W_\alpha}{\partial \alpha} = H\alpha \quad (10)$$

$$Z = -\frac{\partial W_e}{\partial \beta} = \frac{E(\varepsilon - \varepsilon^p)}{[1 + E\kappa\beta(2 - \beta)]} \left\{ \gamma + \frac{2E\kappa(1 - \beta) \left[\frac{(\varepsilon - \varepsilon^p)}{2} - \alpha_T (\theta - \theta_0) - \gamma \beta \right]}{[1 + E\kappa\beta(2 - \beta)]} \right\} - (-\lambda_1 + \lambda_2) \quad (11)$$

$$s = -\frac{\partial W_\theta}{\partial \theta} \quad (12)$$

onde $(-\lambda_1 + \lambda_2) \in \partial_\beta I_\beta(\beta)$. $\partial_\beta I_\beta(\beta)$ é a subdiferencial da função indicatriz (Rockafellar, 1970). A evolução dos processos dissipativos, é obtida a partir de um potencial de dissipação, ϕ , ou alternativamente, a partir do seu dual, ϕ^* , definido da seguinte forma:

$$\phi^* = I_r^*(\sigma, X) + \zeta(\theta, \dot{\theta}) Z + \frac{\theta}{2} \Lambda g^2 \quad (13)$$

onde $I_r^*(\sigma, X)$ é a função indicatriz associada ao domínio elástico, definido pela função,

$$f(\sigma, X) = |\sigma - X| - \sigma_Y \leq 0 \quad (14)$$

σ_Y é a tensão de escoamento do material. $\zeta(\theta, \dot{\theta})$ é uma função associada à cinética da transformação de fase. $g = (1/\theta) \partial\theta/\partial x$ e Λ é um parâmetro do material que depende da temperatura. As equações de evolução são apresentadas a seguir,

$$\dot{\varepsilon}^p = \frac{\partial \phi^*}{\partial \sigma} = \partial_{\sigma} I_f^*(\sigma, X) = \dot{\lambda} \text{sign}(\sigma - X) \quad (15)$$

$$\dot{\alpha} = -\frac{\partial \phi^*}{\partial X} = -\partial_X I_f^*(\sigma, X) = \dot{\varepsilon}^p \quad (16)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\partial \phi^*}{\partial Z} = \zeta(\theta, \dot{\theta}) \quad (17)$$

$$q = -\frac{\partial \phi^*}{\partial g} = -\Lambda \theta g = -\Lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (18)$$

onde q é o fluxo de calor. $I_f^* = \lambda f$, sendo λ o multiplicador plástico (Lemaitre & Chaboche, 1990). Na equação (17) considera-se que a função $\zeta(\theta, \dot{\theta})$ está associada à equação cinética apresentada em (4), da seguinte forma,

$$\zeta(\theta, \dot{\theta}) = \begin{cases} -k\dot{\theta} \exp[-k(M_s - \theta)] & \text{se } M_s \leq \theta \leq M_f \\ 0 & \text{para demais } \theta \end{cases} \quad (19)$$

Utilizando a hipótese tradicional do estudo de aletas e a definição do calor específico $c = -(\theta/\rho) \partial^2 W / \partial \theta^2$, é possível escrever a equação de calor unidimensional como:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \frac{h P}{A} (\theta - \theta_x) - \rho c \dot{\theta} + \rho r = -a_1 - a_0 \quad (20)$$

onde h é o coeficiente de convecção, P e A representam o perímetro e a área da seção transversal, a_1 é o acoplamento interno e a_0 o acoplamento térmico. a_1 atua como uma fonte na equação clássica de calor para corpos rígidos. O termo a_0 , está associado à dependência das variáveis com a temperatura. Ambos estão apresentados a seguir:

$$a_1 = \sigma \dot{\varepsilon}^p - X \dot{\alpha} + Z \dot{\beta} \quad ; \quad a_0 = \theta \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \theta} (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}^p) + \frac{\partial X}{\partial \theta} \dot{\alpha} - \frac{\partial Z}{\partial \theta} \dot{\beta} \right) \quad (21)$$

O conjunto de equações constitutivas (9-12,15-18) satisfazem a segunda lei da termodinâmica (Lemaitre & Chaboche, 1990).

4. SOLUÇÃO NUMÉRICA

Um esquema de partição do operador (Pacheco, 1994), composto de um preditor termoelástico e um corretor termoplástico, é utilizado para obter a solução numérica do sistema de equações do modelo proposto. Um processo iterativo é aplicado até que se observe a convergência entre os valores das variáveis obtidos nos dois passos.

A solução numérica, para ambos os passos, envolve a integração das equações constitutivas através de um esquema de Euler: $\mathbf{y}_{t+\Delta t} = \mathbf{y}_t + \Delta \mathbf{y}$, onde $\mathbf{y} = (\sigma, \varepsilon^p, X, \beta, \theta)$ e $\Delta \mathbf{y}$ é

obtido escrevendo-se as equações constitutivas (9-12,15-18) em uma forma incremental. Os termos do acoplamento térmico não foram considerados na análise numérica.

4.1 Preditor Termoelástico

O preditor consiste na solução de um problema termoelástico com convecção, onde considera-se que as variáveis associadas ao processo plástico não evoluem ($\dot{\varepsilon}^p = \dot{X} = 0$). O estado tentativo do preditor, $y_p = (\sigma_p, (\varepsilon^p)_p, X_p, \beta_p, \theta_p)$, é obtido considerando $y_p = y_t + \Delta y$, com $\Delta y = (\Delta\sigma, \Delta\varepsilon^p, \Delta X, \Delta\beta, \Delta\theta)$ definido a seguir:

$$\Delta\sigma = \frac{-E\{-\Delta\varepsilon + \alpha_T \Delta\theta + [\gamma + 2K\sigma_t(1-\beta_t)]\Delta\beta\}}{1 + EK(2-\beta_t)\beta_t} \quad ; \quad \Delta\varepsilon^p = \Delta X = 0 \quad (22)$$

$$\Delta\theta = \frac{\frac{h_p}{A}(\theta_x - \theta_t)\Delta t + \theta \frac{\partial\sigma}{\partial\theta} \Delta\varepsilon}{\rho c - Z_t K(1-\beta_t)} \quad ; \quad \Delta\beta = -k(1-\beta_t)\Delta\theta \quad (23)$$

4.2 Corretor Termoplástico

O corretor consiste de um passo termoplástico, necessário para satisfazer os critérios da elastoplasticidade estabelecidos pela equação (14), no instante $t+\Delta t$. Os incrementos $\Delta y = (\Delta\sigma, \Delta\varepsilon^p, \Delta X, \Delta\beta, \Delta\theta)$ são definidos a seguir:

$$\Delta\sigma = \frac{-E\{\Delta\varepsilon^p + \alpha_T \Delta\theta + [\gamma + 2K\sigma_p(1-\beta_p)]\Delta\beta\}}{1 + EK(2-\beta_p)\beta_p} \quad (24)$$

$$\Delta\varepsilon^p = \Delta\lambda \text{sign}(\sigma_p - X_p) \quad ; \quad \Delta X = H \Delta\lambda \text{sign}(\sigma_p - X_p) \quad ; \quad \Delta\beta = -k(1-\beta_p)\Delta\theta \quad (25)$$

$$\Delta\theta = \frac{|\sigma_p - X_p| \Delta\lambda + \theta \left[\left(-\frac{\partial\sigma}{\partial\theta} + \frac{\partial X}{\partial\theta} \right) \Delta\varepsilon^p - \frac{\partial Z}{\partial\theta} \Delta\beta \right]}{\rho c - Z_p K(1-\beta_p)} \quad (26)$$

O passo do corretor resulta em uma solução fechada, uma vez que a substituição das equações (24-26) na equação (14), leva a uma forma explícita para o incremento do multiplicador elastoplástico:

$$\Delta\lambda = \frac{|\sigma_p - X_p| - \sigma_Y + a \text{sign}(\sigma_p - X_p)}{H - b \text{sign}(\sigma_p - X_p)} \quad (27)$$

onde a e b são termos que dependem de y_p .

5. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

A partir do procedimento numérico apresentado, algumas simulações foram realizadas para avaliar a resposta do modelo proposto. O processo de têmpera é simulado a partir do estudo de uma barra uniaxial bi-engastada, inicialmente a uma temperatura de 1173 K

(900°C) e introduzida num meio com uma temperatura constante de 293 K (20°C). As propriedades do material da barra (SAE 4140H) estão apresentadas na Tabela 1 (Denis *et al.*, 1985; Sjöström, 1985). Para as propriedades que apresentam dependência com a temperatura (E, H e σ_Y), uma expressão é dada, sendo que T representa a temperatura em °C.

Tabela 1: Propriedades do Material (SAE 4140H).

$\alpha = 1,100 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ $\kappa = 1,000 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ $M_s = 748 \text{ K}$	$\gamma = 1,330 \times 10^{-2}$ $\rho = 7,800 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$ $M_f = 393 \text{ K}$	$k = 1,100 \times 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ $c = 4,540 \times 10^2 \text{ J/Kg K}$ $h P/A = 5,000 \times 10^5 \text{ W/m}^3 \text{ K}$
$\sigma_Y(T) = \exp(20,198 - 3,649 \times 10^{-6} T^2) \text{ [Pa]}$		
$E(T) = 1,985 \times 10^{11} - 4,462 \times 10^7 T - 9,090 \times 10^4 T^2 - 2,059 T^3$		[Pa] (austenita)
$E(T) = 2,145 \times 10^{11} - 3,097 \times 10^7 T - 9,208 \times 10^4 T^2 - 2,797 T^3$		[Pa] (martensita)
$H(T) = 8,579 \times 10^7 - 8,974 \times 10^6 T \text{ [Pa]}$		

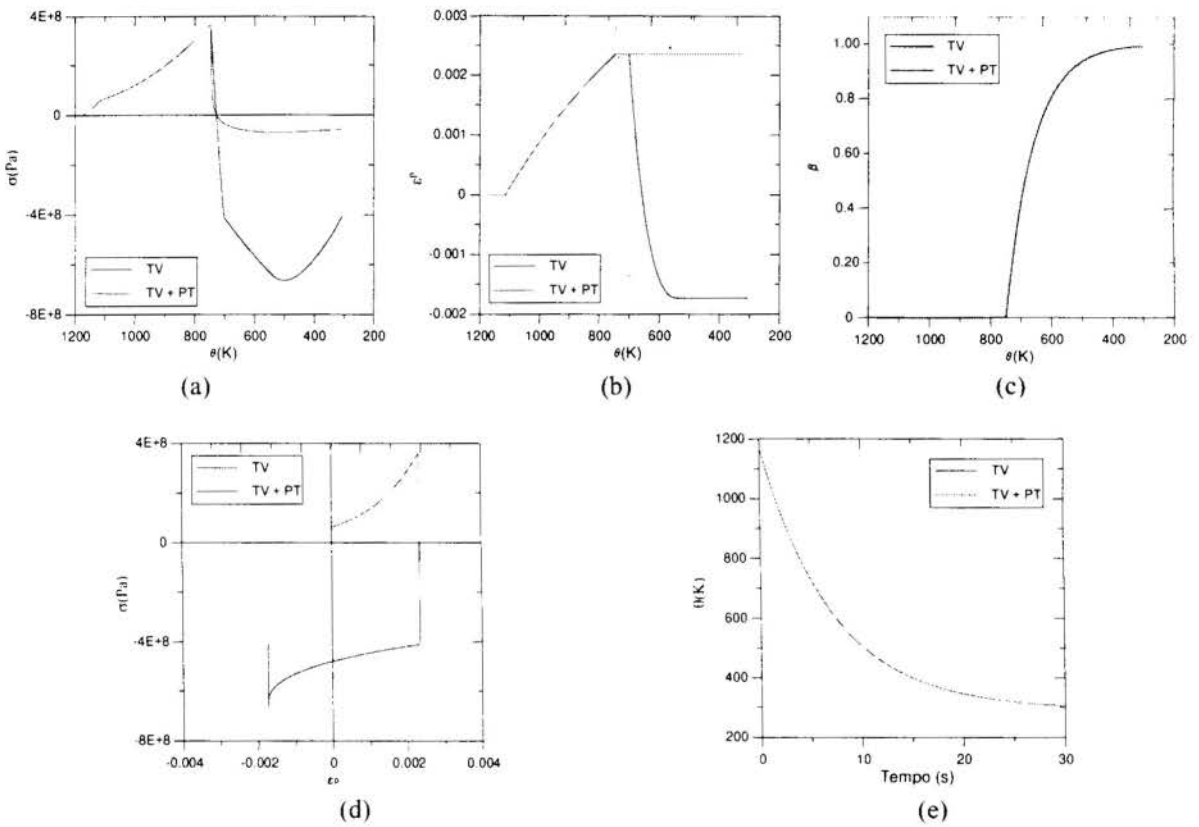


Figura 1 - Evolução com a temperatura das variáveis (a) tensão, (b) deformação plástica e (c) fase martensítica. (d) Curva tensão deformação plástica e (e) evolução da temperatura.

A Figura 1 mostra a evolução das variáveis do modelo para duas situações distintas. Além das deformações termoelastoplásticas tradicionais, considera-se a deformação associada à expansão volumétrica (TV) e esta em conjunto com a deformação plástica induzida por transformação (TV+PT). Nas Figuras 1a, 1b e 1d observa-se que, após uma deformação plástica trativa inicial, ocorre um descarregamento elástico provocado pela transformação de fase. Em seguida, comportamentos distintos são observados para as duas situações. Durante toda a simulação $\epsilon = 0$, $\epsilon^t \leq 0$, $\epsilon^{TV} \geq 0$ e ϵ^{PT} apresenta o sinal da tensão. Assim, a região plástica compressiva, observada na situação (TV), ocorre em função de $|\epsilon^{TV}| > |\epsilon^t|$, resultando em uma tensão residual de aproximadamente -400 MPa. Já para a situação (TV+PT) a região

plástica compressiva não ocorre, uma vez que ao entrar em compressão ϵ^{pt} atua com sinal oposto a ϵ^v . Nesta situação observa-se uma tensão residual inferior a -100 MPa. É importante ressaltar que a resposta depende fortemente das condições de resfriamento e da geometria. É de se esperar que problemas com outras condições apresentem comportamentos distintos. De qualquer forma, a análise apresentada mostra a importância de se incluir a deformação plástica induzida por transformação na modelagem.

Sjöström (1985) afirma que o termo de acoplamento termomecânico associado à transformação de fase é essencial à modelagem. No entanto, para o problema estudado, verificou-se que os termos de acoplamento presentes na equação do calor (20) não modificam significativamente a resposta. Isso não quer dizer, contudo, que para outras condições de carregamento e geometria possam ser desprezados.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um modelo anisotérmico com variáveis internas para descrever o processo de têmpera. A abordagem utilizada permitiu um estudo consistente do comportamento termomecânico do aço durante um processo. Apesar da modelagem ser de caráter geral, podendo considerar um número maior de fases e ser estendida para o caso tridimensional, são apresentadas simulações numéricas uniaxiais envolvendo a transformação austenita→martensita, com o objetivo de identificar e estudar os acoplamentos existentes. Um esquema de partição do operador permitiu tratar numericamente o problema acoplado através de procedimentos numéricos tradicionais. As simulações mostraram a importância de se considerar na modelagem a deformação plástica induzida por transformação e que, para o problema estudado, os termos de acoplamento termomecânico presentes na equação do calor, não modificam significativamente a resposta. Isso não quer dizer, contudo, que estes termos possam ser desprezados para outras condições.

7. REFERÊNCIAS

- DENIS, S., GAUTIER, E., SIMON, A. e BECK, G. Stress-Phase-Transformation Interactions – Basic Principles, Modelling and Calculation of Internal Stresses. *Material Science and Technology*, Vol.1, October, p.805-814, 1985.
- DESALOS, Y., GIUSTI, J. e GUNSBERG, F. Deformations et Contraintes lors du Traitement Thermique de Pieces de Acier, RE902, *Institut de Recherches de la Sidérurgie Française*, 1982.
- KOISTINEN, D.P. e MARBURGER, R.E. *Acta Metall.*, 7, 59, 1959.
- LEMAITRE, J. e CHABOCHE, J.-L. *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge Press, 1990.
- PACHECO, P.M.C.L. *Análise do Acoplamento Termomecânico em Materiais Elasto-Viscoplásticos*, Tese de Doutorado, Depto. Eng. Mecânica, PUC-Rio, 1994.
- ROCKAFELLAR, R.T. *Convex Analysis*, Princeton Press, 1970.
- SJÖSTRÖM, S. Interactions and Constitutive Models for Calculating Quench Stresses in Steel. *Material Science and Technology*, Vol.1, October, p.823-829, 1985.



PAPER CODE: COB371

A NON-EXPLOSIVE RELEASE DEVICE FOR AEROSPACE APPLICATIONS USING SHAPE MEMORY ALLOYS

PEDRO MANUEL CALAS LOPES PACHECO

*Departamento de Engenharia Mecânica, CEFET/RJ
20.271.110, Rio de Janeiro, RJ - E-Mail: calas@cefet-rj.br*

MARCELO AMORIM SAVI

*Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia
22.290.270, Rio de Janeiro, RJ - E-Mail: d4savi@epq.ime.eb.br*

Abstract

Aerospace applications use pyrotechnic devices with many different functions. Functional shock, safety, overall system cost issues, and availability of new technologies, however, question the continued use of these mechanisms on aerospace applications. Release device is an important example of a task usually executed by pyrotechnic mechanisms. Many aerospace applications like satellite solar panels deployment or weather balloon separation need a release device. Several incidents, where pyrotechnic mechanisms could be responsible for spacecraft failure, have been encouraging new designs for these devices. The Frangibolt is a non-explosive device which comprises a commercially available bolt and a small collar made of shape memory alloy (SMA) that replace conventional explosive bolt systems. This paper presents the modeling and simulation of Frangibolt. This analysis may contribute to improve the Frangibolt design.

Keywords

Shape Memory Alloys, Aerospace Applications, Release Device, Frangibolt.

1. INTRODUCTION

Aerospace applications use pyrotechnic devices with many different functions. Usually, these devices possess minimum volume/weight, provide instantaneous operation on demand, and require little input energy. Functional shock, safety, overall system cost issues, and availability of new technologies, however, question the continued use of pyrotechnic mechanisms on aerospace applications.

Lucy *et al.* (1996) summarizes results of the NASA survey of non-pyrotechnic alternative mechanisms. A comparison of functional shock characteristics of several devices is shown, and potentially related technology developments are highlighted.

Release device is an important example of a task usually executed by pyrotechnic mechanisms. Many aerospace applications like satellite solar panels deployment or weather balloon separation need a release device. Several incidents, where pyrotechnic mechanisms could be responsible for spacecraft failure, have been encouraging new designs for these devices.

The Clementine spacecraft, sent to space in 1994, successfully deployed its solar panels with a non-explosive device, called *Frangibolt*. It provides a simple, safe, and inexpensive way to anchor spacecraft appendages during launch and release them on cue. Frangibolt comprises a commercially available bolt and a small collar made of shape memory alloy (SMA). Frangibolts replace conventional explosive bolt systems possessing inherent risks that range from handling and installation hazards to unintentional activation and fragmentation. Busch *et al.* (1992) presents a discussion of Frangibolt design.

SMA's are a metal family with the ability of changing shape depending on their temperature. SMA's undergo thermoelastic martensitic transformations, which may be induced either by temperature or stress. When a SMA specimen is stressed at a constant temperature, inelastic deformation is observed above a critical stress. This inelastic process, however, fully recovers during the subsequent unloading. The stress-strain curve, which is the macroscopic manifestation of the deformation mechanism of the martensite, forms a hysteresis loop. At a lower temperature, some amount of strain remains after complete unloading. This residual strain may be recovered by heating the specimen. The first case, is the pseudoelastic effect, while the last is the shape memory effect (SME) (Tanaka, 1990; Borden, 1991). These effects are inter-related in the sense that, if the hysteresis cycle in the pseudoelastic case is not completed when applied stress is removed, then reversion of residual martensite must be induced upon heating, by employing the SME (Sun & Hwang, 1993). In the process of returning to their remembered shape, the alloys can generate a large force which may be useful for actuation (Rogers, 1995).

Ni-Ti, Cu-Zn, Cu-Zn-Al, Mg-Cu, Fe-Mn-Si, Cr-Ni are some of the SMA's. The properties of SMA's are very sensitive to composition and processing variables. Ni-Ti (Nitinol) is the most popular SMA as a consequence of a combination of shape memory response with good engineering properties. Strains that elongate up to 8% can be reversed by heating the alloy, typically with electric current (Tuominen & Biermann, 1988)

This paper presents the modeling and simulation of release devices using SMA's, specifically, Frangibolt. The authors think that this analysis may contribute to improve Frangibolt design.

2. DESCRIPTION OF THE RELEASE DEVICE

Release devices must be load resistant during launch and must be fractured under force generated by the actuator. Frangibolt is a simple release device using SMA's with two main components: A notched bolt element with matched nut and a SMA actuator (Figure 1).

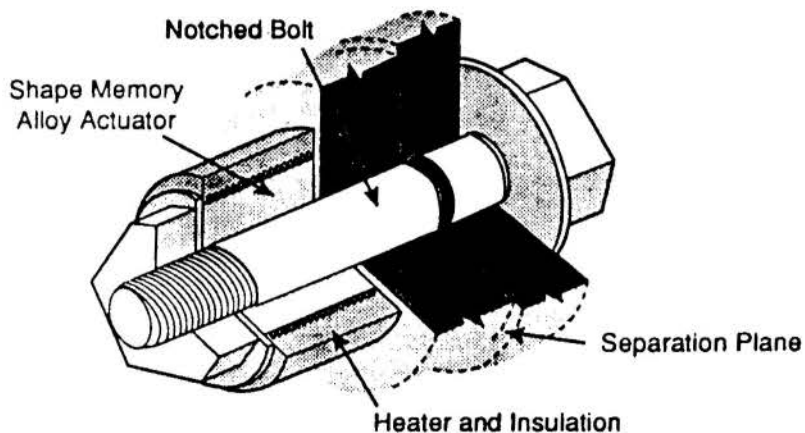


Figure 1: Frangibolt device - Busch *et al.* (1992).

The basic idea of the device is to exploit shape memory effect to produce forces that will break the bolt, performing the release. To do it, a pre-compressed SMA cylinder with an integral heater is used as actuator. By heating the actuator, SMA elongates and a force is generated.

Frangibolt has many advantages compared with pyrotechnic devices. It enables non-destructive and repeated testing and greatly reduces the shock of release. The device has two potential limitations: the response time is not immediate and the phase transformation temperature cannot be much higher than 120°C. Design of Frangibolt must be alert to bolt element (bolt material and notch geometry), actuator element and heater (Busch *et al.*, 1992).

3. A CONSTITUTIVE MODEL FOR SMAs

Microstructural aspects of SMAs have shown that these alloys may present two possible phases: Austenite and Martensite. Martensitic plates may be internally twin-related. Hence, different deformation orientations of crystallographic plates constitute what is known by martensitic variants (Zhang *et al.*, 1991).

Phenomenological aspects of SMA behavior are considered by constitutive models, which is formulated to describe the shape memory and pseudoelastic effects. Savi & Braga (1993) present an overview of some constitutive models for SMAs. Here, the model with assumed transformation kinetics, proposed by Tanaka and co-workers, is considered (Tanaka, 1990, 1985; Sato *et al.*, 1985; Tanaka & Nagaki, 1982). It is a one-dimensional model which assumes the kinetics of phase transformation establishing a relationship between the martensitic fraction, β , and other internal variables such as temperature, T , and one-dimensional strain, ϵ . The rate form of constitutive equation is given by,

$$\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - \alpha \dot{\beta} - \Xi \dot{T} \quad , \quad (1)$$

where E is the elastic modulus, Ξ is a thermodynamic coefficient and α is a coefficient associated with phase transformation. They are positive constants. The martensitic fraction β can assume a value in the range $-1 \leq \beta \leq +1$. $\beta = +1$ means that the body is 100% on a martensitic variant $M+$, which is induced by tensile stresses. $\beta = -1$, by the other side, means that the body is 100% on a martensitic variant $M-$, which is induced by compressive stresses. $\beta = 0$ is associated with the matrix phase, which may be austenite or twinned martensite, depending on temperature.

Phase transformation is assumed to be determined by the current values of stress and temperature, $\beta = \beta(\sigma, T)$. The transformation from austenite to martensite may be described by an exponential law:

$$\beta = \left\{ 1 - \exp \left[-a_M (M_s - T) - b_M |\sigma| \right] \right\} \text{sign}(\sigma) \quad (2)$$

where $\text{sign}(\sigma) = \sigma / |\sigma|$. a_M and b_M are positive constants. M_s is the temperature at which martensitic phase begins to be transformed. This equation holds for, $\sigma \geq \sigma_M = (a_M / b_M) (T - M_s)$.

The reverse transformation is described by another exponential law,

$$\beta = \left\{ \beta^M \exp \left[-a_A (T - A_s) + b_A |\sigma| \right] \right\} \text{sign}(\sigma) \quad (3)$$

where a_A and b_A are positive constants and β^M represents the volumetric fraction of martensite when the reverse transformation begins to take place. A_s is the temperature at which austenitic phase begins to be transformed. This equation holds for, $\sigma \leq \sigma_A = (a_A / b_A) (T - A_s)$.

4. MODELING OF THE RELEASE DEVICE

Frangibolt modeling proposed here considers that all components, except SMA actuator and bolt, are rigid. Figure 2 shows device and model schematic diagrams.

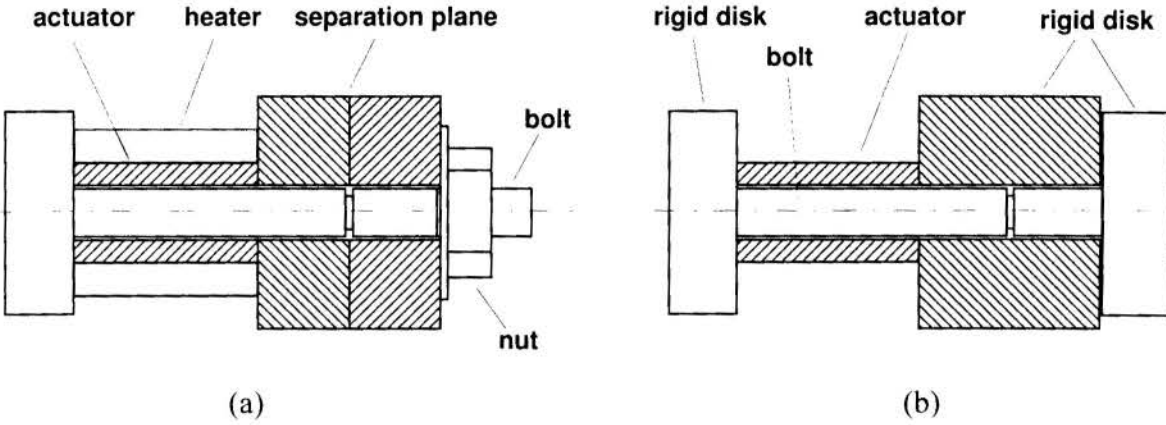


Figure 2: Scheme of Frangibolt release device. (a) Device and (b) model.

By heating the pre-compressed SMA actuator, it elongates causing the bolt deformation. The rate form of displacement on each element is given by:

$$\dot{u}_B = \frac{\dot{P}}{K_B} \quad ; \quad \dot{u}_S = \dot{\epsilon}_S L_S = \frac{L_S}{E_S} (\dot{\sigma}_S + \alpha \dot{\beta} + \Xi \dot{T}) \quad (4)$$

where P and K_B is the force and stiffness of the bolt, respectively. L_S is the actuator length. For the geometry adopted, finite element simulations of the notched bolt shows that a linear relationship between force and displacement can be assumed without any loss in the elastic region (Busch *et al.*, 1992). By compatibility requirements,

$$\dot{u}_B = \dot{u}_S \quad (5)$$

By considering the force P that acts on both elements (compressive on SMA actuator and tensile on bolt), equilibrium establishes that,

$$\sigma_S = -\frac{P}{A_S} \quad ; \quad \sigma_B = \frac{P}{A_B} \quad (6)$$

Hence, it is possible to write,

$$\dot{\sigma}_S = -K(\alpha \dot{\beta} + \Xi \dot{T}) \quad (7)$$

where $K = \frac{1}{1 + (K_s/K_B)}$ and $K_s = \frac{E_s A_s}{L_s}$ is the linear elastic axial stiffness of the actuator.

For austenite-martensite transformation, the following evolution equation is obtained using relation (2) in equation (7):

$$\dot{\sigma}_s = K \frac{[\alpha a_M (1-\beta) - \Xi \dot{T}]}{[1 + K \alpha b_M (1-\beta) \text{sign}(\sigma)]} \dot{T} \quad \text{for } |\sigma| \geq \sigma_M \quad (8)$$

For the reverse transformation, using relation (3) in equation (7), it is obtained,

$$\dot{\sigma}_s = K \frac{[\alpha a_A \beta - \Xi \dot{T}]}{[1 + K \alpha b_A \beta \text{sign}(\sigma)]} \dot{T} \quad \text{for } |\sigma| \leq \sigma_A \quad (9)$$

An iterative predictor-corrector numerical procedure is used to solve the governing equations. The procedure considers a thermoelastic predictor step where no transformation takes place, that is, $\dot{\beta} = 0$. Next, an iterative integration scheme is used to obtain σ_s and β . The process must be repeated until convergence on the variables is achieved.

5. NUMERICAL SIMULATIONS

A working device that has been successfully tested in space (Lucy *et al.*, 1996) is chosen in the numerical simulations. This device has a Nitinol actuator with 25mm length, 6.6mm inside diameter and 12.7mm outside diameter. A Titanium 318 (6% Al, 4% V) bolt with a ¼ in (6.35mm) diameter and 50mm length is considered. The bolt has a 1.11mm deep notch with 0.25mm radius.

The actuator is pre-compressed and, as a consequence, a 2.5% residual strain is obtained. It guarantees 100% of martensitic phase (M-). A heater with a silicon rubber insulation and adhered to Nitinol cylinder furnishes 120 kW/m², which is sufficient to promote a temperature rise of 100°C. Material parameters are presented in Table 1 (Jackson *et al.*, 1972) and Table 2 (Smithells, 1978).

Table 1: Material Parameters. Nitinol SMA actuator.

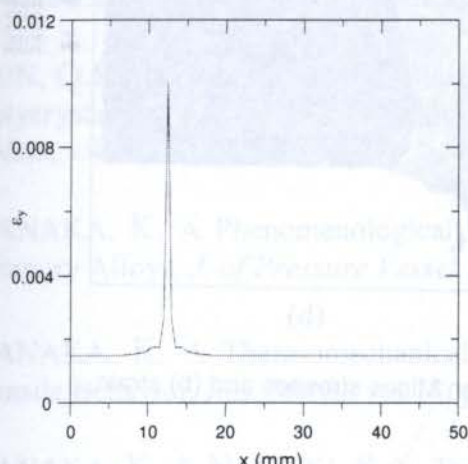
E_s (Gpa)	α (GPa)	Ξ (KPa)	M_s (°C)	A_s (°C)
60	1.25	642	20	50
a_M (°C ⁻¹)	b_M (MPa ⁻¹)	a_A (°C ⁻¹)	b_A (MPa ⁻¹)	
1.100	0.080	1.100	0.080	

Table 2: Material Parameters. Titanium bolt.

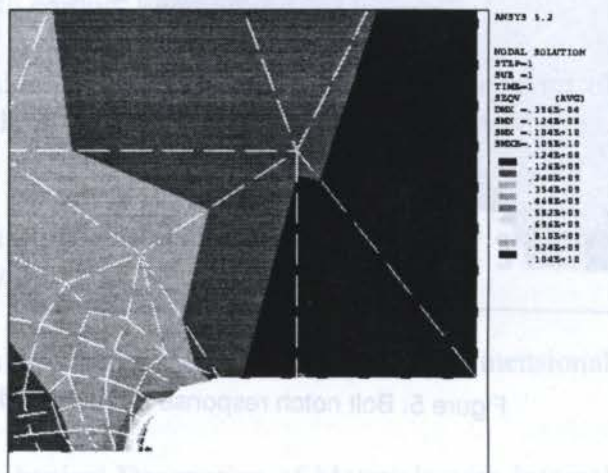
E_B (GPa)	σ_Y (GPa)	σ_U (GPa)	Rupture Elongation (%)
106	1.05	1.15	4.0

ANSYS/ED 5.2 is used on Finite Element simulations to determine bolt response. By considering an elastic analysis, a linear relationship between force and displacement is observed for all stresses studied. Indeed, a constant stiffness of 63 MN/m is adopted in the following analysis.

First, load resistance during launch is analyzed by considering a force $P = 5\text{KN}$ applied to the bolt (Busch *et al.*, 1992). Figure 3a shows axial strain over the bolt length. Strains are concentrated near the notch as it was expected. Figure 3b shows von Mises equivalent stresses in the bolt notch region. In a small region, the stress almost reaches the yielding limit (σ_Y). Stress concentration factor near 3 is observed.



(a)



(b)

Figure 3: Resistance to launch load. (a) Axial strain distribution over the bolt length; (b) von Mises stresses on the bolt notch.

Now, by heating SMA actuator, release procedure is simulated. Figure 4 shows force, displacement and martensitic fraction evolution with temperature variation. Phase transformations induce actuator strain recovery which promotes the release by loading the notched bolt until it breaks.

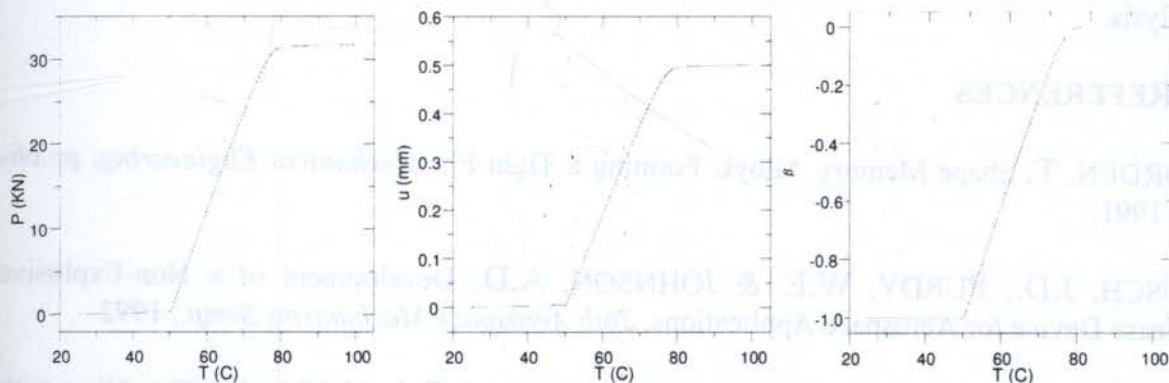


Figure 4: Evolution of Force, displacement and martensitic fraction during release.

By considering the maximum force produced by the actuator, it is possible to analyze bolt response on release procedure. Figure 5 shows von Mises equivalent stresses and strain

for $P = 32\text{KN}$. An elastic finite element analysis is developed and maximum values of 6.6 GPa and 8.2% , respectively, are observed at the notch. Actually, the bolt experiments plastic deformations, but the elastic analysis furnishes a simple and conservative way to simulate the device behavior. An elasto-plastic analysis will predict lower stresses and higher strains.

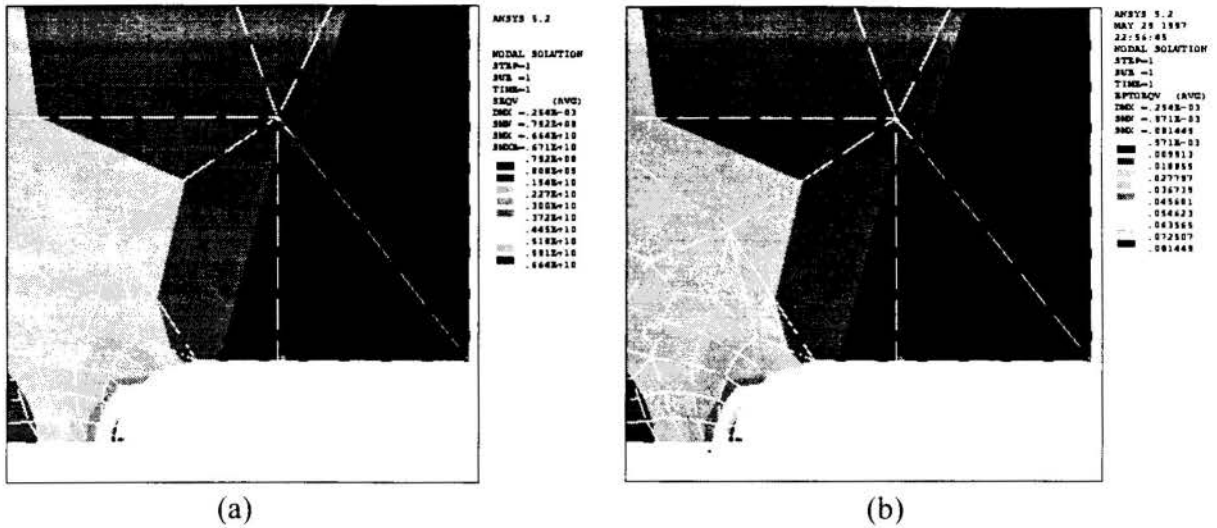


Figure 5: Bolt notch response for release load. (a) von Mises stresses and (b) strain.

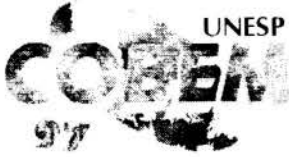
6. CONCLUSIONS

Release device is an important example of a task usually executed by pyrotechnic mechanisms. Many aerospace applications like satellite solar panels deployment or weather balloon separation need a release device. Several incidents, where pyrotechnic mechanisms could be responsible for spacecraft failure, have been encouraging new designs for these devices. This paper presents the modeling and simulation of release devices using SMAs, specifically, Frangibolt. Despite the simplicity of the model proposed, it predicts results which are consistent with experimental requires. This analysis may contribute to improve Frangibolt design. The proposed model can be improved by considering an elasto-plastic analysis.

7. REFERENCES

- BORDEN, T. Shape Memory Alloys: Forming a Tight Fit, *Mechanical Engineering*, pp.66-72, 1991.
- BUSCH, J.D., PURDY, W.E. & JOHNSON, A.D. Development of a Non-Explosive Release Device for Aerospace Applications, *26th Aerospace Mechanisms Symp.*, 1992.
- JACKSON, C.M., WAGNER, H.J. & WASILEWSKI, R.J. 55-Nitinol – The Alloy with Memory: Its Physical Metallurgy, Properties, and Applications, *NASA SP-5110*, 1972.
- LUCY, M., HARDY, R., KIST, E., WATSON, J. & WISE, S. Report on Alternative Devices to Pyrotechnics on Spacecraft, *NASA 16-19*, 1996.

- ROGERS, C.A. Intelligent Materials, *Scientific American*, September, pp.122-127, 1995.
- SATO, Y., TANAKA, K. & KOBAYASHI, S. Pseudoelasticity and Shape Memory Effect Associated with Stress-Induced Martensitic Transformation: A Thermomechanical Approach, *Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci.*, v.28, n.81, pp.150-160, 1985.
- SAVI, M.A. & BRAGA, A.M.B. Chaotic Vibrations of an Oscillator with Shape Memory, *J. Brazilian Society for Mechanical Sciences - RBCM*, v.XV, n.1, pp.1-20, 1993.
- SMITHELLS, C.J. Metals Reference Book, 5th edition, Butterworths, London, 1978.
- SUN, Q.P. & HWANG, K.C. Micromechanics Modelling for the Constitutive Behavior of Polycrystalline Shape Memory Alloys: II-Study of the Individual Phenomena, *J. Mech.Phys. Solids*, v.41, n.1, pp.19-33, 1993.
- TANAKA, K. A Phenomenological Description on Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys, *J. of Pressure Vessel Technology*, v.112, pp.158-163, 1990.
- TANAKA, K. A Thermomechanical Sketch of Shape Memory Effect: One-Dimensional Tensile Behavior, *Res. Mech.*, vol.18, pp.251, 1985.
- TANAKA, K. & NAGAKI, S.A. Thermomechanical Description of Materials with Internal Variables in the Process of Phase Transitions, *Ing. Arch.*, vol.51, pp.287-299, 1982.
- TUOMINEN, S.M. & BIERMANN, R.J. Shape Memory Wires, *J. of Metals*, pp.32-35, February, 1988.
- ZHANG, X.D., ROGERS, C.A. & LIANG, C. Modeling of Two-Way Shape Memory Effect, *ASME - Smart Structures and Materials*, AD.v.24, pp.79-90, 1991.



PAPER CODE: COB654

MODELAGEM PARALELA E DISTRIBUÍDA DE SÉRIES
TEMPORAIS EM SUBESPAÇOS DO ESPAÇO DE ESTADO /
*PARALLEL AND DISTRIBUTED MODELING OF TIME SERIES IN SUBSPACES OF
THE STATE SPACE*

CELSO PASCOLI BOTTURA †, GILMAR BARRETO †, MAURÍCIO JOSÉ BORDON † &
JOSÉ TARCISIO COSTA FILHO ‡

†Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas
UNICAMP, Campinas, Brasil, gbarreto@fee.unicamp.br. ‡Departamento Engenharia Elétrica -
Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Brasil., tarcisio@ufma.br

Abstract

In this paper a procedure using a subspace method developed by Aoki (1990) for multivariate time series state space modeling high performance computing is proposed. The resulting algorithm allows the obtention of the triple of matrices (**A**, **B** and **C**), for the state space model for multivariable time series, using singular value decomposition of the Hankel matrix, obtained from data of the time series we intend to model. This contribution aims the viabilization of applications to large scale systems needing real time multivariate time series modeling.

Keywords

State space, time series, identification, modeling, state estimation. Espaço de estado, séries temporais, identificação, modelagem, estimação de estado.

1. INTRODUÇÃO

A teoria de sistemas lineares, especialmente neste século sofreu grandes desenvolvimentos . A partir do final da década de 50, a abordagem via espaço de estados por Kalman foi de grande impacto, Kailath (1980), Caines (1988) . A modelagem de séries temporais, a identificação e a análise de sistemas foram e são as grandes beneficiárias desta teoria, mas em diferentes épocas e abordagem. A abordagem via espaço de estados para modelagem de séries temporais foi beneficiada através dos trabalhos de Akaike (1974) e Faure (1973) nos anos setenta, e através do trabalho de Aoki (1990) nos anos oitenta. Recentemente, o livro de análise de séries temporais de Hamilton (1994), por exemplo, tem grande parte dedicada à modelagem

de séries temporais no espaço de estados e este tratamento tem se destacado por exemplo em economia. Computação de alto desempenho é mais recente, e modelagem no espaço de estado e computação de séries temporais multivariadas tem aplicações em diversas áreas: economia, engenharia, ecologia, medicina.

Este trabalho mostra um algoritmo paralelo para modelagem de séries temporais multivariáveis. Um sistema dinâmico linear, invariante no tempo e de dimensão finita, pode representar uma família de séries temporais vetoriais, Willems (1986). Caso esta família de vetores seja disposta em uma forma matricial conveniente podemos ter uma matriz de Hankel. O tratamento da matriz de Hankel pelo algoritmo de Aoki (1990), através de técnicas numéricas adequadas, nos leva a obter uma das realizações do sistema dinâmico em estudo.

O enfoque deste trabalho é apresentar uma contribuição para a diminuição dos tempos de processamento e comunicação dos dados, utilizados para modelar séries temporais multivariáveis, através de tratamento computacional em paralelo destes dados, Bertsekas *et al.* (1989) e Geist *et al.* (1994).

2. MODELAGEM PARALELA DE SÉRIES TEMPORAIS

A modelagem paralela de séries temporais multivariadas no espaço de estado requer múltiplos experimentos com sequências de entradas e saídas. Tal modelo pode ser representado por um sistema discreto estocástico linear multivariável e invariante no tempo, com ruído branco na entrada :

$$\begin{cases} x_{t+1} &= \mathbf{A}x_t + \mathbf{B}e_t \\ y_t &= \mathbf{C}x_t + e_t \end{cases} \quad (1)$$

onde : $x_t \in \mathbb{R}^n$: vetor de estado estacionário no sentido fraco; $e_t \in \mathbb{R}^p$: vetor de ruído com média zero, serialmente não correlato, estacionário no sentido fraco; $y_t \in \mathbb{R}^p$: vetor de observação (saída); $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$: matriz dinâmica do sistema; $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$: matriz de entrada do sistema; $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$: matriz de saída.

Para a obtenção da tripla $(\mathbf{A}, \mathbf{B}$ e $\mathbf{C})$ a partir das séries temporais de saída, considera-se que o par de matrizes $\{\mathbf{A}, \mathbf{C}\}$ é observável e que o par de matrizes $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$ é atingível e ainda que $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}\}$ é uma realização mínima balanceada para o sistema dado na equação (1), isto é :

$$\mathbf{G}_c = \mathbf{G}_o \quad (2)$$

onde \mathbf{G}_o é o gramiano de observabilidade e \mathbf{G}_c é o gramiano de atingibilidade:

$$\mathbf{G}_o = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{A}^T)^k \mathbf{C}^T \mathbf{C} \mathbf{A}^k \quad \text{e} \quad \mathbf{G}_c = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{A}^k \mathbf{B} \mathbf{B}^T (\mathbf{A}^T)^k \quad (3)$$

O algoritmo de Masanao Aoki é executado em 7 etapas de paralelização :

- Etapa 1 - Geração simultânea das matrizes \mathbf{H}^A , \mathbf{H}^M , \mathbf{H}^C , \mathbf{H} , \mathbf{Y}_- e \mathbf{Y}_+ .

A partir dos dados de saída do sistema podemos gerar duas matrizes, \mathbf{Y}_- e \mathbf{Y}_+ dadas por:

$$\mathbf{Y}_- = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_2 & \mathbf{y}_3 & \dots & \mathbf{y}_{N-1} \\ 0 & \mathbf{y}_1 & \mathbf{y}_2 & \dots & \mathbf{y}_{N-2} \\ 0 & 0 & \mathbf{y}_1 & \dots & \mathbf{y}_{N-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{y}_{N-K} & \mathbf{y}_{N-K+1} \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{y}_{N-K-1} & \mathbf{y}_{N-K} \end{bmatrix} \quad \text{onde } \mathbf{Y}_- \in \mathfrak{R}^{(Kp) \times (N-1)} \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_+ = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_2 & \mathbf{y}_3 & \mathbf{y}_4 & \dots & \mathbf{y}_{N-1} & \mathbf{y}_N \\ \mathbf{y}_3 & \mathbf{y}_4 & \mathbf{y}_5 & \dots & \mathbf{y}_N & 0 \\ \mathbf{y}_4 & \mathbf{y}_5 & \mathbf{y}_6 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{y}_J & \mathbf{y}_{J+1} & \mathbf{y}_{J+2} & \dots & 0 & 0 \\ \mathbf{y}_{J+1} & \mathbf{y}_{J+2} & \mathbf{y}_{J+3} & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{onde } \mathbf{Y}_+ \in \mathfrak{R}^{(Jp) \times (N-1)} \quad (5)$$

O produto das matrizes \mathbf{Y}_+ e \mathbf{Y}_-^T permite gerar uma matriz de Hankel, \mathbf{H} , sem calcular explicitamente as covariâncias Λ_k . Assim,

$$\mathbf{H}_{J,K} = \frac{\mathbf{Y}_+ \mathbf{Y}_-^T}{N}, \quad (6)$$

então nós obtemos uma matriz de Hankel tal que :

$$\mathbf{H}_{J,K} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{M} & \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{M} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{A}^{K-1}\mathbf{M} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{M} & \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{M} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{A}^K\mathbf{M} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{M} & \mathbf{C}\mathbf{A}^3\mathbf{M} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{A}^{K+1}\mathbf{M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{J-1}\mathbf{M} & \mathbf{C}\mathbf{A}^J\mathbf{M} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{A}^{J+K-1}\mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \dots & \Lambda_K \\ \Lambda_2 & \Lambda_3 & \dots & \Lambda_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Lambda_J & \Lambda_{J+1} & \dots & \Lambda_{J+K} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ainda, dos dados de saída do sistema podemos gerar três novas matrizes:

$$\mathbf{H}^A = \begin{bmatrix} \Lambda_2 & \Lambda_3 & \dots & \Lambda_{K+1} \\ \Lambda_3 & \Lambda_4 & \dots & \Lambda_K \\ \Lambda_4 & \Lambda_5 & \dots & \Lambda_K \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Lambda_{J+1} & \Lambda_{J+2} & \dots & \Lambda_{J+K+1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^M = \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \Lambda_2 \\ \Lambda_3 \\ \vdots \\ \Lambda_J \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad (8)$$

$$\mathbf{H}^C = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{M} & \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{M} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{A}^{K-1}\mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \dots & \Lambda_K \end{bmatrix}. \quad (9)$$

bem como

$$\Lambda_0 = E(\mathbf{y}_t \mathbf{y}_t^T) = \mathbf{C}\mathbf{\Pi}\mathbf{C}^T + \Delta, \quad (10)$$

onde Λ_0 é a autocovariância do vetor de saída, e onde considera-se que o ruído de entrada tenha uma matriz de covariância dada por :

$$E(e_t e_s^T) = \Delta \delta_{t,s}, \quad \Delta > 0 \quad (\text{condição de regularidade}) \quad (11)$$

e que o estado possua uma matriz de covariância dada por :

$$E(x_t x_t^T) = \mathbf{\Pi}, \quad (12)$$

com a matriz $\mathbf{\Pi}$ constante.

- Etapa 2 - A decomposição em valores singulares da matriz $\mathbf{H}_{J,K}$ é obtida :

$$\mathbf{H}_{J,K} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}^{1/2}\mathbf{\Sigma}^{1/2}\mathbf{V}^T. \quad (13)$$

Um problema importante na área da computação matricial é a determinação dos autovalores e autovetores de uma matriz que nos possibilita realizar a decomposição em valores singulares da matriz $\mathbf{H}_{J,K}$. Este problema possui uma formulação teórica simples, mas sua solução computacional apresenta dificuldades consideráveis, Jainandusing *et al.* (1989) e Janakiraman *et al.* (1982).

Dada uma matriz $\mathbf{\Gamma} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$, sempre existe a decomposição

$$\mathbf{U}^T \mathbf{\Gamma} \mathbf{V} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r) \in \mathfrak{R}^{m \times n} \quad r = \min\{m, n\} \quad (14)$$

com $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$ e sendo \mathbf{U} e \mathbf{V} matrizes unitárias.

Os números σ_i são valores singulares de $\mathbf{\Gamma}$, as colunas de \mathbf{U} são vetores singulares de $\mathbf{\Gamma}$ à esquerda e formam uma base para o espaço coluna de $\mathbf{\Gamma}\mathbf{\Gamma}^T$; as colunas de \mathbf{V} são vetores singulares de $\mathbf{\Gamma}$ à direita e formam uma base para o espaço coluna de $\mathbf{\Gamma}^T\mathbf{\Gamma}$.

Por inspeção do conjunto de valores singulares de uma matriz, pode-se determinar seu posto numérico, visto que seu menor valor singular é uma medida da sua distância ao espaço vetorial das matrizes reais $m \times n$ com posto incompleto, Golub *et al.* (1989).

- Etapa 3 - Neste nível são calculadas paralelamente as matrizes do sistema (1):

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{H}^A \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^{-1/2}, \quad (15)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{H}^C \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^{-1/2}, \quad (16)$$

e a matriz \mathbf{M} , é dada por :

$$\mathbf{M} = \mathbf{\Sigma}^{-1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{H}^M, \quad (17)$$

onde \mathbf{M} é definida por :

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{\Pi}\mathbf{C}^T + \mathbf{B}\mathbf{\Delta}. \quad (18)$$

- Etapa 4 - Construimos a matriz simplética :

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Psi} - \hat{\mathbf{Q}}\mathbf{\Psi}^{-T}\mathbf{D} & \hat{\mathbf{Q}}\mathbf{\Psi}^T \\ -\mathbf{\Psi}^T\mathbf{D} & \mathbf{\Psi}^{-T} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

onde as matrizes auxiliares são dadas por :

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T \mathbf{\Lambda}_0^{-1} \mathbf{M}^T, \quad \hat{\mathbf{Q}} = \mathbf{C}^T \mathbf{\Lambda}_0^{-1} \mathbf{C}, \quad \text{e } \mathbf{D} = \mathbf{M} \mathbf{\Lambda}_0^{-1} \mathbf{M}^T. \quad (20)$$

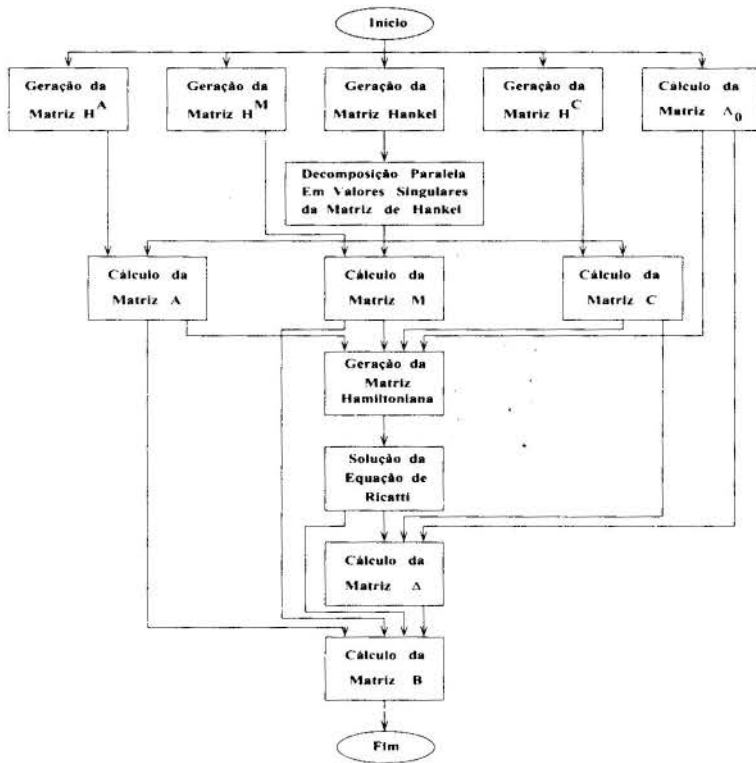


Figura 1: Implementação Paralela do Algoritmo

- Etapa 5 - A matriz Π , solução da equação de Ricatti, é determinada a partir da equação:

$$\Pi = A\Pi A^T + K(\Pi) \quad (21)$$

onde

$$K(\Pi) = (M - A\Pi C^T)(\Lambda_0 - (C\Pi C^T)^{-1}(M - A\Pi C^T)^T). \quad (22)$$

A solução Π pode ser obtida a partir da decomposição de Schur real da matriz Φ :

$$\Phi = WTW^T. \quad (23)$$

Esta decomposição é obtida a partir do método **QR**.

Particionando a matriz unitária W conforme :

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

enunciamos a seguinte proposição, Vaughan (1970):

Proposição : A matriz $\Pi = W_{21}W_{11}^{-1}$ é a solução da Equação de Ricatti.

- Etapa 6 - Cálculo da matriz Δ , onde Δ é dada por :

$$\Delta = \Lambda_0 - C\Pi C^T \quad (25)$$

- Etapa 7 - Obtenção da matriz **B** :

$$\mathbf{B} = (\mathbf{M} - \mathbf{A}\mathbf{\Pi}\mathbf{C}^T)\mathbf{\Delta}^{-1} \quad (26)$$

As etapas de paralelização estão representadas na Figura 1.

Na etapa inicial do processamento são construídas matrizes de covariância a partir do mesmo conjunto de dados, visto que estas matrizes são independentes e podem ser distribuídas entre os vários processadores e executadas simultaneamente, Stevens (1990). Os resultados parciais são então combinados por um processador gerente que armazena e envia as matrizes obtidas mais recentemente aos processadores que executarão as próximas tarefas. O cálculo final das matrizes dos sistema depende da finalização do cálculo dos valores singulares da matriz de Hankel. A decomposição em valores singulares da matriz de Hankel é executada em paralelo num ambiente multi processado.

Pretende-se na continuidade deste trabalho otimizar o tempo de utilização dos processadores com a paralelização da solução algébrica da equação de Ricatti, pois esta tarefa é a que exige maior desempenho computacional, Golub *et al.*(1993).

3. EXEMPLO

Como exemplo a ser apresentado utilizamos um conjunto de dados do tipo :

$$\mathbf{y}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_t^{(1)} \\ \mathbf{y}_t^{(2)} \end{bmatrix}, \quad t = 1, 2, 3, \dots, 60, \quad (27)$$

que foram obtidos artificialmente a partir do seguinte sistema teste :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.735 & -0.363 \\ 0.333 & -0.565 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1.502 & -0.949 \\ -0.945 & -0.088 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -1.438 & -0.680 \\ 1.067 & -0.531 \end{bmatrix} \quad (28)$$

A matriz de Hankel foi gerada com as covariâncias $\mathbf{\Lambda}_1$, $\mathbf{\Lambda}_2$ e $\mathbf{\Lambda}_3$ e em sua decomposição em valores singulares, os valores singulares σ_i^2 ,

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_i} > Z \quad (29)$$

foram desconsiderados, onde Z é uma constante determinada experimentalmente. Bons resultados foram obtidos com $10 \leq Z \leq 100$, para este experimento. Na figura 2 o eixo das abcissas corresponde ao número de observações indexadas no tempo e o eixo das ordenadas ao vetor de saída da realização original e ou da realização calculada.

Para avaliação dos resultados obtidos, comparamos a sequência $\{y_t^{(c)}\}$, (Fig.2 - y_{c1} e y_{c2}), gerada com as matrizes $\mathbf{A}^{(c)}$, $\mathbf{B}^{(c)}$ e $\mathbf{C}^{(c)}$ calculadas, com a sequência $\{y_t\}$, (Fig. 2 - y_1 e y_2), ambas obtidas em resposta a mesma excitação de ruído branco. Consideramos, também, a diferença

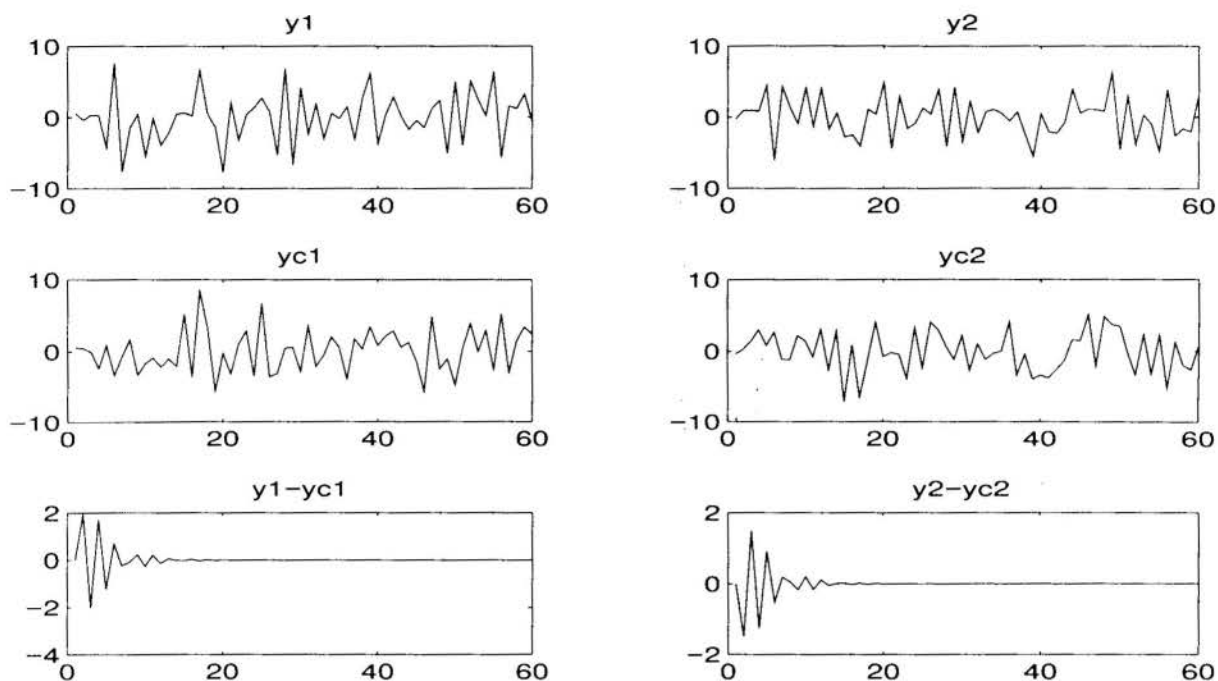


Figura 2: Exemplo do Resultado de Algoritmo Paralelo

entre as respostas impulsivas ($e^{(1)} = \delta(0)$, $e^{(2)} = 0$) para as duas saídas, (Fig. 2 - $y1 - yc1$ e $y2 - yc2$).

O algoritmo é paralelizado para a utilização de modo eficaz de 5 processadores, gerando um ganho da velocidade de processamento da ordem de 60 % em relação ao processamento sequencial.

4. CONCLUSÕES

Sistemas de grande porte estão sendo criados pelo homem nas mais diversas áreas. A necessidade de uma melhor compreensão das relações entre as variáveis que descrevem a dinâmica observada em dados amostrados torna-se um fator de fundamental importância. A modelagem de séries temporais no espaço de estado fornece uma ferramenta simples para a descrição de tais dados amostrados com suficiente acuidade.

A paralelização de um algoritmo executado em ambiente distribuído para a realização de um sistema linear invariante no tempo modelando série temporal multivariável baseada em dados experimentais de um processo é a principal contribuição deste trabalho e mostra-se eficiente sob o aspecto de redução de tempo de processamento.

5. REFERÊNCIAS

Akaike, H. Stochastic Theory of Minimal Realization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-19, No.6, 667-674, December, (1974).

Aoki, M. *State Space Modeling of Time Series*, second ed. , Springer-Verlag, (1990).

Bertsekas, D. & Tsitsiklis, J. *Parallel and Distributed Computations*, Prentice Hall, (1989).

Caines, P.E. *Linear Stochastic Systems*, Wiley, (1988).

Faure, P.L. Realisations Markoviennes de Processus Stationnaires, *IRIA - Rapport de Recherche*, No.13, March, (1973).

Geist, A., Beguellini, A., Dongarra, J., Jiang, W. Manchek, R. & Sunderam, V. *PVM: Parallel Virtual Machine - A Users' Guide and Tutorial for Networked Parallel Computing*, The MIT Press, (1994).

Golub, G.H. & Ortega, J.M. *Scientific Computing: An Introduction with Parallel Computing*, Academic Press, (1993).

Golub, G.H. & Van Loan, C.F. *Matrix Computations*, The Johns Hopkins University Press, (1989).

Hamilton, J.D. *Time Series Analysis*, Princeton U.P., (1994).

Jainandunsing, K. & Deprettere, E. F. A New Class Of Parallel Algorithms For Solving Systems Of Linear Equations, *SIAM J.Sci.Stat.Comput.* Vol.10, No.5, 880-912, (1989).

Janakiraman, P.A. & S. Renganathan, S. Recursive Computation of Pseudo-Inverse of Matrices, *Automatica*, Volume 18, No. 5, 631-633, September, (1982).

Kailath, T. *Linear Systems*, Prentice-Hall, Inc., (1980).

Stevens, W.R. *UNIX Network Programming*, Prentice Hall Software Series, (1990).

Vaughan, D.R. A Nonrecursive Algebraic Solution for the Discrete Ricatti Equation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-15, No.5, 597-599, October, (1970).

Willems, J.C. From Time Series to Linear System - Part I : Finite Dimensional Linear Time Invariant Systems, *Automatica*, Volume 22, No.5, 561-580, September, (1986).



PAPER CODE: COB701

MODELING OF PIG MOTION UNDER TRANSIENT FLUID FLOW

EIJIRO VIANES CAMPO & FELIPE BASTOS DE FREITAS RACHID
Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense
24210-240 - Niterói - RJ - Brazil - E-mail: rachid@caa.uff.br

Abstract

This paper presents a very simple, from the mechanical and mathematical viewpoints, model to predict pig motion driven by transient incompressible fluid flows. Mechanical and hydrodynamical friction forces, inertia effects of both pig and fluid, operational characteristics of equipment installed in the line as well as other features are properly taken into account. Numerical simulations carried out for a representative problem illustrate the model capability of describing some non-trivial peculiar behaviors related to pig motion.

Keywords

Pig Motion Modeling; Transient Regime; Incompressible Flow.

1. INTRODUCTION

Pipeline pigging operation has become a routinely procedure of the oil and gas companies in the past two decades and, nowadays, has been recognized as the most efficient way to perform maintenance and inspection of pipelines (O'Donoghue, 1993). In spite of this, the majority of the available knowledge associated to pigging operation has been based upon field experience. It was in the early 90's, however, that research centers along with oil companies started special research programs aiming to provide engineers and technical staff with more scientific information about this complex operation (Maribu *et. al.*, 1994).

Finite element analysis and computational fluid dynamics techniques have been recently used to study the pig cups deformation and the fluid flow through the pig as well as other related questions, in order to advance the knowledge in the area (Gomes, 1994 and Azevedo *et. al.*, 1994). Although significant progress has been achieved, the majority of these studies has been carried out based upon the simplifying assumption of steady state fluid flow. However, due to its intrinsic features, fluid flow in pipelines is expected to be transient rather than permanent during the passage of pigs.

As a first step to better understand the way pigs travel in pipelines, it is presented in this paper a simple one-dimensional mechanical model to predict pig motion under transient fluid flow conditions. Hydrodynamical and contact forces are taken into account in the model which considers the fluid as an incompressible medium.

Numerical predictions based upon the proposed model are presented for a representative problem. The results obtained are shown to be qualitatively in good agreement with those reported in the literature what is considered an encouraging intermediate step in the way to enhance the model.

2. MODELING

Whatever its function is, the pig travels in the pipeline driven by the fluid flow. So, the first step to properly model the pig motion is to describe the fluid flow. Fluid flow in pipelines is expected to be transient rather than permanent during the passage of pigs. Nonhomogeneous deposition of debris along the line, condensate accumulation in gas lines, geometric configuration of the line going up and downhill, two phase flows and operational features of equipments installed in the network are some typical factors responsible for the unsteady flow regime.

Because the pipe diameter D is small when compared to the pipeline extension L , fluid flow is usually described by one-dimensional models. Since the same is true when the comparison is established between the pig dimensions and the pipe length, the pig can be understood as a “singularity” in the one-dimensional context.

2.1 Fluid Flow Description

Under the assumptions of incompressible fluid flow and rigid pipe walls, the balance of momentum for the fluid flow can be expressed as (Vianes Campo 1997):

$$\frac{L}{Ag} \frac{dQ}{dt} + \frac{f}{A^2} \frac{L}{D} \frac{Q|Q|}{2g} + \frac{\Delta p}{\gamma} = H_0 - H_L \quad (1)$$

In the above equation, the dependent variables Q and Δp stand for the fluid flow rate and the driving pressure (pressure difference across the pig) which are functions of the time t ; the independent variable. Fluid friction of the steady-state regime is assumed to hold and is taken into account by the Darcy-Weisbach friction factor f which is considered constant. At the right-hand side of (1), H_0 and H_L represent the piezometric heads at the entrance and exit of the pipe, respectively. They characterize operational equipments (such as pumps, valves, reservoirs) installed at the extremities of the line and are usually expressed as generic functions of the time and flow rate; i.e. $H_0 = H_0(t, Q)$ and $H_L = H_L(t, Q)$. The cross sectional area of fluid flow is denoted by A ($A = \pi D^2/4$) and the gravitational acceleration is represented by g . The specific weight of the fluid is $\gamma = \rho g$, in which ρ is the fluid mass density (constant).

2.2 Pig Motion Equations

By assuming that the pig mass remains constant as it travels in the line (it is equivalent to consider that the debris accumulation ahead of the pig and the wear of the pig does not alter significantly its initial mass M), the balance of linear momentum for the pig can be written as:

$$M \frac{dV_p}{dt} = \Delta p A - F_M - F_H - Mg \sin \theta \quad (2)$$

The forces acting on the pig are due to the pressure difference across the pig, its own weight ($\theta = \theta(X) \in [-\pi/2; \pi/2]$ is the angle between the pipeline centerline and the horizontal) and the contact friction forces of mechanical (F_M) and hydrodynamical (F_H) natures. The pig displacement and velocity are designated by X and V_p , respectively which depend on time t .

Before presenting simple expressions for the friction forces, it is worthwhile to introduce the concepts of the contact ratio and the effective gap.

2.2.1 Contact Ratio and Effective Gap

It is well known that the pigs may possess different geometric configurations according to the functions they perform (Gomes and Lino, 1995). From the modeling viewpoint, however, the idealized pig is ever seen as a cylindrical body of radius r_p ($\Delta r = r_p - D/2 > 0$, Δr is the oversize) and of equivalent length L_C . After the pig has been set into the pipe, both hydrodynamical and mechanical friction forces act on the lateral interface pig/pipe which has a nominal contact area A_C given by:

$$A_C = \pi DL_C \quad (3)$$

At any time instant, the nominal contact area must be equal to:

$$A_C = A_M + A_H \quad (4)$$

where A_M and A_H stand for the mechanical and hydrodynamical contact areas.

By introducing the definition of contact ratio α ($\alpha \in [0, 1]$)

$$\alpha = \frac{A_M}{A_C} \quad (5)$$

one can write:

$$A_M = \alpha A_C \quad \text{and} \quad A_H = (1 - \alpha) A_C \quad (6)$$

The parameter α is a measure of the contact efficiency between the pig and pipewall interface and plays a crucial role in describing the couple action of mechanical and hydrodynamical forces. The upper ($\alpha = 1$) and lower ($\alpha = 0$) bounds represent ideal physical situations in which there exists a fully contact of either mechanical or hydrodynamical nature.

Experimental evidence reported by O'Donoghue (1993) suggest that α is great under statics condition and tends to decrease as the pig velocity increases. Based on it, we assume, as a first approximation, that the contact ratio law, α , depends exclusively on the pig velocity, according to the following expression :

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0 - (\alpha_0 - \alpha_{min}) \left(\frac{|V_p|}{V_p^{max}} \right)^2 & \text{if } |V_p| \leq V_p^{max} \\ \alpha_{min} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

in which α_0 , α_{min} , λ , and V_p^{max} are constant parameters related to the pig and pipewall. These parameters must be identified from experimental tests.

Even when operating with large oversizes or when the purpose is sealing, the pigs do not prevent the leakage of fluid through the pig/pipewall interface. Surface roughness and other kind of imperfections are the most important factors responsible for leakage. Such an evidence, shows that α scarcely assumes values close to one.

To incorporate this kind of by-pass flow in a one-dimensional modeling in which the pig is considered a "singularity", the concept of effective gap is taken into account (Azevedo *et. al.*, 1996). By definition, the effective gap δ is a geometric parameter which represents the mean distance between the pipewall and pig surface, along the equivalent length L_C . For the sake of simplicity, it is further assumed that δ is a constant for each pig/pipe system such that $\delta \ll D$.

2.2.2 Hydrodynamical Friction Force

To derive a simple expression for the hydrodynamical friction force acting on the pig/pipewall interface, the following assumptions are considered. The fluid flow through the effective gap is supposed to be confined between two parallel plates, fully developed, laminar, incompressible, Newtonian and permanent. Under these assumptions, an approximate expression for the shear stress acting on the pig surface can be obtained. After multiplying the shear stress by the hydrodynamical contact area, it is obtained the desired approximation account (Azevedo *et. al.*, 1996).

$$F_H = (1 - \alpha) \pi D L_C \left(\mu \frac{V_p}{\delta} - \frac{\Delta p}{2 L_C} \delta \right) \quad (8)$$

where μ stands for the dynamic viscosity of the fluid.

2.2.3 Mechanical Friction Force

The mechanical friction force acting on the pig/pipewall interface is described by the Coulomb law. So, the maximum value assumed by this force, \bar{F}_M occurs when there exists relative motion between the surfaces or at the onset of motion. Furthermore, this force is equal to:

$$\bar{F}_M = \eta N \quad (9)$$

where η is the friction coefficient (which is assumed to be the same under statics and dynamics conditions) and N represents the contact normal force between the pig and pipewall. If p_C denotes the contact radial pressure at this surface, the contact force is readily written as

$$N = \alpha \pi D L_C p_C \quad (10)$$

To determine the contact radial pressure, the theory of Infinitesimal Elasticity is applied to the idealized pig which is supposed to be an isotropic homogeneous medium.

When this analysis is carried out, along with appropriate assumptions, the following expression is obtained (Gomes, 1994) :

$$p_c = \frac{E \Delta r + \nu |\Delta p| r_p}{(1 - \nu) r_p} \quad (11)$$

where E and ν are the Young modulus and Poisson's ratio, respectively.

Since the real pig geometry is in general very different from the idealized pig, equations (9-11) do not provide a reasonable approximation for the contact force, as it would be expected. Such a result is corroborated by experimental tests and analytical analyses based on finite element simulations (O'Donoghue, 1993; Gomes, 1994; Gomes *et. al.*, 1995).

To overcome such a difficulty, it is introduced a modified Young modulus E^* , to account for the overall stiffness of the real pig. Since direct calculations involving pig stiffness may become a very complex task, E^* is indirectly associated to the critical driving pressure Δp_{cr} - the pressure difference across the pig at the onset of its motion. The critical driving pressure is a characteristic feature of each type of pig and can be determined by experimental and/or analytical works. Estimated values of Δp_{cr} can be found in the specialized literature according to the pig type and pipe diameter (Gomes, 1994; Gomes *et. al.*, 1995).

For a given Δp_{cr} , E^* is obtained from equation (2) by considering the onset of motion :

$$E^* = \Delta p_{cr} r_p \left[\frac{D(1 - \nu) - 4\alpha_0 L_C \eta \nu + 2(1 - \nu)(1 - \alpha_0) \delta}{4\alpha_0 L_C \eta \Delta r} \right] \quad (12)$$

Based on (10-12), equation (9) can finally be written as:

$$\bar{F}_M = \alpha \pi D L_C \eta \left[\frac{\Delta r E^* + \nu |\Delta p| r_p}{(1 - \nu) r_p} \right] \quad (13)$$

By considering the different possibilities ($V_p \neq 0$, $V_p = 0$ with $\frac{dV_p}{dt} \neq 0$ and $V_p = 0$ with $\frac{dV_p}{dt} = 0$), the mechanical friction force can be summarized as (Vianes Campo, 1997):

$$F_M = \begin{cases} \operatorname{sgn}(V_p) \bar{F}_M & \text{if } V_p \neq 0 \\ \operatorname{sgn}(\Delta p A - F_H - M g \sin \theta) \bar{F}_M & \text{if } V_p = 0 \text{ and } \bar{F}_M \leq |\Delta p A - F_H - M g \sin \theta| \\ \Delta p A - F_H - M g \sin \theta & \text{if } V_p = 0 \text{ and } \bar{F}_M > |\Delta p A - F_H - M g \sin \theta| \end{cases} \quad (14)$$

In the above equation, $\operatorname{sgn}(x)$ represents the function $x/|x|$ for $x \neq 0$.

2.2.4 By pass Flow Rate

The by pass flow rate Q_{bp} is the total flow rate crossing the pig through the effective gap (Q_g) and through its body (Q_h), so that :

$$Q_{bp} = Q_g + Q_h \quad (15)$$

The flow rate through the gap is analytically estimated by employing the same assumptions adopted in the derivation of the hydrodynamical force. It can be shown that the flow rate Q_g through δ is given by (Azevedo *et. al.*, 1996) :

$$Q_g = \pi D \left(\frac{\delta^3}{12\mu} \frac{\Delta p}{L_c} - \frac{\delta}{2} V_p \right) \quad (16)$$

Flow rate through the pig's body depends on the type and geometry of the pig considered. Here, for the sake of simplicity, it will be assumed that this kind of flow rate is due to the presence of n equal holes distributed in the pig body. Moreover, fluid flow across one hole do not interfere on the others, such that, under appropriate conditions of fully-developed, permanent, incompressible fluid flow, Q_h is given by :

$$Q_h = \text{sgn}(\Delta p) \frac{n\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2|\Delta p|/\rho}{k + f_h l/d}} \quad (17)$$

where d is the hole diameter, l is its axial length, k the local head loss coefficient of the hole and f_h the friction factor, all of them assumed to be constant.

2.2.5 Compatibility Equation for Fluid and Pig Motions

Since pig motion is essentially driven by fluid flow, there must be a kinematical relationship between the pig velocity and the flow rate Q through the pipe. The desired relation is readily obtained by applying the conservation law of mass for the fluid over an arbitrary control volume moving with the pig velocity. Under the assumptions of incompressible fluid flow, rigid pipewalls, and using the definition of bypass flow rate one gets :

$$Q - AV_p = Q_{hp} \quad (18)$$

3. GOVERNING EQUATIONS AND NUMERICAL PROCEDURE

Equations (1), (2) and (18), along with the associated forms of the friction forces and bypass flow rates, form the governing equations of the model which can be written as:

$$\frac{d\bar{y}}{dt} = \bar{f}(\bar{y}, \Delta p) \quad \text{with} \quad \bar{y}(t=0) = \bar{y}_0 \quad (19)$$

subjected to

$$F(\bar{y}, \Delta p) = Q - AV_p - Q_{hp} = 0 \quad (20)$$

where $\bar{y} = (Q, V_p, X)^T$ and

$$\bar{f} = \begin{cases} \frac{Ag}{L} \left(H_0(t, Q) - H_L(t, Q) - \frac{\Delta p}{\gamma} - \frac{f}{A^2} \frac{L Q |Q|}{D 2g} \right) \\ \frac{l}{M} (\Delta p A - F_M - F_H - M g \sin \theta (X)) \\ V_p \end{cases}$$

Equations (19) + (20) form an initial-value problem for a non-linear system of ordinary differential equations which is subjected to the (non-linear) constraint condition (20).

To construct a numerical solution to problem (19) + (20) from time t^n to time $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ the fourth-order Runge-Kutta method was employed together with a numerical procedure for seeking the root of $F(\cdot, \Delta p) = F: R \rightarrow R$. Typical time-steps used for the simulation presented in the next section are of the order of 10^{-4} s.

4. NUMERICAL EXAMPLE

To illustrate the capability of the model in predicting non-trivial behaviors of the pig dynamics, a representative example was chosen to characterize its transient regime. For this purpose, we consider a cleaning pig (which has already been launched into the pipe) at rest in a water-filled pipeline having a inside diameter of 4" (101.6 mm). At one end of the pipeline it is located a constant head reservoir where the pig is to be sent to ($H_L(t, Q) = H_L = \text{constant}$).

At the other pipe extremity, there exists a centrifugal pump running at constant speed, with a valve (initially closed) positioned at its discharge, whose characteristic curve is described by $H_0(t, Q) = H_{so} (1 - Q/Q_{max})^2$ in which H_{so} is the shut-off head. The pig is positioned close to the valve which is opened from $t = 0$.

To highlight the crucial role of the contact ratio in the dynamical pig motion behavior, two simulations were carried out by considering that α is given by equation (7) and $\alpha = \alpha_0$ constant. The other pig and line parameters used in the simulation are : $L = 500$ m, $f = 0.03$, $H_L = 10$ m.w.c., $M = 4$ kg, $r_p = 2\frac{1}{4}$ " (57.15 mm), $L_C = 2$ " (50.8 mm), $\alpha_0 = 0.9$, $\alpha_{min} = 0.5$, $\lambda = 0.25$, $V_{pmax} = 2$ m/s, $\delta = 0.1$ mm, $\nu = 0.42$, $\eta = 0.48$, $\Delta p_{cr} = 6.85$ bar, $d = 10$ mm, $n = 2$, $k = 3.0$, $f_h = 0.015$, $l = 1$ " (25.4 mm).

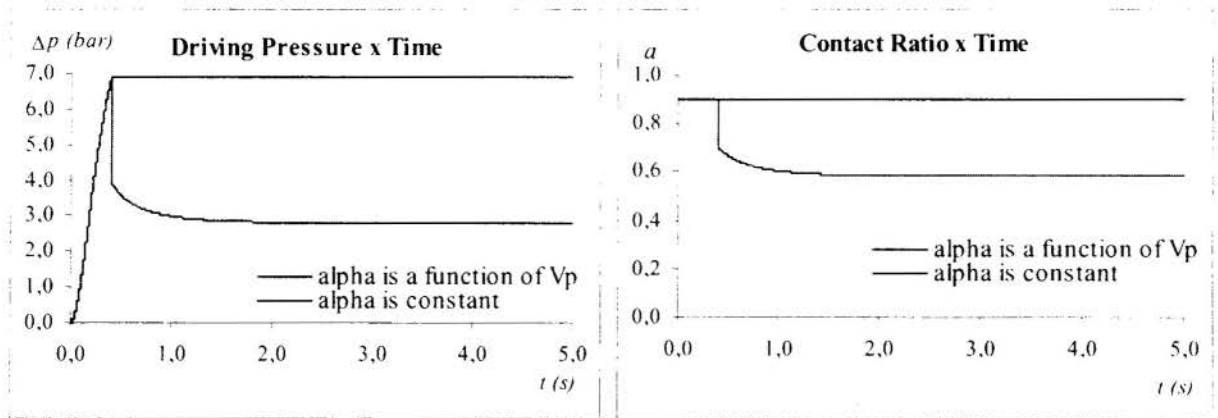


Fig. 1 : Driving Pressure and Contact Ratio as functions of the time for two types of contact ratio law : $\alpha = \alpha_0 = \text{constant}$ (blue line) and α given by eq. (7) (red line).

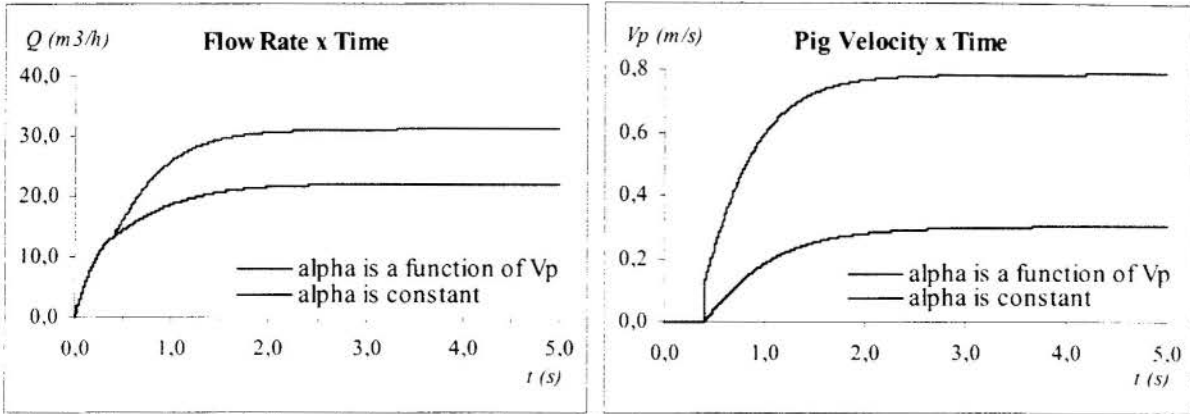


Fig.2 : Flow rate and Pig velocity as functions of the time for two types of contact ratio law : $\alpha = \alpha_0 =$ constant (blue line) and α given by eq. (7) (red line).

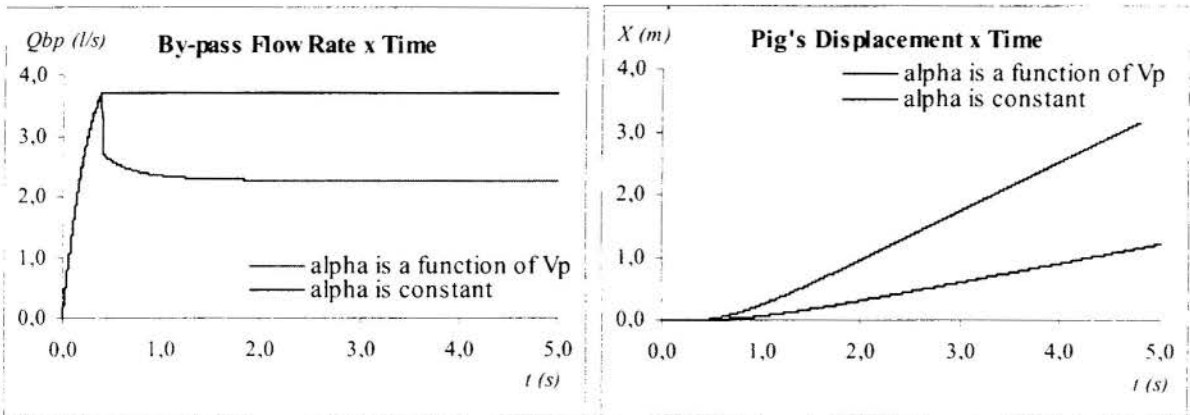


Fig.3 : By pass flow rate and Pig's displacement as functions of the time for two types of contact ratio law : $\alpha = \alpha_0 =$ constant (blue line) and α given by eq. (7) (red line).

The numerical predictions of the model are depicted in Fig. 1 to Fig. 3 which show, respectively, the time histories for two types of contact ratio ($\alpha = \alpha_0 =$ constant and α given by eq. (7)) of the driving pressure and contact ratio, flow rate and pig velocity, and by pass flow rate and pig displacement.

Quite different behaviors for all of these variables can be observed in these figures. It is important to remark that the responses with a contact ratio law given by eq. (7) (red line) present an overall qualitative behavior which is in good agreement with that reported in the literature (O'Donoghue, 1993; Webb, 1979; Gomes *et. al.*, 1995). In particular, it should be noticed the relaxation behavior of the driving pressure rendering a restart Δp greater than that required to sustain the pig motion.

5. CONCLUDING REMARKS

A very simple mechanical model has been presented in this paper to describe the pig motion under transient regimes. The model, which also has the advantage of being easily implemented numerically, incorporate directly or indirectly the most important features related to the real problem such as the pig stiffness, the pig pipe contact area, friction forces and operational equipments installed at the line. The predictions of the model seems to be in very good qualitative agreement with the behavior reported in the literature. Such a result is seen as an encouragement for further analytical and experimental studies towards the improvement of the modelling.

6. ACKNOWLEDGMENTS

The partial financial supports provided by FAPERJ proc. no. 26/150.548/95 through the scientific initiation scholarship granted to Eijiro Vianes Campo and by CNPq proc. no. 301.323/94.1 are gratefully acknowledged.

The technical support provided by Eng. Marcelino G. M. F. Gomes from CENPES / PETROBRAS is also kindly acknowledged.

7. REFERENCES

AZEVEDO, L. F. A., BRAGA, A. M. B., NIECKELE, A. O., NACCACHE, M. F., & GOMES, M. G. F. M. Simple Hydrodynamic Models for the Prediction of Pig Motions in Pipelines, *Research Report*, Department of Mechanical Engineering, PUC-Rio, 1994.

AZEVEDO, L. F. A., BRAGA, A. M. B. & GOMES, M. G. F. M. Study of Pig Motions in Pipelines, *Proceedings of the 6th Brazilian Congress of Engineering and Thermal Sciences & 6th Latin American Congress of Heat and Mass Transfer*, pp.1423-1428, Florianópolis, Brazil, 1996.

GOMES, M. G. F. M. *Análise de Copos de Pigs pelo Método dos Elementos Finitos*. M. Sc. Thesis. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1994.

GOMES, M. G. F. M., PEREIRA, F. & LINO, A. C. *Manual de Utilização de Pig*. PETROBRAS Research & Development Center (CENPES), 1995.

MARIBU, J., FALCK, C. & CLENSHAW, R. The Zeepipe Experience : Pigging 814 km of Subsea Gas Pipeline in the North Sea. *Pipes and Pipelines International*, Jul.-Aug., pp.16-22, 1994.

O'DONOGHUE, A. Characteristics and Performance of Conventional Cleaning Pigs. *Pipes and Pipelines International*, vol. 38, pp.17-21, 1993.

VIANES CAMPO E. *Analysis of Pig Motion in Fluid Transmission Lines* (in Portuguese). Undergraduate Final Project. Universidade Federal Fluminense, Niterói, 1997.

WEBB, B. C. The Art of Pigging. *Pipeline and Gas Journal*. Feb., pp. 25-29, 1979.



PAPER CODE: COB851

REPRESENTAÇÃO DA INTERAÇÃO ENTRE ELEMENTOS FLEXÍVEIS E RÍGIDOS NO PROBLEMA DA DINÂMICA DE ROTORES / REPRESENTATION OF THE INTERACTION BETWEEN FLEXIBLE AND RIGID ELEMENTS IN THE ROTOR DYNAMIC PROBLEM

FERNANDO RIBEIRO DA SILVA & CARLOS FREDERICO PACHECO FURTADO
Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais - Instituto Militar de Engenharia
CEP 22290-270 Rio de Janeiro, Brasil - E-Mail: d4fernan@epq.ime.eb.br

Abstract

The rotor dynamics problems have been developed using the classical methodologies of the structural analysis (the Finite Element Method) with the procedures of the rigid body dynamic. In this work we use an alternative procedure with the generalized technique of Bond Graphs, presenting advantages like modularity and facility to obtain the mathematical model of the global system. We present some results for a typical problem of the rotor dynamics.

Keywords

Rotor dynamics, Dynamic Systems, Bond Graphs
Dinâmica de Rotor, Sistemas Dinâmicos, Grafos de Ligação

1. INTRODUÇÃO

O problema clássico da dinâmica de rotores consiste basicamente na representação de elementos considerados rígidos (polias, engrenagens, discos, etc.) acoplados a um eixo flexível, em cujos apoios podem também ser considerados os elementos armazenadores e dissipadores de energia, dependendo da sofisticação do modelo.

A consideração de efeitos torcionais e/ou axiais é também dependente do rigor com que se modela o eixo flexível. Baseados nestes modelos, pode-se caracterizar efeitos como ressonâncias axiais e torcionais, além das classicamente obtidas pelo efeito de flexão.

No modelo matemático clássico os efeitos inerciais dos elementos solidários ao eixo são representados pelas equações de Newton-Euler, a estrutura do eixo é modelada pelo método dos Elementos Finitos e os efeitos de flexibilidade de mancais são incorporados ao modelo estrutural do eixo. A manipulação matemática das equações de movimento de corpo rígido com as equações da dinâmica estrutural fornecem finalmente um modelo matemático global que permite a simulação do comportamento do sistema.

Neste trabalho mostra-se que a utilização da técnica generalizada dos Grafos de Ligação conduz ao modelo matemático do sistema global através do acoplamento dos modelos estruturais e da dinâmica de corpo rígido, tornando o equacionamento totalmente modular e computacional. Esta metodologia permite uma melhor caracterização das trocas de energias (fluxo de potência) entre os movimentos de corpo rígido e de flexibilidade do eixo. (Karnop et al., 1990)

Serão apresentados também os resultados de simulação obtidos para um sistema típico da dinâmica de rotores, salientando-se as vantagens da metodologia utilizada em relação aos procedimentos clássicos. As frequências críticas, dependentes da rotação do eixo, serão obtidas utilizando-se o diagrama de Campbell. Algumas simulações são realizadas no sentido de caracterizar os fenômenos de ressonância e batimento do eixo.

2. PROCEDIMENTOS DE MODELAGEM

O equacionamento do modelo físico, considerando o acoplamento entre os efeitos de flexibilidade do eixo e a dinâmica de corpo rígido dos elementos a ele solidários, será obtido pelos modelos matemáticos isolados de cada fenômeno. Assim, seja um eixo girante sujeito a uma solitação produzida pelos desbalanceamentos inerciais de um disco fixo em uma de suas extremidades, conforme ilustrado na Figura 1. O acoplamento entre os modelos flexíveis e rígidos será feito a partir dos graus de liberdade comuns na posição do eixo, isto é, os graus de liberdade decorrentes de solitações axiais, torcionais e de flexão em dois planos comuns para o eixo e para o disco rígido.

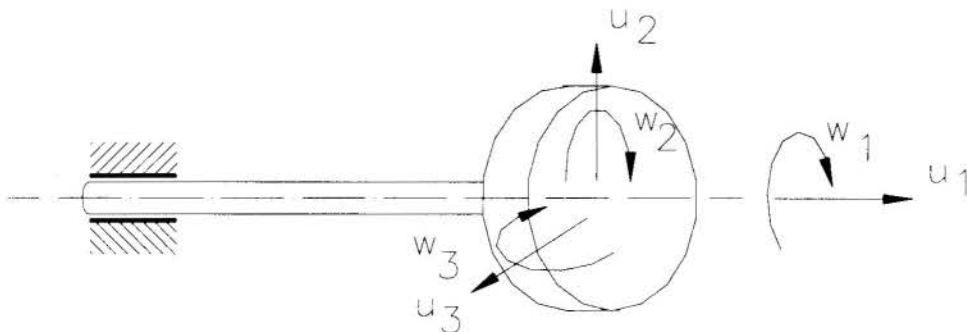


Figura 1 - Modelo Físico.

Utilizando-se a técnica dos Grafos de Ligação pode-se obter os modelos matemáticos de cada subsistema (flexível e rígido) e em seguida acoplá-los através das variáveis de potência referidas ao fluxo de energia entre os graus de liberdade comuns.

Assim, a Figura 2 mostra o grafo multiligação referido a uma estrutura genérica onde os campos inerciais, resistivos e capacitivos estão intimamente relacionados às matrizes clássicas de massa, amortecimento e rigidez dos elementos finitos conforme apresentado por Da Silva e Speranza Neto (1993). Deste grafo destacam-se as junções 1 que representam os graus de liberdade referidos à discretização do sistema estrutural e que podem se apresentar em 4 situações distintas: graus de liberdade internos, com forçamentos (S_e), com prescrição de fluxos (S_f) e interagindo com outros subsistemas. Estes últimos estão representados na multiligação nº 15 da Figura 2 e possibilitarão, posteriormente, o cálculo da potência de

interação entre os subsistemas, isto é, o efeito de carga entre a dinâmica de corpo rígido e de corpo flexível.

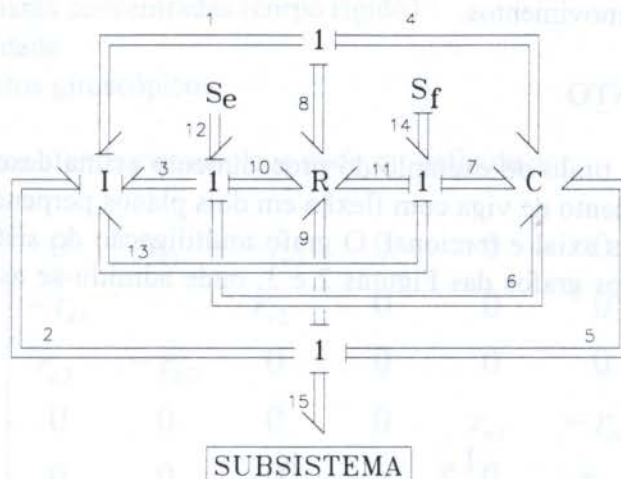


Figura 2 - Grafo multiligação generalizado de uma estrutura.

A Figura 3 mostra o Grafo de Ligação referido à dinâmica de corpo rígido, isto é, um grafo em ligações simples que representa as equações de Newton-Euler (Karnnop et al., 1990). Deste grafo destacam-se as junções 1 referidas aos graus de liberdade do sistema que serão acoplados à dinâmica da estrutura (eixo), os multigradores (MGY) representando os efeitos de acoplamento giroscópicos inerentes à dinâmica de corpo rígido e o campo inercial I, representativo do tensor de inércia do corpo rígido.

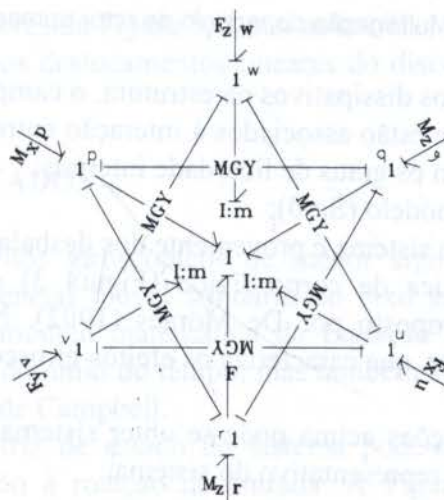


Figura 3 - Grafo de ligação de corpo rígido.

O acoplamento destes dois grafos é feito diretamente pelos graus de liberdade comuns gerando um grafo único representativo da dinâmica de todo o sistema. Deste grafo global pode-se obter o modelo de estado do sistema em função de suas variáveis de energia. Deste acoplamento pode-se destacar um importante aspecto que é a inversão da causalidade referida

aos elementos inerciais do grafo da Figura 3. Esta característica está diretamente associada ao fenômeno físico, pois ao acoplar-se os dois grafos algumas inércias da estrutura estarão relacionadas aos mesmos graus de liberdade de corpo rígido, criando-se assim, uma dependência entre seus movimentos.

3. EQUACIONAMENTO

Considerou-se a título de exemplo do procedimento acima descrito, o modelo de um eixo modelado por elemento de viga com flexão em dois planos perpendiculares, incluindo-se os efeitos das dinâmicas axial e torcional. O grafo multiligação do sistema global, mostrado na Figura 4, é obtido dos grafos das Figuras 2 e 3, onde admitiu-se as seguintes hipóteses e considerações

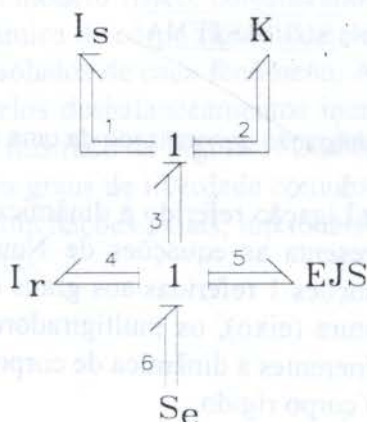


Figura 4 - Grafo de Multiligação do modelo de rotor apresentado na Figura 1.

- 1) Foram desprezados os efeitos dissipativos na estrutura, o campo resistivo (**R**) é nulo;
- 2) Todos os graus de liberdade estão associados à interação entre estrutura e corpo rígido, em consequência, não aparecem os graus de liberdade internos;
- 3) Não há fluxo prescrito no modelo ($S_r=0$);
- 4) O único forçamento sobre o sistema é proveniente dos desbalanceamentos do disco rígido;
- 5) O grafo referido à dinâmica de corpo rígido (Figura 3) é representado na forma de multiligações conforme proposto por De Moraes (1992). Nesta representação EJS é a Estrutura de Junção de Euler, que caracteriza os efeitos giroscópicos.

A partir das considerações acima pode-se obter sistematicamente pelo procedimento da técnica o modelo de estado representativo do sistema.

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= -(I_R \cdot I_s^{-1} \cdot I_d)^{-1} \cdot K \cdot q_2 - (I_R \cdot I_s^{-1} \cdot I_d)^{-1} \cdot G \cdot I_s^{-1} \cdot p_1 + (I_R \cdot I_s^{-1} \cdot I_d)^{-1} \cdot e_6 \\ \dot{q}_2 &= I_s^{-1} \cdot p_1 \end{aligned} \quad (1)$$

onde

I_s - matriz de massa estrutural
 e_i - esforço generalizado

p_i - quantidade de movimento das inércias
 q_i - deslocamentos generalizados
 K - matriz de rigidez
 I_R - matriz de massas concentradas (corpo rígido)
 I_d - matriz identidade
 G - matriz de efeitos giroscópicos

A matriz G com os efeitos giroscópicos pode ser definida por

$$G = \begin{bmatrix} 0 & r_{e1} & -r_{e3} & 0 & 0 & 0 \\ -r_{e1} & & r_{e2} & 0 & 0 & 0 \\ r_{e3} & -r_{e2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{n1} & -r_{n3} \\ 0 & 0 & 0 & -r_{n1} & 0 & r_{n2} \\ 0 & 0 & 0 & r_{n3} & -r_{n2} & 0 \end{bmatrix}$$

onde

$$\begin{aligned}
 r_{e1} &= J_3 \cdot \dot{w}_3 & r_{n1} &= m \cdot \dot{u}_3 \\
 r_{e2} &= J_1 \cdot \dot{w}_1 & r_{n2} &= m \cdot \dot{u}_1 \\
 r_{e3} &= J_2 \cdot \dot{w}_2 & r_{n3} &= m \cdot \dot{u}_2
 \end{aligned}$$

são os módulos dos multigradores da Figura 3, J_i são as inércias rotativas principais do disco, m é a massa do disco, u_i são os deslocamentos lineares do disco e w_i são os deslocamentos angulares do disco.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Desprezando-se os efeitos giroscópicos de menor significância, isto é, os efeitos relacionados ao giro do referencial móvel solidário ao eixo em relação a um referencial inercial, pode-se a partir do modelo matemático da Equação 1 determinar não apenas o comportamento do sistema no domínio do tempo, mas também suas propriedades intrínsecas, expressas através do diagrama de Campbell.

Determinando-se a matriz de estado do sistema pode-se levantar o perfil de suas frequências naturais em relação à rotação de entrada. A Figura 5 mostra o diagrama de Campbell do modelo de onde pode-se determinar as rotações críticas relacionadas na Tabela 1 com os respectivos fenômenos associados.

Para os resultados abaixo apresentados utilizou-se os seguintes dados para o modelo:

Para o eixo	Para o disco rígido	Desbalanceamento
Compr.: 0,5m, Diâm.: 0,02m	Diâmetro: 0,4 m	Excentricidade: 0,0517 cm
Módulo de elasticidade: 210GPa	Espessura: 0,03m	
Massa esp.: 7860 k/m ³	Massa esp.: 7860 kg/m ³	

Tabela 1 - Velocidades críticas do sistema.

VELOCIDADES CRÍTICAS - rpm (Hz)		EFEITO
1 ^ª	284,08 (4,73)	FLEXÃO
2 ^ª	322,34 (5,37)	FLEXÃO
3 ^ª	624,85 (10,41)	TORÇÃO
4 ^ª	1096,89 (18,28)	FLEXÃO
5 ^ª	2081,94 (34,70)	FLEXÃO
6 ^ª	23.171,88 (386,20)	AXIAL

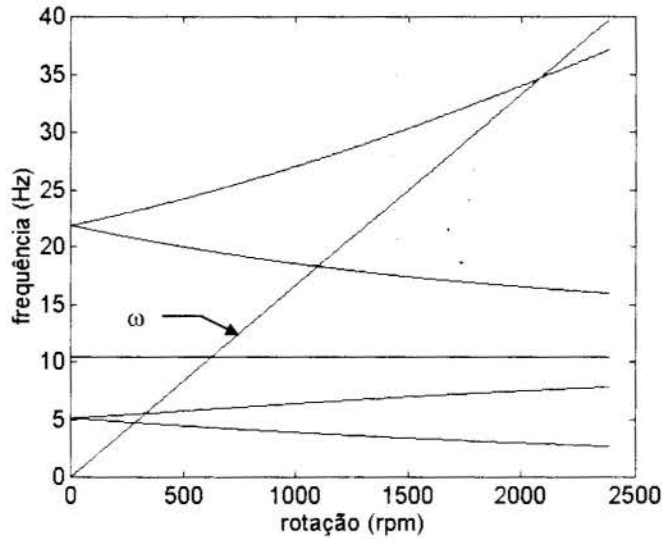


Figura 5 - Diagrama de Campbell.

Para caracterizar os deslocamentos do disco e conseqüentemente da extremidade do eixo, a Figura 6 apresenta esta resposta para o grau de liberdade u_2 (Vide Figura 1).

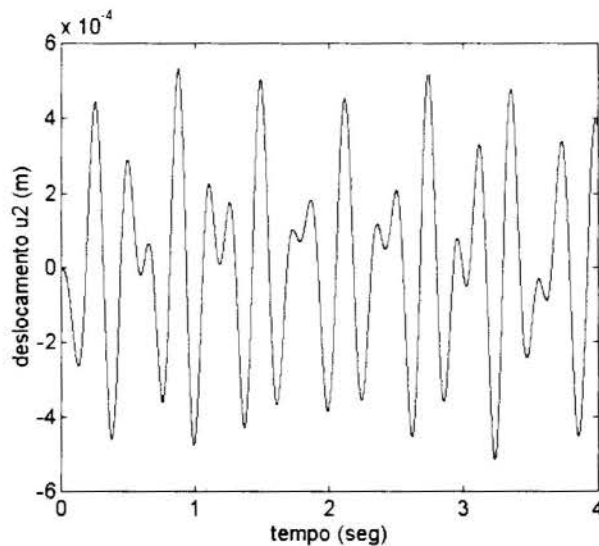


Figura 6 - Deslocamento u_2 para uma rotação do eixo de 191 rpm.

Após a construção do diagrama de Campbell e identificadas as rotações críticas relacionadas na Tabela 1, procurou-se obter a resposta temporal do sistema para rotações próximas às críticas. Este resultado pode ser observado na Figura 7 onde o fenômeno do batimento é facilmente identificado para o grau de liberdade de flexão u_2 .

Procurando-se caracterizar o fenômeno da ressonância a Figura 8 mostra o resultado para os graus de liberdade u_2 e u_3 para um forçamento harmônico com frequência igual a 284,08 rpm, isto é, para uma excitação referente à primeira frequência natural do sistema.

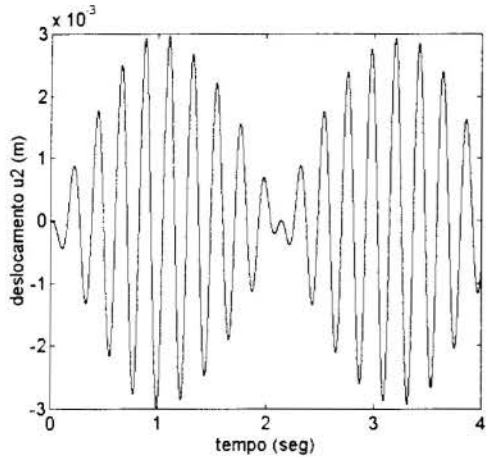


Figura 7 - Batimento referido ao grau de liberdade u_2 para uma rotação de 258 rpm.

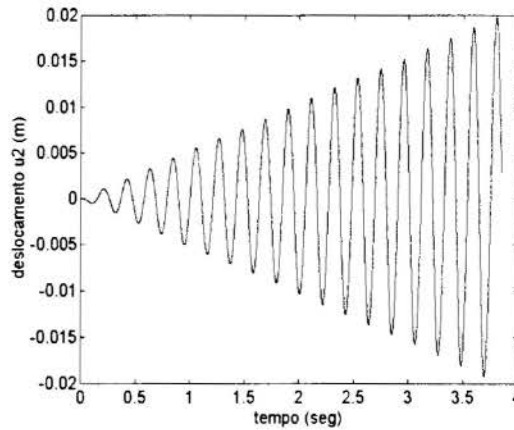


Figura 8 - Ressonância em 284,08 rpm

A Figura 9 mostra o fenômeno do batimento ocorrendo nos dois graus de liberdade u_2 e u_3 , representando a trajetória do centro do disco no plano perpendicular ao eixo e a Figura 10 mostra a ressonância caracterizada pelo crescente aumento dos graus de liberdade u_2 e u_3 .

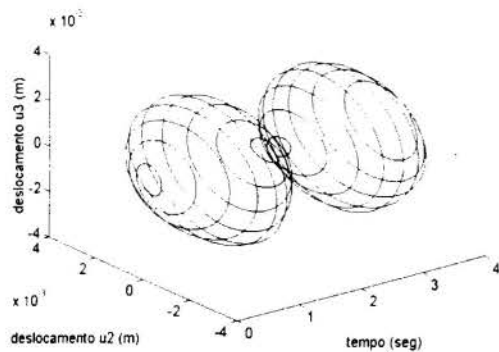


Figura 9- Batimento em u_2 e u_3 com 258 rpm.

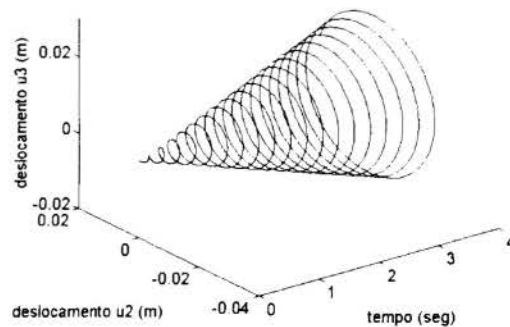


Figura 10 - Ressonância em u_2 e u_3 com 284,08 rpm.

5. DISCUSSÕES FINAIS

O procedimento de modelagem aqui apresentado conduz de forma totalmente operacional ao modelo matemático que, no caso dos exemplos aqui discutidos fornecem resultados coincidentes com os obtidos pelas metodologias clássicas.

A técnica dos Grafos de Ligação torna-se atrativa para modelagem dos problemas da dinâmica de rotores na medida em que sofisticam-se o modelo físico, introduzindo-se elementos que melhor caracterizem o sistema. Assim, efeitos como flexibilidade de mancais, sistemas de mancais ativos acoplados ao eixo, amortecimento estrutural, etc., podem facilmente incorporar o grafo do sistema global na forma de subsistemas acoplados. Estas análises estão sendo implementadas no programa de uso geral MATLAB (1994) tendo em vista suas facilidades operacionais e ao fato de problemas desta natureza não exigirem a manipulação de uma grande massa de dados.

Além das informações do comportamento global do sistema, pode-se analisar os efeitos de interações energéticas entre os subsistemas componentes, caracterizando os efeitos de carga entre as várias partes do sistema. No caso do exemplo citado, pode-se avaliar facilmente a potência associada à multiligação 3 da Figura 4, que indicará como a energia se alterna entre potencial elástica e cinética.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOS, A.M. e TIERNEGO, J.L., Formula Manipulation in the Bond Graph Modelling of Large Mechanical Systems, Journal of the Franklin Institute, Vol. 319, nº 1/2, pp. 51-65, 1985.

DA SILVA, F.R. e SPERANZA NETO, M., Metodologia de Construção do Grafo de Ligação para Sistemas Estruturais, XII COBEM, Vol. I, pp. 57-60, 1993.

DE MORAES, C.D., Dinâmica de Corpos Rígidos Através dos Grafos de Ligação. Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, 1992.

DIMAROGONAS, A., Vibrations For Engineers, 2ª Ed., Prentice Hall., 1996.

KARNOPP, D.C., MARGOLIS, D.L. e ROSENBERG, R.C., System Dynamics. A Unified Approach, John Wiley, 1990.

_____, MATLAB 4.2, Reference Guide, The Math Work Co., 1994.



PAPER CODE: COB864

A LOOP-BASED DATA STRUCTURE FOR B-REP SOLID AND WIREFRAME MODELS

Angelo Roncalli O. Guerra, *S.Hinduja & *P T Ling

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN- PPGEM
CEP 59072-970, Campus Universitário, CT-DEM, Natal-Rn, Brazil - E-mail: ang@ct.ufrn.br

(*) Co-authors from the Department of Mechanical Engineering, UMIST, Manchester, UK.

Abstract

This paper describes a data structure for representing objects in the B-rep form. The data structure is loop centred, rather than edge centred. Its highlight is the achieved reduction in storage cost when compared with current enhanced edge-based implementations and yet being able to represent non-polyhedral objects efficiently. Since the edges in a loop are explicitly stored, face traversals are relatively straight-forward. The loop based data structure can also represent 2D wireframe based objects. This data structure has been used as the heart of TTM (Tehturn Techmill Modeller) which is an academic solid modeller developed for two very large technologically oriented CAPP systems already published in the literature.

Keywords

Data Structure , Solid Modelling, CAD/CAM.

1. INTRODUCTION

The importance of a data structure to a geometric modelling system cannot be underestimated. In fact, the data structure is the heart of any geometric modelling system [Requicha(1980)]. In the field of geometric modelling, the boundary representation (B-Rep) method is accepted as being a complete and unambiguous way of storing the formative information of solids. In this approach a solid is basically defined as an arrangement of faces bounding its volume. The faces are bounded by external and internal groups of edges and vertices. Each group of connected edges represents a loop, a geometric entity introduced by Braid [Braid et al(1980)].

Geometric models can be subdivided into three types: manifold, nonmanifold and intermediate models (partial and degenerated models). This paper deals with the data structure for the first model type, but the reader can refer to Stroud [Stroud(1994)] for a complete discussion on the other two types. In manifold models, each edge is shared by two faces only. Nonmanifold representations, on the other hand, use a so-called "radial edge" structure [Stroud(1994), Weiler(1986a), Weiler(1986b)] which allows several faces to share the same edge. Currently, the ACIS modeller [ACIS(1992)] provides perhaps the world's most popular object-oriented data structure in this category. Finally, intermediate representations permit a part of an object to be manifold and the other part to be nonmanifold.

Several research groups working independently at the universities of Cambridge(UK) [Braid et al(1980)], Carnegie-Mellon(USA)[Eastman et al(1975), Eastman et al(1979)], and at Helsinki University of Technology[Mantyla et al(1982), Mantyla(1988)], have already used loops as auxiliary entities in their respective solid modelling systems: Build-1/Build-2, BDS/Glide and GWB. However the data structure in all these systems is a modification of the well-known Baumgart's winged-edge data structure[Baumgart(1975)].

All these systems have also enhanced the winged-edge data structure to allow disconnected graphs (i.e. a hole on a face and multiple-shell objects) by making additions to their supporting structures [Braid et al(1980), Weiler(1985), Mantyla(1988)]. It is important to mention that many of the earlier data structures did not explicitly depict a hole in a face, rather a virtual edge was used to link the inner to the outer loop[Eastman et al(1975), Baumgart(1975)].

According to Weiler[Weiler(1985)], in general graph based and solid-boundary representational techniques can support both planar- and nonplanar-faced objects. This argument is based upon the fact that topologically this is not important. However certain important conditions such as self-loops on cylindrical faces need special attention. For instance, an edge of a self-loop has no next or previous edge in both clockwise and counterclockwise directions as required by winged-edge based structures. Furthermore, according to [Baer et al(1979)], many systems approximate a curved surface to an arbitrary precision using a number of planar faces. This is usually achieved by applying the so called lofting mechanism.

This paper suggests a more efficient data structure for supporting boundary representation of rigid solids. The loop-based data structure is, as the name suggests, loop centred, rather than edge centred. It consists of a very concise object-oriented data structure which diminishes the redundancy found in current implementations. Although, the storage is significantly reduced when compared with enhanced edge-based implementations, no modification is necessary if disconnected graphs and curved surfaces, of any type, are required. The reduction in redundancy does not affect the easy access and query of the information stored. The data structure presented here overcomes many disadvantages of contemporary edge-based structures.

2. REVIEW OF EDGE-BASED-STRUCTURES

Any manifold boundary-representation structure obeys Mobius orientation law which states that edges shared by two faces are bi-directional entities. This also implies that in addition bounding faces, edges have the topological function of linking adjacent faces. Because all manifold-based data structures obey Mobius law, the important differences between them are measured by: the degree of difficulty found during a face traversal; the levels of symbolic abstraction(e.g. sketches, solids etc.) and entity types(curved surfaces, splines, etc.) supported; the complexity of its arrangements and finally by the amount of redundant information stored.

Several manifold edge-based data structures have been developed in the past [Baumgart(1975)], [Woo et al(1984)], [Kalay(1989)]. Amongst them, Baumgart's winged-edge and Eastman's split-edge data structure are the two most widely accepted [Kalay(1989)]. However, Woo's SDF (Symmetric Data Structure) has been proved to have the lowest storage and time complexity of all the edge-based structures [Woo (1985)].

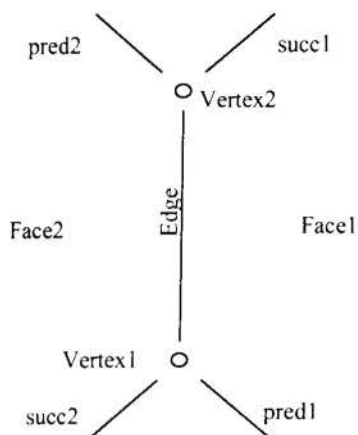


Figure 1: Winged-edge Data Structure.

In the winged-edge data structure, each edge record contains directional information of its preceding and succeeding neighbouring edges which lie on the two faces that share the edge (figure 1). Due to its concise representation, the winged-edge data structure provides good record accessing characteristics. But its drawback is the high cost induced during face traversal since the edge direction has to be constantly checked and determined during each traversal step. Moreover, it is difficult to represent non-polyhedral solids using this type of data structure. In GPM [GPM(1984)], this difficulty is overcome by splitting a curved face into several faces (lofting mechanism). For example, the curved face of a cylinder is split into three faces, each face subtending 120° (figure. 2). As mentioned before, the lofting mechanism introduces several additional edges.

The split-edge structure, as the name implies, splits an edge into two half-edges, one for each of the two adjacent faces (figure 3). The two half edges are in opposite directions and each half-edge has a pointer to its partner in order to maintain the adjacency information. This type of structure significantly improves the face traversal activity. However, this data structure has serious disadvantages. It doubles the number of edge records. Similar to the winged-edge method, the split-edge method also encounters difficulty in representing non-polyhedral solids. Furthermore, this data structure creates a half-edge which is redundant.

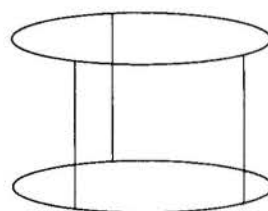


Figure 2: Additional Edges.

Because the directionality and adjacency requirements for an edge in a solid are different from those for an edge in a wireframe, Kalay [Kalay(1989)] proposed a hybrid-edge data structure. He claims that a data structure for geometric modelling should be able to represent other levels of abstraction. For instance, it is common practice to sketch a 2D profile and then do a rotational sweep to generate a 3D turned component. In this particular case, the edges of the 2D profile do not have any adjacency requirements. In addition, orientation information is not necessary since no surface is present.

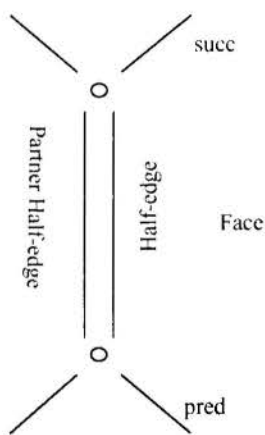


Figure 3: Split-edge Data Structure.

The main idea of the hybrid-edge data structure is to separate the orientation role of an edge (orientation of the half edges) from the edge's topological adjacency function. It combines the principle of the winged-edge and split-edge method and inherits the advantages of both data structures. In addition, the hybrid-edge data structure is capable of representing 2D shapes. Figure 4 shows the data structure symbolically. Each rectangular symbol represents a record in

the structure. As indicated in the figure, the hybrid-edge data structure contains 3 records to represent each edge: 2 segment records (split-edge method) and 1 edge record (winged-edge method). The two segment records correspond to the half-edges of the split-edge data structure but have no pointer to each other. The edge record is responsible for the adjacency information. 2D profiles can then be represented by segments without edges records.

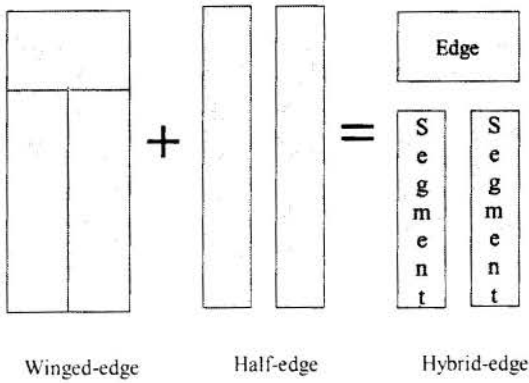


Figure 4: Hybrid-edge Data Structure [Kalay(1989)].

Although this method inherits the important qualities of the winged-edge and split-edge methods, it also inherits some of their disadvantages. As far as solids are concerned, the split-edge method results in each edge being stored twice whereas the hybrid edge method results in three records for each edge. Obviously, redundant information is stored. Another drawback of this method is the difficulty of representing non-polyhedral objects. Furthermore, because it allows the creation of dangling faces, the user might generate ill-formed solids by unconsciously stitching faces having two segments record

carrying the same directional information.

Finally, the SDF structure proposed by Woo [Woo et al(1984)] is shown in figure 5. This is a very well designed data structure. It is faster than the winged edge, yet cost less in storage [Woo (1985)]. Actually, in its category, SDF is most efficient both in terms of storage and time complexity. As shown in figure 5 the secret is that no edge-edge, vertex-vertex, face-face or vertex-face (in both ways) relationships are stored directly. However, if one traces all the faces in this representation each edge will be double counted as well. Furthermore, SDF was designed to cover only polyhedral objects.

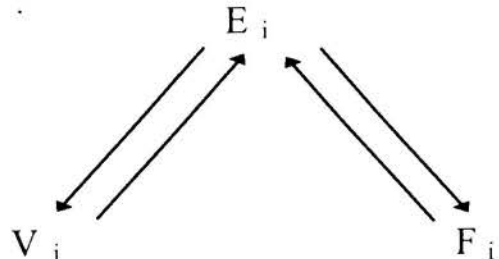


Figure 5: Symmetric Data Structure [Woo(1984)].

According to this survey, researchers have, so far, laid emphasis on edge-based data structures. However, as mentioned earlier, they have several disadvantages. In order to overcome these disadvantages, a new approach is suggested; the structure in this method focuses on the loops in the object.

3. LOOP-BASED DATA STRUCTURE

3.1 Data Stored

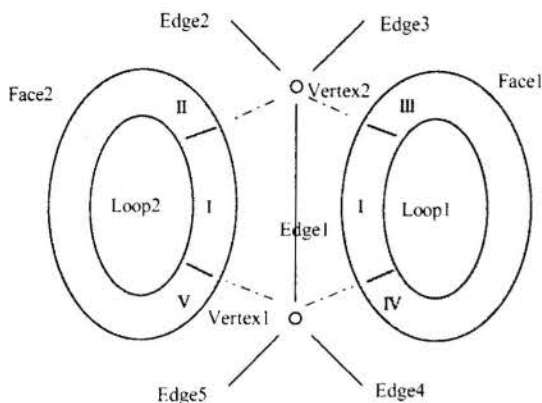
Figure 6a shows the proposed loop-based data structure in an edge-based like diagram style. The data structure is designed to support five topological entities: vertex (**V**), edge (**E**), loop(**L**), face (**F**) and shell (**S**). Figure 6b illustrates the relationships among these five entities which are explicitly stored in the data structure. Full lines in this figure 6b denote the classical one-to-one relationship, while dashed lines denote a less costly fractional relation among entities as described in [Woo (1985)]. For instance, the fractional relation between vertices and edges means that each vertex points to only one edge of the possible list of edges sharing the same vertex. Note, however, that loop-loop and face-face relationship are only recorded if it occurs within the same face and the same shell respectively. Below is a description of the topological records of the loop-based data structure. The geometrical records for edges and faces' surface equation being self-explanatory are omitted.

Vertex Record

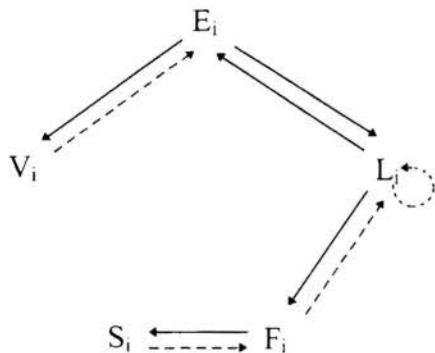
$V_i \quad x_i \quad y_i \quad z_i \quad Ev_i$ (for $i=1$ to nv , the number of vertices)

In addition to the coordinate information (x_i, y_i, z_i) for vertex v_i , this record stores a pointer to one of the edges (E_{v_i}) that this vertex is attached to. The reason for storing E_{v_i} is that it helps to determine from the edge and loop records all the other edges that meet at this vertex.

Shell



a) The loop-based diagram



b) Stored relations in the loop-based data structure

Figure 6: The loop-based data structure.

Edge Record

$E_i \quad E_{q_i} \quad V_{s_i} \quad V_{e_i} \quad L_{f_o_i} \quad L_{s_o_i}$ (for $i=1$ to n_e , the number of edges)

In addition to the coefficients in the line equation (E_{q_i}) for edge E_i , this record stores pointers to the start and end vertices as well as pointers to the first ($L_{f_o_i}$) and second ($L_{s_o_i}$) loops that this edge belongs to. The first loop is that in which the edge is traversed in the positive direction.

Loop Record

$L_i \quad e_{x_i} \quad n_{e_l_i} \quad E[]_i \quad L_{p_i} \quad L_{n_i} \quad F_{o_i}$ (for $i=1$ to n_l , the number of loops)

This is the main record of the data structure. It specifies whether the loop (L_i) is external, internal or unknown (to cover ambiguous cases such as those that occurs in spherical and toroidal surfaces) by assigning an appropriate value to e_{x_i} , the number of edges ($n_{e_l_i}$) in the loop, the edges numbers being stored in array E . This record also stores the relationship between this loop and the other loops in the face (owner face F_{o_i}) by using pointers. The 'previous loop' (L_{p_i}) and 'next loop' (L_{n_i}) pointers point to the previous and next loops in the face.

Face Record

$F_i \quad S_i \quad f_{s_i} \quad L_{f_i} \quad S_{h_o_i}$ (for $i=1$ to n_f , the number of faces)

The information stored for a face (F_i) consists of an index (S_i) to where the surface geometry is stored, a sense flag (f_{s_i}), a pointer to the first loop (L_{f_i}) in the face and a pointer to the owner shell ($S_{h_o_i}$). For polyhedral surfaces, a unit value of f_{s_i} indicates that the normal to the surface is pointing away from the material.

Shell Record

$Sh_i \quad f_{con_i} \quad n_{fsh_i} \quad F[]_i$ (for $i=1$ to n_{sh} , the number of shells)

For each shell (Sh_i), the information stored consists of a connectivity flag (f_{con_i}), the number of faces in the shell (n_{fsh_i}) and the face numbers for each shell which are stored in array F . The connectivity flag is set to zero if this shell is separated from the other shells. On the other hand, a unit value indicates that the shell totally encloses, or is enclosed by, another shell, or the object consists of only one shell.

3.2 Features of The Data Structure

The important features of the proposed loop-based method are:

(i) As mentioned earlier, Eastman [Eastman et al (1975)] related the internal boundary of a face to the external by several virtual edges so that they could utilise Baumgart's winged edge method to represent the shape topology of a face. However, this method becomes very inefficient when representing faces with several internal features. In the loop-based structure suggested in this paper, no physical connection is made between the external and internal boundaries.

(ii) The loop-based data structure explicitly stores a flag to indicate whether a loop is internal, external or unknown. There is also easy access to the other loops in the face with the help of pointers. The information whether a loop is external, internal or unknown is very helpful when detecting features such as depressions and protrusions.

(iii) Other enhanced edge-based data structures introduce virtual edges to represent non-polyhedral objects. With the suggested data structure, no virtual edges are required. Therefore, the suggested loop-based data structure provides a more "natural" method for describing non-polyhedral object.

(iv) In contrast to the split-edge method, the loop-based method reduces the redundancies by storing only one record at the edge level. This satisfies the conciseness requirement mentioned by Requicha [Requicha (1980)] which implies that the representations supported are easy to create.

(v) In the case of the proposed loop-based method, the directional role of an edge (Mobius law) is handled by the loop record. The edges in the first loop can be stored in either clockwise or anticlockwise direction. The direction of the first loop dictates the order in which the edges in all the other loops are stored. This method eliminates the complicated logic used in the winged-edge method for face traversal and the additional storage required by the split-edge method.

(vi) The data structure is flexible enough to accommodate sketches and wireframe objects. For such objects, all the information is at edge level and there is no topological integrity. This is achieved by storing only the edge information i.e. no loop, surface, face and shell information is stored.

(vii) In the split-edge method, the edges in a loop are always traversed in the +ve direction and hence it is relatively straight-forward to determine the direction in which the material lies. With the loop-based method, it is equally straight-forward because of certain conventions adopted. The direction of the material is always given by the cross-product of the normal and the tangent at a point on an edge of a loop. The direction of the tangent is positive if the loop which is currently being considered appears as the first owner loop in the corresponding edge record. The normal to a surface always points away from the material.

3.3 The Storage Cost and Time Complexity

Woo [Woo 1985] defines and give the storage cost of the nine possible relations among entities in an edge-based data structure. The cost is given in terms of the total number of edges E in an object. The edge-edge relation has the most expensive cost which is $4E$. This value arises from the fact that each edge stores 4 pointers to its winged-edges (both next and previous clockwise and counterclockwise). Any other relations costs $2E$. However, only 3 types of topological entities are supported by an edge-based structure: vertex edge and face.

Unfortunately, the storage cost of loop-based data structure cannot be evaluated using the same approach. Firstly, because each edge is stored only once and has no pointers to the next or previous edge in any direction at all. Secondly, as shown in figure 6b beyond the vertices, edges and faces the loop-based data structure stores loops and shells. Finally, because the

loop-based structure is designed to cover the domain of non-polyhedral objects. The well-known Euler-Poincare equation cannot be used to help the storage cost calculation.

Perhaps a comparison against the enhanced winged-edge versions would be more appropriate for the evaluation of both storage cost and time complexity of the loop-based data structure. As shown in figure 6b, likewise winged-edge based structure, the loop-based data structure stores several fractional relations: vertex-edge, face-loop and shell-loop. However, one clear advantage of the loop-based data structure over enhanced winged-edge structures is that edge-edge relations are cheaper. In fact, this would be true even if the authors have decided to store the edge-edge relation explicitly. This low cost happens because, as mentioned before, the edges do not need to store information about their 4 neighbours edges (4 winged-edges). Each edge is stored only once and the edge-edge relation is indirectly retrieved via the 2 parent loops of each edge which certainly cost less than 4E.

Unlike the case of polyhedral-based data structures, it is difficult to estimate the exact storage cost of non-polyhedral representations. The reason is that the store cost also depends on the types of surfaces' geometry supported by the data structure. For instance, while a complete cylindrical surface consists of at least 2 loops (i.e. if no holes are present) a planar surface has just 1 loop. A complete sphere is an extreme case, the surface has no loop at all. However because several enhanced winged-edge structures represents curved surfaces by dividing them into several planar faces the number of loops, edges and vertices increase accordingly. Therefore, the same curved face is stored much less costly in the loop-based structure than in many enhanced winged-edge versions. In these cases, the access and update time is also obviously shorter in loop-based structure. However, for polyhedron objects there is not much difference in time complexity between the loop-based and enhanced winged-edge.

4. CONCLUSIONS

The advantages of the loop-based data structure are:

1. Although it is tailored for a manifold model, it is flexible enough to support other levels of abstractions.
2. It is as concise as the winged-edge data structure because there is only one record per edge.
3. Information regarding the nature of its loop and its relationship with other loops in the face is readily available. This information is useful in application such as feature recognition.
4. There is no difficulty in representing objects with curve surfaces. It does so without introducing virtual edges.
5. Face traversals are quicker than contemporary data structure since the edges in each and every loop are explicitly stored.

This data structure has been successfully implemented in a geometric modeller, specifically developed to serve as the input module for the computer-aided process planning systems developed at UMIST[Guerra et al(1996)]. A conversion program has also been implemented to interchange files in the loop-based format and ACIS format

5. REFERENCES

ACIS, *Interface Guide*, Spatial Technology Inc, version.1.3, 1992.

Baer, A., Eastman, C., and Henrion, M., Geometric modelling: a survey, *Computer-Aided Design*, vol.11, N° 5, pp.253-272, 1979.

Baumgart, B G., A polyhedron representation for computer vision, AFIPS National Computer Conference, Anaheim, CA, May, pp.589-596, 1975.

Braid, I C; Hillyard, R C; Stroud, I A., Stepwise construction of polyhedra in geometric modelling. In Brodlie, K W, *Mathematical Methods in Computer Graphics and Design*, Academic Press, London, 1980.

Eastman, C., Lividini, J. and Stroker, D., A database for designing large physical systems, National Computer Conference, vol.44, pp.603-611, 1975.

Eastman, C. M., Weiler, K., Geometric modeling using the euler operators, Proceedings Conference Computer Graphics in CAD/CAM Systems, pp.248-259, 1979.

GPM, *Geometric Product Models System Specification*, Produktionssystemlaboratoriet IVF/KTH, Stockholm, 1984.

Guerra, A.R.O. and Hinduja, S. TTM: A Geometric and Technological Modeller, International Conference on Robotics and Factory of the Future, London, UK, pp.1021-1026, 1996.

Kalay Y E., The hybrid edge: a topological data structure for vertically integrated geometric modelling. *Computer-Aided Design*, 21, No 4, April, 130-140, 1989.

Mantyla, M., Sulonen, R., "GWB: a solid modeler with euler operators", IEEE, pp.17-31, 1982.

Mantyla, M., *An Introduction to Solid Modelling*. Computer Science Press, USA, 1988.

Requicha, A A G. Representations of rigid solids: theory, methods and systems, *Comput. Surv.*, vol 12, No 4, pp.437-464, 1980.

Stroud, I., Boundary modelling with special representations. *Computer-Aided Design*, vol 26, No 7, July, pp.543-550, 1994

Weiler, K., Edge-based data structures for solid modeling in curved-surface environments. *IEEE CG & A*, pp.21-40, 1985.

Weiler, K., *Topological structure for geometry modeling*. PhD Dissertation, Rensselaer Polytechnic Institute, USA, August, 1986a.

Weiler, K., "The radial edge structure: a topological representation for non-manifold geometric boundary modeling", In Wozny, M. J., McLaughlin, H. W., and Encarnacao, J. L. eds., *Geometric Modeling for CAD Applications*, Elsevier Science Publishers, Holland, pp.3-36, 1986b.

Woo, T. C. and Wolter, J. D., A constant expected time, linear storage data structure for representing three-dimensional objects, *IEEE Trans. System, Man and cybernetics*, Vol..SMC-14, No.3, pp.510-515, 1984.

Woo, T. C., A combinatorial analysis of boundary data structure schemata, *IEEE* ,pp19-27, 1985.



PAPER CODE: COB871

DINÂMICA DE VEÍCULOS COMERCIAIS COM SUSPENSÃO DO TIPO PIVOTAMENTO OSCILANTE E TRACÇÃO 6X4 / DYNAMIC OF COMMERCIAL VEHICLES WITH WALKING-BEAM SUSPENSION AND 6X4 TRACTION SYSTEM

ANTÔNIO CARLOS CANALE

USP - EESC, São Carlos - SP, Brasil - E.mail: canale@sc.usp.br

HÉLIO APARECIDO NAVARRO

UNESP - IGCE - DEMAC, Rio Claro - SP - E.mail: helio@demac.igce.unesp.br

NICOLAS BASILE VALTAS, JOSÉ ROBERTO SARAIVA & JOSÉ EDUARDO D'ELBOUX

Mercedes-Benz do Brasil S.A., São Bernardo do Campo-SP, Brasil

Abstract

The aim of this paper is to analyse the response of the commercial vehicle to the forces produced by the transmission system. The calculation model for the ideal distribution of the driving force is presented for bus, truck and tractor-trailer combinations. For the tractor, the forces acting on an accelerating vehicle in case of three-axle with walking beam suspension are considered. The proposed model considers the resistance forces (drag, rolling resistance, translation and rotation acceleration, climbing resistance) and traction system 6x4. The center of gravity of the vehicle, the dynamic driving forces, the dynamic axle load and the resistance forces are determined. This work analyses one of the Mercedes-Benz do Brasil trucks with traction system 6x4. The comparison of ideal and real distribution of driving forces and tire-road friction utilization are presented.

Palavras-chave

Veículos rodoviários comerciais, modelagem, métodos numéricos em engenharia, suspensão do tipo pivotamento oscilante./ Road commercial vehicles, modeling, numerical methods in engineering, walking-beam suspension.

1. INTRODUÇÃO

Para o projeto de um veículo rodoviário comercial deve-se obter as forças que nele atuam. No caso de automóveis, diversos modelos matemáticos foram propostos (Canale, 1989; Gillespie, 1992; Lucas, 1986). Limpert (1992) apresenta uma análise das forças de freagem atuantes em veículos comerciais simples e combinados, na qual desconsidera as forças de resistência ao movimento. Neste trabalho, descrevem-se as modelagens ideal e real da dinâmica do movimento acelerado de veículos comerciais simples e/ou combinados na forma de sistemas de equações. Considera-se ideal uma situação em que se consegue obter o máximo aproveitamento da força de tração propulsora proveniente do motor, ou seja, todos os eixos tracionados utilizam o mesmo coeficiente de aderência entre os pneumáticos e o pavimento. Nesta situação, o coeficiente de adesão máximo será alcançado pelos eixos no mesmo instante.. As forças obtidas na análise ideal são as que levam o veículo e seus componentes à máxima sollicitação.-

O termo real é utilizado quando as forças atuantes no veículo são determinadas com aceleração e velocidade fornecidas pelo motor do veículo. Em um veículo com um sistema real instalado (6x4) composto por um terceiro diferencial em que os eixos do CJET (conjunto formado pelos dois eixos traseiros do veículo trator) tracionam com a mesma força, os coeficientes de adesão são diferentes nos eixos tracionados, a menos que as forças normais nos mesmos fossem iguais.

Um modelo de cálculo para a distribuição das forças de tração ideais e reais é apresentado para ônibus, caminhões e cavalos semi-reboques. O modelo é para veículos com o trator possuindo três eixos e com a suspensão dos eixos traseiros do tipo pivotamento oscilante e o sistema de tração do tipo 6x4, sendo que em tal modelo considera-se, ainda, as forças resistivas (aerodinâmicas, resistência ao rolamento, resistência à inclinação da pista, resistência das massas em translação e rotação).

Neste trabalho descrevem-se as forças atuantes em um caminhão Mercedes-Benz com sistema de tração 6x4 e com carregamento total. É feita uma comparação da distribuição das forças de tração ideais e reais, sendo também apresentado o coeficiente de adesão utilizado.

2. VEÍCULOS SIMPLES E COMBINADOS DE TRÊS EIXOS NO TRATOR

A figura 1 ilustra um veículo combinado em que o cavalo possui três eixos. Para o caso de veículos simples deve-se desconsiderar o semi-reboque 2 com as suas respectivas forças.

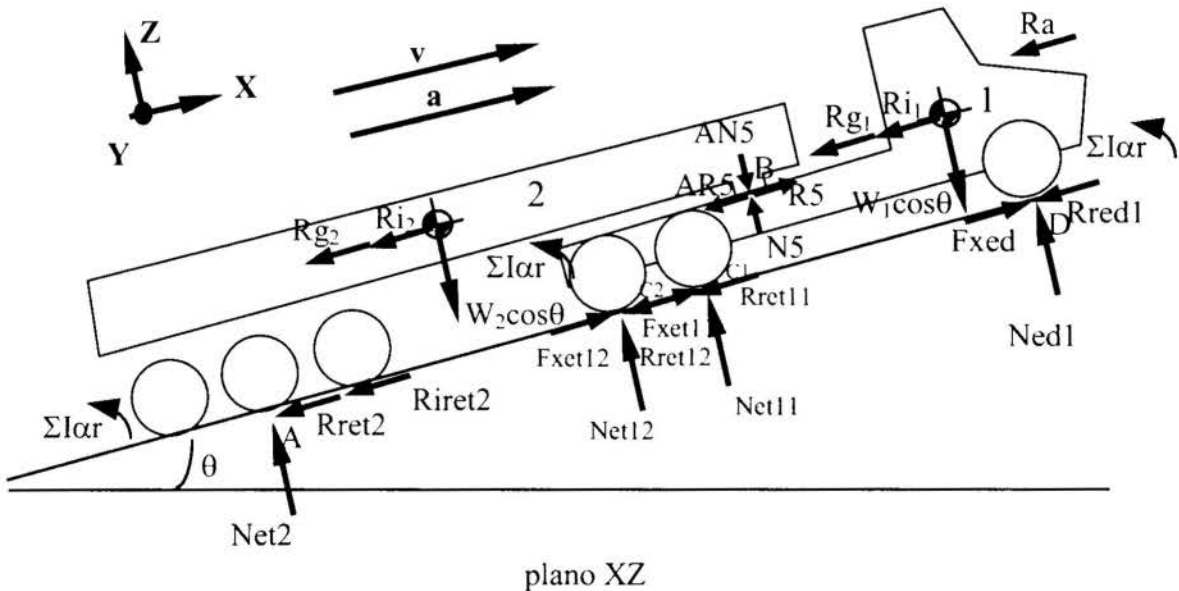


Figura 1 - Diagrama de forças de um veículo combinado com três eixos no cavalo

O tipo de suspensão com pivotamento oscilante (“Walking-Beam”) utilizado, principalmente, em caminhões está ilustrado na figura 2 em que a suspensão do cavalo está isolada mostrando as reações no pivô. Neste tipo de suspensão existe um pivô oscilante do tipo “balancim” no qual as forças reacionais devido ao momento de tração são transmitidas. A transferência de carga na aceleração ocorre do eixo primário (eixo da frente do CJET - et11) para o eixo secundário (eixo traseiro do CJET - et12).

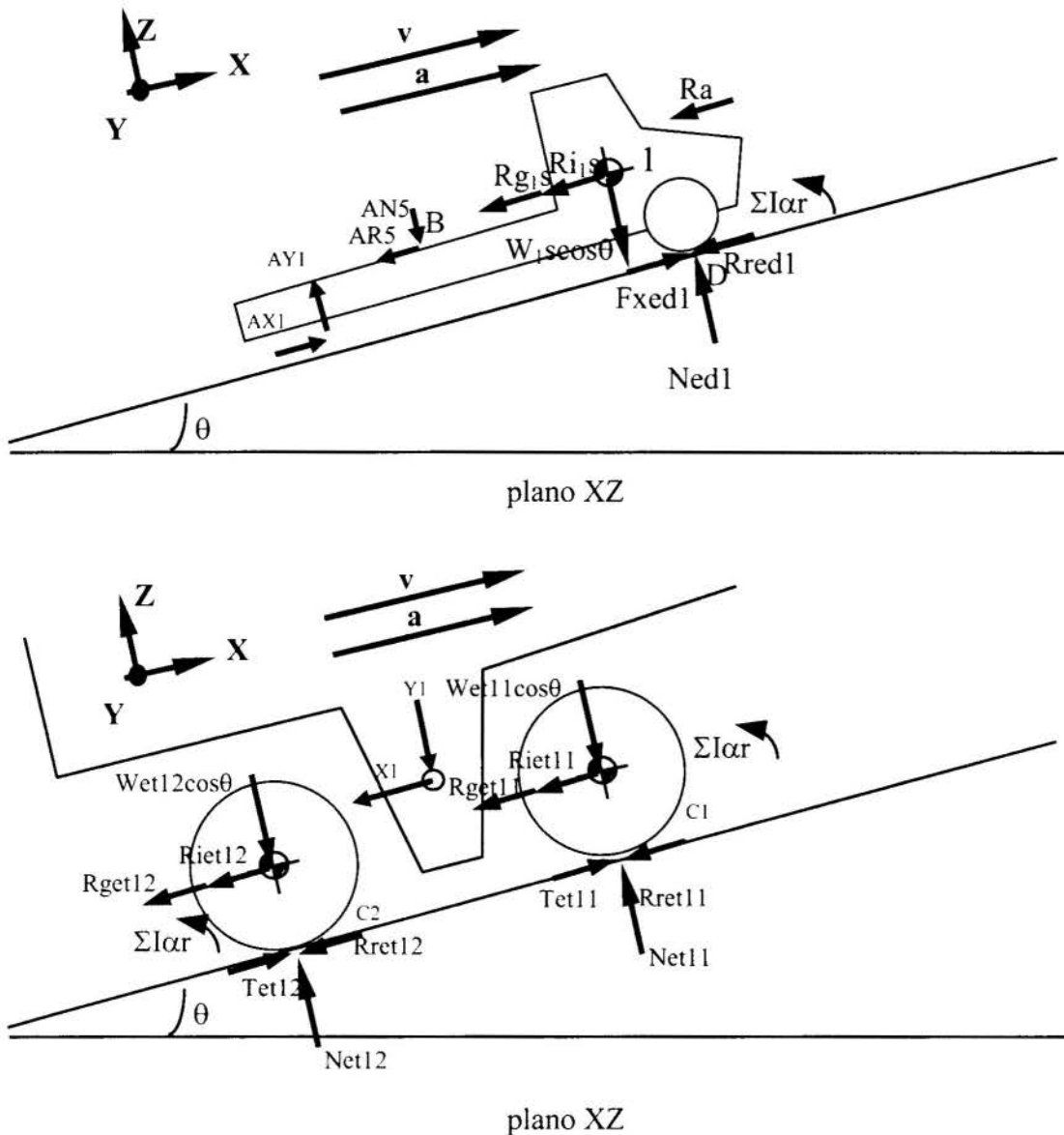


Figura 2 - Cavalos e suspensão isolados

Com a separação do cavalo de sua suspensão traseira, a posição do centro de gravidade do cavalo $cg1$ altera-se para $cg1s$. A nova posição do centro de gravidade do veículo 1 sem a suspensão traseira ($cg1s$) é calculada pelas seguintes equações: $W1s = W1 - (Wet11 + Wet12)$; $cg1sx = (W1 \cdot cg1x - Wet12 \cdot (bo + cd) - Wet11 \cdot cd) / W1s$; $cg1sy = cg1y$ e $cg1sz = (W1 \cdot cg1z - Wet12 \cdot r2 - Wet11 \cdot r1) / W1s$.

As forças atuando no veículo são $Ri1 = W1/g \cdot a$ (força de inércia do veículo trator); $Ri1s = W1s/g \cdot a$ (força de inércia do veículo trator sem a suspensão); $Ri2 = W2/g \cdot a$ (força trator do semi-reboque); $Rg1 = W1 \cdot \text{sen}\theta$ (força gradiente do veículo trator); $Rg1s = W1s \cdot \text{sen}\theta$ (força gradiente do veículo trator sem a suspensão) e $Ra = \rho v^2 C_D A / 2$ (força de resistência do ar). A posição do centro de gravidade do eixo traseiro primário de 1 na direção Z ($r1$) pode ser considerada aproximadamente como sendo igual ao raio dinâmico das rodas do eixo traseiro primário de 1. Da mesma forma, a posição $r2$ pode ser aproximada pelo raio dinâmico das rodas do eixo traseiro secundário de 1.

Para a determinação das forças ideais e reais faz-se o equilíbrio das forças em determinados pontos dos elementos isolados (semi-reboque, cavalo sem a suspensão, eixo primário da suspensão do CJET - $et11$ e eixo secundário da suspensão do CJET - $et12$)

obtendo-se as forças normais, os coeficientes de adesão utilizados e as forças de tração conforme diagrama apresentado na figura 2.

Para o semi-reboque:

$$\Sigma MQR=0 \text{ e } Rret2=fNet2 \Rightarrow$$

$$Net2(ab+f*z5)-W2cos\theta*cg2x-Ri2(cg2z-z5)-Rg2(cg2z-z5)+Riret2*z5=0; \tag{1}$$

$$\Sigma Fz=0 \Rightarrow Net2-W2cos\theta+N5=0; \tag{2}$$

$$\Sigma MA=0 \Rightarrow R5*z5-N5*ab+W2cos\theta(ab-cg2x)-Ri2*cg2z-Rg2*cg2z=0. \tag{3}$$

Para o cavalo sem a suspensão:

$$\Sigma M1=0 \text{ e } Rred1=fNed1; AR5=R5; AN5=N5 \text{ e } Ra \text{ aplicado na posição do cg vertical} \Rightarrow -Ned1(bo-ul+cd-f*v1) - Fxed1*v1 + N5(bo-ul+x5) - R5(z5-v1) + W1scos\theta * (cd-cg1sx+bo-ul) - (cg1sz-v1)(Rg1s + Ri1s) - Ra(cg1z-v1)=0 \tag{4}$$

$$\Sigma Fx=0 \text{ e }; AX1=X1; AR5=R5; Rred1=f*Ned1 \Rightarrow$$

$$X1+Fxed1-R5-Rg1s-Ri1s-f*Ned1-Ra=0; \tag{5}$$

$$\Sigma MD=0 \text{ e } AY1=Y1; AX1=X1; Rred1=fNed1 \text{ e } Ra \text{ aplicado na posição do cg vertical} \Rightarrow Y1(cd+bo-ul) - N5(cd-x5) - R5*z5 - W1scos\theta cg1sx - Ri1s*cg1sz - Rg1s*cg1sz - *Ra*cg1z + X1*v1=0. \tag{6}$$

Para a suspensão:

$$\Sigma MC2=0 \Rightarrow -Net11*bo+Y1*ul - X1*v1 -Riet12*r2 - Rget12*r2 - Riet11*r1 - Rget11*r1 + Wet11cos\theta bo=0; \tag{7}$$

$$\Sigma MC1=0 \Rightarrow Net12*bo-Y1(bo-ul) - X1*v1 - Riet12*r2 - Rget12*r2 - Riet11*r1 - Rget11*r1 - Wet12cos\theta bo=0; \tag{8}$$

$$\Sigma Fx=0 \text{ e } Rret11=fNet11; Rret12=fNet12 \Rightarrow$$

$$Fxet11+Fxet12-X1-Rget12-Riet12-Rget11-Riet11-fNet11-fNet12=0. \tag{9}$$

As equações de (1) a (9) podem ser utilizadas na determinação das forças ideais e reais.

Sistema de equações AX=B para determinação das forças ideais (tração 6x4):

$$X = \begin{pmatrix} Net2 \\ N5 \\ R5 \\ Ned1 \\ Net11 \\ Net12 \\ X1 \\ Y1 \\ Fxet11 \\ Fxet12 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} ab + f * z5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -ab & z5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & bo - ul + x5 & -(z5 - v1) & -(bo - ul + cd - f * v1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -f & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(cd - x5) & -z5 & 0 & 0 & 0 & v1 & cd + bo - ul & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -bo & 0 & -v1 & ul & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & bo & -v1 & -(bo - ul) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f & -f & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\mu & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} W2 \cos \theta * cg2x + (cg2z - z5) * (Rg2 + Ri2) - Riret2 * z5 \\ W2 \cos \theta \\ -W2 \cos \theta (ab - cg2x) + (Ri2 + Rg2) * cg2z \\ -W1s \cos \theta (cd - cg1sx + bo - u1) + (cg1sz - v1) * (Ri1s + Rg1s) + Ra(cg1z - v1) - Rired1 * v1 \\ Rired1 + Rg1s + Ri1s + Ra \\ W1s \cos \theta cg1sx + Ri1s * cg1sz + Rg1 * cg1z + Ra * cg1z \\ Riet12 * r2 + Rget12 * r2 + Riet11 * r1 + Rget11 * r1 - Wet11 \cos \theta bo \\ Riet12 * r2 + Rget12 * r2 + Riet11 * r1 + Rget11 * r1 + Wet12 \cos \theta bo \\ Rget12 + Riet12 + Rget11 + Riet11 \\ 0 \end{pmatrix}$$

As incógnitas X são calculadas de forma iterativa, adotando como valor inicial para $\mu = a/g$. O novo valor de μ é calculado pela expressão $\mu = (f(W1+W2)\cos\theta + Rg1 + Ri1 + Ra + Rg2 + Ri2 + Riret2 + Rired1) / (Net11 + Net12)$. Quando o processo terminar, com as incógnitas do vetor X calculam-se o coeficiente de adesão utilizado através da expressão $\mu = Fxet11/Net11$ e a força normal total através da expressão $Ntot = Ned1 + Net11 + Net12 + Net2$. As forças de tração serão iguais a zero para os eixos sem tração e iguais as forças de tração disponíveis no solo para os eixos tracionados, assim, $Fed1=0$, $Fet11 = Fxet11$, $Fet12 = Fxet12$, $Fet2=0$, $Fttot = Fed1 + Fet11 + Fet12 + Fet2$; a distribuição das forças de tração $\%Fed1=0$, $\%Fet11 = Fet11 * 100 / Fttot$, $\%Fet12 = Fet12 * 100 / Fttot$, $\%Fet2=0$ e a distribuição das forças normais $\%Ned1 = Ned1 * 100 / Ntot$; $\%Net11 = Net11 * 100 / Ntot$; $\%Net12 = Net12 * 100 / Net12$; $\%Net2 = Net2 * 100 / Ntot$. A força de inércia $Rired1 = \Sigma Ired1 * a / r^2$ e $Riret2 = \Sigma Iret2 * a / r^2$.

O sistema de equações $AX=B$ para a determinação das **forças reais** (tração 6x4 - suspensão com pivotamento oscilante e torque igual nos eixos traseiros do CJET) é idêntico ao anterior com a substituição da última equação ($Fxet12 = \mu Net12$) pela equação $Fxet11 = Fxet12$.

Resolve-se esse novo sistema determinando-se o vetor X que é utilizado para o cálculo de $\mu et11 = Fxet11/Net11$ e de $\mu et12 = Fxet12/Net12$.

No caso de se analisar um veículo simples deve-se retirar dos sistemas $AX=B$ as equações que contém as forças $Net2$, $N5$ e $R5$, assim como $W2$, $Rg2$, $Riret2$ e $Ri2$.

3. ANÁLISE IDEAL DAS FORÇAS DE UM VEÍCULO

O veículo analisado é um caminhão Mercedes-Benz com tração 6x4 e suspensão do tipo pivotamento oscilante. Os resultados foram obtidos com o caminhão pesando 225.630 N (peso bruto total - PBT) e sem a utilização de reboques.

As principais características do veículo são apresentadas a seguir, segundo informações fornecidas pelo fabricante do veículo: distância entre eixos (cd): 5,35 m; bitola dianteira: 1,994 m; bitola traseira: 1,8 m; distância entre os eixos traseiros (bo): 1,45 m; distância em X entre o eixo traseiro secundário e o pivô (u1): 0,725 m; altura em Z do pivô da suspensão traseira (v1): 0,66 m; peso do eixo primário traseiro (Wet11): 15.892 N; peso do eixo secundário traseiro (Wet12): 12.949 N; raio dinâmico das rodas (r): 0,55 m; coeficiente de arrasto aerodinâmico (C_D): 0,8; densidade do ar (ρ): 1,225 kg/m³; coeficiente de resistência ao rolamento (f): 0,008 constante; inclinação da pista (θ): 0; área frontal do veículo (A): 6,5 m²; peso limite no eixo dianteiro: 58.860 N; peso limite no eixo traseiro primário: 83.385 N; peso limite no eixo traseiro secundário: 83.385 N.

A posição do centro de gravidade para o veículo carregado (PBT = 225.630 N) calculada com as características do veículo é igual a:

- (peso limite) distância ao eixo dianteiro (X): 4,49 m;
- (peso limite) distância ao lado do passageiro (Y): 0,997 m;
- (cg da carga a 1,75 m do solo) - distância em relação ao pavimento (Z): 1,565 m.

As tabelas 1, 2 e 3 são para o veículo trafegando a 22,2 m/s e a inércia das rodas não motoras participando em 4% na massa equivalente do veículo.

A tabela 1 contém as forças de tração nos eixos e a distribuição ideal dessas forças em função da aceleração do veículo.

Tabela 1: Distribuição das forças de tração nos eixos do veículo

a [m/s ²]	Fed1 [N]	Fet11 [N]	Fet12 [N]	Fttot [N]	%Fed1 [%]	%Fet11 [%]	%Fet12 [%]	%Fttot [%]
0	0	1.700	1.678	3.378	0	50,3	49,7	100
0,2	0	3.905	4.046	7.951	0	49,1	50,9	100
0,4	0	6.000	6.524	12.523	0	47,9	52,1	100
0,6	0	7.987	9.110	17.096	0	46,7	53,3	100
0,8	0	9.866	11.803	21.669	0	45,5	54,5	100
1	0	11.640	14.602	26.242	0	44,4	55,6	100
1,2	0	13.309	17.505	30.814	0	43,2	56,8	100
1,4	0	14.875	20.512	35.387	0	42,0	58,0	100
1,6	0	16.339	23.621	39.960	0	40,9	59,1	100
1,8	0	17.702	26.830	44.533	0	39,8	60,2	100
2	0	18.966	30.140	49.106	0	38,6	61,4	100

Obs: a aceleração **a** é fornecida pelo projetista

Através da tabela 1 verifica-se que para a suspensão do tipo pivotamento oscilante as distribuições ideais para as forças de tração, %Fet11 e %Fet12, variam na faixa de 40% a 60%. Assim, o sistema de transmissão instalado no veículo deve permitir uma distribuição de forças de tração nos eixos também nesta faixa.

A tabela 2 contém as forças normais nos eixos do veículo, assim como sua distribuição, em função da aceleração.

Tabela 2: Distribuição das forças normais nos eixos do veículo

a [m/s ²]	Ned1 [N]	Net11 [N]	Net12 [N]	Ntot [N]	%Ned1 [%]	%Net11 [%]	%Net12 [%]	%Ntot [%]
0	58.333	84.192	83.105	225.630	25,9	37,3	36,8	100
0,2	57.656	82.495	85.478	225.630	25,6	36,6	37,9	100
0,4	56.980	80.799	87.852	225.630	25,3	35,8	38,9	100
0,6	56.303	79.102	90.225	225.630	25,0	35,1	40,0	100
0,8	55.626	77.406	92.598	225.630	24,7	34,3	41,0	100
1	54.949	75.710	94.971	225.630	24,4	33,6	42,1	100
1,2	54.272	74.013	97.345	225.630	24,1	32,8	43,1	100
1,4	53.595	72.317	99.718	225.630	23,8	32,1	44,2	100
1,6	52.919	70.620	102.091	225.630	23,5	31,3	45,2	100
1,8	52.242	68.924	104.464	225.630	23,2	30,5	46,3	100
2	51.565	67.228	106.837	225.630	22,9	29,8	47,4	100

Obs: a aceleração **a** é fornecida pelo projetista

Na tabela 3 são apresentados μ - coeficiente de adesão; R_a - resistência do ar; R_g - resistência à inclinação da pista; R_{red1} - resistência ao rolamento do eixo dianteiro; R_{ret11} - resistência ao rolamento do eixo traseiro primário; R_{ret12} - resistência ao rolamento do eixo traseiro secundário; F_{rtot} - resistência total. Para o projeto da suspensão do veículo deve-se conhecer as forças no pivô ($Y1$, $X1$) em função da aceleração.

Tabela 3: Forças de resistência e forças no pivô (conforme figura 2)

a [m/s ²]	μ []	R_a [N]	R_g [N]	R_{red1} [N]	R_{ret11} [N]	R_{ret12} [N]	F_{rtot} [N]	$Y1$ [N]	$X1$ [N]
0	0,02	1.573	0	467	674	665	3.378	138.455	2.040
0,2	0,05	1.573	0	461	660	684	3.378	139.132	6.030
0,4	0,07	1.573	0	456	646	703	3.378	139.809	10.021
0,6	0,1	1.573	0	450	633	722	3.378	140.486	14.011
0,8	0,13	1.573	0	445	619	741	3.378	141.163	18.002
1	0,15	1.573	0	440	606	760	3.378	141.840	21.992
1,2	0,18	1.573	0	434	592	779	3.378	142.516	25.983
1,4	0,21	1.573	0	429	579	798	3.378	143.193	29.973
1,6	0,23	1.573	0	423	565	817	3.378	143.870	33.964
1,8	0,26	1.573	0	418	551	836	3.378	144.547	37.954
2	0,28	1.573	0	413	538	855	3.378	145.224	41.945

Obs: a aceleração a é fornecida pelo projetista

4. ANÁLISE REAL DAS FORÇAS DE UM VEÍCULO

As forças reais foram calculadas com o mesmo veículo da seção 3. O sistema de transmissão real apresenta as características descritas a seguir, segundo informações fornecidas pelo fabricante do veículo: - torque igual nos eixos traseiros, distribuído por um diferencial; - coeficiente devido à inércia das partes rotativas (calculado em função dos momentos de inércia do motor, platô e disco - os momentos de inércia da transmissão foram desprezados, as rodas contribuem em 4% no fator de massa devido à inércia das partes rotativas); - motor: faixa de rotação de 99,5 a 219,9 rad/s; torque máximo = 1.580 Nm a 131,9 rad/s (valores reduzidos para condições de ensaio conforme NBR5484 (1985)); - câmbio: ZF 16S160 - câmbio de 16 marchas (8 longas e 8 reduzidas); - reduções de 13,676 a 1,0; - rendimentos variando de 0,96 a 1,00 conforme reduções; - eixo traseiro com redução de 4,637 e rendimento de 0,92.

Tabela 4: Coeficientes de adesão utilizados, forças de tração e forças normais

a [m/s ²]	v [m/s]	μ_{et11} []	μ_{et12} []	F_{et11} [N]	F_{et12} [N]	N_{ed1} [N]	N_{et11} [N]	N_{et12} [N]
2,1	1,8	0,38	0,24	25.267	25.267	51.355	66.712	107.563
2,4	2	0,46	0,26	29.092	29.092	50.233	63.874	111.533
2,5	2,2	0,48	0,27	30.040	30.040	49.942	63.171	112.517
2,5	2,4	0,48	0,27	30.331	30.331	49.856	62.955	112.819
2,5	2,6	0,47	0,27	29.962	29.962	49.965	63.228	112.436
2,4	2,8	0,46	0,26	29.372	29.372	50.140	63.666	111.824
2,4	3,	0,44	0,26	28.540	28.540	50.386	64.283	110.961
2,3	3,2	0,42	0,25	27.361	27.361	50.735	65.158	109.736
2,1	3,4	0,39	0,24	-25.996	25.996	51.139	66.171	108.319

2	3,7	0,37	0,23	24.690	24.690	51.526	- 67.140	106.964
1,8	3,9	0,34	0,22	23.397	23.397	51.909	68.099	105.622

A tabela 4 contém os seguintes resultados: as forças de tração nos eixos motores, as forças normais nos eixos, as forças de inércia das partes rotativas e os coeficientes de adesão utilizados. A aceleração a é obtida com o motor na carga máxima (curva de torque máximo). Os cálculos foram feitos para o veículo utilizando a terceira marcha reduzida (redução de 6,727).

5. CONCLUSÃO

Aplicou-se a modelagem desenvolvida na seção 2 em um caminhão com tração 6x4 e suspensão do tipo pivotamento oscilante. O tipo de suspensão com pivotamento oscilante, juntamente com um sistema de transmissão com distribuição fixa das forças de tração não é uma solução mais adequada para este tipo de veículo com tração 6x4. A utilização de sistemas de transmissões com uma distribuição fixa de torque nos eixos de tração dificulta o alcance da distribuição ideal em todas as condições de operação do veículo. Kasuga *et al.* (1994) analisa sistemas eletrônicos para o controle de distribuição de torque entre os eixos de tração, no sentido de projetar esses sistemas de forma a aproximar a distribuição de forças da ideal. Navarro (1997) apresenta uma análise de um veículo com sistema de tração 6x4 e com suspensão do tipo feixe múltiplo de molas, em que a distribuição das forças de tração ideal é aproximadamente igual à distribuição real de 50 % em cada eixo traseiro do CJET, o que mostra que este tipo de suspensão é mais eficiente para uma distribuição fixa de tração.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Canale, A. C. *Automobilística: dinâmica e desempenho*. São Paulo, Editora Érica, 1989, 124p.
- Kasuga, S.; Otsubo, H.; Matsuo, Y & Yamashita, T. Development of an electronically controlled four wheel drive system for FR vehicle with AT. *JSAE Review*, n.15, p.315-321, Mar, 1994.
- Gillespie, T. D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. Warrendale: USA, Society of Automotive Engineers, 1992, 495p.
- Limpert, R. *Brake design and safety*. Warrendale, U.S.A., SAE., 1992, 460p.
- Lucas, G. G. *Road vehicle performance*. Gordon and Breach, Science Publishers, Inc., 1986, 200p.
- Navarro, H. A. *Desempenho na aceleração e consumo de combustível de veículos rodoviários comerciais*. São Carlos, Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1997, 184p.



PAPER CODE: COB98

SELEÇÃO DE ESTADOS EM REDUÇÃO DE MODELOS COM REALIZAÇÃO BALANCEADA / STATES SELECTION IN MODEL REDUCTION VIA BALANCED REALIZATION

EDVALDO ASSUNÇÃO¹, PEDRO L. D. PERES², PAULO A. V. FERREIRA² & ELDER M. HEMERLY³

¹*Departamento de Engenharia Elétrica, Faculdade de Engenharia - UNESP - Ilha Solteira
CEP 15.385-000 Ilha Solteira, SP, Brasil - E-mail: edvaldo@dee.feis.unesp.br*

²*Departamento de Telemática, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - UNICAMP
CP 6101, CEP 13.081-970 Campinas, SP, Brasil - E-mail: {peres,valente}@dt.fee.unicamp.br*

³*Instituto Tecnológico de Aeronáutica - CTA - ITA - IEEE
CEP 12228-900, São José dos Campos, SP, Brasil - E-mail: hemerly@ele.ita.cta.br*

Abstract

This work evaluates the performance of two different techniques for selecting the states to be maintained in the reduced model obtained through balanced realization. The model reduction method via balanced realization is presented, and a criterion that takes into account the reduced model impulse response is proposed. The main advantage of this criterion is that it considers not only the singular values, but also the coefficients of the dynamic system output matrix. An example is presented, indicating the better performance of proposed criterion when compared with the classical one adopted in the balanced realization.

Keywords

sistemas dinâmicos, redução de modelos, realização balanceada, resposta ao impulso / dynamic systems, model reduction, balanced realization, impulse response.

1. INTRODUÇÃO

O problema de redução de modelos consiste na aproximação de um modelo de alta ordem por outro de menor ordem de acordo com algum critério de desempenho. Diferentes critérios de desempenho estão sendo investigados atualmente, vide por exemplo Grigoriadis *et al.* (1996), Helmersson (1994), Kavranoglu *et al.* (1996) e Beck *et al.* (1995).

Neste trabalho será estudada uma ferramenta eficaz para redução de modelos. O método consiste na aplicação de uma transformação linear que determina uma realização balanceada do sistema dinâmico, possibilitando quantificar a controlabilidade e a observabilidade de cada componente do vetor de estados.

É proposto então um procedimento para a escolha da ordem do modelo reduzido, implicando portanto em um critério para a seleção dos estados que serão retidos. Este critério foi inicialmente utilizado como índice de desempenho do modelo reduzido (Assunção *et al.*, 1992)

2. REDUÇÃO DE MODELOS VIA REALIZAÇÃO BALANCEADA

A redução de modelos utilizando realização balanceada foi proposta por Moore (1981). Segundo Moore (1981), existe um modelo exato de baixa ordem se e somente se, em alguma base, o modelo original puder ser organizado na forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_r & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_r \\ B_2 \end{bmatrix} u(t) \quad (1)$$

$$y(t) = [C_r \quad C_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

sendo que o subsistema (A_r , B_r e C_r) possui a mesma resposta ao impulso que o modelo original. A figura 1 ilustra essa equivalência.

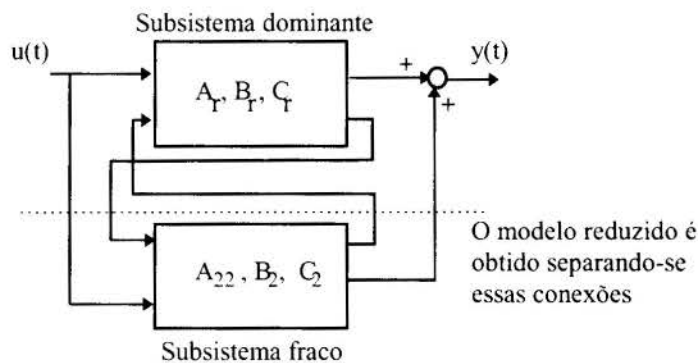


Figura 1: Representação do sistema em dois subsistemas: dominante e fraco.

Basicamente, o método de redução de modelos tem por objetivo eliminar a parcela do sistema que contribui pouco para a resposta ao impulso. Ou seja, reorganiza-se o modelo original através de uma transformação linear. Para isto, define-se como subsistema dominante o subsistema cuja resposta ao impulso é aproximadamente igual à resposta apresentada pelo sistema original.

A transformação linear que separa o sistema em dois subsistemas, dominante e fraco, é a transformação balanceada (Moore, 1981). A seguir, o procedimento de redução de modelos é apresentado.

Seja o sistema dinâmico linear invariante no tempo

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A} x(t) + \bar{B} u(t) \\ y(t) &= \bar{C} x(t) \end{aligned} \quad (2)$$

sendo que as matrizes $\bar{A} \in C^{n \times n}$, $\bar{B} \in C^{n \times m}$ e $\bar{C} \in C^{p \times n}$ são constantes.

Assumindo que a descrição em espaço de estados do sistema dinâmico seja observável e controlável e que os auto valores de \bar{A} possuam parte real estritamente negativas, pode-se definir o gramiano da controlabilidade como

$$W_c = \int_0^{+\infty} e^{\bar{A}t} \bar{B} \bar{B}^* e^{\bar{A}^*t} dt \quad (3)$$

e o gramiano da observabilidade como

$$W_o = \int_0^{+\infty} e^{\bar{A}t} \bar{C}^* \bar{C} e^{\bar{A}t} dt \quad (4)$$

Considerando as correspondentes equações diferenciais matriciais, é fácil verificar que W_c e W_o satisfazem as seguintes equações de Lyapunov:

$$\begin{aligned} \bar{A} W_c + W_c \bar{A}^* + \bar{B} \bar{B}^* &= 0 \\ \bar{A}^* W_o + W_o \bar{A} + \bar{C}^* \bar{C} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

sendo $W_c = W_c'$ e $W_o = W_o'$.

O gramiano de controlabilidade indica se existem alguns estados que poderão ser alcançados somente se uma grande energia de entrada for aplicada e o gramiano de observabilidade indica se existem alguns estados que terão pouco efeito na saída.

Dado um sistema linear invariante no tempo e assintoticamente estável, observável e controlável, como em (1), uma realização interna (A, B, C) é denominada balanceada se

$$W_c = W_o = \Sigma \quad (6)$$

sendo $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ e n é a ordem do sistema. Ou equivalentemente, das equações (3) e (4):

$$\int_0^{+\infty} e^{At} B B^* e^{A^*t} dt = \int_0^{+\infty} e^{A^*t} C^* C e^{At} dt = \Sigma \quad (7)$$

Um algoritmo computacional prático para determinação da transformação linear que representa o sistema (1), $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$, de uma maneira internamente balanceada (A, B, C) é dado em Laub *et al.* (1987). Assim, a matriz Σ é solução da equação (5) e para um sistema dinâmico (A, B, C) balanceado, é obtida resolvendo-se

$$\begin{aligned} A \Sigma + \Sigma A^* + B B^* &= 0 \\ A^* \Sigma + \Sigma A + C^* C &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Considere uma reorganização do sistema (A, B, C) internamente balanceado em dois subsistemas interconectados. Isto é,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

Da mesma forma, particiona-se Σ como a seguir:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0 \\ 0 & \Sigma_2 \end{bmatrix}, \quad \Sigma_1 = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_r \end{bmatrix}, \quad \Sigma_2 = \begin{bmatrix} \sigma_{r+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{r+2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

e com base nesta partição em dois subsistemas quaisquer, segue-se a proposição 1:

Proposição 1. Os dois subsistemas (A_{11}, B_1, C_1) e (A_{22}, B_2, C_2) são assintoticamente estáveis e internamente balanceados com

$$\begin{aligned} W_{o1} &= W_{c1} = \Sigma_1 \\ W_{o2} &= W_{c2} = \Sigma_2 \end{aligned} \quad (11)$$

para qualquer reorganização do sistema (A, B, C) , internamente balanceado, em dois subsistemas interconectados.

Suponha que Σ seja da forma $\Sigma = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$, com $\sigma_i \geq \sigma_{i+1}$, $i=1, \dots, n-1$. Seja $A_r = A_{11}$, $B_r = B_1$, $C_r = C_1$. Então o sistema de ordem reduzida (A_r, B_r, C_r) é uma boa aproximação do sistema (A, B, C) se $\sigma_r \gg \sigma_{r+1}$. Assim, o sistema reduzido é dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r u(t) \\ y(t) &= C_r x_r(t) \end{aligned} \quad (12)$$

Como proposto por Moore, o procedimento de redução de modelos utilizando a realização balanceada resume-se em primeiramente calcular a transformação balanceada (Laub *et al.*, 1987) e em seguida particionar o sistema em dois subsistemas conforme as equações (9) e (10), respeitando a relação $\sigma_r \gg \sigma_{r+1}$. O modelo reduzido é obtido da equação (12).

A seguir, é apresentado um critério (proposto inicialmente em Assunção *et al.* (1992) como um índice de desempenho) que não leva em consideração apenas os valores singulares σ_i , mas também os coeficientes da matriz de saída do sistema dinâmico associado, avaliando a resposta ao impulso do sistema original e a do modelo reduzido.

3. SELEÇÃO DOS ESTADOS NO MODELO REDUZIDO

A determinação da ordem do sistema reduzido pode ser muitas vezes demorada e custosa. Além disso, o critério proposto por Moore não relaciona os desempenhos dos modelos reduzidos e original. Para sanar este inconveniente, foi proposto em Assunção *et al.* (1992) um procedimento para quantificar a relação entre os desempenhos dos sistemas reduzido e original, em função da ordem do sistema reduzido.

Considere o sistema balanceado particionado conforme a equação. (9). O sistema reduzido de ordem r é dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r u(t) \\ y(t) &= C_r x_r(t) \end{aligned} \quad (13)$$

e o sistema original balanceado é dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (14)$$

Da proposição 1 tem-se:

$$\int_0^{+\infty} e^{A_r t} B_r B_r^* e^{A_r^* t} dt = \int_0^{+\infty} e^{A_r t} C_r^* C_r e^{A_r t} dt = \Sigma_r \quad (15)$$

Para avaliar a relação existente entre o modelo reduzido e o modelo original, as resposta ao impulso do sistema original balanceado (A, B, C) e do sistema reduzido (A_r, B_r, C_r) são calculadas. Supondo, de início, o caso SISO (sistema com uma entrada e uma saída), tem-se

$$\begin{aligned} h(t) &= C e^{A t} B \\ h_r(t) &= C_r e^{A_r t} B_r \end{aligned} \quad (16)$$

Assim,

$$I = \int_0^{+\infty} h(t) h^*(t) dt = \int_0^{+\infty} C e^{A t} B B^* e^{A^* t} C^* dt = C \Sigma C^* \quad (17)$$

e de maneira similar para o sistema reduzido

$$I_r = \int_0^{+\infty} h_r(t) h_r^*(t) dt = \int_0^{+\infty} C_r e^{A_r t} B_r B_r^* e^{A_r^* t} C_r^* dt = C_r \Sigma_r C_r^* \quad (18)$$

Com base nas equações (17) e (18), define-se o índice de desempenho:

$$\alpha_r = \frac{I_r}{I} = \frac{C_r \Sigma_r C_r^*}{C \Sigma C^*} \quad (19)$$

Para o caso multivariável (MIMO), o coeficiente α_r é dado por

$$\alpha_r = \left(\frac{\text{Tr}(C_r \Sigma_r C_r^*)}{\text{Tr}(C \Sigma C^*)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

sendo $\text{Tr}(\cdot)$ o traço da matriz.

De maneira equivalente, o mesmo resultado pode ser obtido no domínio da frequência. Seja a função de transferência do sistema balanceado (A, B, C) dada por

$$H(s) = C(sI - A)^{-1} B \quad (21)$$

cuja norma quadrática (veja, por exemplo, Chen (1984)), definida por

$$\|H(s)\|_2^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H^*(j\omega) H(j\omega) d\omega \quad (22)$$

pode também ser calculada a partir dos gramianos de controlabilidade e observabilidade (soluções de (5)):

$$\|H(s)\|_2^2 = \text{Tr}(CW_c C') = \text{Tr}(B' W_o B) \quad (23)$$

Pelo teorema de Parseval (Chen, 1984), tem-se

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H^*(j\omega) H(j\omega) d\omega = \int_0^{+\infty} h(t) h^*(t) dt \quad (24)$$

implicando

$$\alpha_r = \frac{I_r^{\frac{1}{2}}}{I^{\frac{1}{2}}} = \frac{\|H_r(s)\|_2}{\|H(s)\|_2} = \left(\frac{\text{Tr}(C_r \Sigma_r C_r^*)}{\text{Tr}(C \Sigma C^*)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

Conclui-se então que o índice de desempenho α_r representa a relação entre desempenhos do sistema reduzido comparado com o original tanto no que se refere a respostas ao impulso, quanto no que diz respeito à norma quadrática dos sistemas (resposta em frequência).

Os estados de (A_r, B_r, C_r) devem ser selecionados do modo a maximizar α_r na equação (20). Como $\text{Tr}(C_r \Sigma_r C_r^*)$ é igual à soma dos r primeiros termos de $\text{Tr}(C \Sigma C^*)$, deve-se ordenar os elementos de $C \Sigma C^*$ em ordem decrescente, e na mesma seqüência reordenar os estados de (A, B, C) . Os estados do sistema reduzido (A_r, B_r, C_r) serão os r primeiros estados desse sistema original reordenado. Com este procedimento, está garantida a maximização de α_r . A estabilidade do sistema reduzido é assegurada pela proposição 1 (qualquer reorganização do sistema (A, B, C) , internamente balanceada, em dois subsistemas, preserva a estabilidade).

A seguir, um exemplo de redução de modelos é apresentado, permitindo uma comparação entre os dois critérios para a seleção dos estados a serem retidos no modelo reduzido.

4. EXEMPLO

Considere o modelo do sistema dinâmico dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18,5544 & 2,9393 & 5,8739 & 7,4693 \\ 21,2758 & -3,4087 & -6,7954 & -8,5100 \\ -17,0577 & 2,7091 & 5,3106 & 6,9667 \\ 38,7915 & -6,1881 & -12,2708 & -15,6391 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6,9 \\ 10,2 \\ -6,6 \\ 16,9 \end{bmatrix} u(t) \quad (26)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} -4,1750 & 1,0250 & 1,1500 & 1,9750 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

A transformação balanceada fornece

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{b1}(t) \\ \dot{x}_{b2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0500 & -0,7273 & -0,0099 & 0,0198 \\ -0,7273 & -32,0000 & -0,7143 & 1,4545 \\ -0,0099 & -0,7143 & -0,0417 & 0,0909 \\ 0,0198 & 1,4545 & 0,0909 & -0,2000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{b1}(t) \\ x_{b2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1,0 \\ -8,0 \\ -0,1 \\ 0,2 \end{bmatrix} u(t) \quad (27)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} -1,0 & -8,0 & -0,1 & 0,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{b1}(t) \\ x_{b2}(t) \end{bmatrix}$$

com

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 10,0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,12 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Pelo critério de Moore (1981), um modelo reduzido de ordem 1 deve reter o estado x_{b1} apenas. O índice α_r fornece $\alpha_1=0,3676$ (isto é, retendo-se apenas o estado x_{b1} no modelo reduzido) e $\alpha_1=0,9299$ (apenas x_{b2}), mostrando que o estado x_{b2} é o estado que deve ser mantido no modelo reduzido do sistema. As respostas ao impulso do modelo original e dos modelos reduzidos estão mostradas na figura 2.

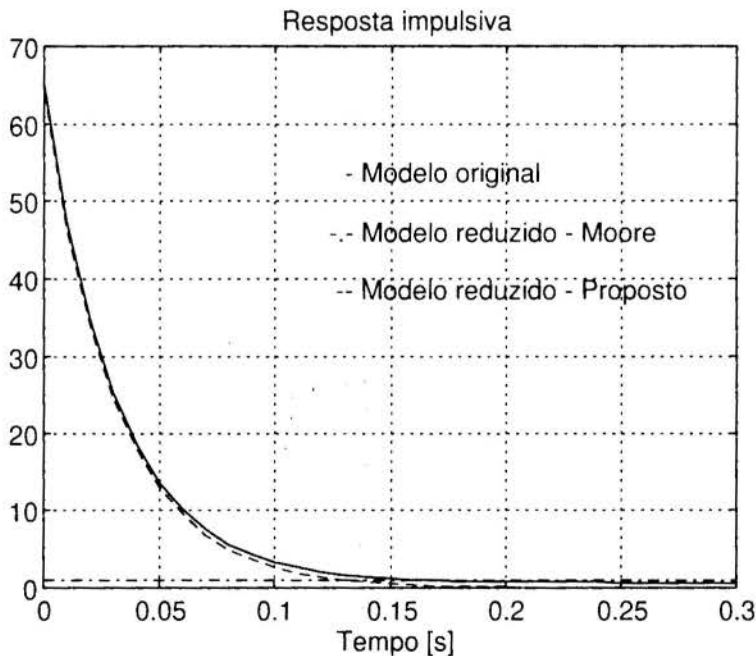


Figura 2- Comparação entre as respostas impulsivas dos dois modelos reduzidos.

Com esta simulação, constata-se que para este sistema o desempenho alcançado com a seleção segundo a equação (20) é superior à conseguida com a seleção indicada por Moore .

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposto um critério para a seleção de estados em redução de modelos via transformação balanceada, baseado na relação da resposta impulsiva do sistema reduzido com a do sistema original.

Através de um exemplo, mostrou-se que o critério de seleção de estados proposto por Moore para redução de modelos pode apresentar resultados bem insatisfatórios, o que não ocorre com o critério proposto neste artigo. Na totalidade dos casos estudados, a redução segundo o critério apresentado se mostrou superior ou igual à de Moore.

Como subproduto, o critério proporciona uma análise do desempenho do sistema reduzido em função de sua ordem (Assunção *et al.*, 1992), sem a necessidade de realizar todas as reduções possíveis, fornecendo ao projetista um gráfico ilustrativo do desempenho versus ordem do modelo reduzido que auxilia a escolha da ordem do modelo reduzido.

6. REFERÊNCIAS

- Assunção, E. & Hemerly, E. M. Redução de Modelos de Sistemas Dinâmicos. *Anais do 9º Congresso Brasileiro de Automática*. Vitória - ES. Vol.1, pp.159-164, 1992.
- Beck, C. , Bodenheimer, B. & Bendotti, P. LMI-Based Model Reduction for a Vectored-Thrust Ducted Fan, *IEEE Proceeding of the 34rd Conference on Decision & Control*, New Orleans USA, pp 871-872, 1995.
- Chen, C. T. *Linear System Theory and Design*. Hold Rinehart and Winston, New York, 1984.
- Grigoriadis, K. M., Lu, J & Skelton, R. E. L_2 and L_2 - L_∞ Model Reduction via Linear Matrix Inequalities, *IEEE Proceeding of the 35rd Conference on Decision & Control*, Kobe, Japan, pp 4282-4287, 1996.
- Helmersson, A. Model Reduction Using LMIs, *IEEE Proceeding of the 33rd Conference on Decision & Control*, Florida, USA, pp 3217-3222, 1994.
- Kavranoglu, D. & Bettayeb, M. LMI Based Computational Schemes for H_∞ Model Reduction, *IFAC Proceeding of the 13th Triennial World Congress*, San Francisco, USA, pp 191-196, 1996.
- Laub, A . J. ; Heath, M. T.; Paige, C. C. & Ward, R. C. Computation of System Balancing Transformation and Other Applications of Simultaneous Diagonalization Algorithms. *IEEE Trans. on Autom. Control*. Vol AC-32, no. 2, 1987
- Moore, B. C. Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability, and Model Reduction. *IEEE Trans. on Autom. Control*. Vol AC-26, no. 1, 1981.

PAPER CODE: COB991

UM MODELO NUMÉRICO PARA IMPACTO NORMAL DE UM SÓLIDO PRISMÁTICO RETANGULAR CONTRA UM SOLADO DE BORRACHA / A NUMERICAL MODEL TO NORMAL IMPACT OF A RECTANGULAR PRISMATIC SOLID AGAINST A RUBBER FLOOR

Wilson Toresan Jr. & Alberto Tamagna

Departamento de Engenharia Mecânica - LVDE - PROMEC - UFRGS

CEP 90620-110, Rua São Manoel 1478, ap.201, POA-RS-Brasi - E-mail: wilsinho@vortex.ufrgs.br

Abstract

The aim of this work is the development and implementation of a theoretical-numerical model to represent a impact of a rectangular prismatic solid against a rubber floor. The media are represented by a truss-like discrete model with mass concentrated at nodal position and with correspondent stiffness so that the modeled continuum presents the same coefficients. The results are obtained by direct integration of equations of motion using central finite differences, explicit way. The contact problem is solved using an algorithm that recognizes the situation.

Keywords

Impact, finite differences, modelling, rubber / impacto, diferenças finitas, modelagem, borracha.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo implementar um modelo teórico-numérico que simule o impacto de um sólido prismático retangular contra um solado de borracha.

O modelo teórico adotado, neste trabalho, foi primeiramente desenvolvido por Nayfeh & Hefzy (1978), onde desejava-se representar painéis formados por módulos de treliças espaciais, empregados na indústria aeronáutica, através de um meio contínuo equivalente.

Hayashi (1982) percorreu o caminho inverso, ou seja, a partir de um sólido elástico isotrópico com constantes conhecidas, obteve as propriedades das barras de treliça espacial para o arranjo cúbico apresentado na figura (1). Neste trabalho, assim como em Hayashi (1982), Rocha (1989), Iturrioz (1995) e Toresan

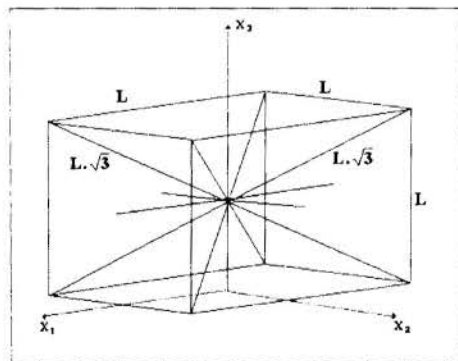


Figura 1: Unidade cúbica básica

(1996), a discretização espacial consiste em um arranjo de barras de treliça com rigidez equivalente ao contínuo que se quer representar.

As massas são concentradas nos nós e as equações de movimento são integradas

diretamente, através do método das diferenças finitas centrais, modo explícito, no tempo.

Este modelo permite considerarem-se não-linearidades geométrica e física, recalculando-se, a cada passo de integração, as novas coordenadas das massas nodais e adotando-se relações constitutivas adequadas aos materiais utilizados, respectivamente.

Para representar o comportamento do solado de borracha, utilizou-se uma relação constitutiva elástica não-linear, neo-hookeana, conforme Treloar (1972), acrescida de uma força viscosa proporcional à taxa de deformação.

O problema do contato, entre os corpos, é resolvido utilizando-se um algoritmo que reconhece a situação de contato entre os corpos que participam do impacto, ou seja, a cada passo de integração, é feita uma comparação entre os valores das coordenadas espaciais das massas, concentradas nos vértices da estrutura cúbica, que pertencem às superfícies que entram em contato, de ambos os corpos, e corrigindo-se estes valores segundo um critério adotado.

Uma análise experimental foi realizada para verificar a validade dos resultados numéricos obtidos.

2. CÁLCULO DA RIGIDEZ DAS BARRAS DA TRELIÇA

Nayfeh & Hefzy (1978), considerando as condições de simetria do modelo cúbico em treliça e a influência de cada barra na estrutura total, desenvolveram expressões que estabelecem o cálculo de rigidez para as barras que pertencem ao modelo de discretização adotado, tornando-o equivalente ao meio contínuo.

$$\delta = \frac{9 \cdot \nu}{(4 - 8 \cdot \nu)} \quad (1)$$

$$E \cdot A_N = \frac{L^2 \cdot (9 + 8 \cdot \delta)}{2 \cdot (9 + 12 \cdot \delta)} \cdot E \quad (2)$$

$$E \cdot A_D = \frac{2 \cdot \delta \cdot A_N \cdot E}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

onde EA_N é a rigidez das barras normais e EA_D é a rigidez das barras diagonais, E é o módulo de Young, A_D e A_N são as áreas das seções transversais das barras diagonais e normais, respectivamente, e ν é o coeficiente de Poisson.

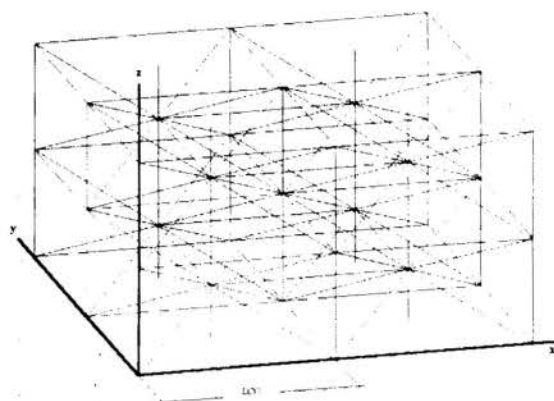


Figura 2: Estrutura formada por unidades cúbicas básicas.

3. AS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

As equações utilizadas para o modelo teórico foram:

$$M \cdot \ddot{\bar{x}} + \bar{F}_R = \bar{F}_E \quad (4)$$

onde \bar{x} representa o vetor de deslocamentos nodais, M a matriz de massas nodais (diagonal), \bar{F}_R o vetor das forças reativas e \bar{F}_E o vetor das forças externas atuantes sobre os nós.

Para cada nó do modelo verifica-se que:

$$\bar{F}_R = \sum_{b=1}^k (\bar{F}_R^b) \quad (5)$$

sendo k o número de barras que concorre no nó. A força interna em cada barra \bar{F}_R^b , é obtida a partir de uma equação constitutiva elementar dependente da deformação e velocidade de deformação de cada barra "b".

4. O ALGORITMO DE CONTATO

Em uma situação de impacto, faz-se necessário a criação de um algoritmo que reconheça uma situação de contato entre dois corpos, com a respectiva aplicação das forças de ação e reação que atuam nos nós de contato destes, logo, também faz-se necessário a discretização de dois corpos em estruturas cúbicas em treliças.

A integração numérica é iniciada considerando-se que o sólido denominado de projétil já está quase em contato com o alvo ou solado de borracha, com velocidade de impacto pré-determinada pelo usuário, figura (3-A), visando a economia de tempo computacional. Em um primeiro passo, os nós que fazem parte da estrutura do projétil deslocam-se com a velocidade de impacto pré-determinada, ultrapassando os nós que fazem parte da superfície de contato do alvo, figura (3-B). Posteriormente, as coordenadas dos nós da superfície do alvo são igualadas às coordenadas dos nós da superfície de contato do projétil, figura (3-C).

Este contato nodal, entre as superfícies do alvo e do projétil, gera forças de ação e reação entre os corpos, que são levadas em conta nas equações de equilíbrio dinâmico dos nós em contato, como na equação (6):

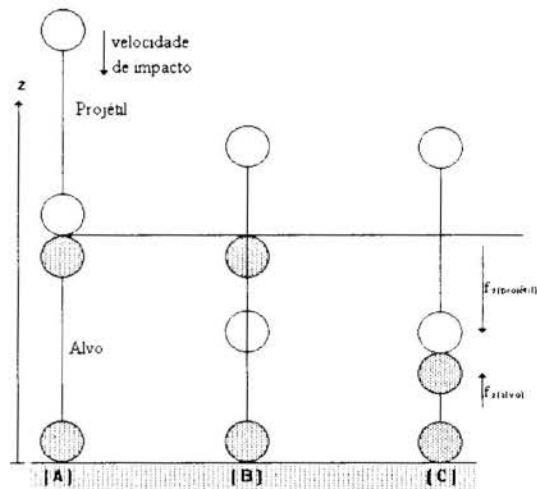


Figura 3: Exemplo simplificado do algoritmo de contato entre o projétil e o alvo.

$$w_{t+dt} = \frac{dt^2}{m} \cdot (f_{z(\text{projétil})} + f_{z(\text{alvo})}) + 2 \cdot w_t - w_{t-dt} \quad (6)$$

onde:

- w : deslocamento na direção z.
- f_z : força nodal resultante na direção z.
- m : massa nodal.
- dt : intervalo de integração.

Percebe-se, agora, que a força resultante nodal, para os nós em contato, leva em conta as forças resultantes nodais de ambos os nós.

O programa de integração continua interagindo, utilizando a equação (6) para os nós em contato entre o projétil e o solado de borracha e, para os demais pontos, as equações (7).

$$\begin{aligned} u_{t+dt} &= \frac{dt^2}{m} \cdot f_x + 2 \cdot u_t - u_{t-dt} \\ v_{t+dt} &= \frac{dt^2}{m} \cdot f_y + 2 \cdot v_t - v_{t-dt} \\ w_{t+dt} &= \frac{dt^2}{m} \cdot f_z + 2 \cdot w_t - w_{t-dt} \end{aligned} \quad (7)$$

Onde f_x , f_y e f_z são as componentes das forças resultantes nos nós, m é a massa nodal, u, v e w são os deslocamentos na direção x, y e z, respectivamente, e dt o incremento de tempo.

A cada passo, porém, o programa verifica a existência ou não do contato entre o solado de borracha e o projétil, através da comparação dos valores das coordenadas nodais da superfície de ambos os corpos, caso positivo, os nós em contato continuam utilizando a equação (6) ou então, em caso negativo, todos os nós dos dois corpos voltam a utilizar as equações (7). As velocidades e acelerações nodais também são calculadas.

5. RESULTADOS

Utilizou-se uma máquina de choque, na parte experimental do trabalho, para adquirir resultados os quais são comparados com os obtidos numericamente, na figura (4) este equipamento é mostrado.

Basicamente a máquina de choque consiste de um projétil fixado em uma base móvel através de duas hastes que servem como guias em direção a uma outra base, esta fixa no solo, onde o alvo está fixo. Um acelerômetro fixo na base onde o projétil se encontra é utilizado para obter-se o sinal gerado pelo impacto entre o projétil e o alvo. Na figura (5) o sinal gerado pelo acelerômetro é mostrado. Somente o primeiro pico positivo, mais significativo, é simulado.

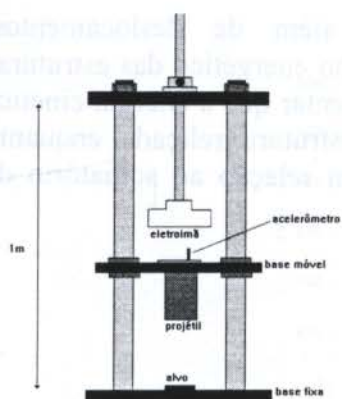


Figura 4: Máquina de choque.

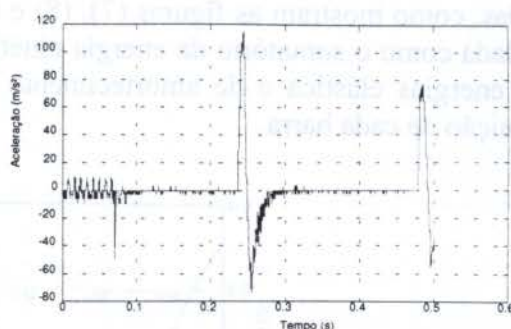


Figura 5: Sinal gerado pelo acelerômetro

A tabela (1) apresenta as características dos corpos utilizados na simulação numérica e experimentação.

Tabela 1: Propriedades Mecânicas dos Corpos Utilizados

	solado de borracha natural	projétil
Massa (Kg)	---	1.4
Dureza (shore A)	40 ± 1	---
Material	---	Aço SAE 1020
Módulo de Young	1.5E+6	2E+11
Densidade	1200	7850
Coefficiente de	0.4	0.3
Dimensões (m)	0.03 x 0.05 x 0.05	0.08 x 0.05 x 0.05

Na figura (6) apresentam-se os resultados obtidos experimentalmente e numericamente para o nó localizado no centro das superfícies de contato do projétil e do solado de borracha.

■ Experimental
 ■ Numérico

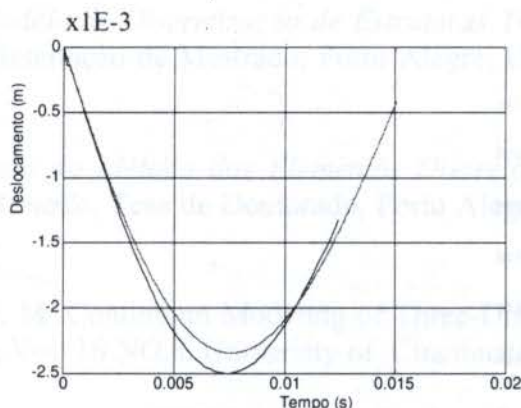


Figura 6: Deslocamento.

O algoritmo desenvolvido determina, também, além de deslocamentos, velocidades e acelerações nodais, durante o impacto, o desempenho energético das estruturas estudadas, como mostram as figuras (7), (8) e (9). Importante salientar que a energia cinética é calculada como o somatório da energia cinética de cada nó da estrutura treliçada, enquanto que as energias elástica e de amortecimento são calculadas com relação ao somatório da contribuição de cada barra.

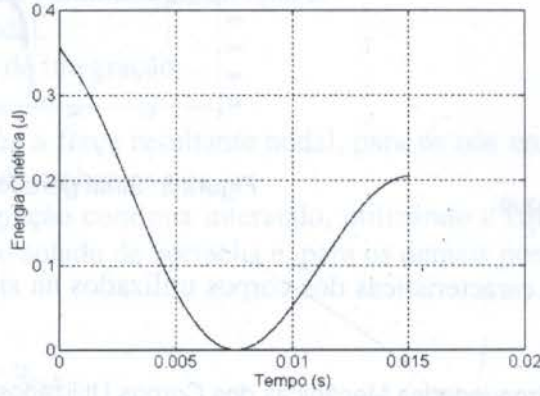


Figura 7: Variação de energia cinética do projétil.

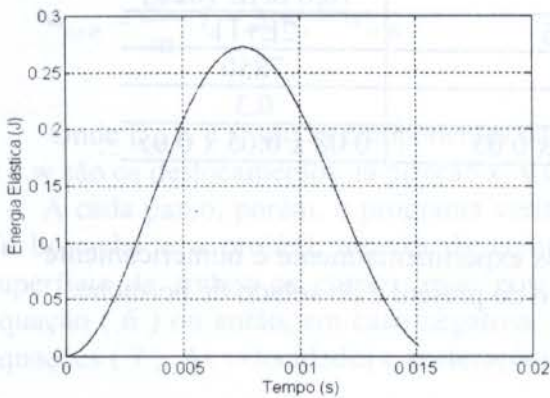


Figura 8: Variação de energia elástica do solado de borracha.

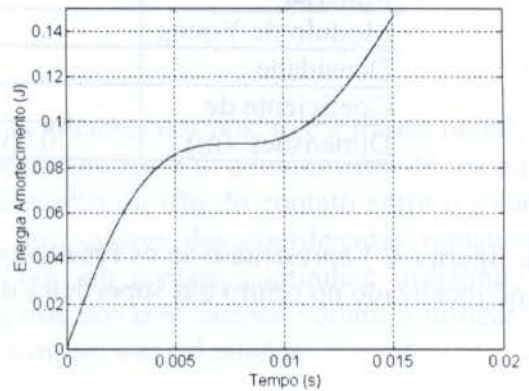


Figura 9: Variação de energia de amortecimento do solado de borracha.

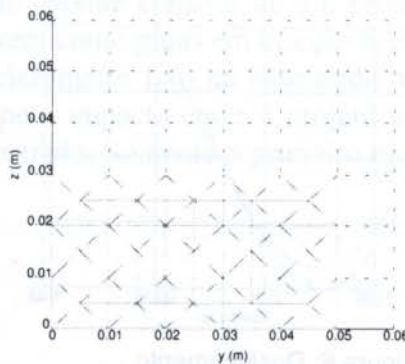


Figura 10: Visualização no plano "yz" do solado de borracha.

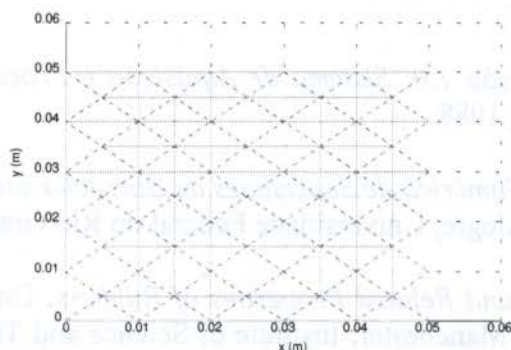


Figura 11: Visualização no plano "xy" do solado de borracha.

Nas figuras (10) e (11) podem ser visualizados alguns planos da estrutura que representa o solado de borracha discretizado.

6. CONCLUSÕES

Realizou-se uma simulação de impacto entre dois sólidos prismáticos retangulares com propriedades mecânicas e dimensões conhecidas.

A discretização de um meio contínuo através de elementos cúbicos em treliça, mostrou-se simples de ser implementado computacionalmente, uma vez que a utilização de relações constitutivas pode ser feita em sua forma mais simples, ou seja, uniaxial, além de poder ser tratado como um problema unidimensional, pois as barras da treliça estão sujeitas apenas à forças de tração ou compressão, em uma única direção para cada barra.

O algoritmo de contato utilizado, baseado na correção das coordenadas nodais das superfícies discretizadas que entram em contato, mostrou-se uma idéia simples e funcional.

A utilização de uma relação constitutiva elástica não linear, neo-hookeana, acrescida de uma força viscosa, representou de forma satisfatória o comportamento do corpo cujo material era a borracha.

A estabilidade do processo de integração numérica apresentou uma relação direta com os valores atribuídos ao intervalo de integração.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Hayashi, Y. *Sobre um Modelo de Discretização de Estruturas Tridimensionais Aplicado em Dinâmica Não-Linear*, Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1982.

Iturrioz, Ignacio. *Aplicação do Método dos Elementos Discretos ao Estudo de Estruturas Laminares de Concreto Armado*, Tese de Doutorado, Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995.

Nayfeh, A. H. and Hefzy, M. Continuum Modeling of Three-Dimensional Truss-Like Space Structures, *AIAA Journal*, Vol. 16 NO.8, University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio, pp. 779-787, 1978.

Rocha, Marcelo Maia. *Ruptura e Efeito de Escala em Materiais Não-Homôgeneos de*

Comportamento Frágil, Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1989.

Tamagna, Alberto. *AqDados versão 1.0: Sistema de Aquisição e Processamento de Dados*, Porto Alegre : CPGEC / UFRGS, 1988.

Toresan Jr., Wilson. *Simulação Numérica de Superfícies de Borracha sob Cargas de Impacto*, Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1996.

Treloar, L. R. G. *The Elasticity and Related Properties of Rubbers*, Department of Polymer and Fibre Science, University of Manchester, Institute of Science and Technology, pp. 755-826, 1972.

Tema 47

Redes Neurais Artificiais



PAPER CODE: COB169

**INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL APLICADA À MODELAGEM DE
UM TURBO-GERADOR: ABORDAGEM NEURAL E EVOLUTIVA /
COMPUTATIONAL INTELLIGENCE APPLIED FOR MODELLING OF A
TURBOGENERATOR: NEURAL AND EVOLUTION APPROACHES**

LEANDRO DOS SANTOS COELHO & ANTONIO AUGUSTO RODRIGUES COELHO

Departamento de Automação e Sistemas, UFSC, Caixa Postal 476

CEP 88040.900 Florianópolis, Brasil -E-mail: {lscoelho; aarc}@lcmi.ufsc.br

Abstract

This paper evaluates the application of computational intelligence methodologies in a nonlinear process identification. The different intelligent methodologies are evolutionary computation and artificial neural networks (feedforward and recurrent topologies). The simulations are realized in the identification of a turbogenerator mathematical model through a step signal, pseudo-random binary sequence, and white noise excitation signals. The performance of the techniques are presented and discussed.

Keywords

Process Identification, Evolutionary Computation, Genetic Algorithms, Evolution Strategies, Artificial Neural Networks / Identificação de Processos, Computação Evolucionária, Algoritmos Genéticos, Estratégias Evolutivas, Redes Neurais Artificiais.

1. INTRODUÇÃO

As necessidades de projetistas e engenheiros de lidarem com sistemas de controle cada vez mais complexos, têm viabilizado a identificação e o controle de sistemas não-lineares pela utilização da inteligência artificial ou computacional (IC). A IC constitui-se de uma área emergente que abrange um conjunto de paradigmas amplo e multidisciplinar, onde o desenvolvimento da IC, por pesquisadores das mais diversas áreas do conhecimento, tem levado a promissores resultados (Katayama *et al.*, 1993; EvoNews, 1996). Neste artigo utiliza-se os paradigmas da IC denominados redes neurais artificiais (RNs) e computação evolucionária ou evolutiva (CE) na modelagem (identificação) de um modelo não-linear que representa um turbo-gerador, em escala de laboratório (Pickhardt & Unbehauen, 1994).

As capacidades de flexibilidade e adaptabilidade dos mecanismos de controle neural biológicos têm inspirado o desenvolvimento de mecanismos robustos em controle de processos industriais. As topologias de RNs abrangem características relevantes de aprendizado, paralelismo inerente, mapeamento de não-linearidades e alguns modelos de RNs tratam-se de aproximadores universais (Funahashi, 1989). Estas características tem motivado a utilização de RNs como ferramenta poderosa, principalmente em reconhecimento de padrões, predição, identificação, controle inteligente e adaptativo (Gupta & Rao, 1994; Sjöberg, 1994).

A CE imita um modelo rudimentar e simplificado da natureza como um procedimento adaptativo de busca e otimização, que possibilite implementações computacionais (Fogel, 1995). As aplicações industriais da CE têm sido em problemas de otimização, projeto, roteamento e escalonamento (EvoNews, 1996). O artigo é organizado como segue. Na seção 2, os paradigmas da CE são descritos. A seção 3 apresenta as RNs “feedforward” e recorrente. O modelo matemático do turbo-gerador e as simulações realizadas são tratadas na seção 4, enquanto a conclusão é apresentada na seção 5.

2. COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA

Atualmente, a CE constitui-se numa alternativa às técnicas convencionais de busca e otimização (Fogel, 1995). A CE engloba um número crescente de metodologias, das quais as mais importantes são: algoritmos genéticos (AGs), estratégias evolutivas (EEs), programação evolucionária, programação genética e sistemas classificadores. Na figura 1 é apresentado um pseudocódigo básico dos paradigmas da CE.

```

geração ← 0
inicialização da população (P(t))
avaliação da aptidão da população (P(t))
enquanto o critério de parada para P(t) não for atingido
{
    geração ← geração + 1
    P(t) = seleção (P(t-1))
    recombinação (P(t))
    mutação (P(t))
    avaliação da aptidão da população(P(t))
}

```

Figura 1: Pseudocódigo básico dos paradigmas da CE.

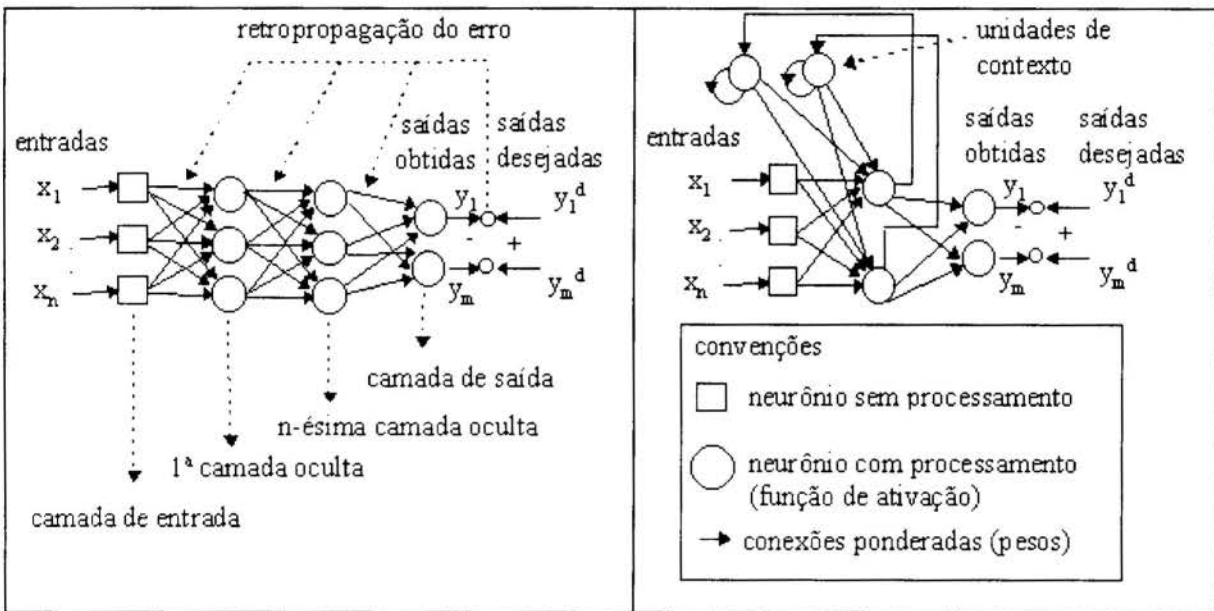
A CE, neste artigo, é utilizada na determinação dos parâmetros de um modelo NARX (“Non-linear AutoRegressive model structure eXogenous inputs”) (Chen *et al.*, 1990) para modelagem de um turbo-gerador. Os paradigmas da CE empregados são: AGs, AG híbrido com “simulated annealing” e EEs. Os AGs são técnicas não-determinísticas de busca, otimização e aprendizagem de máquina, que manipulam um espaço de soluções potenciais utilizando mecanismos inspirados nas teorias de seleção natural e genética. Neste artigo utiliza-se a representação por ponto flutuante dos cromossomos por ser adequada ao tratamento de problemas com restrições e apresentarem maior precisão e eficiência quanto ao tempo de CPU que a representação binária (Janikow & Michalewicz, 1990).

O algoritmo “simulated annealing” (SA) é um método de otimização estocástica que se baseia no processo físico em que substâncias são elevadas a altos níveis de energia, e posteriormente, são gradualmente resfriadas até alcançarem um estado de baixa energia. O processo de SA é aplicado ao AG, a cada geração, após as operações de recombinação e mutação, através de uma pequena perturbação randômica nos cromossomos para sintonização fina dos valores dos cromossomos (indivíduos) do AG (AGSA) (Ghoshray *et al.*, 1995). As EEs são técnicas que enfatizam a ligação comportamental entre as populações geradas (indivíduos-pais e indivíduos-descendentes), mais do que a ligação genética. As EEs com vários membros (multimembros) têm o embasamento biológico relacionado a características de poligenia (característica do fenótipo de um indivíduo é influenciada por diversos genes) e pleiotropia (capacidade de um gene influenciar diversas características dos fenótipos). Estas EEs são divididas em EE-($\mu+\lambda$) que sugerem a μ pais produzirem λ descendentes, após, os μ

pais e os λ descendentes competem pela sobrevivência, ao contrário da EE-(μ, λ), onde os λ descendentes competem para sobreviver e os pais são completamente substituídos a cada geração (Coelho & Coelho, 1996; Fogel, 1995).

3. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

As RNs têm sido utilizadas para modelagem de processos lineares e não-lineares. Em identificação é importante o papel das RNs em modelos “black-box” (identificação estrutural) de sistemas dinâmicos não-lineares, conforme tratado por Sjöberg (1994). As RNs implementadas neste trabalho são: RN “multilayer perceptron feedforward” (RN-MLP) com treinamento “backpropagation” e RN parcialmente recorrente de Elman modificada. Os diagramas esquemáticos da RN-MLP e da RNPREDMOD são apresentados na figura 2(a) e 2(b), respectivamente.



(a) RN-MLP

(b) RNPREDMOD

Figura 2: Diagrama esquemático da RN-MLP e RNPREDMOD.

A RN-MLP representa uma generalização da RN “perceptron” de camada única. A RN-MLP tem sido aplicado com sucesso para resolver problemas de mapeamento, por meio de aprendizado supervisionado, utilizando o algoritmo “error backpropagation” (BP). O BP consiste basicamente das seguintes etapas, sintetizadas a seguir:

- i) inicializar aleatoriamente os pesos de todas as conexões da RN (por exemplo, entre -1 e 1);
- ii) aplicar o conjunto de treinamento (medidas do processo) à RN;
- iii) propagar as saídas dos neurônios de cada camada da RN para os neurônios da próxima camada passando pela função de ativação (tangente hiperbólica) dos neurônios (passo “forward”);
- iv) especificar a saída desejada e calcular todos os erros de todas as camadas;
- v) corrigir os pesos pelos “gradientes locais” da RN (passo “backward”);
- vi) repetir os passos (iv) e (v) enquanto a função do erro quadrático da saída não encontrar o valor de tolerância do erro aceitável imposta pelo usuário (critério de parada do treinamento);
- vii) utilizar conjunto de teste para análise do desempenho da RN (validação do modelo).

A RN de Elman modificada (Pham & Liu, 1992) é baseada na RN de Elman usual (RNPREE) proposta por Elman (1990), contudo para obter-se desempenho mais adequado em identificação de processos introduz-se “auto-conexões” nas unidades de contexto da RNPREE, para dar a RNPREE unidades de inércia (“units inertias”) e, deste modo melhorar a capacidade de memorização deste tipo de RN (RNPREMOMOD). As unidades de contexto são usadas somente para memorizar as prévias ativações dos neurônios da camada oculta e podem ser considerados para a função de armazenar atrasos de tempo (“delay”) de um passo. As conexões “feedforward” são modificáveis e as conexões recorrentes são fixas. Além disso, a regra de aprendizado BP é utilizada para o treinamento da RNPREMOMOD (Pham & Liu, 1992).

4. MODELO MATEMÁTICO DO TURBO-GERADOR E AS SIMULAÇÕES

O turbo-gerador é um sistema de várias entradas e várias saídas (MIMO). As entradas são a posição da válvula e corrente de excitação do gerador. As saídas são a tensão de saída e frequência (velocidade do gerador). O modelo matemático monovariável (SISO) regido pela equação a diferenças (1) foi obtida pela seguintes condições: a) posição da válvula de 60% aberta; b) carga simétrica de 1.8 Ω ; c) entrada (sinal manipulado) foi a corrente de excitação; d) saída (sinal de controle) foi a tensão de saída. Assim a planta do turbo-gerador utilizada nas simulações é representada pela seguinte equação a diferenças (Pickhardt & Unbehauen, 1994):

$$y(k) = 0.0888 u(k-1) + 0.9909 u(k-2) + 0.3633 y(k-1) - 0.0467 u(k-2)^2 + \quad (1) \\ 0.6193 u(k-1)y(k-1) + 0.0242 u(k-3)^2 - 0.2500 y(k-1)^2 - \\ 0.8098 u(k-3)y(k-1) + 0.3974 y(k-1)y(k-2)$$

obtida de um processo real de laboratório para identificação não-linear. O procedimento de simulação dos algoritmos da IC em modelagem do turbo-gerador são abordadas a seguir.

Simulação 1: A estimação do modelo matemático do processo é realizada utilizando-se um sinal de entrada degrau unitário durante as amostras 0 a 100. Entre as amostras 100 e 300, é aplicado à entrada do processo, um sinal PRBS₁ (sinal degrau unitário mais $\pm 5\%$ de um PRBS de -1 ou +1). Uma seqüência aleatória normalmente distribuída (ruído branco) com média zero e variância um, entre as amostras 300 e 500. O sinal de entrada (degrau + PRBS + ruído branco) aplicado a equação (1) em malha aberta é apresentado na figura 3(a). Os algoritmos de identificação utilizam-se das primeiras 500 amostras para identificar o modelo do turbo-gerador. Após a fase de estimação, os modelos matemáticos são validados frente a outras 300 amostras (entre 500 e 800) através de uma entrada PRBS₂ (sinal degrau unitário mais $\pm 10\%$ de um PRBS de -1 ou +1), utilizando-se de semente de números aleatórios diferente do PRBS₁.

Simulação 2: A estimação do modelo matemático do processo é realizada utilizando-se um sinal de entrada PRBS₁ (-1 ou 1) durante as amostras 0 a 300, e uma seqüência aleatória normalmente distribuída (ruído branco), com média zero e variância um entre as amostras 300 e 500. O sinal de entrada (PRBS + ruído branco) aplicado a equação (1) em malha aberta é apresentado na figura 3(b). Os algoritmos de identificação utilizam-se das primeiras 500 amostras para identificar o modelo do turbo-gerador. Após a fase de estimação, os modelos matemáticos são validados frente a outras 300 amostras (entre 500 e 800) através de uma entrada PRBS₂ (-1 ou +1), utilizando-se de semente de números aleatórios diferente do PRBS₁.

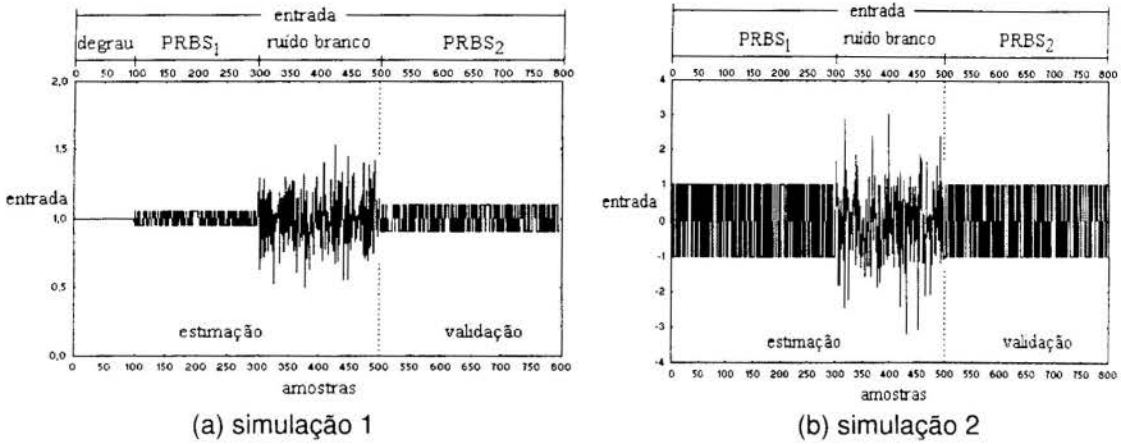


Figura 3: Sinal de entrada aplicado ao turbo-gerador em malha aberta.

A aplicação da CE objetiva a estimação dos parâmetros de um modelo matemático NARX do turbo-gerador. Os modelos NARX são regidos por equação diferenças não-lineares estruturadas por parâmetros lineares. A estrutura típica de um modelo NARX pode ser abordada pela seguinte equação:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{nb} b_i u(t-d-i+1) - \sum_{i=1}^{na} a_i y(t-i) + cte + \sum_{i=1}^{na} \sum_{j=1}^{nb} \sum_{k=1}^{pep-1} \sum_{m=1}^{pep-1} c_{ijkm} u(t-d-i+1)^k y(t-j)^m \quad (2)$$

$$+ \sum_{i=1}^{nb} \sum_{j=1}^{nb} \sum_{k=1}^{pep-1} \sum_{m=1}^{pep-1} d_{ijkm} u(t-d-i+1)^k u(t-d-j+1)^m + \sum_{i=1}^{na} \sum_{j=1}^{na} \sum_{k=1}^{pep-1} \sum_{m=1}^{pep-1} e_{ijkm} y(t-i)^k y(t-j)^m$$

onde o termo “pep” é responsável pela potência de expansão polinomial. O modelo NARX utilizado na identificação do turbo-gerador é estipulado em nb=3, na=2 e pep=3, o que totaliza $n_t = 56$ termos (Chen *et al.*, 1990). A estimação do modelo do processo é adequada se os critérios de erro, adotados na estimação, estão em valores admissíveis, pela análise do projetista. Os critérios de erro em identificação são os seguintes:

$$ISE = \sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (3)$$

$$RPE = \frac{\sum_{k=1}^N [y(k) - \hat{y}(k)]^2}{\sum_{k=1}^N [y(k)]^2} \quad (4)$$

O parâmetro $y(k)$ é a saída desejada, $\hat{y}(k)$ é a saída estimada e N é o número de amostras coletadas na simulação. Os paradigmas da CE visam a estimação dos 56 termos do modelo NARX. As metodologias da CE utilizadas na identificação do turbo-gerador e os resultados mais adequados dos 10 experimentos realizados com cada metodologia são enumeradas na tabela 1.

Tabela 1: Metodologias da CE utilizadas e resultados na modelagem do turbo-gerador.

metodologias da CE utilizadas				simulação 1		simulação 2	
técnica (pop.)	seleção	recomb.	mutação	ISE	RPE	ISE	RPE
AG (30)	roleta	$p_r = 0.8$	$p_m = 0.1$	7.4516	5.12×10^{-3}	112.9320	1.88×10^{-1}
AGSA (30)	"breeder"	$p_r = 0.8$	$p_m = 0.1$	1.7198	1.18×10^{-3}	110.2344	1.84×10^{-1}
EE-(1+29)*	-	-	correlata	3.0200	2.08×10^{-3}	113.3532	1.89×10^{-1}

convenções	
pop.	população
recomb	recombinação
p_m	probabilidade de mutação não-uniforme
p_r	probabilidade de recombinação aritmética
*	variações correlatas e esquema de adaptação dos parâmetros (Coelho & Coelho, 1996)

A figura 4(a) apresenta o resíduo entre a resposta real e estimada do turbo-gerador em malha aberta obtido pelo algoritmo AGSA com seleção "breeder" para a simulação 1, enquanto a figura 4(b) apresenta o resultado mais adequado para o simulação 2.

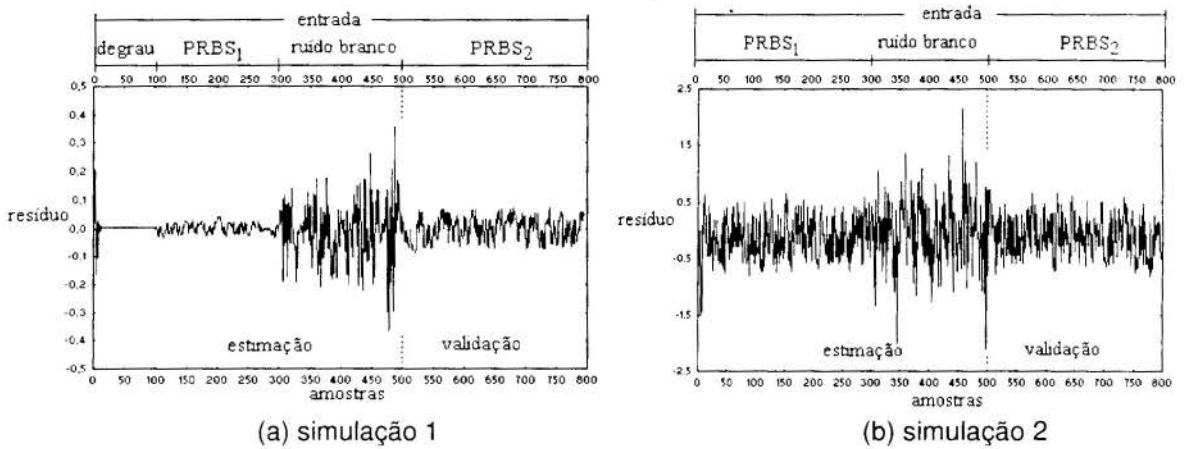


Figura 4: Resíduo do turbo-gerador em malha aberta via CE.

Na identificação dos processos pela RN é estipulado como critério de parada 2000 iterações. Os coeficientes de aprendizado e de momento adotados são de 0.1 (RN "feedforward" e RNPREMOD), enquanto o parâmetro de ganho da realimentação das auto-conexões α da RNPREMOD é ajustado para 0.6 (Pham & Liu, 1992). A tabela 2 resume os resultados obtidos com a RN-MLP e RNPREMOD.

Tabela 2: Identificação do turbo-gerador via RN-MLP e RNPREMOD.

simulação 1								
RN-MLP		entradas				saída	critério de erro	
neurônios	$y(k-1)$	$y(k-2)$	$u(k-1)$	$u(k-2)$	$y(k)$	ISE	RPE	
2-20-1	X		X		X	3.4045	2.34×10^{-3}	
3-20-1	X		X	X	X	4.6512	3.19×10^{-3}	
3-20-1	X	X	X		X	4.0925	2.81×10^{-3}	
4-20-1	X	X	X	X	X	6.0013	4.12×10^{-3}	
RNPREMOD		entradas				saída	critério de erro	
neurônios	$y(k-1)$	$y(k-2)$	$u(k-1)$	$u(k-2)$	$y(k)$	ISE	RPE	
2-20-1	X		X		X	2.5921	1.78×10^{-3}	

simulação 2								
RN-MLP		entradas				saída	critério de erro	
neurônios	$y(k-1)$	$y(k-2)$	$u(k-1)$	$u(k-2)$	$y(k)$	ISE	RPE	
2-20-1	X		X		X	12.5427	2.09×10^{-2}	
3-20-1	X		X	X	X	11.3033	1.88×10^{-2}	
3-20-1	X	X	X		X	9.6991	1.62×10^{-3}	
4-20-1	X	X	X	X	X	16.4032	2.73×10^{-2}	
RNPREMOD		entradas				saída	critério de erro	
neurônios	$y(k-1)$	$y(k-2)$	$u(k-1)$	$u(k-2)$	$y(k)$	ISE	RPE	
2-20-1	X		X		X	9.6668	1.61×10^{-2}	

Os resíduos da resposta real em relação a resposta estimada em malha aberta do turbo-gerador são apresentados nas figura 5(a) e 5(b), para as simulações 1 e 2, respectivamente. Enquanto as curvas de aprendizado do turbo-gerador do resultado mais adequado via RNs são apresentadas na figura 6.

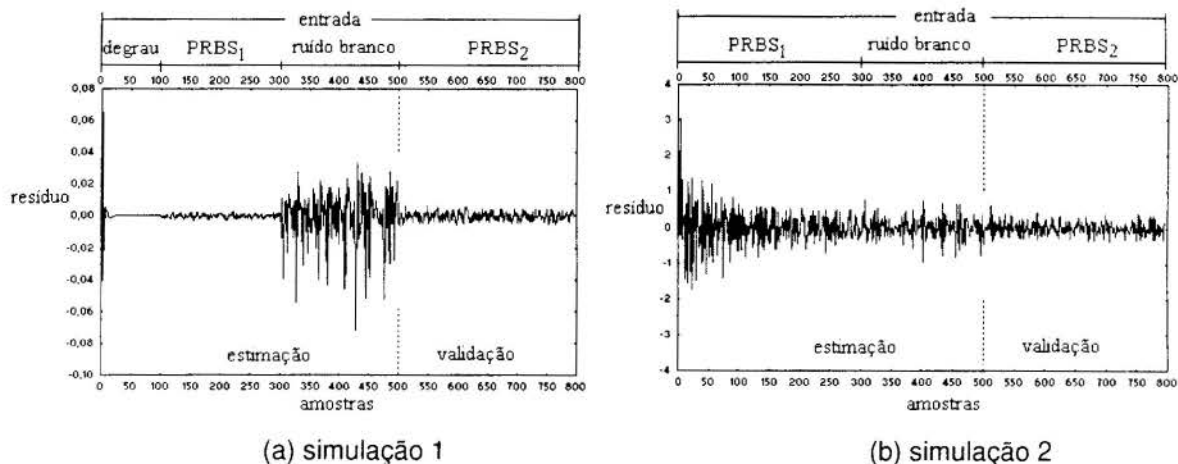


Figura 5: Resíduo do turbo-gerador em malha aberta via RNs.

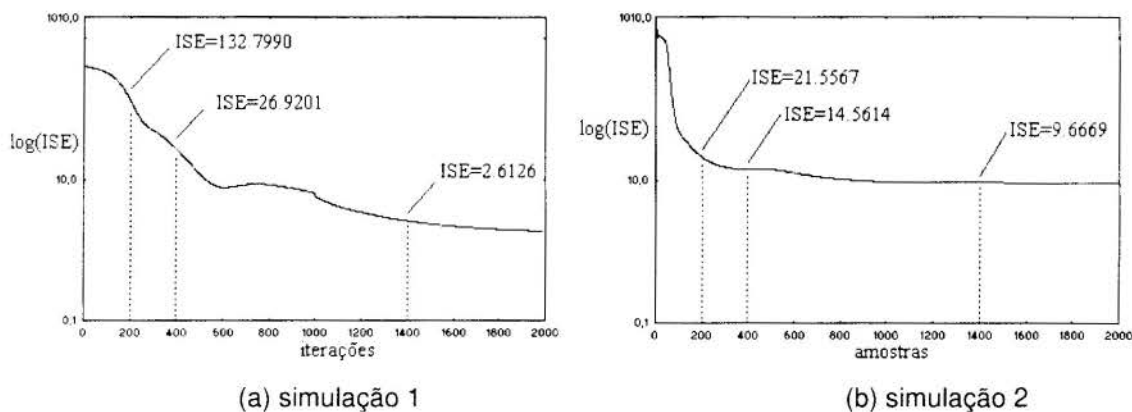


Figura 6: Curva de aprendizado do turbo-gerador via RNs.

5. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou a aplicação das metodologias CE e RNs na modelagem de um turbo-gerador. As metodologias da CE utilizadas foram AGs, AGSA e EEs, enquanto as RNs tratadas foram RN-MLP e RNPROMOD. As metodologias adequaram-se a modelagem do turbo-gerador através de simulações frente a um modelo matemático da planta. Os resultados foram promissores, contudo deve-se ressaltar a necessidade de análise mais aprofundada de critérios de complexidade algorítmica e convergência das metodologias aplicadas em relação a métodos convencionais de controle. As necessidades do projetista são fatores relevantes quanto a necessidade da identificação “on-line” ou “off-line” e se a metodologia escolhida é a mais adequada para tratamento das dificuldades decorrentes das complexidades do processo a ser modelado.

Entretanto, apesar das vantagens das RNs, sua implementação apresenta limitações por não poder justificar suas respostas (“black-box”), alto custo computacional, baixa velocidade de aprendizado para aplicações “on-line” e, heurística para determinação da arquitetura e parâmetros ligados ao aprendizado. Os paradigmas da CE constituem-se em poderosas ferramentas para o tratamento de problemas multidimensionais e multimodais. Além disso, os

paradigmas da CE são técnicas de otimização de procura global pelo espaço de soluções possíveis (não depende de mínimos locais) e com aplicação em sistemas de controle lineares e não-lineares, de fase mínima e não-mínima, para identificação de pólos e zeros (Kristinsson & Dumont, 1992).

6. REFERÊNCIAS

Chen, S., Billings, S.A., Cowan, C.F.N. & Grant, P.M. Practical Identification of NARMAX Models Using Radial Basis Function, *Int. J. of Control*, vol.52, no.6, pp.1327-1350, 1990.

Coelho, L.S. & Coelho, A.A.R. Identificação Experimental de Processos de Nivel e Térmico via Técnicas de Computação Evolucionária, *7º Congresso Latinoamericano de Control Automático*, Buenos Aires, Argentina, pp.76-81, 1996.

Elman, J.L. Finding Structure in Time, *Cognitive Science*, 14, p. 179-211, 1990.

EvoNews. Newsletter of the EvoNet Network of Excellence in Evolutionary Computation, *European Commision's ESPRIT IV Programme*, Issue 1, 1996.

Fogel, D.B. *Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence*, IEEE Press, 1995.

Funahashi, K. On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks, *Neural Networks*, vol. 2, pp. 183-192, 1989.

Ghoshray, S., Yen, K.K. & Andrian, J. Modified Genetic Algorithms by Efficient Unification with Simulated Annealing, *Int. Conf. on Artificial Neural Networks and Genetic Algorithms*, Alés, France, pp. 487-490, 1995.

Gupta, M. M. & Rao, D.H.(eds.) *Neuro-Control Systems: Theory and Applications*, IEEE Press.

Janikow, C.Z. & Michalewicz, Z. A Specialized Genetic Algorithm for Numerical Optimization Problems, *Proc. 2nd Int. IEEE Conf. on TAI*, Herndon, VA, USA, pp.798-804, 1990.

Kristinsson, K. & Dumont, G.A. System Identification and Control Using Genetic Algorithms. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, vol.22, no.5, pp. 1033-1046, 1992.

Pham, D.T. & Liu, X. Dynamic System Modeling Using Partially Recurrent Neural Networks, *Journal of System Engineering*, vol.2, pp.90-97, 1992.

Pickhardt, R. & Unbehauen, H. An Indirect Adaptive Predictive Controller for Linear and Nonlinear Plants, *Proc. of American Control Conf.*, Baltimore, USA, pp.2585-2589, 1994.

Sjöberg, J., Hjammarsson, H. & Ljung, L. Neural Networks in System Identification, *Preprint 10th IFAC Symp. on System Identification*, vol.2, Copenhagen, Denmark, pp.187-190, 1994.



PAPER CODE: COB170

CONTROLADORES NEBULOSO E NEURAL COM OTIMIZAÇÃO EVOLUTIVA: METODOLOGIAS E APLICAÇÃO / FUZZY AND NEURAL CONTROLLERS WITH EVOLUTION OPTIMIZATION: METHODOLOGIES AND APPLICATION

LEANDRO DOS SANTOS COELHO & ANTONIO AUGUSTO RODRIGUES COELHO

*Departamento de Automação e Sistemas, UFSC, Caixa Postal 476
CEP 88040.900 Florianópolis, Brasil -E-mail: {lscoelho; aarc}@lcmi.ufsc.br*

Abstract

This paper presents, evaluates and compares different intelligent strategies in process control. The design and configuration of the controllers is realized by the following hybrid methodologies: i) fuzzy control with evolutionary optimization of membership functions and, ii) control via Elman recurrent topology with evolutionary training. The evolutionary hybridization of the controllers is realized through the optimization and tuning, which in turn are set by, evolution strategies with self-adaptation mechanisms. Experimental tests are conducted to analyse the control techniques for dealing with a nonlinear system in a liquid-level regulation submitted to reference and load disturbances.

Keywords

Intelligent Control, Evolution Strategies, Fuzzy Control, Neurocontrol, Level plant / Controle Inteligente, Estratégias Evolutivas, Controle Nebuloso, Controle Neural, Planta de Nível.

1. INTRODUÇÃO

Diversas abordagens não-convencionais em identificação e controle, tais como controle auto-ajustável, preditivo e inteligente têm sido propostas na literatura (Narendra *et al.*, 1991; Raychaudhuri *et al.*, 1996). Entre os algoritmos inteligentes com aplicações em controle processos são relevantes o controle lógico nebuloso (CLN) e o controle via redes neurais artificiais (ou controle neural). Desde o CLN proposto por Mamdani (1974), a literatura tem reportado inúmeras aplicações de algoritmos utilizando a lógica nebulosa e o CLN, em problemas, tais como: decisão, planejamento, previsão, identificação de processos não-lineares, controle adaptativo nebuloso (direto e indireto), projetos de sistemas auto-ajustáveis, entre outros (Coelho & Coelho, 1996; Hirota & Sugeno, 1995; Mendel, 1995; Navarro & Albertos, 1996). As redes neurais artificiais (RNs), devido as características de aprendizado, adaptabilidade, paralelismo inerente e tolerância a falhas, têm se consolidado com uma promissora ferramenta para reconhecimento de padrões, previsão, identificação, controle inteligente e adaptativo (Levine, 1996; Narendra, 1996).

O presente artigo trata de algoritmos de controle híbridos inteligentes, composto de CLN com ajuste evolutivo das funções de pertinência e controle neural com treinamento evolutivo. A otimização evolutiva é realizada pelo paradigma da computação evolucionária (CE)

denominado estratégias evolutivas (EEs) com variações correlatas e esquema de adaptação dos parâmetros do operador de mutação (Ostermeier, 1994; Rudolph, 1992). O artigo é organizado como segue. Na seção 2 são apresentados aspectos relativos ao CLN. A seção 3 apresenta a descrição do controle via RNs. A seção 4 aborda o projeto híbrido inteligente do CLN e neural via EEs. A descrição do sistema de regulação de nível não-linear, composto de dois tanques acoplados e os experimentos realizados são tratados na seção 5, enquanto que a conclusão é apresentada na seção 6.

2. CONTROLE LÓGICO NEBULOSO

O conceito de lógica nebulosa (ou “fuzzy”) ou nebulosa está ligado a teoria dos conjuntos nebulosos proposta por L.A. Zadeh (1965), ao contrário da teoria clássica dos conjuntos, trata o conceito de pertinência como um número infinito de valores diferentes, no intervalo [0,1]. A idéia do CLN é construir um modelo de controle que “imite” um engenheiro de controle experiente capaz de controlar uma planta não pensando em um modelo matemático, mas especificando ações de controle em forma de regras lingüísticas.

O projeto de CLN é equivalente a um problema de otimização multimodal e multidimensional e, apresenta dificuldades na especificação de um adequado conjunto de funções de pertinência, o que é tradicionalmente realizado por um procedimento heurístico decorrente do estudo da dinâmica em malha fechada do processo por um engenheiro de controle, para atender os requisitos de qualidade e precisão do projeto do CLN. O CLN descreve uma lei de controle, onde sua estrutura segue três passos: i) nebulização, ii) avaliação e execução de regras de produção (se <condição> então <ação>) pela máquina de inferência e, iii) desnebulização (Coelho & Coelho, 1996; Mendel, 1996).

A implementação usual para o CLN tem configuração PD (ou PI), porém a importância de incluir a parte integral do erro é proporcionar maior robustez e melhora da resposta em regime ao controlador CLN tipo PD convencional. O projeto em controle CLN tipo PID completo necessita de três entradas, o que pode expandir bastante a base de regras de acordo com os requisitos do projeto e necessidade de desempenho do controlador e demandar um projeto de engenharia complexa (Kwok et al., 1990; Li & Gatland, 1995). Neste trabalho, opta-se pela determinação *a priori* da base de regras, com a utilização de cinco termos lingüísticos para as funções de pertinência com forma gaussiana e o algoritmo de sintonia das funções de pertinência via EEs com variações correlatas e esquema de adaptação dos parâmetros do operador de mutação (Ostermeier, 1994; Rudolph, 1992). O projeto adotado é a técnica da implementação direta, onde a ação de controle $u_{PID}(k)$ é originada de um controlador PID convencional e reescrita como (Li et al., 1995):

$$u_{PID}(k) = u_{PD}(k) + \phi \cdot \Delta t \cdot u_I(k) \quad (1)$$

$$u_{PD}(k) = K_P e(k) + K_D \Delta e(k) \quad (2)$$

$$u_I(k) = u_I(k-1) + u_P(k) \quad (3)$$

$$u_P(k) = K_P e(k) \quad (4)$$

O parâmetro ϕ atua como um parâmetro de seleção estrutural, que aciona ou não a ação integral de acordo com a natureza da planta. A configuração e o fluxo dos dados no CLN tem a ação PD nebulosa mais a ação I nebulosa (CLN-PD+I) combinadas, conforme apresentado na figura 1, enquanto a base de regras adotada é ilustrada na tabela 1 (Boverie, 1991).

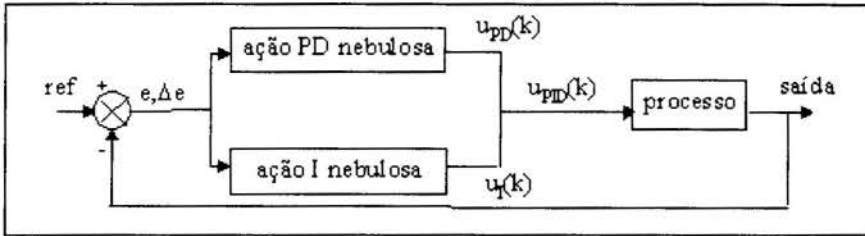


Figura 1: Configuração do CLN-PD+I.

Tabela 1: Base de regras do CLN-PD+I.

parte proporcional e derivativa						parte integral (proporcional ao erro)				
Δe						e				
$e \backslash \Delta e$	NG	NP	ZE	PP	PG	NG	NP	ZE	PP	PG
NG	NG	NG	ZE	NP	ZE	PG	PP	ZE	NP	NG
NP	NP	NP	NP	ZE	PP					
ZE	ZE	NP	ZE	PP	PG					
PP	PP	ZE	PP	PP	PG					
PG	ZE	PP	PG	PG	PG					

convenções

- e erro
- Δe variação do erro
- NG Negativo Grande
- NP Negativo Pequeno
- ZE Zero
- PP Positivo Pequeno
- PG Positivo Grande

3. CONTROLE NEURAL

A área denominada “neurocontrol” é um subconjunto de ambas as áreas de pesquisa tanto RNs quanto a teoria de controle. Os trabalhos existentes podem ser reduzidos em algumas estratégias fundamentais de projeto, apesar de existirem diversas variantes na literatura, tais como: controle supervisionado, controle inverso direto, controle adaptativo neural (direto ou indireto), “backpropagating utility” e “adaptive critics” (Narendra, 1996). O controle neural adotado é o controle neural direto com treinamento especializado (Psaltis *et al.*, 1989) e otimização por EEs. O controlador constitui-se de um RN parcialmente recorrente de Elman modificada (Pham & Liu, 1992) com três entradas e uma saída (CNPRE), conforme mostrado na figura 2. A forma de configuração do controle “u” dado pelo CNPRE obedece a uma forma alternativa às equações que regem o controlador PID convencional dada por:

$$u(k) = u(k-1) + K_p[e(k) - e(k-1)] + K_i e(k) + K_D[e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)] \quad (5)$$

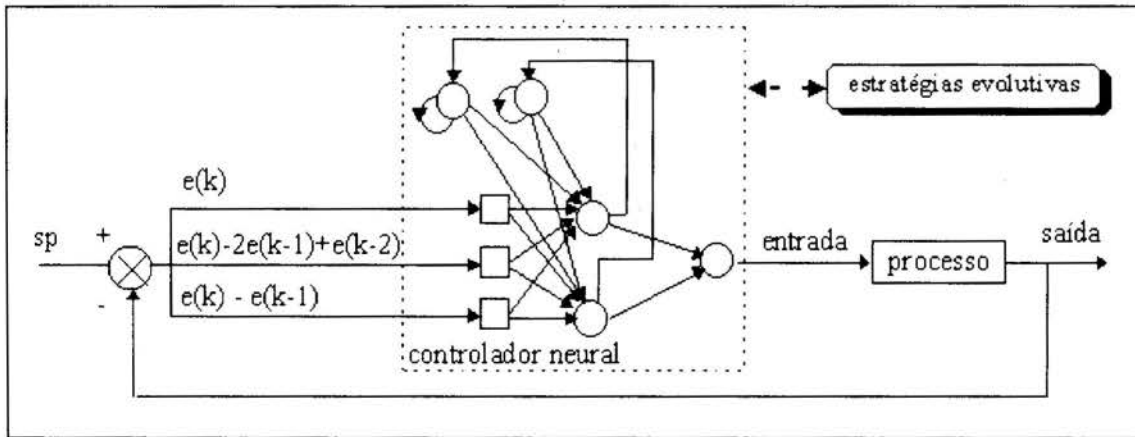


Figura 2: Controlador neural parcialmente recorrente com configuração via EEs.

4. OTIMIZAÇÃO EVOLUTIVA DOS CONTROLADORES INTELIGENTES

As EEs constituem-se de técnicas com características similares aos algoritmos genéticos (AGs), contudo seu embasamento é condizente as características biológicas de poligenia e pleiotropia. As diferenças básicas entre as EEs e os AGs é que nas EEs o operador mais importante é o de mutação, admitem características auto-adaptativas através de desvios padrão e covariâncias, e empregam seleção determinística (extintiva), enquanto nas implementações dos AGs convencionais, o operador principal é o de recombinação, não apresentam mecanismos de auto-adaptação e possuem seleção probabilística (preservativa) (Coelho & Coelho, 1996). Em contraste com os AGs, as soluções são diretamente representadas em vetores de valores reais $\bar{x} \in \mathfrak{R}^n$ e os indivíduos $\bar{a} = (\bar{x}, \bar{\sigma}, \theta)$ consistem não somente do vetor \bar{x} mas também incorporam um vetor adicional $\bar{\sigma} \in \mathfrak{R}_+^n$ de desvio padrão positivo σ_i e um conjunto de ângulos de inclinação θ , que influencia as covariâncias das mutações. Os parâmetros usuais das EEs são utilizados pelo operador mutação, para modificar os correspondentes objetos variáveis x_i ($i \in \{1, \dots, n\}$). A mutação opera em cada objeto variável x_i pela adição de números randômicos normalmente distribuídos com esperança zero e variância σ_i^2 (indicada pela notação $N(0, \sigma_i^2)$). Um novo vetor solução $\bar{a}' = (\bar{x}', \bar{\sigma}', \theta')$ pode ser criado como (Bäck & Schwefel, 1993):

$$\bar{\sigma}'_i = \bar{\sigma}_i \cdot \exp(\tau' \cdot N(0,1) + \tau \cdot N_i(0,1)) \quad (6)$$

$$\theta'_j = \theta_j \cdot \exp(N_j(0, \Delta\theta)); \quad j \in \{1, \dots, w\} \quad (7)$$

$$x'_i = x_i + \bar{\sigma}'_i \cdot N_i(0, A); \quad i \in \{1, \dots, n\} \quad (8)$$

A mutação de $\bar{\sigma}_i$ é baseada em um fator de busca global $\tau' \cdot N(0,1)$ e um fator local $\tau \cdot N_i(0,1)$. O termo $N(0, A)$ é um vetor normalmente distribuído z com expectativa zero e densidade de probabilidade

$$p(z) = \sqrt{\frac{\det A}{(2\pi)^n}} \exp\left(-\frac{1}{2} z^T A z\right) \quad (9)$$

Os elementos da diagonal da matriz de covariância A^{-1} são variâncias independentes para componentes x_i do vetor de decisão \bar{x} , enquanto os elementos de fora da diagonal representam as covariâncias $c_{i,j}$ das mudanças. Os estudiosos da técnica Bäck & Schwefel (1993) restringiram as áreas de densidade de probabilidade para hiperelipsóides n -dimensionais, que é realizado por um conjunto de ângulos de inclinação $\theta' \in \mathfrak{R}$, $w = n / 2 \cdot (n - 1)$ para o eixo central do hiperelipsóide.

5. PROCESSO DE NÍVEL DUPLO-TANQUE

5.1 Descrição do processo

O sistema de regulação de nível não-linear é formado por dois tanques acoplados conforme proposto por Li *et al.* (1995) e está ilustrado na figura 3. As equações que caracterizam a dinâmica em malha abertas são:

$$A_1 \dot{h}_1 = u - a_1 c_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} \quad (10)$$

$$A_2 \dot{h}_2 = a_1 c_1 \sqrt{2g(h_1 - h_2)} - a_2 c_2 \sqrt{2g(h_2 - h_0)} \quad (11)$$

$$y = h_2(t - \tau) \quad (12)$$

A área dos tanques é $A_1=A_2=97 \text{ cm}^2$; a área dos orifícios é $a_1=0.396 \text{ cm}^2$ e $a_2=0.395 \text{ cm}^2$; as constantes de descarga são $c_1=0.53$ e $c_2=0.63$; a altura dos orifícios é $h_0=3 \text{ cm}$, a aceleração da gravidade é $g=981 \text{ cm/s}^2$, e o atraso de transporte inserido no sistema é de $\tau=6$ unidades de tempo.

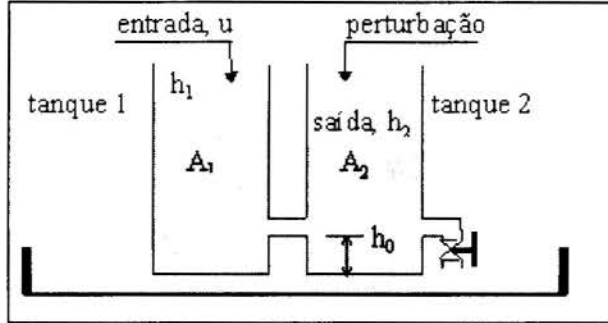


Figura 3: Sistema de regulação de nível não-linear.

5.2 Resultados da simulação

O critério de erro adotado para sintonia do controle PID é a minimização no tempo de uma função custo $J(u,e)$ dado por ($w=0.1$):

$$J(u,e) = \sum_{k=0}^{\infty} k(e(k)^2 + w\Delta u(k)^2) \quad (13)$$

A variável $e(k)$ é o erro dado pela diferença entre a saída $y(k)$ do processo e a referência (sp) desejada e, $\Delta u(k)$ é a variação do sinal de controle. Os ensaios realizados no processo não-linear de nível visam manter o nível de líquido do tanque 2 durante 600 iterações, em cada uma das três referências propostas de 9 cm, 12 cm e 5 cm, respectivamente, com um mínimo de sobre-elevação e erro nulo em regime.

O projeto dos controladores inteligentes foram otimizados apenas para as mudanças de referência, não prevendo perturbações de carga. As perturbações de carga em cerca de 25% do controle máximo ($8.325 \text{ cm}^3/\text{s}$) foram aplicadas ao tanque 2, nos instantes 300 a 600, 900 a 1200 e 1500 a 1800, após o projeto dos controladores, para análise da robustez, sensibilidade e atuação do controle inteligente frente a situações imprevistas no projeto do controlador. O sinal do controle u de entrada do líquido no tanque 1 é limitado à faixa de $[0;33.3 \text{ cm}^3/\text{s}]$ e obtém-se a saída y da planta calculada, utilizando-se o método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

O CLN-PD+I tem a otimização dos parâmetros das funções de pertinência efetuada em 400 iterações. Os parâmetros otimizados com uma população de 30 indivíduos é realizado por EE-(1+29) com mutações correlatas e esquema de adaptação de parâmetros, sendo que obteve-se o valor de $J(u,e)=132679$, enquanto que com o CNPRE obteve-se como resultado mais adequado para $J(u,e)=136470$, conforme apresentado na tabela 2. As figuras 4(a) e 4(b) ilustram a resposta em malha fechada dos controladores inteligentes CLN-PD+I e CNPRE ao final da fase de sintonia.

Tabela 2: Resultados da fase de sintonia no controle do processo de nível duplo-acoplado.

CLN-PD+I													
ts ₁	tp ₁	o ₁ %	Δu ₁	ts ₂	tp ₂	o ₂ %	Δu ₂	ts ₃	tp ₃	o ₃ %	Δu ₃	vu	J(u,e)
154	190	0.39	110.9	317	355	0.31	4.79	117	145	0.51	104.4	81.7	132679
CNPRE													
ts ₁	tp ₁	o ₁ %	Δu ₁	ts ₂	tp ₂	o ₂ %	Δu ₂	ts ₃	tp ₃	o ₃ %	Δu ₃	vu	J(u,e)
147	157	0.20	113	312	317	0.04	4.98	98	102	0.94	136.0	86.0	136470

convenções	
ts _k	tempo de subida
tp _k	tempo de pico
o _k %	porcentagem de sobre-elevação ("overshoot")
Δu _k	variação do sinal de controle
k ∈ ℕ / k = {1,2,3}	k=1 (0 a 600 amostras); k=2 (600 a 1200 amostras); k=3 (1200 a 1800 amostras)
vu	variância do sinal de controle u
J(u,e)	valor da função custo

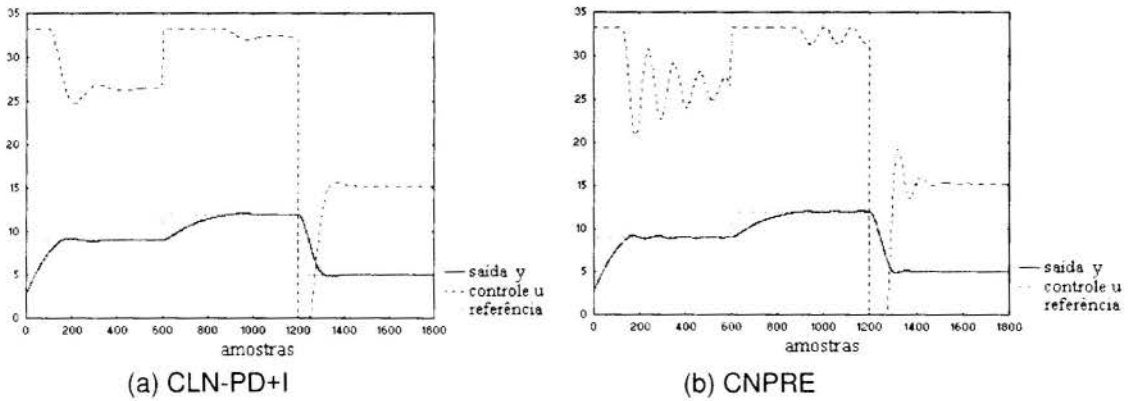


Figura 4: Saída e controle para mudanças de referência dos controladores.

Os distúrbios de carga em cerca de 25% do controle máximo (8.325 cm³/s) são aplicados no tanque 2, nos instantes 300 a 600, 900 a 1200 e 1500 a 1800, após o projeto dos controladores (*fase de sintonia*), para análise da robustez, sensibilidade e atuação dos controladores inteligentes frente a situações imprevistas no projeto do controlador. As figuras de 6 e 7 ilustram a resposta em malha fechada dos controladores PID inteligentes, CLN-PD+I e CNPRE sujeitos a mudanças de referência e distúrbios de carga (*fase de testes*).

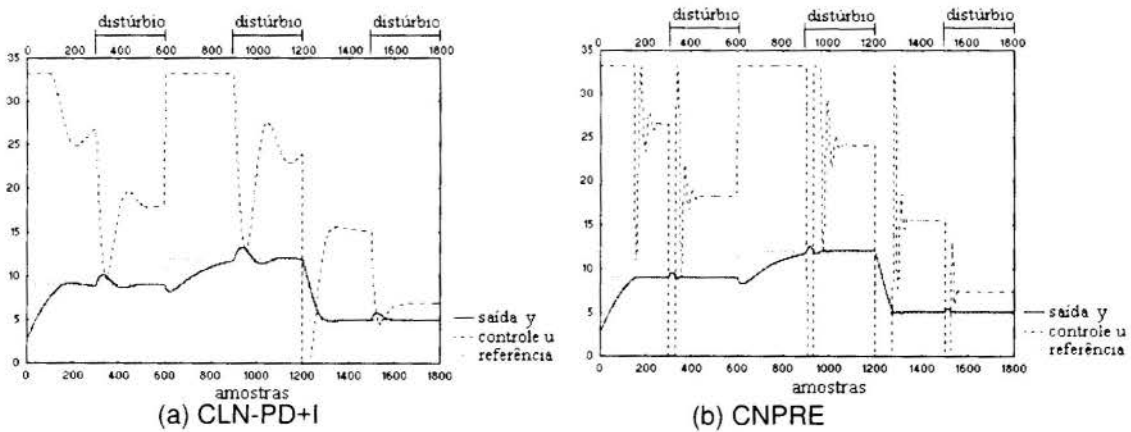


Figura 5: Saída e controle para mudanças de referência e distúrbios de carga dos controladores.

Pela tabela 2, apresentada a seguir, nota-se que os controladores inteligentes estudados comportam-se com desempenho adequado frente ao efeito das mudanças na dinâmica da planta com um acréscimo na variância da ação de controle para o tratamento desta situação, pois são sintonizados apenas para tratar mudanças de referência.

Tabela 2: Resultados do controle do processo de nível duplo-acoplado.

algoritmo	fase de sintonia		fase de testes	
	vu	J(u,e)	vu	J(u,e)
CLN-PD+I	81.7	132679	99.85	219996
CNPRE	86.0	136470	118.9	230454

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um estudo de caso com descrição e aplicação de algoritmos de controle híbridos inteligentes, composto de CLN-PD+I com sintonia das funções de pertinência via EEs e controle neural com treinamento por EEs. A aplicação dos algoritmos é em controle inteligente de um sistema de regulação de um processo não-linear de nível.

As metodologias híbridas implementadas se comportaram adequadamente no controle do processo. A EE aplicada na sintonia de controle inteligente nebuloso e neural caracterizou-se como uma alternativa aos algoritmos convencionais de sintonia. A desvantagem da EE, contudo é a mesma de outros algoritmos da CE, é que para cada geração do algoritmo, toda a população de soluções (parâmetros a serem otimizados) necessitam serem avaliados para o cálculo da função de adequabilidade.

No projeto de CLN-PD+I não se necessitou do conhecimento de um modelo matemático preciso do processo a ser controlado. Se o modelo contudo existir, pode ser utilizado para a simulação e para teste da estratégia de controle. As principais vantagens do CLN-PD+I são: i) não necessitam do modelo matemático do sistema; ii) é possível implementar o conhecimento de especialista humano e experiência utilizando-se regras lingüísticas; iii) possibilidade de controle de processos não-lineares; iv) alternativa ao projeto de CLN-PD+I completo com um número menor de parâmetros a serem determinados. Apesar das vantagens o CLN-PD+I tem importantes desvantagens. Uma delas é a de não existir um padrão ou método sistêmico para a transformação de conhecimento humano ou experiência dentro da base de regras de um sistema de inferência nebuloso.

Quanto ao controle neural têm-se como aspectos relevantes de mapeamento das não-linearidades do processo, capacidade de generalização do controlador e não haver necessidade do conhecimento do modelo do processo, enquanto em muitos esquemas de controle convencionais e adaptativo é necessário. Neste artigo, tratou-se o esquema de aprendizado especializado do controlador neural, contudo este trabalho pode ser estendido também para avaliação de aprendizado generalizado (Psaltis *et al.*, 1989). Entre as desvantagens do controle neural nota-se a complexidade computacional e a análise da convergência do controlador.

7. REFERÊNCIAS

Bäck, T. & Schwefel, H.-P. An Overview of Evolutionary Algorithms for Parameter Optimization, *Evolutionary Computation*, vol.1, pp.1-23, 1993.

Boverie, S., Demaya, B. & Titli, A. Fuzzy Logic Control Compared with Other Automatic Control Approaches. *Proc. of the 30th CDC*, Brighton, England, pp.1212-1216, 1991.

- Coelho, L.S. & Coelho, A.A.R. Metodologias Inteligentes em Controle de Processos, *Automação & Indústria*, no. 64, p. 13-16, 1996.
- Hirota, K. & Sugeno, M., *Industrial Applications of Fuzzy Technology in the World*, World Scientific Publishing Co, 1995.
- Kwok, D.P., Tam, P., Li, C.K. & Wang, P. Linguistic PID Controllers, *11th IFAC World Congress*, Tallinn, Estonia, USSR, pp. 192-197, 1990.
- Levine, W.S. (ed.). *The Control Handbook*. IEEE Press and CRC Press, Inc, 1996.
- Li, H.X. & Gatland, H.B. Enhanced Methods of Fuzzy Logic Control. *Proc. of FUZZ-IEEE/IFES*, Yokohama, Japan, pp.331-335, 1995.
- Li, Y., Tan, K.C. & Ng, K.C. Performance Based Linear Control System Design by Genetic Evolution with Simulated Annealing, *Technical Report CSC-95017*, Centre for Systems and Control, University of Glasgow, 1995.
- Mamdani, E.H. Application of Fuzzy Algorithms for Control of a Simple Dynamic Plant, *Proc. of the IEEE*, vol. 121, no.12, pp. 1585-1588, 1974.
- Mendel, J.M. Fuzzy Logic Systems for Engineering: A Tutorial, *Proc. of the IEEE*, vol.83, no.3, pp.345-377, 1995.
- Narendra, K.S. Neural Networks for Control: Theory and Practice, *Proc. of the IEEE*, vol.84, no.10, pp.1385-1406, 1996.
- Narendra, K.S., Ortega, R. & Dorato, P. (eds.) *Advances in Adaptive Control*, IEEE Press, 1991.
- Navarro, J.L. & Albertos, P. Fuzzy Logic Implementation of Industrial Controllers, *13th IFAC World Congress*, San Francisco, USA, pp. 409-414, 1996.
- Ostermeier, A., Gawelczyk, A. & Hansen, N. A Derandomized Approach to Self-Adaptation of Evolution Strategies, *Evolutionary Computation*, 2(4), pp.369-380, 1994.
- Psaltis, D., Sideris, A. & Yamamura, A. A Multilayered Neural Network Controller, *IEEE Control Systems Mag.*, vol. 10, no.3, pp.44-48, 1989.
- Pham, D.T. & Liu, X. Dynamic System Modeling Using Partially Recurrent Neural Networks, *Journal of System Engineering*, vol.2, pp.90-97, 1992.
- Raychaudhuri, T., Hamey, L.G.C. & Bell, R.D. From Conventional Control to Autonomous Intelligent Methods, *IEEE Control Systems Mag.*, vol.16, no.5, pp.78-84, 1996.
- Rudolph, G. On Correlated Mutations in Evolution Strategies. In: R. Männer & B. Manderick (eds), *Parallel Problem Solving From Nature 2*, Elsevier Science, pp.105-114, 1992.
- Zadeh, L.A. Fuzzy Sets, *Information and Control*, vol. 8, pp. 338-353, 1965.



PAPER CODE: COB282

CAVITATION DETECTION IN HYDROTURBINES USING NEURAL NETWORKS

SHIH MAN LIN, JOÃO SOUZA NETO, ANTONIO C. P. BRASIL & DANILO SANTOS
Univ. de Brasília/FT/Dpto. de Eng. Mecânica, Campus Universitário, Asa Norte, CEP 70910-900 Brasília/DF. Email:manlin@enm.unb.br

Abstract

This paper refers to the development of a methodology to detect cavitation in hydroturbines using a neural network strategy. Both experimental tests and theoretical analysis were carried out. Initially, the methodology of mapping the cavitation regimes in Francis turbines was proposed and tested. The neural network reproduced satisfactorily the different types of cavitation. A real scale experiment was also performed in a 160 MW Francis Turbine in operation at the electric power station in Ilha Solteira/São Paulo (CESP). Acoustic sensors were used to perform preliminary tests on cavitation radiated noise, in order to detect cavitation for different conditions of turbine operations. The neural network methodology was also proposed to analyze these experimental data. A description of laboratory facilities and some results obtained up to this moment can also be found in this paper.

Keywords

Cavitation, TurboMachinery, Neural Networks and Neuro-Genetic Systems/*Cavitação, Máquinas Hidráulicas, redes neurais e sistemas neuro-genéticos.*

1. - INTRODUCTION

Cavitation occurs when there is formation of vapor bubbles, or cavities, in a fluid, due to the high speed of the liquid flow and localized reductions on the dynamic pressure. The collapse of vapor cavities produces extremely high pressures and frequently damages adjacent surfaces (Knapp et al., 1970; Tomita and Shima, 1986). This phenomenon, called cavitation erosion, is a major problem for the operation of hydraulic equipment, such as pumps, hydroturbines, valves and flow meters. In the electric utility industry, the cavitation erosion frequently results in noise, vibration, loss of efficiency, and deterioration of the blade surfaces. Particularly in the case of hydroturbines, the erosion effect in the rotating parts contributes to high maintenance and repair costs, revenue loss due to downtime, and cost of replacement power.

The detection of cavitation in hydroturbines, can be done by on line data acquisition related to the operating conditions, therefore, whenever system operation allows, control of cavitation erosion can be accomplished by changes in operating conditions. In these situations, real-time monitoring of cavitation level can be very useful.

In the modern planning of hydroturbines preventive maintenance, advanced instruments are used to obtain hydroturbine's operating parameters, associated to detection mechanisms by noise or vibration due to the collapse of a cavitation bubble (Stoffel & Shuller, 1992 and Franc J. P. et al., 1995), as well as in the control of its cavitation limits. But

the determination of the cavitation limits of the hydroturbines are associated to a huge sets of parameters, therefore they should be well associated and treated.

Artificial Intelligence (AI) techniques such as Neural Network, can be a possible way to treat the problem, without a closed deterministic formulation, and the dependency of the parameters. With the information about the hydroturbines working history, associated to the complementary acoustic data, it is possible to propose a methodology to quantify and prevent the cavitation using the AI algorithms.

2. MECHANISMS OF CAVITATION EROSION AND ACOUSTIC EMISSIONS

The sound generated by a hydraulic machine in operation is a mixture of random and periodic sounds. The random type of sound is generated by the flow turbulence, the boundary layer, cavitation, the interaction of the extremity of the blades with the boundary layer of shield and the secondary flow. The periodic sound is derived from: interaction of rotor with periodic disturbance at inlet, the rotation of the stable loads in the blade and the interaction of rotor-inlet blades derived from potential field.

The cavitation erosion process resembles surface fatigue wear, as the surface is subjected to repeated localized loading which produces surface and subsurface cracks formation. Theoretical and experimental evidence has shown that the collapse of a cavitation bubble can produce a high velocity micro-jet (Tomita and Shima, 1986).

Acoustic Emissions (A-E) are the high frequency vibrations produced by localized, microscopic failures of material bonds which typically occur during plastic deformation in metals. Cavitation produces vibrations in the cavity fluid over a wide range of frequencies (Knapp et al., 1970; Lush and Hutton, 1976; De and Hammitt, 1982; Abbot and Walsh, 1990), and cavitation of a material produces acoustic emissions. (Jones and March, 1989; Derakhshan et al., 1990).

The use of low frequency and high frequency acoustic techniques for detecting and monitoring cavitation in hydraulic machinery is the subject of continuing investigations, therefore, in this paper, we intend to describe some theoretical and experimental results obtained in this area.

3. CAVITATION DETECTION IN FRANCIS HYDROTURBINES

The objective of the cavitation detection is to evaluate the cavitation level of the machine, in order to avoid its degradation and to reduce the erosion risks during the operation. The strategy adopted here consists in a methodology of mapping cavitation zones in a machine's topographic operation diagram with neural networks.

The operation of a hydroturbine is characterized by its topographic operation diagram. The curves of the diagram are supplied by the manufacturer, they are obtained through experiments in reduced model and prototype's tests, the cavitation limits are also established. The limit curves represent cavitation regions with different characteristics, even these limits are not very precise, the ideal operating range can be set to minimize the mechanical operating problems. The cavitation limits are the curves expressed in a machine's ψ - ϕ diagram as shown in Fig 1, where ψ and ϕ are the machine's pressure and flow rate coefficients respectively. It is also common to normalize the relation ψ / ψ_0 and ϕ / ϕ_0 in the topographic operation diagram for the better fit in the neural network.

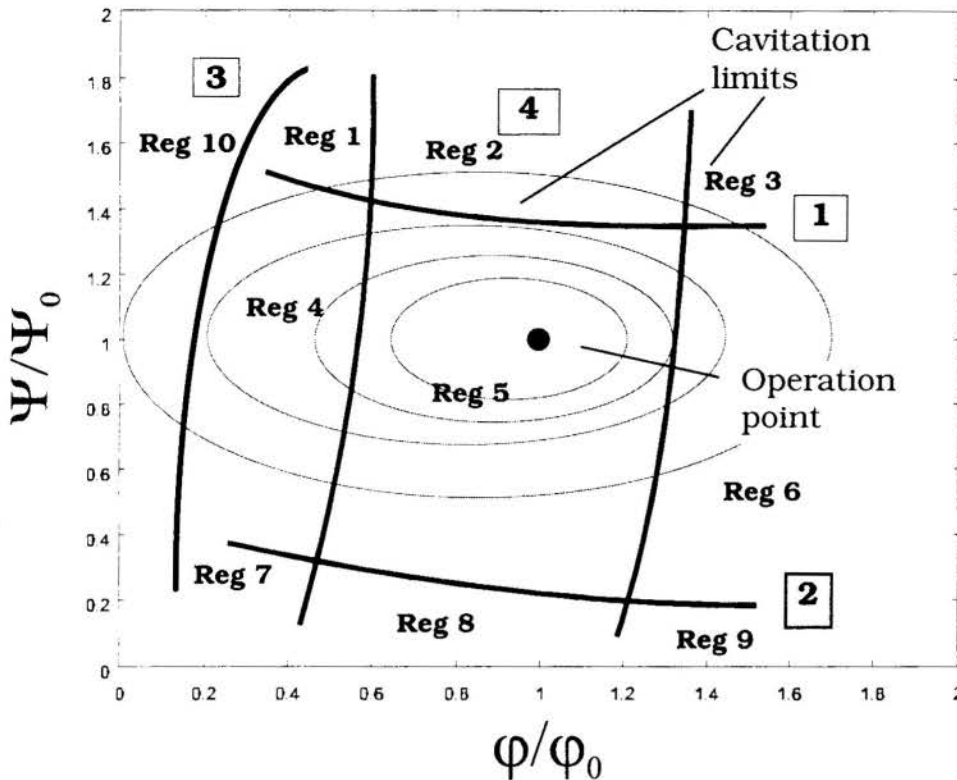


Fig. 1 : The limits of different types of cavitation in a Topographic Operation Diagram of Francis Turbine.

Different types of cavitation may occur in a Francis Turbine. In a certain operating state (ψ, ϕ), they appear in different regions with more or less erosions in different parts (Franc, J. P., 1995). These different regions corresponds to each type of cavitation of the Francis turbine are also illustrated in figure 1, and the main types of cavitation are as follows:

- 1) **Blade inlet cavitation** - the extreme value of ψ , correspond to the cavitation on the entrance of the turbine blades.
- 2) **Outlet cavitation - with isolated bubbles**, also called bubble cavitation is observed when ψ is near the nominal value. It happens close to the passage of minimum area of the inter-blade's channel. This may result from improper angles of the flow relative to the turbine blades. This type of cavitation is very sensitive to the water nucleation and to the static pressure level at the rotor's outlet.
- 3) **Rolled-up vortex** - As the flow coefficient value ϕ approximate the nominal value of the flow ϕ_0 , a twisted vapor may develop in the outlet flow, from the middle of the rotor to the diffuser's shaft. The cavitation is strongly related to the Thoma's cavitation number, but the oscillatory movement depends mainly on the flow rate. Normally the vortex does not affect the turbine's performance, and it rarely causes the erosion, but it affects the stability of the machine operation, because the movement of the turbine and the vapor braid together, are the main source of the pressure fluctuation inside the hydroturbine.
- 4) **Cavitation in partial load** - The partial load causes the recirculation of the flow by entrance of the rotor and it is also responsible for the vapor vortex formation on top of the rotor through the channel of the inter-blade. This partial load cavitation can be very erosive.

4. NEURAL NETWORK AND CAVITATION

Using neural network to detect the cavitation is an innovated idea. The physical phenomenon associated with cavitation in a hydraulic machine are extremely complex, and it

is very difficult to obtain a precise deterministic description of them. In this case, the neural network mapping of cavitation regions is a convenient alternative to be adopted.

The backpropagation methodology was adopted for training the network and the backpropagation neural network architecture is a hierarchical design consisting of fully interconnected layers or rows of processing units (with each unit itself comprised of several individual processing elements). The information processing operation that backpropagation networks are intended to carry out is the approximation of a bound mapping or function $f: A \subset \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, from a compact subset A of n -dimensional Euclidean space to a bounded subset $f[A]$ of m -dimensional Euclidean space, by means of training on examples $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_k, y_k), \dots$ of the mapping, where $y_k = f(x_k)$. As always, it will be assumed that such examples of a mapping f are generated by selecting x_k vectors randomly from A in accordance with a fixed probability density function $\rho(x)$. The operational use to which the network is to be put after training is also assumed to involve random selections of input vectors x in accordance with $\rho(x)$.

In general, the backpropagation architecture consists of K rows or layers of processing units, numbered from the bottom up beginning with 1. The first layer consists of n fanout processing elements that simply accept the individual components x_i of the input vector x and distribute them, without modification, to all of the units of the second row. Each unit on each row receives the output signal of each of the units of the row below. This continues through all of the rows of the network until the final row. The final (K^{th}) row of the network consists of m units and produces the network's estimate y' of the correct output vector y . For the purpose of simplification it will always be assumed that $k \geq 3$. Rows 2 through $K-1$ are called hidden rows, because they are not directly connected to the outside world.

Besides the feedforward connections mentioned above, each unit of each hidden row receives an "error feedback" connection from each of the units above it. In short, the process consists of cycles of inputs to the network "bubbling up" from the bottom to the top and then the errors "percolating down" from the top to the bottom. This process is continued until the network reaches a satisfactory level of performance, or until the user gives up and decides to try a new starting weight set or a new network configuration. After successfully training the network to a suitable low level of error, the network can then be put through further operational testing to qualify it for development. (Hecht-Nielsen, R., 1990)

4.1 Mapping Cavitation in Topographic Operation Diagram

To test the concept of neural network for the mapping of different regions of cavitating flow, we used again the topographic operation diagram of the machine (Figure 1). The diagram is subdivided in ten regions as indicated in the diagram, each of them associated to different types of cavitation. For this test, we normalized the coordinates (ψ and φ) between the values of 0 and 1. Two data files of training and tests were created using uniformly distributed points in each area of the diagram. For the training of each area, 20 points adopted were well spaced occupying the whole region of each area. To test each area of the diagram, around other 10 different points also uniformly distributed in area were used.

One neural network was created and implemented and it was trained with the training data file. The best net architecture obtained for this case is formed by: 2 neurons of input fanout units in the Input layer, one neuron for φ coordinate (flow coefficient) and another neuron for ψ coordinate (pressure coefficient), 12 neurons or processing elements in the hidden layer, 10 neurons containing values between 0 and 1 in the Output layer. The output value of each region, when closer to 1, it corresponds to that type of cavitation indicated by the area. The network proposed is presented in Figure 2. Finally the trained network was

tested with the testing data file. The results were shown in table 1. We may observe from it that the obtained results for the indicated region should be close to 1, and in other associated output neuron should be close to 0.

Table 1 Results of Mapping Cavitation

	Reg. 1	Reg. 2	Reg. 3	Reg. 4	Reg. 5	Reg. 6	Reg. 7	Reg. 8	Reg. 9	Reg. 10
No of Learning data	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Rate of Recognition	10/11	10/10	14/14	13/13	9/9	12/12	14/14	7/7	10/10	12/12

The results obtained with a generic case has revealed a recognition accuracy of 99%, the 1% error was due to points close to the frontier between the curve limits. The network used in experiment 1 is extremely small sized, that is, 2 + 12 + 10 neurons. Fig 2 shows the internal structure of the network after learning. Therefore the experiment has shown the possibility of using neuro network for cavitation mapping.

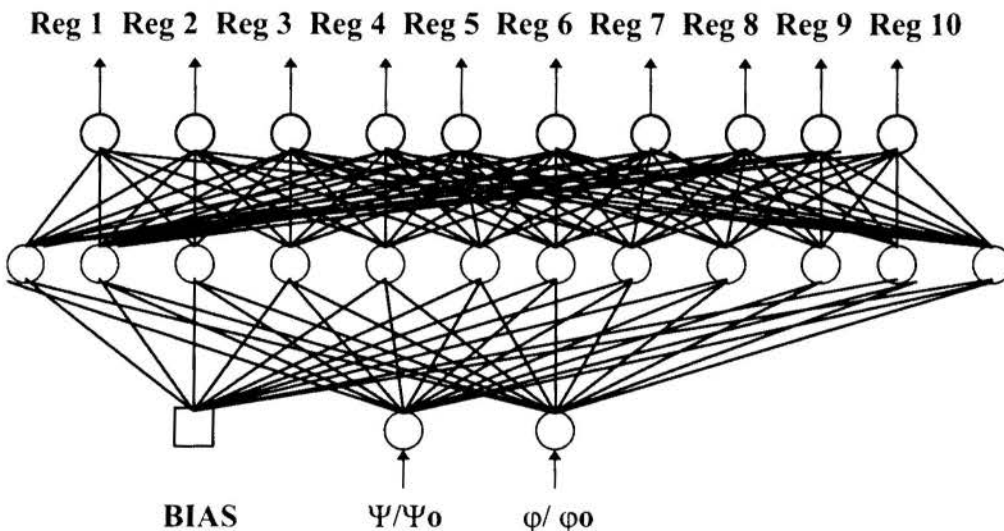


Fig. 2 - Internal structure of neural network after learning

4.2. Detection of Cavitation Peaks

CESP 's (Companhia Energética de São Paulo) Hydro Plant, located in Ilha Solteira, São Paulo, operates 22 vertical Francis-type hydroturbines. Cavitation monitoring tests were conducted on Unit 19, which is 6.28 m in diameter and rotates at 85.7 rpm. The rated capacity for the unit is 167.8 MW at a net head of 46 m.

The first tests were conducted at CESP to evaluate the effectiveness of the A-E techniques for monitoring cavitation levels in an operating hydroturbine. A single A-E transducer (BRUEL & KJAER, Type 8312), with a wide response range, was mounted on the turbine's lid, initially polished for better contact between the sensors surface and metallic lid. The sensor's cable is pulled until the pavement close to the generators shaft, where the amplifier (Model 2638 of B&K) was connected. Data from the A-E transducer was acquired at a rate of the maximum 100 MHz, using an oscilloscope HP model 54600A, with 2 channels.

The signals captured by the A-E transducer were amplified and conditioned through a power amplifier, and these signals were collected in the oscilloscope's memory. Through a standard GP-IP slab and a signal capture software, the signal derived from the oscilloscope can be transferred to a microcomputer and stored on floppy disk for later analysis.

All the collected signals have been effectively analyzed with an FFT analyzer software to build up the power spectrum from the signals collected through the oscilloscope. More than one signal were collected for each operating state, and the graphs are referred to the average frequency spectrum collected for each operating point.

A procedure for varying the turbine's operation power 0 MW to 160 MW was used to collect the acoustic signals. The effect of air injection was also evaluated. This is an important analysis, because the air injection is one of the methods used to reduce the cavitation effect in hydroturbines.

4.2.1 Signals Characteristics with and without Air Injection

Many signals spectrum were obtained with A-E transducer for different operation regimes in hydroturbine machines, with and without air injection. Some observed phenomenon were:

- A frequency peak was observed close to 186 kHz for the operation regime from 40 to 70 MW. The amplitude of these peaks is around $1,6 \times 10^{-3}$, while the background amplitude at around $1,0 \times 10^{-4}$, therefore a strong indication of cavitation.
- From 80 MW, the spectrum components had the same order of amplitude, without showing any frequency peak, no evidence of cavitation.
- From the operation diagram, the operation below 90 MW was not recommended by the manufacturer, it was confirmed as above's signals captured by acoustic sensor.
- After 130 MW, most noise level increased proportionally around 100 - 500 kHz. It was recommended by the manufacturer that this is the safe power band to operate the machine. But the global level of random noise does not guarantee the safe detection of cavitation.
- Because of the limited space, only two most characteristic results were presented here, the peaks of the spectrum without and with air injection were shown in Figure 3 and Figure 4 respectively in 70 MW of machine's power generation state. The spectra were analyzed and a substantial reduction (around 50%) of peaks amplitude around 186 kHz were observed with air injection and the background amplitude remain unchanged. Therefore it was supposed that the flow with air injection, can reduce greatly the cavitation level.

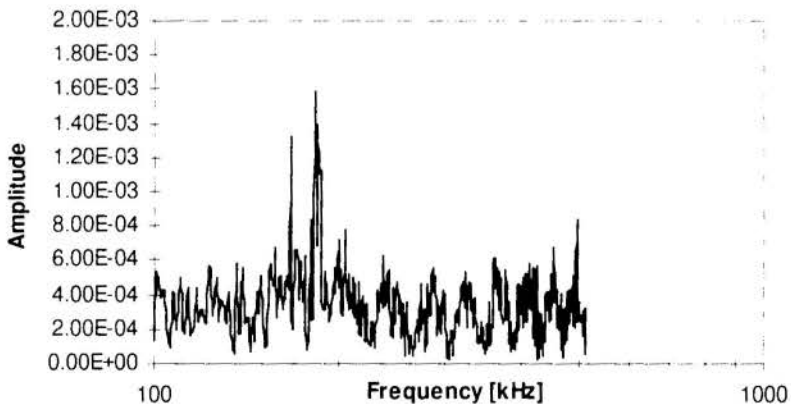


Fig. 3 Spectrum from A-E transducer obtained at 70 MW power generation state without air injection.

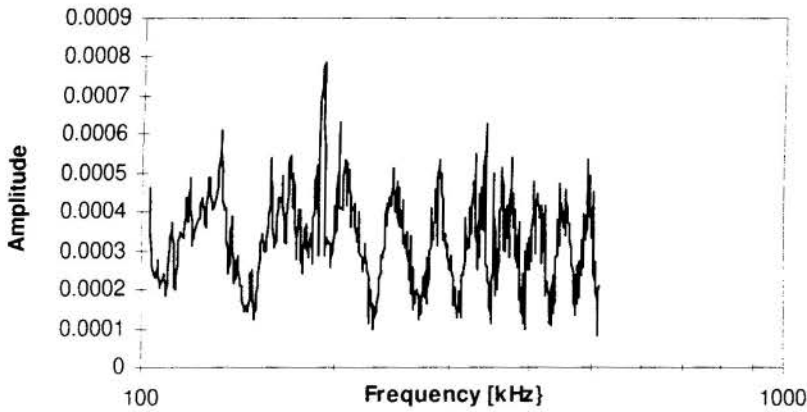


Fig. 4 Spectrum obtained from A-E Transducer at 70 MW of power generation state, with air injection.

4.2.2 Detection's Strategy

Before more information and spectrum were obtained to guarantee the correspondence of non-cavitation, these information should be available for the neural-network back-propagation training method. Therefore another neuronnetwork strategy, the Kohonen learning method, was tested to analyze the information in hand up to now.

Kohonen learning (Hecht-Nielsen, R., 1990) is a self-organization training principle as opposed to a supervised training principle. The basic idea is to have a layer of processing elements arranging their weight vector such that these weight vectors are distributed in R^n with a number density approximately proportional to the probability density function ρ according to which the x input vectors used to train the layer are selected. The proper goal of this learning law is the construction of a collection of vectors that form a set of equiprobable representatives of a fixed probability density function.

The 7 parameters related to the acoustic emission signals such as: Power, flow, pressure, frequency and amplitude of the peak, background's amplitude and air injection, are well defined, from all the spectrum data obtained, it was able to generate a data matrix (7 x 144) for pattern classification, each input signal corresponds to a vector x_i of the net, totaling 144 vectors, each one received a corresponding number for after training identification purpose. These vectors are randomly selected by the net during the classification. The parameters selected in the algorithm of Kohonen net were: number of patterns 144, iteration number 10,000, input neuron 7 (attribute numbers), output neuron 64 (matrix 8x8), learning rate 0.7, initial weight: random, learning time interval: 1000, incremental learning rate factor: 2, initial neighborhood size as a net fraction: 0.5, decrement learning rate factor: 1.0.

After the training in the Kohonen net, the 64 output neuron (8x8 matrix) tries to cluster the input vectors (attributes of each acoustic signal, totaling 144), according to the net training criteria. Each output is responsible for one or more information and should be well analyzed, verifying which attribute are relevant in each output, as well as the attempt of clustering of output neuron in regions which presents the same behavior.

The grouping of input vectors in each output neuron was observed through its weight obtained after the training. The outputs were represented by the grouping of one or more input acoustic signal which has similar pattern of behavior.

5. CONCLUSIONS

After running all the spectrum data in a Kohonen network, six main groups were observed: 1) data vectors with the power generation lower than 40 MW, low differences

between peak amplitude and background amplitude (ΔA), no evidence of cavitation in these data 2) The power generation is between 40 MW and 70 MW, with high amplitude peak and low background amplitude, therefore with strong indication of cavitation 3) In this area, some power generation between 80MW and 120 MW, indicating low evidence of cavitation. 4) power generation in the range of 130MW to 150MW, some evidence of cavitation. 5) data vectors close to nominal power (over 140 MW and under 160 MW), both peak and background amplitude were high with low ΔA , the machines noise is higher due to the high power and flow rate, in our first study, due to the high global noise, it is hard to guarantee if any cavitation occurred. 6) The power generation is not well defined, in some specific point like 30 MW, 130 MW and specially at 160 MW, some ΔA s are extremely high (from 5:1 to 8:1) spreading in a wider range of frequency, these results deserve more future studies.

After this preliminary study of cavitation using a neural network method, it is believed that with more experiments in this proposed detection system, a permanent tests during different time of the year to observe the machine's behavior in the different water level and with the increase of the number of parameters, lengthier historical data, a more rigorous and complete validation process can be used to obtain more definite conclusions and to confirm all the observation obtained up to now.

6. ACKNOWLEDGMENTS

The authors wish to acknowledge CESP's Project Director, the fellowship programs of RHA/E/MCT and researchers of the Mechanical Engineering/UnB.

7. REFERENCES

- ABBOT, P. A., & WALSH, J., "Acoustic Cavitation Tests and Analyses of Pump-Turbine Unit 9 at the Lewiston Pump Generation Plant," Technical Memorandum No. 002, Falmouth, MA; Ferranti O.R.E., Inc., 1990.
- DE, M. K., & HAMMITT, F. G., "New Method for monitoring and Correlating Cavitation Noise to Erosion Capability," Transaction of the ASME Journal of Fluids Engineering, Volume 104, pp. 434-442, 1982.
- DERAKHSHAN, O., HOUGHTON, J. R. JONES R. K., & MARCH, P. A., "Cavitation Monitoring of Hydroturbines with True-RMS Acoustic Emission Measurement," ASTM Special Publication 1077, Philadelphia: American Society for Testing and Materials, 1990.
- FRANC, J. P. et al.; La Cavitation - Mécanismes Physiques et Aspects Industriels, Presse Universitaire de Grenoble, 1995.
- HECHT-NIELSEN, R., Neuro Computing, Addison-Wesley Publication Company, 1990.
- JONES, R. K. & MARCH, P. A., "Hydroturbine Efficiency and Cavitation Monitoring", Proceeding of the 1988 ASCE Hydraulics Division Specialty Conference, Colorado Spring, 1988.
- KNAPP, R. T., DAILEY J. W, & HAMMITT, F. G., Cavitation, New York: McGraw-Hill Book Company, 1970.
- LUSH, P. A., & HUTTON, S. P., "The relation between Cavitation Intensity and Noise in a Venturi-Type Section," Proceedings of the International Conference on Pump and Turbine Design, Glasgow, Scotland, 1976.
- STOFFEL, B. & SHULLER, W. Investigations in respect to the determination of cavitation intensity by means of acoustic signals, La huille Blanche, 7/8, 601-604, 1992.
- TOMITA, Y.,& SHIMA A., "Mechanisms of impulsive pressure generation and damage pit formation by bubble collapse," Journal of Fluid Mechanics, Volume 169, page 535-564, 1986.



PAPER CODE: COB410

**REDES NEURAI APLICADAS AO CONTROLE DE ATITUDE DE
SATÉLITES ARTIFICIAIS COM APÊNDICES FLEXÍVEIS/NEURAL
NETWORK APPLIED TO ATTITUDE CONTROL FOR ARTIFICIAL
SATELLITE WITH FLEXIBLE APPENDAGES.**

SEBASTIÃO E. C. VAROTTO & ATAIR RIOS NETO

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE/MCT

CEP 12201-970 CP 515 São José dos Campos, SP. E-mail: varotto@dem.inpe.br

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento, Universidade do Vale do Paraíba.

CEP 12245-720 São José dos Campos, SP. E-mail: atair@univap.br

Abstract

This work demonstrates that artificial neural networks can be used effectively for satellite attitude dynamics identification and control. In order to exemplify this application, a satellite with a rigid main body, three reaction wheel and three flexible solar panel was chosen (lay-out similar to Brazilian Remote Sensing Satellite) The main objectives of this work are to test the neural control and analyze the interaction between the control system and the elastic motion of the satellite solar arrays. The equations of motion were derived by the Lagrangian approach for quasi-coordinates (rotational motion) and for generalized coordinates (elastic motion). The identification of neural nets parameters is performed by Kalman filtering algorithm with a local parallel processing version..

Keywords

Redes neurais artificiais, sistemas não lineares, filtro de Kaman, controle de atitude.

Artificial neural networks, non-linear system, Kalman filtering, satellite attitude control.

1. INTRODUÇÃO

Redes Neurais Artificiais, RNAs (*ANNs - Artificial Neural Networks*) vêm sendo objeto de pesquisa nos últimos anos ganhando motivação devido a grande perspectiva de utilização como um novo meio para o Processamento de Informações.

Nas RNAs, um comportamento análogo ao do cérebro humano é emulado através de um arranjo conveniente de vários elementos fundamentais, “neurônios artificiais”, possibilitando o processamento paralelo da informação de forma distribuída, e ainda mais, possuem muitos aspectos atrativos e interessantes, como por exemplo, a capacidade de “aprender” e de efetuar mapeamentos altamente não lineares entre sinais de entrada e saída.

Tendo em vista a enorme importância do estudo de problemas relacionados à área de dinâmica de atitude de satélites artificiais com apêndices flexíveis, o presente trabalho tem como objetivo viabilizar um controlador neural para a atitude de veículos espaciais capaz de atuar de forma satisfatória em situações adversas, como por exemplo durante a fase de aquisição da atitude e manobras de correção de órbita e atitude, nas quais é grande o efeito das perturbações externas ao sistema dinâmico.

2. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

As equações do movimento são obtidas utilizando-se a abordagem Lagrangeana. O desenvolvimento é direcionado para uma classe particular de satélites, aqueles constituídos por um corpo central rígido contendo rotores também rígidos, e do qual pendem painéis solares extensíveis, com formato retangular, sendo estes considerados flexíveis após o seu desdobramento.

Após a definição e alocação dos sistemas de referência, a formulação Lagrangeana utilizando "quase-coordenadas" e "coordenadas generalizadas" é empregada para desenvolver as equações do movimento. Utiliza-se também o método de discretização do sistema flexível chamado de Método dos Modos Assumidos, permitindo que se obtenha um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem ao invés de equações de derivadas parciais para representar o sistema dinâmico. Desta maneira, os deslocamentos elásticos são escritos como uma combinação linear das funções de forma " ϕ " (dependentes do espaço) e das coordenadas generalizadas " q " (dependentes do tempo).

Levando em consideração esta discretização a Energia Cinética para o satélite pode ser escrita como:

$$T = \frac{1}{2} \{\omega\}^T [J] \{\omega\} + \frac{1}{2} \{\Omega\}^T [I] \{\Omega\} + \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M] \{\dot{q}\} + \{\omega\}^T [M] \{\Omega\} + \{\omega\}^T [H] \{\dot{q}\} \quad (1)$$

onde $[J]$ e $[I]$ são as matrizes de inércia do satélite no estado deformado e dos rotores respectivamente; $\{\omega\}$ e $\{\Omega\}$ são os vetores velocidade angular absoluta do satélite e dos rotores; $\{\dot{q}\}$ é o vetor constituído pela razão temporal de mudança nas coordenadas generalizadas, e finalmente $[M]$ e $[H]$ são matrizes envolvendo integrais das funções de forma.

A energia potencial elástica (energia de deformação) pode ser escrita como:

$$V = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \quad (2)$$

onde $[K]$ é uma matriz simétrica envolvendo derivadas das funções admitidas.

Com base nas relações (1) e (2) escreve-se a Função Lagrangeana e a partir daí obtém-se as Equações de Euler Modificadas;

$$[J] \{\dot{\omega}\} + [\dot{J}] \{\omega\} + [\tilde{\omega}][J] \{\omega\} + [\tilde{\omega}][I] \{\Omega\} + [\tilde{\omega}][H] \{\dot{q}\} + [H] \{\ddot{q}\} = \{T_p\} - \{T_c\} \quad (3)$$

e as equações dinâmicas para o movimento elástico;

$$[M] \{\ddot{q}\} + [H]^T \{\dot{\omega}\} + [K] \{q\} - \{F\} = \{Q_q\} \quad (4)$$

onde $\{F\}$ envolve derivadas parciais de $[J]$ com respeito às coordenadas generalizadas.

As Equações Cinemáticas da Atitude são obtidas utilizando-se os Parâmetros de Euler (Quaternios) (Wertz, 1978),

$$\{\dot{q}^*\} = \frac{1}{2} [\tilde{\Omega}^*] \{q^*\} \quad (5)$$

onde $[\tilde{\Omega}^*]$ é uma matriz constituída pelas componentes do vetor velocidade angular do veículo e $\{q^*\}$ é o vetor constituído pelos elementos do quaternion de atitude.

Neste trabalho foi considerado apenas a perturbação externa causada pelo torque devido ao Gradiente de Gravidade (Kaplan, 1976).

3.CONTROLE NEURAL

3.1 CONTROLE COM MODELO INTERNO

A estrutura de controle utilizada neste trabalho é conhecida como Controle com Modelo Interno (*IMC-Internal Model Control*), (Hunt e Sbarbaro, 1991). Nesta estrutura uma RNA é treinada para se comportar como o sistema dinâmico (modelo direto). Logo após, uma segunda rede, a de controle, é treinada segundo o modelo inverso, usando no treinamento o erro retro-propagado do modelo direto. Como as redes não são alimentadas com informações que permitem a modelagem das perturbações “ d ” que afetam o comportamento do sistema, elas não conseguem eliminar os erros na trajetória devido aos efeitos destas perturbações. A diferença entre a trajetória real da planta e a trajetória fornecida pela rede neural direta é então utilizada na realimentação de forma a corrigir o estado e compensar os efeitos das perturbações (Garcia e Morari, 1982).

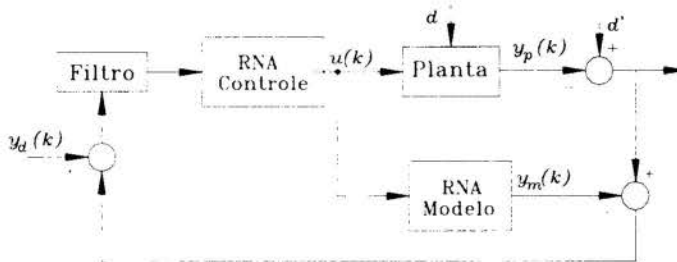


Figura 1 : Controlador IMC.

3.2 REDES COM ALIMENTAÇÃO DIRETA

Uma rede neural de alimentação direta “*feedforward*” pode ser vista como sendo uma transformação não linear de mapeamento entre os n_o elementos da entrada e os n_i elementos da saída. A apresentação desta arquitetura dá-se por meio de várias camadas de neurônios artificiais não dinâmicos conectados entre si de forma conveniente, onde cada camada pondera suas respectivas entradas utilizando os pesos das interconexões, e aplicando, a seguir, a função de ativação no somatório das entradas ponderadas. Considerado-se que o i -ésimo neurônio da camada k possui n_{k-1} argumentos de entrada, a sua saída é dada por:

$$x_i^k = f^k \left(\sum_{j=1}^{n_{k-1}} w_{ij}^k x_j^{k-1} + b_i^k \right) \quad (6)$$

ou numa notação mais compacta,

$$x^k = f^k(W^k x^{k-1}) \quad (7)$$

onde x^{k-1} é o vetor de saídas da camada $k-1$ e W^k é a matriz de pesos da camada k composta por:

$$W^k = \begin{bmatrix} w_{11}^k & \cdots & w_{1n_{k-1}}^k & b_1^k \\ w_{21}^k & \cdots & w_{2n_{k-1}}^k & b_2^k \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ w_{n_k 1}^k & \cdots & w_{n_k n_{k-1}}^k & b_{n_k}^k \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde pode-se observar na última coluna a presença dos valores referentes aos "bais".

3.3 TREINAMENTO VIA FILTRO DE KALMAN

O treinamento supervisionado de uma RNA para "aprender" um mapeamento não linear representado matematicamente por:

$$f(x): x \in D \subset R^{n^l} \rightarrow y \in R^{n^o} \quad (9)$$

pode ser tratado naturalmente como um problema de estimação dos parâmetros (pesos) de conexão, w , entre os neurônios que constituem a rede (Rios Neto, 1994).

O mapeamento não linear fornecido pela rede, que na verdade representa uma aproximação para o mapeamento dado pela relação anterior, é matematicamente representado por:

$$f^e(x, w): x \in D \subset R^{n^l} \rightarrow y^e \in R^{n^o} \quad (10)$$

de tal forma que $f^e(x, w)$ deve estar o mais próximo possível de $f(x)$ para $x \in D$. Um conjunto de pares $(x(t), y(t))$, $t=1, 2, \dots, N$, fornecidos pelo mapeamento dado pela Relação (11) são selecionados com a finalidade de prover a aproximação desejada, sendo que neste processo os parâmetros são determinados sob a condição de minimização do seguinte funcional:

$$J(w) = \frac{1}{2} \left[[w - \bar{w}]^T \bar{P}^{-1} [w - \bar{w}] + \sum_{t=1}^N [y(t) - y^e(t)]^T R^{-1} [y(t) - y^e(t)] \right] \quad (11)$$

onde \bar{w} é o valor conhecido a priori para os parâmetros w , $y^e = f^e(x(t), w)$ e finalmente as matrizes \bar{P} e R , por hipóteses, assumidas como sendo definidas positivas, são as matrizes de ponderação.

Para resolver o problema colocado pela Relação (13), um procedimento iterativo baseado na Teoria de Perturbação Linear é utilizado. Adotando o desenvolvimento efetuado por Rios Neto, 1994, obtém-se um algoritmo iterativo permitindo aproximações para processamento local. Assim, o problema de estimar o vetor de pesos w_{li} , pode ser resolvido através de um estimador de Gauss Markov, na forma de Kalman (Gelb, 1974), resultando nas seguintes equações para uma iteração típica:

$$w_{li}^k = \bar{w}_{li} + \bar{K}_{li}^k \left[z_{li}^k - H_{li}^k \bar{w}_{li}^k \right] \quad (12)$$

$$P_{li}^k = \left[I - \bar{K}_{li}^k H_{li}^k \right] \bar{P}_{li} \quad (13)$$

$$\bar{K}_{li}^k = \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} \left[H_{li}^k \bar{P}_{li} H_{li}^{kT} + \bar{R}_{li}^k \right]^{-1} \quad (14)$$

4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para exemplificar a aplicação do procedimento de controle adota-se um satélite com uma configuração semelhante ao satélite de sensoriamento remoto da MECB-Missão Espacial Completa Brasileira.

Durante a fase de apontamento fino, o satélite disporá basicamente de um sensor de horizonte terrestre infravermelho e um sensor solar fino de dois eixos, que posicionados de forma adequada sobre o corpo principal do satélite atendem ao requisito de observabilidade durante toda sua vida útil. Durante a manobra de apontamento fino da atitude, o satélite disporá de três atuadores do tipo Roda de Reação com capacidade máxima de torque da ordem de 0,2 Nm, para suprir os torques demandados pelo sistema de controle.

O primeiro passo para a implementação do procedimento de controle neural é efetuar a identificação de uma rede neural para o modelo direto, a qual teve como entradas os torques de controle, os deslocamentos e as velocidades angulares referentes aos instantes t , $t-1$ e $t-2$.

Após alguns testes variando-se o número de neurônios em cada camada e verificando-se o erro ao final do treinamento neural, concluiu-se que uma configuração composta por 22 neurônios na camada de entrada (21 elementos de entrada mais 1 devido ao "bias"), 30 neurônios na primeira camada oculta, 10 neurônios na segunda camada oculta e 6 neurônios na camada de saída. Com relação a função de ativação, adotou-se a função tangente hiperbólica para todos os neurônios.

Como os dados de entrada são definidos em domínios bastante distintos e portanto podem assumir valores bastante diferentes, julgou-se por bem aplicar um fator de escala apropriado para os dados de forma a trabalhar na rede neural com dados adimensionais. Espera-se com isso, que os dados fiquem numericamente compatíveis entre si, evitando que sejam criadas zonas de saturação e tendenciosidade durante o processo de treinamento. Os sinais de controle foram gerados de tal forma que o torque aplicado aos rotores variasse linearmente no tempo, em analogia a uma excitação através de uma função rampa.

As Figuras 2 e 3 ilustram um teste realizado com a rede neural de identificação para o ângulo de atitude em guinada e para a velocidade angular neste mesmo eixo. Pode-se notar que o erro mantém-se restrito a faixa de aproximadamente 0,2 graus e 0,01 graus/seg compatível com a ordem do erro médio quadrático apresentado ao final do treinamento 3×10^{-3} .

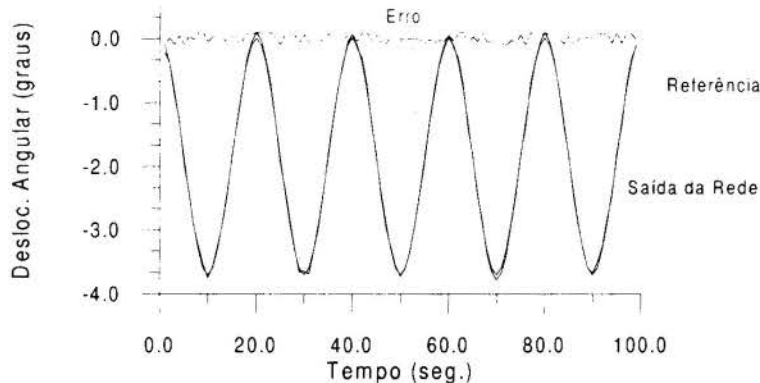


Figura 2 : Deslocamento Angular em Guinada.

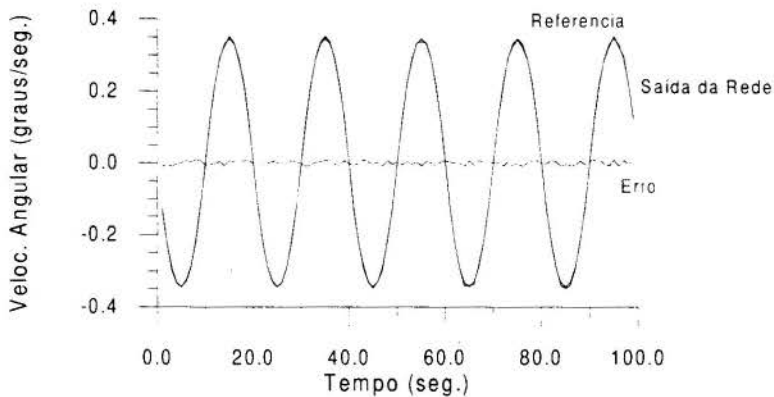


Figura 3 - Velocidade Angular em Guinada.

Resultados semelhantes foram obtidos para os eixos de rolamento e arfagem.

Após a identificação do modelo direto, deve-se proceder a identificação da rede de controle (identificação do modelo inverso). Este treinamento também é executado de forma "off-line" utilizando-se para tanto o esquema da modelagem inversa especializada, com um vetor de entrada análogo ao utilizado anteriormente.

A topologia da rede neural de controle foi estabelecida tomando como base as linhas gerais delineadas para a rede de identificação; propõe-se, então, uma configuração composta por 25 neurônios na camada de entrada (24 elementos de entrada mais 1 devido ao "bias"), 30 neurônios na primeira camada oculta, 10 neurônios na segunda camada oculta e 3 neurônios na camada de saída. Com relação à função de ativação, adotou-se a função tangente hiperbólica para todos os neurônios.

Para ilustrar o desempenho do esquema de controle proposto efetuou-se simulações envolvendo várias manobras de atitude com diversas condições iniciais. Uma manobra típica é mostrada neste trabalho com o objetivo de ilustrar o desempenho do esquema de controle. As Figuras 4 e 5 mostram a resposta dos ângulos de atitude e velocidades angulares em relação ao sinal de referência a Figura 6 mostra o torque aplicado ao atuador para a manobra no eixo de arfagem. Observa-se nestas figuras, que ao final da manobra de apontamento tanto o ângulo de atitude como a velocidade angular do satélite estão dentro de níveis aceitáveis. Nota-se também que o torque aplicado ao rotor manteve-se limitado aos valores compatíveis com o atuador em questão.

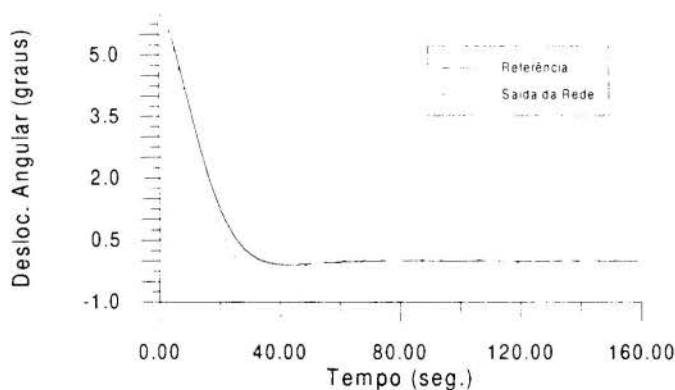


Figura 4 : Ângulo de atitude.

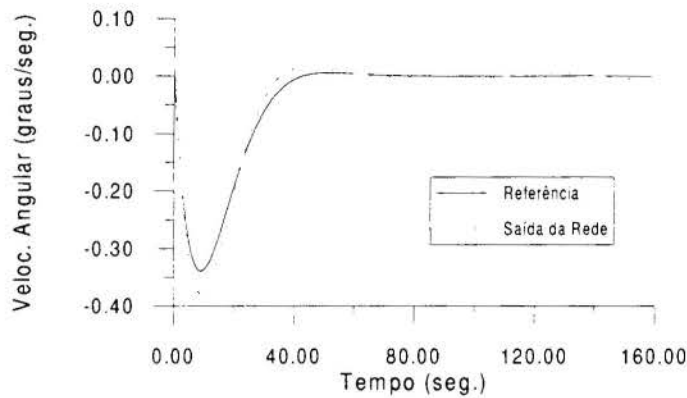


Figura 5 : Velocidade angular.

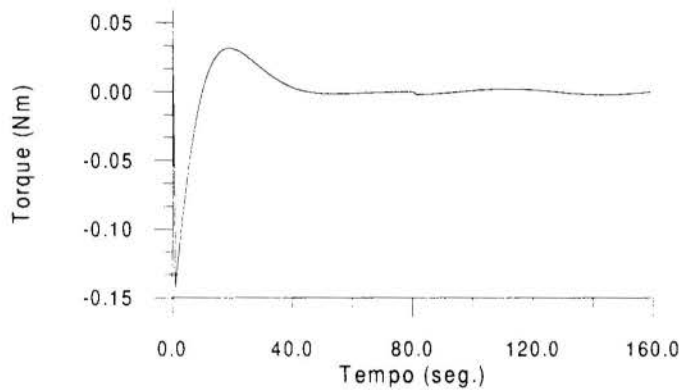


Figura 6 : Torque demandado ao atuador.

De forma geral, pode-se dizer que o procedimento de controle abordado é capaz de efetuar a manobra de apontamento do satélite cumprindo com o propósito inicial. As oscilações na extremidade livre dos painéis apesar de não serem mostradas nos gráficos anteriores se mantiveram dentro de valores bastante pequenos da ordem de 3×10^{-5} mm, não introduzindo nenhum tipo de perturbação sensível na atitude do veículo.

Resultados análogos foram obtidos para manobras de atitude envolvendo os dois outros eixos de orientação.

5. CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Procurou-se, neste trabalho, investigar as possibilidades para a utilização de RNAs em controle de atitude de satélites artificiais terrestres enfocando suas reais potencialidades. Pôde-se constatar que realmente o ponto forte das RNAs está relacionado com a capacidade de mapeamento não linear, notadamente na identificação de sistemas dinâmicos através da técnica denominada Modelagem Direta. Já na identificação do modelo inverso, quer seja através da Modelagem Inversa Generalizada ou da Modelagem Inversa Especializada, cuidados especiais devem ser tornados principalmente com relação a escolha das variáveis eleitas para representar o sistema dinâmico, pois elas desempenham um papel fundamental na obtenção do mapeamento inverso da planta.

Os esquemas de controle que permitem treinamento "off-line" da rede neural possibilitam uma aplicação mais imediata devido a simplicidade envolvida, entretanto sua confiabilidade e

robustez são limitadas, pois tais controladores possuem uma faixa de operação bastante restrita e desta forma não estão aptos a compensar eventuais distúrbios ou interações espúrias entre o meio externo e a planta a ser controlada.

Apesar das discrepâncias observadas nas Figuras 4 e 5 pode-se concluir que a estratégia de Controle com Modelo Interno apresenta um desempenho aceitável uma vez que o objetivo principal consiste em partir de uma condição inicial dentro de um dado domínio e levar o satélite até a condição de atitude nominal, especificada por desvios nos ângulos de atitude da ordem de 0,5 graus e velocidades angulares da ordem de 0,02 graus/seg. Na verdade a trajetória de referência foi utilizada apenas para gerar valores apropriados para o "set-point" que alimenta o controlador de forma a estabelecer uma transição suave entre a condição inicial e final de manobra. Desta forma, basta que o controle seja capaz de fazer com que o sistema siga a trajetória de referência no sentido médio. Esta transição suave, possibilita ao controle minimizar as inversões de velocidade que é um ponto bastante crítico em termos do desgaste para os atuadores do tipo roda de reação.

6. REFERÊNCIAS

- GARCIA, C. E. & MORARI, M. Internal model control - 1. A Unifying Review and Some New Results, *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, vol. 21, pp. 308-323, 1982.
- HUNT, K. J., SBARBARO, D., ZBIKOWSKI, R. GAWTHROP, P. J. Neural Networks for Control Systems - A Survey, *Automatica*, vol. 28 (6), pp. 1083-1112, 1992.
- KAPLAN, M.H. *Modern Spacecraft Dynamics*. USA, Jhon Wiley & Sons Inc., 1973.
- MEIROVITCH, L. *Method of Analytical Dynamics*, New York, McGraw-Hill, 1970.
- PSALTIS, D., SIDERIS, A., YAMAMURA, A. A. A Multilayered Network Controller, *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 8, pp.17-21, 1988.
- RIOS NETO, A. Stochastic Parameter Estimation Neural Nets Supervised Learning Approach, *Proceedings of the 1st Brazilian Congress in Neural Nets*, Itajubá, MG, 1994.
- WERTZ, J. R. *Spacecraft Attitude Determination and Control*, London, D. Reidel, 1978.

PAPER CODE: COB487

DETECTION OF STATE-SPACE PARAMETER PERTURBATION USING RECURSIVE NONLINEAR ESTIMATORS

BELISÁRIO NINA HUALLPA^(*), EURÍPEDES NÓBREGA^(*) & FERNANDO JOSÉ VON ZUBEN^(**)^(*)DMC-FEM-UNICAMP - Brazil

Caixa Postal 6122 - CEP: 13083-970

email: beli@dmc.fem.unicamp.br, egon@dmc.fem.unicamp.br

^(**)DCA-FEEC-UNICAMP - Brazil

Caixa Postal 6101 - CEP: 13083-970

email: vonzuben@dca.fee.unicamp.br

Abstract

The problems of parameter estimation and perturbation detection are central to dynamic system identification. The purpose of this paper is to present a robust numerical tool designed to detect permanent parameter perturbation on nonstationary dynamic systems. The main component of the detection apparatus is a Hopfield neural network operating as a recursive nonlinear parameter estimator. At the first step, the Hopfield neural network is applied to estimate the initial parameter values in the state-space model of the dynamic system. The resulting state-space parameter obtained after convergence are assumed to be the nominal parameter for that application. It is necessary to let the estimation process converge to the nominal values before starting the detection of parameter perturbation. So, after convergence, sensitivity analysis is recursively applied to promptly detect any kind of significant perturbation in each output of the Hopfield neural network, with transient perturbations being discarded. The detection process must be robust and flexible enough to deal with a large range of dynamic behavior, because the shape and magnitude of the permanent perturbation, together with its effect on the dynamic system, cannot be properly anticipated.

Keywords

Hopfield neural network, state-space models, parameter estimation, permanent perturbation detection

Redes de Hopfield, modelos de espaço de estados, estimação de parâmetros, detecção de perturbação permanente

1. INTRODUCTION

The detection of permanent parameter perturbations on nonstationary dynamic systems requires the application of recursive parameter estimation techniques. The parameter estimation problem can be defined as the determination of a set of unknown physical parameters described in a mathematical model of the dynamic system.

The state-space representation of the dynamic system creates a new set of state-space parameters that can be directly associated with the original unknown physical parameters. The state-space parameters can be functions of time or constants, other than the state variables. These parameters appear explicitly in the state-space mathematical model, and are estimated using available information provided by monitoring the dynamic behavior of the system.

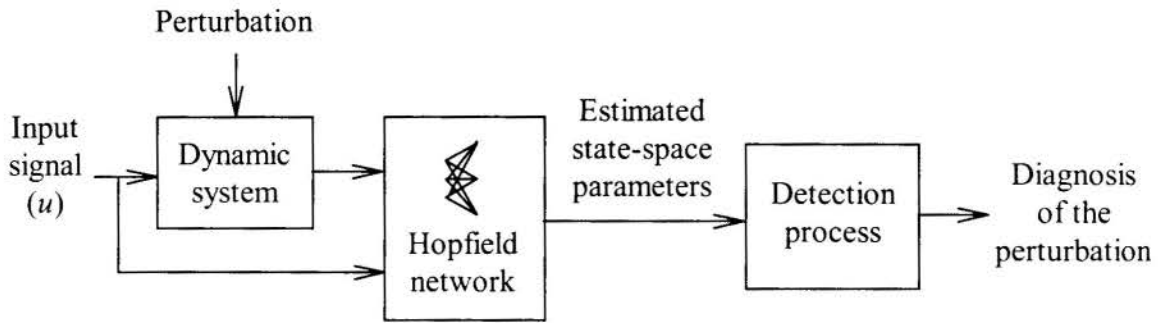


Figure 1: Schematic diagram for the detection of dynamic system's perturbation

Hopfield-type neural networks (Hopfield, 1982; Hopfield, 1984) are used as nonlinear tools for recursive parameter estimation in linear state-space models, following the results of Huallpa *et al.* (1997). Assuming that the dynamic system is stable and that the input signal is sufficiently rich to guarantee persistent excitation, the Hopfield neural network is applied to estimate the initial state-space parameter values (see Figure 1).

The resulting set of estimated parameters, obtained after the convergence of the output signals in the Hopfield neural network, is assumed to be the nominal parameter values for that specific application. Subsequently, sensitivity analysis is recursively applied to promptly detect any kind of permanent perturbation in each state-space parameter.

An important aspect is that the detection of dynamic system perturbation must take into account every kind of shape and magnitude of the perturbation, including the unpredictable effects on the behavior of the dynamic system.

2. STATE-SPACE PARAMETER ESTIMATION

Considering the linear state-space model of the dynamic system

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (1)$$

where $x \in \mathcal{R}^n$ is the state vector, $u \in \mathcal{R}^m$ is the control input, $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ and $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ are unknown matrices of parameters, with A asymptotically stable, the state vector can be estimated as follows

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A}x + \hat{B}u, \quad (2)$$

where \hat{A} and \hat{B} are the estimated matrices of state-space parameters. In order to minimize simultaneously the square-error rates of all states, a suitable energy function can be defined as follows

$$E = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (\dot{x} - \hat{A}x - \hat{B}u)^T (\dot{x} - \hat{A}x - \hat{B}u) dt. \quad (3)$$

The energy E in equation (3) can be directly associated with the energy function derived from the Hopfield network (Chu *et al.*, 1990), given by

$$E_H = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N w_{ji} v_i v_j - \sum_{j=1}^N b_j v_j, \quad (4)$$

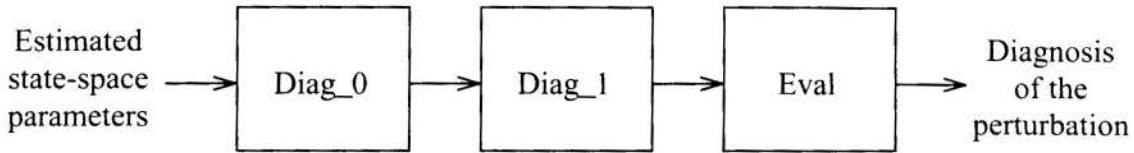


Figure 2: The detection process

with each v_j ($j=1,\dots,N$) having a one-to-one correspondence with each parameter in the matrices \hat{A} and \hat{B} , so that $N = n^2 + nm$.

3. DETECTION PROCESS

The signals at the output of the Hopfield neural network, corresponding to the estimated parameters, are used as the input to the detection process (see Figure 1). These inputs are preprocessed in order to eliminate the offset and to produce first-order derivative information, including a low-pass filter with transfer function given by

$$G(z) = \frac{0.017 - 0.0016z^{-1} + 0.017z^{-2}}{1 - 1.7534z^{-1} + 0.7865z^{-2}} \quad (5)$$

For each estimated state-space parameter, the detection process is divided into three phases (see Figure 2):

1. **Diag_0**: state-space parameter estimation, including the estimation of the nominal values as the first step, and the detection of any kind of perturbation on these nominal values;
2. **Diag_1**: detection of a significant perturbation on the values of the estimated parameters, after the definition of the nominal values in the first phase (**Diag_0**). If there is no perturbation a sensorial variable will be set to 0, otherwise it will be set to 1;
3. **Eval**: treatment of the detected perturbation using sensitivity analysis in order to distinguish a permanent perturbation from a transient one. This phase also include a threshold responsible for the acceptance of the new parameter values immediately or just after convergence, i.e., the end of the transitory caused by the perturbation event.

4. SIMULATION RESULTS

A two degree of freedom classical dynamic system in mechanical vibration is shown in Figure 3. There are two masses connected by springs and dashpots.

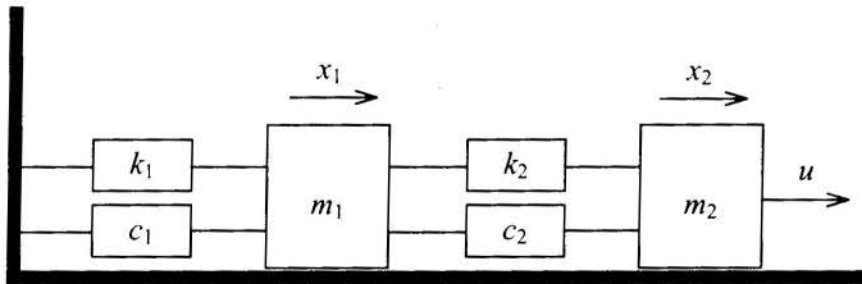


Figure 3 - Two degree of freedom dynamic system

The variables x_1 and x_2 are the positions and u is the external force applied to the second mass. In this case, the equations of motion are:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - c_2 \dot{x}_2 - k_2 x_2 = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 - c_2 \dot{x}_1 - k_2 x_1 = u \end{cases} \quad (9)$$

The corresponding state-space model is given by:

$$\dot{[x]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{c_1 + c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix} [x] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u] \quad (10)$$

Adopting the following set of parameter values (Shahian & Hassul, 1993):

$$m_1 = 10 \text{ kg}, m_2 = 20 \text{ kg}, c_1 = c_2 = 120 \frac{N \cdot s}{m}, k_1 = 1000 \frac{N}{m}, k_2 = 200 \frac{N}{m}$$

equation (10) produces

$$\dot{[x]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -120 & 20 & -24 & 12 \\ 10 & -10 & 6 & -6 \end{bmatrix} [x] + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [u] \quad (11)$$

We will now assume that the matrices $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$ and $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$ in equation (10) are unknown, but their orders $n=4$ and $m=1$ have already been determined. So, in order to obtain the estimated matrices $\hat{A} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ and $\hat{B} \in \mathcal{R}^{n \times m}$, we will apply the state-space recursive parameter estimation scheme presented in Figure 1, with $u(t)=100 \cdot \text{rand}(t)$, where $\text{rand}(t)$ produces uniformly distributed random values in the interval $[0,1]$. This input was chosen to guarantee a persistent excitation of the dynamic system in Figure 3.

The parameters in the last two rows of the state matrix A are estimated, with the corresponding values in equation (11) being considered as the unknown nominal values. This means that, at the beginning of the detection process, the Hopfield neural network should estimate these nominal values accurately.

4.1 Example 1

Figure 4(a) shows the convergence behavior of the estimated nominal state-space parameter, corresponding to the values at the output of the Hopfield neural network, with initial values set to 0. It was given 3 seconds before the Hopfield neural network starts extracting information from the dynamic system, by means of monitoring the behavior of the dynamic system's outputs for that given input $u(t)$. Huallpa *et al.* (1997) shows that this delay (in this case, 3 seconds) brings favorable consequences to the quality and robustness of the estimation process.

Figure 4(b) shows the same behavior, but now with a permanent perturbation at $t=15$ secs., only over the spring parameter k_1 . It will affect only the state-space parameter $a_{31} = \frac{k_1 + k_2}{m_1}$ of equation (10), with the other parameters kept on their nominal values.

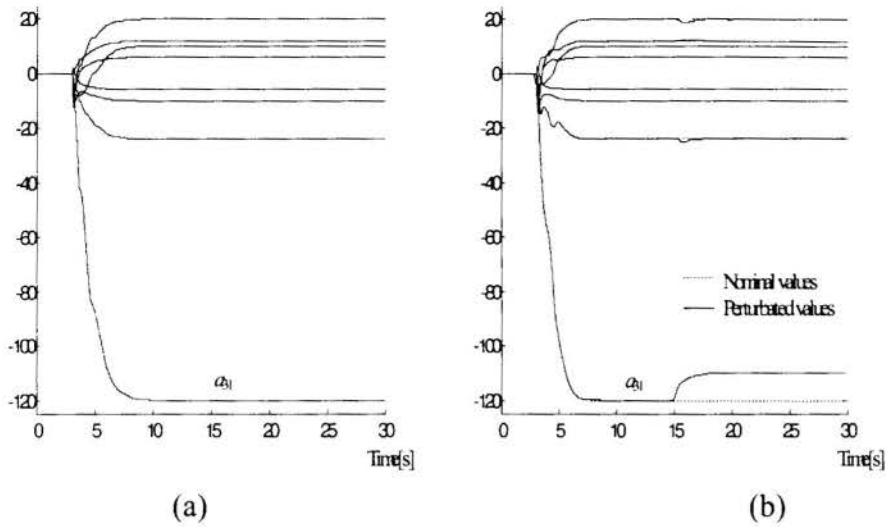


Figure 4 - Performance of the state-space parameter estimation process: (a) without perturbation (b) with a permanent perturbation in one parameter (10% of its nominal value)

Figure 5 shows the behavior of each phase of the detection process, according to Figure 2, giving as the output the new value of the permanently perturbed parameter. As it can be seen in Figure 5, the first phase of the detection process (**Diag_0**) is responsible for detecting the convergence of the Hopfield neural network outputs as follows:

- the output of **Diag_0** is set to 1 at $t = 3$ secs. (start of the estimation process);
- then it is reset to 0 approximately at $t = 10$ secs., when the nominal parameter values were properly estimated;
- at this instant, a sensorial variable belonging to the second phase of the detection process (**Diag_1**) is set to one in order to activate the detection of effective perturbations over the parameters.

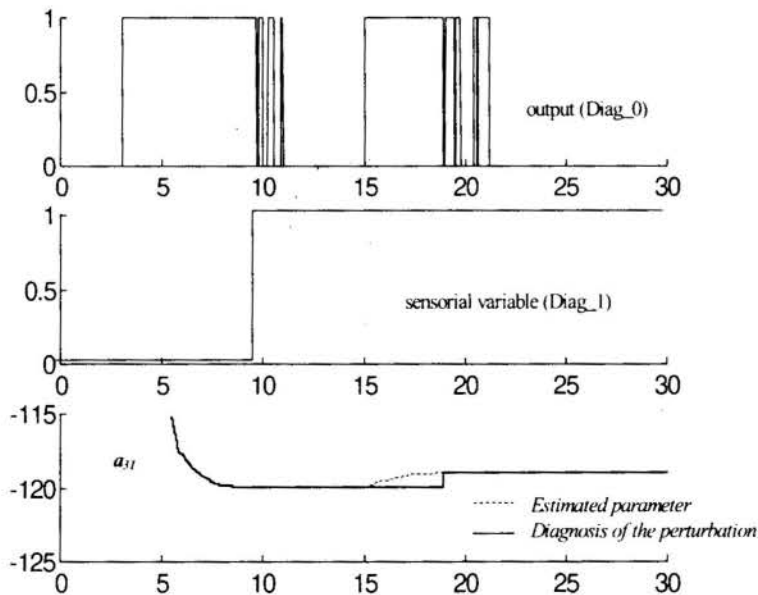


Figure 5 - Performance of the detection process in its three phases

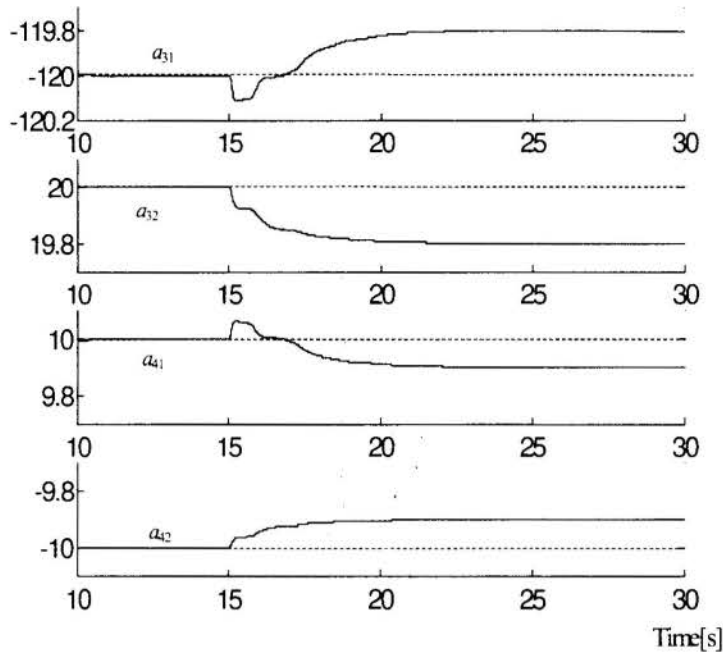


Figure 6 - Performance of the estimation process for multiple-parameter perturbation

- when an effective perturbation occurred at $t = 15$ secs., the output of **Diag_0** is set to 1, and only reset to 0 approximately at $t = 20$ secs., when the new parameter value after perturbation is considered to be properly estimated;
- at this point, it is necessary to distinguish between transient and permanent perturbations. Both are detected at the second phase, while the third phase (**Eval**) is designed to discard transient perturbation;
- when the perturbation is assumed to be a permanent one, the new parameter value is then accepted.

4.2 Example 2

Now, let's assume a permanent perturbation at $t=15$ secs., only on the spring parameter k_2 , that will affect the state-space parameters a_{31} , a_{32} , a_{41} and a_{42} (see equation (10)).

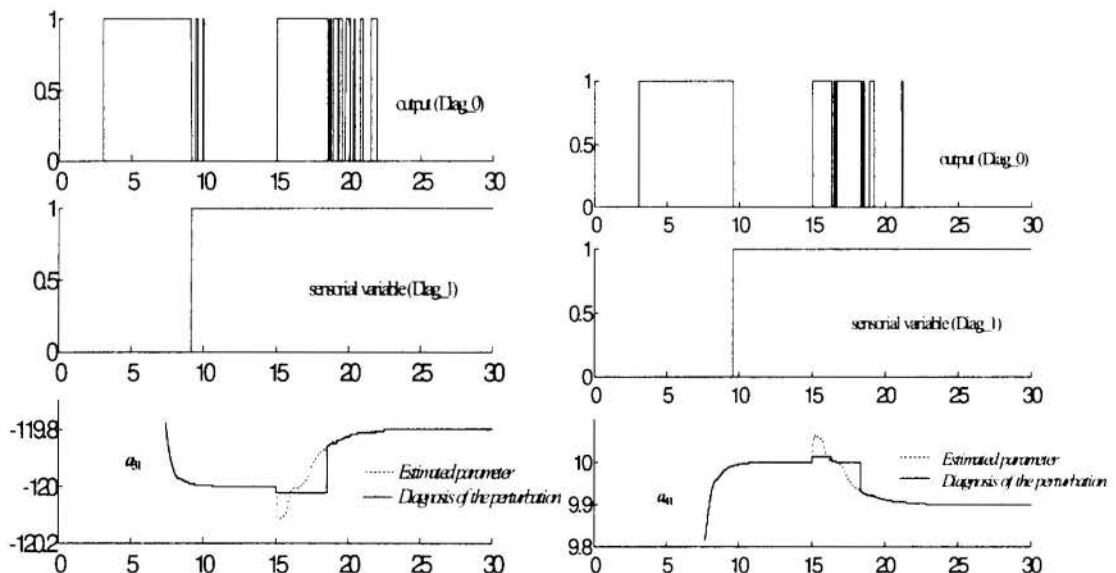


Figure 7 - Performance of the detection process for multiple-parameter perturbation

The result of the estimation process is shown in Figure 6, and Figure 7 presents the results of the detection process for the parameters a_{31} and a_{41} . The output of the third phase (**Eval**), denoted by diagnosis of the perturbation, is responsible for the acceptance of the new parameter value only after a strong tendency of stabilization.

The third phase of the detection process (**Eval**) is even more important in dealing with the non-perturbed parameters, as can be seen in Figure 8 for the parameters a_{33} and a_{44} . At first, the estimation process do not know which parameters were perturbed. So, until the effective detection of the right set of perturbed parameters, the estimation process will introduce a transient variation also on the non-perturbed parameters. If the third phase were not considered, the detection process would be incapable to distinguish an effective perturbation from this kind of transient variation.

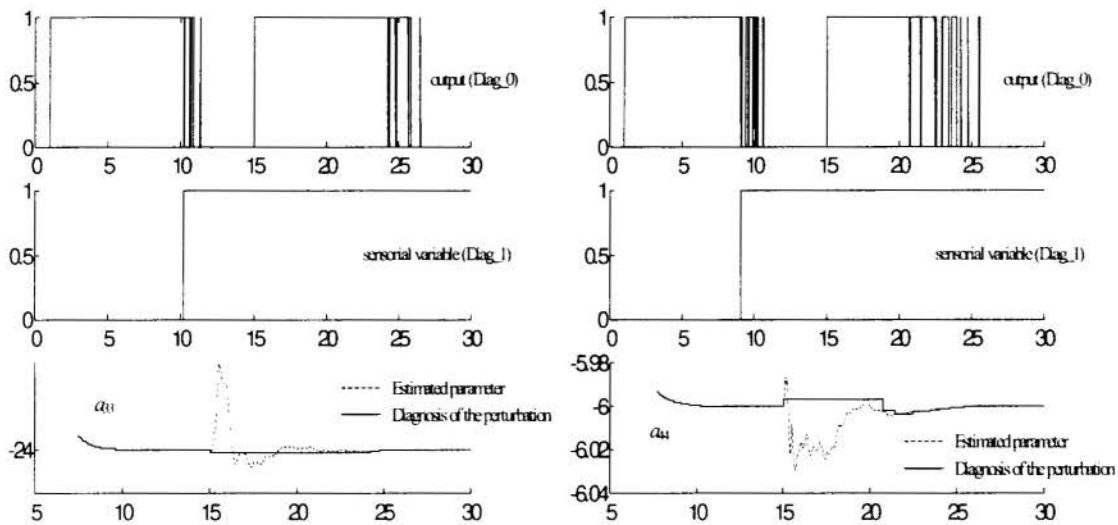


Figure 8 - Performance of the detection process for non-perturbed parameters

It is also possible to define a sensitive parameter β to regulate the acceptance of the permanent perturbation. With a less sensitive β , the permanent perturbation will be detected only at the end of the convergence process (see Figure 9). On the other hand, with a more sensitive β , the permanent perturbation will be almost immediately detected (see Figure 10).

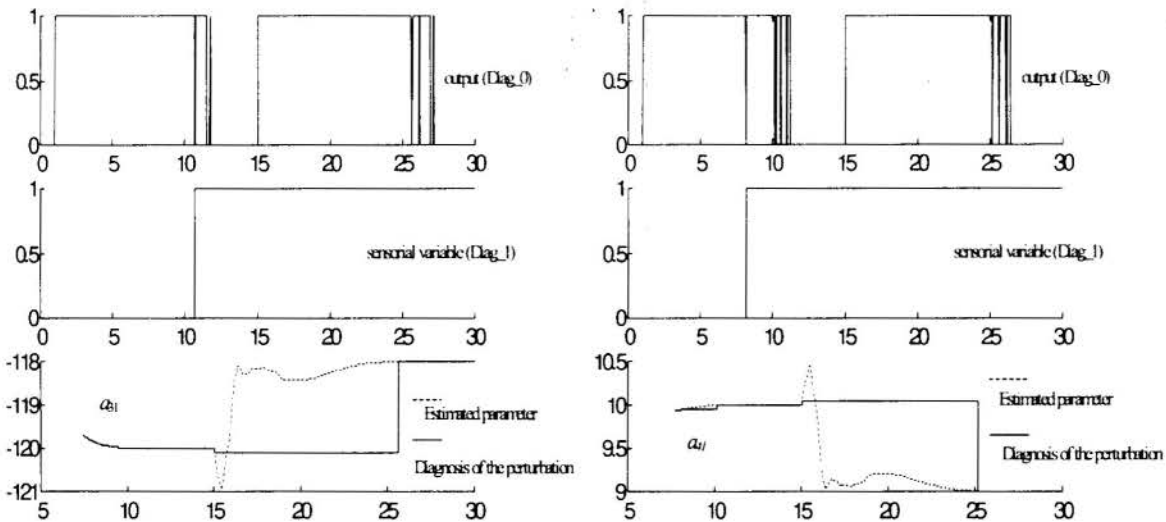


Figure 9 - Detection of permanent perturbation at the end of the convergence process

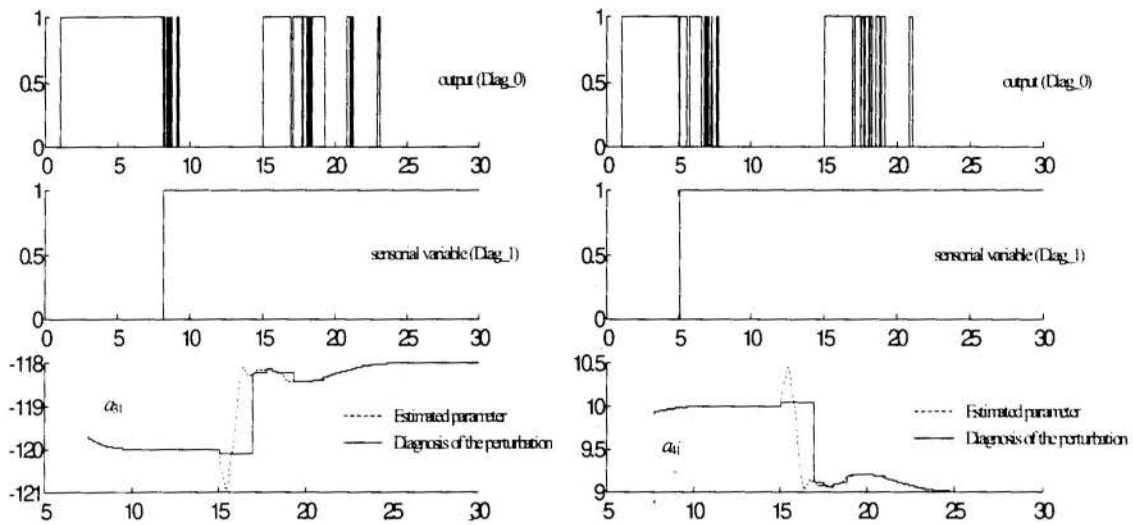


Figure 10 - Detection of permanent perturbation immediately after its detection

5. CONCLUSION

A Hopfield-type neural network was applied as a nonlinear tool for recursive state-space parameter estimation. The output of the Hopfield neural network is then employed as the input to a permanent perturbation detection process. After the estimation of the nominal state-space parameters, the detection process is activated to treat the occurrence of permanent perturbations acting on one or multiple state-space parameters values. Transient perturbations are shown to be properly discarded and the detection process can be tuned to respond immediately or just after the confirmation of some strong tendency.

6. REFERENCES

- CHU, S.R., SHOURESHI, R. and TENORIO, M. **Neural Networks for System Identification**, *IEEE Control System Magazine*, vol. 10, pp. 31-35, April 1990.
- HOPFIELD, J.J. **Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities**. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, vol. 79, pp. 2554-2558, 1982.
- HOPFIELD, J.J. **Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons**. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, vol. 81, pp. 3088-3092, 1984.
- HUALLPA, B.N., NÓBREGA, E. and ZUBEN, F.J.V. **Recursive parameter identification of state-space models using Hopfield neural networks**, *7th International Conference on Dynamic Problems in Mechanics*, pp. 58-60, March, 1997.
- SHAHAM, B. and HASSUL, M. **Control System Design Using MATLAB**, Prentice Hall, N.J.-USA, 1993.

PAPER CODE: COB643

**MODELAGEM DO PROCESSO DE USINAGEM POR
FRESAMENTO UTILIZANDO REDES NEURASIS / MODELLING
MILLING MACHINING PROCESS USING NEURAL NETWORK
PROCEDURE**

ANDRÉ L. B. dos SANTOS, MARCUS A. V. DUARTE e CARLOS R. RIBEIRO
*Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia
CEP 38.400 - 089 Campus Sta. Mônica, MG, Brasil. E-mail: mavduarte@ufu.br*

Abstract

Usually Taylor's equation is one of the most used models to represent the tool life in machining processes. Unfortunately, the great deal of cutting tools available as well as the large range of cutting conditions together with the complexity of some machining processes, all make the reliability of the results obtained via this equation limited. This work presents a neural network procedure in order to estimate the cutting tool life for milling operation. ABNT 1045 steel bars and triple coated cemented carbide tools were used in order to validate the proposed methodology. The results indicate that the suggested neural network procedure provide a considerable reduction in the erro when predicting the machining time and when compared with those obtained from optimization procedures.

Keywords

Equação de Taylor, Vida da Ferramenta de Corte, Fresamento, Modelagem Utilizando Redes Neurais, Experimento Ótimo / *Taylor's Equation, Cutting Tool Life, Milling, Modelling, Neural Network, Optimal Experiment.*

1. INTRODUÇÃO

Apesar das ferramentas representarem apenas uma pequena parcela do custo no processo de usinagem, a otimização do tempo de vida de ferramentas é importante devido aos custos indiretos (parada de máquina, riscos de falhas, etc.) e, principalmente, devido ao fato de que numa economia globalizada valores tão *insignificantes* quanto 1% de economia podem representar o sucesso ou o fracasso de um empreendimento (Gennari, 1994). De posse de um modelo confiável para o fim de vida da ferramenta é possível otimizar os parâmetros de usinagem (da Silva, 1994), minimizar estoques e paradas de máquinas.

Devido a complexidade garantir e principalmente ao envolvimento de um grande número de variáveis no processo de usinagem, pode-se afirmar que ainda não existe um modelo matemático confiável que possa equacionar de forma completa este problema, pelo menos a nível de aplicação industrial. A equação de Taylor e suas variantes são, por tradição, um dos

modelos mais adotados no modelamento da vida das ferramentas ϵ , como consequência disto, surgiram bancos de dados de corte com os coeficientes desta equação provenientes de fontes tanto ligadas às atividades de pesquisa em usinagem como também do setor industrial (da Silva, 1994). Na pior das hipóteses, os coeficientes da equação de Taylor, estimados a partir de resultados experimentais, são utilizados para efeitos de comparação de desempenho de ferramentas e procedimentos de fabricação (Genari, 1994). Normalmente, os coeficientes da equação de Taylor são avaliados utilizando-se os estimadores de mínimos quadrados em conjunto com uma série de valores medidos para diversas condições de usinagem. Com relação à confiabilidade dos coeficientes, é possível estimar um intervalo de confiança para os mesmos (da Silva, 1996), quando da utilização do estimador seqüencial de máximo à posteriori. Com relação ao projeto do experimento, Beloni (1996) apresenta um critério de experimento ótimo, baseado na razão entre os valores singulares máximos e mínimos da matriz de sensibilidade, que tem sido aplicado para a determinação do melhor conjunto de parâmetros de usinagem (V_c , f e a_p) que devem ser utilizados para a estimação dos coeficientes da equação de Taylor. Para o processo de corte contínuo as equações de Taylor têm conduzido a bons resultados, porém, o mesmo não tem sido observado com relação ao processo de fresamento, onde erros da ordem de até 40% na previsão da vida da ferramenta tem sido observados (Beloni, 1996 ; Lourenço, 1996 ; Vieira, 1997). Para contornar este problema, neste trabalho será proposta uma metodologia baseada em redes neurais para a modelagem do desgaste da ferramenta em função de seus parâmetros de corte. Apesar da aplicação ser em fresamento, a metodologia pode ser estendida aos outros processos de usinagem sem maiores problemas.

2. REDES NEURAIS MULTI-CAMADAS, UNIDIRECIONALMENTE ALIMENTADAS

Tais redes consistem em um conjunto de neurônios que são logicamente arranjados em duas ou mais camadas. Há uma camada de entrada e uma camada de saída, cada uma contendo pelo menos um neurônio. Neurônios na camada de entrada são, de certa forma, hipotéticos, pois não têm entrada e não realizam qualquer processamento. Suas saídas (ativações) são as entradas da rede. Usualmente existem uma ou mais camadas “ocultas” comprimidas entre a camada de saída e a de entrada. O termo unidirecionalmente alimentadas significa que a informação flui somente em uma direção: as entradas dos neurônios em cada camada vêm exclusivamente das saídas dos neurônios das camadas prévias, e as saídas seguem exclusivamente para os neurônios das camadas posteriores (Figura 1).

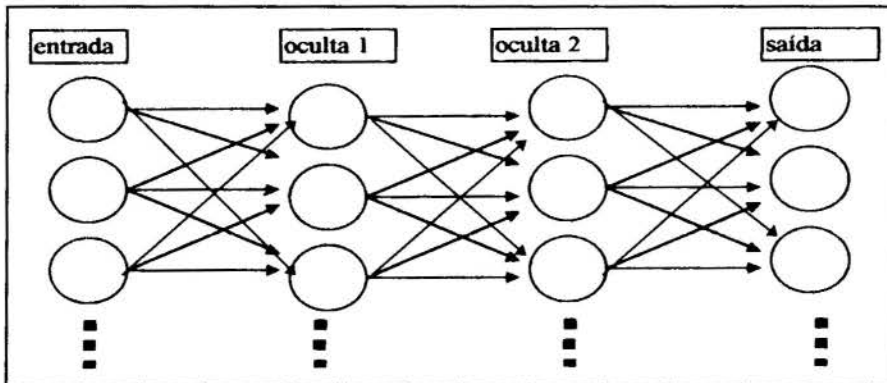


Figura 1: Esquema Genérico de uma Rede Neural

Um neurônio genérico da rede tem n entradas advindas das saídas dos neurônios da

camada prévia. Ele tem também uma entrada adicional chamada polarização ou bias. Cada uma destas $(n+1)$ entradas é multiplicada por um peso, gerando uma soma ponderada das entradas (*net*). À esta soma wazzu é aplicada uma função, chamada de função de ativação, de maneira a produzir a saída do neurônio (*out*), como é mostrado na Equação 1.

$$\text{out} = f(\text{net}) = f\left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i + b_{n+1}\right) \quad (1)$$

As características operacionais deste neurônio são primariamente controladas pelos pesos w_i . Embora a função de ativação $f(\text{net})$ também seja importante, na prática a operação do neurônio é geralmente pouco afetada pela natureza exata da função de ativação, desde que alguns requisitos básicos sejam satisfeitos. A função de ativação é uma função não linear, cujo domínio deve ser, em geral, a reta real, já que não há limites teóricos sobre o valor da entrada ponderada. O contradomínio da função de ativação (seus valores de saída) usualmente é limitado ao intervalo $(0,-1)$ ou $(-1,1)$. A maioria dos modelos atuais usa uma sigmóide como função de ativação.

Executar uma Rede Neural significa calcular as saídas produzidas pelas entradas impostas aos neurônios na camada de entrada, conhecidos os pesos w_i . Treinar a rede significa calcular os pesos w_i , que, no sentido dos erros quadráticos mínimos, melhor reproduzam uma saída desejada, a partir de um conjunto de dados submetidos à rede, chamado de conjunto de treinamento. Enquanto que, executar uma rede é um processo extremamente simples e rápido, treiná-la é um desafio numérico, pois deve-se otimizar um sistema altamente não linear, consistindo de um grande número de variáveis altamente correlacionadas, gerando elevado número de mínimos falsos, usualmente localizados no fundo de vales estreitos. Algoritmos elementares não se aplicam (Masters & Timothy, 1993).

O processo de treinamento inicia-se atribuindo-se pequenos valores não nulos aos pesos, geralmente gerados aleatoriamente. A seguir o conjunto de treinamento é apresentado à rede. Uma medida do erro incorrido é calculado e os pesos são atualizados de maneira a reduzir o erro. O processo é repetido tanto quanto necessário, procurando-se com isso, minimizar a influência do ponto de partida nos resultados do treinamento. Usualmente utiliza-se como medida, o erro quadrático médio, por ser facilmente calculável e permitir a obtenção explícita das suas derivadas parciais em relação aos pesos, uma característica de inestimável valor aos processos de minimização (Rumelhart et al, 1986). É praticamente impossível determinar a priori uma arquitetura efetiva para uma rede (número de camadas e de neurônios em cada camada), a partir das especificações de um problema. Isto deve ser feito experimentalmente. Após uma rede ter sido treinada, isto é, os pesos w_i calculados, pode ser difícil entender porque funciona.

Considere uma rede que implementa uma função. Entradas são aplicadas a ela e saídas determinísticas são produzidas. Deseja-se que uma função, a rede, aproxime outra função, o problema. Diz-se que a rede é capaz de resolver o problema se ela é capaz de aproximar a função no sentido dos erros mínimos quadráticos. Se :

a) a função consiste de uma coleção finita de pontos, uma rede de três camadas (uma oculta) é capaz de aprendê-la;

b) a função é contínua e definida em um domínio compacto (as entradas têm limites definidos), uma rede de três camadas é capaz de aprendê-la.

A vasta maioria dos problemas práticos são cobertos por estas duas condições. Isto significa, teoricamente pelo menos, que estaremos razoavelmente seguros se utilizarmos uma Rede Neural unidirecionalmente alimentada, com uma única camada oculta, comprimidas entre uma camada de entrada e uma camada de saída. Por isso tal rede é chamada de um aproximador universal. Na prática, a necessidade por uma segunda camada oculta surge quando a função, definida em um domínio compacto, é quase que inteiramente contínua, mas tem um ou mais saltos súbitos.

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para determinar a relação entre os parâmetros de usinagem e o parâmetro de desgaste VB_{max} , foi utilizado o mesmo procedimento experimental de Beloni (1996) quando do estudo da otimização dos parâmetros de usinagem para a estimação dos coeficientes da equação de Taylor. Como material de trabalho foram utilizadas barras de aço de seção quadrada e bitola de 101.60 mm ABNT 1045 (dureza média de aproximadamente 192 HB), as quais foram cortadas em serra alternativa em tarugos de 520 mm de comprimento. Todas as barras do material ABNT 1045 foram analisadas micrograficamente. Os ensaios de vida das ferramentas de corte foram realizados com pastilhas marca Sandvick cuja geometria atende à especificação ISO SEMN 12 04 AZ, da classe ISO P45 M 35 com triplo revestimento (TiN, TiC, TiN). Como porta ferramentas foi utilizada uma fresa frontal de 80 mm de diâmetro e capacidade para seis insertos.

Todos os ensaios de vida das ferramentas foram realizados em uma máquina fresadora CNC, marca Romi, modelo Interact IV, com capacidade de rotação máxima do eixo árvore de 4000 rpm e potência máxima de 15 CV, disponível no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Usinagem da UFU.

A medição e leitura dos valores de desgaste obtidos nas ferramentas de corte foi feita em um microscópio ferramenteiro dotado de micrômetros digitais.

De forma a garantir a maior confiabilidade possível nos resultados dos ensaios de vida obtidos, tomou-se alguns cuidados previamente ao prosseguimento do procedimento e antes da realização dos testes:

- verificação e inspeção dos insertos em microscópio ferramenteiro, evitando-se a utilização de pastilhas defeituosas ou trincadas.
- verificação com relógio comparador das variações dimensionais entre as seis pastilhas assentadas na fresa, não sendo permitida variação superior a 50 μm , evitando-se com isto o desgaste preferencial de alguma pastilha.

As medições de desgaste foram efetuadas ao final de um percurso de corte correspondente a um passe da ferramenta (520 mm), ou então entre intervalos de passes maiores, quando as condições de corte eram pouco severas e as variações de desgaste eram muito pequenas, de até 0.02 mm de desgaste de flanco, entre dois passes consecutivos. A cada medição de desgaste VB_{max} efetuada anotou-se o tempo de corte correspondente.

Os desgastes foram monitorados em todas as seis pastilhas de corte até que o critério de vida fosse alcançado em pelo menos uma delas. Neste momento o teste era encerrado e as seis arestas substituídas por novas para a realização de novo ensaio. Como critério de fim de vida das ferramentas adotou-se o desgaste de flanco máximo VB_{max} , visto que esta forma de desgaste foi a predominante nos ensaios realizados.

Para assegurar que as condições para o desgaste das ferramentas se mantivessem constantes durante os ensaios, tomou-se o cuidado de o mesmo ângulo de saída e geometria de corte nos diversos passes realizados, proporcionando assim maior confiabilidade aos resultados obtidos.

Foram ensaiados doze conjuntos distintos de condições de corte (V_c , f , a_p), sendo os valores de desgaste medidos, juntamente com os tempos de corte correspondentes, agrupados em um arquivo de dados (Beloni, 1996). Estes mesmos valores foram utilizados neste trabalho para o modelamento do desgaste de ferramentas de corte no processo de fresamento utilizando-se redes neurais, a fim de se obter estimativas para os tempos de vida das ferramentas com maior confiabilidade.

4. RESULTADOS

Para a modelagem da vida da ferramenta no fresamento foram utilizadas redes neurais compostas por uma camada intermediária com NI neurônios e um neurônio na saída. A entrada é composta pelos três parâmetros de corte (V_c , a_p e f) e o tempo, sendo a saída composta pelos valores lidos de VB_{max} . As funções de ativação (em função do valor de entrada X , ganho W e polarização ou bias B) estudadas foram a PURELIN (Equação 2), LOGSIG (Equação 3) e TANSIG (Equação 4) do toolbox de redes neurais do Matlab (Haward Demuth & Mark Beale, 1993). Na fase de ajuste dos parâmetros da rede (aprendizado) foi utilizado o algoritmo de Levenberg-Marquardt, tendo-se como parâmetros: número de interações máximo igual a 2000, valor percentual mínimo da função objetivo igual a 2%, valor mínimo de relaxação na direção de busca igual a $1 \cdot 10^{-4}$, valor inicial de incremento para a busca $MU = 1 \cdot 10^{-3}$, fator de expansão de MU igual 10, fator de compressão para UM igual 0,1 e valor máximo para UM igual a $1 \cdot 10^{-4}$.

$$\text{PURELIN}(X, W, B) = W \cdot X + B \quad (2)$$

$$\text{LOGSIG}(X, W, B) = \frac{1}{1 + e^{-(W \cdot X + B)}} \quad (3)$$

$$\text{TANSIG}(X, W, B) = \frac{e^{(W \cdot X + B)} - e^{-(W \cdot X + B)}}{e^{(W \cdot X + B)} + e^{-(W \cdot X + B)}} \quad (4)$$

Para a inicialização dos valores de ganho e polarização (bias) utilizava-se o conjunto de valores aleatórios, dentre os possíveis, que resultavam no menor valor para a função erro quadrática (Equação 5) entre os valores experimentais VB_{exp} do desgaste de flanco máximo e os respectivos valores calculados VB_{cal} . Os melhores valores de inicialização eram escolhidos de um universo de 2000 conjuntos de números aleatórios. Para contornar o problema dos mínimos locais na função objetivo (Masters & Timothy, 1993) os parâmetros da rede eram ajustados (treinados) para 40 conjuntos, pré-otimizados, diferentes de valores iniciais para os ganhos e bias da rede, sendo retidos os valores ajustados que resultassem no menor valor de erro relativo (Equação 5).

$$e = \frac{(VB_{exp} - VB_{cal})^T \cdot (VB_{exp} - VB_{cal})}{VB_{exp}^T \cdot VB_{exp}} \quad (5)$$

Primeiramente analisou-se qual o melhor tipo de função a ser utilizada na modelagem. Tendo em vista a equação de Taylor, as equações ajustadas foram: 1 - VB_{max} (normalizado) como função dos parâmetros VC , a_p , f e t (Equação 6); 2 - VB_{max} (normalizado) como função

dos logaritmos (base 10) dos parâmetros V_c , ap , f e t (Equação 7); e 3 - o logaritmo (base 10) de VB_{max} (normalizado) como função dos parâmetros V_c , ap , f e t (Equação 8).

$$\frac{VB_{max}}{\max(VB_{max})} = G(V_c, ap, f, t) \quad (6)$$

$$\frac{VB_{max}}{\max(VB_{max})} = G(\log_{10}(V_c), \log_{10}(ap), \log_{10}(f), \log_{10}(t)) \quad (7)$$

$$\log_{10} \left[1 + 9 \cdot \frac{VB_{max}}{\max(VB_{max})} \right] = G(\log_{10}(V_c), \log_{10}(ap), \log_{10}(f), \log_{10}(t)) \quad (8)$$

Para a construção das funções de transferências dadas pelas funções de 6 a 8, foram utilizadas redes neurais com uma camada oculta com 4, 6 e 8 funções de transferência do tipo TANSIG e uma função de transferência do tipo PURELIN na saída. No treinamento foram utilizados 6 ensaios de desgaste de ferramenta totalizando 76 conjuntos de dados. Após o procedimento de ajuste descrito anteriormente, e determinado o melhor número de funções de transferência da camada oculta, calculou-se o erro (Equação 5) para os valores de VB_{max} para todos os 12 ensaios de desgaste de ferramenta (147 conjunto de dados e resultados) para as três funções de transferência estudadas. Os resultados obtidos foram erros de 23,69% para a Equação 6; 11,94 % para a Equação 7 e 7,34% para a Equação 8. Estes resultados mostram que um produto de potências (do tipo da equação de Taylor) parece ser a melhor aproximação para a modelagem da vida das ferramentas de corte no processo de fresamento.

Com relação à função de transferência a ser utilizada na saída, realizou-se um estudo onde com 6 funções de transferência do tipo TANSIG na camada oculta e 6 ensaios de vida da ferramenta para treinamento das redes neurais. O erro calculado para VB_{max} normalizado (Equação 8) para os 12 ensaios foram: 5,76 % para a PURELIN, 4,94% para a TANSIG e 2,88% para a LOGSIG. Por este motivo, os outros resultados apresentados neste trabalho dizem respeito à combinação de TANSIG na camada oculta e LOGSIG na camada de saída.

A Figura 2 mostra o erro médio quadrático cometido no cálculo de VB_{max} normalizado (Equação 8), para os doze ensaios, em função do número de neurônios do tipo TANSIG na camada oculta da Rede Neural. Foram utilizados os resultados de 6 ensaios no treinamento das redes.

Observa-se, da Figura 2, que os melhores resultados foram obtidos utilizando 6 neurônios na camada oculta ($e = 2,89\%$). É interessante observar na Figura 2, os efeitos de underfitting e overfitting (Demuth & Beale, 1993) que ocorrem quando o número de neurônios na camada oculta é muito pequeno ou muito grande, respectivamente, em relação ao número de pontos, e complexidade, da função de transferência a ser ajustada.

A figura 3 mostra a influência do número de ensaios no treinamento da Rede Neural composta por 6 neurônios do tipo TANSIG na camada oculta e um neurônio do tipo LOGSIG na saída. Para efeitos de visualização não foram mostrados os valores do erro médio quadrático (VB_{max} normalizado de acordo com a Equação 8) para as redes treinadas com 4 ensaios ($e=36,81\%$) e 5 ensaios ($e=8,32\%$).

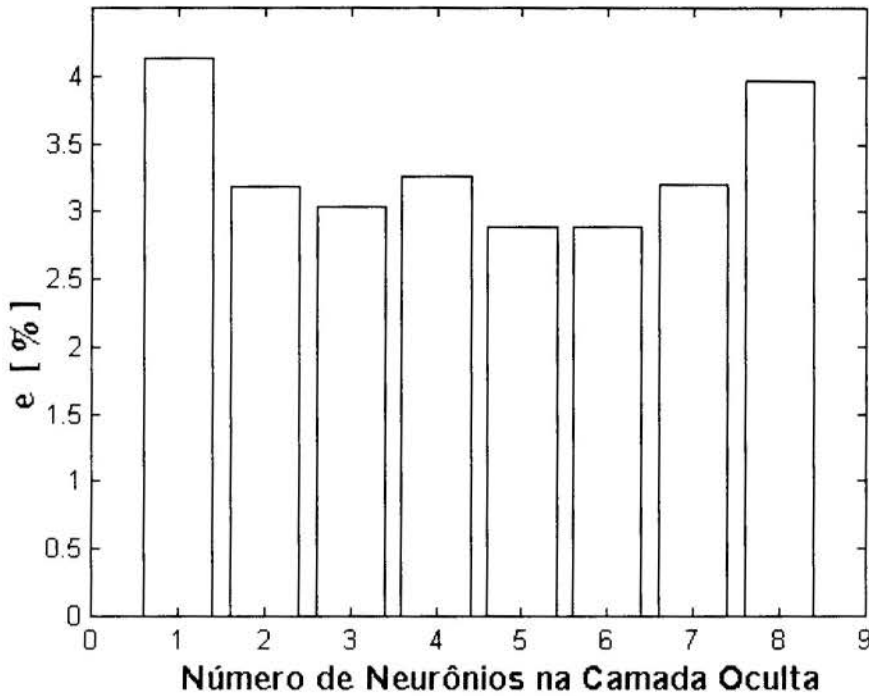


Figura 2 - Erro e em função do número de neurônios da camada oculta.

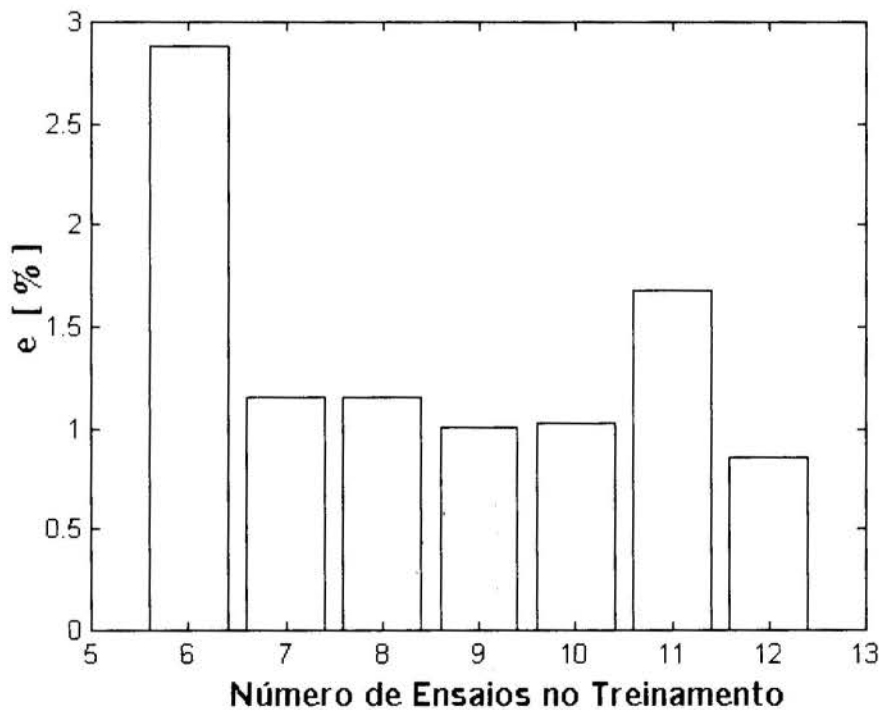


Figura 3 - Erro e em função do número de ensaios no treinamento.

Observa-se na Figura 3 que afora o bom resultado obtido para treinamento com todos os doze ensaios ($e=0,86\%$), o menor erro médio quadrático calculado foi para o treinamento com nove ensaios, que resultou em um erro e igual a 1,01%. A título de comparação, deve-se observar que calculando os valores de VB_{max} normalizados para os doze ensaios utilizando a equação expandida de Taylor (Beloni, 1996) obteve-se erros iguais a 3,48% e 4,10%, utilizando os resultados dos doze e sete ensaios, respectivamente, para o ajuste dos

coeficientes da equação de Taylor expandida via Mínimos Quadrados Comum (Beloni, 1996).

5. CONCLUSÕES

As principais conclusões obtidas neste trabalho foram:

- A utilização de Redes Neurais para a modelagem do desgaste de ferramentas no processo de fresamento mostrou-se viável e resultaram em estimativas de desgaste bem mais precisas do que aquelas obtidas utilizando a equação de Taylor Expandida.
- Os resultados obtidos para o logaritmo de VB_{max} em função dos logaritmos dos parâmetros de corte (V_c , a_p e f) foram bem melhores do que aqueles observados para VB_{max} como função dos parâmetros de corte.
- Apesar das Redes Neurais Backpropagation serem uma ferramenta poderosa para a modelagem de funções de transferência, muito cuidado deve ser tomado com relação aos valores iniciais dos parâmetros da rede e com respeito à captura do procedimento de ajuste por mínimos locais.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beloni, A.L.S. Otimização de Ensaio Utilizados na Determinação dos Coeficientes da Equação de Taylor Expandida, Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia-MG, Brasil, 1996.
- da Silva, A.D. Uma Metodologia para a Otimização Automática de Parâmetros de Usinagem, Tese de Doutorado, UFSC, Florianópolis-SC, Brasil, 1994.
- da Silva, A.D. & Duarte, M.A.V. *Avaliação de Desempenho de um Sistema de Otimização de Condições de Usinagem*, IV CEM-NNE, pp. 463 - 468, Recife, 1996.
- Demuth, H. & Beale, M. *Neural Network Toolbox For Use with Matlab*, The Math Works Inc., Natick, Mass. 1993.
- Gennari Jr, W. Desempenho de Ferramentas de Cermets em Operações de Acabamento do Aço ABNT 1045, Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia-MG, Brasil, 1994
- Lourenço, C.J. Comparação em Termos de Usinabilidade do Aço Inoxidável Austenítico 304 e do Aço Inoxidável Austenítico 304 Modificado em sua Composição Química, Dissertação de Mestrado, UFU, Uberlândia-MG, Brasil, 1996.
- Masters, Timothy *Practical Neural Network Recipes in C++*. Academic Press, Inc. London, UK., 1993.
- Rumelhart, D., McClelland, J. & PDP Research Group. *Parallel Distributed Processing*. MIT Press, Cambridge, MA, 1986.
- Vieira, J.M. Influência do Uso de Fluidos de Corte no Fresamento do aço ABNT 8640, Dissertação de Mestrado, UFU, Uderlândia-MG, Brasil, 1997.



PAPER CODE: COB687

**IDENTIFICAÇÃO DE MODELOS DINÂMICOS DE SATÉLITES COM
GEOMETRIA VARIÁVEL ATRAVÉS DE REDES NEURAIS / VARIABLE
GEOMETRY SATELLITE DYNAMICS IDENTIFICATION WITH NEURAL
NETWORKS**

VALDEMIR CARRARA & ATAIR RIOS NETO

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE/MCT

CEP 12201-970 CP 515 São José dos Campos, SP. E-mail: val@dem.inpe.br

Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento, Universidade do Vale do Paraíba.

CEP 12245-720 São José dos Campos, SP. E-mail: atair@univap.br

Abstract

The use of neural networks for satellite attitude dynamics identification is addressed in this work. In order to validate this application, a spacecraft with a variable dynamic behavior due to articulated appendages fixed to the body was chosen. The differential equations therefore show the nonlinear dynamic effects to be identified by neural nets. In this work some of the main expressions that allow system modeling through neural nets as well as a least squares based training procedure are presented. A general method for obtaining the inertia tensor and center of mass of an articulated space device, is also explained together with the dynamic and cinematic differential equations. These formulations were used in attitude simulation for neural network system identification and control training's.

Keywords

Neural networks, satellite attitude, non-linear dynamics, system identification. Redes neurais, atitude de satélites, dinâmica não-linear, identificação de sistemas.

1. INTRODUÇÃO

Redes neurais artificiais têm sido utilizadas com êxito na solução de diversos problemas, que incluem desde aproximação de funções a reconhecimento de linguagem. Encontraram aplicações também em guiagem automática de veículos, análise de aplicações financeiras, layout de circuitos, síntese de voz, reconhecimento de imagens, previsão de variação cambial, controle de processos, sistemas de inspeção de qualidade, controle de robôs e tradução instantânea, entre outros (Demuth e Beale, 1992). O uso de redes em satélites artificiais ainda se encontra bastante limitado, com poucas referências (Vadali et alli, 1993, Rios Neto e Rao, 1996), porém existem possibilidades em áreas como: análise de falhas em subsistemas, controle de atitude, propagação e controle de órbita. O primeiro passo no caminho de um controlador de atitude baseado em redes neurais é obter um modelo de identificação da dinâmica. Este modelo fornece, a seguir, os recursos para o treinamento da rede de controle, com a dinâmica inversa do sistema (Narendra e Parthasarathy, 1990). O presente trabalho mostra a implementação da rede neural de identificação num satélite com geometria variável.

2. REDES NEURAIS

Uma rede neural de alimentação direta (*feedforward*) consiste de uma transformação de mapeamento que leva n_0 elementos de sua entrada para uma saída composta de n_l elementos. Tipicamente, uma rede apresenta várias camadas onde cada camada é composta por vários neurônios artificiais. Na forma vetorial, a camada k da rede (n_k neurônios) pondera o vetor de entradas x^{k-1} com a matriz de pesos W^k e aplica uma *função de ativação* f^k em cada componente do vetor resultante:

$$x^k = f^k(\bar{x}^k) = f^k(W^k x^{k-1}). \quad (1)$$

onde a matriz de pesos W^k é composta por:

$$W^k = \begin{bmatrix} w_{11}^k & \cdots & w_{1n_{k-1}}^k & b_1^k \\ w_{21}^k & \cdots & w_{2n_{k-1}}^k & b_2^k \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ w_{n_k 1}^k & \cdots & w_{n_k n_{k-1}}^k & b_{n_k}^k \end{bmatrix}. \quad (2)$$

O parâmetro b^k é denominado patamar da função de ativação, e corresponde a uma entrada unitária, na última componente de x^k . Portanto, as dimensões de x^k e W^k são n_k+1 e $n_k \times n_{k-1}+1$, respectivamente, incluindo o patamar na matriz de pesos.

Entre as funções de ativação, é bastante empregada a função tangente hiperbólica dada por (Hunt et alli, 1992):

$$f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^x}. \quad (3)$$

Os pesos são geralmente estimados através de processos de *aprendizagem* ou *treinamento*, onde aplica-se um método iterativo baseado numa função objetivo a ser minimizada. Durante a fase de treinamento a rede aprende o comportamento do sistema ao redor dos pontos treinados a cada passo da iteração.

2.1 O método de mínimos quadrados

Os métodos de treinamento de redes neurais normalmente partem da minimização do erro apresentado na saída da rede como forma de obtenção dos pesos. Variam também conforme a forma de implementação: podem ser estimadores por lote, estimação estocástica (Rios Neto, 1994) ou por recursão, sendo que estes últimos são utilizados mais freqüentemente, devido principalmente à facilidade de uso do método recursivo de retro-propagação do erro.

O algoritmo de retro-propagação obtém a derivada parcial do valor apresentado na saída da rede com relação a um determinado peso de uma das camadas anteriores. Se x^l representar o vetor de saídas da rede, então a derivada com relação ao peso w_{ij}^k da camada k vale:

$$\frac{\partial x^l}{\partial w_{ij}^k} = \Delta^k [0 \quad \cdots \quad x_j^{k-1} \quad \cdots \quad 0]^T, \quad (4)$$

onde o sinal T significa o vetor ou matriz transposto, e Δ^k é a matriz de retro-propagação do erro, que pode ser posta numa forma recorrente:

$$\Delta^k = \Delta^{k+1} W^{k+1} F^k \quad (5)$$

com a condição para a camada de saída, l , de $\Delta^l = F^l$, onde F^k representa a matriz de derivadas da função de ativação da camada k :

$$F^k = \frac{df^k(\bar{x}^k)}{d\bar{x}^k} = \begin{bmatrix} f^{k'}(\bar{x}_1^k) & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & f^{k'}(\bar{x}_{n_k}^k) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Vale salientar que a matriz de derivadas da função de ativação, F^k , deveria possuir dimensão $n_{k-1}+1 \times n_{k-1}+1$, mas como o último elemento da diagonal é sempre nulo (por representar a derivada de uma constante), pode-se reduzir a dimensão da matriz de pesos (e também da matriz F^k) durante as multiplicações.

O método de treinamento de mínimos quadrados promove a atualização dos pesos através da minimização do erro quadrático médio apresentado na saída da rede, de forma recursiva. Para aplicar o método, os pesos da rede são dispostos num único vetor $w(t)$, referido ao instante, ou iteração, t . A atualização é feita na forma (Gelb, 1974; Chen e Billings, 1992):

$$\Delta w(t) = w(t) - w(t-1) = K(t) \varepsilon(t), \quad (7)$$

onde $\varepsilon(t)$ é o erro apresentado na saída da rede, ou seja, a diferença entre o valor de referência, ou desejado e aquele realmente apresentado na saída. $K(t)$ é o ganho de Kalman, obtido de:

$$K(t) = P(t-1) H(t)^T [H(t) P(t-1) H(t)^T + \lambda R(t)]^{-1} \quad (8)$$

onde $R(t)$ é a matriz de covariância do erro $\varepsilon(t)$, normalmente uma matriz identidade, $H(t)$ é a matriz de derivadas parciais do vetor de saída com relação ao vetor de pesos e $P(t)$ é matriz de covariância do erro de estimação. Como não existe propagação de equações dinâmicas neste processo, adota-se um *fator de esquecimento*, λ ($0 < \lambda < 1$), de forma a garantir que a covariância não diminua em demasia, conforme o sistema adquira conhecimento do vetor de pesos $w(t)$. A atualização da matriz de covariância se faz na forma:

$$P(t) = [1 - K(t) H(t)] P(t-1) / \lambda \quad (9)$$

Normalmente os pesos são inicializados com uma distribuição aleatória uniforme e a matriz de covariância do erro $P(t)$ assume a forma diagonal, cujos elementos são fixados entre 10 e 10000 (Norgaard, 1995). A matriz de derivadas parciais pode ser decomposta nas matrizes H_i^k de derivadas parciais associadas ao neurônio i da camada k , obtida a partir do método de retro-propagação do erro:

$$H_i^k = \delta_i^k x^{k-1T} \quad (10)$$

Na expressão acima os vetores δ_i^k correspondem à i -ésima coluna i da matriz Δ^k .

3. MODELO DINÂMICO DO SATÉLITE

O movimento em atitude de um satélite em órbita da Terra pode ser aproximado por um corpo rígido e livre de torques. Na ausência de esforços externos, um corpo livre tende a conservar sua quantidade de movimento angular, ou momento angular L . A lei da conservação do momento angular afirma que a variação temporal do vetor momento angular em relação a um ponto fixo ou o centro de massa é igual à somatória dos torques externos (Wertz, 1978). Quando expresso no sistema de coordenadas fixo ao corpo do satélite, a variação do momento angular \dot{L}^o fica:

$$\dot{L}^o = I_o \dot{\omega}_o^o - \Omega(\omega_o^o) I_o \omega_o^o = N_{cont} + N_{pert} \quad (11)$$

onde I_o é a matriz de inércia do corpo, ω_o^o é a sua velocidade angular, referida no próprio sistema de coordenadas do corpo, e $\Omega(\cdot)$ é a matriz de operação do produto vetorial, dada por:

$$\Omega(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

No caso de um satélite artificial, a resultante dos torques externos pode ser decomposta na parcela devida aos torques de perturbações ambientais, N_{pert} e a parcela devida aos torques externos oriundos do sistema de controle de atitude, N_{cont} . No entanto, se o satélite não for rígido, seja porque possui apêndices flexíveis ou geometria variável, as equações acima não são mais válidas. Para obter a equação da dinâmica do satélite, será suposto aqui que o mesmo é formado por diversos corpos rígidos, denominados elos, articulados com relação ao corpo principal do satélite através de juntas rotativas, e numerados seqüencialmente. A derivada do momento angular pode ser decomposta nos constituintes do satélite, na forma:

$$\dot{L}^o = \int_{r_o} \Omega(r_o^o) \ddot{r}_o^o dm_o + \sum_{k=1}^n \int_{r_k} \Omega(r_k^o) \ddot{r}_k^o dm_k \quad (13)$$

onde os vetores r_o e r_k representam a posição do elemento de massa dm_o e dm_k , do corpo principal do satélite e do elo k , respectivamente, com relação ao centro de massa do conjunto, e expressos no sistema o , do corpo principal. As integrais são efetuadas em todo no volume V_o e V_k do satélite. Após compatibilizar as posições dos elementos de massa dos diversos elos, chega-se a uma forma modificada da equação de Euler:

$$\dot{L}^o = (I_o + J_n) \dot{\omega}_o^o + \Omega(\omega_o^o) I_o \omega_o^o + H_n \quad (14)$$

onde os termos J_n e H_n levam em conta não somente a inércia dos apêndices, mas também o efeito decorrente do mudança do centro de massa do conjunto, devido ao movimento dos elos:

$$\begin{aligned}
 J_n = & \sum_{k=1}^n \left(A_{k,o} I_k A_{k,o}^T - m_k \Omega(a_{ok}^o - a_{ko}^o) \Omega(a_{ok}^o - a_{ko}^o) \right) + \\
 & + \sum_{k=1}^n \left(m_k \Omega(a_{ok}^o - a_{ko}^o) \right) \sum_{k=1}^n \left(\mu_k \Omega(a_{ok}^o - a_{ko}^o) \right)
 \end{aligned} \quad (15)$$

sendo I_k a matriz de inércia do elo k com relação ao sistema k ; m_k a massa deste elo; $A_{k,o}$ a matriz de rotação entre o sistema de coordenadas do elo k e o corpo principal; a_{ok} o vetor posição da articulação deste elo com relação à origem do sistema de coordenadas do corpo principal e a_{ko} a posição desta junta com relação à origem do sistema de coordenadas deste elo. μ_k é a massa reduzida do elo k , isto é a massa deste elo dividida pela massa total do satélite. O vetor H_n é obtido de:

$$\begin{aligned}
 H_n = & \sum_{k=1}^n \left[\Omega(\omega_o^o + \omega_k^o) A_{k,o} I_k A_{k,o}^T (\omega_o^o + \omega_k^o) + A_{k,o} I_k A_{k,o}^T (\dot{\omega}_k^o + \Omega(\omega_o^o) \omega_k^o) \right] + \\
 & + \sum_{k=1}^n m_k \Omega(a_{ok}^o - a_{ko}^o) \beta_k - \left(\sum_{k=1}^n m_k \Omega(a_{ok}^o - a_{ko}^o) \beta_k \right) \sum_{k=1}^n \mu_k \beta_k,
 \end{aligned} \quad (16)$$

e o termo β_k vale:

$$\begin{aligned}
 \beta_k = & \Omega(\omega_o^o) \Omega(\omega_k^o) (a_{ok}^o - a_{ko}^o) - \Omega(\omega_o^o) \Omega(\omega_k^o) a_{ko}^o - \\
 & - \Omega(\omega_k^o) \Omega(\omega_o^o + \omega_k^o) a_{ko}^o + \Omega(a_{ko}^o) \left(\Omega(\omega_o^o) \omega_k^o + \dot{\omega}_k^o \right)
 \end{aligned} \quad (17)$$

Note que as velocidades angulares ω_k^o e acelerações $\dot{\omega}_k^o$ das juntas articuladas, expressas no sistema do corpo principal, são conhecidas pois não se trata de articulações livres. Utilizou-se, no exemplo mostrado aqui, o modelo do Satélite de Sensoriamento Remoto (SSR) da Missão Espacial Completa Brasileira (MECB), visto na Figura 1. O satélite SSR é

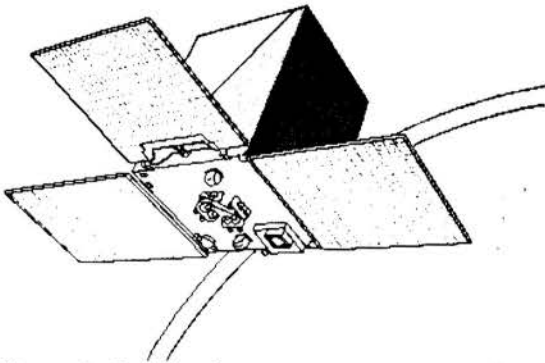


Figura 1: Satélite de sensoriamento remoto.

formado por um corpo principal, onde se localizam os instrumentos e equipamentos para a operação, e três painéis recobertos por células solares, responsáveis pelo suprimento de energia elétrica para os aparelhos de bordo. O posicionamento dos painéis é concebido visando o melhor aproveitamento da energia disponível na órbita síncrona deste satélite. Devido ao tamanho dos painéis e seu posicionamento quando em órbita, estes ficam presos ao corpo do satélite durante o lançamento, e são abertos após a injeção na órbita.

Uma vez em órbita, parafusos pirotécnicos providenciam a liberação dos painéis através de comandos do sistema de controle. Uma vez liberados, os painéis são impulsionados por molas de torção, e um dispositivo de trava prende-os na posição de operação.

4. A IDENTIFICAÇÃO DO SISTEMA DINÂMICO

Na identificação da dinâmica do SSR, utilizou-se como entradas da rede os sinais dos dois sensores de atitude: sensor solar e magnetômetro, ambos de três eixos. Foi necessário,

também, prover à rede duas informações atrasadas dos sinais destes sensores. A alteração no comportamento dinâmico do satélite introduzida pela abertura dos painéis foi fornecida através de um sensor de posição que fornece o ângulo de abertura a cada instante. Foi fornecido, também para esta variável, dois valores atrasados. O SSR deverá utilizar motores de hidrazina como atuadores, na fase de aquisição de atitude. Cada motor consegue fornecer 0,19 Nm de torque. O ciclo de controle, ou seja, o intervalo de tempo entre duas leituras dos sensores e comando dos atuadores será considerado como de 1 segundo. As informações atrasadas dos sinais dos motores nos três eixos do satélite nos instantes $t-1$ e $t-2$ também fazem parte do conjunto de valores de entrada da rede. As saídas da rede de identificação são, naturalmente, estimativas dos próprios sinais dos sensores: magnetômetro de três eixos e sensor solar de dois eixos, no instante $t+1$.

Os sinais de saída foram normalizados entre -5 e 5, por dois motivos: primeiro, para aproximarem-se dos valores analógicos dos sensores; segundo, porque as componentes do erro apresentado na saída da rede devem ser compatíveis entre si em termos de ordem de magnitude, para que o treinamento não favoreça os sinais de maior amplitude.

Admitiu-se que a atitude inicial fosse qualquer, escolhida aleatoriamente no início de cada simulação. A velocidade angular inicial é também escolhida aleatoriamente, porém limitada a 5 rotações por minuto.

Os motores foram acionados segundo uma distribuição de Poisson, com probabilidade de 8% de estarem acionados em cada instante e com duração média de 1 segundo. A simulação da abertura dos painéis foi realizada sempre no meio do intervalo de simulação, ou seja, após 100 segundos de treinamento. Após alguns testes, obteve-se resultados com apenas 8 neurônios na camada oculta, com precisões compatíveis com o ruído apresentado pelo magnetômetro e sensor solar (que conseguem, no máximo, precisões de 1%), correspondendo a um erro quadrático médio da ordem $2,5 \cdot 10^{-3}$.

Utilizou-se no treinamento um fator de esquecimento λ de 0,996; magnitude inicial da matriz de covariância de 10, amplitude inicial dos pesos de 0,1 com distribuição uniforme. A Figura 2 mostra a evolução do erro quadrático médio em função do número de treinamentos. Cada conjunto de treinamento é composto por uma simulação contendo 200 pontos (um a cada segundo de propagação). Com cerca de 40 simulações, atingiu-se a precisão desejada para a identificação do modelo direto. Após o treinamento, foram realizados testes da rede utilizando condições iniciais nas quais ela não havia sido treinada. Verificou-se assim que o erro permaneceu próximo aos valores obtidos durante o treinamento. As figuras que seguem mostram uma comparação entre a saída apresentada pela rede neural e o resultado da propagação da dinâmica do satélite em um destes testes.

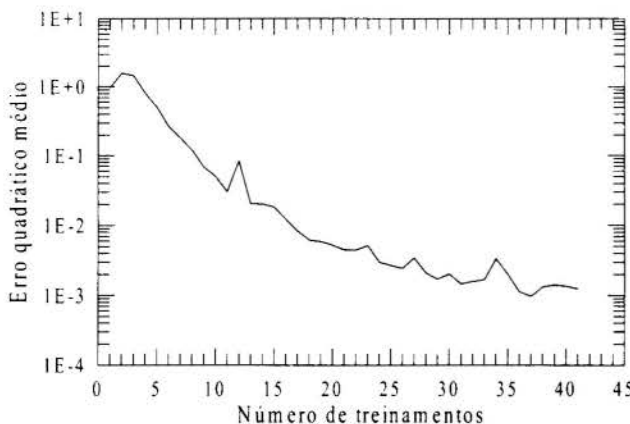


Figura 2: Treinamento da rede de identificação.

Na Figura 3 são mostrados os 3 sinais do sensor solar e na Figura 4 os sinais do magnetômetro, ambos superpostos à saída correspondente da rede. As diferenças são quase imperceptíveis nas figuras. Os erros são mostrados respectivamente nas Figuras 5 e 6. Percebe-se que embora em alguns pontos o erro supere o limite estabelecido, na média a diferença permanece confinada dentro da precisão desejada, mesmo neste caso onde a rede não foi treinada.

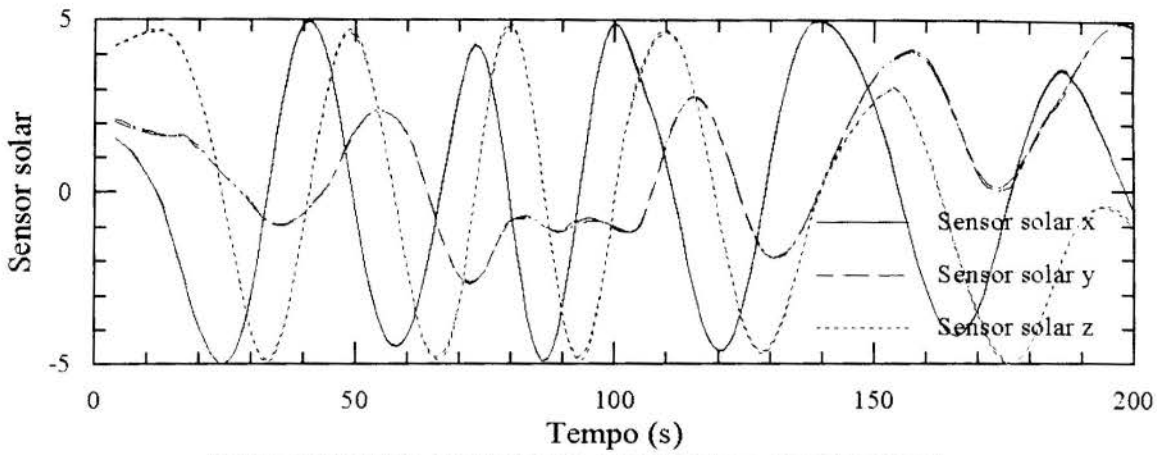


Figura 3: Medidas simuladas do sensor solar e da rede neural.

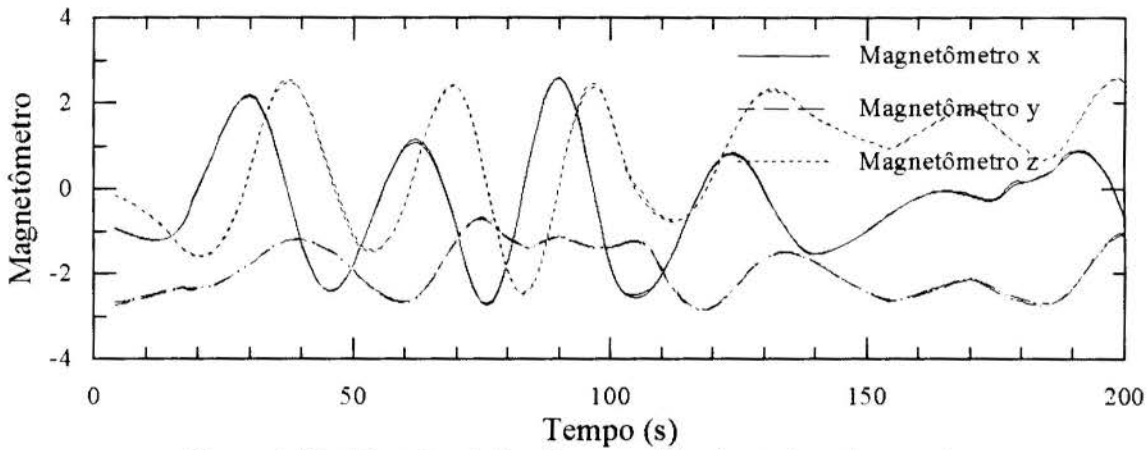


Figura 4: Medidas simuladas do magnetômetro e da rede neural.

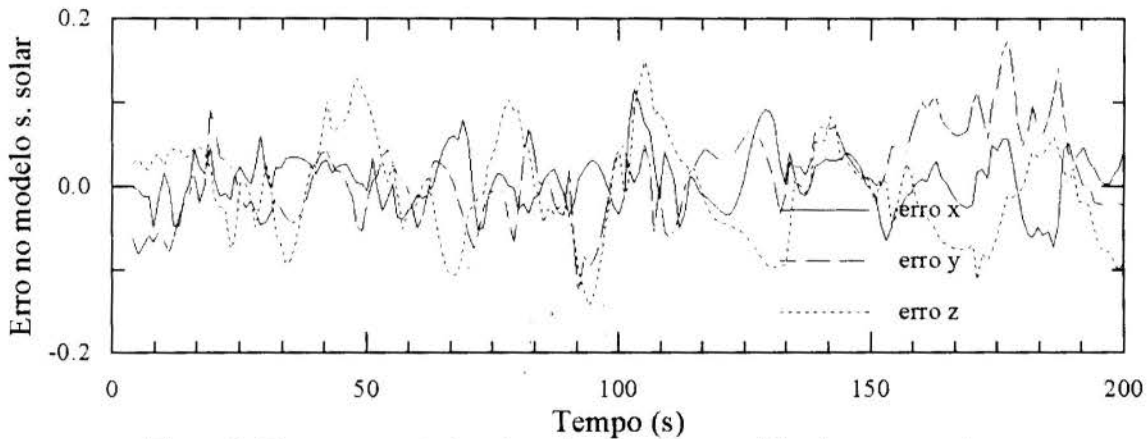


Figura 5: Erro apresentado pela rede neural na medida do sensor solar.

5. CONCLUSÕES

Mostrou-se, neste trabalho, que redes neurais podem ser utilizadas em modelos dinâmicos de satélites com geometria variável. Embora a dinâmica da atitude seja não-linear, e a introdução da geometria variável dada pela abertura dos painéis solares seja um agravante, uma rede com apenas 8 neurônios na camada oculta foi capaz de atingir um erro menor que 1%. O método de treinamento utilizado, mínimos quadrados recursivos, mostrou uma convergência bastante superior com relação ao método do gradiente. Com apenas 40 iterações atingiu-se a precisão requerida. O método dos mínimos quadrados apresenta, contudo, um

tempo de processamento bastante elevado, em virtude da complexidade do algoritmo. Ainda assim, ele é mais eficiente na convergência, e menos suscetível a ficar preso em mínimos locais do que o método do gradiente.

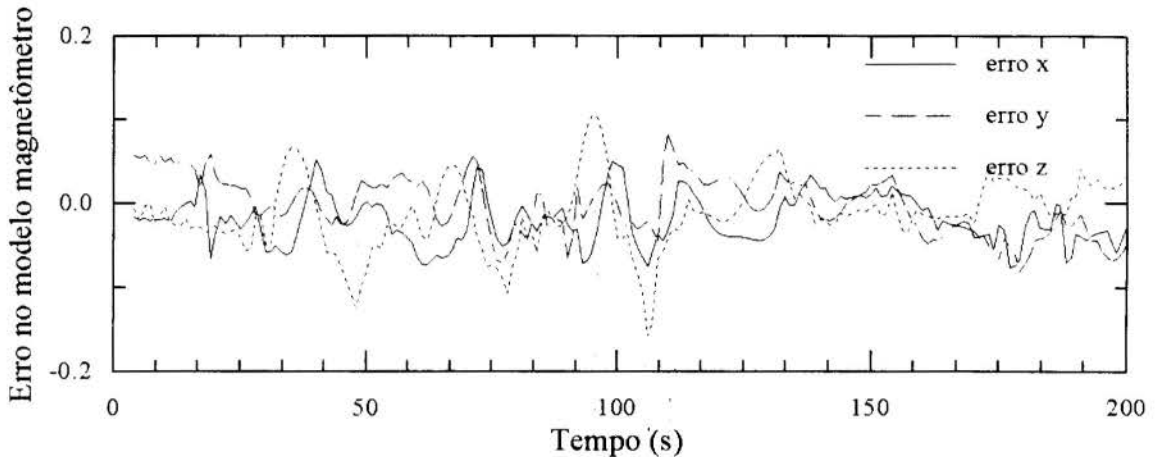


Figura 6: Erro apresentado pela rede neural na leitura do magnetômetro.

Em virtude da impossibilidade de treinar a rede neural de controle utilizando o próprio satélite (treinamento *on-line*), foram obtidas relações cinemáticas e dinâmicas para simulação em computador da atitude do satélite antes, durante e após a abertura dos painéis. Ainda assim, o processo de treinamento pode ser validado, e no futuro todo o treinamento poderá ser efetuado com o satélite já em órbita, ou de forma adaptativa, isto é, com parte do treinamento efetuado em Terra, por simulação, e aperfeiçoado após o lançamento.

6. REFERÊNCIAS

- CHEN, S.; BILLINGS, S. A. Neural networks for nonlinear dynamic system modelling and identification. *International Journal of Control*, 56 (2):319-346, 1992.
- DEMUTH, H; BEALE, M. *Neural network toolbox user's guide*. Natick, MA. Math Works, 1992.
- GELB, A. *Applied Optimal Estimation*. The M.I.T. Press, MA, 1974.
- HUNT, K. J.; SBARBARO, D.; ZBIKOWSKI, R.; GAWTHROP, P. J. Neural networks for control systems - a survey. *Automatica*. 28 (6):1083-1112, 1992.
- NARENDRA, K. S.; PARTHASARATHY, K. Identification and control for dynamic systems using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1, 1990.
- NORGAARD, M. *Neural Network Based System Identification Toolbox*. Institute of Automation, Technical University of Denmark, 1995 (Technical Report 95-E-773).
- RIOS NETO, A. *Stochastic parameter estimation neural nets supervised learning approach*. Proceedings of the 1st Brazilian Congress in Neural Nets, Itajubá, MG, 1994.
- RIOS NETO, A.; RAO, K. R. *A study on the on board artificial satellite orbit propagations using artificial neural networks*. Proceedings of the 11th International Astronautics Symposium, Gifu, Japan, 1996.
- VADALI, S. R.; KRISHNAN, S.; SINGH, T. Attitude control of spacecraft using neural networks. *Advances in the astronautical sciences*. American Astronautical Society. Vol. 82, Part 1, 1993.
- WERTZ, J. R. *Spacecraft attitude determination and control*, London, D. Reidel, 1978 (Astrophysics and Space Science Library).

Tema 48

*Métodos Analíticos e
Numéricos Aplicados*



PAPER CODE: COB1019

PRECONDITIONED ITERATIVE TECHNIQUES FOR LINEAR SYSTEMS DERIVED TO SOLVE THE HEAT CONDUCTION PROBLEM IN VORONOI MESHES

VIVIANA COCCO MARIANI & SÉRGIO PETERS

*Departamento de Informática e de Estatística, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC - Florianópolis
CEP 88040-900 Florianópolis, Brasil - E-mail: viviana@inf.ufsc.br, peters@inf.ufsc.br*

Abstract

When practical problems involving fluid mechanics, heat transfer, etc., are solved numerically, systems of linear equations are generated and their matrices of coefficients are generally sparse and large. The present work compares the performance of the conjugate gradient method using the general purpose preconditioners for solving the linear systems resulting from the discretization of the heat conduction equation in unstructured Voronoi meshes. We use the Finite Volume Method. Three preconditioners are tested: Diagonal Scaling, Symmetric Successive Over-relaxation and Incomplete Cholesky Factorization. We analyze them through their distribution of eigenvalues, number of iterations and CPU time.

Keywords

Preconditioning, Conjugate Gradient, Voronoi diagrams, linear systems, equation of heat conduction.

1. INTRODUCTION

The solution of heat conduction problems in engineering and other sciences requires solving a linear system of equations. Nowadays, Voronoi diagrams belong to the most powerful data structures in computational geometry. This fact is based on their very interesting mathematical properties (Aurenhammer, 1991). In the case of unstructured meshes generated by Voronoi diagrams (VD), the systems generated have sparse matrices, without a definite structure (Weatherill, 1992; Marcondes, 1996). We use unstructured meshes generated by Voronoi diagrams, which are presented in the section 2.

We propose a numerical procedure to solve the equation of heat conduction for a variety of geometrical domains. The Finite Volume Method (FVM) is used to discretize the equations with a non-staggered grid arrangement of variables. The application of the FVM to discretize the differential equation needs grid generation to break the physical domain in a number of control volumes (Patankar, 1980). Then we enforce in each volume the balance of the physical properties. In this process, the dependent variable is represented only at discrete locations inside the computational domain. This discretization process is applied to the temperature distribution and replaces the governing heat conduction equation by an algebraic system of equations (Tanyi & Thatcher, 1996). This numerical discretization of the differential equation is described in the section 3.

The methods of solution for systems involving sparse matrices may generally be classified generally in direct and iterative methods. However, the use of the non-structured Voronoi meshes generates random sparse matrices in which there is no formation rule, since the number of neighbors varies in each control volume. This is the most important reason for choosing iterative

methods. The major reason for the renewed interest in iterative methods is the development, during the last decade, of powerful acceleration methods known as preconditioning, and the evolution of computers involving high parallel processing. These features can lead to rapid convergence of the iterative solution (Angeleri *et al.*, 1989). In section 4, we describe iterative methods and the preconditioning utilized. The numerical results, analysis of performance for the different methods are shown in section 5. We present our main conclusions in section 6.

2. VORONOI DIAGRAM

The mathematician Dirichlet, in 1850, proposed a method where a given domain could be systematically decomposed into a set of convex polygons. Given two points in the plane, p_i and p_j , the perpendicular line bisecting the line joining the two points subdivides the plane into two regions $R(p_i)$ and $R(p_j)$. The region $R(p_i)$ is the space closer to p_i than p_j . This geometrical construction of tiles is known as the Dirichlet tessellation and results in a set of non-overlapping convex polygons, that cover the entire domain. For a finite set $S = \{p_1, \dots, p_n\}$ of points in the plane \mathcal{R}^2 , the region $R(p_i)$ is defined by,

$$R(p_i) = \{p \mid d(p, p_i) < d(p, p_j), \forall j \neq i\} \tag{1}$$

and it is called the Voronoi region generated by the point p_i , where $d(p, p_i)$ is the function which measures the Euclidean distance between the two points p and p_i . This partition is called a Voronoi diagram. Thus, every point in this space is associated to its nearest neighbor in S . The Voronoi unstructured mesh originates control volumes whose edges are part of the perpendicular line bisecting the two generators and associated with the left and the right Voronoi regions. These edges are line segments connecting two Voronoi points. Such features simplify the numerical approximations, easing the balance of mass and energy due to the local orthogonality present in VD. The structured orthogonal meshes can be classified as particular cases of Voronoi meshes such as: cartesian, cylindrical, hexagonal, etc. (Mariani & Peters, 1997). Figure 1 shows a control volume of the Voronoi unstructured mesh.

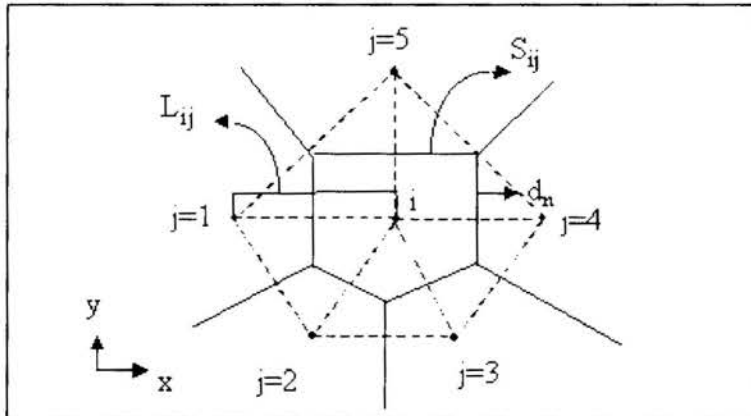


Figure 1: Elementary control volume in a Voronoi unstructured mesh.

In the figure 1, “ i ” is the index of the point p_i generator of the central control volume, “ j ” is the neighbors index of the central nodal point. One of the main advantages of the unstructured approaches is their applicability in complex geometrical domains and also the adaptability for specific regions, so as to represent adequately the local balances. These features of the unstructured meshes occur because there is no global property. Elements and points can be added and/or removed locally according to the geometrical or physical features of the problem

(Marcondes, 1996). In order to handle different geometrical forms, a robust and efficient numerical method is needed. In the present approach we chose the finite volume method (FVM) which allows the numerical investigation of problems involving complex domains.

3. DISCRETIZATION OF THE EQUATION

In the FVM, the discretization of the domain is made through the process of approximate integration in each finite control volume. These control volumes are conveniently distributed over the domain of solution. The problem is discretized and modeled by the individual contributions of each nodal point of the computational mesh (Patankar, 1980). The numerical solution of the heat conduction equation is investigated in the present work. In the process of numerical integration through Voronoi control volumes, it is easier to integrate the equation in the divergence form. This spatial integration in each control volume (see figure 1; Mariani, 1997) can be written as:

$$\int_{\mathcal{V}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho T) d\mathcal{V} = \int_{\mathcal{V}} \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{k}{c_p} \bar{\nabla} T \right) d\mathcal{V} + \int_{\mathcal{V}} \frac{q''' }{c_p} d\mathcal{V} \tag{2}$$

where, ρ is the specific mass of the material, T is the temperature, $\bar{\nabla}$ is the *nabla* vector operator of the chosen system of coordinates, $d\mathcal{V}$ is the differential volume of the control volume, k is the thermal conductivity, c_p is the specific heat of the solid material and q''' is a volumetric heat generation. Integrating the first term of the equation 2 through backward differences, we obtain,

$$\int_{\mathcal{V}} \frac{\partial}{\partial t} (\rho T) d\mathcal{V} = \frac{T_i^1 - T_i^0}{\Delta t} \Delta\mathcal{V} \tag{3}$$

where T_i is the temperature in the present time and T_i^0 is the temperature in the previous time at the central nodal point p_i .

The theorem of Gauss (divergence) allows us to reduce the volumetric integral into a surface integral, as represented in equation 4,

$$\int_{\mathcal{V}} \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{k}{c_p} \bar{\nabla} T \right) dV = \int_S \frac{k}{c_p} \bar{\nabla} T \cdot d\bar{n} \tag{4}$$

$d\bar{n}$ is the unit vector normal to the surface of integration of the control volume. We denoted such surface in Figure 1 as S_{ij} . The surface integral for each control volume (equation 4) when discretized generates the following expression,

$$\int_S \frac{k}{c_p} \bar{\nabla} T \cdot d\bar{n} = \sum_{j=1}^{NV} \frac{k}{c_p} \left(\frac{T_j^1 - T_i^1}{L_{ij}} \right) S_{ij} \tag{5}$$

where S_{ij} is the normal surface in each face of the control volume, that is, the distance between two consecutive vertices. L_{ij} is the distance between the central nodal point of the control volume p_i to each neighbor p_j , both represented in figure 1. NV is the number of neighbors of each nodal point p_i . The integration of the source term is done considering q''' as constant inside each control volume. By rearranging equation (2), we obtain

$$AP_i T_i - \sum_{j=1}^{NV} (A_{ij} T_j) = b_i \quad (6)$$

$$A_{ij} = \frac{S_{ij}}{L_{ij}} \quad (7)$$

$$AP_i = \sum_{j=1}^{NV} A_{ij} + AP_i^0 \quad (8)$$

$$b_i = AP_i^0 T_i^0 + \frac{q^{\dots}}{c_p} \Delta V \quad (9)$$

$$AP_i^0 = \frac{\Delta V}{\Delta t}, \text{ with } \Delta t \neq 0. \quad (10)$$

where AP_i is the coefficient of the central nodal point and A_{ij} are the coefficients of the neighbors of p_i . The linear system (equation 6) is solved with the CG method using the preconditioning technique.

4. PRECONDITIONERS

Certainly, the most popular iterative method to solve large sparse linear systems with a symmetric positive definite matrix of coefficients is the Conjugate Gradient method (CG), proposed by Hestenes and Stiefel in 1952 (Hestenes & Stiefel, 1952; Golub & O'Leary, 1989). The convergence rate of the iterative methods, in special of the CG, depends on the spectral properties of the matrix of coefficients. Preconditioning a linear system $Ax = b$ consists in transforming the linear system in, for example, $[P^{-1}A]x = P^{-1}b$, where P is the preconditioner and P^{-1} is such that $P^{-1} = (P_L P_R)^{-1}$.

This procedure accelerates the convergence rate of the family of CG methods, since the spectral condition number (κ_2) and the distribution of the eigenvalues are improved in such way that they get closer to one or get joined in clusters. The choice of the preconditioner is important for the success of the equivalent system and must have some desirable features: if A is sparse, then P must be as sparse as A ; the matrix P must approximate the matrix of coefficients A ; the preconditioning matrix P must be easy to construct and invert.

If the linear system is preconditioned implicitly, the residual vector is modified. If it is preconditioned explicitly, the matrix of coefficients is modified (Jones & Plassmann, 1995). The following pseudo-code represents the procedure of solving such system by CG using two types of preconditioning. In the symmetric case, the matrix $P_R = P_L^T$ and therefore the necessary symmetry of the matrix of coefficients is kept.

Implicit Preconditioning

values initial guess $\{x_0, A, b, \xi\}$
 $r_0 = b - Ax_0; p_0 = 0; \rho_0 = 1; k = 0$
 repeat while $\|r_k\|/\|r_0\| < \xi$ {
 $k = k+1; z_k = P^{-1}r_k;$
 $\rho_k = (r_{k-1}, z_{k-1}); \beta_k = \rho_k/\rho_{k-1};$
 $p_k = z_{k-1} + \beta_k p_{k-1}; a_k = \rho_k/(p_k, Ap_k);$
 $x_k = x_{k-1} + \alpha_k p_k; r_k = r_{k-1} - \alpha_k Ap_k;$ }

Explicit Preconditioning

values initial guess $\{x_0, A, b, \xi, k_{max}\}$
 $r_0 = P_L^{-1}(b - A P_L^{-T} x_0); p_0 = 0; \rho_0 = 1; k = 0$
 repeat while $\|r_k\|/\|r_0\| < \xi$ or $k = k_{max}$ {
 $k = k+1; \rho_k = (r_{k-1}, r_{k-1}); \beta_k = \rho_k/\rho_{k-1};$
 $p_k = r_{k-1} + \beta_k p_{k-1};$
 $\alpha_k = \rho_k/(p_k, P_L^{-1} A P_L^{-T} p_k); x_k = x_{k-1} + \alpha_k p_k;$
 $r_k = r_{k-1} - \alpha_k P_L^{-1} A P_L^{-T} p_k;$ }

x_k represents the k th estimation of the solution, r_k is the residual in the k th iteration, p_k is the search direction for the adjacent estimation, $(., .)$ represents the inner product in R^n and ξ is the iterative stopping criterion.

The diagonal preconditioning, applied in this work, is one of the simplest forms of preconditioning a linear system (Campos, 1995) and assumes the values,

$$\begin{array}{ccc}
 \text{left} & \text{right} & \text{symmetric} \\
 D = P_L = \text{diag}(a_{ii}) & D = P_R = \text{diag}(a_{ii}) & D^{1/2} = P_R = P_L = \text{diag}(\sqrt{a_{ii}})
 \end{array}$$

Recently, Papadrakakis proposed a modification to SSOR preconditioning called partial preconditioning, where $P_L = (D + \omega B)D^{-1/2}$, with D being the diagonal elements of A , B the remaining off-diagonal elements of A and ω , a relaxation parameter. The criterion, which specifies the elements of A to be retained in B , is defined by a users controlled parameter ψ . Thus, all elements of A satisfying $A_{ij}^2 < \psi A_{ii} A_{jj}$, are considered small diminishing effects on the condition number of A and are not included in P (Papadrakakis and Dracopoulos, 1991).

The incomplete factorization is derived from the Cholesky factorization where $A = LL^T$ or $A = LDL^T$, where L is lower triangular matrix. However, in this calculation many zero elements of A remain nonzero and so the sparsity of the matrix is not retained (Mariani, 1997). To alleviate this problem, it is introduced the incomplete factorization,

$$A = \mathbf{LL}^T - R \tag{11}$$

where R is residue matrix formed to discard elements in the Cholesky factorization and \mathbf{L} has nonzeros only in those positions that correspond to nonzero positions in A .

5. NUMERICAL RESULTS

The geometrical domains found in applications have many different forms. In the L-shaped geometry, the volumes are irregular. Triangular domains can be approximated by hexagonal control volumes and square domains by rectangular meshes. These examples are shown in figure 2.

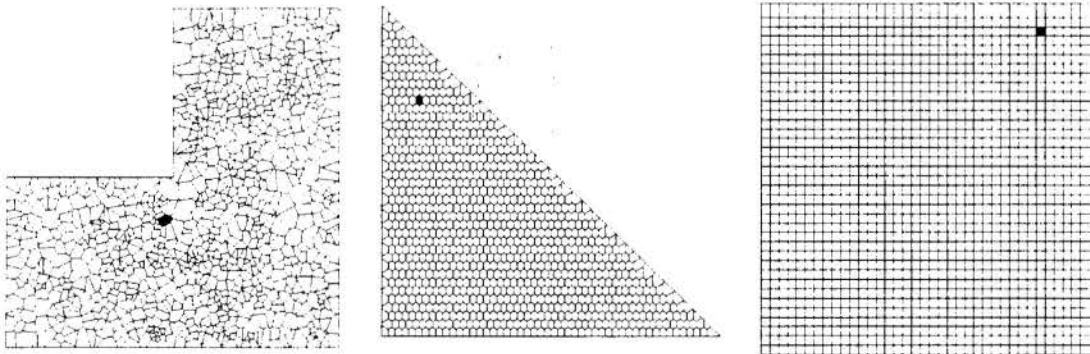


Figure 2: Generalized mesh with L, triangular and square geometry.

The characteristics of the linear systems resulting of the discretization of the heat conduction equations are presented in table 1. System 1 has the greatest spectral condition.

Table 1: Systems resulting from the discretization of the head conduction equation.

Geometries	order	nz	λ_{\max}	λ_{\min}	$\kappa_2 =$ spectral condition
L format (<i>system 1</i>)	1003	6789	6,1884	0,0046	1345,3
triangular format (<i>system 2</i>)	976	6560	7,8949	1,0027	7,87
squared format (<i>system 3</i>)	1369	6697	8,4905	0,0071	1195,84

In this table, order means the dimension of the linear systems, nz is the number of nonzero elements, λ_{\max} is largest eigenvalue, λ_{\min} smallest eigenvalue and κ_2 is spectral condition number.

In table 2, we present the results of solving the system with the CG method with the following types of preconditioning: diagonal (CGPD), SSOR (CGPSSOR) and incomplete Cholesky without fill-ins (CGPIC). The tolerance used as stopping criterion is described in equation (12).

$$\frac{\|r^k\|_2}{\|r^0\|_2} \leq 10^{-5} \tag{12}$$

Table 2: Resolution of the preconditioned CG.

Systems	CG		CGPD		CGPSSOR ($\omega=1,5; \psi=1$)		CGPIC	
	iter	t(s)	iter	t(s)	iter	t(s)	iter	t(s)
system 1	186	4,16	139	3,54	139	230,27	126	286,33
system 2	96	1,17	86	1,27	86	98,07	64	105,35
system 3	72	0,80	68	0,98	68	91,00	50	98,04

In this table, *iter* is the iteration number and *t* is the time necessary to attain convergence.

In table 2, the diagonal preconditioning is efficient because it solves all the systems with less iterations, while the CG shows superior processing time. The SSOR preconditioning, using $\omega = 1,5$ e $\psi = 1$, corresponds to the diagonal scaling, according to Papadrakakis (1993).

Note that the diagonal and SSOR have the advantages that no computing time and no extra storage are required for constructing the preconditioner.

In the CGPIC without fill-ins, the time is bigger and the number of iterations is reasonable. It is expected a better performance of this preconditioning, whenever linear systems have higher order.

Through the distribution of eigenvalues it is possible to calculate the spectral condition number, which is responsible for the rate of convergence. For practical reasons, the analysis will be restricted to diagonal preconditioning applied in two systems.

The distribution of the eigenvalues of systems 2 and 3, without and with diagonal preconditioning, is presented in the figure 3. It is observed that the preconditioning lies the eigenvalues close to one or in clusters.

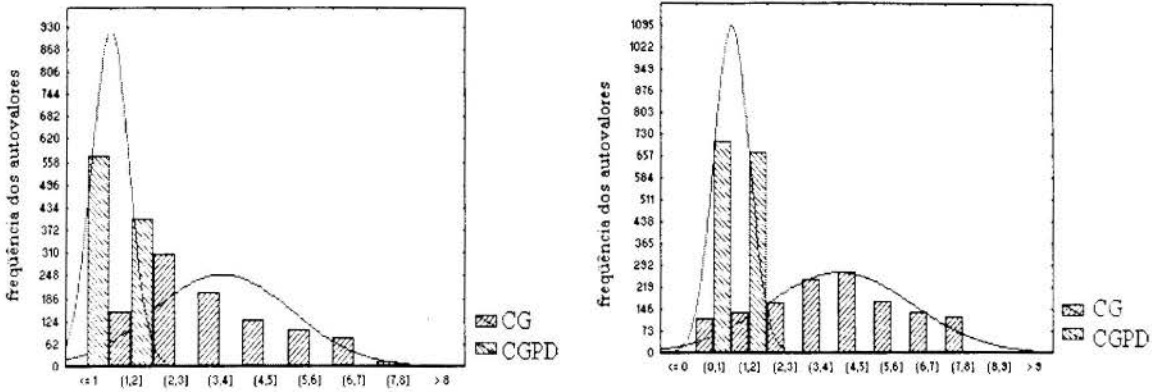


Figure 3: Eigenspectra without and with diagonal preconditioning, system 3.

Table 3 presents λ_{\max} , λ_{\min} and κ_2 of the preconditioned matrices using the preconditioning described. For the test cases, the preconditioning produce the largest eigenvalue close to one. Moreover, the diagonal scaling and the SSOR (with $\omega = 1,5$ and $\psi = 0,8$) give small eigenvalues. The factorization incomplete Cholesky without fill-ins (IC(0)) also produces the smallest condition number, with the largest eigenvalues around one.

Table 3: Eigenvalues of the preconditioned matrices.

Systems	Diagonal			SSOR ($\omega = 1,5; \psi = 0,8$)			IC(0)		
	λ_{\max}	λ_{\min}	κ_2	λ_{\max}	λ_{\min}	κ_2	λ_{\max}	λ_{\min}	κ_2
system 1	1,9876	0,0019	1046,1	1,9984	0,0018	1110,2	1,002	0,0011	910,9
system 2	1,9973	0,3372	5,92	1,9981	0,3273	6,1048	1,05	0,3043	3,45
system 3	1,9982	0,0018	1110,1	1,9991	0,0017	1175,9	1,1	0,0012	916,7

6. CONCLUSIONS

In this work a comparison of preconditioners using the conjugate gradient method was performed. The use of an effective preconditioner is essential in order to enable CG to solve a variety of problems. The numerical results presented in this paper confirm that diagonal scaling and SSOR reduce the largest eigenvalues close to one, but usually leaves small eigenvalues which cause convergence problems (Table 3). The incomplete factorization of Cholesky may require extra processing, however it improves the performance of the CG. The application of the CG with preconditioning techniques represents a powerful tool for the solution of large-scale finite volume problems.

The results presented in this paper were obtained from programs written in C++ running on a SUN SPARCstation 20. There is a strong need for more research in order to develop robust and reliable preconditioners, if one wishes to benefit of the potential advantages of such approaches in problems of Computational Fluid Dynamics.

7. REFERENCES

Angeleri, F., Sonnad, V. & Bathe, K. Studies of Finite Element Procedures - in the Evaluation of Preconditioned Iterative Solvers, *Computers & Structures*, vol.32, no.3/4, pp 671-677, 1989.

Aurenhammer, F. Voronoi Diagrams - A Survey of a Fundamental Geometric Data Structure,

ACM Computing Surveys, vol.23, no.3, 1991. -

Campos, F.F. Analysis of Conjugate Gradients - Type Methods for Solving Linear Equations, D Phil. Thesis, Oxford University Computing Laboratory, Oxford, UK, 1995.

Golub, G.H. & O'Leary, D.P. Some History of the Conjugate Gradient and Lanczos Algorithms: 1948-1976, *SIAM Review*, vol.31, no.1, pp.50-102, 1989.

Hestenes, M.R. & Stiefel, E. Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems, *J. Res. Natn. Bur. Standards* 49, pp.409-436, 1952.

Jones, M.T. & Plassmann, P.E. An Improved Incomplete Cholesky Factorization, *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol.21, no.1, pp.5-17, 1995.

Marcondes, F. Numerical Solution Using Adaptive - Implicit Methods and Voronoi Meshes of Petroleum Reservoir Problems, Doctoral thesis, Federal University of Santa Catarina, Florianopolis, Brazil, 1996 (in Portuguese).

Mariani, V.C. & Peters, S. Analysis of Performance of Iterative Methods for Solution of the Heat Conduction Problem in Voronoi Unstructured Mesh, *III International Congress on Information Engineering*, pp.476-485, Buenos Aires, 1997.

Mariani, V.C., Resolution of Linear Systems Generated in the Discretization of Navier-Stokes Equations in Voronoi Meshes, Thesis, Federal University of Santa Catarina, Florianopolis, Brazil, 1997 (in Portuguese).

Papadrakakis, M. & Dracopoulos, M.C. A Global Preconditioner for the Element-by-Element Solution Methods, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.88, pp.275-286, 1991.

Patankar, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, 1980.

Tanyi, B.A. & Thatcher, R.W. Iterative Solution of the Incompressible Navier-Stokes Equations on the Meiko Computing Surface, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol.22, pp.225-240, 1996.

Weatherill, N.P. Delaunay Triangulation in Computational Fluid Dynamics, *Computers Math. Applic.*, vol.24, no.5/6, pp.129-150, 1992.



PAPER CODE: COB1138

COMPORTAMENTO DINÂMICO DE VÁLVULAS TIPO PALHETA EM ESCOAMENTOS PERIÓDICOS / *DYNAMIC BEHAVIOR OF REED TYPE VALVES IN PERIODIC FLOWS*

MAURICIO NATH LOPES & ALVARO TOUBES PRATA

*Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC
CEP 88040-900 Florianópolis, Santa Catarina, Brasil - e-mail: prata@nrva.ufsc.br*

Abstract

In the present work a numerical methodology is developed to simulate the dynamic behavior of reed type valves of reciprocating compressors used in refrigeration. A one-degree freedom model is adopted for the valve motion, and a finite volume methodology is employed to obtain the flow field through the valve. The valve dynamics and the time dependent flow field are coupled and solved simultaneously. The flow through the valve is assumed laminar, compressible, adiabatic and axisymmetric. In presence of the valve motion a numerical methodology was developed to take into account the variation with time of the computation domain. Through a coordinate transformation a moving coordinate system was obtained; this new system was able to expand and compress according to the valve displacement. Results for the force acting on the valve were obtained for a prescribed periodic velocity at the valve entrance. The complex interaction between mass flow rate through the valve and the distance between the reed and the valve seat affected the force on the valve in a non-periodic manner. The present model has proved to be effective and accurate in exploring the valve motion in disc-type valves.

Keywords

Valve dynamics, compressor technology, none steady fluid flow, moving coordinate.
Dinâmica de válvulas, tecnologia de compressores, escoamento transiente, coordenadas móveis.

1. INTRODUÇÃO

Nos sistemas de refrigeração por compressão mecânica de vapor o compressor, por ser o componente principal, tem sido foco de intensa pesquisa e desenvolvimento. O conhecimento do comportamento do sistema de válvulas automáticas é fundamental para o aperfeiçoamento dos compressores herméticos, e é por esta razão, que o desenvolvimento de modelos matemáticos, como o apresentado neste trabalho, é de grande importância.

Inúmeras pesquisas tem sido realizadas com o objetivo de conhecer o comportamento do sistema de válvulas tipo palheta, principalmente através da utilização de modelos matemáticos. O desenvolvimento de tais modelos, desde o seu início, é comentado por MacLaren (1972, 1982), que cita como primeiro trabalho com sucesso nesta área o de Costagliola (1950), cujo modelo utilizava duas equações diferenciais não-lineares que relacionava os diversos parâmetros envolvidos. Uma delas fornecia o fluxo de massa através

da válvula, e a outra, uma equação da dinâmica, descrevia o movimento das válvulas. A solução das equações diferenciais era obtida por métodos gráficos, o que tornava muito laboriosa a obtenção da solução.

Uma revisão bibliográfica indica a existência de duas linhas de pesquisa voltadas para o estudo do sistema de válvulas automáticas de compressores alternativos. A primeira desenvolve modelos matemáticos para o movimento da válvula, utilizando modelos bastante simplificados para o escoamento do fluido, como o modelo de Costagliola (1950), onde destacam-se os trabalhos de Trella e Soedel (1974), Ussyk (1984), Piechna e Meier (1986), Ishizawa et al. (1987), Kato et al. (1993). A segunda concentra-se na solução detalhada do escoamento considerando no entanto que a válvula está em uma posição fixa, onde destacam-se os trabalhos de Deschamps et al. (1989), Prata e Ferreira (1990), Gasche (1992), Possamai (1994), Peters (1994), entre outros.

O presente trabalho apresenta uma metodologia para a análise numérica do comportamento dinâmico de válvulas do tipo palheta, utilizando um modelo de um grau de liberdade e resolvendo, pelo método dos volumes finitos, o escoamento laminar, compressível, adiabático e em regime transiente em difusores radiais concêntricos. Assim, obtém-se um modelo matemático que contempla a dinâmica da válvula resolvendo, de forma acoplada, o escoamento do fluido.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O modelo utilizado no presente trabalho para a análise do comportamento dinâmico de válvulas do tipo palheta assume que tais válvulas são placas rígidas e que seu movimento ocorre segundo um sistema com um grau de liberdade. Desta forma tem-se a seguinte equação para o movimento da palheta,

$$m\ddot{s} + C\dot{s} + Ks = F - F_0 \quad (1)$$

onde,

s - deslocamento da palheta;

$\dot{s} = ds/dt$ - velocidade da palheta;

$\ddot{s} = d^2s/dt^2$ - aceleração da palheta;

m - massa da palheta;

K - constante efetiva de mola;

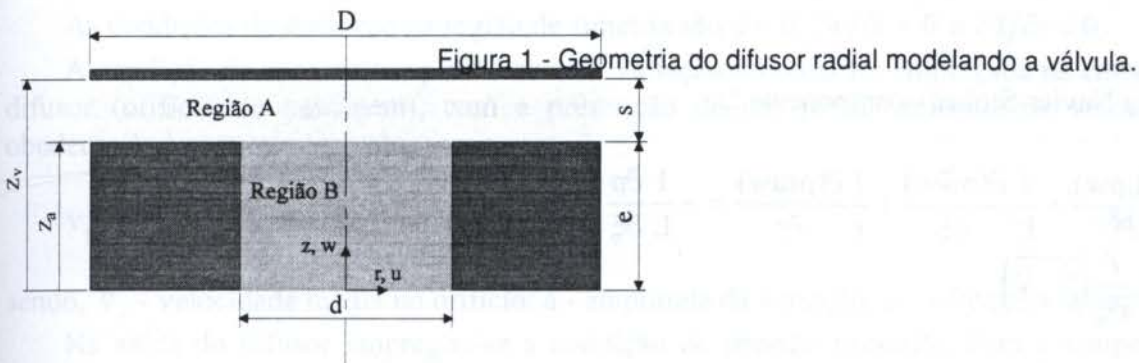
C - coeficiente de amortecimento efetivo;

F - força hidrodinâmica resultante sobre a palheta, obtida da integração do campo de pressão sobre a palheta;

F_0 - força de pré-carga na mola.

O campo de pressão resulta da solução do escoamento através da válvula, que é modelado através das equações da continuidade, de Navier-Stokes e da conservação da energia térmica para escoamento laminar, adiabático, compressível e em regime transiente, no sistema de coordenadas cilíndricas, bem como da equação dos gases perfeitos.

A geometria do difusor radial com alimentação axial foi utilizada para representar o escoamento que ocorre em válvulas do tipo palheta. Na Fig. 1 esta geometria é apresentada. Resumindo, o modelo matemático que descreve o problema físico é composto por cinco equações (dinâmica da válvula, continuidade,



Navier-Stokes na direção radial, Navier-Stokes na direção axial, conservação de energia térmica e gases perfeitos), que apresentam cinco incógnitas: s , ρ , u , w , T e p (deslocamento da válvula, massa específica do fluido, componente radial da velocidade, componente axial da velocidade, temperatura e pressão do fluido, respectivamente).

3. MODELO NUMÉRICO

A metodologia de solução adotada consiste em resolver numericamente as equações do modelo matemático, de forma discreta no tempo e no espaço. A equação diferencial do movimento da palheta, Eq. 1, é resolvida pelo método de Runge-Kutta, enquanto as equações que governam o escoamento são resolvidas pelo método dos volumes finitos (Patankar, 1980).

Com a movimentação da palheta, o domínio de cálculo (Fig.1) pode ser entendido como sendo composto por um domínio fixo (região B) e por um domínio móvel (região A), cuja dimensão s é uma função do tempo, $s = s(t)$.

As equações que governam o escoamento são comumente utilizadas no sistema de coordenadas inerciais (z,r,t) . No entanto, do ponto de vista computacional, é mais conveniente aplicar uma transformação de coordenadas, obtendo-se estas equações em um sistema de coordenadas móveis (ξ,r,t) . Esta transformação foi desenvolvida por Watkins (1977), e vem sendo empregada em trabalhos como o de Recktenwald (1989) e Ströll et al. (1993).

Para transformar as equações governantes, considera-se que o domínio móvel (região A da Fig. 1) se expande e se contrai somente na direção z . Considera-se ainda que cada superfície da malha computacional tem um único valor de ξ , o qual não muda com o tempo. Sendo assim, aplicando a transformação de coordenadas, as equações governantes no sistema de coordenadas (ξ,r,t) ficam expressas como se segue.

Equação da conservação da massa

$$\frac{1}{L} \frac{\partial(L\rho)}{\partial t} + \frac{1}{L} \frac{\partial(\rho\tilde{w})}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho ru)}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

Equação de Navier-Stokes - componente r:

$$\begin{aligned} \frac{1}{L} \frac{\partial(L\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{L} \frac{\partial(\rho\tilde{w}u)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho ruu)}{\partial r} = & -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{L} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{L} \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \\ & - \frac{\mu \cdot u}{r^2} + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial r} (\overline{\nabla \cdot \nabla}) \end{aligned} \quad (3)$$

Equação de Navier-Stokes - componente ξ :

$$\frac{1}{L} \frac{\partial(L\rho w)}{\partial t} + \frac{1}{L} \frac{\partial(\rho \tilde{w} w)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u w)}{\partial r} = -\frac{1}{L} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{L} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{L} \frac{\partial w}{\partial \xi} \right) + \frac{1}{3} \frac{\mu}{L} \frac{\partial}{\partial \xi} (\overline{\nabla \cdot \nabla}) \quad (4)$$

Equação da energia térmica

$$\frac{1}{L} \frac{\partial(L\rho T)}{\partial t} + \frac{1}{L} \frac{\partial(\rho \tilde{w} T)}{\partial \xi} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u T)}{\partial r} = \frac{k}{c_v} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{L} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{L} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) \right] - \frac{p(\overline{\nabla \cdot \nabla})}{c_v} + \frac{\tilde{\phi}}{c_v} \quad (5)$$

onde,

$L = \partial z / \partial \xi$ - inverso do jacobiano da transformação de coordenadas;

$\overline{\nabla \cdot \nabla}$ - divergente do vetor velocidade expresso no sistema de coordenadas (ξ, r, t) ;

$\tilde{\phi}$ - dissipação viscosa expressa no sistema de coordenadas (ξ, r, t) .

\tilde{w} - velocidade do fluido em relação à malha, tal que a velocidade absoluta do fluido em relação ao sistema inercial (z, r, t) é a soma da velocidade local da malha e da velocidade \tilde{w} ,

$$w = w_g + \tilde{w} \quad (6)$$

As equações diferenciais que governam o escoamento do fluido, agora expressas no sistema de coordenadas móveis, Eqs. 2 a 5, são integradas nos volumes elementares que subdividem o domínio computacional. Tal procedimento, fundamentado no método dos volumes finitos, resulta em um conjunto de equações algébricas que resolvido fornece as variáveis de interesse. Tal sistema de equações é resolvido de maneira iterativa e segregada, utilizando o algoritmo SIMPLEX, proposto por Van Doormaal e Raithby (1984), em um arranjo desencontrado de variáveis. A equação da dinâmica da válvula é resolvida, em cada intervalo de tempo, pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem, conforme apresentado em White (1974).

A malha empregada para discretizar o domínio apresenta a mesma configuração no sistema de coordenadas móveis (ξ, r, t) durante toda a simulação, enquanto que no sistema de coordenadas inerciais (z, r, t) altera-se a cada instante de tempo.

Como condições de contorno foram empregadas nas paredes correspondentes às superfícies do assento da válvula e do orifício de passagem a condição de não deslizamento e impermeabilidade ($u = w = 0$) e a condição de parede adiabática. Na superfície da palheta foram empregadas as condições de não deslizamento e de parede adiabática com a velocidade do fluido junto à palheta igual à velocidade da palheta,

$$w = w_g \Big|_{\text{palheta}} \quad (7)$$

As condições de contorno na região de simetria são $u = 0$, $\partial w / \partial r = 0$ e $\partial T / \partial r = 0$.

A condição de escoamento periódico com variação senoidal foi empregada na entrada do difusor (orifício de passagem), com a prescrição de um perfil uniforme de velocidade, obedecendo à seguinte equação,

$$v_o(t) = \bar{v}_o(1 + a \text{sen}(\omega t)) \quad (8)$$

sendo, \bar{v}_o - velocidade média no orifício; a - amplitude da variação; ω - frequência angular.

Na saída do difusor empregou-se a condição de pressão prescrita. Para a temperatura empregou-se condições de temperatura prescrita na entrada do difusor e derivada nula na saída.

As propriedades de condutibilidade térmica (k), calor específico (c_p) e viscosidade absoluta (μ) foram mantidas constantes ($p=1,0132 \times 10^5$ Pa e $T=273$ K).

4. VALIDAÇÃO DA METODOLOGIA

O trabalho de Ishizawa et al. (1987) foi utilizado como referência para a validação da metodologia desenvolvida. Estes autores abordam a solução do escoamento laminar transiente incompressível em um difusor radial, onde a palheta tem um movimento periódico e a vazão prescrita na entrada do difusor é constante. Soluções em séries para as equações de Navier-Stokes são obtidas, e os resultados analíticos são comparados com resultados experimentais, também gerados pelos autores.

As Figs. 2 e 3 apresentam a comparação entre os resultados do trabalho de Ishizawa e do presente estudo. Nas simulações realizadas fez-se $h(t) = 2 \cdot (1 + 0,43 \text{sen}(\omega t))$ mm, $D=300$ mm, $d=30$ mm, com ar como fluido de trabalho. Os valores da frequência ω e da vazão na entrada do difusor q_s , empregados nas simulações, foram obtidos através do uso dos agrupamentos adimensionais R_q e R_ω , permitindo assim, a comparação entre os resultados aqui obtidos com os do referido trabalho. Devido à simetria axial do escoamento somente metade da geometria foi simulada, utilizando para tanto, uma malha com 810 volumes de controle, dos quais 350 na região fixa (região B da Fig.4.1) e 460 na região móvel (região A da Fig.4.1), distribuídos não uniformemente.

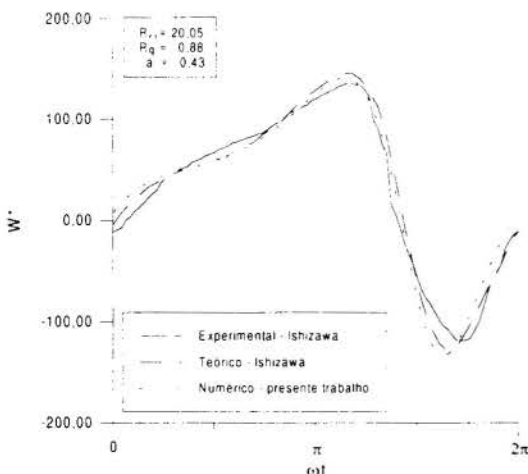


Figura 2 - Força hidrodinâmica adimensional para $R_\omega=20,05$, $R_q=0,88$.

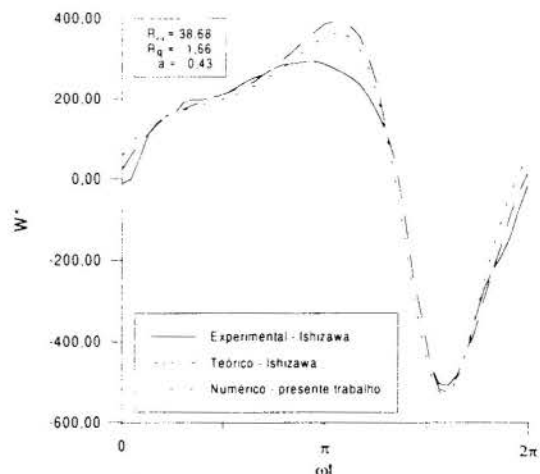


Figura 3 - Força hidrodinâmica adimensional para $R_\omega=38,68$, $R_q=1,66$.

A análise dos casos abordados permite concluir que os resultados encontrados com o uso da metodologia em estudo concordam muito bem com os resultados obtidos por Ishizawa.

A Fig. 3 apresenta uma discordância entre o resultado teórico/numérico e o experimental, em torno de $\omega t = \pi$. Ishizawa e co-autores atribuíram essa discrepância à convergência das soluções por eles obtidas. No entanto, os resultados numéricos aqui encontrados permitem sim questionar a validade dos resultados experimentais, pois apresentam maior proximidade dos resultados teóricos.

5. RESULTADOS

Os resultados para a simulação do comportamento dinâmico serão explorados para $D=8,50\text{mm}$, $d=5,00\text{mm}$, $e=1,50\text{mm}$ e $s=s(t)$, conforme indicado na Fig.1.

O ar foi empregado como fluido de trabalho, e as características utilizadas para a modelação da dinâmica da válvula correspondem aos seguintes valores: (i) rigidez da palheta $K=200\text{ N/m}$; (ii) coeficiente de amortecimento $C = 0,5\text{ N.s/m}$; (iii) massa da palheta $m = 3,2\text{ g}$; sendo a força de pré-carga na palheta F_0 considerada nula nas simulações aqui realizadas. A tabela 1 apresenta os diferentes parâmetros utilizados na prescrição da velocidade $v_0(t)$.

Tabela 1 - Casos abordados nas simulações.

Caso	\bar{v}_0 [m/s]	a	Re	ω [rad/s]
I	1,5	0,2	540	366,6
II	1,5	0,5	540	366,6
III	3,0	0,2	1080	366,6
IV	3,0	0,5	1080	366,6

Devido a limitação de espaço apenas os casos I e IV serão apresentados aqui. Os resultados para o comportamento da força hidrodinâmica bem como para o movimento da palheta são mostrados nas Figs. 4 a 7.

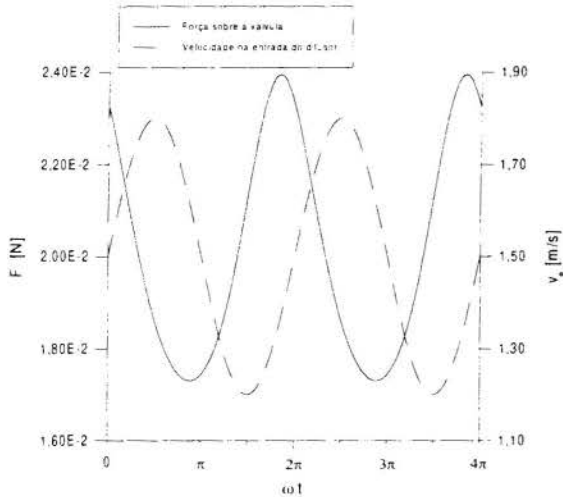


Figura 4 - Comportamento da força hidrodinâmica sobre a palheta - Caso I.

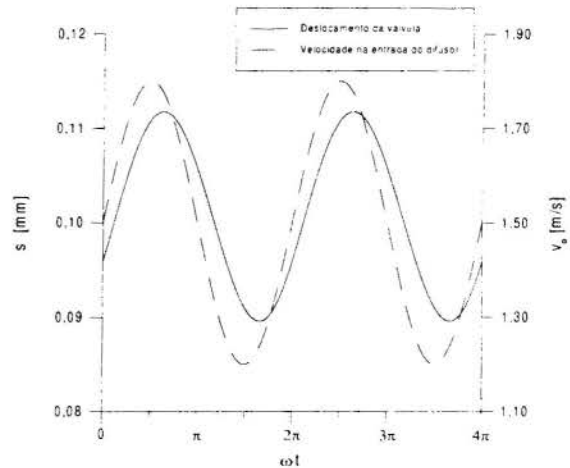


Figura 5 - Comportamento do deslocamento da palheta para o Caso I.

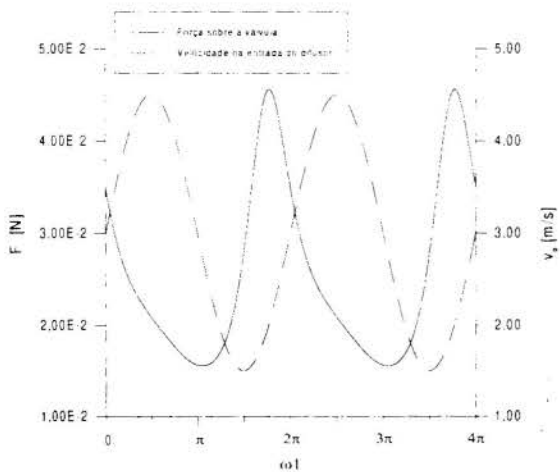


Figura 6 - Comportamento da força hidrodinâmica sobre a palheta - Caso IV.

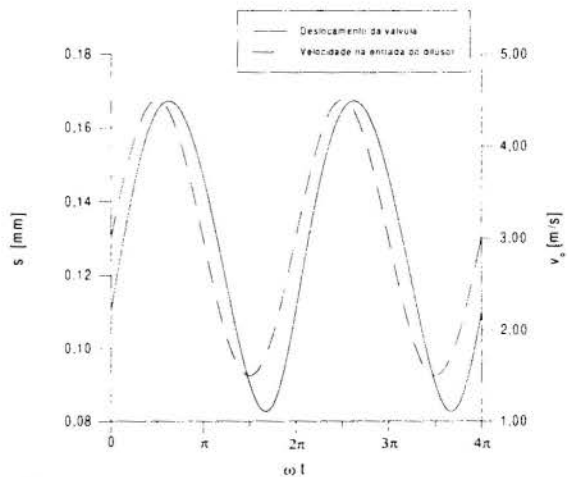


Figura 7 - Comportamento do deslocamento da palheta para o Caso IV.

A análise das figuras permite verificar que o aumento da vazão resultou no aumento do deslocamento da palheta, mas com uma pequena defasagem.

A força hidrodinâmica resultante sobre a palheta aumenta com o aumento da vazão e com a redução do deslocamento. Nos casos simulados, por haver variação de vazão e também de deslocamento, estas influências apresentam-se de forma combinada na determinação do comportamento da força hidrodinâmica. Observa-se que nos casos II e IV, que apresentam maior variação de vazão, o comportamento periódico da força se afasta mais do aspecto senoidal quando comparado com os casos I e III. Tal tendência reflete a complexa

dependência da força hidrodinâmica com a vazão e o deslocamento da palheta em relação ao assento.

Ressalta-se que, ao se analisar o comportamento dinâmico da válvula deve-se ter em mente que o seu deslocamento não depende somente da ação da força hidrodinâmica, mas também da sua velocidade e aceleração (dois primeiros termos da Eq. 1). Assim, seria incorreto imaginar que o aumento da força hidrodinâmica sempre acarreta o aumento da abertura da válvula, pois o contrário pode ocorrer, como nos casos aqui apresentados.

A semelhança das tendências apresentadas nos vários casos abordados, acredita-se, estar relacionada ao fato de se ter empregado as mesmas características de rigidez, amortecimento e massa para a palheta. Muitos outros casos precisariam ser simulados para que conclusões sobre a influência de cada parâmetro envolvido pudessem ser obtidas. Tal análise foge ao escopo do presente trabalho cujo objetivo foi o desenvolvimento de um modelo que resolvesse o escoamento e a dinâmica da válvula de forma acoplada. A realização de estudos sobre o comportamento da válvula sob condições variadas é deixada para futuros trabalhos.

Os resultados aqui obtidos revelam a potencialidade da metodologia desenvolvida para a análise do comportamento dinâmico de válvulas do tipo palheta. O grande limitante encontrado foi o tempo computacional despendido para cada simulação (em torno de 90 horas de CPU em média para cada caso, simulados em uma estação de trabalho SUN SPARC 20).

6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de uma metodologia para a análise numérica do comportamento dinâmico de válvulas do tipo palheta, utilizando um modelo de um grau de liberdade e resolvendo, pelo método dos volumes finitos, o escoamento laminar, compressível, adiabático e em regime transiente periódico em difusores radiais concêntricos.

Os resultados das validações e dos casos abordados revelaram a potencialidade da metodologia aqui desenvolvida para a análise do comportamento dinâmico de válvulas do tipo palheta. O único fator limitante encontrado foi o elevado tempo computacional despendido para a realização de cada simulação.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Costagliola, M. The Theory of Spring-Loaded Valves for Reciprocating Compressor. *ASME Journal of Applied Mechanics*, v.17, n.4, p.415-420, 1950.
- Deschamps, C.J.; Prata, A.T.; Ferreira, R.T.S. Modelagem de um Escoamento Turbulento em Presença de Estagnação, Recirculação, Aceleração e Gradientes de Pressão Adversos. *Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Rio de Janeiro, v. I, p.57-60, 1989.
- Gasche, J.L. *Escoamento Laminar Através de Válvulas Excêntricas de Compressores de Refrigeração*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1992.
- Ishizawa, S.; Watanabe, T.; Takahashi, K. Unsteady Viscous Flow Between Parallel Disks with a Time-Varying Gap Width and a Central Fluid Source. *Journal of Fluids Engineering*, v..109, p. 394-402, 1987.
- Kato, M.; Kurohashi, M.; Aoshima, M. Dynamic Behavior of Valves with Pneumatic Chambers for Reciprocating Compressors. *Journal of Vibration and Acoustics*, v.115, p. 371-376,

1993.

- Maclaren, J.F.T. A Review of Simple Mathematical Models of Valves in Reciprocating Compressor. *Proc. Purdue Compressor Technology Conference*, p. 180-187, 1972.
- Maclaren, J.F.T. The Influence of Computers in Compressor Technology. *Proc. Purdue Compressor Technology Conference*, p. 1-12, 1982.
- Patankar, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- PETERS, S. *Bifurcação e Oscilações Auto-induzidas em escoamentos de Fluidos em Difusores Radiais*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1994.
- Piechna, J.R. ; Meier, G.E.A. Numerical Investigation of Steady and Unsteady Flow in Valve Gap. *Proc. of the 1986 International Compressor Engineering Conference at Purdue*, v. 1, p. 1-14, 1986.
- Possamai, F.C. *Escoamento Laminar sobre Válvulas Inclinadas de Compressores*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1994.
- Prata, A.T. ; Ferreira, R.T.S. Heat Transfer and Fluid Flow Considerations in Automatic Valves of Reciprocating Compressors. *Proceedings of the 1990 International Compressor Engineering Conference - at Purdue*. West Lafayette, Indiana, USA, v.1, p. 512-521, 1990.
- Recktenwald, G.W. *A Study of Heat Transfer Between the Walls and Gas Inside the Cylinder of a Reciprocating Compressor*. PhD. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis, MN, USA, 1989.
- Ströll, H.; Durst, F.; Peric, M.; Pereira, J.C.F; Scheuerer, G. Study of Laminar, Unsteady Piston-Cylinder Flows. *Journal of Fluids Engineering*, v.115, p. 667-693, 1993.
- Trella, T. J.; Soedel, W. Effect of Valve Port Gas Inertia on Valve Dynamics - Part I e II. *Proc. Purdue Compressor Technology Conference*, p.190-207, 1974.
- Ussyk, M. S. *Simulação Numérica do Desempenho de Compressores Herméticos Alternativos*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, 1984.
- Van Doormaal, J.P. ; Raithby, G.D. Enhancements of the Simple Method for Predicting Incompressible Fluid Flows. *Numerical Heat Transfer*, v. 7, p.147-163, 1984.
- Watkins, A.P. *Flow and Heat Transfer in Piston/Cylinder Assemblies*. PhD. Thesis, University of London, Imperial College of Science and Technology, London, UK, 1977.
- White, F.M. *Viscous Fluid Flow*. New York, McGraw-Hill, 1974.



PAPER CODE: COB1381

**ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS ENGASTADAS NO SEMI-
ESPAÇO ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
INCLUINDO O AMORTECIMENTO GEOMÉTRICO/DYNAMIC ANALYSIS
OF STRUCTURES EMBEDDED IN A HALF-SPACE BY THE FINITE ELEMENT METHOD
INCLUDING GEOMETRIC DAMPING**

Renato Marques de Barros, Euclides de Mesquita Neto

*Departamento de Mecânica Computacional, Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP
CEP 13.083-970 Campinas, São Paulo, Brasil - E-Mail: euclides@dmc.fem.unicamp.br*

Pércio de Almeida Barros

Faculdade de Engenharia Civil - UNICAMP

Abstract

The article compares the accuracy presented by the Finite Element Method using an infinite elements and Boundary Element procedures, based on influence functions to analyse the dynamic response of structures buried or embedded in a visco-elastic half-space. The infinite element shape functions were synthesised to encompass simultaneously the propagation of half-space body and surface waves. The numerical studies are conducted for a two-dimensional rigid rectangular foundation in the frequency domain. It is shown that the FE scheme produces good results, even for deeply buried foundations.

Keywords

Infinite elements, Soil-Structure Dynamic Interaction, Finite Elements, Boundary Elements
Elementos Infinitos, Interação Dinâmica Solo-Estrutura, Elementos Finitos, Elementos de Contorno

1. INTRODUÇÃO

O estudo da interação dinâmica de estruturas com o meio exterior avançou de maneira considerável nos últimos trinta anos, passando de um conjunto de normas semi-empíricas à uma disciplina altamente especializada na qual são empregados métodos numéricos em nível de estado-da-arte. O ponto inicial de tal avanço foi o estudo da propagação de ondas em meios elásticos semi-infinitos, aproximando o projeto dinâmico de fundações de máquinas e equipamentos do estudo da sismologia. Trabalhos como o de Reissner(1937) introduziram, ainda que de forma aproximada, o estudo da propagação de ondas da análise da interação dinâmica solo-fundação. As primeiras soluções exatas para o problema de propagação de ondas no semi-espaço surgiram somente quando o sistema meio-fundação foi analisado através de um problema de valor de contorno combinado, onde os deslocamentos provenientes dos diversos modos de vibração da fundação são aplicados à interface solo-fundação deixando a superfície do semi-espaço remanescente livre de tensões. As primeiras soluções usando esta abordagem surgiram com Luco *et al.*(1972) e Karasudhi *et al.*(1968) utilizando fundações de superfície rígidas em um semi-espaço tridimensional.

Na maioria das análises o sistema global é dividido em duas partes distintas: estrutura e sistema solo-fundação. A utilização de técnicas de sub-estruturação (Wolf, 1985) permite que o sistema solo-fundação seja analisado em separado e o resultado final, a nível de resposta em frequência é obtido pelo acoplamento dinâmico das duas partes. O elemento chave na utilização de métodos numéricos para o estudo da interação solo-fundação é o modelamento da condição de radiação ou amortecimento geométrico: as ondas geradas na interface da fundação propagam-se através do solo levando consigo uma parte da energia que, de outra maneira, ficaria restrita ao conjunto fundação-estrutura. Uma das conseqüências disso é que, em análises onde a influência do meio é levada em conta, os autovalores e autovetores do sistema são fortemente influenciados pelo amortecimento geométrico. Os principais métodos numéricos atualmente em uso — elementos finitos e elementos de contorno — comportam-se de maneira distinta quando aplicados a problemas onde a condição de radiação desempenha papel fundamental. O método dos elementos de contorno, dada a natureza da solução fundamental do operador de Navier, cumpre automaticamente a condição de radiação garantindo resultados satisfatórios para os problemas onde o solo é modelado como um semi-espaço homogêneo ou estratificado. Porém nas situações onde existe um grande número de camadas, devido à necessidade de discretização da interface, a performance do método é consideravelmente influenciada. O método dos elementos finitos, por ser um método de discretização de domínio que não utiliza a solução fundamental, não é capaz de simular o amortecimento geométrico, introduzindo frequências naturais fictícias que correspondem aos modos como a energia da estrutura fica restrita dentro da malha (Gazetas, 1983).

A introdução de tipos de elementos finitos especiais ou elementos infinitos, destinados a modelar a condição de radiação, foram propostos por Betess(1977) e Ungless e Anderson(1977), sendo aplicados aos problemas da elastoestática. Betess(1992) classificou os principais elementos infinitos quanto à maneira como estes interagem com o domínio e a forma de decaimento esperado da solução. Elementos infinitos de decaimento são aqueles que não alteram o domínios elementar de forma significativa mas que tentam simular o comportamento esperado da solução no campo distante.

O elemento infinito desenvolvido aqui e utilizado para domínios bi-dimensionais faz uso de funções de decaimento exponenciais. Isso deve-se principalmente à facilidade com que as integrais são avaliadas, pois quando utiliza-se integrandos mais elaborados — funções racionais e/ou de Bessel — estes apresentam considerável complexidade. O elemento foi aplicado com sucesso para o problema da interação dinâmica de uma estrutura enterrada em um semi-espaço viscoelástico. Os resultados são apresentados na forma de funções de flexibilidade. Evitou-se a utilização de procedimentos de integração numérica uma vez que estudos prévios mostraram (Barros, 1996) que tais esquemas de integração são bastante instáveis na região de baixa frequência.

2. ELEMENTOS INFINITOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

A principal característica dos elementos infinitos de decaimento é que as funções de forma padrão de elementos finitos são multiplicadas por algum tipo de função de decaimento que tenta aproximar o comportamento esperado da solução. A esta função de decaimento é adicionada uma função de oscilação que é responsável pela propagação de onda através do elemento. Entretanto uma abordagem alternativa é empregada quando múltiplas componentes de onda estão presentes simultaneamente, como é o caso da propagação no semi-espaço. É necessário que a função de oscilação corresponda às diversas velocidades de onda presentes. A função de interpolação para um elemento com três nós na direção de propagação é dada por:

$$P_a^{int}(\varepsilon) = c_{1a} e^{-(\alpha+ik_1)\varepsilon} + c_{2a} e^{-(\alpha+ik_2)\varepsilon} + c_{3a} e^{-(\alpha+ik_3)\varepsilon} \quad (1)$$

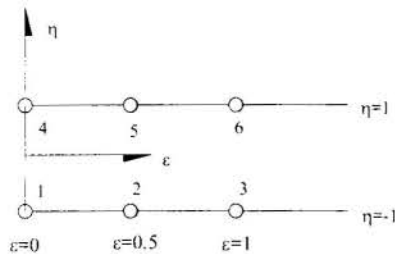
onde k_i ($i=1,2,3$) corresponde aos números de onda de compressão ($i=1$), cisalhamento ($i=2$) e de superfície ($i=3$) e α é a constante de decaimento escolhida. As funções de forma para um elemento infinito que utiliza a função de interpolação acima são dadas por:

$$N(\varepsilon, \eta) = P_a^{int}(\varepsilon)P(\eta) \quad (2)$$

onde $P(\eta)$ é a função de interpolação padrão de elementos finitos na perpendicular à direção de propagação. As funções de forma para um elemento com três nós na direção de propagação e dois nós na direção perpendicular são dadas por :

$$N_a(\varepsilon, \eta) = \frac{(1-\eta)}{2} P_a(\varepsilon) \quad \text{para } a=1,2,3 \quad (3)$$

$$N_a(\varepsilon, \eta) = \frac{(1+\eta)}{2} P_{a-3}(\varepsilon) \quad \text{para } a=4,5,6 \quad (4)$$



onde as coordenadas (ε, η) estão relacionadas ao domínio original através de funções de mapeamento. As funções de forma para um elemento de canto, que utiliza funções de propagação em ambas as direções são dadas por:

$$N_{ab}(\varepsilon, \eta) = P_a^{int}(\varepsilon)P_b^{int}(\eta) \quad (5)$$

Figura 1 - Elemento infinito de seis nós

As constantes c_{ij} são determinadas através da compatibilização dos deslocamentos do elemento com os da malha de elementos finitos. Assim:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-\frac{1}{2}(\alpha+ik_1)} & e^{-\frac{1}{2}(\alpha+ik_2)} & e^{-\frac{1}{2}(\alpha+ik_3)} \\ e^{-\alpha-ik_1} & e^{-\alpha-ik_2} & e^{-\alpha-ik_3} \end{bmatrix} [C] = [I] \quad (6)$$

onde $[I]$ é a matriz identidade e $[C]$ é a matriz dos coeficientes de propagação. Utilizando um processo de separação dos diversos harmônicos que constituem as funções de forma e suas derivadas é possível calcular as matrizes de massa e rigidez de elementos infinitos de forma analítica para os casos onde os elementos tem seus lados perpendiculares (Barros, 1996):

$$[K]_{lm} = J \cdot \sum_{j=1}^3 \sum_{r=1}^3 [\bar{B}]_j^T [D] [\bar{B}]_r \frac{2}{2\alpha + i(k_j + k_r)} \quad (7)$$

$$[M]_{lm} = J \cdot \sum_{j=1}^3 \sum_{r=1}^3 \int_{-1}^1 [\bar{N}]_j^T \rho [\bar{N}]_r d\eta \frac{1}{2\alpha + i(k_j + k_r)} \quad (8)$$

Para o elemento de seis nós com lados paralelos, estas matrizes são dadas por (Barros, 1996):

$$[K]_{lm} = J \cdot \sum_{j=1}^3 \sum_{r=1}^3 \sum_{s=1}^3 \sum_{t=1}^3 [\bar{B}]_{jr}^T [D] [\bar{B}]_{st} \frac{1}{[2\alpha + i(k_j + k_s)] [2\alpha + i(k_r + k_t)]} \quad (9)$$

$$[M]_{lm} = J \cdot \sum_{j=1}^3 \sum_{r=1}^3 \sum_{s=1}^3 \sum_{t=1}^3 [\bar{N}]_{jr}^T \rho [\bar{N}]_{st} \frac{1}{[2\alpha + i(k_j + k_s)] [2\alpha + i(k_r + k_t)]} \quad (10)$$

onde J é o determinante da transformação e as matrizes $[\bar{B}]_k$ e $[\bar{N}]_k$ são calculadas utilizando-se o k -ésimo harmônico das funções de forma. Para o elemento de canto as matrizes $[\bar{B}]_{kl}$ e $[\bar{N}]_{kl}$ são calculadas levando-se em conta o par k -ésimo harmônico na direção ε e l -ésimo harmônico na direção η .

3. RESULTADOS

Os elementos infinitos foram utilizados para a determinação da matriz de flexibilidade de uma estrutura rígida enterrada e de uma fundação parcialmente engastada em um semi-espaço viscoelástico. Para estrutura e fundação rígidas e sem massa, é possível relacionar as forças com os deslocamentos resultantes por meio de:

$$\begin{Bmatrix} V \\ U \\ \theta B \end{Bmatrix} = \pi G [C] \begin{Bmatrix} F_y \\ F_x \\ M_z/B \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Onde F_x e F_y são as forças aplicadas ao longo dos eixos principais e M_z é o momento aplicado no eixo perpendicular ao plano. Uma vez que o movimento vertical não é acoplado dinamicamente com os movimentos horizontal e angular e que existe a correspondência entre os termos de acoplamento acima e abaixo da diagonal principal, a estrutura da matriz de flexibilidade é dada por:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{vv} & 0 & 0 \\ 0 & C_{hh} & C_{hm} \\ 0 & C_{mh} & C_{mm} \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde $C_{hm} = C_{mh}$. Estudou-se ainda a influência do índice de engastamento para fundações enterradas, $I_e = H/B$ (ver Figura 2) no comportamento dinâmico da fundação. São analisados valores de I_e de 0.50 (enterramento raso) e 2.00 (enterramento profundo). Para a fundação parcialmente engastada utilizou-se um índice de engastamento parcial, definido por $I_g = L/B$ (ver Figura 4). Na sequência são descritas as principais características das malhas utilizadas, sua geometria e o número de graus de liberdade associados a cada malha. As figuras 3a e 3b mostram as malhas utilizadas para fundações enterradas, enquanto que a figura 4 mostra a malha utilizada para fundações parcialmente engastadas. As figuras 5 a 10 trazem os resultados numéricos obtidos com o elemento infinito proposto comparados com aqueles obtidos através de uma implementação do método dos elementos de contorno (Almeida Barros, 1996). Nas

figuras contendo resultados, Re e Im representam as partes real e imaginária das funções mostradas. Assumiu-se amortecimento histerético constante, com coeficiente η para todos os exemplos.

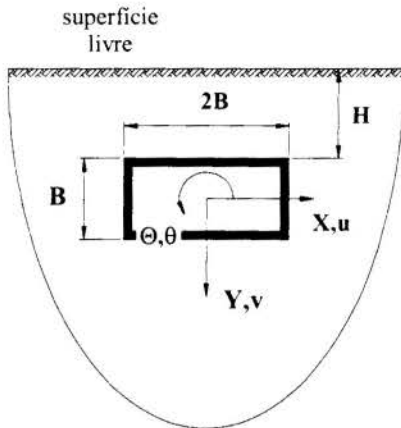


Figura 2 - Estrutura enterrada em meio viscoelástico

Para a estrutura enterrada o modelamento da região próxima à fundação foi realizado através de elementos finitos quadráticos. Para a análise foram empregadas malhas de elementos finitos com 4320 GL's e 1466 GL's equivalendo aproximadamente a uma relação 3:1.

A estrutura foi admitida rígida e sem massa e de dimensões gerais dadas em função da sua semi-largura, ver figura ao lado. Os resultados foram comparados com os obtidos por Almeida Barros(1996) através de funções de Green

As curvas são fornecidas em termos de uma frequência adimensional a_0 , definida como $a_0 = \omega B / C_2$ onde B é uma distância característica da fundação, ω é a frequência de excitação e C_2 é a velocidade de propagação das ondas de cisalhamento no caso elástico.

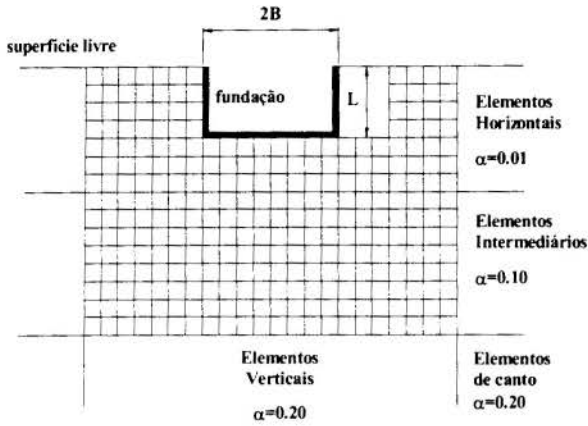
(A)

(B)

Figura.3 - Modelamento do problema de interação solo-estrutura enterrada.

malha A = 4320 GL's
malha B = 1466 GL's

É importante ressaltar que na modelagem do semi-espaço os elementos infinitos foram agrupados em quatro categorias: elementos horizontais (nos quais as ondas de superfície tem papel fundamental), elementos intermediários, elementos verticais (nos quais é admitida pouca presença das ondas de superfície) e elementos de canto. Para o modelamento foram usados coeficientes de decaimento para cada categoria conforme ilustrado na figura anterior.



Para a fundação foram analisados índices de engastamento de 0.50, 1.00 e 2.00. A malha utilizada possui 1782 GL's e a fundação foi modelada utilizando 4x8 elementos lagrangeanos quadráticos. A comparação é feita com Von Estorff (1984) que utilizou o método dos elementos de contorno. Foram utilizados $\nu=0.33$ (Poisson) e $\eta=0.05$ (amortecimento).

Figura 4 - Fundação engastada e malha de elementos finitos/Infinitos

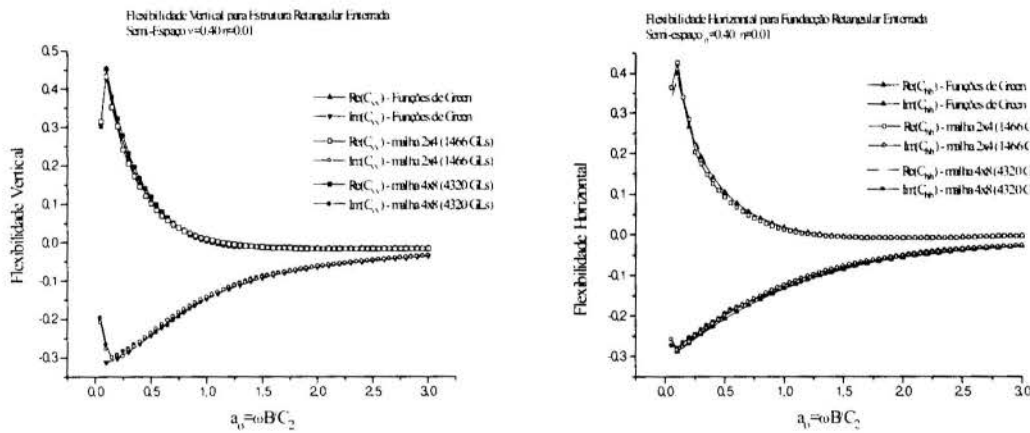


Figura 5 - Curvas de Flexibilidade Linear para Fundação Retangular Enterrada. $I_e=0.50$ e $\nu=0.40$. Amortecimento Histerético a 0.01

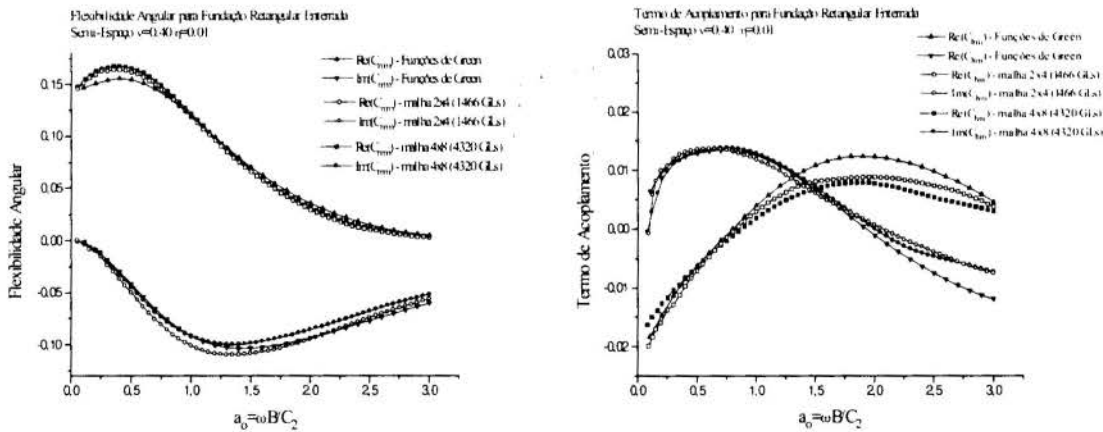


Figura 6 - Curvas de Flexibilidade Angular para Fundação Retangular Enterrada. $I_e=0.50$ e $\nu=0.40$. Amortecimento Histerético a 0.01

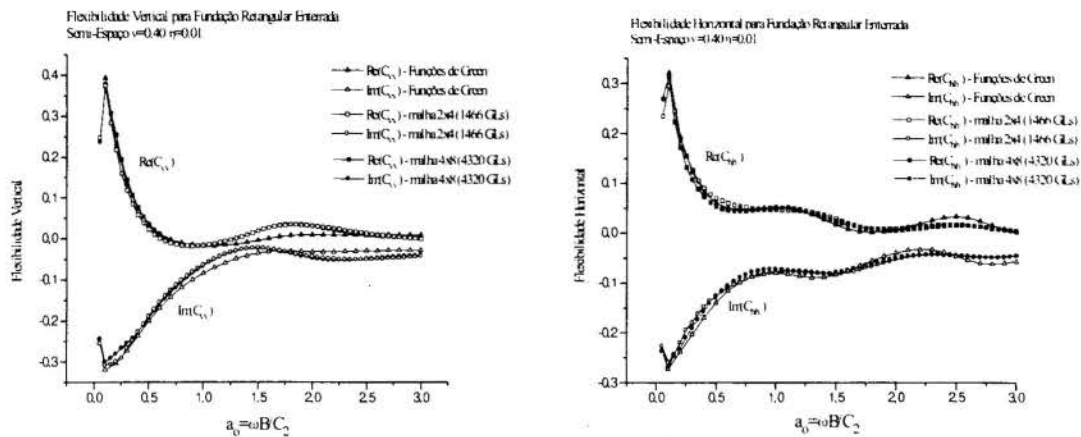


Figura 7 - Curvas de Flexibilidade Linear para Fundação Retangular Enterrada. $I_e=2.00$ e $\nu=0.40$. Amortecimento Histerético a 0.01

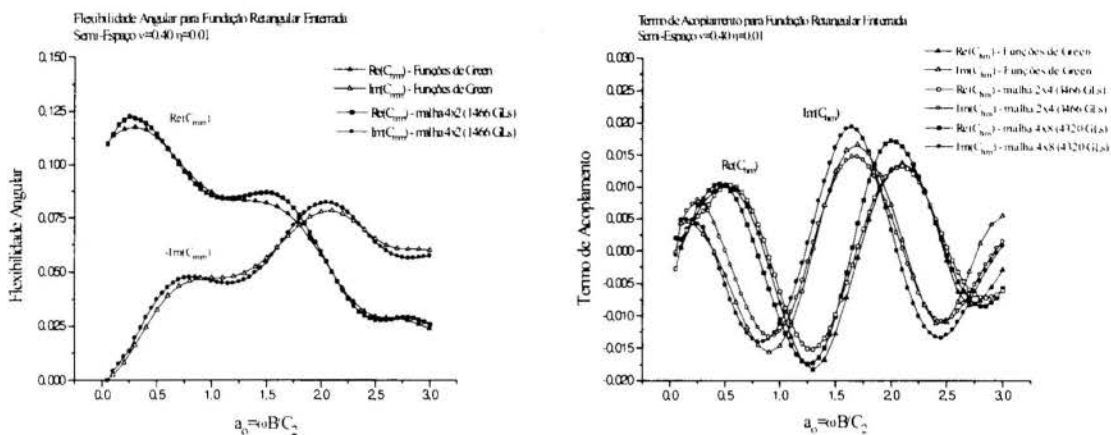


Figura 8 - Curvas de Flexibilidade Angular para Fundação Retangular Enterrada. $I_e=2.00$ e $\nu=0.40$. Amortecimento Histerético a 0.01

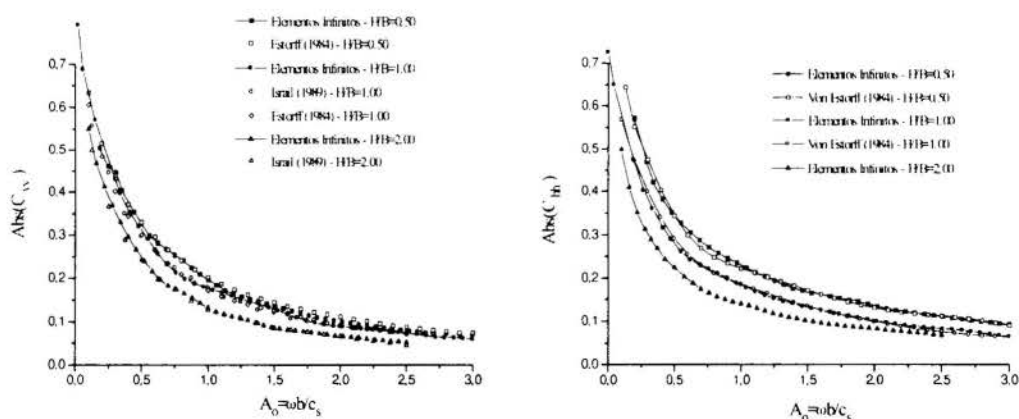


Figura 9 - Curvas de Flexibilidade Linear para Fundação Engastada em Semi-Espaço Viscoelástico Homogêneo. $\nu=0.33$ e $\eta=0.05$

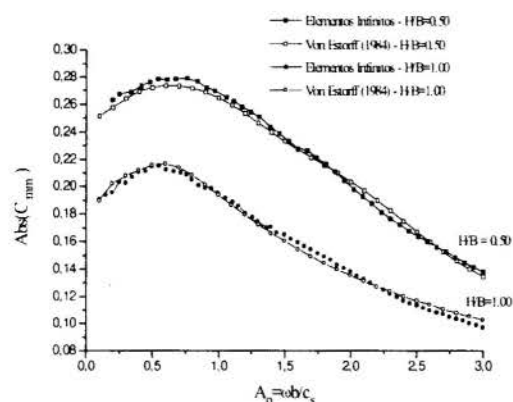


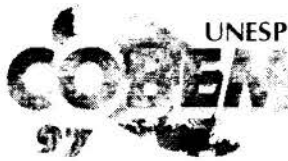
Figura 10 - Curvas de Flexibilidade Angular para Fundação Engastada em Semi-Epaço Viscoelástico Homogêneo. $\nu=0.33$ e $\eta=0.05$

4. CONCLUSÕES

Conforme se verifica pelas curvas de flexibilidade a utilização de elementos infinitos para o modelamento da condição de radiação permite excelentes resultados mesmo para o caso de estruturas profundamente enterradas e nos casos onde pouco amortecimento material está presente. Resultados razoáveis podem ser obtidos com uma densidade de malha relativamente baixa. À medida em que a estrutura é posicionada mais distante em relação à superfície maiores oscilações são esperadas nas curvas de flexibilidade. Estas oscilações são o resultado, principalmente, dos modos de vibração da camada de solo que fica acima da estrutura.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- REISSNER, E., Stationare, Axialsymmetrische, Durch eine Schutz-elnde Mass erregte Schwingungen eines Homogenen Elastischen Halbraumes, *Ing. Arc.* v.7, p.371, 1937.
- LUCO, J.E. & WESTMANN, R.A., Dynamic Response os a Rigid Footing Bounded to an Elastic Half-Space. *Journal of Applied Mechanics*, p.527-536, June 1972.
- KARASUDHI, P. K. & L.M. LEE, S.L., Vibratory Motion of a Body on an Elastic Half-Space. *J. Appl. Mechanics ASME*, p.697, v.35E, 1968.
- WOLF, J.P., *Dynamic Soil Structure Iteration*, Prentice-Hall , Englewood Cliffs, N.J., 1985.
- GAZETAS, G.C., Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. v.2, n.1, p.2-41, 1983.
- BETESS, P., *Infinite Elements*. Sunderland, Penschaw Press , U.K., 1992.
- BARROS, R.M., *Elementos Infinitos para Tratamento de Problemas da Visco-elastodinâmica*, Dissertação de Mestrado, FEM/UNICAMP - Campinas, Outubro 1996.
- AMEIDA BARROS, P.L. *Elastodinâmica de Meios Transversalmente Isotrópicos: Funções de Green e o Método dos Elementos de Contorno na Análise da Interação Solo-Estrutura*, Tese de Doutorado, FEM/UNICAMP - Campinas, Dezembro 1996.



PAPER CODE: COB186

INTEGRAL TRANSFORM TECHNIQUE IN 2D DRYING PROBLEMS

João Batista Furlan Duarte & Júlio Wilson Ribeiro

Departaments of Physics and Computer Science – UFC.

Rua Carolina Sucupira, 62, apto. 603 – Aldeota CEP 60140-120 – Fortaleza/CE, Brazil

E-mail: jwilson@lia.ufc.br and furlan@fisica.ufc.br

Abstract

Multidimensional drying in capillary porous media is analytically solved for the associated temperature and moisture content distributions. Luikov's model with linear transport coefficients and two-dimensional plate geometry is adopted for description of the simultaneous heat and mass transfer phenomena. The generalised integral transform technique (G.I.T.T.) is employed in the automatically global error-controlled solution of the coupled partial differential equations, and the convergence behaviour of the proposed eigenfunction expansions is illustrated.

Keywords

Integral Transform Method. Simultaneous Heat and Mass Transfer. Porous Media. Thermophysics. Drying. Luikov Problem. Método da Transformada Integral Transferência Simultânea de Calor e Massa Meios Porosos Termodinâmica Problema de Secagem de Luikov.

1. INTRODUCTION

The system of equations proposed by Luikov (1975) is by far the most frequently adopted in the study of drying phenomena in capillary porous media with various applications in the engineering and applied sciences. The integral transform method (Cotta, 1993, 1997) has been quite recently and successfully utilised in the hybrid numerical-analytical solution of such problems, for both the linear (Duarte, 1995, Ribeiro et al, 1993) and non-linear versions (Ribeiro et al., 1995), offering the attractive feature of automatic global error control in the final results. Both applications previously considered (Duarte, 1995, Ribeiro et al, 1993, 1995) were, however limited to one-dimensional slab geometries, and the interest in studying multidimensional situations is ever increasing, as demonstrated by the finite element method numerical solution in Thomas et al. (1980). Therefore, the present contribution advances the integral transform methodology to be applicable in multidimensional drying problems, such as the one formulated in Lewis et al. (1996) and Thomas et al. (1980), and demonstrates another attractive feature of this class of hybrid method, i.e., the just very mild increase in computational effort for increased number of dimensions in the problem (independent variables). Essentially, it is reconfirmed that the overall computational cost in implementing the one-dimensional simulation is exactly comparable to that of solving the two-dimensional problem here proposed.

2. ANALYSIS

We consider the heat and mass balance equations written in dimensionless form, for a symmetric plate geometry as depicted in Thomas et al. (1980), subjected to uniform prescribed boundary temperatures and moisture contents, and evaluating from uniform initial distributions (Duarte et al. 1995). The transport coefficients are assumed constant and the problem formulation according to Luikov's theory (Luikov, 1975) is given by Duarte (1995):

$$\frac{\partial \Theta_1(X, Y, \tau)}{\partial \tau} = \alpha \nabla^2 \Theta_1(X, Y, \tau) - \beta \nabla^2 \Theta_2(X, Y, \tau); 0 < X < 1, 0 < Y < 1; \tau > 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(X, Y, \tau)}{\partial \tau} = Lu \nabla^2 \Theta_2(X, Y, \tau) - Lu Pn \nabla^2 \Theta_1(X, Y, \tau); 0 < X < 1, 0 < Y < 1; \tau > 0 \quad (2)$$

with initial conditions

$$\Theta_1(X, Y, 0) = \Theta_2(X, Y, 0) = 0; \quad 0 < X < 1, 0 < Y < 1 \quad (3,4)$$

and boundary conditions

$$\frac{\partial \Theta_1(0, Y, \tau)}{\partial X} = 0; \quad \frac{\partial \Theta_1(X, 0, \tau)}{\partial Y} = 0; \quad \tau > 0 \quad (5,6)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(0, Y, \tau)}{\partial X} - Pn \frac{\partial \Theta_1(0, Y, \tau)}{\partial X} = 0; \quad \tau > 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(X, 0, \tau)}{\partial Y} = 0; \quad \tau > 0 \quad (8)$$

$$\Theta_1(1, Y, \tau) = \Theta_2(1, Y, \tau) = 1; \quad \tau > 0 \quad (9,10)$$

$$\Theta_1(X, 1, \tau) = \Theta_2(X, 1, \tau) = 1; \quad \tau > 0 \quad (11,12)$$

where,

$$\alpha = 1 + \epsilon Ko Lu Pn; \quad \beta = \epsilon Ko Lu \quad (13,14)$$

and, *Lu* is the Luikov number, *Pn* is the Posnov number, *Ko* is the Kossovitch number, ϵ is the phase-change criterium, θ_1 is the dimensionless temperature distribution, θ_2 is the dimensionless moisture content distribution, and *K* is the plate aspect ratio ($=l_x/l_y$).

Without loss of generality and using the formalisms of the integral transform method (Cotta, 1993, 1997) the solution of system eq.(1,2) is proposed in terms of eigenfunction expansions from a pair of decoupled Sturm-Liouville type eigenvalue problems for the temperature and moisture expansions, in the form:

$$\Theta_k(X, Y, \tau) = \Theta_{ks}(X, Y) + \sum_{i=1}^{\infty} \Psi_{ki} \bar{\Theta}_{ki}(\tau); \quad \tau > 0; \quad k=1,2 \quad (15)$$

where Θ_{ks} are the steady-state solutions, Ψ_{ki} are the normalised eigenfunctions, and $\bar{\Theta}_{ki}$ are the transformed potentials, obtained from numerical solution of the resulting ordinary differential system, after completion of the integral transformation process.

Initial value problem solvers with local error control schemes are employed for solving the truncated version of the transformed O.D.E. system. An adaptive procedure is utilised to automatically reduce, along the integration path, the truncation orders required for a certain user prescribed accuracy, yielding, as a by-product, a global error estimator. Since all the integrals are analytically evaluated and besides, since a re-ordering scheme for the double integral transformation synthesis is utilised, the final outcome is that the one and two-dimensional simulations reduce to essentially the same total computational cost.

3. RESULTS AND DISCUSSION

The Luikov problem depicted above is now solved using the integral transform technique. The numerical results allow for an inspection of the overall convergence behaviour for the proposed eigenfunction expansions. The governing parameters, according to the data in Thomas et al. (1980), assume the following values: **Lu** = 0.001834; **Ko** = 7.009; **Pn** = 5.556; ϵ = 0.3; **K** = 4.0, and the truncation orders, N , were taken less or equal to 70, for each expansion (or maximum of 105 simultaneous O.D.E.'s). The computer program was implemented on a Pentium 200 MHz microcomputer, and a typical run took less than 30 seconds of CPU time.

Table 1 below illustrates the convergence behaviour of the two expansions (different N 's) for temperature (Θ_1) and moisture potential (Θ_2), obtained at the plate centrelines ($Y = 0.5$) and different X positions. Since the heat and mass transfer processes have, for this problem, markedly different time constants, the values of dimensionless time considered in each case, are different. The excellent convergence characteristics are, in both potentials, quite evident, with full convergence to four digits to moisture distribution and three digits to temperature distribution being achieved at N as low as 70. Such results open up broad perspectives for extension of this approach into even more involved coupled parabolic problems.

Figures (1-4) show the dimensionless temperature and moisture evaluations, in the X direction, for $Y=0.0$ and $Y=0.5$ for different dimensionless times. However, the Luikov's number adopted have a small value, so the dimensionless time constant to heat transfer is smaller than the dimensionless time constant to moisture transfer, from this is quite evident the reason of different dimensionless times for temperature and moisture distribution.

4. NOMENCLATURE

K	Aspect ratio
Lu	Luikov number
Pn	Posnov number
Ko	Kossovitch number
ϵ	Phase change criterion
τ	Dimensionless time
Θ_1	Dimensionless temperature distribution
Θ_2	Dimensionless moisture distribution
X	Dimensionless co-ordinate
Y	Dimensionless co-ordinate

Table 1: Convergence behaviour of temperature, Θ_1 , (left side) and moisture, Θ_2 , (right side) expansions, $Lu=0.001834$, $Pn=5.556$, $Ko=7.009$, $\epsilon=0.3$.

$\tau=0.0015 : \Theta_1(X,0.5,\tau)$					$\tau=7.0 : \Theta_2(X,0.5,\tau)$				
X\N	10	50	55	60	X\N	10	15	20	35
0.0	.5083	.5054	.5051	.5049	0.0	.4479	.4480	.4416	.4429
0.2	.5028	.5053	.5051	.5050	0.2	.4382	.4381	.4442	.4429
0.4	.5083	.5053	.5055	.5054	0.4	.4469	.4469	.4417	.4430
0.6	.5148	.5160	.5162	.5161	0.6	.4466	.4468	.4505	.4494
0.8	.6297	.6296	.6299	.6298	0.8	.5596	.5595	.5575	.5582
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.0	1.000	1.000	1.000	1.000
$\tau=0.025$					$\tau=15$				
X\N	10	50	55	60	X\N	10	15	20	35
0.0	.6697	.6692	.6689	.6687	0.0	.6862	.6862	.6860	.6860
0.2	.6690	.6692	.6690	.6689	0.2	.6860	.6860	.6862	.6861
0.4	.6724	.6714	.6716	.6715	0.4	.6892	.6892	.6890	.6890
0.6	.6941	.6940	.6941	.6941	0.6	.7125	.7125	.7126	.7126
0.8	.7915	.7922	.7924	.7924	0.8	.8081	.8081	.8081	.8081
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.0	1.000	1.000	1.000	1.000
$\tau=0.045$					$\tau=26$				
X\N	10	50	55	60	X\N	10	15	20	35
0.0	.8509	.8507	.8503	.8502	0.0	.8563	.8563	.8563	.8563
0.2	.8515	.8514	.8513	.8512	0.2	.8573	.8573	.8573	.8573
0.4	.8578	.8570	.8571	.8571	0.4	.8631	.8631	.8631	.8631
0.6	.8776	.8774	.8775	.8775	0.6	.8834	.8834	.8834	.8834
0.8	.9240	.9246	.9249	.9249	0.8	.9298	.9298	.9298	.9298
1.0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.0	1.000	1.000	1.000	1.000

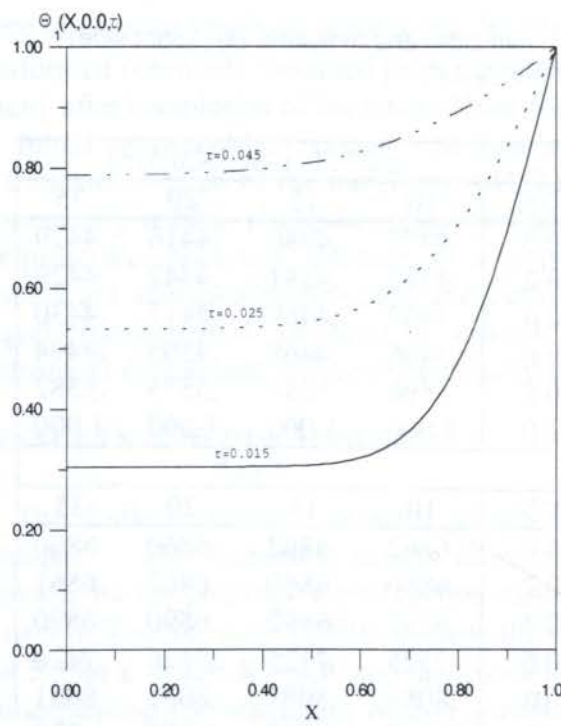


Figure 1 - Evolution of temperature profiles during drying process. $Lu=0.001834$, $Pn=5.556$, $Ko=7.009$, $\epsilon=0.3$.

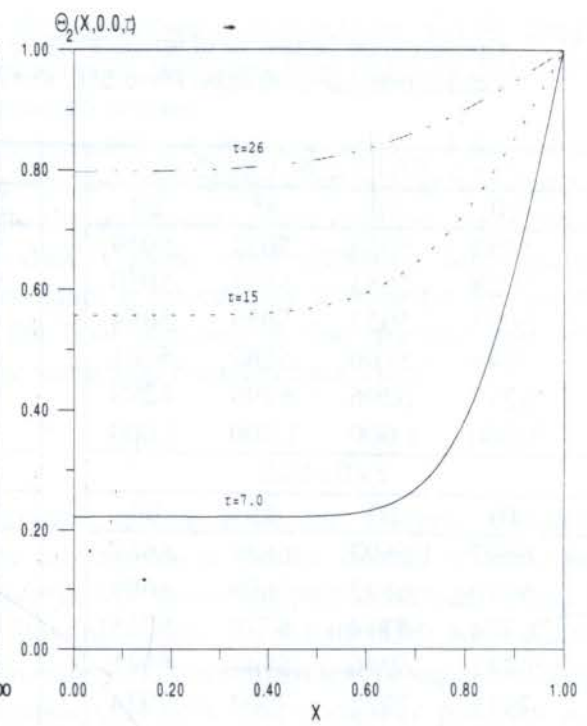


Figure 2 - Same as left for moisture potential.

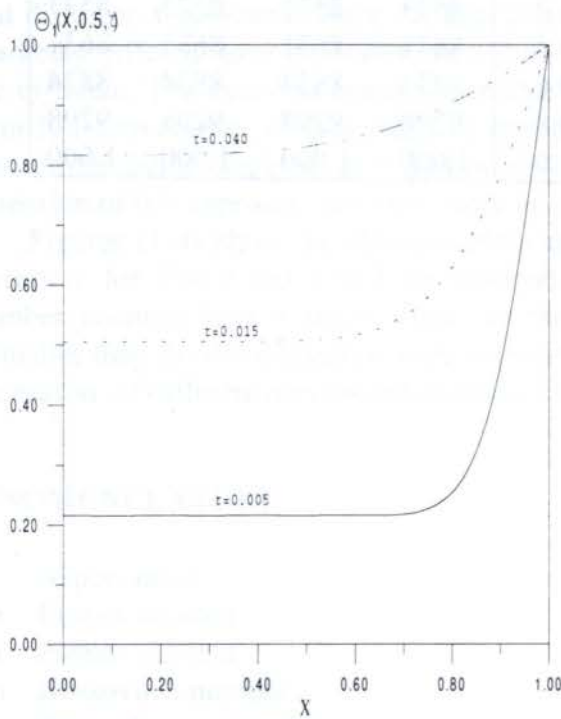


Figure 3 - Evolution of temperature profiles during drying process. $Lu=0.001834$, $Pn=5.556$, $Ko=7.009$, $\epsilon=0.3$.

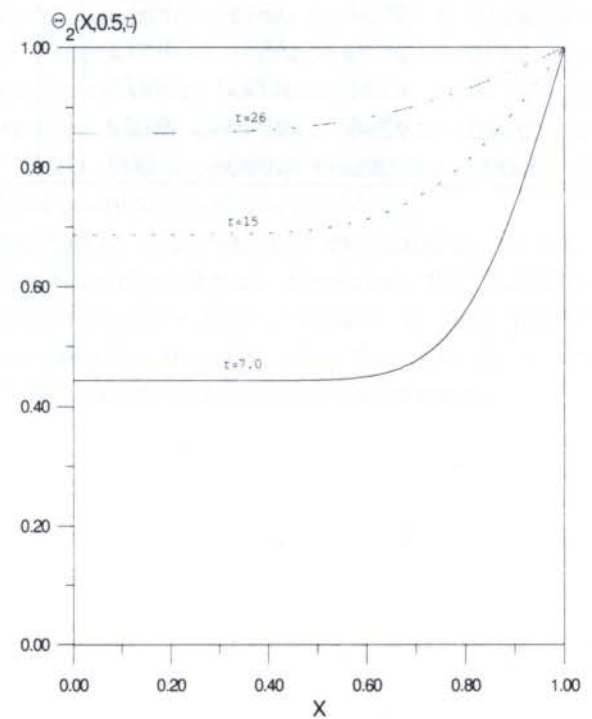


Figure 4 - Same as left for moisture potential.

5. ACKNOWLEDGEMENT

The authors wish to acknowledge to CNPq, The British Council, FUNCAP and LIA.

6. REFERENCES

COTTA, R.M., *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*; CRC Press, Boca Raton, Florida, 1993.

COTTA, R.M and MIKHAILOV, M. D., *Heat Conduction*, John Wiley & Sons, 1997.

DUARTE, J.B.F., *Solução Numérica da Difusão de Calor e Massa em Meios Bidimensionais Capilares Porosos*, Dissertação de Mestrado, U.F.C., 1995.

DUARTE, J.B.F. and RIBEIRO, J.W., *Integral Transform Solution of Two-Dimensional Coupled Parabolic Differential Equations*, Conferência Italia-Latinoamericana sobre Matemática Aplicada e Industrial - ITLA97, Roma, Itália, 1997.

LEWIS, R. W., MORGAN, K., THOMAS, H. R., and SEETHARAMU, K. N., *The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis*, John Wiley & Sons, 1996.

LUIKOV, A.V., *System of Differential Equations of Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Bodies (Review)*, *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol. 18, pp. 1- 44 1975.

RIBEIRO, J.W., COTTA, R.M. & MIKHAILOV, M.D., *Integral Transform Solution of Luikov's Equations for Heat and Mass Transfer in Capillary Porous Media*, *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol. 36, pp. 4467-4475, 1993.

RIBEIRO, J.W. & COTTA, R.M., *On the Solution of Non-Linear Drying Problems in Capillary Porous Media Through Integral Transformation of Luikov Equations*, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 38, pp. 1001-1020, 1995.

THOMAS, H.R., MORGAN, K. & LEWIS, R.W., *A Fully Non-linear Analysis of Heat and Mass Transfer Problems in Porous Bodies*, *Int. J. Num. Meth. Eng.*, vol. 15, pp.1381-1393, 1980.



PAPER CODE: COB210

**OPTIMIZATION OF FORCED DYNAMIC SYSTEM RESPONSE: THE
MINIMUM VIBRATION PROBLEM / OTIMIZAÇÃO DA RESPOSTA
FORÇADA DE UM SISTEMA DINÂMICO: O PROBLEMA DA
VIBRAÇÃO MÍNIMA.**

DAVID MAURICIO & JULIO MACIEL TREIGUER

*Sciences and Technology Center - State University of Norte Fluminense - CCT /UENF
Av. Alberto Lamego, 2000, 28015-620 - Campos, RJ - Brazil - E-mail: {mauricio,treiguer}@uenf.br*

Abstract

We introduce an optimization model and an approximation method to minimize the maximum vibration amplitude of multi-degree-of-freedom dynamic system. This system is discrete, linear and time-invariant. It is represented by the motion equation in the state-space form and characterized by modes. The presented optimization model corresponds to a global optimization problem. We develop simulated tests involving forced 3-dof-system response. At the end we present the results, discuss applications and next developments.

Keywords

Dynamic system, the minimum vibration problem, global optimization, heuristic algorithm, vibration analysis. Sistemas dinâmicos, o problema da vibração mínima, otimização global, algoritmo heurístico, análise de vibração.

1. INTRODUCTION

The industrial competitiveness in the several services and production areas needs, each time, more and more the use of scientific and interdisciplinary technologies and methodologies. In the First World Congress on Optimal Design of Structural Systems (1993), we observe the use of optimization techniques in several engineering sectors.

Given a dynamic system, the minimum vibration problem consists in to compute the parameters of the system with the purpose of minimize the maximum vibration amplitude. This problem is important in several areas of engineering design. We can see studies of problems of vibration reduction using optimization in (Ganguli *et al.*, 1996) where they use the optimization over a specific dynamic system (helicopter rotor).

This work introduces an optimization model and an approximated approach to solve the minimum vibration problem (PMV) of a dynamic system. The dynamic system considered is represented by a mechanic and discrete system of multi-degree-of-freedom. This mechanic system is linear and time-invariant. However, the proposed approach can be used for nonlinear and time invariant dynamic system. In (Mauricio *et al.*, 1996) we developed tests using free response, in this paper we develop tests when we apply our approach in forced response of the dynamic system. This forced response is represented by the displacement of one mass of the system. In these tests we consider two cases where the excitation is a random or impulsive force.

We organize the work as follows: In section 2, the dynamic system, the minimum vibration problem and an optimization model are described. An approximation model and an approximation algorithm are presented in section 3. The section 4 describes a numerical example of a 3-dof system for illustrating the proposal algorithm. In this section we have two tests involving the forced case. The conclusion and suggestions follow in section 5.

2. THE MINIMUM VIBRATION PROBLEM

2.1 The Dynamic System

In this subsection we describe the dynamic system considered. The equation of motion in the state-form for a dynamic system is given by Luenberger, (1979):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \quad (1)$$

where $\mathbf{u}(t)$, is the excitation vector, $\mathbf{x}(t)$ is the state vector, \mathbf{A} is the system matrix and \mathbf{B} is the distribution matrix. Being the mechanical system, discrete, of n -degree-of freedom with viscous damping, we have:

$$\mathbf{u}(t)_{2nx1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}(t)_{2nx1} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \mathbf{q}'(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{2nx2n} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{2nx2n} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{M}^{-1} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

where $\mathbf{Q}(t)$ is the $nx1$ generalized force vector, $\mathbf{q}(t)$ is the $nx1$ generalized coordinate vector, \mathbf{M} nxn is a mass matrix, \mathbf{K} nxn is a stiffness matrix, \mathbf{C} nxn is a damping matrix and \mathbf{I} nxn is a identity matrix. Using the characteristic equation and the linear homogeneous equation of the system we can obtain respectively its eigenvalues λ_r and eigenvectors ψ_r and express the vector $\mathbf{x}(t)$ by a linear combination (Luenberger, 1979, Treiguer, 1992). Being \mathbf{M} , \mathbf{C} and \mathbf{K} real and the damping nonproportional, the eigenvalues and the eigenvectors are complex conjugate pairs and the linear combination that represents the solution vector $\mathbf{x}(t)$ can be expressed by a complex conjugate solution. Finally utilizing some considerations we obtain the general response of state equation, $\mathbf{x}(t)$, (Treiguer, 1992):

Considering the original generalized vector force $\mathbf{Q}(t) = [0, \dots, 0, Q_j(t), 0, \dots, 0]$, and the original generalized coordinate vector $\mathbf{q}(t) = [0, \dots, 0, q_i(t), 0, \dots, 0]$, we can write the general solution such as Treiguer, (1992):

$$q_i(t) = q_{hi}(t) + q_{pji}(t) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

In equation (3) we consider the modal model excited by one "j" force that results in "i" displacement of the original system. The first term of the right side of the equality (3) is the "i" free response of the system. We can see this response in (Treiguer, 1992, Treiguer and Mauricio 1997). The second term of the right side of the equality of (3) is the forced response of the system given by the convolution product between the "j" force and the impulse response $h_{ij}(t)$ of the system. Using the characteristic of amplitude, damping, frequency and phase of the system we can write this response such as:

$$q_{pji}(t) = h_{ij}(t) * Q_j(t)$$

$$h_{ij}(t) = \sum_{r=1}^n A_{rij} e^{-\sigma_r t} \text{sen}(w_{dr} t - \alpha_{rij}), \quad A_{rij} = 2 |\phi_{ri}| |\phi_{rj}| \quad \text{and} \quad (3.1)$$

$$\alpha_{rij} = \arctg \left[\frac{\text{Re}(\phi_{ri} \phi_{rj})}{\text{Im}(\phi_{ri} \phi_{rj})} \right] \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, n$$

where ϕ_r are the eigenvectors, A_r the amplitudes, α_r the phases and λ_r the eigenvalues of the "r" mode, given by:

$$\begin{aligned} \lambda_r &= -\sigma_r + w_{dr}; \sigma_r = \zeta_r w_r; w_{dr} = w_r(1 - \zeta_r^2) \quad \text{or} \\ w_r &= |\lambda_r|; \zeta_r = \frac{-\text{Re}(\lambda_r)}{|\lambda_r|}; \alpha_r = \text{arctg} \frac{\text{Re}(\lambda_r)}{\text{Im}(\lambda_r)}; \quad r = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

where w_r are the natural frequencies, ζ_r the viscous damping factors, w_{dr} the frequencies of the damped free vibration of the "r" mode.

2.2 The Optimization Model

The minimum vibration problem consists in computing the parameters of the system with the objective of minimize the maximum amplitude of its displacement. We consider for the system vibration the displacement of one of its mass (single-input, single-output), and in more general case the displacement of two or more mass (multi-input, multi-output).

The minimum vibration problem of a single-input and single-output dynamic system can be formulated as:

$$\text{(PMV):} \quad \text{Minimize } f(\mathbf{y}) = \text{Max}_{t \in [0, T]} q(t, \mathbf{y}) - \text{Min}_{t \in [0, T]} q(t, \mathbf{y}) \quad (5)$$

$$\text{s.t.:} \quad p_i(\mathbf{y}) \leq 0_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (6)$$

where $q: R^{n-1} \rightarrow R$ is the displacement function of the dynamic system and the variable $\mathbf{y} \in R^n$ represents the parameters of the system that can be changed (stiffness, mass, damping, etc.). The relation (6) represents the constraints of the system, for example: constraint of the damping factor, constraint of the natural frequency (it should be preserved approximately), etc. In the above model, we consider only horizontal displacement. Observe that, the maximum right and left displacement of the system in considered interval $[0, T]$ (T is a positive real constant) is given by $\text{Max}_{t \in [0, T]} q(t, \mathbf{y})$ (positive value) and $\text{Min}_{t \in [0, T]} q(t, \mathbf{y})$ (negative value) respectively. The objective function $f(\mathbf{y})$ in the relation (5) represents the maximum vibration function of the dynamic system in horizon $[0, T]$.

Observe that, the displacement q is a continuous and strongly nonlinear (in general) function. Therefore, the objective function f is continuous, strongly nonlinear (in general) and nondifferentiable (Dem'yanov *et al.*, 1985). In other words the Minimum Vibration Problem is a global optimization problem and therefore an NP-Hard problem.

In this work, the displacement function is described in (3.1). We consider an underdamping system, i.e., the constraint of the system is given by $0 < \zeta_r < 1$ (where ζ_r are the damping factors). The displacement occurs only in the axial direction (horizontal displacement), and we excite one mass and take the amplitude of the displacement in another. Other optimization model for (PMV) problem is discussed in Treiguer *et al.* (1997).

3. AN APPROXIMATION METHOD

We justify the development of an approximation method because the studied problem is NP-Hard and because only the objective and constraint function values are available. In this case is more adequate a procedure of discretization and search for solving (PMV) problem.

A procedure of discretization and search to solve global optimization problem is a conceptual and deterministic method. This procedure consists of two phases: the first phase

treats on discretization of domain problem and the second phase corresponds to a search procedure. This method guarantees an approximated optimal solution under some conditions (Mauricio *et al.*, 1996).

3.1 The Discretization

Since the values of the system parameters are finite, then without loss of generality, we can consider box constraints for the variables, i.e., there are finite constants l_i, u_i $l_i < u_i$, $i = 1, \dots, n$ such that any global optimal solution $\mathbf{y}^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)$ verifies $y_i^* \in [l_i, u_i]$, $i = 1, \dots, n$.

A discrete model for (PMV) problem consists in a discretization of the box constraints. Let $d_i > 1$ (integer constant) the number of discretizations of $[l_i, u_i]$, then we can consider the set $\{l_i, l_i + (u_i - l_i) / (d_i - 1), l_i + 2(u_i - l_i) / (d_i - 1), \dots, u_i\}$ as a discretization of the box constraint for the variable y_i .

3.2 The Search Procedure

The search procedure for computing the best discrete solution for (PMV) problem is based on one directional search. Fix all variables, except the first variable, with an initial value. Compute a value for this variable (free variable) for which the objective function (vibration amplitude) is minimum. Fix all variables with the same initial values except the first and second variables. Fix the first variable with the computed value and obtain a value for the second variable (free variable), for which the objective function is minimum. Thus, successively, these steps should be repeat for all the other variables.

The above procedure can be recursively applied. When the procedure is applied at first time, an initial value for the variables can be the lower bound of the box constraints, i.e. we can fix $y_i = l_i \forall i$. Otherwise, we can choose as an initial value for the variables, the computed values for the variables at the precedent run of the procedure. A stop rule for this recursive procedure is given when we do not obtain a better for the objective function value.

The above procedure does not guarantee the success in respect to find a feasible solution. It is the main difficult of this procedure. For keeping this difficult, we proceed to fix the variables with the value corresponding to least infeasible of the constraint functions (search of the least infeasible).

3.3 A Discrete and Search Algorithm

(1) Start:

Read d_i (number of discretization for x_i) for $i = 1, \dots, n$;

Set $y_i := l_i$, $y_i^u := l_i$ for $i = 1, \dots, n$; $f^u = +\infty$; $f^l := +\infty$;

(2) Main Process:

For $j := 1, \dots, n$

(2.1) Discretization:

Set $Y_j := \{l_j, l_j + (u_j - l_j) / (d_j - 1), l_j + 2(u_j - l_j) / (d_j - 1), \dots, u_j\}$

Set $V_j := \{y_j \in Y_j : p_i(y_1, \dots, y_n) \leq 0, i = 1, \dots, m\}$;

(2.2) Search of a Best Solution:

If $V_j \neq \emptyset$

Then Compute $\bar{y}_j \in \text{Arg min}\{f(y_1, \dots, y_n) : y_j \in V_j\}$;

Set $y_j := \bar{y}_j$;

If $f^a > f(y_1, \dots, y_n)$ then $f^a := f(y_1, \dots, y_n)$, $y_i^a := y_i$ for $i = 1, \dots, n$;

End-If

(2.3) Search of a Feasible Solution:

If $V_j = \emptyset$

Then Compute $\bar{y}_j \in \text{Arg min} \left\{ \sum_{i=1}^m \text{Max} \{ 0, p_i(y_1, \dots, y_n) \} : y_j \in V_j \right\}$;

Set $y_j := \bar{y}_j$;

End-If

End-For;

(3) Stop Test:

If $f^a = f^u$ then $\mathbf{y}^a = (y_1^a, \dots, y_n^a)$ is an approximated solution, STOP;

Set ; GO TO (2);

Remarks

- The initial values for the variables can be any point in the set of discrete box .
- The strategy used for computing a feasible solution (step 2.3) is similar to usual strategy used in integer linear programming (Nemhauser and Wolsey, 1988) and it is known as the least sum of infeasibles.
- The above algorithm iteration has complexity , where is a complexity to determine the objective function values (maximum amplitude of the system displacement for known parameters) and is a complexity to determine the constraints function value.
- The precision degree of the obtained solution by the algorithm depends on the number of discretizations (). As much as bigger , better solutions can be obtained, however the complexity of the algorithm increases. An another alternative for computing a better solution consists to reduce the box constraint. For example, let be the obtained solution after applied the algorithm 3.1, then fix and .
- We can use approximated optimality conditions in the step 3 (stop rule). However for our problem is very difficult to determine optimality condition, besides the (PMV) problem, in general, has many local optimal solutions.

4 - NUMERICAL EXAMPLES

The numerical examples are described by the discrete system shown in Fig. 1:



Figure 1: Discrete 3-dof system

The force is applied on mass and the response is obtained at mass . The springs exhibit linear behavior and the dampers are of viscous nature. The mass (Kg), damping (N/(m/s)) and stiffness (N/m) coefficients are: and , and we have four variable for the vector of parameters , given by: . Assuming the number of signal samples $N=128$ and its maximum time length $T=15s$, the processing parameters are given by: $= T/N = 0.1172s$, $= 1/2 \times \text{input type="text"/>} = 4.266\text{Hz}$, $= 1/\text{input type="text"/>} = 0.0667\text{Hz}$. where is the sampling time interval, the maximum frequency of signal and the sampling frequency interval. The numerical examples were realized in Pentium 100 MHz computer and use the PC-MATLAB software for simulate the dynamic system and the optimization algorithm .

First Test - Excitation : Random Force.

In this test we consider the mass m of the discrete system, Fig.1, excited by a random force $F(t)$. This force is represented by a noise with normal distribution, variance 1.0, and mean 0.0 and we can see it in (Treiguer *et al.*, 1997). In the same technical report we compared the unit impulse response and the random force of the system in frequency what showed that all modes of the system will be excited.

Next, we obtain the simulate forced responses of the system (3.1) (excited by a random force) changing the values of its stiffness. We use for all cases the number of discrete stiffness N , except in the first, second and third solution when we use N_1, N_2, N_3 . The following table shows the initial values and the obtained solution by our approach:

Table 1: Minimum Vibration-Forced Response-Random Force

Initial Values-Stiffness	Frequency(Hz)	Damping	Iterations	Amplitude
k_1, k_2, k_3, k_4	ω_1, ω_2	ζ_1, ζ_2	---	---
1000 100 1000 1000	1.0589 2.5901	0.0030 0.0080	---	0.6528
Solution-Stiffness	Frequency	Damping	Iterations	Amplitude
k_1, k_2, k_3, k_4	ω_1, ω_2	ζ_1, ζ_2	---	---
1080 50 920 1025	1.02374 2.51604	0.002988 0.008277	5	0.24763
1076.25 50 920.5 1025	1.02380 2.51651	0.002988 0.008276	2	0.24736
1076.31 50 920.53 1025.11	1.02384 2.51659	0.002988 0.008275	3	0.24733

The first solution corresponds to the application of the algorithm with initial points x_1, x_2, x_3, x_4 . The second solution corresponds to the application of algorithm with initial points, x_1, x_2, x_3, x_4 (the first solution) and the bounds $\omega_1, \omega_2, \zeta_1, \zeta_2$. The third solution corresponds to the application of the algorithm with initial points x_1, x_2, x_3, x_4 (the second solution), and the bounds $\omega_1, \omega_2, \zeta_1, \zeta_2$. We can see in Fig.2 the forced response considering the initial values for stiffness and in Fig.3 the best solution (third solution):

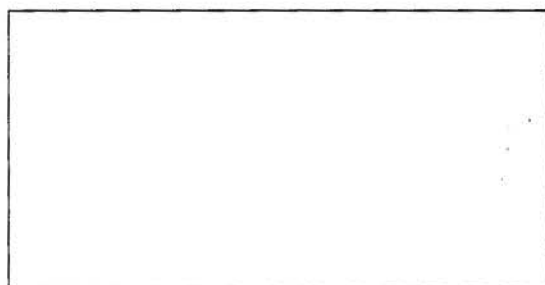


Figure 2: Forced Response-Random Force (initial values for stiffness) x_1, x_2, x_3, x_4

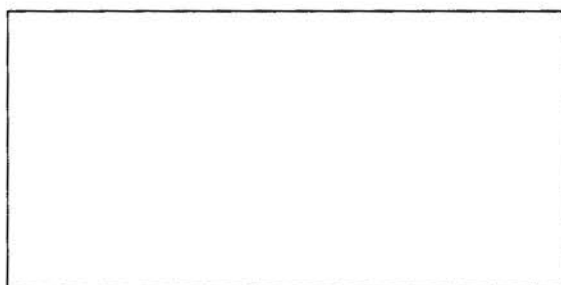


Figure 3: Forced Response-Random Force (final values for stiffness) x_1, x_2, x_3, x_4

Second Test - Excitation : Impulse Force.

In this test we consider the mass m of the discrete system, Fig.1, excited by an impulse force $F(t)$. This force is represented by a pulse that begins in t_0 with null amplitude, and has amplitude 225 at t_1 and t_2 , and null again till the end, where Δt is the sampling time interval. We can see the graphic of this force in (Treiguer *et al.*, 1997).

In the same technical report we can see too that the frequency band of the impulse force is enough to include all the dynamic system frequencies, exciting all the system modes.

Next, we obtain the simulate forced responses of the system (3.1) (excited by impulse force) changing the values of its stiffness. We use the number of discrete stiffness [redacted], [redacted] in the first solution, and [redacted] in the second and third solution. In the other cases we use [redacted]. The following table shows the initial values and the obtained solution by our approach:

Table 2: Minimum Vibration-Forced Response-Impulse Force

Initial Values-Stiffness	Frequency(Hz)	Damping	Iterations	Amplitude
[redacted]	[redacted]	[redacted]	---	---
1000 100 1000 1000	1.0589 2.5901	0.0030 0.0080	---	1.3928
Solution-Stiffness	Frequency	Damping	Iterations	Amplitude
[redacted]	[redacted]	[redacted]	---	---
1100 50 1065 1100	1.06770 2.67635	0.002863 0.0077830	3	0.608723
1100 50 1064.7 1100	1.06767 2.67612	0.002863 0.0077837	2	0.608720
1100 50 1064.88 1100	1.06769 2.67625	0.002863 0.0077833	2	0.608707

The first solution corresponds to the application of the algorithm with initial points [redacted]. The second solution corresponds to the application of algorithm with initial points, [redacted] (the first solution) and the bounds [redacted]. The third solution corresponds to the application of the algorithm with initial points [redacted] (the second solution), and the bounds [redacted]. We can see in Fig.4 the forced response considering initial values for stiffness and in Fig.5 the best solution (third solution):

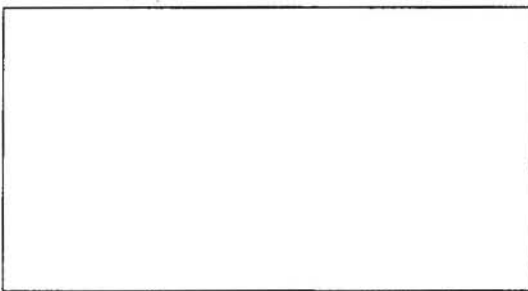


Figure 4: Forced Response-Impulse Force (final values for stiffness) [redacted]



Figure 5: Forced Response-Impulse Force (initial values for stiffness) [redacted]

5. CONCLUSIONS AND SUGGESTIONS

We presented an optimization model and an approximated method to solve the Minimum Vibration Problem (PMV) of the multi-dof-system. In the numerical examples we use a 3-dof-system and applied our approach in the forced response when the excitation was a random and impulse force. In case when the force was random, Fig.2 and Fig.3, we obtained [redacted] in the reduction of the vibration amplitude. In case when the force was a impulse, Fig.4 and Fig.5, we obtained similar results in this reduction, [redacted]. In tables 1 and 2 we can see that in all tests the characteristics of the system (damping and frequency) did not change significantly.

The presented optimization model considered damping constraints but we suppose that studies involving frequency response and frequency constraints are important. In these studies we could consider the importance of the mode's location. We can see situations that involve frequency constraints, as well, the importance of the choose of initial starting point design configuration in the design optimization process in (Ballinger and Herrin, 1995). In our work we developed the optimization model considering the changing in stiffness, in future we can consider, such as Ballinger and Herrin, (1995) another parameter's changing. We suppose the importance of the studies involving one more specific configuration system. Considering this case, we intend to develop tests using, for example, the simulation of the dynamic equation of the two-link planar manipulator, that we can see in (Craig, 1989). Finally, we can consider some studies involving the simultaneous application of identification and optimization methods in dynamic system, moreover the use of it in, for example, human reliability.

6. REFERENCES

- BALLINGER, R.S. & HERRIN, D.W. Energy Quotient Method for Design Optimization of a Frequency-Constrained Mechanical Dynamic Structure, *Proceedings, 13th International Modal Analysis Conference*, Vol. III, pp. 1869-1873, Nashville, USA, 1995.
- CRAIG, J.J. *Introduction to Robotics Mechanics and Control*, Addison -Wesley Publishing Company, Massachusetts, USA, 1989.
- DEM'YANOV, V.F. & VASILEV L.V. *Nondifferentiable optimization*. Optimization Software, Inc. Publication Division, New York, USA, 1985.
- GANGULI R., CHOPRA I. Aeroelastic Optimization of a Helicopter Rotor to Reduce Vibration and Dynamic Stresses, *Journal of Aircraft*, Vol. 12, No. 4, pp. 808-815., 1996.
- LUENBERGER, D.G. *Introduction to Dynamic System-Theory Models and Applications*, John Wiley & Sons, New York, USA, 1979.
- MAURICIO, D. & MACULAN, N. A Relationship Between Global Optimization and 0-1 Nonlinear Programming, *Technical Report LCENG 07/96*, State University of Norte Fluminense - CCT, Campos, RJ., Brazil, 1996.
- MAURICIO, D. & TREIGUER, J.M. Optimization of Dynamic System: The Minimum Vibration Problem, *2nd International Conference on Non-Linear Dynamics, Chaos and their Applications in Engineering Sciences*, São Pedro, SP., Brazil, 1996.
- NEMHAUSER, G. & WOLSEY, L. *Integer and Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons, New York, USA, 1988.
- Proceedings of The World Congress on Optimal Design of Structural Systems, Vol. I, II, Rio de Janeiro, Brazil, 1993.
- TREIGUER, J.M. From Systems to Stochastic Series: Applications in Time Domain Vibration Analysis", (in portuguese), *Ph.D. Thesis*, UNICAMP, Campinas, SP, Brazil, 1992.
- TREIGUER, J.M. & MAURICIO, D. Optimization of Free and Forced Dynamic System Response: The Minimum Vibration Problem, *Technical Report LCENG 01/97*, State University of Norte Fluminense - CCT, Campos, RJ., Brazil, 1997.



PAPER CODE: COB211

STOCHASTIC GRADIENT PROJECTION METHOD APPLIED TO AN EARTH MARS ORBIT TRANSFER PROBLEM

ATAIR RIOS NETO & FERNANDO MADEIRA

*Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento- IP&D, Univesidade do Vale do Paraíba-UNIVAP
12245-720 São Jose dos Campos, SP, Brasil - E-mail: atair@univap.br*

Embraer

12227-901 São Jose dos Campos, SP, Brasil

Abstract

A reviewed version of a stochastic gradient projection method is applied to an Earth Mars orbit transfer problem. Suboptimal open loop solutions are obtained by parameterization of the control and reduction of the dynamic optimization problem to one of nonlinear programming in each iteration of the numerical solution. A typical iteration is done by direct search and treated as a stochastic optimal linear parameter estimation problem. Random errors model the level of accuracy expected in the satisfaction of boundary constraints. Search increment determination is then done using a Gauss-Markov estimator in Kalman form. The resulting method is a stochastic version of the projection of the gradient that has the feature of inherently and automatically taking in account different specified errors in satisfaction of constraints. Numerical tests indicate that the method can produce results of quality comparable to that of an indirect numerical method.

Keywords

Suboptimal control, Stochastic projection of the gradient, Orbit transfer, Earth Mars orbit transfer.

1. INTRODUCTION

Though the use of control discretization to get a suboptimal and easier to be solved approximation of an optimal control problem is not new (Ceballos and Rios Neto, 1981; Smania and Rios Neto, 1988), its positive practical implications make it to still be a subject of research interest (Enright and Conway, 1992; Tang and Conway, 1995).

The adoption of such an approximation approach reduces the dynamical optimal control problem to one of parameter optimization in each iteration, thus allowing the use of linear and nonlinear programming solution methods. If constraints are considered taking in account random specified errors in their satisfaction, and if the search in the direction of objective function gradient is considered to be an a priori information , the problem of determining parameter search increments in each iteration can be viewed as a stochastic optimal linear parameter estimation problem . The resulting method is a stochastic version of the projection of the gradient (Rios Neto and Pinto, 1987) which inherently and automatically takes in account different specified random errors in the satisfaction of constraints.

It is thus in this context of general interest in nonlinear programming and suboptimal control problems, and motivated by recent applications results (Prado and Rios Neto, 1994; Madeira and Rios Neto, 1996; Madeira, 1996) that in what follows a reviewed version of a stochastic gradient projection method is presented and applied to an Earth Mars orbit transfer problem for the purpose of numerical testing.

2. SUBOPTIMAL APPROACH

Consider the quite general optimal control problem that follows.

Minimize:

$$J = g(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, t) dt \quad (1)$$

where $x(t)$ is the $n \times 1$ state vector; $u(t)$ is the $m_u \times 1$ control vector; and t_0 and t_f are the initial and final times respectively.

Subject to:

(i) dynamic constraints:

$$\dot{x} = f(x, u, p^p, t) \quad (2)$$

$$V_i(x, u, p^p, t) \leq 0, i = 1, 2, \dots, n_v \quad (3)$$

(ii) boundary constraints:

$$C_j^0(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f, p^p) = 0, j = 1, 2, \dots, m^0 \quad (4)$$

$$C_k^d(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f, p^p) \leq 0, k = 1, 2, \dots, m^d \quad (5)$$

where p^p is a vector of m^p design or project parameters to be also optimized.

Before going to the suboptimal treatment of this problem, consider the two intermediate transformations:

$$\dot{x}_{n+i} = \begin{cases} V_i(x, u, p^p, t) > 0 \\ 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$x_{n+i}(t_0) = x_{n+i}(t_f) = 0, i = 1, 2, \dots, n_v \quad (7)$$

$$\dot{x}_{n+n_v+1} = L(x, u, t) \quad (8)$$

$$x_{n+n_v+1}(t_0) = 0 \quad (9)$$

After these transformations, the suboptimal approach of assuming a parameterized approximation is taken:

$$u(t) \cong u(p^c, t) \quad (10)$$

where the components of $u(t)$ have been approximated by functions which are completely characterized by the vector of parameters p^c ; and a common choice is to have polynomials for these finite degrees of freedom approximation functions.

The problem of Eqs. (1) to (5) is then reduced to the suboptimal control problem that follows.

Minimize:

$$J = g^e(x_f^e, p) \hat{=} g(x(t_0), t_0, x(t_f), t_f) + x_{n+n_v+1}(t_f) \quad (11)$$

where $x_f^e = x^e(t_f)$ and $x^e(t)$ is the extended state, including the extra components defined in Eqs. (6) and (8); p is the extended vector of parameters to be optimized and formed of $p^p, p^c, x(t_0), t_0, t_f$.

Subject to:

(i) dynamic constraints:

$$\dot{x}_i^e = f_i^e(x^e, p, t), \quad i = 1, 2, \dots, n + n_v + 1 \quad (12)$$

(ii) boundary constraints:

$$C_j^e(x_f^e, p) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m^0 + 2n_v + 1 \quad (13)$$

$$C_k^d(x_f^e, p) \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, m_d \quad (14)$$

This suboptimal control problem can now be solved using, for example, a direct search procedure and using a nonlinear programming method to solve for Δp , in a typical iteration, the associated problem that follows.

Minimize:

$$g^e(\bar{x}_f^e + \Delta x_f^e(\bar{p}, \Delta p), \bar{p} + \Delta p) \quad (15)$$

Subject to :

$$\Delta x_f^e(\bar{p}, \Delta p) = \Delta x_0^e + \int_{t_0}^{t_f} [f^e(\bar{x}^e + \Delta x^e, \bar{p} + \Delta p, t) - \bar{f}^e(\bar{x}, \bar{p}, t)] dt \quad (16)$$

$$C^e(\bar{x}_f^e + \Delta x_f^e(\bar{p}, \Delta p), \bar{p} + \Delta p) = \alpha C^e(\bar{x}_f^e, \bar{p}) \quad (17)$$

$$C^d(\bar{x}_f^e + \Delta x_f^e(\bar{p}, \Delta p), \bar{p} + \Delta p) \leq 0 \quad (18)$$

$$0 < \alpha \leq 1, \quad \|\Delta p\| = O(1) \quad (19)$$

where the over bar is to indicate values from a previous iteration; $O(1)$ indicates values of first order, to validate first order approximations in the Taylor series expansions that will be necessary in the solution; and Eq. (16) is to indicate that the Jacobian of $\Delta x_f^e(\bar{p}, \Delta p)$ with

respect to Δp can be obtained either by numerical integration, using state transition matrices associated to variational equations, or by direct numerical derivations.

3. STOCHASTIC PROJECTION OF THE GRADIENT SOLUTION

As shown in the previous section, the use of a suboptimal parameterization of the control function reduces the dynamical optimal control problem to a problem of parameter optimization in a typical iteration. Adopting a generic and of more common use notation, the problem at hand in a typical iteration can be posed as one of nonlinear programming, as follows.

Minimize:

$$f(p) \quad (20)$$

Subject to:

$$g_j(p) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_d \quad (21)$$

$$h_k(p) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m_e \quad (22)$$

If one considers random errors to model with uniform distributions the accuracies specified in constraint satisfaction, the problem of determining a search step Δp in a typical iteration is posed as the one that follows.

Minimize:

$$f(\bar{p} + \Delta p) \quad (23)$$

Subject to:

$$g_j(\bar{p} + \Delta p) = \alpha^d g_j(\bar{p}) + \varepsilon_j^d, \quad j = 1, 2, \dots, m_d^a \quad (24)$$

$$h_k(\bar{p} + \Delta p) = \alpha^e h_k(\bar{p}) + \varepsilon_k^e, \quad k = 1, 2, \dots, m_e \quad (25)$$

$$E[\varepsilon_j^d] = 0, \quad E[(\varepsilon_j^d)^2] = r_j^d = 1/3(e_j^d)^2 \quad (26)$$

$$E[\varepsilon_k^e] = 0, \quad E[(\varepsilon_k^e)^2] = r_k^e = 1/3(e_k^e)^2 \quad (27)$$

where $0 \leq \alpha^d, \alpha^e < 1$ are to be adjusted to guarantee first order of magnitude for the search increment Δp ; m_d^a is the number of active inequality constraints in the current iteration; and the values e_j^d, e_k^e are the specified constraint maximum tolerated errors; and the $\varepsilon_j^d, \varepsilon_k^e$ are assumed as being not correlated and having not correlated components.

Finally, if a stochastic projection of the gradient first order search scheme is used for the determination of Δp in problem of Eqs. (23) to (27), the following stochastic linear estimation problem results (Rios Neto and Pinto, 1987):

$$-\beta \nabla f(\bar{p}) = \Delta p + \eta \quad (28)$$

$$(\alpha^d - 1)g_j(\bar{p}) \cong \nabla g_j(\bar{p})\Delta p + \varepsilon_j^d \quad (29)$$

$$(\alpha^e - 1)h_k(\bar{p}) \cong \nabla h_k(\bar{p})\Delta p + \varepsilon_k^e \quad (30)$$

$$\beta > 0, \quad E[\eta] = 0, \quad E[\eta\eta^T] = \bar{P} \quad (31)$$

where β together with α^d, α^e are chosen to adjust a first order of magnitude search step; and η is taken as having not correlated components with first order of magnitude dispersion, as compared to the second order errors $\varepsilon^d, \varepsilon^e$ of acquisition of constraints.

Using a more compact notation, the problem of Eqs. (28) to (30) can be expressed as:

$$\bar{X} = X + \eta \quad (32)$$

$$Y = HX + \varepsilon \quad (33)$$

where the definitions of the variables \bar{X}, X, Y and H to make the two problems identical are obvious. The solution of the search increment X can then be obtained using a Gauss-Markov estimator, which in Kalman filtering form (Jazwinski, 1970) is:

$$\hat{X} = \bar{X} + K(Y - H\bar{X}) \quad (34)$$

$$K = \bar{P}H^T (H\bar{P}H^T + R)^{-1} \quad (35)$$

where R is the diagonal covariance matrix of ε and \bar{P} the covariance matrix of η , also taken as diagonal.

The implementation of this method in a numerical algorithm should consider the following types of iterations (Rios Neto and Pinto, 1987; Madeira 1996):

- (i) Initial phase of constraint acquisition when the search is done from a feasible point to capture the equality constraints, including the inequality constraints that became active along the search.
- (ii) Search of the minimum phase, when from a point that satisfies the limits of tolerable errors in constraints, the search is done to reduce the objective function. This search is done relaxing the order of magnitude of the errors ε (Eq. (33)) to allow priority for a non negligible search step in the direction of the minimum.
- (iii) Restoration of constraints, when from a point that resulted from a phase (ii) iteration, the search is done to reacquire constraints within the limits of tolerable errors in constraints.

Convergence occurs when in a phase (ii) search it happens that for the value adjusted for β (Eq. (28)) results (a) \hat{X} (Eq. (34)) negligible, that is:

$$|\hat{X}| < |KE_v| \quad (36)$$

where $E_v = [e_1^d, e_2^d, \dots, e_{m_d}^d, e_1^e, e_2^e, \dots, e_{m_e}^e]$, as defined in Eqs. (26) and (27); and (b) together with this negligible \hat{X} , all the active inequality constraints have the tendency to remain active.

4. EARTH MARS ORBIT TRANSFER APPLICATION

This is a problem of transferring a spacecraft from an Earth initial circular parking orbit to a coplanar Mars final circular parking orbit. It can be formulated as a minimum time, low-thrust orbit transfer where the planets gravity attraction can be neglected as compared to Sun attraction . The correspondent optimal control problem can be formulated as follows.

$$J = t_f \quad (37)$$

$$\dot{r} = u, \quad \dot{u} = v^2 - 1/r^2 + (T/(1-\dot{m}))\sin\phi \quad (38)$$

$$\dot{v} = -uv/r + (T/(1-\dot{m}))\cos\phi$$

$$t_0 = 0, \quad r(t_0) = 1, \quad u(t_0) = 0, \quad v(t_0) = 1, \quad m(t_0) = 1 \quad (39)$$

$$C_1^0(u_f) = u(t_f) = 0, C_2^0(r_f, v_f) = v(t_f) - (\mu/r(t_f))^{1/2} = 0, C_3^0(r_f) = r(t_f) - r_f = 0 \quad (40)$$

where r is the radial distance to Sun; u the radial velocity; v the tangential velocity; \dot{m} is the fuel consumption rate (constant); T the low-thrust (constant); ϕ the thrust direction angle; and variables have been normalized with respect to initial position and mass of spacecraft and with respect to Sun gravitational constant μ .

In the numerical tests (Madeira, 1996), the following data was used (Ceballos and Rios Neto, 1981):

$$\mu = 1, \quad \dot{m} = 0.074800391, \quad T = 0.14012969, \quad r_f = 1.523679$$

The suboptimal parameterization of control was done by the straight line approximation in a i th to $(i+1)$ th interval:

$$\phi(t) \cong (p_{i+1} - p_i)(t - t_i) / (p_{i+1} / (N - 1)) + p_i \quad (41)$$

where $i = 1, 2, \dots, N$; $N + 1$ is the number of parameters to be optimized; and p_{i+1} is the final time t_f .

In the numerical solution a 7th order Runge-Kuta of variable step size and a method of central differences to calculate the Jacobian of final states with respect to control parameters were used. The results obtained are shown in Fig. 4.1 and Table 4.1, as compared to those obtained by Ceballos and Rios Neto (1981) when using the same control parameterization with a Linear Programming search algorithm. The suboptimal time obtained corresponds to approximately 193.27 days as compared to the 193 days of the optimal solution .

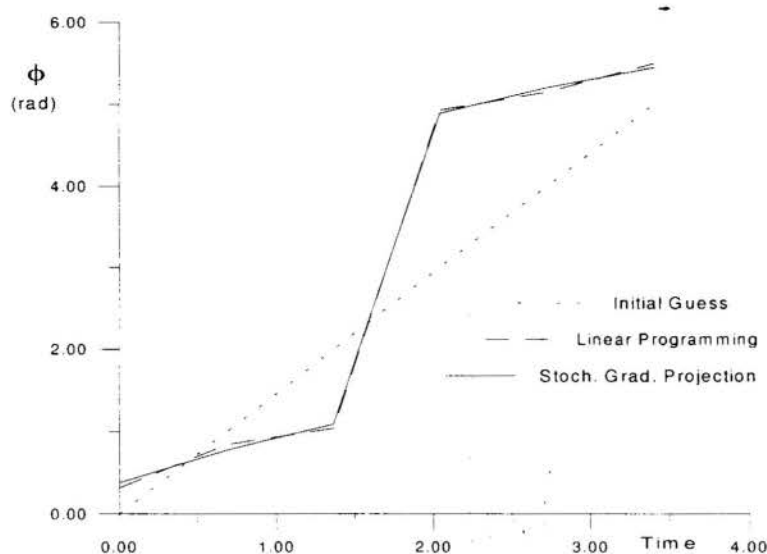
Figure 4.1: Control Function $\phi(t)$

Table 4.1: Control Parameters, Minimum Time and Final Time Constraint Satisfaction

	Initial Guess	Linear Programming	Stoch. Grad. Projection
p1	0.0	0.3175	0.379439
p2	1.0	0.8421	0.774695
p3	2.0	1.041	1.093558
p4	3.0	4.926	4.886140
p5	4.0	5.145	5.200368
p6	5.0	5.497	5.447560
p7= t_F	3.4	3.326	3.324888
$C_1^*(u_i)$	-1.9110E-1	-9.0145E-5	1.239549E-7
$C_2^*(v_i, v_f)$	-2.8161E-1	-1.9745E-5	9.109440E-10
$C_3^*(v_f)$	-6.3528E-2	7.2792E-6	9.489341E-8

5. CONCLUSIONS

A revised version of a stochastic gradient projection method was presented and applied to an Earth Mars orbit transfer problem.

Numerical simulations and tests indicate that the proposed method can produce results of quality comparable to that of optimal methods and which are competitive with those obtained when Linear Programming is used in the suboptimal approximation.

However, the proposed method has the distinct feature of allowing the treatment of constraint specified accuracies to be intrinsically considered along each search step. This guarantees the inclusion of the information about the relative situation of constraint components satisfaction errors in the solution search process.

6. REFERENCES

CEBALLOS, D. C., AND RIOS NETO, A., Linear Programming and Suboptimal Solutions of Dynamical Systems Control Problems, *International Symposium on Spacecraft Flight Dynamics*, ESA SP-160, Darmstadt, Germany, pp. 239-243. (ISSN - 039-6566) , 1981.

ENRIGHT, P. J., AND CONWAY, B. A., Discrete Approximations to Optimal Trajectories Using Direct Transcription and Nonlinear Programming, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 4, pp. 994-1002, 1992.

JAZWINSKI, A. H., *Stochastic Process and Filtering Theory*, Academic Press, New York, pp. 194-265, 1970.

MADEIRA, F., "Guiagem e Controle Não-Linear Sub-Ótimo de Veículos Lançadores de Satélites em Malha Fechada e em Tempo Quase Real", Ph.D. Dissertation, Dept. of Aeronautical Engineering, Technological Institute of Aeronautics (ITA), São José dos Campos, Brazil, 1996.

MADEIRA, F., RIOS NETO, A., Stochastic Gradient Projection Method for Satellite Launch Vehicle Trajectory Optimization, *Anais do XI Congresso Brasileiro de Automática*, pp-221-226, IPT/USP, São Paulo, SP, 1996.

PRADO, A. F. B. A., AND RIOS NETO, A., "A Stochastic Approach to the Problem of Spacecraft Optimal Maneuvers", *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, Vol. XVI, pp. 268-278, 1994.

RIOS NETO, A., AND PINTO, R. L. U. F., A Stochastic Approach to Generate a Projection of the Gradient Type Method, *VIII Congresso Latino-Americano e Ibérico Sobre Métodos Computacionais para Engenharia*, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 331-345, 1987.

SMANIA, A.C.M.; RIOS NETO, A. Otimização de Trajetórias de Lançadores de Satélites; *SBA: Controle e Automação*, Vol. 2, No. 2, pp. 121 - 125, 1988.

TANG, S., AND CONWAY, B. A., Optimization of Low-Thrust Interplanetary Trajectories Using Collocation and Nonlinear Programming, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 3, pp. 599-604, 1995.

PAPER CODE: COB312

MODELO DE LOCALIZAÇÃO INTEGRADA DE TÉRMICAS COM OBJETIVOS MÚLTIPLOS / MODELLING OF INTEGRATED THERMAL POWER PLANTS SITING WITH MULTIPLE OBJECTIVESANTÔNIO J. SILVA NETO¹, JEAN C. NEGRÍ², MARIO V. PEREIRA³ & SILAS VIEIRA²¹*Promon Engenharia, Av. Pres. Juscelino Kubitschek 1830, São Paulo, SP, 04543-900**Atualmente: Instituto Politécnico / UERJ, Av. Alberto Rangel s/No., Vila Nova, Nova Friburgo, RJ, 28630-050.**E-mail: ajsneto@iprj.uerj.br*²*Companhia Energética de São Paulo, CESP*³*Power Systems Research, PSR***Abstract**

The software LITOM was developed as a tool for the selection of appropriate alternatives for thermal power generation. Both qualitative and quantitative information are taken into account for the identification of the combination of site, fuel and technology. The software furnishes several alternatives sorted according to the criteria established by the user. A brief description of the software is presented in this work along with some results.

Palavras-Chave

Usinas Termoelétricas; Localização; Seleção; Software para Seleção e Localização de Termoelétricas; LITOM
Thermal Power Plants; Siting; Selection; Software for Selection and Siting; LITOM

1. INTRODUÇÃO

Os analistas do setor elétrico brasileiro apontam para um aumento na participação da geração termoelétrica no país, em função do gradual esgotamento do potencial hídrico economicamente competitivo. Este fato torna-se ainda mais evidente quando é analisada a Região Sudeste do país, e em particular o estado de São Paulo.

Para Usinas Hidroelétricas (UHEs), o inventário da bacia e a queda definem o local de implantação, restando então a definição de aspectos técnicos tais como eixo da barragem, cota e motorização. Para Usinas Termoelétricas (UTEs) não há um vínculo inicial com local, sendo necessária para a sua caracterização a identificação de uma tripla: tecnologia, combustível e local.

Com o objetivo de identificar as diversas alternativas possíveis de geração termoelétrica, e poder hierarquizá-las levando em consideração tanto aspectos quantitativos quanto qualitativos, foi desenvolvida uma ferramenta computacional denominada LITOM - Localização Integrada de Termoelétricas com Objetivos Múltiplos (Promon e PSR, 1996). Devido às características do Estado de São Paulo de importador de combustível, sem a predominância de um combustível interno, é adicionado um grau de complexidade na seleção

de alternativas de geração termoeétrica, visto que a logística de entrada e distribuição deste combustível no estado representa um componente importante da análise.

Os pacotes computacionais desenvolvidos pela Eletrobrás, para o planejamento da expansão da geração, levam em consideração o parque hidro-térmico instalado, o programa de expansão e o crescimento de mercado previsto, produzindo uma sinalização do atendimento e riscos associados. Esta informação de saída serve de ponto de partida para o LITOM, que fornece então uma hierarquização de implantação de UTEs, especificando, por empreendimento, a sua localização, bem como detalhes técnicos, econômicos e ambientais. Este processo é na realidade iterativo, e está descrito de forma mais detalhada por Negri et al. (1996) e Silva Neto et al. (1997). O Sistema de Análise da Expansão de Geração Termoeétrica (SAEGET) utiliza o modelo LITOM como ferramenta central para a consideração de UTEs no planejamento de expansão da geração.

A ferramenta computacional LITOM foi estruturada com base em quatro bancos de dados (Locais, Combustíveis, Tecnologias e Transportes) e em uma rotina de otimização com a qual é analisado o transporte multimodal de combustível. Esta rotina identifica a maneira mais econômica para transporte dos combustíveis para as células, permitindo ao final dos cálculos o preenchimento automático do banco de dados de Transportes. Com base em especificações feitas pelo usuário nos bancos de dados, o programa monta dinamicamente uma tela para seleção de alternativas para geração termoeétrica, onde o usuário estabelece os atributos que serão considerados na análise. Após esta fase, o programa monta, também de forma dinâmica, a tela para a hierarquização das alternativas selecionadas. Nesta tela o usuário especifica os atributos de interesse a serem considerados no cálculo da função objetivo, com a qual é feita a hierarquização.

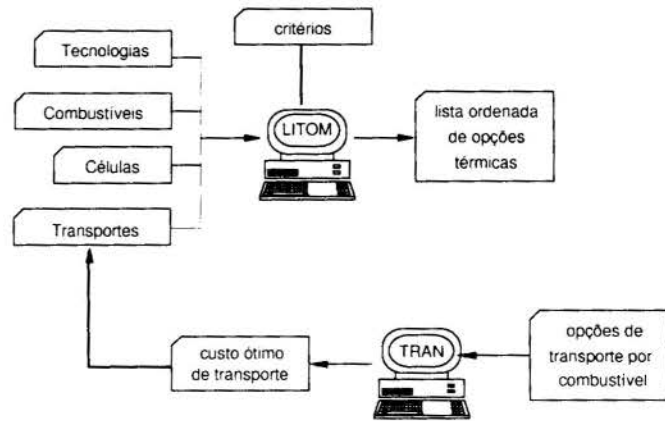


Figura 1 - Estrutura básica do modelo LITOM.

Na Fig. 1 é mostrada a estrutura básica do modelo computacional

LITOM, e nas próximas seções é feita uma descrição do mesmo, bem como são apresentados alguns estudos de caso com gás natural e carvão mineral.

2. DESCRIÇÃO DO MODELO LITOM

2.1 Tela Principal

Na Fig. 2 é apresentada a tela principal do modelo LITOM. O estado de São Paulo foi dividido em 416 células que correspondem aos mapas na escala 1:50.000 elaborados pelo IBGE. Cada célula contém um conjunto de atributos que são relevantes na seleção de local para instalação de termoeétricas tais como disponibilidade de água, custo de conexão à rede elétrica, nível de poluição, etc. A partir desta tela é possível acessar os bancos de dados de Células, Tecnologias e Combustíveis, executar o modelo auxiliar de cálculo de custo de transportes e atualizar o banco de dados de Transportes, selecionar todas as células ou subconjunto das mesmas e acessar as telas de geração e hierarquização de alternativas para

geração termoelétrica.

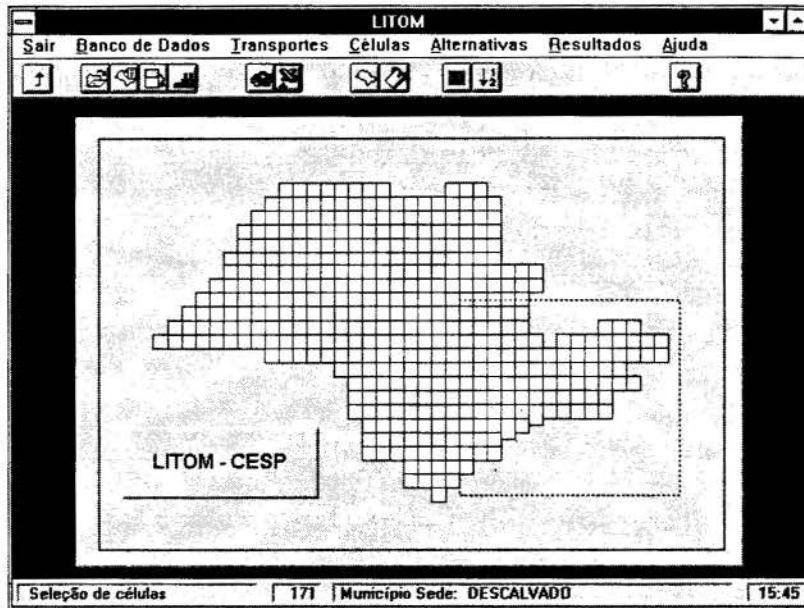


Figura 2 - Tela principal do modelo LITOM.

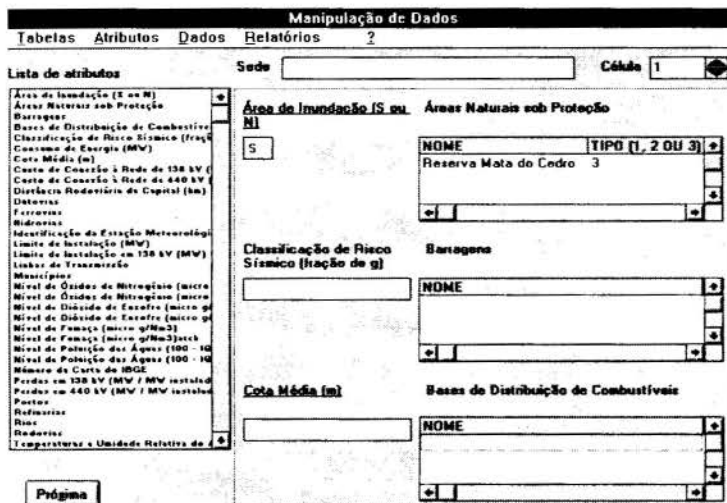


Figura 3 - Tela de acesso ao banco de dados de Células.

2.2 Tela de Acesso ao Banco de Dados de Células

Na Fig. 3 é apresentada a tela de acesso ao banco de dados de Células. A partir desta tela é feita a consulta ao banco de dados, bem como a atualização das informações e dos atributos. Os atributos existentes podem ser excluídos e novos atributos podem ser incluídos.

A partir desta tela também é possível acessar os bancos de dados de Combustíveis e de Tecnologias. As telas de acesso para estes bancos são semelhantes à tela mostrada na Fig. 3. Todas as funções descritas para a tela de acesso ao banco de dados de Células também são válidas para as telas de acesso aos bancos de dados de Combustíveis e Tecnologias. A partir de cada uma destas telas é possível imprimir relatórios com as informações contidas nos bancos de dados.

O banco de dados de Células contém atualmente 34 atributos, sendo os principais: Consumo de Energia (MWh); Custo de Conexão à Rede de 138 kV (MUSS); Custo de Conexão à Rede de 440 kV (MUSS); Limite de Instalação (MW); Limite de Instalação em 138 kV (MW); Nível de Dióxido de Enxofre ($\mu\text{g}/\text{Nm}^3$); Nível de Fumaça ($\mu\text{g}/\text{Nm}^3$); Nível de Óxidos de Nitrogênio ($\mu\text{g}/\text{Nm}^3$); Nível de Poluição das Águas (IQA); Perdas em 138 kV (MW)

/ MW instalado); Perdas em 440 kV (MW / MW instalado); Temperaturas (°C) e Umidade Relativa do Ar (%) e Vazão de Água Disponível (m³/s).

O banco de dados de Combustíveis contém atualmente 10 atributos, sendo os principais: Poder Calorífico Inferior (kJ / peso ou volume); Poder Calorífico Superior (kJ / peso ou volume); Teor de Cinzas (%) e Teor de Enxofre (%).

O banco de dados de Tecnologias contém atualmente 22 atributos, sendo os principais: Combustíveis que Utiliza; Consumo Próprio (%); Custo de Instalação (US\$ / kW); Custo Fixo de O & M (US\$ / kWano); Custo Variável de O & M (US\$ / MWh); Disponibilidade (%); Emissão de Dióxido de Enxofre (kg/MJ); Emissão de Óxidos de Nitrogênio (kg/MJ); Emissão de Particulados (kg/MJ); Emissão de Rejeitos Líquidos (ppm); Fator de Capacidade Econômico (%); Fator para Custo de Internação; *Heat Rate* (kJ/kWh) e Tempo de Operação (%); Módulo (MW); Potência Gerada com Gás (MW); Requisito de Água (m³/s) e Vida Útil (anos).

2.3 Tela para Geração de Alternativas

Nas telas de acesso aos bancos de dados, o usuário especifica quais atributos serão considerados na fase de geração de alternativas. A partir destas informações o LITOM monta dinamicamente a tela para geração de alternativas. Esta tela, que é acessada a partir da tela principal, é mostrada na Fig. 4.

Na parte superior desta tela o usuário seleciona os combustíveis, as tecnologias e os municípios que serão considerados na análise. Na parte inferior da tela, o usuário utiliza um filtro, selecionando os atributos que serão usados para a geração de alternativas.

Ao acionar o botão ALTERNATIVAS, o modelo LITOM monta a tripla {Tecnologia, Combustível, Local}. Na barra inferior da tela aparece o número máximo de alternativas que podem ser geradas, dado por todas as combinações de opções de combustível, tecnologias e células, além de um contador e um visualizador gráfico das alternativas aceitáveis, isto é, cujos valores dos atributos estejam dentro dos limites de aceitação dos filtros. Ao final desta operação é apresentada a tela de confirmação mostrada na Fig. 5, e o programa retorna à tela principal.

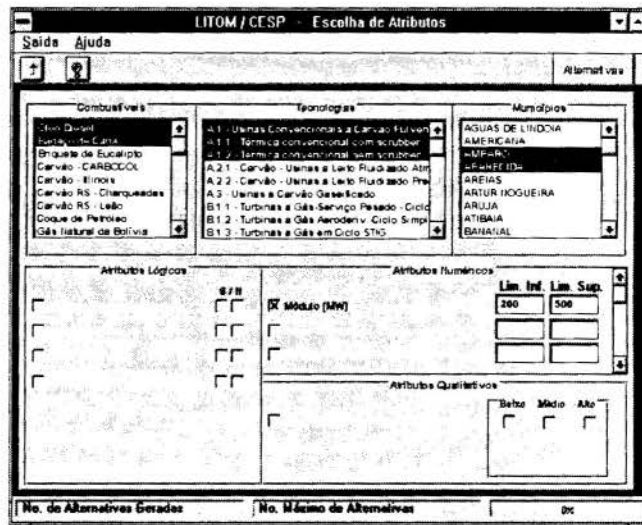


Figura 4 - Tela para geração de alternativas para geração termoeleétrica.

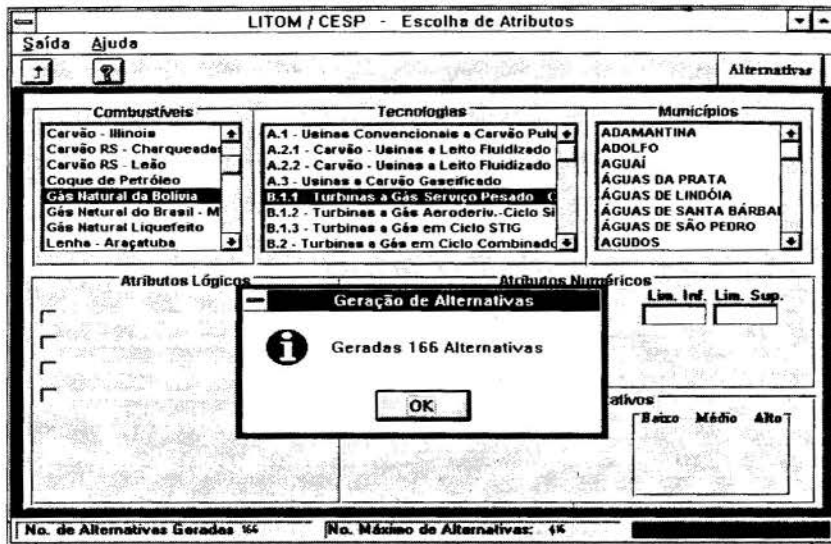


Figura 5 - Exemplo da tela do modelo LITOM após a geração das alternativas.

2.4 Tela para Ordenação de Alternativas

Acionando a opção de ordenação na tela principal, a tela da Fig. 6 é acessada.

Esta tela se compõe de três campos principais: (i) função objetivo; (ii) atributos numéricos e escala de satisfação; (iii) atributos qualitativos e escala quantitativa.

Nas telas de acesso aos bancos de dados o usuário especifica quais atributos serão considerados na fase de ordenação de alternativas. A partir destas informações o LITOM monta a tela para ordenação de alternativas dinamicamente.

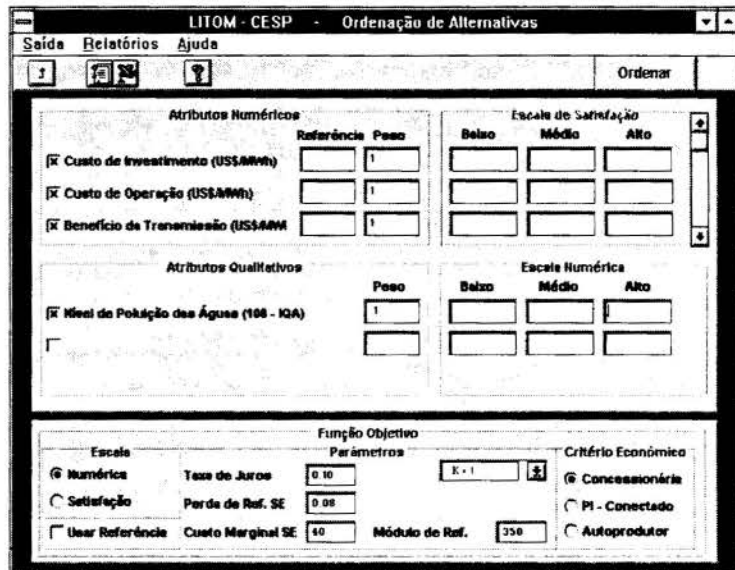


Figura 6 - Tela para hierarquização das alternativas para geração termoeletrica.

2.4.1 Função Objetivo

O índice escalar usado na ordenação, conhecido como função objetivo, é dado por:

$$D = \sqrt[p]{p_1(x_1 - r_1)^k + p_2(x_2 - r_2)^k + \dots + p_N(x_N - r_N)^k} \quad (1)$$

onde D é a função objetivo (índice escalar), x_i é o valor do i -ésimo atributo da alternativa ($i=1, \dots, N$), N é o número total de atributos utilizados na ordenação, r_i é o valor de referência para o i -ésimo atributo, p_i é o peso do i -ésimo atributo e k é a norma do índice.

A medida escalar D pode ser interpretada como a distância da alternativa (x_1, \dots, x_N) a uma alternativa ideal de referência (r_1, \dots, r_N) . O expoente k , que também é selecionado na tela de ordenação de alternativas, representa as diferentes maneiras de medir esta distância, sendo as mais comuns: $k = 1$, combinação linear das distâncias de cada atributo; $k = 2$, combinação quadrática das distâncias (norma euclidiana); $k = \infty$, máxima distância (critério minimax).

2.4.2 Escala Quantitativa e Escala de Satisfação

Para a montagem da função objetivo, podem ser considerados tanto atributos qualitativos quanto quantitativos. Para a consideração dos atributos qualitativos é necessária a conversão para uma escala numérica. Esta conversão é feita a partir de valores limites (baixo, médio e alto) atribuídos pelo usuário. Os atributos numéricos podem ser considerados diretamente ou através da conversão para uma escala numérica (escala de satisfação) que também considera valores limites (baixo, médio e alto).

Os atributos numéricos Custo de Investimento (US\$/MWh), Custo de Operação (US\$/MWh) e Benefício da Transmissão (US\$/MWh) são atributos especiais que são calculados combinando diversas informações provenientes dos bancos de dados.

2.5 Modelo de Transportes

Este modelo permite determinar a combinação de tipos de transporte e pontos de entrada que minimiza o custo de transporte de cada combustível para cada célula.

Para cada alternativa de modo de transporte, ponto de origem e células de transbordo é construído um grafo orientado que representa os diversos percursos que podem ser tomados do ponto de origem à célula de destino. A cada aresta do grafo está associado o custo de percurso entre as duas células correspondentes ou o custo de transbordo.

Interpretando-se os custos nas arestas como distâncias, o percurso de mínimo custo corresponde ao caminho mais curto da origem ao destino. O cálculo de caminho mais curto em grafos é um problema clássico em pesquisa operacional e um dos algoritmos mais eficientes para resolvê-lo no caso de distâncias não negativas é o desenvolvido por Dijkstra (Papadimitriou e Steiglitz, 1982).

Foi desenvolvida uma rotina em Fortran utilizando o algoritmo de Dijkstra. As seguintes informações são fornecidas pelo usuário através do preenchimento de planilhas Excel: distâncias entre células; custos de transporte; custos de transbordo; custos de combustível nos pontos de entrada no estado de São Paulo; derivação de dutos e custos de dutos. Estes dois últimos são relativos ao transporte de combustíveis em dutos, como por exemplo gás natural ou óleo combustível. Conforme descrito anteriormente, o modelo de transportes é acionado a partir da tela principal do modelo LITOM.

2.6 Modelo de Transmissão

O modelo de transmissão é composto por um programa executável de fluxo de potência tipo *load flow*, o qual é pré-processado em relação ao LITOM, considerando a configuração existente de suprimento ao sistema como referência. Através deste modelo é avaliado o benefício das perdas evitadas. É calculada a perda de energia devido à transmissão entre a usina posicionada numa célula em análise e o centro de carga do sistema. Este valor é comparado à perda média de referência, dada pelo suprimento de energia externa ao Estado de São Paulo. A diferença, que representa a energia não aproveitada, é valorizada pelo custo

marginal de expansão da geração, fornecendo o custo em US\$/MWh das perdas.

O custo de interligação da usina à rede básica é obtido através da classe de tensão, tipo de circuito e distância de conexão da usina e célula em análise à linha de transmissão

O custo total de transmissão é a soma dos custos das perdas e da interligação. Este cálculo é efetuado no modelo LITOM a partir de dados disponibilizados nos atributos de custo de conexão à rede e perdas em 138 ou 440 kV no banco de dados de Células.

3. RESULTADOS E CONCLUSÃO

O modelo LITOM encontra-se atualmente em sua fase final de validação, onde estão sendo comparados os seus resultados com estudos independentes já realizados pela CESP.

Na primeira bateria de testes do modelo, foram realizados estudos de caso que tinham por objetivo verificar a consistência e a qualidade dos resultados obtidos. São apresentados a seguir, de forma resumida, dois dos estudos de caso realizados.

3.1 - Gás Natural

Tabela 1 - Resultado Parcial da Ordenação de Alternativas

Altern.	Célula	Função Objetivo	Investimento (US\$/ MWh)	Operação (US\$/MWh)
136	282	47.03	24,64	22,39
40	110	47.03	24,64	22,39
87	190	47.03	24,64	22,39
25	89	47.22	24,64	22,58
26	90	47.22	24,64	22,58
27	91	47.22	24,64	22,58
41	111	47.22	24,64	22,58
53	133	47.22	24,64	22,58
54	134	47.22	24,64	22,58

Neste caso são considerados três pontos de extração de gás no gasoduto Brasil-Bolívia,

considerando a ramificação do gasoduto para células vizinhas a estes pontos até um raio de 100 km. Para o critério de ordenação (função objetivo), foram considerados apenas os atributos Custo de

Investimento e Custo de Operação. Na Tabela 1 são apresentados alguns dos resultados da ordenação das 166 alternativas obtidas a partir da tela de geração de alternativas (vide Fig. 5).

Observar que os custos de investimento não variam com a célula. Isto ocorre porque foi considerada a mesma tecnologia: Turbinas a Gás - Serviço Pesado. Na simulação foi considerado também que o custo do gás natural não varia ao longo do trecho principal do gasoduto,

havendo variação apenas com a distância nas ramificações a partir dos três pontos de entrada do gás no estado de São Paulo (células 110, 190 e 282). Conforme esperado, as localizações mais atraentes correspondem a estas células, e os custos aumentam de forma concêntrica em

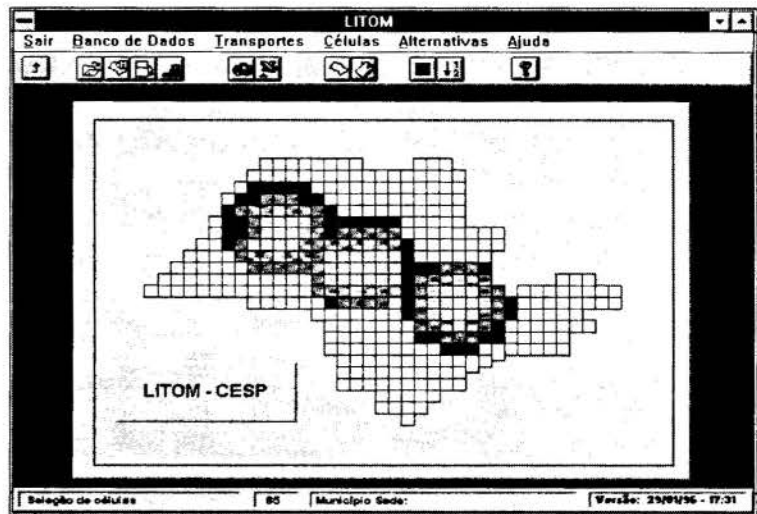


Figura 7 - Estudo de caso com gás natural.

torno das mesmas. Na Fig. 7 este resultado é mostrado de forma gráfica, onde a tonalidade mais escura representa custos mais altos.

3.2 - Carvão Mineral

Neste estudo foi verificado o efeito do custo de transporte para dois tipos de carvão importado usados como combustível em Usinas Convencionais a Carvão Pulverizado. Os combustíveis utilizados são carvão da Colômbia (mais caro e de maior poder calorífico) e carvão Illinois (mais barato e de menor poder calorífico). Foram geradas 800 alternativas, que foram ordenadas também pelo critério de menor custo de investimento e de operação. Como esperado, o carvão Illinois se mostra mais competitivo que o carvão da Colômbia próximo ao ponto de entrada no estado (porto de Santos). Esta vantagem diminui com a distância percorrida, chegando a inverter a ordenação, por uma pequena diferença, nos pontos mais extremos do estado.

Na Fig. 8 as células com tonalidade mais escura correspondem às alternativas com o carvão da Colômbia, e as células com tonalidade mais clara correspondem às alternativas com o carvão Illinois.

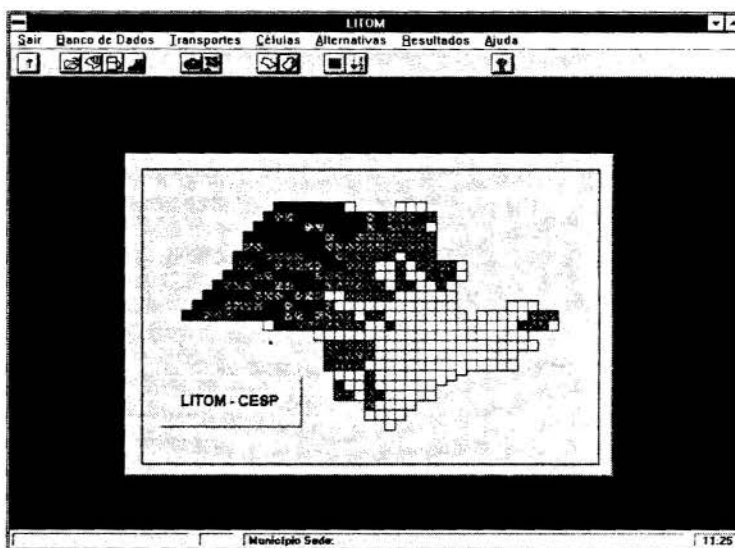


Figura 8 - Efeito do custo de transporte nas alternativas com carvão importado.

4. REFERÊNCIAS

- NEGRI, J. C. et alii.** Sistema de Análise da Expansão da Geração Termoelétrica: Metodologia e Aplicação, *Anais do XI Congresso Brasileiro de Automática*, São Paulo, 1996.
- PAPADIMITRIOU, C. H. & STEIGLITZ, K.** *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*, Prentice-Hall inc., 1982.
- PROMON & PSR,** *Elaboração de Estudos Visando a Formulação de um Plano Diretor de Usinas Termoelétricas no Estado de São Paulo*, 1996.
- SILVA NETO, A. J., NEGRI, J. C., PEREIRA, M. V. F. & VIEIRA, S.** Modelo de Análise para Seleção e Localização de Usinas Termoelétricas - SAEGET, *Anais do XIV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica*, Belém, 1997.



PAPER CODE: COB314

HOW TO CHOOSE EIGENVALUE PROBLEMS WHEN USING GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORMS TO SOLVE THERMAL CONVECTION-DIFFUSION PROBLEMS.

JOÃO BATISTA APARECIDO

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia-UNESP - Ilha Solteira
CEP 15.385-000 Ilha Solteira-SP-Brasil

Abstract

This work presents mathematical aspects of the theory of Generalized Integral Transforms. The main focus is directed toward on how to choose the auxiliary eigenvalue problems when solving thermal convection-diffusion type problems using such integral transforms. A class of problem considered here is mathematically modeled by a linear second order partial differential equation having general boundary conditions of first, second and third kind; and initial condition. Basic ideas are given why is feasible truncate the infinite system in a sufficient large finite system. Once the analysis is performed, a sample problem is solved using two kinds of auxiliary eigenvalue problems. The Graetz convective-diffusive problem is considered as sample problem. It is solved in the classical manner using an auxiliary eigenvalue problem that leads to degenerate hypergeometric type eigenfunctions. It is also solved using a second auxiliary eigenvalue problem that leads to trigonometric type eigenfunctions. Among physical variables of interest are bulk fluid temperature, local axial Nusselt Number, and average Nusselt Number. Results for bulk fluid temperature and heat transfer are compared each other as well with data found in open literature.

Keywords

Integral Transform, Eigenvalue Problem, Convection, Diffusion, Heat Transfer

1. INTRODUCTION

The analytical solution of heat and mass diffusion problems has been done successfully by the use of the Classical Integral Transform Technique (CITT). This technique is well documented in Mikhailov & Ozisik(1984). An extension in the concepts of CITT was developed in the pioneering work of Ozisik & Murray(1974), it is the so called Generalized Integral Transform Technique (GITT), this technique has been further developed and applied to a wide variety of diffusion and convection problems. The work in this field was compiled in a monograph by Cotta(1993). The GITT approach can solve more complex problems than the CITT. In both techniques are necessary to choose an auxiliary eigenvalue problem. In this work is presented some insights on how to choose the eigenvalue problems. Further, it is also solved a sample problem using two different eigenvalue problems.

2. ANALYSIS

Consider the boundary and initial value problem, defined as follow

$$w(x)L_y U(x, y) + s(y)L_x U(x, y) + t(y)w(x)U(x, y) = F(x, y), \quad (x, y) \in \Omega; \quad (1a)$$

$$U(x, y_0) = G(x), \quad x \in I = \{x_0 \leq x \leq x_1\}; \quad (1b)$$

$$BU(x, y) = H(x, y), \quad x = x_m, \quad m = 0, 1, \quad y \in J = \{y_0 < y < \text{finite positive value}\}; \quad (1c)$$

where L_y , L_x and B are linear operators expressed by the formulae

$$L_y \equiv \frac{\partial(\)}{\partial y}; \quad L_x \equiv -\frac{\partial}{\partial x} \left[k(x) \frac{\partial(\)}{\partial x} \right] + d(x); \quad (2a,b)$$

$$B \equiv \alpha_m - (-1)^m \beta_m k(x) \frac{\partial(\)}{\partial x}, \quad x = x_m, \quad m = 0, 1 \quad ; \quad (2c)$$

and $U(x, y) \in C^{(2)}(\mathfrak{R})$, $k(x) \in C^{(1)}(\mathfrak{R})$, with $k(x) > 0$; $w(x) \in C^{(0)}(\mathfrak{R})$ with $w(x) > 0$; $G(x) \in C^{(0)}(\mathfrak{R})$; $H(x, y) \in C^{(0)}(\mathfrak{R})$; $s(y) \in C^{(0)}(\mathfrak{R})$, with $s(y) \neq 0$; $t(y) \in C^{(0)}(\mathfrak{R})$; $F(x, y) \in C^{(0)}(\mathfrak{R})$; $\alpha_m, \beta_m \in \mathfrak{R}$, so that $|\alpha_m| + |\beta_m| \neq 0$ for $m=0, 1$. The domains Ω , I and J are finite.

A function $u(x, y)$ belongs to a class $C^{(k)}$ or k -times continuously differentiable, and is written $U(x, y) \in C^{(k)}$, $k \in \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$, when all mixed partial derivatives are continuous and bounded in Ω . The set of continuous functions is indicated by $C^{(0)}$.

All problems, with non-homogeneous boundary conditions, belonging to the class defined by equations (1a-c), can be transformed in problems with homogeneous boundary conditions by the means of an adequate variable change. It is mainly a matter of algebra, and the formulae will not be presented here due lack of space, so from now on we set $H(x, y) = 0$, without loss of generality.

2.1 Expansion of two variable real functions in a series of orthonormal function

All functions $U(x, y) \in C^{(k)}$, $(x, y) \in \Omega$, square integrable in Ω , can be expressed in an infinite series of orthonormal functions $\psi_i(x)$, related to the weight function $w^*(x) > 0$, $x \in I$ and $i \in \mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$. Firstly is tried to find an expression in terms of an infinite series of orthonormal functions, so it is assumed that

$$U(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{U}_i(y) \psi_i(x), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (3a)$$

Multiplying above equation (3a) by $w^*(x)\psi_j(x)$, $j \in \mathbb{N}^*$, and integrating over the interval I , it gives

$$\int_I w^*(x) \psi_j(x) U(x, y) dx = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{U}_i(y) \int_I w^*(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{U}_i(y) \delta_{ij} = \tilde{U}_j(y),$$

$$\text{or} \quad \tilde{U}_i(y) = \int_I w^*(x) \psi_i(x) U(x, y) dx, \quad i \in \mathbb{N}^*. \quad (3b)$$

Everywhere in this text δ_{ij} is the so called Kronecker Delta. Multiplying equation (3a) by $w^*(x)U(x, y)$ and integrating over the domain Ω , it becomes

$$\int_{\Omega} w^*(x) U^2(x, y) d\Omega = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \int_J \tilde{U}_i(y) \tilde{U}_j(y) dy \int_I w^*(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx = \sum_{i=1}^{\infty} \int_J \tilde{U}_i^2(y) dy. \quad (3c)$$

As the left side of equation (3c) is bounded, this imply that the right side also is bounded, and consequently the functions $\tilde{U}_i(y)$ are bounded and square integrable. This also shows that the series (3a) converges in the mean.

This result is important because we can expand a square integrable function as an infinite series of a complete set of orthonormal functions. As the number of complete sets of orthonormal functions are infinite, we have infinite possibilities to do such expansions.

2.2 On choosing auxiliary eigenvalue problems

In order to solve the convection-diffusion problem defined by equations (1a-c), it is necessary to choose an auxiliary eigenvalue problem. Let the auxiliary eigenvalue value problem be defined by the following formulae

$$\lambda_i^2 w^*(x)\psi_i(x) = L_x^* \psi_i(x), \quad x \in I, \quad i \in N^*; \quad B\psi_i(x) = 0, \quad x = x_m, \quad m = 0,1; \quad (4a,b)$$

where $w^*(x) \in C^{(0)}(\mathfrak{R})$ with $w^*(x) > 0$, for $x \in I$; $\psi_i(x) \in C^{(2)}(\mathfrak{R})$, and L_x^* is a second order linear differential operator.

Multiplying equation (1a) by $\psi_i(x)$ and equation (4a) by $s(y)U(x,y)$, adding the resulting equations and integrating over the interval I , it becomes

$$\int_I w(x)\psi_i(x)L_y U(x,y)dx + s(y)\int_I [\psi_i(x)L_x U(x,y) - U(x,y)L_x^* \psi_i(x)]dx + \\ + t(y)\int_I w(x)\psi_i(x)U(x,y)dx + \lambda_i^2 s(y)\int_I w(x)^* \psi_i(x)U(x,y)dx = \tilde{F}_i(y), \quad (y) \in J, \quad (5a)$$

where $\tilde{F}_i(y) = \int_I \psi_i(x)F(x,y)dx$.

Using the properties of differential and integral linear operators, the inversion formula (3a) as well the integral transform (3b), each part of equation (5a) gives

$$\int_I w(x)\psi_i(x)L_y U(x,y)dx = \int_I w(x)\psi_i(x)L_y \sum_{j=1}^{\infty} \tilde{U}_j(y)\psi_j(x)dx = \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}L_y \tilde{U}_j(y), \quad (5b)$$

$$\int_I [\psi_i(x)L_x U(x,y) - U(x,y)L_x^* \psi_i(x)]dx = \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij}\tilde{U}_j(y), \quad (5c)$$

$$\int_I w^*(x)\psi_i(x)U(x,y)dx = \int_I w^*(x)\psi_i(x)\sum_{j=1}^{\infty} \tilde{U}_j(y)\psi_j(x)dx = \sum_{j=1}^{\infty} \delta_{ij}\tilde{U}_j(y) = \tilde{U}_i(y), \quad (5d)$$

$$\int_I w(x)\psi_i(x)U(x,y)dx = \int_I w(x)\psi_i(x)\sum_{j=1}^{\infty} \tilde{U}_j(y)\psi_j(x)dx = \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}\tilde{U}_j(y), \quad (5e)$$

where $A_{ij} = \int_I w(x)\psi_i(x)\psi_j(x)dx = \int_I w(x)\psi_j(x)\psi_i(x)dx = A_{ji}$, $i,j \in N^*$;

and $B_{ij} = \int_I [\psi_i(x)L_x \psi_j(x) - \psi_j(x)L_x^* \psi_i(x)]dx$, $i,j \in N^*$.

After these developments it is possible to write equation (5a) as

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}L_y \tilde{U}_j(y) + s(y)\sum_{j=1}^{\infty} B_{ij}\tilde{U}_j(y) + t(y)\sum_{j=1}^{\infty} A_{ij}\tilde{U}_j(y) + s(y)\lambda_i^2 \tilde{U}_i(y) = \tilde{F}_i(y). \quad (6a)$$

The set of initial conditions for equation (6a) can be obtained multiplying equation (1b) by $w^*(x)\psi_i(x)$ and integrating over the interval I , then it results

$$\tilde{U}_i(y_0) = \int_I w^*(x)\psi_i(x)U(x, y_0)dx = \int_I w^*(x)\psi_i(x)G(x)dx = \tilde{G}_i. \quad (6b)$$

2.2.1 First approach to choose the auxiliary eigenvalue problem

A first attempt to solve equation (1a) together with initial (1b) and boundary conditions (1c) is done by choosing the auxiliary eigenvalue problem in a way that all matrixes in equation (6a) must be diagonal. To achieve that aim is sufficient to set $w^*(x) = w(x)$ and take L_x^* as the adjoint operator of L_x . Operator L_x is self adjoint, and by previous hypothesis L_x^* is adjoint of L_x , consequently $L_x^* = L_x$. Therefore the matrix elements A_{ij} and B_{ij} in equation (6a) is given by

$$A_{ij} = \int_I w^*(x)\psi_i(x)\psi_j(x)dx = \delta_{ij}, \quad B_{ij} = \int_I [\psi_i(x)L_x U(x, y) - U(x, y)L_x^* \psi_i(x)]dx = 0.$$

This approach brings to the eigenvalue problem the maximum of information about the problem to be solved (1a-c). Thus equation (6a) becomes

$$L_y \tilde{U}_i(y) + S_i(y)\tilde{U}_i(y) = \tilde{F}_i(y), \quad S_i(y) = t(y) + \lambda_i^2 s(y), \quad i \in N^*. \quad (7a,b)$$

The linear operator L_y , equation (2a) is of first order, and equation (7a) defines a decoupled system of ordinary differential equations. Solving that system of equations, subject to the initial conditions (6b) we obtain

$$\tilde{U}_i(y) = \exp\left[-\int_{y_0}^y S_i(\eta)d\eta\right] \left\{ \tilde{G}_i + \int_{y_0}^y \tilde{F}_i(\eta) \exp\left[\int_{y_0}^{\eta} S_i(\xi)d\xi\right] d\eta \right\}. \quad (7c)$$

Substituting equation (7c) into the inversion formula (3a) we get the function $U(x,y)$.

This approach, where the final system (7c) of ordinary differential equations is decoupled, is the basis of the so called Classical Integral Transform Technique (CITT), and is documented in Mikhailov and Ozisik (1984).

2.2.2 Second approach on choosing the auxiliary eigenvalue problem

In the previous developments was shown that for the original problem to be transformed in a system of decoupled ordinary differential equations is necessary that the function coefficient $w^*(x)$ and the linear operator L_x^* , defined for the auxiliary eigenvalues problem (4a,b), must be $w^*(x) \equiv w(x)$ and $L_x^* \equiv L_x$. From now on we seek alternatives to solve the problem (1a-c). It is assumed that $w^*(x) \neq w(x)$ and/or $L_x^* \neq L_x$ when choosing the auxiliary eigenvalue problem.

The system (6a) subject to the initial condition (6b) can be written in a matrix form as

$$L_y \tilde{U}(y) + S(y)\tilde{U}(y) = \tilde{H}(y), \quad \text{with} \quad \tilde{U}(y_0) = \tilde{G} = [\tilde{G}_1, \tilde{G}_2, \tilde{G}_3, \dots]^T, \quad (8a,b)$$

where $S(y) = t(y)I + s(y)A^{-1}(B + C)$, $\tilde{H}(y) = A^{-1}\tilde{F}(y)$, $A = [A_{ij}]$, $B = [B_{ij}]$,

$$C = [C_{ij}], C_{ij} = \lambda_i^2 \delta_{ij}, \quad \tilde{U}(y) = [\tilde{U}_1(y), \tilde{U}_2(y), \tilde{U}_3(y), \dots]^T, \quad \tilde{F}(y) = [\tilde{F}_1(y), \tilde{F}_2(y), \tilde{F}_3(y), \dots]^T.$$

The matrix \mathbf{A} is symmetric since $A_{ij}=A_{ji}$, also the eigenfunctions are linearly independent, then $\det(\mathbf{A})\neq 0$ and matrix \mathbf{A} is invertible. The solution for the first order system of ordinary differential equations (8a), subject to the initial conditions (8b) is

$$\tilde{U}(y) = \exp\left[-\int_{y_0}^y \mathbf{S}(\eta)d\eta\right]\left\{\tilde{\mathbf{G}} + \int_{y_0}^y \exp\left[\int_{y_0}^{\eta} \mathbf{S}(\xi)d\xi\right]\tilde{\mathbf{H}}(\eta)d\eta\right\}. \quad (8c)$$

Substituting the elements $\tilde{U}_i(y)$ of $\tilde{U}(y)$ in inversion formula (3a) we obtain the distribution for $U(x,y)$.

This approach, Generalized Integral Transform Technique (GITT), presented above has been utilized in the solution of Convective-Diffusive type problems presenting special difficulties not treatable by CITT. The work in this field was reviewed in the monograph of Cotta(1993).

2.3 Truncating the infinite series of functions expansion

The expansion of a function $U(x,y)$, square integrable in Ω , in terms of a complete set of orthonormal functions $\psi_i(x)$, related to the weight function $w^*(x)>0$, is expressed by equation (3a) and can be written also as

$$U(x,y) = U_N(x,y) + R_N(x,y), \quad (9a)$$

where $U_N(x,y)$ is an approximation to $U(x,y)$ and $R_N(x,y)$ a residue function, both defined as

$$U_N(x,y) \equiv \sum_{i=1}^N \tilde{U}_i(y)\psi_i(x), \quad R_N(x,y) \equiv \sum_{i=N+1}^{\infty} \tilde{U}_i(y)\psi_i(x). \quad (9b,c)$$

As $U(x,y)$ is square integrable and its expansion converges in the mean, then

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\Omega} w(x)|U(x,y) - U_N(x,y)|^2 d\Omega = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{\Omega} w(x)|R_N(x,y)|^2 d\Omega \rightarrow 0; \quad (9d)$$

therefore $U_N(x,y)$ converge in the mean to $U(x,y)$ when N is increasing, also the residue function $R_N(x,y)$ converges in the mean to zero. Then it is possible to substitute the infinite summation in previous equations, taking finite values of N , big enough to achieve a desired accuracy. Thus, for computational purposes, the infinite system of ordinary differential equations (8a,b) is replaced by a finite system of dimension N .

3. SAMPLE PROBLEM

As a sample problem is considered the well-known Graetz problem. This problem is solved in a classical way as well in a second different approach. The difference between the two approaches actually is due to the chose of the auxiliary eigenvalue problems. The equations for this problem in a dimensionless form is

$$\frac{x(1-x^2)}{2} \frac{\partial \Theta(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[x \frac{\partial \Theta(x,y)}{\partial x} \right], \quad 0 < x < 1, \quad y > 0, \quad (10a)$$

subject to boundary and initial conditions

$$\left. \frac{\partial \Theta(x,y)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad \text{or} \quad \Theta(0,y) = \text{finite}, \quad \Theta(1,y) = 0; \quad \text{and} \quad \Theta(x,0) = 1. \quad (10b,c,d)$$

Using the first approach to choose the auxiliary eigenvalue problem, is necessary to set $w^*(x) = w(x) = x(1-x^2)$ and $L_x^* = L_x = -\partial[x\partial(\)/\partial x]/\partial x$, then in this case we have

$$x(1-x^2)\psi(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[x \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right], \quad 0 < x < 1, \quad (10e)$$

subject to the boundary conditions $\left. \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$ or $\psi(0) = \text{finite}$, and $\psi(1) = 0$. (10f,g)

The ordinary differential equation (10e) is solved. The solution, obeying the boundary condition (10f,g) is

$$\psi_i(x) = C_i M(\alpha_i, 1, \lambda_i x^2) \exp(-\lambda_i x^2 / 2), \quad C_i = \left[\int_0^1 x(1-x^2) M^2(\alpha_i, 1, \lambda_i x^2) \exp(-\lambda_i x^2) dx \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (10h,i)$$

The hypergeometric degenerate function $M(\alpha, \gamma, \eta)$ of first kind, is given by

$$M(\alpha, \gamma, \eta) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\dots(\alpha+n-1)\eta^n}{n!\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)\dots(\gamma+n-1)}. \quad (10j)$$

Eigenvalues $\lambda_i, i \in \mathbb{N}^*$, are positive roots of the eigencondition $M[(2-\lambda)/4, 2, \lambda] = 0$.

Multiplying equation (10a) by $\psi_i(x)$ and equation (10e) by $\Theta(x,y)$, adding the resulting equations and integrating over the interval $[0,1]$, it becomes

$$\frac{d\tilde{\Theta}_i(y)}{dy} + 2\lambda_i^2 \tilde{\Theta}_i(y) = 0, \quad i \in \mathbb{N}^*; \quad (11a)$$

subject to initial condition, $\tilde{f}_i \equiv \tilde{\Theta}_i(0) = -\frac{C_i}{\lambda_i} [2\alpha_i M(\alpha_i + 1, 2, \lambda_i) - M(\alpha_i, 1, \lambda_i)] \exp[-\frac{\lambda_i}{2}]$. (11b)

Solving the differential equation (11a), subject to the initial condition (11b) we have

$$\tilde{\Theta}_i(y) = \tilde{f}_i \exp(-2\lambda_i^2 y), \quad \text{and then} \quad \Theta(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \tilde{f}_i M(\alpha_i, 1, \lambda_i^2 x) \exp[-\frac{\lambda_i x^2}{2} - 2\lambda_i^2 y]. \quad (11c,d)$$

When choosing the auxiliary eigenvalue problem through the second approach, it is settled $w^*(x) = 1 \neq w(x)$ and $L_x^* = -\partial^2(\)/\partial x^2 \neq L_x$. Then the eigenvalue problem becomes

$$\lambda^2 \psi(x) = -\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad (12a)$$

subject to the boundary conditions (10f,g). The solution of ordinary differential equation (12a), obeying such conditions is

$$\psi_i(x) = D_i^* \cos(\lambda_i x), \quad \text{with} \quad \lambda_i = (2i-1)\frac{\pi}{2}, \quad \text{and} \quad D_i^* = \left[\int_0^1 \cos^2(\lambda_i x) dx \right]^{-\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}, \quad i \in \mathbb{N}^*. \quad (12b-d)$$

Multiplying equation (10a) by $\psi_i(x)$ and equation (12a) by $\Theta(x,y)$, adding the results and integrating over the interval $[0,1]$, it becomes

$$\sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \frac{d\tilde{\Theta}_j(y)}{dy} + \lambda_i^2 \tilde{\Theta}_i(y) + \sum_{j=1}^{\infty} B_{ij} \tilde{\Theta}_j(y) = 0, \quad i \in \mathbb{N}^*, \quad (12e)$$

where $A_{ij} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4\lambda_i^2}$, for $i = j$, or $A_{ij} = 4(-1)^{i+j+1} \frac{\lambda_i \lambda_j}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)^2}$, for $i \neq j$;

and $B_{ij} = \lambda_j [\text{Si}(\lambda_i + \lambda_j) + \text{Si}(\lambda_i - \lambda_j)]$, $\text{Si}(\eta) = \int_0^\eta \frac{\sin(\mu)}{\mu} d\mu$.

The initial condition for the system of ordinary differential equations (12e) is

$$\tilde{f}_i = \tilde{\Theta}_i(0) = \int_0^1 \psi_i(x) \Theta(x, 0) dx = \int_0^1 \psi_i(x) dx = \frac{(-1)^{i+1} D_i^*}{\lambda_i}, \quad i \in \mathbb{N}^*. \quad (12f)$$

Equations (12e,f) can be written in a matrix form as

$$\mathbf{A} \frac{d\mathbf{Y}(y)}{dy} + \mathbf{B}\mathbf{Y}(y) = 0, \quad \text{or} \quad \frac{d\mathbf{Y}(y)}{dy} = \mathbf{C}\mathbf{Y}(y), \quad \text{with} \quad \mathbf{C} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}, \quad (13a-c)$$

$$\mathbf{Y}(0) = \tilde{\mathbf{F}} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \tilde{f}_3, \dots)^T \quad (13d)$$

where $\mathbf{A} = [A_{ij}]$, $\mathbf{B} = [\lambda_i^2 \delta_{ij} + B_{ij}]$, $\mathbf{Y}(y) = (\tilde{\Theta}_1(y), \tilde{\Theta}_2(y), \tilde{\Theta}_3(y), \dots)^T$.

The coupled system (13b,d) is solved using a spectral decomposition method, then

$$\mathbf{Y}(y) = \xi \exp(\mathbf{D}_\mu y) \xi^{-1} \tilde{\mathbf{F}}, \quad \text{with} \quad \xi^{-1} \mathbf{C} \xi \equiv \mathbf{D}_\mu, \quad (13e,f)$$

where ξ is a square matrix in which a column vector $\xi^{(q)}$, ($q = 1, 2, \dots, N$), is an eigenvector of matrix \mathbf{C} ; and \mathbf{D}_μ is a square diagonal matrix in which the diagonal elements are the corresponding eigenvalues μ_q ($q = 1, 2, \dots, N$) of matrix \mathbf{C} . Eigenvectors and eigenvalues of matrix \mathbf{C} are obtained from the following matrix eigenvalue problem

$$(\mathbf{C} - \lambda_q \mathbf{I}) \xi^{(q)} \equiv \mathbf{0}, \quad q = 1, 2, \dots, N. \quad (13g)$$

The exponential matrix is:
$$\exp(\mathbf{D}_\mu y) = \begin{bmatrix} \exp(\mu_1 y) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \exp(\mu_2 y) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \exp(\mu_N y) \end{bmatrix}. \quad (13h)$$

Once $\mathbf{Y}(y)$, i.e. the transform of temperature $\tilde{\Theta}_i(y)$ is known, the temperature $\Theta(x, y)$ is obtained by using the inversion formula, equation (3a). The final expression is

$$\Theta(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} D_i^* \tilde{\Theta}_i(y) \cos(\lambda_i x). \quad (14)$$

4. RESULTS AND COMMENTS

The solution of an eigenvalue problem generates a complete set of orthonormal eigenfunctions. A square integrable function can be expanded in a convergent series of such functions. Different eigenvalue problems will generate different sets of eigenfunctions.

The main advantage of eigenvalue problems chosen by the first approach is that the final system of differential equations is decoupled, and easily solved. In the first approach there

are just one possibility to define the eigenvalue problem, i.e. setting $w^*(x)=w(x)$ and $L_x^* = L_x$. By the other side the second approach allows theoretically infinite possibilities to define the eigenvalue problem, since $w^*(x) \neq w(x)$ and/or $L_x^* \neq L_x$. For computational efficiency is interesting to define an eigenvalue problem as ease as possible to calculate the eigenfunctions and eigenvalues. Also is important that the chosen eigenvalue problem carry as much as possible information about the problem to be solved. There are problems, like in Silva *et al.*(1992) where the function $w(x)$ is replaced by a non-separable function $w(x,y)$, in this case it is not possible to find an eigenvalue problem that matches the needs of first approach, just the second approach can handle that kind of problem. The sample problem was solved successfully by using the two approaches. Table 1 presents results obtained using an eigenvalue problem in according with first approach. Table 2 shows results based on the second approach. Thermal quantities shown in Tables 1-2 are defined like in Shah *et al.*(1978). Taking a look on Tables 1-2 we realize that the agreement between each other is very good. Computed results also agree very well with those from Shah *et al.*(1978).

Table 1: Computed thermal quantities using eigenvalue problem defined by the first approach, for N=50.

y	$\Theta_m(y)$	Nu(y)	$Nu_m(y)$
0.001	0.94032	10.1302	15.3842
0.002	0.90736	8.0362	12.1515
0.005	0.83622	6.0015	8.9432
0.01	0.75111	4.9161	7.1552
0.02	0.62803	4.1724	5.8146
0.05	0.39530	3.7100	4.6406
0.1	0.18971	3.6581	4.1557
0.2	0.04393	3.6568	3.9063

Table 2: Computed thermal quantities using eigenvalue problem defined by the second approach, for N=35.

y	$\Theta_m(y)$	Nu(y)	$Nu_m(y)$
0.001	0.94033	10.1313	15.3813
0.002	0.90737	8.0367	12.1504
0.005	0.83622	6.0017	8.9429
0.01	0.75111	4.9161	7.1551
0.02	0.62803	4.1725	5.8146
0.05	0.39530	3.7100	4.6405
0.1	0.18971	3.6581	4.1556
0.2	0.04393	3.6568	3.9066

5. REFERENCES

- OZISIK, M. N. and MURRAY, R. L., On the Solution of Linear Diffusion Problems with Variable Boundary Parameters, *J. Heat Transfer*, v.96c, pp.48-51, 1974.
- SHAH, R. K., LONDON, A. L., Laminar Flow Forced Convection in Ducts, In: IRVINE, T. F., HARTNETT, J. P. (Eds.), *Advances in Heat Transfer*, Suppl. 1, Academic Press, New York, 1978.
- MIKHAILOV, M. D., OZISIK, M. N., *Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion*, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- SILVA, J. B. C., COTTA, R. M. & APARECIDO, J. B., Analytical Solutions to Simultaneously Developing Flow Inside Parallel-Plates Channel, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, v.35, no. 4, pp.887-895, 1992.
- COTTA, R. M., *Integral Transforms in Heat and Fluid Flow*, CRC Press, Boca Raton, 1993.

PAPER CODE: COB721

OTIMIZAÇÃO DE UMA SUPERFÍCIE ALETADA UTILIZANDO UM ALGORITMO GENÉTICO / COOLING FINS OPTIMIZATION USING A GENETIC ALGORITHM

RICARDO POLEY MARTINS FERREIRA & RICARDO LUÍZ UTSCH DE FREITAS PINTO

*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia - UFMG**Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha, Belo Horizonte, Minas Gerais, CEP 31270-901**E-mail: poley@demec.ufmg.br & utsch@vesper.ufmg.br***Abstract**

Cooling fins have been usually used to guarantee a suitable heat transfer through a thermal surface. On the other hand, when cooling fins are used, increase the weight and costs of the equipments. It is very hard to obtain the optimal geometry with traditional optimization methods (linear and nonlinear programming). Genetic algorithms have been successfully used to find global solutions in complex spaces without derivative knowledge. This paper presents how a genetic algorithm can be used to find the optimum cooling fin geometry to maximize the heat transfer through a surface. The model is composed by a system of nonlinear equations with implicit boundary conditions.

Keywords

Aletas ótimas, algoritmos genéticos, transferência de calor, otimização, métodos numéricos
Optimal cooling fins, genetic algorithms, heat transfer, optimization, numerical methods.

1. INTRODUÇÃO

Um aspecto importante no projeto de sistemas e processos da engenharia é a possibilidade de se minimizar os custos de fabricação ou operação, ou de se maximizar o desempenho segundo algum critério específico.

A teoria da otimização oferece recursos teóricos e computacionais para viabilizar a obtenção das melhores soluções de cada problema. O procedimento mais comum tem sido a utilização de algum algoritmo de Programação Matemática (Luenberger, 1984). Os métodos de programação matemática apresentam vantagens importantes: são fáceis de implementar computacionalmente, tendo convergência rápida e precisa para o ponto ótimo. Entretanto, como desvantagens, garantem a convergência apenas para ótimos locais, e podem apresentar dificuldades de convergência na presença de instabilidade numérica, mal condicionamento ou devido a algumas características do problema a ser resolvido. Além disso, algoritmos de programação matemática não estão adaptados para resolver problemas envolvendo variáveis discretas e contínuas simultaneamente, como acontece em muitos problemas de engenharia. Um outro aspecto é a necessidade de se obter derivadas das funções envolvidas, muitas vezes não disponíveis por meios analíticos.

Em meados da década de sessenta foi sugerido por John Holland (Goldberg, 1985) um novo método de busca, aplicável à otimização, conhecido como algoritmo genético. Trata-se de um procedimento heurístico de busca direta inspirado nos processos naturais da genética e evolução (Darwin, 1985). Este algoritmo de fundamentação probabilística, concebido para trabalhar sobre variáveis discretas, porém facilmente adaptável a variáveis contínuas, permite obter ótimos globais sem avaliação de derivadas (Goldberg, 1985).

Algoritmos genéticos têm sido aplicados com sucesso nas mais diversas áreas e, especialmente, em problemas de otimização (Tanomaru, 1995).

O objetivo do presente trabalho é mostrar a utilização de um algoritmo genético para a solução de um problema de otimização da geometria de uma superfície plana aletada. Trata-se do problema de obter as dimensões e o número de aletas sobre uma placa plana que maximizam o fluxo de calor transferido ao ambiente por convecção natural (Carnahan *et al.*, 1969).

Para resolver o problema utiliza-se um algoritmo genético simples com população inicial aleatória, seleção pelo método da roleta e recombinação com um único ponto de corte (Tanomaru, 1995).

Resultados são apresentados graficamente estabelecendo-se relações entre as variáveis que definem a geometria da superfície aletada e o fluxo de calor transferido.

Este trabalho faz parte de estudo mais amplo dos autores sobre a aplicação de algoritmos genéticos na otimização de sistemas dinâmicos.

2. ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos genéticos são algoritmos de busca que representam as variáveis de um problema específico através de cadeias de caracteres simples (por exemplo, binários) análogas aos cromossomos. O conjunto inicial de cadeias de caracteres é formado empregando-se algum processo aleatório ou alguma regra heurística.

Uma vez gerado o conjunto inicial de soluções possíveis, cada uma das cadeias de caracteres da população é avaliada e uma nova população é formada utilizando três operadores genéticos básicos, inspirados nos mecanismos naturais da genética e da evolução a saber: seleção, recombinação e mutação (Goldberg, 1985). Estes operadores representam processos de competição (seleção e reprodução) e alteração (mutação) descritos pela biologia e que contêm sofisticadas estratégias de geração e teste que são capazes de identificar e aproveitar as peculiaridades do meio ambiente. A análise teórica tem indicado que os algoritmos genéticos utilizam o conhecimento do domínio de busca obtido durante o processo de otimização de uma maneira tal que permite alcançar um balanço eficiente entre a necessidade de se explorar áreas diferentes no domínio (diversidade) e de, ao mesmo tempo, concentrar buscas nas regiões do domínio que apresentam alta adequabilidade (Goldberg, 1985).

A seleção consiste em priorizar a permanência dos indivíduos mais bem adaptados.

A recombinação consiste em trocar fragmentos da cadeia de caracteres entre os cromossomos de pares de indivíduos selecionados, sendo um operador genético análogo ao conceito de reprodução sexuada. A recombinação aproveita as seqüências de caracteres contidos na população para formar novos indivíduos.

Devido a perdas acontecidas durante o processo de seleção, ou devido à escolha da população inicial, determinadas características (gens) do indivíduo ótimo podem não estar presentes na população. A recombinação por si não é capaz de criar novas populações com estas características, dificuldade que é superada pelo operador de mutação, como acontece nos processos biológicos.

O operador de mutação, o qual altera um ou mais componentes das cadeias de caracteres, permite a introdução de novas seqüências de caracteres na base genética de conhecimento. As mutações podem ser alterações completamente aleatórias ou obedecer a alguma regra heurística, permitindo teoricamente que todos os pontos do espaço de busca sejam alcançáveis, qualquer que seja a população do momento.

Uma vez que o conjunto de indivíduos gerados no início do processo foi selecionado, recombinação, e sofreu mutação, completa-se uma geração, reiniciando-se o processo de busca.

Diferentemente dos métodos convencionais de busca e otimização os algoritmos genéticos não possuem critérios de parada naturais. Normalmente usa-se o critério do número máximo de avaliações da função objetivo, tempo limite de processamento, ou a idéia de estagnação da população (Tanomaru, 1995).

3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de maximização do calor transferido por convecção natural, com camada limite turbulenta, através de uma superfície horizontal com aletas retangulares (Figura 1) pode ser formulado como a seguir:

Deseja-se obter o número de aletas (n) e suas dimensões (L, t) que maximizem o fluxo de calor transferido

$$Q_{Total}(T_w, T_a, n, t, L, L_p) = Q_a + Q_w + Q_{x=L} \quad (1)$$

sendo conhecidas a temperatura da parede (T_w), a temperatura ambiente (T_a) e a largura da parede (L_p), onde:

$$Q_a = \begin{cases} n \int_0^L 2h(T - T_a) dx & \text{se, } d \leq 2\delta \\ n \left(\frac{d-t}{2\delta}\right)^4 \int_0^L 2h(T - T_a) dx & \text{se, } d > 2\delta \end{cases} \quad (2)$$

$$Q_w = (n-1)d \int_0^L h(T - T_a) dx \quad (3)$$

representa o calor transferido pelo conjunto de aletas, sendo δ a espessura da camada limite

$$Q_w = (n-1)d \int_0^L h(T - T_a) dx \quad (4)$$

representa o calor transferido para o meio através da parede, e

$$Q_{x=L} = nth|_{x=L} (T|_{x=L} - T_a) \quad (5)$$

representa o calor transferido para o meio na extremidade da aleta.

A grandeza (h) representa o coeficiente de transferência de calor por convecção natural, dado pela expressão (Rohsenow *et al*, 1961):

$$h = 0.36(T - T_a)^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

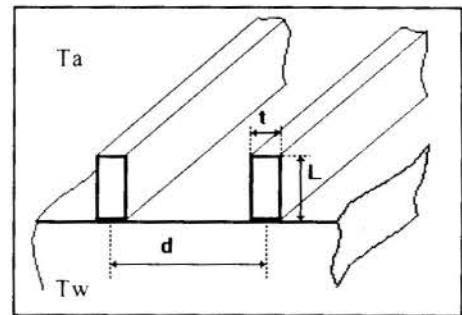


Figura 1. Superfície aletada

e (d) representa a distância entre os planos médios das aletas. Exceto para a situação trivial de uma única aleta, admite-se que as aletas são igualmente espaçadas, estando a primeira e a última situadas exatamente nos pontos extremos da parede.

O termo $((\frac{d-t}{2\delta})^4)$ aparece na expressão (3) como um coeficiente de penalidade que leva em conta o fato de que a interferência entre camadas limites de aletas adjacentes diminua a eficiência das aletas.

Para garantir que as aletas estejam suficientemente distantes umas das outras, adota-se como restrições de desigualdade:

$$t \leq 0.1L \quad (7)$$

O perfil de temperatura ao longo da aleta é obtido como solução das equações diferenciais (para $0 \leq x \leq L$):

$$\begin{cases} \frac{dT}{dx} = U \\ \frac{dU}{dx} = \frac{0.72}{kt} (T - T_a)^{\frac{4}{3}} \end{cases} \quad (8)$$

tendo como condições de contorno

$$T|_{x=0} = T_w \quad (9)$$

$$kt \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = h|_{x=L} (T_{x=L} - T_a) \quad (10)$$

onde k representa o coeficiente de condutividade térmica do material.

Para consistência física da distribuição de temperatura devem ser respeitadas as restrições de desigualdade (para $0 \leq x \leq L$):

$$T \geq T_a \quad (11)$$

$$\frac{dT}{dx} \leq 0 \quad (12)$$

3.1 Reformulação do problema

A área total das aletas (A_T) e a esbelteza das aletas (w) estão relacionadas com n , L e t pelas relações:

$$A_{Total} = ntL \quad (13)$$

$$w = \frac{t}{L} \quad (14)$$

O problema de otimização pode ser reformulado em termos de n , A_T e w como:

$$\text{Maximizar: } Q_{Total}(n, w, A_T) = Q_{Total}(T(x), n, w, A_T) \quad (15)$$

onde, para cada escolha de n , w e A_T , o valor de Q_{Total} é calculado a partir da distribuição de temperatura ao longo das aletas.

Uma das maiores dificuldades para a solução numérica deste problema é a satisfação da condição de contorno na extremidade livre das aletas (10), a qual envolve grandezas que não são conhecidas a priori. Pelo contrário, ela envolve grandezas que só são conhecidas após a integração das equações diferenciais (8). O problema fica mais difícil ainda devido as restrições de desigualdade (11) e (12).

Para a satisfação da condição (10) respeitando as restrições (11) e (12), elaborou-se um procedimento iterativo sobre $dT/dx|_{x=0}$. Trata-se de um procedimento de busca direta que utiliza o Método da Seção Áurea para encontrar $dT/dx|_{x=0}$ que minimiza a função de penalidade

$$r\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x=0} \Big|_{x=L} = \left[kt \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} - h \Big|_{x=L} (T_{x=L} - T_a) \right]^2 \quad (16)$$

satisfazendo as restrições (8),(9),(11) e (12).

Note que $dT/dx|_{x=L}$ e $T|_{x=L}$ são obtidos a partir de $dT/dx|_{x=0}$ e $T|_{x=0} = T_w$, integrando-se numericamente o sistema de equações diferenciais (8).

4. SOLUÇÃO DO PROBLEMA UTILIZANDO UM ALGORITMO GENÉTICO SIMPLES

4.1. Definição da função de adequabilidade

No caso de problemas de otimização a adequabilidade é medida pelo valor da função objetivo em cada ponto.

Definida a função objetivo, para empregar um algoritmo genético, precisa-se definir o espaço de busca e codificá-lo. Em seguida forma-se aleatoriamente uma população inicial de soluções e aplica-se os operadores genéticos até que a população satisfaça algum critério de convergência.

4.2. Codificação e mapeamento

As 3 variáveis que definem a quantidade de calor que é transferido pela superfície aletada (w , A_T e n) são codificados em uma cadeia de caracteres de 27 bits. Esta cadeia é subdividida em 3 subcadeias de 9 bits, uma para cada variável.

Foi realizado um mapeamento linear entre os limites de busca de cada uma das variáveis e suas subcadeias.

O domínio de busca do problema foi codificado possibilitando a representação de 134217728 (2^{27}) indivíduos diferentes.

4.3. Algoritmo genético simples para calculo do ótimo de uma superfície aletada

Com o espaço de busca codificado e mapeado, aplica-se o seguinte algoritmo genético:

```

|Começar
| geração = 0
| inicializar População(geração)
| avaliar População(geração)
| Enquanto a condição terminal não for atingida faça
|   |Começar
|   | geração = geração + 1
|   | selecionar População(geração) a partir de População(geração - 1)
|   | recombinar e mutar
|   | avaliar População(geração)
|   |Terminar
|Terminar
    
```

Os operadores foram aplicados em sucessivas populações de cadeias binárias codificadas e mapeadas até que os critérios de convergência fossem satisfeitos.

Formou-se aleatoriamente uma população inicial com 256 indivíduos, ou seja, $1.9 \cdot 10^{-4}\%$ do domínio global.

Os indivíduos são comparados uns aos outros pela função objetivo que fornece uma medida do desempenho de cada um.

A seleção foi realizada através do método da roleta (Goldberg, 1985).

No método da roleta é montada uma roleta virtual onde a probabilidade de sucesso de cada indivíduo é proporcional à sua adequabilidade relativa, dada por:

$$p_{sel}(c_j) = \frac{a(c_j)}{\sum_{i=1}^N a(c_i)} \tag{17}$$

onde $a(c_j)$ representa a adequabilidade do indivíduo c_j .

Utilizou-se recombinação simples (pareamento aleatório), com um ponto de corte. e probabilidade de recombinação: $Prec = 0.8$.

Adotou-se a mutação simples com probabilidade de mutação $Pmut = 0.01$.

Como condição de convergência utilizou-se o critério de limite de avaliações da função objetivo, juntamente com o critério de estagnação da população.

5. RESULTADOS

Resultados foram obtidos com:

$$L_p = 1.219 \text{ m}, k = 211.5 \text{ watts/m (cobre)}, T_a = 21.1 \text{ }^\circ\text{C}, T_w = 93.3^\circ\text{C}.$$

O sistema de equações diferenciais foi adimensionalizado e integrado empregando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem.

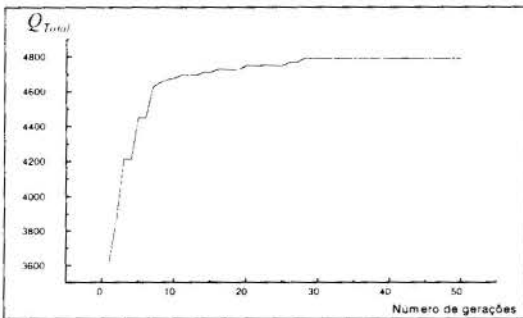


Figura 4: Fluxo de calor máximo ao longo das gerações. População inicial 256 indivíduos, $Prec = 0.8$, $Pmut = 0.01$ (Q_{Total} médio de 5 avaliações).

Tabela 1: Intervalos do espaço de busca de cada variável e sua respectivas precisões

Variável	Limite inferior	Limite superior	Precisão
n	1	512	1
w	0.0001	0.1	2×10^{-4}
$A_T (m^2)$	$9.29 \cdot 10^{-5}$	0.5574	1×10^{-3}

Os valores do ponto ótimo obtido são:

$$n = 5; w = 0.0352; A_T = 0.356 \text{ m}^2;$$

$$Q_{Total} = 1405 \text{ watts}$$

A Figura 4 mostra a quantidade de calor correspondente ao melhor indivíduo de cada geração (tomada como a média de cinco execuções consecutivas do algoritmo). Fica evidente que o algoritmo genético simples utilizado obteve o máximo global para Q_{Total} após um número pequeno de gerações e com relativamente poucas avaliações da função objetivo (12800 averiguações para cada execução, correspondendo a $9.5 \times 10^{-3} \%$ do espaço de busca).

A Tabela 1 contém os intervalos das variáveis do problema onde foi realizada a busca. O tamanho da cadeia de caracteres adotada está relacionada com a precisão com a qual foram obtidos os resultados. A escolha deste tamanho se faz por uma solução de compromisso entre o trabalho computacional e a precisão desejada nos resultados.

A Tabela 2 detalha os resultados nas proximidades do ótimo global.

Para efeito de verificação dos resultados, o mesmo algoritmo genético foi reaplicado fixando o número de aletas (desde 1 até 512), ou seja, considerando apenas w e A_T como variáveis otimizáveis. Para ilustrar melhor os resultados, As Figuras 5,6 e 7 apresentam uma sequência de “zooms” mostrando o comportamento da função objetivo à medida em que o número de aletas é varrido.

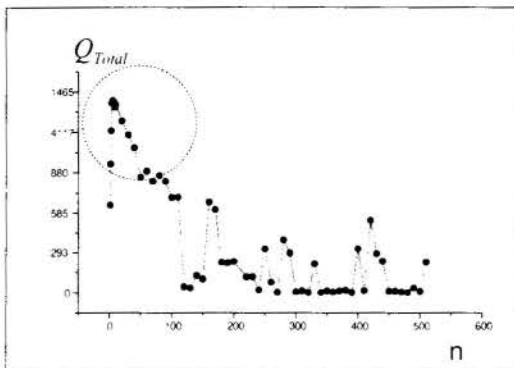


Figura 5: Fluxo de calor ótimo para cada número de aletas (1 a 512).

Tabela 2: Valores nas proximidades do ponto ótimo

n	w	A_T m^2	Q_{Total} watts
3	0.0458	0.6445	1236
4	0.0390	0.5506	1402
5	0.0352	0.3557	1405
6	0.0478	0.2787	1185
7	0.0409	0.2794	600.5
8	0.0329	0.2787	343.5
9	0.0309	0.2787	210.1
10	0.0264	0.2801	134.5

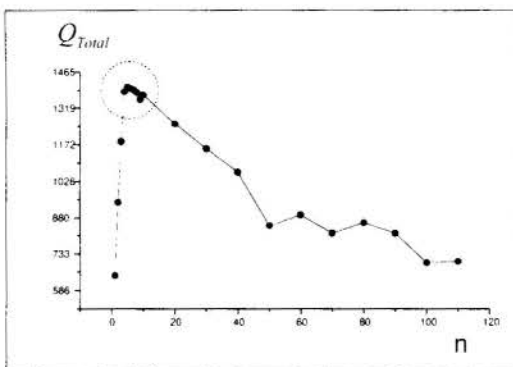


Figura 6: Fluxo de calor ótimo para cada número de aletas (1 a 100).

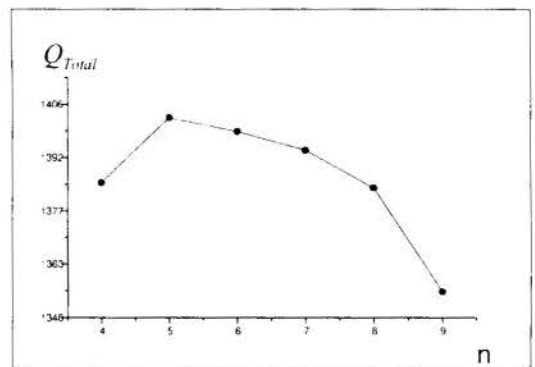


Figura 7: Fluxo de calor ótimo para cada número de aletas (3 a 10).

6. COMENTÁRIOS

- (i) Conforme pode-se observar nas Figuras 5 e 6, o problema estudado apresenta ótimos locais. Esta é talvez a principal dificuldade para resolver o problema utilizando métodos de programação matemática.

- (ii) Embora se tenha utilizado uma cadeia de caracteres pequena (27 bits), as soluções foram encontradas com precisão satisfatória.
- (iii) O algoritmo genético realizou muito poucas avaliações da função objetivo em comparação com o número de alternativas possíveis, indicando uma eficácia bastante satisfatória.
- (iv) O tempo de processamento dos passos do algoritmo propriamente dito foi muito pequeno quando comparado com a avaliação da função objetivo, a qual envolve a solução do problema acessório, resolvido de uma forma original.
- (v) A possibilidade de convergência para um ótimo local (possível, por exemplo, devido a uma escolha de população inicial pequena) foi afastada com a execução repetitiva do algoritmo genético.

7. CONCLUSÃO

Com o objetivo de mostrar a aplicação de algoritmos genéticos na otimização de sistemas dinâmicos, aplicou-se um procedimento genético simples ao problema da determinação da geometria ótima e número ótimo de aletas em superfícies planas considerando transferência de calor por convecção natural com camada limite turbulenta. O algoritmo genético simples adotado encontrou com eficiência o ótimo global do problema.

Espera-se que problemas mais complexos de otimização de sistemas dinâmicos possam ser resolvidos eficientemente com o auxílio de algoritmos genéticos.

8. REFERÊNCIAS

- Carnahan,B., Luther,H.A. & Wilkes,J.O. *Applied Numerical Methods*, John Wiley & Sons, 1969
- Darwin,C.R. *On The Origins of Species by Means of Natural Selection*, Penguin Classics, 1985
- Goldberg,D.E *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, 1989
- Luenberger,D.G *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley, 1984.
- Rohsenow,W.M. & Choi,H.Y. *Heat, Mass, and Momentum Transfer*, Prentice-Hall, 1961
- Tanomaru,J., Motivação, Fundamentos e Aplicações de Algoritmos Genéticos, *Anais do II Congresso Brasileiro de Redes Neurais*, pp.373-404, Curitiba, 1995



PAPER CODE: COB768

TRANSIENT LAMINAR FORCED CONVECTION HEAT TRANSFER IN CIRCULAR AND PARALLEL-PLATES DUCTS OF HERSCHEL-BULKLEY FLUIDS

E. N. MACÊDO and J. N. N. QUARESMA
 Chemical Engineering Department – CT/UFPA
 Campus Universitário do Guamá, Rua Augusto Corrêa, 01
 66075-900 – Belém-PA-Brasil - E-mail: quaresma@marajo.ufpa.br

Abstract

The transient analysis of the thermal entry region in laminar forced convection heat transfer of Herschel-Bulkley fluids, within both circular and parallel-plates ducts, is analytically studied through the so-called Generalized Integral Transform Technique (GITT). A prescribed constant uniform wall temperature is considered for the boundary condition. Benchmark results for the local Nusselt numbers in regions very close to the duct inlet are established, for various rheological behavior parameters, such as power-law exponents and yield numbers, which are then confronted with the previous results in the recent literature.

Keywords

Generalized Integral Transform Technique, Transient internal forced convection, Herschel-Bulkley fluids, Parallel-plates channel and circular tube.

1. INTRODUCTION

The non-newtonian behavior of certain materials occur in several industrial applications, namely polymer extrusion, mixing and agitation of oils, greases, cosmetics, toothpastes and drilling muds. Generally, these processes are non-isothermal and the knowledge of the temperature distributions are of great importance in the design of thermal equipments.

In a previous work, Quaresma and Macêdo (1997) have pointed out that in the petroleum industry during the drilling operation, the drilling muds are of a fundamental importance to provide a good operation and well cementing. These drilling muds follow a non-newtonian behavior based on the Herschel-Bulkley model, and their rheological properties are sensitive with the temperature. In this form, the complete temperature distributions in such fluids are necessary to determine the control of these properties during the drilling operation.

On the other hand, the transient analysis of heat transfer convection inside ducts is important in engineering applications related to the precise control of heat exchangers devices.

Thus the present paper aims to develop an approximate analytical solution for the transient heat transfer convection, within circular and parallel-plates ducts of Herschel-Bulkley fluids by combining the generalized integral transform and classical Laplace transformation techniques (Cotta and Özisik, 1986; Cotta et al., 1986; Kim and Özisik, 1987; Cotta, 1993).

2. ANALYSIS

We consider transient forced convection in thermally developing, hydrodynamically developed laminar flow in simple geometries such as a parallel-plates channel or a circular tube. Viscous dissipation, free convection, and axial conduction effects are neglected, and physical properties are taken constant. Here, we consider, for simplicity, the problem involving a step change in wall temperature for flow inside a parallel-plates channel or a circular tube, but more general problems can be studied with the present approach. The mathematical formulation in the dimensionless form is given by:

$$\frac{\partial \Theta(R, Z, \tau)}{\partial \tau} + W(R) \frac{\partial \Theta(R, Z, \tau)}{\partial Z} = \frac{1}{R^p} \frac{\partial}{\partial R} \left[R^p \frac{\partial \Theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \right], \quad \text{in } 0 < R < 1, Z > 0, \tau > 0 \quad (1.a)$$

$$\Theta(R, Z, 0) = 1, \quad Z \geq 0, 0 \leq R \leq 1 \quad (1.b)$$

$$\Theta(R, 0, \tau) = 1, \quad \tau > 0, 0 \leq R \leq 1 \quad (1.c)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad ; \quad \Theta(1, Z, \tau) = 0, \quad \tau > 0, Z > 0 \quad (1.d.e)$$

where the various dimensionless groups are defined as

$$R = \frac{r}{r_w}; \quad Z = \frac{\alpha z}{u_m D_h^2}; \quad U(R) = \frac{u(r)}{u_m}; \quad W(R) = \frac{U(R)}{2^{4-2p}}; \quad \Theta(R, Z, \tau) = \frac{T(r, z, t) - T_w}{T_0 - T_w}; \quad \tau = \frac{\alpha t}{r_w^2} \quad (2.a-f)$$

and D_h is the hydraulic diameter defined as

$$D_h = 2^{2-p} r_w \quad (3)$$

The exponent p denotes the channel geometry and is written as

$$p = \begin{cases} 0, & \text{for parallel- plates channel} \\ 1, & \text{for circular tube} \end{cases} \quad (4.a.b)$$

In the present analysis $U(R)$ is the dimensionless velocity profile for a Herschel-Bulkley fluid and is given by (Quaresma and Macêdo, 1997):

$$U(R) = \begin{cases} \frac{n(p+1)}{2(n+1)} \frac{1}{f Re} \left[\frac{f Re}{(p+1)2^{1-p}} - Y \right]^{\frac{(n+1)}{n}}, & \text{for } R \leq R_0 \\ \frac{n(p+1)}{2(n+1)} \frac{1}{f Re} \left\{ \left[\frac{f Re}{(p+1)2^{1-p}} - Y \right]^{\frac{(n+1)}{n}} - \left[\frac{R f Re}{(p+1)2^{1-p}} - Y \right]^{\frac{(n+1)}{n}} \right\}, & \text{for } R \geq R_0 \end{cases} \quad (5.a.b)$$

The additional groups employed in equations above are: R_0 (dimensionless radius of the plug-flow region); Y (yield number); Re (Reynolds number) and f (Fanning friction factor). Such definitions are given below:

$$R_0 = \frac{r_0}{r_w}; \quad Y = \frac{\tau_y}{K} \left(\frac{D_h}{u_m} \right)^n; \quad Re = \frac{\rho u_m^{2-n} D_h^n}{K}; \quad f = \left(-\frac{dP}{dz} \right) \frac{D_h}{2\rho u_m^2} \quad (6.a-d)$$

The Fanning friction factor and the dimensionless radius of the plug-flow region are functions of the Reynolds and yield numbers. In reference (Quaresma and Macêdo, 1997) are shown some results for the product $f Re$, not listed here due space limitation.

The problem defined by eqs. (1) can be solved by the combination of the generalized integral transform and the classical Laplace transformation techniques (Cotta and Özisik, 1986; Cotta, 1993). Therefore, for convenience in the analysis, we separate the contribution of the pure conduction region by splitting-up the problem (1) into two parts as:

$$\Theta(R, Z, \tau) = \Phi(R, Z, \tau) + \Theta_c(R, \tau) \quad (7)$$

Now, introducing the eq. (7) in eqs. (1), results the following problems for $\Theta_c(R, \tau)$ and $\Phi(R, Z, \tau)$:

- Heat Conduction problem for $\Theta_c(R, \tau)$:

$$\frac{\partial \Theta_c(R, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{R^p} \frac{\partial}{\partial R} \left[R^p \frac{\partial \Theta_c(R, \tau)}{\partial R} \right], \quad \text{in } 0 < R < 1, \tau > 0 \quad (8.a)$$

$$\Theta_c(R, 0) = 1, \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (8.b)$$

$$\left. \frac{\partial \Theta_c(R, \tau)}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad ; \quad \Theta_c(1, \tau) = 0, \quad \tau > 0 \quad (8.c,d)$$

with its solution readily obtained as:

$$\Theta_c(R, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{N_m^*} F_m^* X_m(R) \exp(-\gamma_m^2 \tau) \quad (9.a)$$

where,

$$F_m^* = - \left. \frac{1}{\gamma_m^2} \frac{dX_m(R)}{dR} \right|_{R=1} \quad ; \quad N_m^* = \int_0^1 R^p X_m^2(R) dR \quad (9.b,c)$$

The eigenfunctions $X_m(R)$ are the solutions to the following eigenvalue problem:

$$\frac{d}{dR} \left[R^p \frac{dX_m(R)}{dR} \right] + \gamma_m^2 R^p X_m(R) = 0, \quad \text{in } 0 < R < 1 \quad (10.a)$$

$$\left. \frac{dX_m(R)}{dR} \right|_{R=0} = 0 \quad ; \quad X_m(1) = 0 \quad (10.b,c)$$

The solution of eigenvalue problem above is given by:

$$\left. \begin{aligned} X_m(R) &= \text{Cos}(\gamma_m R) \\ \gamma_m &= (2m-1)\pi/2 \end{aligned} \right\}, \text{ for } p=0 \quad ; \quad \left. \begin{aligned} X_m(R) &= J_0(\gamma_m R) \\ J_0(\gamma_m) &= 0 \end{aligned} \right\}, \text{ for } p=1 \quad (11.a,b)$$

- Convection problem for $\Phi(R, Z, \tau)$

$$\frac{\partial \Phi(R, Z, \tau)}{\partial \tau} + W(R) \frac{\partial \Phi(R, Z, \tau)}{\partial Z} = \frac{1}{R^p} \frac{\partial}{\partial R} \left[R^p \frac{\partial \Phi(R, Z, \tau)}{\partial R} \right], \quad \text{in } 0 < R < 1, Z > 0, \tau > 0 \quad (12.a)$$

$$\Phi(R, Z, 0) = 0, \quad Z \geq 0, 0 \leq R \leq 1 \quad (12.b)$$

$$\Phi(R, 0, \tau) = 1 - \Theta_c(R, \tau), \quad \tau > 0, 0 \leq R \leq 1 \quad (12.c)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi(R, Z, \tau)}{\partial R} \right|_{R=0} = 0; \quad \Phi(1, Z, \tau) = 0, \quad \tau > 0, Z > 0 \quad (12.d,e)$$

To solve the convection problem defined by equations (12), the Laplace transform with respect to τ variable is taking. Thus, the problem becomes:

$$W(R) \frac{\partial \Phi^L(R, Z)}{\partial Z} + s \Phi^L(R, Z) = \frac{1}{R^p} \frac{\partial}{\partial R} \left[R^p \frac{\partial \Phi^L(R, Z)}{\partial R} \right], \quad \text{in } 0 < R < 1, Z > 0 \quad (13.a)$$

$$\Phi^L(R, 0) = \frac{1}{s} - \Theta_c^L(R), \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (13.b)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi^L(R, Z)}{\partial R} \right|_{R=0} = 0 \quad ; \quad \Phi^L(1, Z) = 0, \quad Z > 0 \quad (13.c,d)$$

where $\Theta_c^L(R)$ is the Laplace transformation of the function $\Theta_c(R, \tau)$ in the form:

$$\Theta_c^L(R) = L[\Theta_c(R, \tau)] = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{N_m^*} \frac{F_m^* X_m(R)}{s + \gamma_m^2} \quad (13.e)$$

The exact solution of the problem above, although a straightforward matter in the formal sense, would introduce an s -dependent eigenvalue problem of undesirable computational complexity. Therefore, to solve the problem through the GITT approach we consider the following s -independent eigenvalue problem:

$$\frac{d}{dR} \left[R^p \frac{d\Psi_i(R)}{dR} \right] + \beta_i^2 R^p W(R) \Psi_i(R) = 0, \quad \text{in } 0 < R < 1 \quad (14.a)$$

$$\left. \frac{d\Psi_i(R)}{dR} \right|_{R=0} = 0 \quad ; \quad \Psi_i(1) = 0 \quad (14.b,c)$$

The solution of the eigenvalue problem above can be obtained by two approaches, namely Sign-Count method (Mikhailov and Vulchanov, 1983; Mikhailov and Özisik, 1984) or GITT itself (Cotta, 1993; Mikhailov and Cotta, 1994). Here, for instance, we have used both, and the results were in excellent agreement, but also not listed here due space limitations. Therefore, the eigenvalue problem (14) allows to define the following integral transform pair as:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_i^L(Z) &= \int_0^1 R^p W(R) \Psi_i(R) \Phi^L(R, Z) dR; & \Phi^L(R, Z) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \Psi_i(R) \bar{\Phi}_i^L(Z) \\ & \text{(transform)} & & \text{(inversion)} \end{aligned} \quad (15.a,b)$$

Then taking the integral transformation of the problem (13), these equations are operated with the operator $\int_0^1 R^p W(R) \Psi_i(R) dR$ to yield:

$$\frac{d\bar{\Phi}_i^L(Z)}{dZ} + s \int_0^1 R^p \Phi^L(R, Z) \Psi_i(R) dR = -\beta_i^2 \bar{\Phi}_i^L(Z) \quad (16.a)$$

$$\bar{\Phi}_i^L(0) = \int_0^1 R^p W(R) \left[\frac{1}{s} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{N_m^*} \frac{F_m^* X_m(R)}{s + \gamma_m^2} \right] \Psi_i(R) dR \quad (16.b)$$

The integrals in equations (16) are performed to furnish the following infinite system of equations for the transformed potential $\bar{\Phi}_i^L$:

$$\frac{d\bar{\Phi}_i^L(Z)}{dZ} + \beta_i^2 \bar{\Phi}_i^L(Z) + s \sum_{j=1}^{\infty} A_{ij} \bar{\Phi}_j^L(Z) = 0, \quad Z > 0 \quad (17.a)$$

$$\bar{\Phi}_i^L(0) = \bar{F}_i^L(0), \quad i = 1, 2, 3... \quad (17.b)$$

where

$$A_{ij} = \frac{1}{N_j} \int_0^1 R^p \Psi_i(R) \Psi_j(R) dR; \quad N_i = \int_0^1 R^p W(R) \Psi_i^2(R) dR \quad (17.c,d)$$

$$\bar{F}_i^L(0) = \frac{1}{s} F_i - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_{mi}}{(s + \gamma_m^2)}; \quad F_i = \int_0^1 R^p W(R) \Psi_i(R) dR = -\frac{1}{\beta_i^2} \frac{d\Psi_i(1)}{dR} \quad (17.e,f)$$

$$F_{mi} = \frac{F_m^*}{N_m^*} \int_0^1 R^p W(R) \Psi_i(R) X_m(R) dR \quad (17.g)$$

The above infinite system of equations is exact, but an explicit solution is unlikely to be obtained, despite the fact it has a constant coefficients matrix. Analytical approximations can be established by retaining a finite number of terms in the summation in eq. (17.a) (Cotta and Özisik, 1986; Cotta, 1993).

An approximate solution can be obtained by considering only the diagonal elements of the coefficients matrix, since they are sufficiently dominant over the non-diagonal elements. Therefore, the so-called lowest order solution (L.O.S.) is obtained by retaining only one term in the summation, namely, by letting $j = i$ in equation (17.a). Thus, the system of equations (17) reduces to

$$\frac{d\bar{\Phi}_i^L(Z)}{dZ} + (\beta_i^2 + sA_{ii}) \bar{\Phi}_i^L(Z) = 0, \quad Z > 0 \quad (18.a)$$

$$\bar{\Phi}_i^L(0) = \bar{F}_i^L(0), \quad i = 1, 2, 3... \quad (18.b)$$

Now the system decoupled of ordinary differential equations above is solved and the inversion formula (15.a) is employed to construct the lowest order solution as

$$\Phi_i^L(R, Z) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \Psi_i(R) \left[\frac{F_i}{s} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_{mi}}{(s + \gamma_m^2)} \right] \exp[-(\beta_i^2 + sA_{ii})Z] \quad (19.a)$$

The Laplace inversion of the equation (19.a) is taken, then the solution for $\Phi_i(R, Z, \tau)$ becomes

$$\Phi_i(R, Z, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \Psi_i(R) \exp(-\beta_i^2 Z) U(\tau - A_{ii}Z) \left\{ F_i - \sum_{m=1}^{\infty} F_{mi} \exp[-\gamma_m^2(\tau - A_{ii}Z)] \right\} \quad (19.b)$$

where

$$A_{ii} = \frac{1}{N_i} \int_0^1 R^p \Psi_i^2(R) dR; \quad U(\tau - A_{ii}Z) = \begin{cases} 1, & \text{for } \tau > A_{ii}Z \\ 0, & \text{for } \tau < A_{ii}Z \end{cases} \quad (19.c-e)$$

The final lowest order solution $\Theta_\ell(R, Z, \tau)$ can be written by combining the solution for heat conduction problem $\Phi_c(R, \tau)$, eq. (9.a) with the lowest order solution for the convection problem $\Phi_\ell(R, Z, \tau)$, eq. (19.b), to yield:

$$\begin{aligned} \Theta_\ell(R, Z, \tau) = & \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \Psi_i(R) \exp(-\beta_i^2 Z) U(\tau - A_{ii}Z) \left\{ F_i - \sum_{m=1}^{\infty} F_{mi} \exp[-\gamma_m^2 (\tau - A_{ii}Z)] \right\} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_m^*}{N_m^*} X_m(R) \exp(-\gamma_m^2 \tau) \end{aligned} \quad (20)$$

The quantities of practical interest such as the average flow temperature, dimensionless wall heat flux and local Nusselt number as functions of Z and τ are obtained by using this approximate analytical solution above. Therefore the average flow temperature is defined as

$$\Theta_{av}(Z, \tau) = 2^{4-2p} (p+1) \int_0^1 R^p W(R) \Theta(R, Z, \tau) dR \quad (21.a)$$

then, substituting the eq.(20) into equation (21.a) results

$$\begin{aligned} \Theta_{av,\ell}(Z, \tau) = & 2^{4-2p} (p+1) \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_m^*}{N_m^*} J_m \exp(-\gamma_m^2 \tau) + \right. \\ & \left. \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_i}{N_i} \exp(-\beta_i^2 Z) U(\tau - A_{ii}Z) \left\{ F_i - \sum_{m=1}^{\infty} F_{mi} \exp[-\gamma_m^2 (\tau - A_{ii}Z)] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (21.b)$$

where

$$J_m = \int_0^1 R^p W(R) X_m(R) dR \quad (21.c)$$

and the dimensionless wall heat flux is determined as:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Theta_\ell(R, Z, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1} = & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{F_m^*}{N_m^*} \frac{dX_m(1)}{dR} \exp(-\gamma_m^2 \tau) + \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{N_i} \frac{d\Psi_i(1)}{dR} \exp(-\beta_i^2 Z) U(\tau - A_{ii}Z) \left\{ F_i - \sum_{m=1}^{\infty} F_{mi} \exp[-\gamma_m^2 (\tau - A_{ii}Z)] \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

The local Nusselt number is given by:

$$Nu(Z, \tau) = \frac{h(z,t) D_h}{k} = 2^{2-p} \frac{\frac{\partial \Theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1}}{\Theta(1, Z, \tau) - \Theta_{av}(Z, \tau)} \quad (23)$$

where the derivative $\frac{\partial \Theta(R, Z, \tau)}{\partial R} \Big|_{R=1}$ and $\Theta_{av}(Z, \tau)$ are obtained from the solution (20) and given by eqs. (21.b) and (22) respectively.

3 - RESULTS AND DISCUSSION

The Sign-Count method and GITT itself are used to solve eigenvalue problem (14) and to determine automatically and accurately as many eigenvalues, eigenfunctions and norms as needed, as well as other related quantities such as A_{ii} 's and F_{mi} 's. Then, the local Nusselt number is computed from the equation (23) for parallel-plates channel and circular tube having uniform wall temperature, by considering the values of the power law index $n = 0.5, 1$ and 1.5 and yield number $Y = 0, 1$ and 20 . The case $n = 1$ and $Y = 0$ is particularly chosen in order to allow for comparisons with the results for newtonian fluids available in the literature. In the case of Herschel-Bulkley fluid, results are presented for $Nu(Z, \tau)$.

In Table 1 results are presented for the dimensionless wall heat flux for a parallel-plates channel for the conduction region at different instants of time. Again the agreement between the present analytic results (for $Y = 0$ and $n = 1$) and analytical (Cotta and Özisik, 1986) and numerical (Siegel, 1960; Siegel and Sparrow, 1959) solutions is excellent.

Figure 1 shows the local Nusselt number in thermal entry region for a parallel-plates channel and circular tube (1.a,b, respectively), plotted against Z for different times, for $n = 1$ and $Y = 0$. In both of these figures for early times, the intermediate region branches off the steady- state solution at axial positions out of the range of the present graphs. In these figures as comparison for $10^{-4} \leq Z \leq 10^{-1}$ in parallel-plates channel ($\tau = 0.01, 0.03, 0.05, 0.1$ and Steady State) and circular tube ($\tau = 0.003, 0.005, 0.01, 0.03$ and Steady State) demonstrate excellent agreement with Cotta and Özisik (1986).

Finally, in Figures 2 - 5, we present the local Nusselt numbers, $Nu(Z, \tau)$, for both geometries, plotted against Z in the range $10^{-4} \leq Z \leq 10^{-1}$ for different dimensionless times, for the values of power law index $n = 0.5$ and 1.5 and yield number $Y = 1$ and 20 . From these figures is observed that the Nusselt number decrease for an increasing dimensionless time, for both geometries here adopted. It can be noticed that for the range of axial position here studied a truncation order ($N \cdot 140$) was required for a full convergence in a graph scale.

Table 1: Dimensionless Wall Heat Flux in the "Conduction Region" for Parallel-Plates Channel for $Y = 0$ and $n = 1$.

τ	-Q			
	Exact*	Cotta and Özisik (1986)	Siegel (1960)	Siegel and Sparrow (1959)
0.005	7.979	7.979	8.536	7.500
0.01	5.642	5.642	6.019	5.303
0.03	3.257	3.257	3.440	3.062
0.05	2.523	2.523	2.638	2.372
0.10	1.784	1.784	1.813	1.677

* Present Work

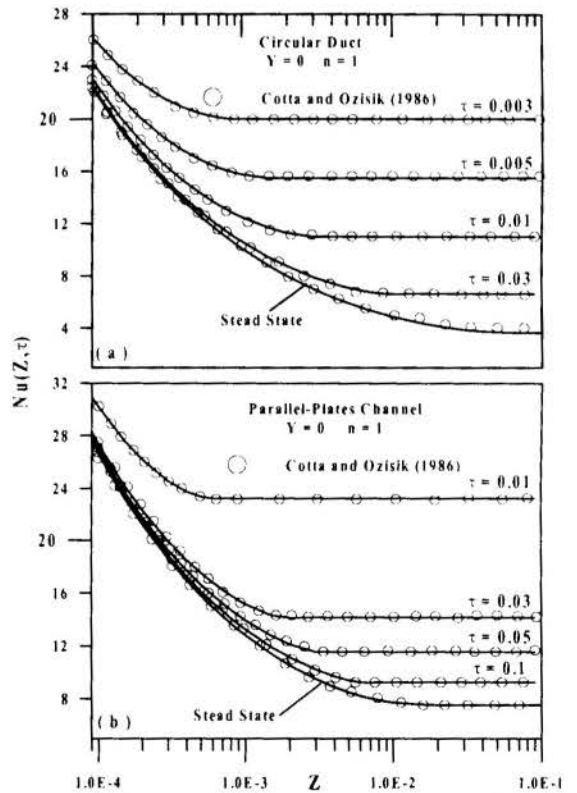


Figure 1: Comparison of the local Nusselt number with literature results; (a): Thermal entry region for a parallel-plates channel; (b): Thermal entry region for a circular duct.

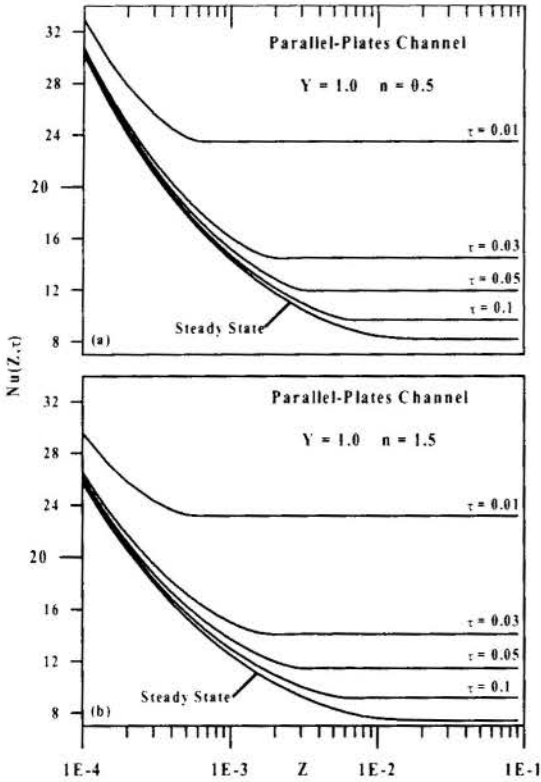


Figure 2: Local Nusselt number in thermal entry region of parallel-plates channel; (a): $Y = 1.0$ and $n = 0.5$; (b): $Y = 1.0$ and $n = 1.5$.

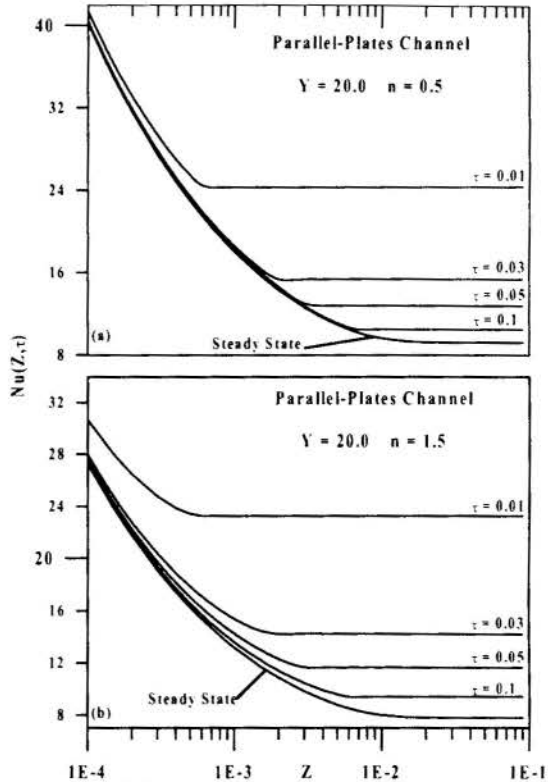


Figure 3: Local Nusselt number in thermal entry region of parallel-plates channel; (a): $Y = 20.0$ and $n = 0.5$; (b): $Y = 20.0$ and $n = 1.5$.

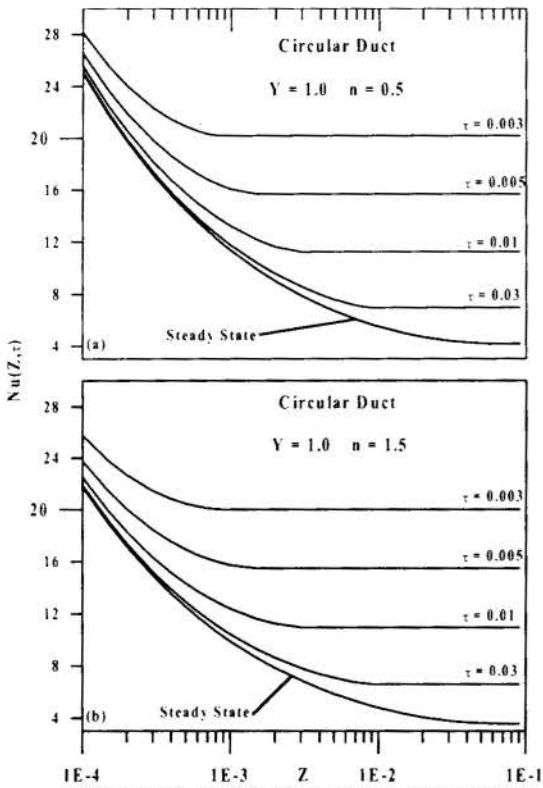


Figure 4: Local Nusselt number in thermal entry region of circular duct; (a): $Y = 1.0$ and $n = 0.5$; (b): $Y = 1.0$ and $n = 1.5$.

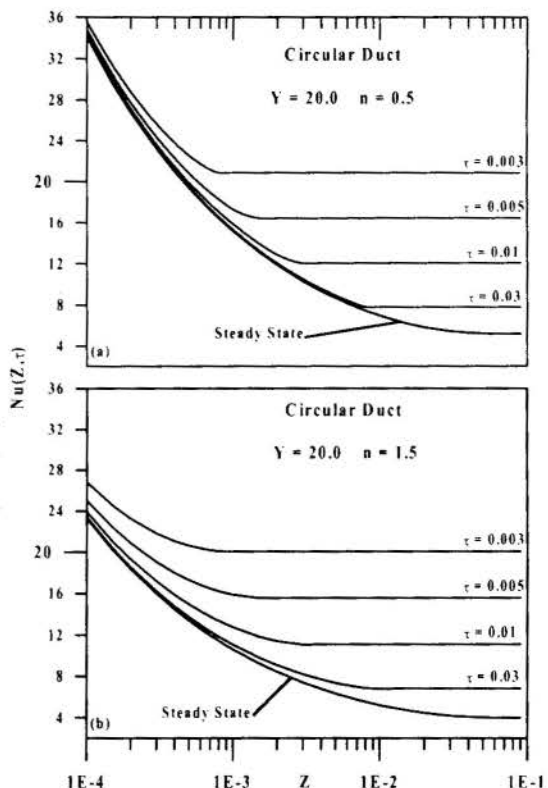


Figure 5: Local Nusselt number in thermal entry region of circular duct; (a): $Y = 20.0$ and $n = 0.5$; (b): $Y = 20.0$ and $n = 1.5$.

3 - REFERENCES

- COTTA, R. M., *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*, CRC Press, Boca Raton, 1993.
- COTTA, R. M. & ÖZISIK, M. N., Transient Forced Convection in Laminar Channel Flow with Stepwise Variations of Wall Temperature, *Can. J. Chem. Eng.*, V.64, pp.734-742, 1986.
- COTTA, R. M., ÖZISIK, M. N. & McRAE, D. S., Transient Heat Transfer in Channel Flow with Step Change in Inlet Temperature, *Num. Heat Transfer*, V.9, pp.619-630, 1986.
- KIM, W.S. & ÖZISIK, M. N., Transient Laminar Forced Convection in Ducts with Suddenly Applied Uniform Wall Heat Flux, *Int. J. Heat Mass Transfer*, V.30, pp.1753-1756, 1987.
- MIKHAILOV. M. D. & COTTA, R. M., Integral Transform Method for Eigenvalue Problems, *Commun. Num. Meth. Eng.*, V.10, pp.827-835, 1994.
- MIKHAILOV. M. D. & ÖZISIK, M. N., *Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion*, John Wiley, New York, 1984.
- MIKHAILOV. M. D. & VULCHANOV, N. L., Computational Procedure for Sturm-Liouville Problems, *J. Comp. Phys.*, V.50, pp.323-336, 1983.
- QUARESMA, J. N. N. & MACÊDO, E. N., Integral Transform Solution for the Forced Convection of Herschel-Bulkley Fluids in Circular Tubes and Parallel-Plates Ducts, *Braz. J. Chem. Eng.*, in Press.
- SIEGEL, R., Heat Transfer for Laminar Flow in Ducts with Arbitrary Time Variations in Wall Temperature, *J. Appl. Mech.*, V.27, pp.241-249, 1960.
- SIEGEL, R. & SPARROW, E. M., Transient Heat Transfer for Laminar Forced Convection in the Thermal Entrance Region of Flat Ducts, *J. Heat Transfer.*, V.81, pp.29-36, 1959.



PAPER CODE: COB898

**ANÁLISE DE CONVECÇÃO NATURAL NO ESPAÇO ANULAR DE
DOIS CILINDROS CONCÊNTRICOS VERTICAIS / NATURAL
CONVECTION ANALYSIS IN ANNULAR CAVITY BETWEEN TWO CONCENTRIC
VERTICAL CYLINDERS**

MARCELO ASSATO, GENÉSIO JOSÉ MENON & DÊNIO LEMOS PANISSI

Departamento de Engenharia Mecânica - EFEI

Av. BPS nº1303-Bairro Pinheirinho - CEP 37.500-000 - Itajubá-MG-Brasil, e-mail:genesio@iem.rmg.efei

Abstract

This work deals with the study of heat transfer by natural convection, two-dimensional, laminar in annular cavity between two concentric vertical cylinders with the inner wall maintained at a higher temperature than the outer wall. The top and bottom wall are insulated. The finite element method is used for the solution of the conservation equations, in order to find the local and average Nusselt number together with the distributions of the stream function ψ , dimensionless temperature θ and vorticity ω , as function of the thermal and geometrical parameters. Numerical results are obtained for Rayleigh numbers range from 10^4 to 10^5 , radius ratios from 2 to 10, and aspect ratios from 1 to 5. Prandtl number is kept constant at 0.7 in this study.

Keywords

Natural Convection, Vertical Concentric Cylinder, Finite Element Analysis, Nusselt Number.

Convecção Natural, Cilindros Verticais Concêntricos, Método de Elementos Finitos, Número de Nusselt.

1. INTRODUÇÃO

A convecção natural em espaço anular vertical tem sido estudada tanto experimentalmente como numericamente por diversos pesquisadores. Vahl Davis e Thomas (1969) foram os primeiros a estudarem numericamente de forma extensiva a convecção natural em espaço anular de dois cilindros verticais, um aquecido e outro resfriado isotermicamente. Thomas e Vahl Davis (1970) estenderam o estudo usando a técnica numérica de diferenças finitas para resolver as equações que governam o fenômeno, usando uma ampla faixa de parâmetros. Foram analisadas as seguintes faixas:

$$Ra \leq 2 \times 10^5, \quad 0,5 < Pr < 10^4, \quad 1 \leq A \leq 33 \quad \text{e} \quad 1 \leq \kappa \leq 10,$$

onde: Ra representa o número de Rayleigh; Pr é o número de Prandtl; e conforme a figura 2 define-se $A=H/D$ como a razão de aspecto; $\kappa=r_e/r_i$ é a razão de raios e $D=r_e-r_i$ é a dimensão característica.

Thomas e Vahl Davis (1970) obtiveram a seguinte equação de correlação:

$$\text{Nu} = 0,286 \text{ Ra}^{0,258} \text{ Pr}^{0,006} \text{ A}^{-0,238} \kappa^{0,442} \quad (1)$$

Seus resultados indicaram que os campos de temperatura e velocidade, e consequentemente as taxas de transferência de calor, não são somente funções do número de Rayleigh e razão de aspecto, mas dependem fortemente da razão de raios. A dependência do número de Prandtl, apresentou-se, de certo modo, muito fraca.

Pepper e Harris (1977) realizaram simulações numéricas de convecção natural em espaço anular de cilindros verticais aplicando o esquema SIP (Strongly Implicit Procedure). A parede vertical do cilindro interno é mantida na temperatura adimensional igual a 1 e a temperatura da parede vertical do cilindro externo é mantida igual a zero. As paredes horizontais são mantidas isoladas. O número de Prandtl foi mantido constante igual a 1. A razão de aspecto variou de 1 a 15, o número de Rayleigh de 10^4 a 10^5 e uma razão de raios de 1 a 3. Foi utilizado uma malha de 17×49 para a solução do método numérico. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com os resultados de Thomas e Vahl Davis (1970).

Prasad e Kulacki (1985) desenvolveram trabalhos experimentais, usando água, heptano e etileno glicol, nos quais mostram o efeito da razão de aspecto. Suas experiências foram conduzidas para $8 \times 10^6 < \text{Ra} < 3 \times 10^{10}$, $\kappa = 5,338$, razão de aspecto $A = 0,5; 1$ e $1,5$, e o número de Prandtl na faixa de $4 < \text{Pr} < 196$. Foi notado que o número de Nusselt Nu aumenta com a razão de raios. O efeito do número de Prandtl apresenta pouca influência. No regime laminar, o número de Nusselt Nu possui fraca dependência da razão de aspecto quando o número de Nusselt Nu e o número de Rayleigh são considerados em termos da altura anular H. A turbulência é iniciada quando o número de Grashof local é $\text{Gr}_x \cong 4 \times 10^9$. A equação de correlação de Thomas e Vahl Davis (1970) serviu para verificação dos resultados obtidos nas experiências realizadas por Prasad e Kulacki (1985).

Kalam e Kumar (1987) obtiveram resultados numéricos de várias combinações de razão de raios κ e razão de aspecto A para o estudo de convecção natural no espaço anular de cilindros verticais. Verificaram que os números de Nusselt obtidos apresentaram boa concordância com aqueles apresentados na equação de correlação de Thomas e Vahl Davis (1970) para alguns casos específicos.

Kumar e Kalam (1991) realizaram investigações numéricas de convecção natural no espaço anular de cilindros verticais com a parede do cilindro interno mantida a uma temperatura superior à parede do cilindro externo. As paredes inferior e superior são mantidas isoladas. O método numérico utilizado foi baseado nos métodos de falso transiente e ADI (Alternating Direction Implicit). Os resultados foram obtidos para as seguintes faixas: $10 \leq \text{Ra} \leq 10^6$, $1 \leq \kappa \leq 15$ e $0,3 \leq A \leq 10$. O trabalho apresenta boa concordância em seus resultados comparados com a equação de correlação de Thomas e Vahl Davis (1970) e resultados experimentais de Prasad e Kulacki (1985).

No presente trabalho estuda-se a convecção natural no espaço anular de dois cilindros concêntricos verticais, conforme mostram as figuras 1 e 2, sendo que a superfície do cilindro interno encontra-se com uma temperatura quente T_h e a superfície do cilindro externo numa temperatura fria T_c , e as outras superfícies horizontais são mantidas isoladas termicamente. São apresentadas as distribuições da função corrente e da temperatura adimensional bem como os números de Nusselt local e médio para o regime permanente e não permanente em função dos diversos parâmetros geométricos e térmicos. Os resultados numéricos utilizando o método de elementos finitos foram obtidos para as seguintes faixas: $10^4 \leq \text{Ra} \leq 10^5$; $1 \leq A \leq 10$; $2 \leq \kappa \leq 10$ e $\text{Pr} = 0,7$.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Para a formulação das equações de conservação em coordenadas cilíndricas, considera-se o escoamento sendo bidimensional, laminar e incompressível, em regime não permanente, as propriedades do fluido constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo que segue a

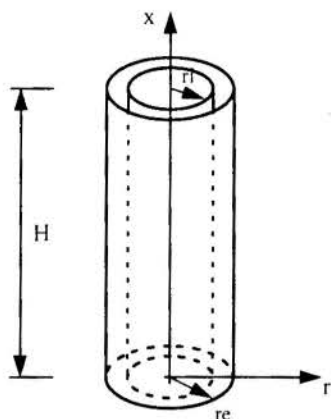


Figura 1 - Forma tridimensional dos cilindros concêntricos verticais.

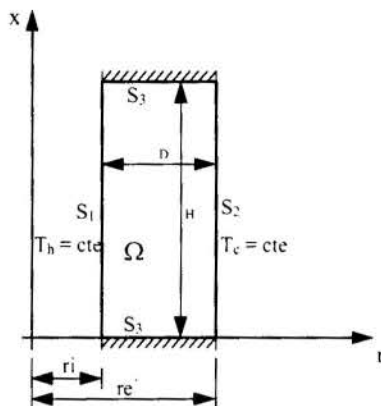


Figura 2 - Espaço anular e as condições de contorno.

relação de Boussinesq, a função dissipação viscosa e os efeitos de compressibilidade são desprezados, e não possui geração interna de calor.

Com a finalidade de generalizar a análise teórica as equações de conservação são adimensionalizadas em função da largura anular D como sendo a dimensão característica do problema. Para isto são definidos os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\tau = \frac{vt}{D^2}, \quad X = \frac{x}{D}, \quad R = \frac{r}{D}, \quad U = \frac{D}{v} u, \quad V = \frac{D}{v} v,$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_h - T_0}, \quad P = \frac{D^2 p^*}{\rho v^2}, \quad Gr = \frac{g\beta(T_h - T_0)D^3}{v^2}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}. \quad (2)$$

Onde T_0 é a temperatura de referência, definida como sendo a média da temperatura na superfície quente T_h e na superfície fria T_c .

As definições de função corrente ψ e vorticidade ω são dadas respectivamente pelas seguintes relações:

$$U = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R}, \quad V = -\frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial X}, \quad (3)$$

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial R}. \quad (4)$$

Portanto, através das definições dadas pelas equações (2), (3) e (4) as equações de conservação são adimensionalizadas e rearranjadas numa única forma final, conforme segue:

$$i-) \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \psi}{\partial R} \right) \right] + \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + Q_\psi = 0, \quad (5)$$

$$ii-) \frac{1}{Pr} \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \theta}{\partial R} \right) \right] + \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + Q_\theta = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (6)$$

$$iii-) \frac{1}{R} \left[\frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \omega}{\partial R} \right) \right] + \frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + Q_\omega = \frac{\partial \omega}{\partial \tau}, \quad (7)$$

onde :

$$Q_\psi = \omega R - \frac{2}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R}, \quad (8)$$

$$Q_\theta = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial R} - \frac{\partial \psi}{\partial R} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right), \quad (9)$$

$$Q_\omega = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \omega}{\partial R} - \frac{\partial \psi}{\partial R} \frac{\partial \omega}{\partial X} \right) - \frac{\omega}{R^2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} + 1 \right) - Gr \frac{\partial \theta}{\partial R}. \quad (10)$$

As equações (5), (6) e (7) juntas formam um sistema de equações diferenciais parciais não lineares e acopladas em termos da função corrente ψ , temperatura adimensional θ e vorticidade ω e, encontram-se sujeitas às seguintes condições iniciais e contorno:

Condições iniciais, para $\tau = 0$:

$$\psi = \theta = \omega = 0 \quad (\text{em } \Omega). \quad (11)$$

Condições de contorno, para $\tau > 0$:

$$\theta = 1 \quad (\text{em } S_1), \quad (12)$$

$$\theta = -1 \quad (\text{em } S_2), \quad (13)$$

$$q = \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 \quad (\text{em } S_3), \quad (14)$$

$$\psi_w = 0 \quad (\text{em } S_1 + S_2 + S_3), \quad (15)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \quad (\text{em } S_1 + S_2 + S_3), \quad (16)$$

$$\omega_w = -\frac{2\psi_o}{\delta^2 R_w} \quad (\text{em } S_1 + S_2 + S_3), \quad (17)$$

onde Ω representa o domínio computacional, S_1 é a superfície isotérmica quente, S_2 é a superfície isotérmica fria, S_3 representa a superfície isolada termicamente, ψ_o é o valor da função corrente num ponto situado a uma pequena distância δ do contorno.

3. MÉTODO DE SOLUÇÃO

O método numérico utilizado para resolver o sistema de equações (5) a (7), juntamente com as condições iniciais e de contorno (11) a (17) foi o método de elementos finitos usando elementos triangulares. Detalhes da solução numérica mostrando a seqüência utilizada para resolver as equações (5) a (7) são apresentados por Assato (1997). Após obter as distribuições de temperatura, o número de Nusselt local Nu_L e médio Nu podem ser calculados para cada instante de tempo pelas seguintes equações:

$$Nu_L \Big|_{S_i} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\partial\theta}{\partial R}\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial X}\right)^2} \Big|_{S_i}, \quad (\text{com } i = 1 \text{ ou } 2) \quad (18)$$

$$Nu_i = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} Nu_L \Big|_{S_i} dS_i, \quad (\text{com } i = 1 \text{ ou } 2) \quad (19)$$

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As tabelas 1 e 2 mostram comparações de resultados do presente trabalho, levando em consideração o número de Nusselt médio na superfície quente Nu_H , com os publicados na literatura. No geral, nota-se uma boa concordância dos resultados, com desvios menores que 5%, validando o método numérico e o programa computacional desenvolvido.

As figuras 3 e 4 mostram o número de Nusselt médio e local na superfície quente e na superfície fria para número de Rayleigh 10^4 e 10^5 com razão de raios $\kappa = 2$. A figura 3, para $A=1$, mostra que o número de Nusselt local na superfície quente diminui a medida que aumenta-se a coordenada X , enquanto que para a superfície fria ocorre o contrário. O mesmo comportamento pode-se notar na figura 4 com $A=5$. As linhas horizontais representam o número de Nusselt médio. As figuras 5 e 6 mostram os números de Nusselt médios na superfície quente Nu_H e na superfície fria Nu_C , em função do tempo adimensional. Nessas figuras pode-se notar uma grande variação dos valores do Nu_H e Nu_C nos instantes iniciais, tendendo a um comportamento de regime permanente nos instantes finais. São analisados para números de Rayleigh $Ra = 10^4$ e 10^5 e razão de raios $\kappa = 2$. As figuras 7 e 8 mostram o número de Nusselt médio na superfície quente Nu_H versus o número de Rayleigh. Pode-se notar que tanto para $A = 1$ como para $A = 5$ o Nu_H cresce com o aumento do número de Rayleigh.

Tabela 1 - Comparação de resultados com a literatura; $Pr = 1,0$; $A = 1,0$; $\kappa = 2,0$.

Referência	Parâmetros	Ra						
		10^4	2×10^4	3×10^4	4×10^4	5×10^4	8×10^4	10^5
Presente trabalho	Nu_H	2,862	3,479	3,876	4,173	4,413	4,957	5,237
Pepper & Harris	Nu_H	2,8	3,4	3,8	4,0	4,3	5,0	5,3
Desvio	[%]	-2,21	-2,32	-2,00	-4,32	-2,63	0,86	1,19
Thomas & Valh Davis	Nu_H	2,799	3,343	3,709	3,992	4,227	4,767	5,047
Desvio	[%]	-2,25	-4,07	-4,50	-4,53	-4,40	-3,99	-3,76

Tabela 2 - Comparação de resultados com a literatura; $Pr = 0,7$.

Referência	$Ra = 10^4$					$Ra = 10^5$				
	A = 1			A = 5	A = 10	A = 1			A = 5	A = 10
	$\kappa = 2$	$\kappa = 5$	$\kappa = 10$	$\kappa = 2$	$\kappa = 2$	$\kappa = 5$	$\kappa = 10$	$\kappa = 2$	$\kappa = 2$	
Presente Trabalho	3,901	5,399	6,898	3,428	2,870	7,853	10,029	11,773	6,152	5,238
Kumar & Kalam	4,1	5,4	7,1	3,4	2,8	7,9	10,0	12,2	6,1	5,3
Desvio [%]	4,85	0,018	2,84	-0,82	-2,50	0,59	-0,29	3,50	-0,85	1,17

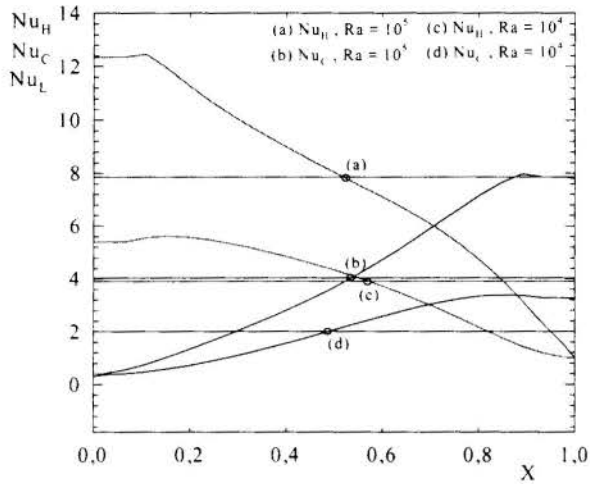


Figura 3 - Número de Nusselt local e médio na superfície quente e fria, $A=1$, $\kappa=2$, $Pr=0,7$.

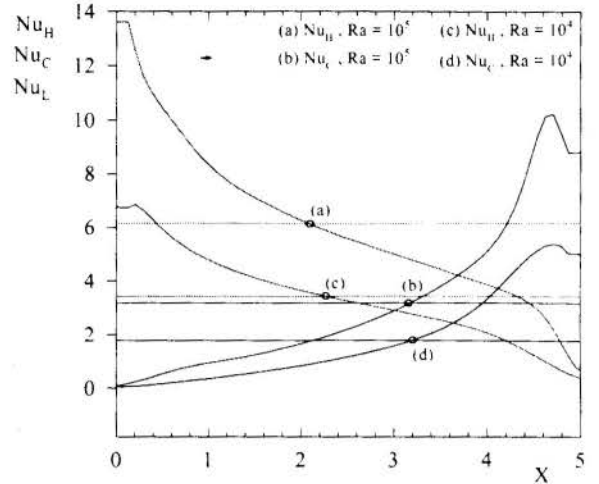


Figura 4 - Número de Nusselt local e médio na superfície quente e fria, $A=5$, $\kappa=2$, $Pr=0,7$.

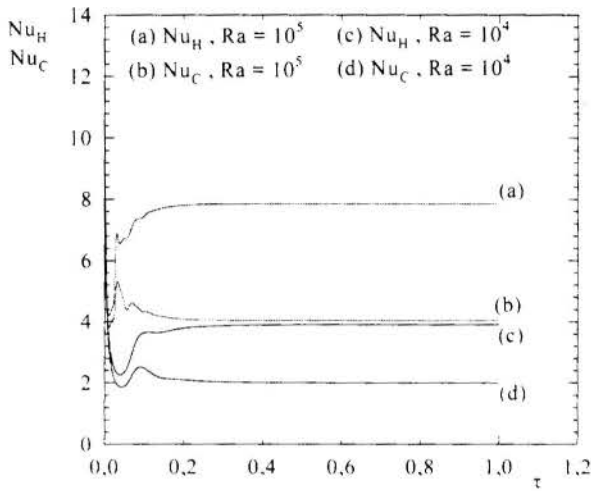


Figura 5 - Número de Nusselt médio na superfície quente e fria, $A=1$, $\kappa=2$, $Pr=0,7$.

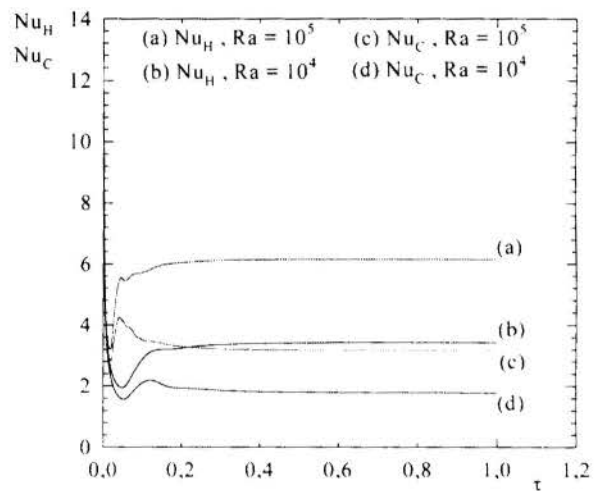


Figura 6 - Número de Nusselt médio na superfície quente e fria, $A=5$, $\kappa=2$, $Pr=0,7$.

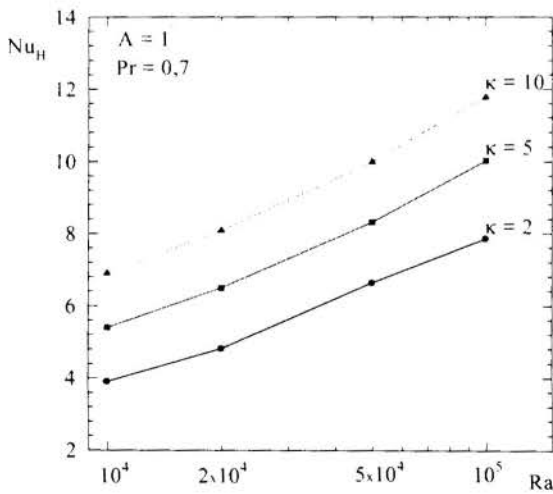


Figura 7 - Número de Nusselt na superfície quente versus número de Rayleigh, $A=1$.

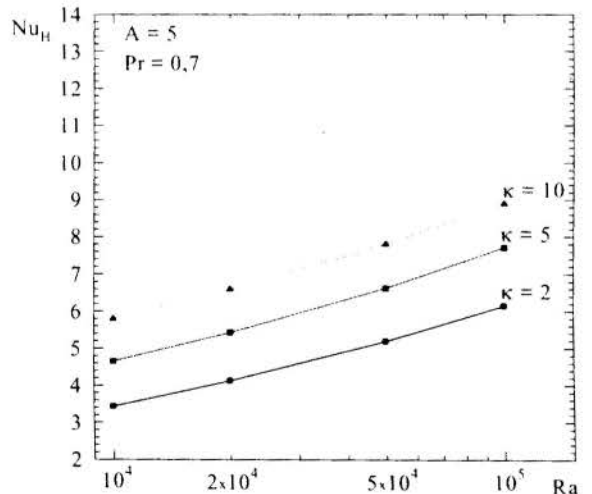


Figura 8 - Número de Nusselt na superfície quente versus número de Rayleigh, $A=5$.

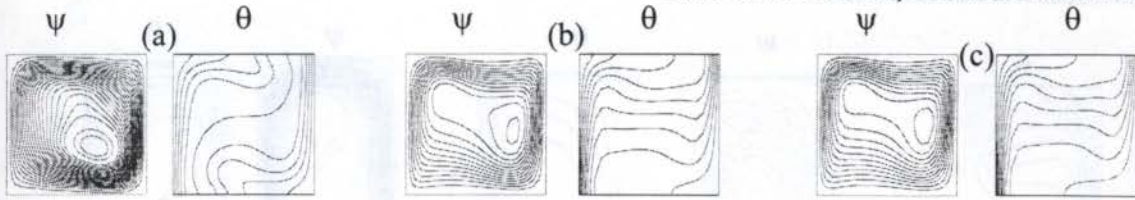


Figura 9 - Distribuições de ψ e θ para $A=1$; $Pr=0,7$; $\kappa=2$; $Ra=10^5$; $\Delta\psi=2$ e $\Delta\theta=0,2$
(a) $\tau=0,02$; (b) $\tau=0,10$; (c) $\tau=0,25$.

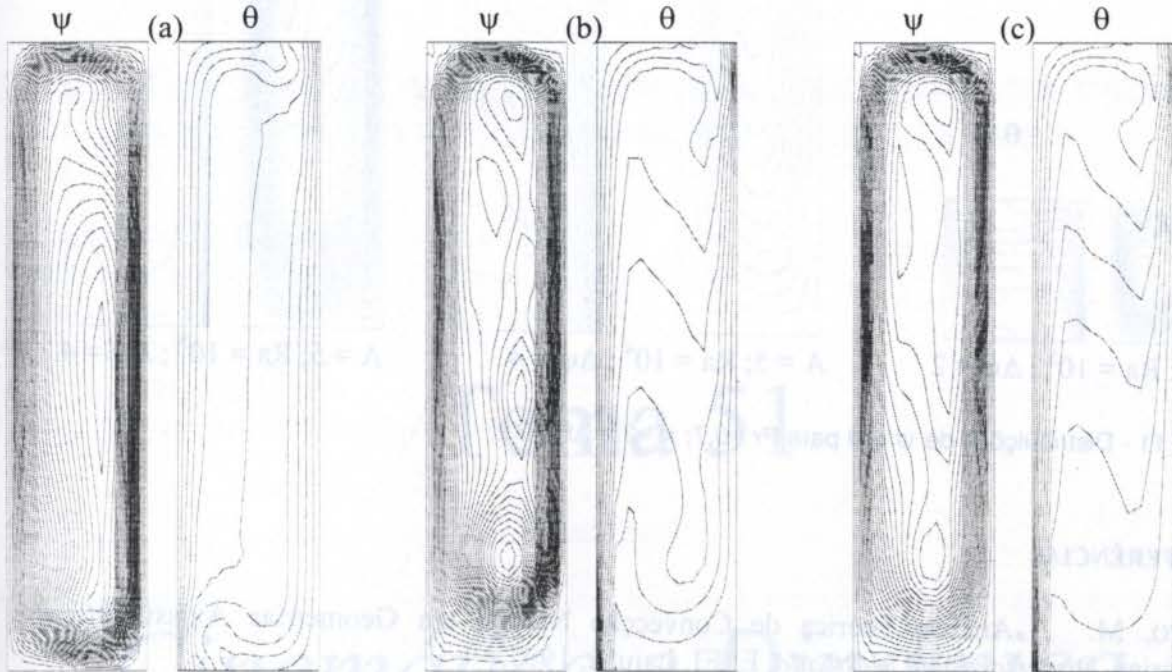


Figura 10 - Distribuições de ψ e θ para $A=5$; $Pr=0,7$; $\kappa=2$; $Ra=10^5$; $\Delta\psi=4$ e $\Delta\theta=0,2$
(a) $\tau=0,02$; (b) $\tau=0,10$; (c) $\tau=0,25$.

As figuras 9 e 10 mostram as distribuições da função corrente ψ e da temperatura adimensional θ no regime não permanente para $A=1$ e 5 , respectivamente. Pode-se visualizar a mudança no escoamento bem como a distribuição de temperatura para os tempos $\tau=0,02$; $\tau=0,10$ e $\tau=0,25$, considerando $Ra=10^5$.

A figura 11 mostra as distribuições da ψ e θ no regime permanente para $A=1$ e 5 , considerando $Ra=10^4$ e 10^5 .

Nas figuras 10 e 11 podem ser observadas situações onde o escoamento tem uma ou mais células convectivas.

5. CONCLUSÕES

Observa-se que, no regime permanente, os números de Nusselt médio na superfície quente Nu_H são sempre maiores que os números de Nusselt médio na superfície fria Nu_C , atingindo valores mais altos à medida que aumenta-se a razão de raios κ . O regime permanente é atingido, em geral, para tempos adimensionais maiores que $\tau=0,80$. Os escoamentos mais complexos ocorrem, em geral, para as situações de maiores razões de aspecto e número de Rayleigh mais altos.

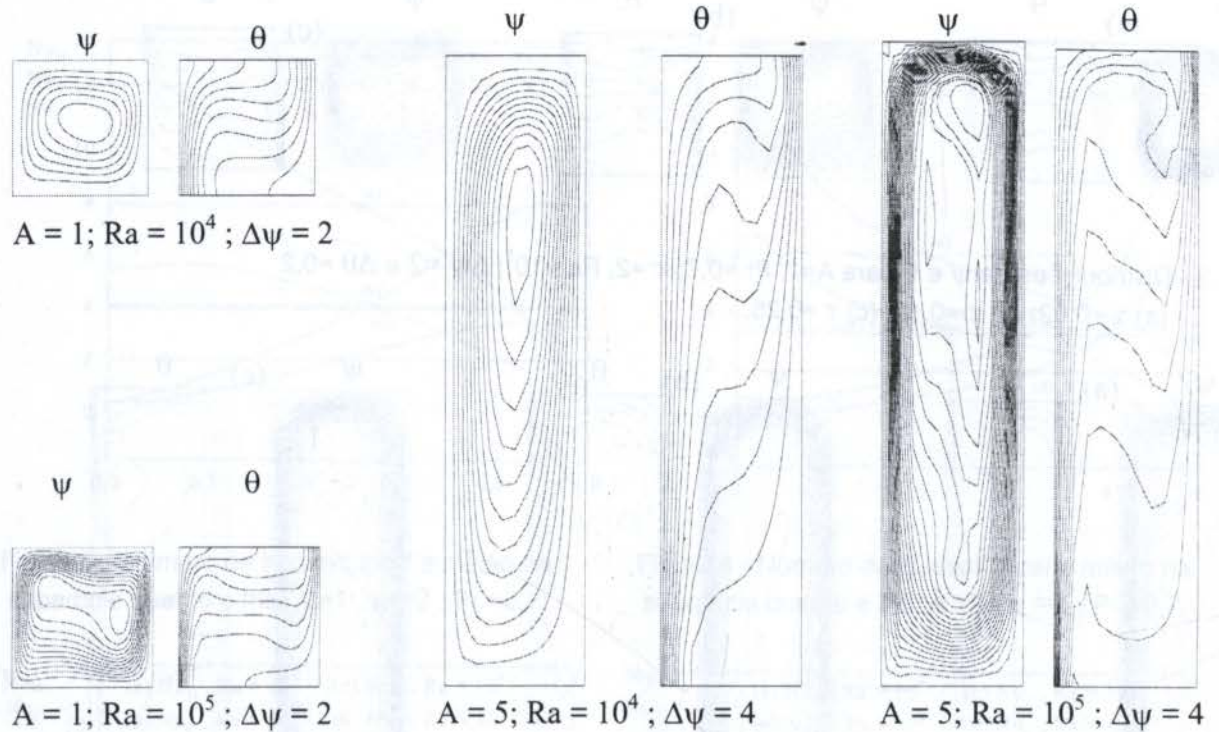


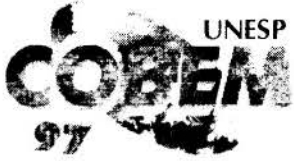
Figura 11 - Distribuições de ψ e θ para $Pr = 0,7$; $\kappa = 2$ e $\Delta\theta = 0,2$.

5. REFERÊNCIAS

- ASSATO, M. Análise Teórica de Convecção Natural em Geometrias Axissimétricas Arbitrárias, *Dissertação de Mestrado*, EFEI, Itajubá, 1997.
- KHAN, J. A., AND KUMAR, R. Natural Convection in Vertical Annuli: a Numerical Study for Constant Heat Flux on the Inner Wall, *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 909 - 915, 1989.
- KUMAR, R., AND KALAM, M. A. Laminar Thermal Convection Between Vertical Coaxial Isothermal Cylinders, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, pp. 513 - 524, 1991.
- PEPPER, D. W., AND HARRIS, S. D. Numerical Simulation of Natural Convection in Closed Containers by a Fully Implicit Method, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 99, Series I, nº 4, pp. 649 - 656, 1977.
- PRASAD, V., AND KULACKI, F. A. Free Convection Heat Transfer in Liquid-Filled Annulus, *J. Heat Transfer*, Vol. 107, pp. 596 - 602, 1985.
- THOMAS, R. W., AND VAHL DAVIS, G. Natural Convection in Annular and Rectangular Cavities - A Numerical Study, *Proceedings 4th International Heat Transfer Conference*, Paris, Vol. 4, Paper NC 2.4, Elsevier, Amsterdam, 1970.
- VAHL DAVIS, G., AND THOMAS, R. W. Natural Convection Between Concentric Vertical Cylinders, *In High Speed Computing in Fluid Dynamics, Physics of Fluids*, Supplement II, pp. 198 - 207, 1969.

Tema 51

Cinemática e Dinâmica



PAPER CODE: COB101

ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF A MICROTURBINE USING HIGH SPEED FRAMING PHOTOMICROGRAPHY

E.P. HOFER, C. REMBE, C. WITOPIL
Department of Measurement, Control and Microtechnology
University of Ulm, 89069 Ulm, Germany
Phone: +49 731 502 6300
Fax: +49 731 502 6301
E-mail: mrm.office@e-technik.uni-ulm.de

Abstract

As a result of the rapidly growing field of microsystem technology numerous laboratory specimens of micro devices have been developed, mainly at universities and research institutes. However, many problems still exist in order to close the gap between these prototypes and their industrial mass production. The combination of available design methods and advanced testing setups is one of the reasons. An essential step prior to introduction into the market seems to be high speed framing photomicrography for testing of dynamic phenomena in microactuators. The cinematographic image sequences allow the extraction of position, velocity, and acceleration of moving parts in micro devices. The measured data can be used for identifying material parameters of a dynamic model of the microactuator under investigation. This experimental method in combination with model analysis is demonstrated for the highly dynamic behavior of a microturbine. The rotation and sliding of a microturbine is an extremely fast non-reproducible process considering that the turbine runs with approximately 200 000 revolutions per minute. Therefore, the demands on the visualization equipment are very high. The setup for testing consists of a high speed camera, a powerful light source, and a suitable microscope. The extraction of information from kinematic data allows the estimation of parameters in a dynamic model of the microturbine. This leads to the improvement of the design and, consequently, to the improvement of quality and life time of the micro device.

Keywords

Microturbine, high speed photomicrography, microscopy, dynamic model, parameter estimation.

1. INTRODUCTION

For periodic stationary or reproducible transient processes the stroboscopic principle is applied to generate a cinematographic image sequence of a very fast dynamic process. This visualization technique is used world wide to characterize the behavior of thermal

ink jet printers (Fong Ho and Keefe, 1995), (Beurer *et al.*, 1994), (O'Horo *et al.*, 1995). Its application to dynamic phenomena in micro devices fails if the process is chaotic stationary or non-reproducible transient. In these cases real high speed cinematography must be applied to disintegrate the dynamic behavior (Rembe *et al.*, 1996).

For the investigation of dynamics in micro devices optical magnification is necessary because the dimensions of microsystems are very small. Therefore, velocities of parts of such micro devices seem to be extremely fast and time constants are very small. To cope with these physical demands we have coupled a commercial high speed camera which allows 100 million frames per second to a standard microscope. The combination of a powerful light source, a professional microscope, and a high performance high speed camera gives an integrated configuration that can record dynamic sequences of events occurring at the microscopic level (McEntee, 1997). Kinematic position data can be extracted from the visualized image sequences and the identification of the parameters of a dynamic model leads to material properties of the device. This procedure has been described, first, for a microrelais (Hofer *et al.*, 1997) and for a microfabricated electric motor (Tavrow *et al.*, 1992).

2. EXPERIMENTAL SETUP

To analyze highly dynamic processes in micro devices we have combined an intense light source, the ultra high speed camera Imacon 468 from Hadland Photonics, and the Carl Zeiss microscope Axioplan to a high performance microactuator teststand. To be certain that the setup ensures sufficient illumination for very short exposure times a pulsed light source which produces a very high constant intensity (approx. 50 Mcd) over the time window of visualization (110 μ s FWHM) has been developed (Krehl *et al.*, 1996). This has been achieved with a cylindrical xenon flashlamp that fits inside the lamphousing of the standard microscope. This arrangement guarantees that the input of the flash light to the beam path of the microscope is optimal. The back mirror of the lamphousing images the flashtube at itself to get also the reflected light for illumination. For longer and slower processes like the acceleration phase of the microturbine a commercial permanent light source is used (Xenon High Pressure Lamp XBO 75 W, Carl Zeiss Jena GmbH).

The microscope images the object magnified on a fibre optic plate in the high speed camera. Therefore, the beampath in the microscope and the beampath in the camera are decoupled. Inside the camera, relay optics channel the light onto a special beamsplitter — an eight-sided mirror pyramid — from where it passes to at most eight intensified CCD units arranged in a circle around the beamsplitter. Micro channel plate (MCP) amplifiers are mounted in front of the CCD units. These gated image intensifiers act as high speed shutters to determine the ultra short camera exposure time of 10 ns. Our setup includes six channels so that we can shoot a maximum of six frames of one single process. The spatial resolution of the setup is limited by the resolution of diffraction and the pixel size of the MCP sensors and results in $d = 550$ nm. A displacement of each sensor and an individual optical axis introduce anomalies in the image sequence which are corrected by digital image processing.

Fig. 1 shows the principle of the setup. The combination of camera and microscope can generate high contrast images (256 grey levels) with exposure times as short as 10 ns and magnification of up to 500. The setup can record a sequence of six images at frequencies as high as 100 million frames per second.

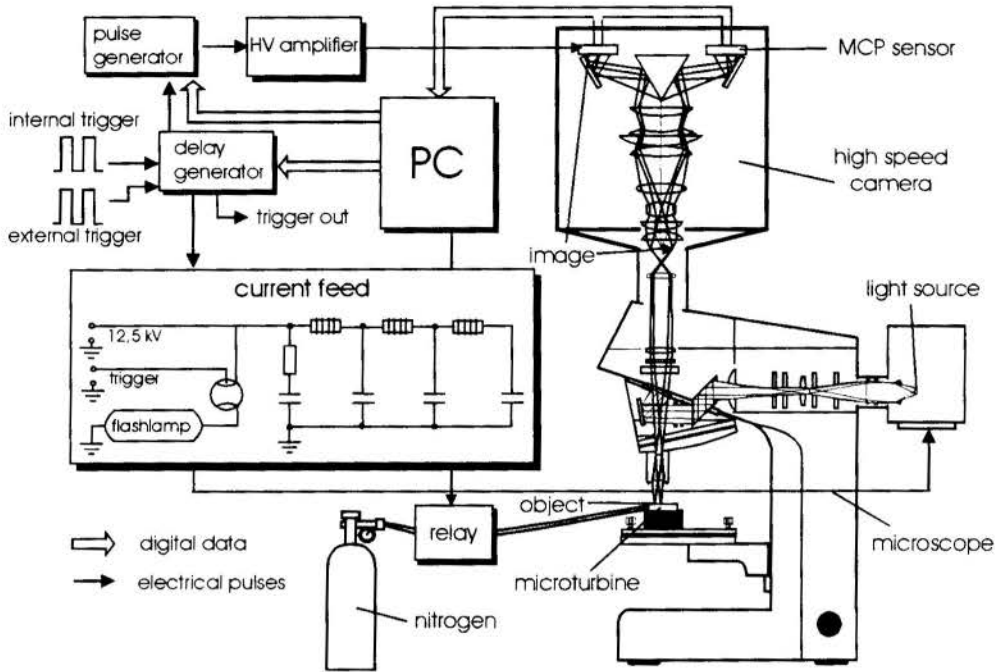


Figure 1: Schematic of the experimental setup.

3. VISUALIZATION OF MICROTURBINE KINEMATICS

The microturbine developed at the Institute of Microstructure Technology in Karlsruhe (Himmelhaus, 1992) is being driven by nitrogen gas at an absolute pressure of 5 bar. The pressure drop at the microturbine itself is in the magnitude of millibars. The flow of the gas is triggered by a relay in order to synchronize the motion of the microturbine and the recording.

Fig. 2a shows the first and the last images of the startup of the microturbine which were recorded with an interframe time of $500 \mu\text{s}$ and an exposure time of $50 \mu\text{s}$. To identify the dynamics of the startup of the microturbine the positions of the contact point and a reference point on the rotor were measured. With these points it is possible to determine the angles φ and ϕ (see Fig. 2b) that define the position of the microturbine where φ denotes the angle of the point where the rotor contacts the shaft and ϕ denotes the angular position of the rotor.

The plots in Fig. 3 show the extracted kinematic data $\varphi(t)$ and $\phi(t)$ of the startup; $\varphi(t)$ remains constant whereas $\phi(t)$ shows quadratic dependence versus time t .

Fig. 4 shows the rotatory motion of the microturbine for stationary conditions recorded with an interframe time of $15 \mu\text{s}$ and an exposure time of 400 ns.

Under the assumption that rotatory motion of the turbine is a pure rolling motion without sliding the condition

$$\frac{(R_1 - r) \dot{\varphi}}{R_1 \dot{\phi}} = 1 \quad (1)$$

holds where $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}(t)$ and $\dot{\phi} = \dot{\phi}(t)$ are the time derivatives of φ and ϕ , respectively.

Using linear regression for the data of the stationary motion shown in the graphs for

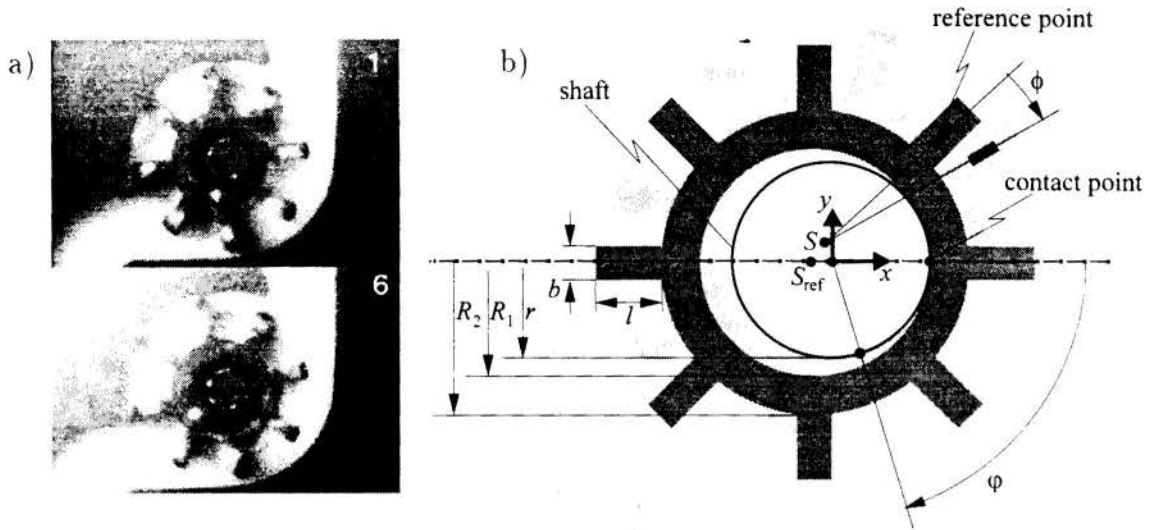


Figure 2: Realcinematographic visualization of the startup characteristics (a) and geometry of the microturbine (b).

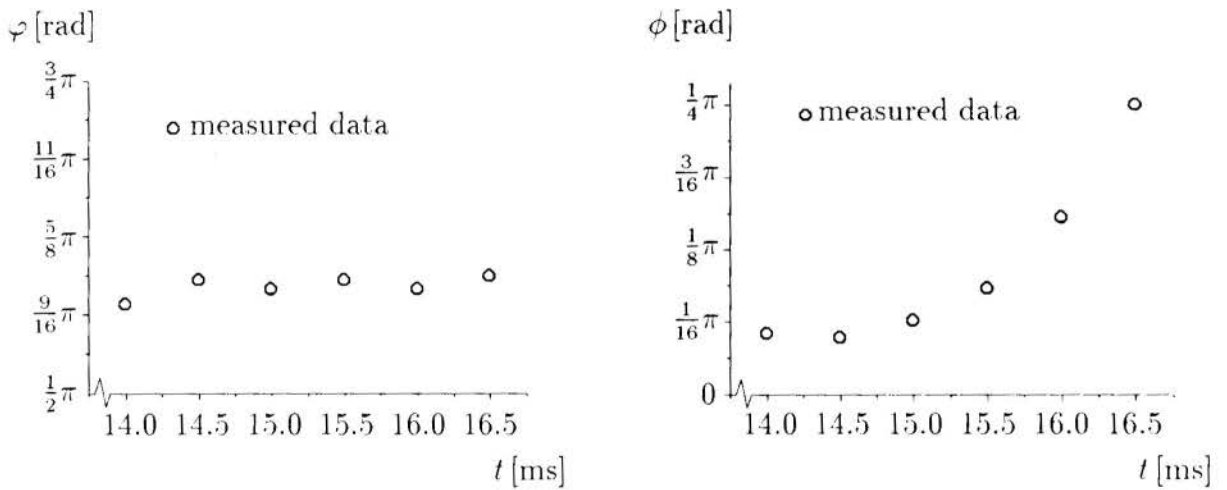


Figure 3: Startup of the microturbine.

$\varphi(t)$ and $\phi(t)$ in Fig. 5 the constant angular velocities

$$\dot{\varphi}_0 = 130\,000\text{ s}^{-1}, \quad \dot{\phi}_0 = 22\,300\text{ s}^{-1}$$

are calculated.

The angular velocity $\dot{\varphi}_0$ of the point where the rotor contacts the shaft is approximately six times larger than the angular velocity $\dot{\phi}_0$ of the rotor itself. With these experimentally measured data, the shaft radius $r = 35\ \mu\text{m}$, and the rotor inner radius $R_1 = 49\ \mu\text{m}$ the ratio

$$\lambda_0 = \frac{(R_1 - r) \dot{\varphi}_0}{R_1 \dot{\phi}_0} \tag{2}$$

is calculated as $\lambda_0 = 1.67$. For rolling without sliding this ratio should be $\lambda = 1$ according to (1). As a consequence of the result for λ_0 given in (2) follows that the rotation of the microturbine is not a pure rolling motion; the rotor is sliding.

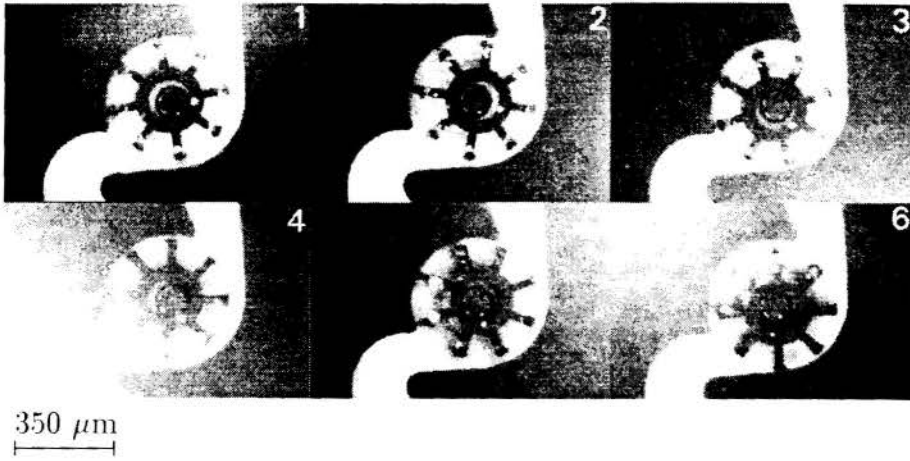


Figure 4: Realcinematographic visualization of the stationary rotation.

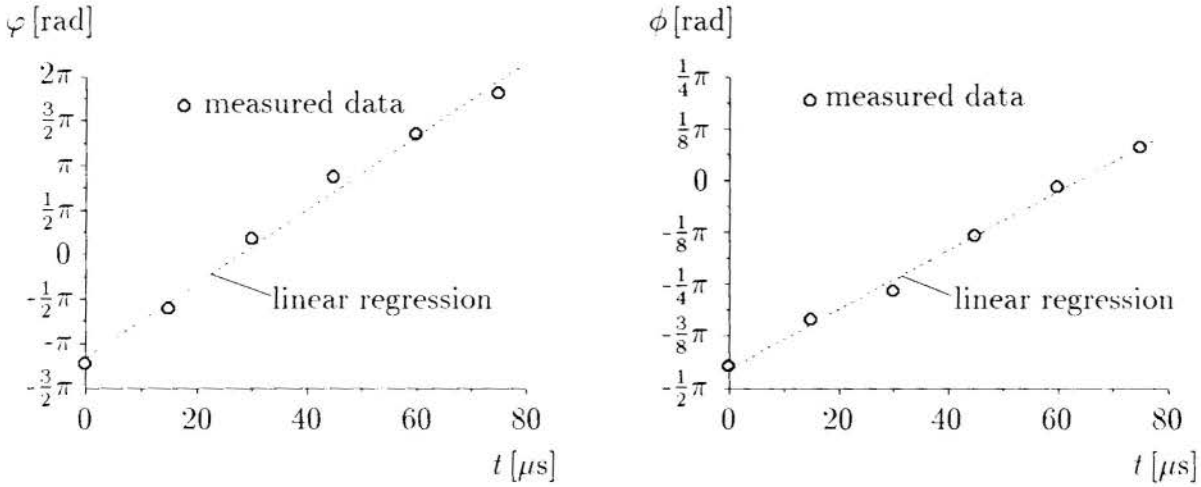


Figure 5: Stationary rotation of the microturbine.

4. KINETICS OF THE MICROTURBINE

For the derivation of the equations of motion Lagrange's formalism is used (Goldstein, 1989). The Lagrangian for the turbine is given by

$$L = \frac{1}{2}m_{\text{turbine}}(\dot{x}_S^2 + \dot{y}_S^2) + \frac{1}{2}J_{\text{turbine}}\dot{\phi}^2. \quad (3)$$

The Cartesian coordinates of the center S of mass (see Fig. 2b) read as

$$x_S(t) = -(R_1 - r)\cos\varphi(t), \quad y_S(t) = (R_1 - r)\sin\varphi(t) \quad (4)$$

with φ and ϕ as generalized Lagrange coordinates. From Eqs. (3) and (4) the Lagrangian follows as

$$L = \frac{1}{2}m_{\text{turbine}}(R_1 - r)^2\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}J_{\text{turbine}}\dot{\phi}^2. \quad (5)$$

The moment of inertia J_{turbine} of the microturbine under consideration is given by

$$J_{\text{turbine}} = J_{\text{cylinder}} + 8 \cdot J_{\text{blade}} \quad (6)$$

with

$$J_{\text{cylinder}} = \frac{1}{2} \rho \pi h (R_2^4 - R_1^4) \quad \text{and} \quad J_{\text{blade}} = \rho l b h \left[\frac{l^2 + b^2}{12} + \left(\frac{l}{2} + R_2 \right)^2 \right] \quad (7)$$

where h denotes the height of the turbine wheel.

Since the rolling condition Eq. (1) is not satisfied the residual $ds = (R_1 - r) d\varphi - R_1 d\phi$ results in a linear friction force $F_\mu = -\mu \frac{ds}{dt} = -\mu [(R_1 - r)\dot{\varphi} - R_1\dot{\phi}]$ with μ as friction coefficient. With ds and F_μ the generalized forces become

$$\begin{aligned} Q_\varphi &= F_\mu \frac{\partial s}{\partial \varphi} = -\mu (R_1 - r) [(R_1 - r)\dot{\varphi} - R_1\dot{\phi}] , \\ Q_\phi &= F_\mu \frac{\partial s}{\partial \phi} = \mu R_1 [(R_1 - r)\dot{\varphi} - R_1\dot{\phi}] . \end{aligned} \quad (8)$$

With external torques M_φ and M_ϕ representing the driving power of the microturbine the equations of motion read as

$$\begin{aligned} m_{\text{turbine}} (R_1 - r)^2 \ddot{\varphi}(t) &= -\mu (R_1 - r) [(R_1 - r)\dot{\varphi}(t) - R_1\dot{\phi}(t)] + M_\varphi , \\ J_{\text{turbine}} \ddot{\phi}(t) &= \mu R_1 [(R_1 - r)\dot{\varphi}(t) - R_1\dot{\phi}(t)] + M_\phi . \end{aligned} \quad (9)$$

With $R_1 = 49 \mu\text{m}$, $R_2 = 83 \mu\text{m}$, $r = 35 \mu\text{m}$, $l = 61 \mu\text{m}$, $b = 21 \mu\text{m}$, $h = 140 \mu\text{m}$, and $\rho = 8.9 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ the values $m_{\text{turbine}} = 3.0 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$ and $J_{\text{turbine}} = 2.5 \cdot 10^{-16} \text{ kg m}^2$ are calculated.

Combining the equations of motion (9) with the results of the kinematical studies it is possible to estimate the friction coefficient μ as well as the torques M_φ and M_ϕ for stationary rotation and startup, respectively.

The startup characteristics for $\varphi(t)$ and $\phi(t)$ in Fig.3 show constant behavior for $\varphi(t)$ and quadratic behavior for $\phi(t)$. This leads to the angular accelerations $\ddot{\varphi}_{\text{st}} = 0$ and $\ddot{\phi}_{\text{st}} = 313000 \text{ s}^{-2}$ using regression analysis. In the startup phase the time evolution of $\phi(t)$ supports the assumption $\mu R_1 [(R_1 - r)\dot{\varphi} - R_1\dot{\phi}] \ll M_\phi$. As a result the torque M_ϕ which causes the acceleration of the rotation can be quantified as

$$M_\phi = J_{\text{turbine}} \ddot{\phi}_{\text{st}} = 7.8 \cdot 10^{-11} \text{ Nm} .$$

Note that in the startup phase from the data of Fig.3 follows $M_\varphi \approx 0$.

For the stationary rotation the torque M_φ is positive and M_ϕ is negative due to Eq. (9). Therefore, only the torque M_φ performs work. At stationary conditions a volume flow of $\dot{V} \approx 50 \text{ cm}^3 \text{ min}^{-1}$ and a pressure drop of $\Delta p \approx 4.0 \text{ mbar}$ (Himmelhaus, 1992) were measured. Neglecting the friction of flow during operation of the microturbine from Bernoulli's equation (Dubbel, 1986) M_φ can be estimated for the stationary conditions as

$$M_\varphi = \frac{\Delta p \dot{V}}{\dot{\varphi}_0} < 3 \cdot 10^{-14} \text{ Nm} .$$

The previously calculated values for M_ϕ and M_φ indicate that the accelerating external torque M_ϕ for startup is approximately 10^3 times higher than the external torque M_φ which compensates the frictional torque at the shaft under stationary conditions. In combination with Eq. (9) and (3) for the friction coefficient follows

$$\mu = \frac{M_\phi}{(R_1 - r) [(R_1 - r)\dot{\varphi}_0 - R_1\dot{\phi}_0]} < 2.95 \cdot 10^{-9} \text{ kg s}^{-1} .$$

It is of interest to give an approximation for the centrifugal force F_c which acts on the shaft. With the angular velocity of $\dot{\varphi}_0 = 130\,000\text{ s}^{-1}$ which corresponds to 20 700 revolutions per second this force turns out to be

$$F_c = m_{\text{turbine}}(R_1 - r)\dot{\varphi}_0^2 = 7.1\text{ mN}. \quad (10)$$

The expression (10) can also be derived from Langrange's formalism under the assumption of a time dependent $r = r(t)$.

As a result of the studies of the dynamic behavior of the microturbine important information about the accelerating torque in the startup phase, the friction coefficient under stationary conditions, and the force acting on the shaft of the microturbine could be extracted successfully.

5. CONCLUSIONS AND OUTLOOK

In this paper the startup, the rotation, and the sliding of a microturbine have been visualized and a simplified kinetic model of the turbine is introduced to study the dynamics of its sliding motion. Kinematic data are extracted from image sequences. High speed cinematography is necessary to characterize the extremely fast dynamic behavior of the microturbine in order to allow appropriate data extraction. A new test equipment with an image frequency up to 100 million frames per second, a time resolution of 10 ns and a spatial resolution of 550 nm is presented. It is demonstrated that high speed framing photomicrography serves as a powerful tool for the analysis of micromechanical systems and, especially, for identification of relevant system parameters.

Future research is directed towards studying other micro devices for a wider range of industrial applications to close the gap between prototyping and high performance mass production.

6. ACKNOWLEDGEMENT

The authors would like to thank J. Mohr and U. Wallrabe from the Institute of Microstructure Technology in Karlsruhe, Germany, for the possibility to study the microturbine. The comments of Ch. Ament, Japan Advanced Institute of Science and Technology JAIST, Hokuriku, Japan, are also very much appreciated.

8. REFERENCES

- Beurer, G.; Hofer, E.P.; Patzer, J.;** *Process Control for Improvement of Print Quality and Life Time of Bubble-Jet Printers*; Proc. IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging: Science and Technology, Vol. 2171, Feb. 1994
- Dubbel, H.; Beitz, W.; Küttner, K.-H.;** *Taschenbuch für den Maschinenbau*; Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1986
- Fong Ho, M.; Keefe B.;** *Challenges in the Development of High Speed, True 600 dpi Thermal Ink Jet Printing*; Proc. IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging: Science and Technology, Vol. 2658, Feb. 1995
- Goldstein, H.;** *Klassische Mechanik*; 10. Aufl., Aula-Verlag, Wiesbaden, 1989

Himmelhaus, M.; *Konzeption, Aufbau und Test eines Systems zur Drehzahlmessung an rotierenden LIGA-Mikrostrukturen*: Diplomarbeit. Fakultät für Physik. Universität Karlsruhe, Jan., 1992

Himmelhaus, M.; Bley, P.; Mohr, J.; Wallrabe, U.; *Integrated Measuring System for the Detection of the Revolutions of LIGA Microturbines in View of a Volumetric Flow Sensor*: J. Micromech. Microeng., Vol. 2, 1992, pp. 192-198

Hofer, E.P.; Rembe, C.; Beuten, M.; *High Speed Cinematography of Dynamical Processes in Micro Devices*: Proc. 7th International Conference on Dynamic Problems in Mechanics DINAME. Brazil, 1997

Krehl, P.; Engemann, S.; Rembe, C.; Hofer, E.P.; *Versatile Microscope-Coupled High-Intensity Pulsed Light Source for High-Speed Cine Photomicrography of Microactuators*: Proc. SPIE 22nd International Congress on High-Speed Photography and Photonics, Vol. 2869, Oct. 1996, pp. 472-483

McEntee, J.; *Ultrafast Imager 'Sees' Microdevices at Work*: Opto & Laser Europe OLE. Issue 40, May 1997, pp. 23-24

O'Horo, M.; Andrews, J.; Russel, G.; *Effect of TIJ Heater Surface Topology on Vapor Bubble Nucleation*: Proc. IS&T/SPIE Symposium on Electronic Imaging: Science and Technology, Vol. 2658, Feb. 1995

Rembe, C.; Patzer, J.; Hofer, E.P.; Krehl, P.; *Realcinematographic Visualization of Droplet Ejection in Thermal Ink Jets*: Journal of Imaging Science and Technology, Vol. 40, No. 5, Sept./Oct. 1996, pp. 401-404

Tavrow, L.; Bart, S.; Lang, J.; *Operational Characteristics of Microfabricated Electric Motors*: Sensors and Actuators A. Vol. 35, 1992, pp. 33-44



PAPER CODE: COB212

NONLINEAR DYNAMICS OF RODS: MOMENTUM AND ENERGY CONSERVING ALGORITHMS

FERNANDO ALVES ROCHINHA & ANDERSON DOLINSKI CAMPOS
*Mechanical Engineering Department, EE-COPPE/UFRJ, Cx. Postal 68503, CEP 21945-970, R. J. -BRAZIL,
FARO@com.ufrj.br.*

Abstract

The long-term dynamics response of nonlinear geometrically rods undergoing finite bending, shearing and extension is considered in detail. The objective is the design of an unconditionally stable time-stepping algorithm which preserve fundamental constants of the motion namely the total linear and total angular momentums and, for the Hamiltonian case, the total energy. The variational form of the equations of motion is obtained through the Hamilton's principle and its discretized spatial form is achieved by the Finite Element Method. The resulting problem is numerically solved by the new implicit time integration scheme in connection with the Newton-Raphson Method. A numerical simulation is presented in order to assess the principal features of the formulation.

Keywords

non-linear dynamics, large deformations, conserving algorithms, dinâmica não-linear, grandes deformações

1. INTRODUCTION

The design of many structural systems, like cables, spacecraft antennae, helicopter rotor blades, robot arms and other systems that perform complex motions, requires an accurate description of the dynamical behavior. In the above examples, the involved structures can be thought as one-dimensional rods. Indeed, the existing literature over these topics is very vast, see Simo *et al* (1995), Geradin (1994), Crisfield *et al* (1995), Yoo *et al* (1995) and references therein, and includes a variety of formulations from different perspectives. A central issue, from a numerical analysis perspective, concerns the specific choice of the parametrization used in the mathematical description of large rotations.

In the present work, the dynamics of a rod is referred directly to the inertial frame, such that the motion due to rigid rotations of the rod is not distinguished from that due to deformations. In addition, the structure of inertia operator is similar to that arising from rigid body mechanics. The inherent nonlinear character of the problem lies in the stiffness operator.

The principal objective of the present work is the design of an unconditionally stable algorithm which preserve fundamental constants of the motion, namely the total linear and total angular momentum and, for the Hamiltonian case, the total energy. From a physical standpoint, conserved quantities are of fundamental significance and often capture important qualitative features of the long-term dynamics. In addition, conserved quantities, such as the total energy, often lead to convenient notions of algorithmic stability in the nonlinear range.

It has been shown by several researchers, in the recent past, that care has to be taken with the use of time stepping schemes for the solution of nonlinear dynamic equations. One of the most commonly employed time-stepping method in structural dynamics, applied in both linear and nonlinear problems, is the Newmark family of algorithms (Hughes, 1987), which includes the trapezoidal rule as a special case. In recent years, papers have appeared focusing on the instability of the Newmark method in the nonlinear range. Those problems have inspired a new approach based on the conservation of the fundamental quantities leading to new algorithms like, for instance, the one presented in Crisfield *et al* (1995) which conserves the total energy for the plane problem and other which also conserves the angular momentum and deals with 3-D situations (Simo *et al*, 1995). The present work has its roots in the same philosophy, resulting in a time-stepping numerical scheme which inherits from the continuum problem the conservation of linear and angular momentum and the total energy.

The nonlinear system of partial differential equations governing the dynamic of the rods is cast in a variational formulation by using an extended form of the Hamilton's principle introduced in Bailey (1987). This variational formulation allows the use of the Finite Element Method for obtaining a spatial discretization of the problem. The resulting nonlinear ordinary differential equation is solved by the proposed implicit time integration scheme.

Finally, a numerical example, which includes a rod undergoing large overall motions, is presented to illustrate that this new formulation achieves precision and stability in the nonlinear range.

2. MECHANICAL MODEL

A brief summary of the equations governing the nonlinear dynamics of rods undergoing finite extension, shear, twist and bending is presented below. Only aspects of the theory relevant to the subsequent algorithmic development are presented.

2.1 Kinematics

The geometry of the rod is described by a mapping defining the spatial position of the line of centroids and the orientation of a orthonormal frame associated to the cross-section attached to each point of the line. The basic kinematic assumption is that cross-sections undergo rigid body motion. Accordingly,

$$\chi(S, t) = r(S, t) + X_1 d_1(S, t) + X_2 d_2(S, t) \quad (1)$$

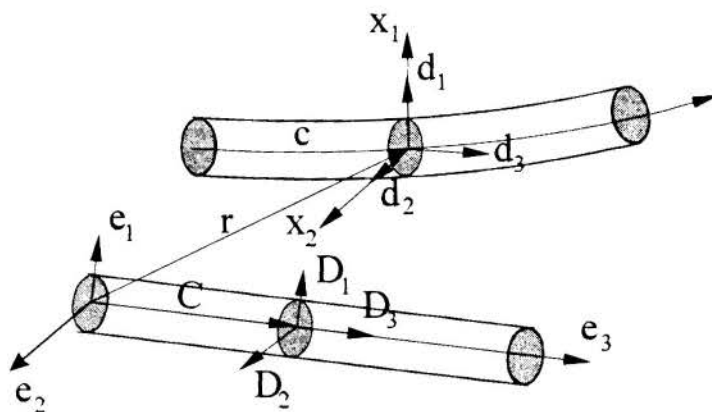


Figure 1 - Geometric description of rod deformation.

where $r (S, t)$ defines the cartesian position of the centerline which is parametrized by S (arc-length in the undeformed configuration). $D_i(S,t)$ and $d_i(S,t)$ ($i = 1,3$) are orthonormal vector fields called directors (Antman, 1981), defined in each point of line c , which provide the cross-section orientation in reference and current configuration, respectively. It is also introduced the frame $\{ e_i \}$ representing an inertial basis in the three-dimensional Euclidean space \mathcal{R}^3 . From (1), a configuration of the rod is completely described by the pair

$$\phi = (r, d_i) \in K = \{ \phi : [0, L] \times [0, \bar{t}] \rightarrow \mathcal{R}^3 \times \mathcal{R}^9 \mid d_i \cdot d_j = \delta_{ij}, \text{ and } \phi \text{ satisfying an appropriated set of boundary conditions } \}$$

where \bar{t} is a finite time instant, necessary to analyse the movement of the rod. The strain components in this modelling are defined using the vector field $u (S, t)$ obtained as

$$d'_k (S, t) = u(S,t) \wedge d_k (S, t) \tag{2}$$

where (\prime) denotes the partial derivative with respect to S , \wedge the ordinary vectorial. Thus, the following strain measures are defined

$$\bar{u}_k (S, t) = u_k (S, t) - U_k (S, 0) \tag{3}$$

where the U_k are calculated through (2) applied to the directors in the reference configuration. The components \bar{u}_k ($k = 1, 2$) and \bar{u}_3 represents, respectively, flexion and torsion strain measures. Note that the strain vector \bar{u} is unaltered by superposed rigid motions and vanish at the reference configuration. It is not required that the rod's cross-section remains orthogonal to the neutral axis (curve c), or that neutral axis should be inextensible as well.

Associated with the motion, the velocities and acelerations fields are introduced through the standard expressions

$$v = \dot{r}; \quad a = \ddot{r}; \quad \dot{d}_k; \quad \ddot{d}_k \tag{4}$$

where $(\dot{\ })$ stands for the time derivative. The first two fields are, respectively, the translational velocity and the translational acceleration. The others describe the velocity and acceleration of the angular motion and are related to angular velocity ω and angular acceleration α of the cross-section by means of

$$\dot{d}_k = \omega \wedge d_k; \quad \ddot{d}_k = \alpha \wedge d_k + \omega \wedge (\omega \wedge d_k) \tag{5}$$

2.2 Local form of the momentum balance equations

The nonlinear system of partial differential equations governing the motion of the rod is constituted by the balance of linear and angular momentum (Antman, 1981), e.g:

$$n' + \bar{n} = \bar{\rho} a \tag{6}$$

$$m' + r' \wedge n + \bar{m} = I_{22}^{\rho} (d_1 \wedge \dot{d}_1) + I_{11}^{\rho} (d_2 \wedge \dot{d}_2) \tag{7}$$

where n and m denote the contact resultant force and contact resultant couple per unit of reference arc-length, \bar{n} and \bar{m} are prescribed body forces and body couples per unit of arc-length

acting on the rod, $\bar{\rho}$ is the mass-density function per unit of reference arc-length which can be interpreted as the average of the three-dimensional density function, ρ , over the cross section of the rod and I^ρ is the inertial moment of the mass ($I_{11}^\rho = \int_A \rho X_2^2 dA$ and $I_{22}^\rho = \int_A \rho X_1^2 dA$). Here, A denotes the area of the cross-section.

3. VARIATIONAL PRINCIPLE

In the present section, the system of differential equations formed by (6) - (7) is cast in a variational formulation with the aid of an extended version of the Hamilton's principle introduced by Bayley (1987). This version differs from the classical least action variational principle by the inclusion of an end-point term, yielding

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [J_{kin}(\phi, t) - J_{pot}(\phi, t)] dt - \left. \frac{\partial J_{kin}}{\partial r} p \right|_{t_1}^{t_2} - \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial J_{kin}}{\partial d_i} g_i \right|_{t_1}^{t_2} = 0, \quad \forall \phi = (r, d_k) \in K \quad (8)$$

where J_{kin} is the kinetic energy of the system and J_{pot} is the potential energy, which includes both strain energy and the potential of any conservative external forces; like, for instance, forces which are independent of the deformation and motion of the rod. Here $L = J_{kin} - J_{pot}$ and δ denote, respectively, the Lagrangian and the variational operator. Thus, the expression of the variation of kinetic energy is given by

$$\delta J_{kin} = - \int_{t_1}^{t_2} \left(\int_0^L (\bar{\rho} a \cdot p + I_{22}^\rho \ddot{d}_1 \cdot g_1 + I_{11}^\rho \ddot{d}_2 \cdot g_2) dS \right) dt, \quad \forall \eta = (p, g_i) \in dK \quad (9)$$

where dK is the tangent space at K , defined by

$$dK = \{ (p, g_i) : [0, L] \times [t_1, t_2] \rightarrow \mathcal{R}^3 \times \mathcal{R}^9 \mid g_i = U \wedge d_i (U \in \mathcal{R}^3) + \text{boundary conditions} \}$$

and represents the set of admissible variations.

In equation above, it is assumed without loss of generality, that directors are collinear to the principal axis of inertia and that the curve c is coincident with the line of centroids. One may observe that in this case the translational inertia is completely decoupled from the rotatory inertia, resulting in a similar form to the one of the rigid body dynamics. The expression of the variation of total potential energy is so given by

$$\delta J_{pot} = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \int_0^L \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \Psi}{\partial d_i} \cdot g_i dS - \int_0^L \bar{n} \cdot p dS - \sum_{\alpha=1}^2 \int_0^L \bar{n}_\alpha g_\alpha dS + \int_0^L R (r' - d_3) \cdot (p' - g_3) dS + \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i}^3 \int_0^L \lambda_{ij} (g_i \cdot d_j + g_j \cdot d_i) dS \right\} dt \quad \forall (p, g_i) \in dK \quad (10)$$

where Ψ is the elastic energy density, has the following form

$$\Psi (S, \bar{u}, \bar{w}) = \frac{1}{2} (EI_1 \bar{u}_1^2 + EI_2 \bar{u}_2^2 + GJ \bar{u}_3^2)$$

and λ_{ij} are the lagrange multipliers associated to the orthonormality constraint. In equation (10), the effects of shear and extension are introduced via a penalty method. Here, the

parameter of penalty R is adopted equal the axial stiffness of the rod. Besides, E and G are interpreted as the Young's modulus and the shear modulus, $\{I_1, I_2\}$ are the principal moments of inertias and J is the torsional modulus.

4. NUMERICAL APPROXIMATION

The numerical treatment of the variational equation (8) is based on a semi-discrete approach involving the spatial discretization through the Finite Element Method and the temporal discretization via the proposed time stepping procedure. The resulting nonlinear algebraic system is solved employing the Newton-Raphson method. The novelty of the proposed approach lies in the treatment of the rotational component of the movement, namely the evolution of the directors.

The functions associated to the translational motion (r, v) are discretized by cubic Hermitian finite elements and those associated to the rotational movement (d_i, \dot{d}_i) by quadratic Lagrangian functions. Details of the implementation of the finite element discretization can be found in Rochinha (1990), where the static case is addressed.

A numerical evolution scheme consists in given a configuration $\phi^n := (r^n, d_i^n) \in K$ and its associated velocities (v^n, \dot{d}_i^n) , to obtain the updated configuration $\phi^{n+1} := (r^{n+1}, d_i^{n+1}) \in K$ and the associated velocities $(v^{n+1}, \dot{d}_i^{n+1})$, satisfying the governing equations.

Moreover, let $[t_n, t_{n+1}]$ be a typical interval $[0, t] = \cup_{n=0}^N [t_n, t_{n+1}]$ and let $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ be the time step interval. The main steps of the proposed algorithm are summarized below.

- Recognize the initial configuration
 - position : $\phi_{(0)}^n = (r_{(0)}^n, d_{i(0)}^n) \in K$
 - velocities : $(v_{(0)}^n, \dot{d}_{i(0)}^n) \in dK$

- **Step 0:** Define a predictor for the translational and rotational fields

Translation	Rotation
$r^{n+1} = r^n$	$d_i^{n+1} = d_i^n$
$v^{n+1} = -v^n$	$\dot{d}_i^{n+1} = -\dot{d}_i^n$

Here, the superscripts n and n+1 denotes the temporal discrete approximation of a time-varying quantity at time t_n and t_{n+1} , respectively.

- **Step 1:** Compute the lagrange multipliers $\lambda_{ik(j)}^{n+1/2}$ by solving

$$\begin{aligned}
 L(\phi_{(j)}^{n+1}, \eta) = & \int_0^L \bar{\rho} \frac{v^{n+1} - v^n}{\Delta t} \cdot p \, dS + \int_0^L I_{22}^\rho \frac{\dot{d}_i^{n+1} g_i^{n+1} - \dot{d}_i^n g_i^n}{\Delta t} \, dS + \int_0^L I_{11}^\rho \frac{\dot{d}_3^{n+1} g_3^{n+1} - \dot{d}_3^n g_3^n}{\Delta t} \, dS + \\
 & + \int_0^L EI_1 (d_3^{n+1/2} \cdot g_2^{n+1/2} + g_3^{n+1/2} \cdot d_2^{n+1/2}) \, dS + \int_0^L EI_2 (d_1^{n+1/2} \cdot g_3^{n+1/2} + g_1^{n+1/2} \cdot d_3^{n+1/2}) \, dS + \\
 & + \int_0^L GJ (d_2^{n+1/2} \cdot g_1^{n+1/2} + g_2^{n+1/2} \cdot d_1^{n+1/2}) \, dS + \int_0^L R (r' - d_3)^{n+1/2} \cdot (p' - g_3^{n+1/2}) \, dS + \\
 & + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \int_0^L \lambda_{ik}^{n+1/2} (d_i g_k + d_k g_i)^{n+1/2} \, dS - \int_0^L f^{n+1/2} \cdot p \, dS - \sum_{\alpha=1}^2 \int_0^L \frac{f^{n+1} \cdot g_\alpha^{n+1} + f^n \cdot g_\alpha^n}{2} \, dS = 0
 \end{aligned}$$

for a convenient choice of g_i and where the notation $()^{n+1/2} = \frac{()^n + ()^{n+1}}{2}$.

- **Step 2:** Compute the residual $R_{(j)}^{n+1}$ of the above equation and check the convergence

Computation of the $R_{(j)}^{n+1}$ by choosing $g_i^{n+1} = U \wedge d_{i(j)}^{n+1}$ and $g_i^{n+1/2} = U \wedge \left(\frac{d_i^{n+1} + d_i^n}{2}\right)$

Check for convergence: IF $\|R_{(j)}^{n+1}\| \leq \text{tolerance}$ then

begin new time step ($n \rightarrow n+1$, go to Step 0).

Else: continue

Here (j) denotes the iteration of the Newton-Raphson.

- **Step 3:** Compute tangent matrix

$$K_T = \left[\frac{\partial^2 L}{\partial (r^{n+1}, d_i^{n+1})} (p, g_i) \right] (\bar{p}, \bar{g}_i)$$

$$\forall (p, g_i) \in dK \text{ e } \forall (\bar{p}, \bar{g}_k) \in dK$$

and solve the linear system $K_T(\bar{U}, \bar{p}) = R_{(j)}^{n+1}$

- **Step 4:** Update the configuration

Translation	Rotation
$r_{(j+1)}^{n+1} = r_{(j)}^{n+1} + \bar{p}_{(j)}^{n+1}$	$d_{i(j+1)}^{n+1} = \text{Cay} (d_{i(j)}^{n+1} + \bar{g}_{i(j)}^{n+1})$
$v_{(j+1)}^{n+1} = v_{(j)}^{n+1} + \frac{2}{\Delta t} \bar{p}_{(j)}^{n+1}$	$\dot{d}_{i(j+1)}^{n+1} = (I+Q)^{-1} \left\{ \frac{4}{\Delta t} (d_i^{n+1} - d_i^n) + (I+Q^t) \dot{d}_i^n \right\}$

where Cay denotes for the Cayley transform [Geradin (1994)] a mapping from \mathcal{R}^3 to SO (3), the special group of rotations and $Q = (d_{i(j)}^{n+1} \otimes d_i^n)$.

- **Step 5:** Begin new iteration; $j \rightarrow j+1$ go to Step 2.

A slight abuse of notation was used in the presentation of the algorithm above. The vector fields involved are the discretized versions and not the continuum functions, although the same notations was adopted.

5. NUMERICAL SIMULATION

In this section, a numerical example is presented in order to assess the main features of the numerical formulation proposed in the present work. The results obtained here are compared to those presented in Simo (1995) with good agreement. Particular attention is devoted to the conservation of angular momentum and total energy, as the proposed algorithm is designed in order to conserve those quantities.

5.1 Free-free flexible rod undergoing large overall motion

The present example deals with a rod undergoing a free movement in the 3-dimensional space (Newman boundary conditions). The initial geometry of the rod with the time history of the external loading are shown in Figure 2. The external loads consist of a horizontal force in direction e_1 , a moment vector parallel to the axis e_3 and an additional moment along the axis e_2 . These loads are assumed to be spatially fixed relative to the inertial reference frame.

Material Properties

$$\begin{aligned} EA &= 1 \times 10^4 \text{ N} & EI &= 500 \text{ Nm}^2 \\ \rho &= 1 \text{ Kg/m} & I_{ii}^p &= 10 \text{ Kgm} \\ L &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$

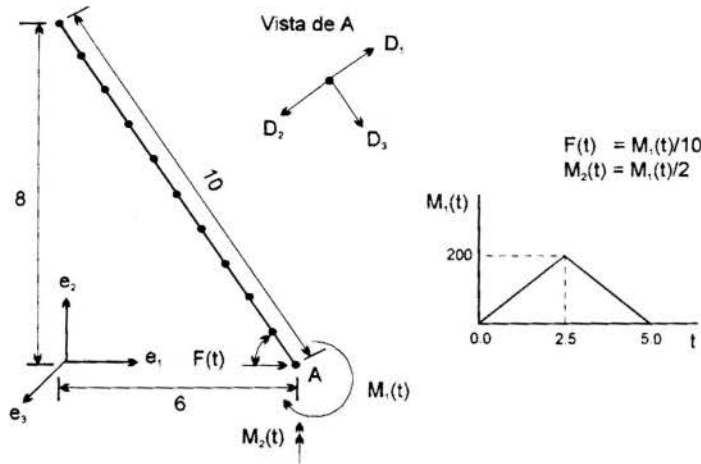


Figure 2: Free-free flexible rod. Problem Data

The reference configuration of the rod is defined by

$$\begin{aligned} R &= \cos \Theta e_1 - \sin \Theta e_2 \\ D_1 &= \sin \Theta e_1 + \cos \Theta e_2; \quad D_2 = e_3; \quad D_3 = \cos \Theta e_1 - \sin \Theta e_2 \end{aligned}$$

where Θ is the angle between the horizontal and axial directions. In Figure 3 is depicted the global motion of the rod. The time step size is $\Delta t = 0.2$ sec and the rod is discretized by ten finite elements.

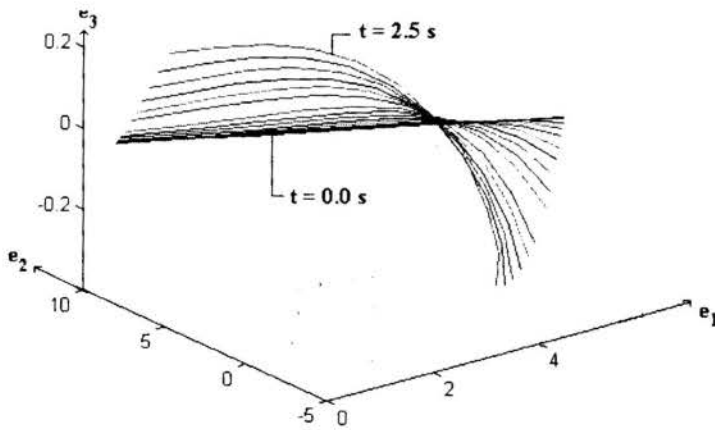


Figure 3: Motion three-dimensional of the rod

The computed time histories of the components of angular momentum and the total energy are recorded in Figure 4. Observe that the first component J_1 of the angular momentum should vanish since the resultant torque has no component along the e_1 axis. It is worth pointing out that throughout the entire simulation the total energy remains constant. These numerical results thus confirm the correct conservation of the fundamental constants of the motion.

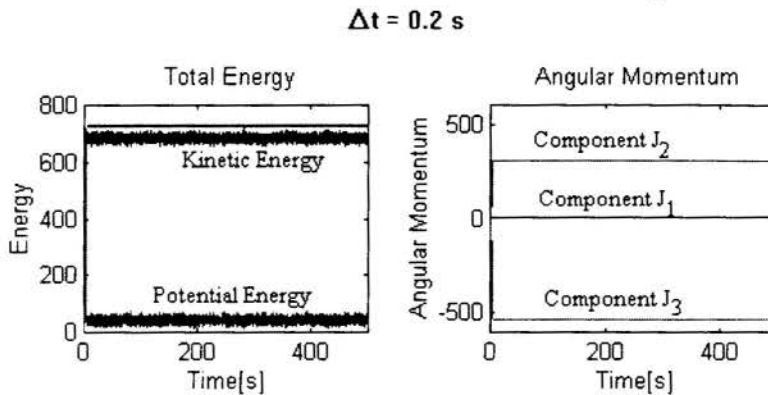


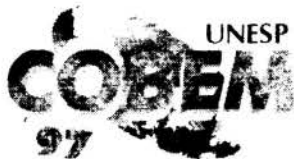
Figure 4: Time histories of the angular momentum and the total energy

6. CLOSURE

The present articles has as a main goal the presentation of a numerical formulation including a new time stepping integrator which inherits by design the conservation properties for energy and momentum from the exact dynamics of nonlinear rods. This characteristic is comproved by a numerical example, which deals with the 3-D motion of a rod undergoing large rotations.

7. REFERENCES

- Antman, S .S. & Kenney, C. S., "Large Buckled States of Nonlinearly Elastic Rods under Torsion, Thrust and Gravity", *Archieve of Rational Mechanics and Analysis*, vol.76, pp 289-338, 1981.
- Bailey, C. D., " Dynamics and the Calculus of Variations ", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 60, pp 275-287, 1987.
- Rochinha, F.A., "Modelling and Numerical Simulation of Rods", Phd Thesis-Puc Rio, 1990.
- Galvanetto, U. & Crisfield, M. A., "An Energy-Conserving Co-Rotational Procedure for the Dynamics of Planar Beam Structures", *Int. J. for Num. Meth. in Eng.*, vol. 39, pp 2265-2282, 1996.
- Geradin, M., "Application of the Finite Element Method to Dynamics of Articulated System", Internal Repport, University of Liège, 1994.
- Hughes, T.J.R., "The Finite Element Method", Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
- Simo, J.C. & Tarnow, N., "Non-Linear Dynamics of Three-Dimensional Rods: Exact Energy and Momentum Conserving Algorithms", *Int. Journal For Num. Meth. in Eng.*, vol. 38, pp 1431-1473, 1995.
- Simo, J.C. & Vu-Quoc, L., "On The Dynamics in Space of Rods Undergoing Large Motions- A Geometrically Exact Approach", *Computer Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, vol.66, pp 125-161, 1988.
- Yoo, H. H., Ryan, R. R. & Scott, R. A., "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions", *Journal of Sound and Vibration*, vol 2.,pp 261-278, 1995.



PAPER CODE: COB357

ANÁLISE DE IMPACTO EM UM SISTEMA MULTICORPO BI-DIMENSIONAL / *IMPACT ANALYSIS OF A BI-DIMENSIONAL MULTIBODY SYSTEM*

TAMOTSU HIRATA

*Departamento Mecânica, Faculdade de Engenharia - UNESP/FEG
CEP 12.500-000 Guaratinguetá, Brasil - E-mail: tamotsu@feg.unesp.br*

Abstract

This work presents an impact analysis of a bi-dimensional multibody consisting of a rotating flexible multiple section beam. The impact mechanism between two steel flexible bodies was investigated and the influence of structural stiffness and non linear surface stiffness were analysed. The mathematical model for the impact mechanism is based upon the energy balance method and the equations of motion are written by the bi-dimensional flexible multibody theory with Lagrangean formulation. The numerical simulation was performed using the MATLAB software. The results are presented in terms of time-displacement of the colliding bodies.

Keywords

Impact mechanism, energy balance method, non linear surface stiffness, rotating flexible-rigid beam, bi-dimensional multibody.

1. INTRODUÇÃO

O efeito de impacto sobre a característica dinâmica é um assunto importante no projeto e controle de um sistema mecânico para alcançar a uma alta precisão de performance. Durante as operações de mecanismos as folgas nas articulações podem ocasionar impactos, Dubowsky et al. (1975). Os mecanismos intermitentes que operam com velocidades descontínuas envolvem as forças impulsivas, Wehage et al. (1982). A outra fonte de impacto é o contato com outros corpos durante as operações de manipuladores ou máquinas operatrizes, Parker et al. (1987). Estas pesquisas foram baseadas na análise de impactos em corpos rígidos.

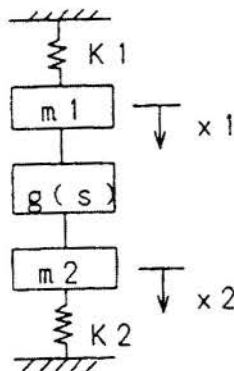
O efeito de flexibilidade dos corpos envolvidos em colisão tem sido objeto de recentes pesquisas iniciadas por Dubowsky et al. (1971), analisando os mecanismos de barras flexíveis com movimentos intermitentes. O trabalho utiliza o modelo de impacto entre os corpos rígido e flexível, considerando a rigidez superficial linear com amortecimento viscoso e as equações de movimentos do sistema foram descritas por formalismo Lagrangeano. Kulief et al. (1987) desenvolveram um modelo dinâmico baseado no modelo de corpo rígido de Wehage. Este modelo baseia-se no método de equilíbrio de energia para o mecanismo de impacto, desprezando a elasticidade da superfície de contato e o tempo durante a colisão e adotando o coeficiente de restituição constante. As equações de movimento foram baseadas no formalismo Lagrangeano, introduzindo as coordenadas locais elásticas para corpos flexíveis baseada na Teoria de Multicorpos. Yigit et al. (1990) analisaram o efeito de impacto em uma

viga flexível em rotação, utilizando o modelo de mola-amortecedor para o mecanismo de impacto. O modelo baseia-se no método de conservação de momentum de Lee et al. (1983), utilizando o coeficiente de restituição variável de acordo com a flexibilidade da viga e da característica superficial de contato.

Este trabalho apresenta um estudo do efeito de impacto na trajetória de uma viga em rotação, composta de partes flexíveis e rígidas. O modelo de impacto é baseado no modelo de Herbert et al. (1977) adaptado para a colisão entre os corpos flexíveis e comparado com os resultados obtidos pelo modelo de Yigit. As equações de movimento do sistema foram baseadas na Teoria de multicorpos bi-dimensional.

2. MODELO DE IMPACTO

O modelo é baseado na força de contato de Hertz e no amortecimento não linear de Herbert. O amortecimento superficial durante a colisão neste modelo depende da rigidez superficial, da velocidade de colisão e do coeficiente de restituição variável. Para a adaptação deste modelo em corpos flexíveis foi idealizado o modelo de impacto do esquema da figura 1. Nesta figura, m_1 e m_2 são massas de corpos flexíveis com rigidez K_1 e K_2 , respectivamente. E x_1 e x_2 são deslocamentos de massas m_1 e m_2 respectivamente. A função $g(s)$ é a função característica superficial e é definida pela equação 1 onde k_s da equação indica a rigidez superficial. O amortecimento da função $g(s)$ é caracterizado por coeficiente de amortecimento superficial λ , e é definido pela equação 2. O coeficiente de restituição e utilizado na equação 2 depende da velocidade de colisão de acordo com os dados experimentais de Goldsmith (1960). A equação 3 apresenta a equação da curva de aproximação dos dados de Goldsmith na faixa de velocidade de $\dot{s} \leq 1,5$ m/s.



$$g(s) = (\lambda \dot{s} + k_s) s^n \quad (1)$$

com $s = x_1 - x_2$ (m)

$$\lambda = \frac{3}{4} k_s (1 - e^2) / \dot{s}_0 \quad (\text{Ns/m}^2) \quad (2)$$

$$e = 1 - 0,26 \dot{s}^{1/3} \quad (3)$$

Figura 1 : Modelo de impacto para dois corpos flexíveis.

O fator n da equação 1 depende da forma de contato superficial, $n=1$ para contato plano-plano, $n=1,1$ para contato plano-cilindro e $n=1,5$ para contato plano-esfera. As equações de movimento do modelo da figura 1 podem ser escritas,

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + g(x_1 - x_2) + K_1 x_1 &= -K_1 x_{1,0} \\ m_2 \ddot{x}_2 + g(x_2 - x_1) + K_2 x_2 &= -K_2 x_{2,0} \end{aligned} \quad (4)$$

onde $x_{1,0}$ e $x_{2,0}$ são deslocamentos iniciais das massas m_1 e m_2 , respectivamente e \ddot{x}_1 e \ddot{x}_2 são as respectivas acelerações. O estudo da sensibilidade do modelo com relação às diferentes

formas de contato foi feito comparando-se com o modelo proposto de Yigit, fazendo $K_2 \rightarrow \infty$ da equação 4. A função característica superficial adotada por Yigit é,

$$g(s) = CT(s)\dot{s} + k_s s^n \quad (5)$$

onde, $C = 2m_l \omega_{n1} \sqrt{(l_n e)^2} / [(l_n e)^2 + \pi^2]$, ω_{n1} é a frequência natural, e é o coeficiente de restituição. $T(s)$ é a função de amortecimento e é definida por,

$$T(s) = \left[\frac{(s + |s|)}{(2s)} \right] \exp \left[\left\{ (s - \varepsilon) - |s - \varepsilon| \right\} (Q / \varepsilon) \right] \quad (6)$$

com $0 \leq \varepsilon \leq s_{max}$

onde ε define a zona de transição e Q é determinado pelo experimento. Quando $s \leq 0$ a função $T(s)$ da equação 6 torna-se nula e para $s \geq \varepsilon$ a função $T(s)$ assume o valor unitário.

Para a simulação numérica da equação 4 com função característica superficial das equações 1 e 5 foram adotados os mesmos parâmetros utilizados por Yigit exceto os materiais de colisão, aço para este trabalho e aço-alumínio no trabalho de Yigit. Estes parâmetros são ; $m_l = 0,1$ (Kg), $k_s = 3,8 \times 10^8$ (N/m^{1,5}), $C = 800$ (Kg/s), $Q = 3,0$, $\varepsilon = 2 \times 10^{-6}$ (m) com as condições iniciais de $s_0 = 0$ e $\dot{s}_0 = 1$ (m/s). A figura 2 apresenta os resultados de simulação em forma de força de contato F (N) e deformação superficial s (m) correspondente durante a colisão para diferentes formas superficiais de contato com valores de n variados.

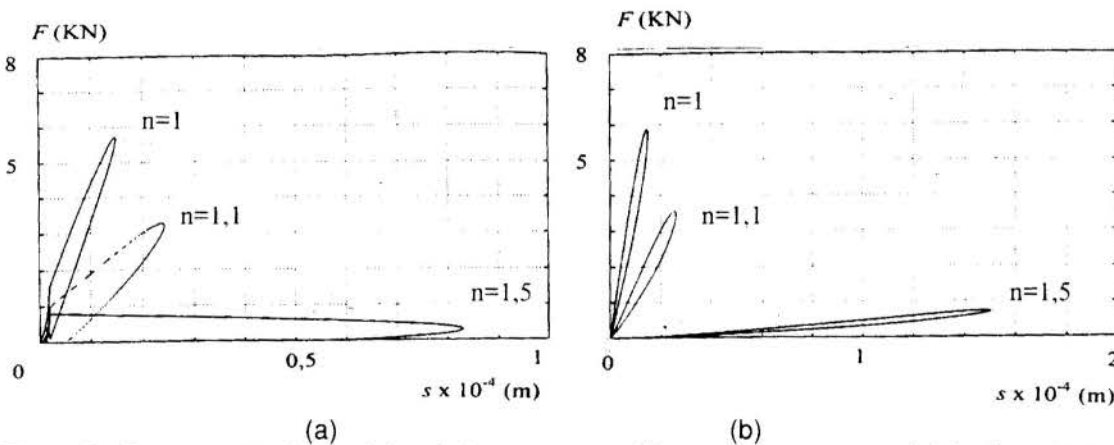


Figura 2 : Comparação de modelos de impacto para diferentes formas superficiais de contato, a) modelo de Yigit, b) modelo proposto.

Pelas figuras 2a e 2b pode-se observar através da área interna das curvas, que a dissipação de energia durante o impacto no modelo de Yigit, é bem superior comparado com o modelo proposto para todos os valores de n . Nestas figuras pode-se observar também que a fase de compressão termina quando alcança a força máxima de contato, e entra na fase de relaxamento até os corpos em colisão se separarem. Contudo, para $n = 1,5$, que é a condição a ser utilizada neste trabalho, o modelo de Yigit apresenta a força máxima antes da sua fase de relaxamento. Este fato não foi observado nos numerosos experimentos realizados por Goldsmith.

Para a avaliação da influência de flexibilidade nos corpos de colisão foram realizadas as simulações numéricas utilizando as equações 1 a 4. Os parâmetros utilizados foram; $m_l = m_2 = 0,1$ (Kg), $K_1 = 1,92 \times 10^6$ (N/m), $K_2 = 3,83 \times 10^6$ (N/m), $k_s = 3,8 \times 10^8$ (N/m^{3/2}), $n = 1,5$ com

as condições iniciais de $x_1 = x_2 = \dot{x}_2 = 0$ e $\dot{x}_1 = 1(m/s)$. Os resultados desta simulação encontram-se na figura 3, onde pode-se observar os deslocamentos dos pontos de contato entre o início(PI) e o final(PF) de contato para os dois corpos flexíveis. Estes deslocamentos podem causar variação de velocidades calculadas no final de contato, acarretando a imprecisão nos resultados principalmente quando há ocorrência de impacto múltiplo.

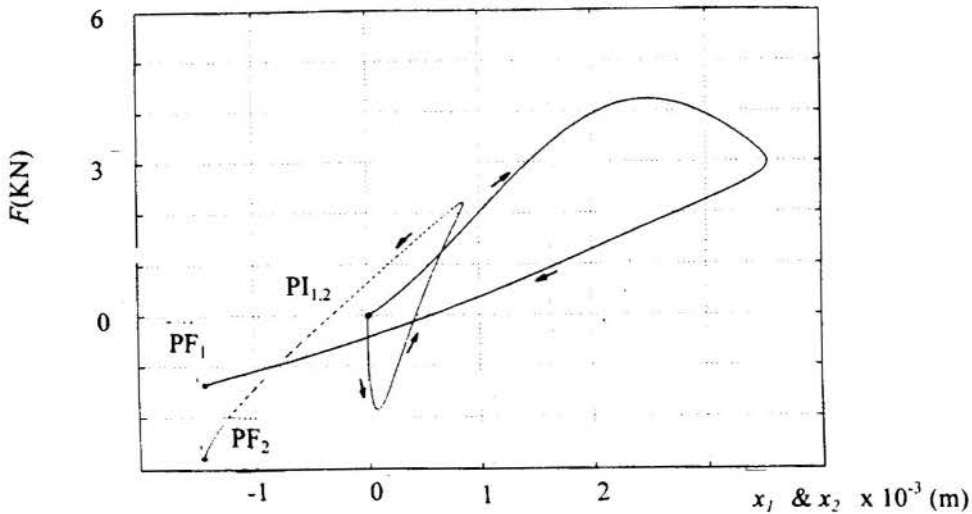


Figura 3 - Influência de flexibilidade dos corpos em colisão.

3. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

O modelo de impacto estudado na seção anterior foi avaliado para uma viga em rotação composta de partes flexíveis e rígidas, como mostra o esquema da figura 4.

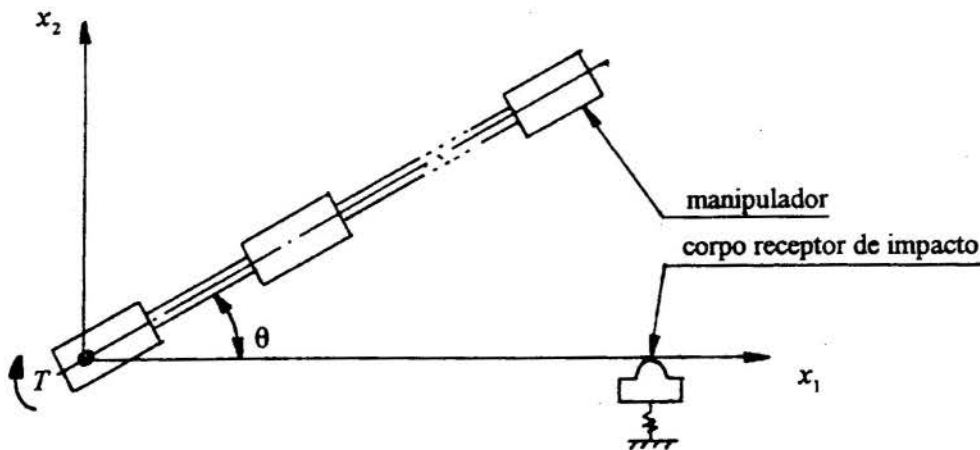


Figura 4 - Modelo de viga em rotação colidindo com o corpo flexível.

Para a análise do sistema de impacto foram estabelecidas as seguintes condições; o movimento da viga atua em um plano bi-dimensional, a estrutura da viga é composta de partes flexíveis e rígidas com seções uniformes, as deflexões das partes flexíveis são pequenas comparadas com o comprimento das partes flexíveis da viga, a influência da gravidade é desprezível, o torque é aplicado em uma das extremidades, o corpo receptor de impacto possui

a elasticidade, as deflexões da viga e as deformações superficiais de contato ocorrem dentro do limite elástico.

De acordo com a Teoria de Elasticidade os deslocamentos de uma viga podem ser representados pela função de forma S , utilizando-se um termo adimensional $\xi = x/l$, onde l é o comprimento da viga e x é a distância de uma das extremidades da viga até um certo ponto na direção do comprimento,

$$S = \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 \\ 0 & 3\xi^2 - 2\xi^3 & l(\xi^3 - \xi^2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Com a função de forma S pode-se descrever os movimentos da parte flexível em termos de coordenadas locais flexíveis q_f de acordo com o esquema de coordenadas adotadas pela figura 5. Pela figura 5, o vetor posição de um ponto qualquer da viga pode ser escrito,

$$r = R + Au_f$$

$$= \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi & 0 & 0 \\ 0 & 3\xi^2 - 2\xi^3 & l(\xi^3 - \xi^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{f1} \\ q_{f2} \\ q_{f3} \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde, R é o vetor posição do ponto A com relação a coordenada de referência (X_1, X_2) , A é a matriz de rotação e u_f é o vetor posição com relação à coordenada local flexível.

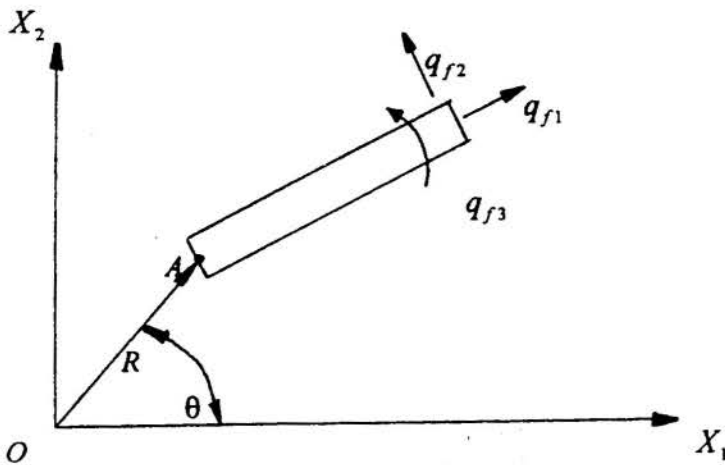


Figura 5 - Esquema de coordenada da parte flexível da viga.

Pelo formalismo Lagrangeano as matrizes de massa, rigidez e forças generalizadas da parte flexível da viga podem ser determinadas,

$$[m_f] = \begin{bmatrix} m_{RR} & m_{R\theta} & m_{Rf} \\ m_{\theta R} & m_{\theta\theta} & m_{\theta f} \\ m_{fR} & m_{f\theta} & m_{ff} \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde, $[m_f]$ é a matriz de massa da parte flexível e os componentes desta matriz são descritos por,

$$\begin{aligned}
 m_{RR} &= \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} & m_{R\theta} = m_{\theta R}^T &= \frac{m}{12} \begin{bmatrix} -(6l + 6q_{f1})\text{sen}\theta - (6q_{f2} - lq_{f3})\text{cos}\theta \\ (6l + 6q_{f1})\text{cos}\theta - (6q_{f2} - lq_{f3})\text{sen}\theta \end{bmatrix} \\
 m_{Rf} &= m_{fR}^T = \frac{m}{12} \begin{bmatrix} 6\text{cos}\theta & -6\text{sen}\theta & l\text{sen}\theta \\ 6\text{sen}\theta & 6\text{cos}\theta & -l\text{cos}\theta \end{bmatrix} \\
 m_{\theta\theta} &= m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{2}{3}lq_{f1} + \frac{1}{3}q_{f1}^2 + \frac{13}{35}q_{f2}^2 + \frac{1}{105}l^2q_{f3}^2 - \frac{11}{105}lq_{f2}q_{f3} \right) \\
 m_{\theta f} &= m_{f\theta}^T = \frac{m}{20} \begin{bmatrix} -7q_{f2} & 7(l + q_{f1}) & -l(l + q_{f1}) \end{bmatrix} \\
 m_{ff} &= m \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & -\left(\frac{11}{210}\right)l \\ 0 & -\left(\frac{11}{210}\right)l & \frac{l^2}{105} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

e a matriz de rigidez $[K_f]$ da coordenada local flexível é descrita por,

$$[K_f] = \begin{bmatrix} Ea/l & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 0 & -6EI/l^2 & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (10)$$

onde, E é o módulo de elasticidade, a é a seção transversal e I é o momento de inércia. A matriz de força vinculada à velocidade quadrática da parte flexível $[Q_f]_v$ é descrita por,

$$[Q_f]_v = [Q_{fR} \quad Q_{f\theta} \quad Q_{ff}]_v^T \quad (11)$$

Com,

$$\begin{aligned}
 Q_{fR} &= \frac{m\dot{\theta}^2}{2} \begin{bmatrix} (l + q_{f1})\text{cos}\theta - \left(q_{f2} - \frac{l}{6}q_{f3}\right)\text{sen}\theta \\ (l + q_{f1})\text{sen}\theta + \left(q_{f2} - \frac{l}{6}q_{f3}\right)\text{cos}\theta \end{bmatrix} - \frac{m\dot{\theta}}{6} \begin{bmatrix} -6\dot{q}_{f1}\text{sen}\theta - (6\dot{q}_{f2} - l\dot{q}_{f3})\text{cos}\theta \\ 6\dot{q}_{f1}\text{cos}\theta - (6\dot{q}_{f2} - l\dot{q}_{f3})\text{sen}\theta \end{bmatrix} \\
 Q_{f\theta} &= -2\dot{\theta}m \left[\left(\frac{l + q_{f1}}{3}\right)\dot{q}_{f1} + \left(\frac{13}{35}q_{f2} - \frac{11}{210}lq_{f3}\right)\dot{q}_{f2} + \left(-\frac{11}{210}lq_{f2} + \frac{1}{105}l^2q_{f3}\right)\dot{q}_{f3} \right] \\
 Q_{ff} &= m\dot{\theta} \begin{bmatrix} \left(\frac{l + q_{f1}}{3}\right)\dot{\theta} + \left(\frac{7}{10}\dot{q}_{f2} - \frac{1}{10}\dot{q}_{f3}\right) \\ \left(\frac{13}{35}q_{f2} - \frac{11}{210}q_{f3}\right)\dot{\theta} - \left(\frac{7}{10}\dot{q}_{f1}\right) \\ \left(-\frac{11}{210}lq_{f2} + \frac{1}{105}l^2q_{f3}\right)\dot{\theta} + \left(\frac{1}{10}\dot{q}_{f1}\right) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Portanto, a equação de movimento do sistema pode ser escrita, considerando as partes flexíveis e partes rígidas da viga,

$$\begin{bmatrix} m_{rr} & m_{rf} \\ m_{fr} & m_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_r \\ \ddot{q}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_r \\ q_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{fv} \\ Q_{rv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde, índice "r" refere-se ao corpo rígido e "f" para o corpo flexível, q_r e q_f são coordenadas relativas aos corpos rígidos e flexíveis respectivamente, e definidas por: $q_r = [R_1 \ R_2 \ \theta]^T$ e $q_f = [q_{f1} \ q_{f2} \ q_{f3}]^T$. T é o torque aplicado no cubo, Q_{fv} e Q_{rv} são as forças de velocidades quadráticas, Q_i é a força de impacto aplicada na parte rígida da viga, em consequência da colisão com o corpo receptor flexível, e é determinada pela equação 1 com as seguintes condições,

$$Q_i = \begin{cases} Q_i & \text{para } Q_i > 0 \\ 0 & \text{para } Q_i \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

Para a simulação do modelo foi avaliada uma viga em rotação composta de quatro partes iguais de partes rígidas interligadas pelas partes flexíveis de seções uniformes e, nesta viga, inicialmente em repouso, foi aplicado um torque constante de 1,5 Nm durante 0,1 segundos. Os dados utilizados foram: massa do cubo $m_\theta = 0,175$ Kg, massa da parte rígida $m_r = 0,14$ Kg, massa da parte flexível $m_f = 0,152$ Kg, massa do corpo receptor de colisão $m_c = 0,046$ Kg, comprimento do cubo $l_\theta = 0,025$ m, comprimento da parte rígida $l_r = 0,02$ m, comprimento da parte flexível $l_f = 0,013$ m, módulo de elasticidade $E = 2,06 \times 10^{11}$ N/m², momento de inércia da viga $I = 3,125 \times 10^{-10}$ m⁴, área de seção transversal $a = 1,5 \times 10^{-4}$ m², rigidez do corpo receptor de colisão $k_c = 2,67 \times 10^7$ N/m, rigidez superficial $k_s = 3,83 \times 10^8$ N/m^{1,5}.

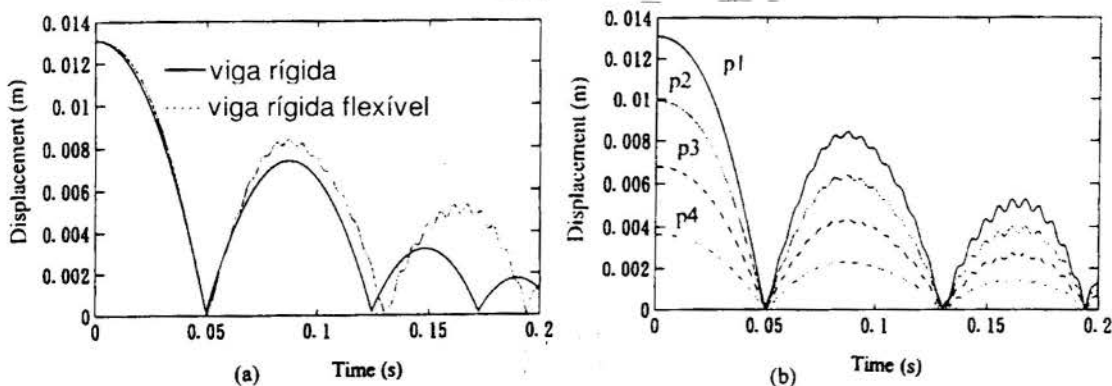


Figura 6 - Trajetória da viga composta de partes rígida-flexível colidindo com o corpo flexível.

A figura 6 apresenta os resultados da simulação com a equação 12 em termos de deslocamentos da extremidade da viga (parte rígida), com relação ao tempo. Na figura 6a foi comparada a trajetória com o modelo da viga inteiramente rígida mesmo na parte flexível (curva II), junto com o modelo da viga rígida-flexível (curva I). A figura 6b apresenta as trajetórias de centros geométricos das partes rígidas da viga rígida flexível baseado no modelo da figura 4 com cinco partes rígidas interligadas com as partes flexíveis. Nesta figura o ponto P1 é localizado em um centro geométrico da parte rígida da extremidade livre e P4 é um ponto próximo ao cubo.

4. CONCLUSÕES

O modelo de impacto com amortecimento não linear e coeficiente de restituição variado foi avaliado para um modelo de uma viga em rotação, composta de partes flexíveis e rígidas. O modelo de impacto implementado com base no modelo proposto de Herbert mostrou-se adequado para a aplicação na colisão entre os materiais de aço com superfícies de colisão plano-esférico. O modelo de impacto de Yigit apresentou uma dissipação de energia maior do que dos modelos tradicionais de impacto, tais como, modelos de Hunt et al., (1975) e Dubowsky. Este fato implica no uso do modelo de Yigit para a velocidade de colisão relativamente baixa ou materiais menos resistentes, como alumínio, ou ainda para a superfície de colisão com menor curvatura, como por exemplo: colisão em superfícies plano-plano ou plano-cilíndrico. O efeito da consideração de flexibilidade no modelo de impacto pode alterar significativamente a precisão da trajetória, principalmente quando existem múltiplos impactos. O uso da Teoria de Multicorpos para a análise de impacto em uma viga com grande rotação, mostrou-se eficiente na análise de trajetória de diversos pontos da viga.

AGRADECIMENTO

O autor agradece a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), proc. 94/5748-0, pelo apoio dado para a realização deste trabalho.

5. REFERÊNCIAS

- Dubowsky, S. & Gardner, T.N. Dynamic Interactions of Link Elasticity and Clearance Connections in Planar Mechanical Systems, *J. for Eng. for Industry, Trans. ASME*, vol.97B, pp. 652-661, 1975.
- Goldsmith, W. *Impact*, Edward Arnold Pub., 1960.
- Hunt, K.H. & Clossley, F.R.E. Coefficient of Restituion Interpreted as Damping in Vibroimpact, *J. of Applied Mechanics, Trans. ASME*, pp. 440-445, 1975.
- Herbert, R.G. & Mcwhanell, D.C. Shape and Frequency Composition of Pulses From an Impact Pair, *J. of Eng. for Industry, Trans. ASME*, pp. 513-518, 1977.
- Khulief, Y.A. & Shabana, A.A. A Continuous Force Model for The Impact Analyses for Flexible Multibody Systems, *Mech. Mach. Theory*, vol. 22, No. 3, pp.213-224, 1987.
- Parker, J.K. & Paul, F.M. Controlling Impact Forces in Pneumatic Robot Hand Design, *J. of Dynamic Systems, Measurement...*, *Trans. ASME*, vol.109,pp. 328-334,1987.
- Lee, T.W. & Wang, A.C. On the Dynamics of Inetrmitent-Motion Mechanisms, *J. Mech. Trans. Aut. Design, Trans. ASME*, vol. 105, pp.534-540, 1983.
- Wehage, R.A. & Haug,E.J. Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Intermitent Motion, *J. of Machine design, Trans. ASME*, vol. 104, pp. 778-785, 1982.
- Yigit, A.S. & Ulsoy, A.G. Spring-Dshpot Models for The Dynamics of Radially Rotating Beam with Impact, *J. of Sound and Vib.*, 142(3), pp. 515-525, 1990.

PAPER CODE: COB433

ON NONLINEAR VIBRATIONS OF A NONIDEAL 'ELECTROMOTOR-PENDULUM'

DÉBORA BELATO, JOSÉ MANOEL BALTHAZAR, HANS INGO WEBER & DEAN T. MOOK

Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP

CEP 13803-970, Campinas - SP - Brasil. E-mail: 960474@discovery.fem.unicamp.br

Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP - Rio Claro.

CP 178. CEP 13500-230, Rio Claro - SP - Brasil.

Virginia Polytechnic Institute and State University

Blacksburg, Virginia 24061-0219, USA.

Abstract

A system consisting of a pendulum with a support-point that is vibrated in a horizontal plane by a DC motor considered as a limited power source, is considered. For low velocities of the motor this system is nonideal, because the speed of the motor is influenced by the response of the system. In this condition, the planar oscillation of the pendulum is analysed as a control parameter is varied. The distinct regions of operation are defined and discussed in its nonlinear characteristics.

Keywords

Nonideal system; Non-linear Dynamics; Pendulum / *Sistema não ideal; Dinâmica não linear; Pêndulo.*

1. INTRODUCTION

The mechanism consists of a pendulum with a support point driven by a DC motor, in the horizontal plane (see, figure 1).

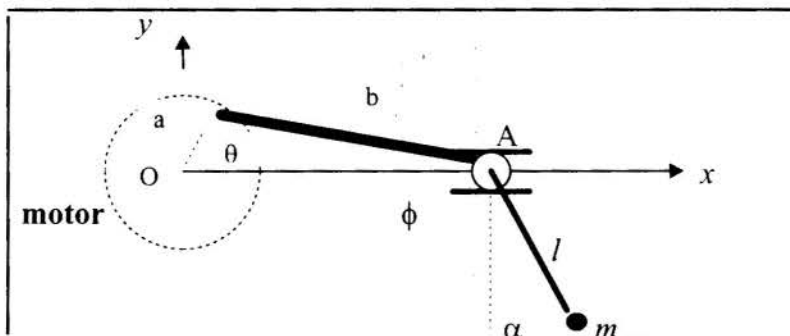


Figure 1 : Scheme of the system "electromotor-pendulum".

This system is nonideal for low rotational velocities of the motor, because the external excitation is influenced by the response of the system, Nayfeh and Mook (1979). In this case, the external excitation is called *energy source of limited power* and the stability of the system's oscillations become dependent on the properties of the energy source. Nonideal

systems were exhaustively studied by Kononenko (1969). Other works were presented in Nayfeh and Mook (1979). Recently Balthazar *et al* (1997) presented the state-of-the art on nonideal dynamics system.

As a result of the interaction of pendulum with the energy source, the dynamic system in the region of the resonance presents unstable conditions of motion : quasi-periodic motion, subharmonic and chaotic oscillations, and bifurcational behaviour, as *Jump* and *Hysteresis*.

In this work, we shall examine the steady state response of the electro-pendulum's system for low speed of the motor.

2. EQUATIONS OF MOTION

The Lagrange equations of motion for the system (see details in Belato (1997) and Belato *et al* (1997)), are:

$$(J + ma^2 F^2) \ddot{\theta} - maF[l \cos \alpha \ddot{\alpha} + aF' \dot{\theta}^2 + l \sin \alpha \dot{\alpha}^2] = G_{\theta}$$

$$m(l^2 \ddot{\alpha} - aF \cos \alpha \ddot{\theta} - aF' \cos \alpha \dot{\theta}^2 + gl \sin \alpha) = G_{\alpha}$$

where G_{θ} , G_{α} are the generalized forces; $F(\theta) = \left[1 + \frac{a \cos \theta}{(b^2 - a^2 \sin^2 \theta)^{1/2}} \right] \sin \theta$, $F' = \frac{dF}{d\theta}$;

J is the moment of the inertia of the motor; m is the pendulum's mass ; l is the length of the pendulum; θ is the angular displacement of the motor, and α is the angular displacement of the pendulum.

The generalized forces are $G_{\theta} = M_{motor} - \mu_A a^2 F^2 \dot{\theta}$ and $G_{\alpha} = -\mu_l \dot{\alpha}$ where μ_A e μ_l are, respectively, the damping force of the pin A (in the x direction) and the damping force of the pendulum.

A simplified model of a DC motor with permanent magnetic field can be derived by assuming the armature inductance to be zero and ignoring the internal resonance effect. With these considerations, the DC motor equations are:

$$V = I(t) R + K_E \dot{\theta}(t) \quad \text{and} \quad M_{motor} = K_T I(t)$$

where V is the motor voltage; R is the resistance; I is the current; M_{motor} is the moment generated by the motor and K_T is the torque constant in the motor.

In non-dimensional form, the equations of the system can be written:

$$\theta'' = \left[malF(\alpha'' \cos \alpha - \alpha'^2 \sin \alpha) - ma^2 F \dot{F} \dot{\theta}^2 - (\beta_1 a^2 F^2 + \beta_3) \theta' + \beta_2 \right] \frac{1}{J + ma^2 F^2} \quad (1)$$

$$\alpha'' = \epsilon_2 (\theta'' F + \theta'^2 \dot{F}) \cos \alpha - \sin \alpha - \beta_4 \alpha' \quad (2)$$

where the primes denote derivatives with respect to t^* , and the dots denote derivatives with respect to θ . The following transformation has been used: $t^* = \omega_0 t$, t^* dimensionless time;

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}, \quad \epsilon_2 = \frac{a}{l}, \quad \beta_1 = \frac{c_m}{\omega_0}, \quad \beta_2 = \frac{K_T V}{\omega_0^2 R}, \quad \beta_3 = \frac{K_T K_E}{\omega_0 R}, \quad \beta_4 = \frac{\mu_l}{\omega_0 m l^2}.$$

Note that ϵ_2 is the small parameter of the problem since $a \ll l$. We shall use numerical simulation instead by perturbation analysis. If we introduce simplifications and special transformations, these equations could be treated using an averaging process (Belato *et al* (1997) and Kranospol'skaya and Shvets (1990,1993)).

The emphasis here is on a qualitative description and understanding of planar oscillations of the pendulum as it is excited by a motor in nonideal conditions, Kononenko (1969). In that situation the system presents a large variety of types of nonlinear oscillations.

3. NUMERICAL SIMULATIONS AND RESULTS

We carried out a large number of numerical simulations with different initial conditions and numerical values of the physical parameters of the problem. In this work, Simulink™ Toolbox of the MATLAB™, is used to simulate the system of differential equations. The numerical integrator used is the Runge Kutta fifth order (RK45) with steplenght $\Delta t^* = 0.001$.

Table 1: DC Motor Parameters.

K_T	0.345 Nm/A
K_E	$0.345 \text{ V/rad s}^{-1}$
R	$0.85 \text{ } \Omega$
L	4.4 mH
J	$1.41 \cdot 10^{-3} \text{ Kg m}^2$

The parameters used in the simulation are: $mal=0.00098$, $ma^2 = 0.0042$, $\beta_1 = \beta_4 = 0.0001$, $\beta_3 = 0.02448$ and β_2 is the control parameter, and the initial conditions are : $\theta'(0)=\theta(0)=0$ e $\alpha'(0)=\alpha(0)=0$. The specifications of the physical parameters of the DC motor are listed in table 1.

We observed that for very low values, $\beta_2 \leq 0.02058$, no bifurcation phenomenon of the stable steady-state occurs. The pendulum presents periodic orbits in the phase space.

In the resonant region, $0.02070 \leq \beta_2 \leq 0.02362$, we observed that the slow variation of a control parameter, β_2 , produces a large change in the amplitude oscillations. If this qualitative change stabilizes onto the bounded oscillation then it is the case of determinate bifurcations; if the changed behavior results in motions that explode, resulting in a unpredictable behaviour, then it is the case of indeterminate bifurcations (figure 2 e 3). In the last case, we may not predict in which stable equilibrium point the system will settle, Soliman (1996). This behaviour is important because it can result in large oscillation amplitudes that can be dangerous.

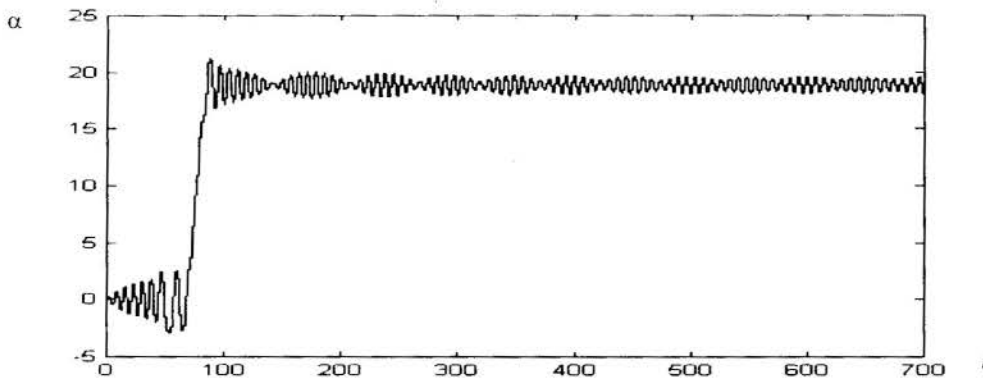


Figure 2 : Indeterminate bifurcations. $\beta_2 = 0.02083$.

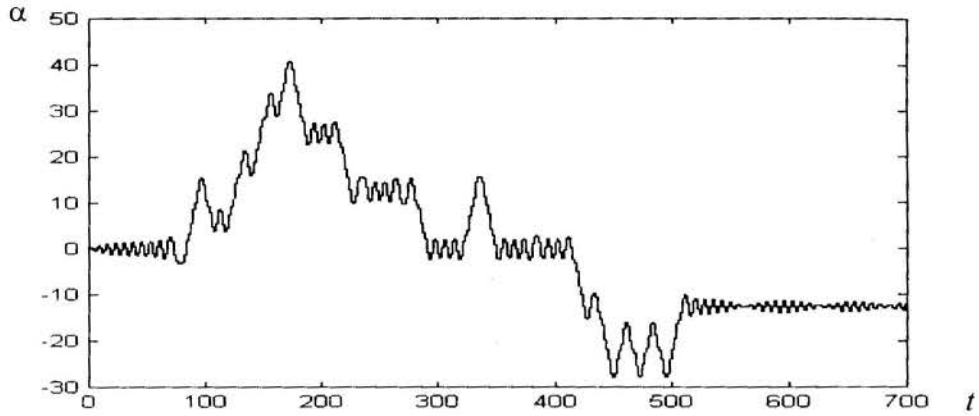


Figure 3 : Indeterminate bifurcations. $\beta_2 = 0.020708$.

We can observe that with small variation of the parameter β_2 , the solution of the system changes. In this case, the pendulum makes a transition from a resonant state into a non-resonant state, because the resonant state becomes unstable so that the system jumps into a new stable state of motion.

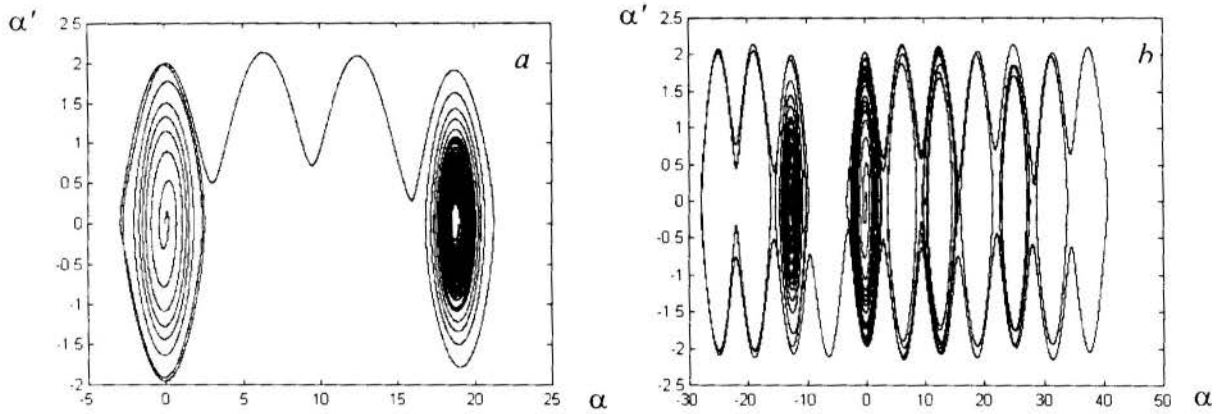


Figure 4 : Phase Space. (a) $\beta_2 = 0.02083$; (b) $\beta_2 = 0.020708$

When $0.040 \leq \beta_2 \leq 0.060$, the pendulum presents quasiperiodic motion and this region is characterized as an interval of low instability (figure 5).

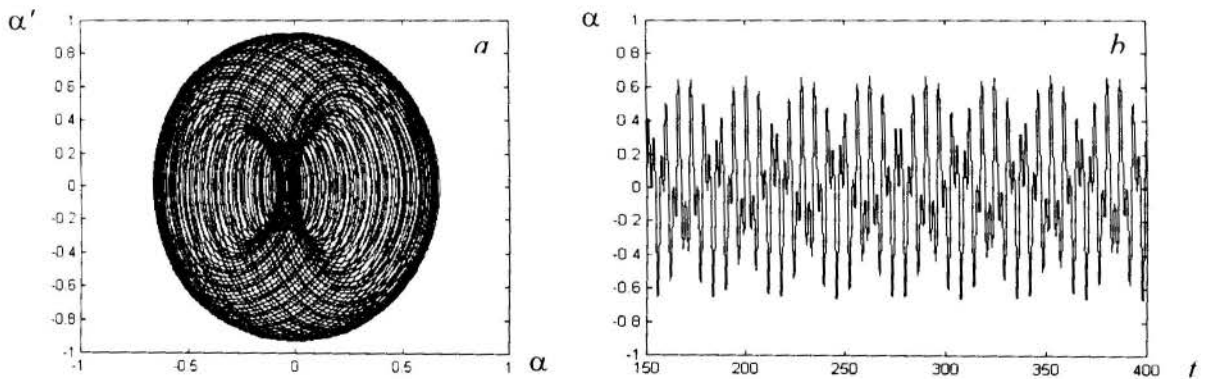


Figure 5 : $\beta_2 = 0.04960$. (a) Phase Space of α ; (b) Time history of α .

Other unstable behaviour of the pendulum are found in the rotating solutions. Rotating orbits can be subdivided into those that rotate in the same direction for all time ($\dot{\alpha}(t) > 0 \quad \forall t$ ou $\dot{\alpha}(t) < 0 \quad \forall t$), and those which change direction in the course of their rotation. Rotating orbits are a solution which goes beyond $\alpha = \pm\pi$, Clifford and Bishop (1995). In this system, the rotating solution can be observed as $0.0620 \leq \beta_2 \leq 0.0650$.

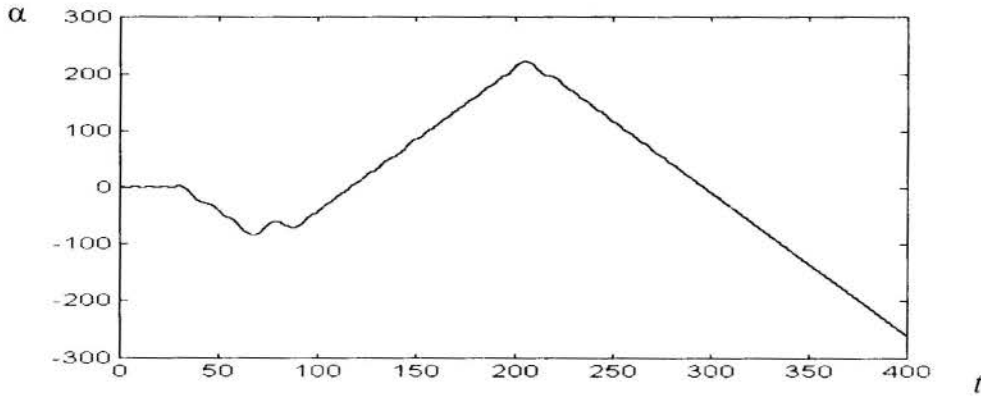


Figure 6 : Time history as $\beta_2 = 0.0620$.

In the figure 6, we obtain a variation between clockwise and anticlockwise rotating orbit, and in the figure 7, we observe that the pendulum oscillates initially around $\alpha = 0$, and then it rotates in the clockwise sense. To obtain a complete classification of rotating orbits, we can utilize braid and knot theory, Clifford and Bishop (1995).

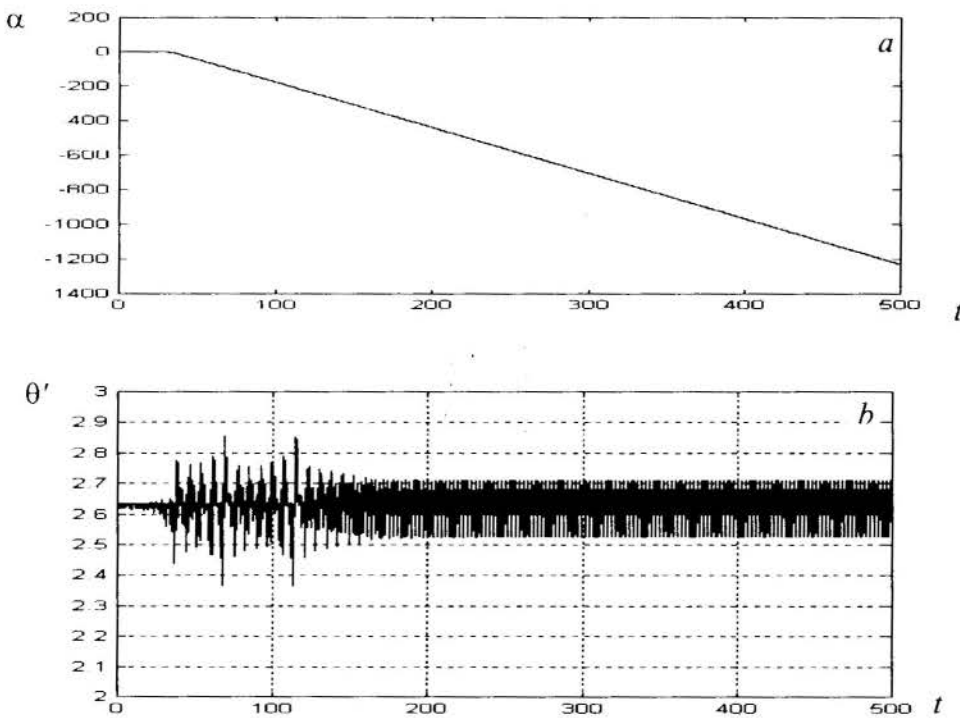


Figure 7 : $\beta_2 = 0.06448$. (a) Time history of α ; (b) Motor's Speed (rad/s).

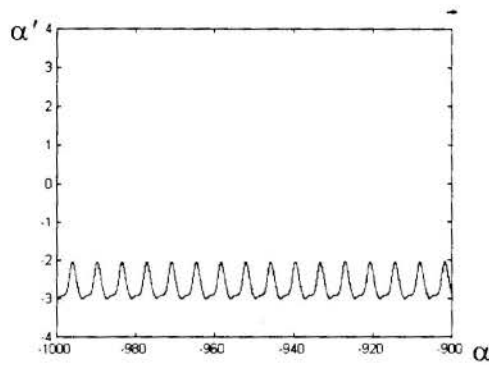


Figure 8 : $\beta_2 = 0.06448$. Phase space of α , subharmonic orbits.

When $\beta_2 = 0.0744$ two-periodic motion of the pendulum is observed.

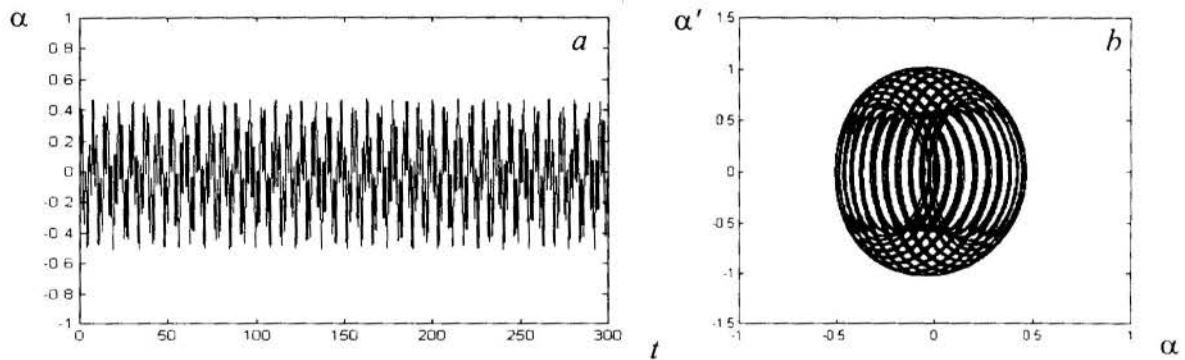


Figure 9 : $\beta_2 = 0.0744$. (a) Time history; (b) Phase space.

4. CONCLUSIONS

In this work, we present a partial classification of the pendulum's motion as it's excited by a DC motor. In non-ideal conditions, this dynamical system presents regions of low and high instability, characterized by nonlinear phenomena: quasiperiodic motion, subharmonic oscillations and bifurcational behaviour in the case of small variations of the control parameter. An analysis of these phenomena using the Poincare Maps and Lyapunov Exponent algorithms, will be done in our future works.

5. ACKNOWLEDGEMENT

The second author thanks Fapesp and CNPQ for various grants in order to study non-ideal dynamic systems.

6. REFERENCES

Balthazar, J.M., Weber, H.I., Mook, D.T. & Mattos, M.C. The State-of-the Art on Nonideal Vibrations. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Engineers* (ISSN 0100-7386), in press, 1.997.

Belato, D. Não Linearidades do Eletropêndulo, *Tese de Mestrado*, to be defended in february, 1998 (in Portuguese).

Belato, D., Balthazar, J.M., Weber, H.I. & Mook D.T. A Short Note on a "DC Motor - Pendulum". In *Nonlinear Dynamics, Chaos, Control and their Applications to Engineering Science*. vol. 1. J.M.Balthazar, D.T.Mook, J.M.Rosário Editors, (ISBN:85-900351-1-5) in press, 1997.

Belato, D., Balthazar, J.M., Weber H.I. & Mook D.T. On Dynamics Characteristics of the Electromotor Pendulum, *Minisymposium "On Vibrations with Measurements and Control" XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada*, Gramado, 8-12 de setembro de 1997, aceito para publicação, 1.997.

Clifford, M.J. & Bishop, S.R. Rotating Periodic Orbits of the Parametrically excited Pendulum, *Physics Letters A*, 201, pp. 191-196, 1995.

Electro-Craft Corporation. *DC Motors Speed Control Servo Systems: Engineering Handbook*, Electro-Craft Corporation, 1973.

Kononenko, V.O. *Vibrating Systems with a Limited Power Supply*. London, Iliffe Books Ltda., Great Britain, 236p., 1969.

Krasnopol'skaya, T.S. & Shvets, A.Yu. Chaotic Interactions in a Pendulum-Energy Source System. *Prikladnaya Mekhanika*, vol.26, No. 5, pp. 90-96, May, 1990.

Krasnopol'skaya, T.S. & Shvets, A.Yu. Chaos in vibrating systems with a limited power-supply. *Chaos*, vol. 3, No. 3, 1993.

Nayfeh, A.H., Mook D.T. *Nonlinear Oscillations*. John Wiley & Sons, pp.704,1979.

Soliman, M.S. Jumps to Resonance: Long Chaotic Transients, Unpredictable Outcome, and the Probability of Restabilization, *Journal of Applied Mechanics*, vol.60, pp.669-676, 1993.

Soliman, M.S. Jump Phenomena resulting in Unpredictable Dynamics in the Driven Damped Pendulum, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol.31, n.2, pp.167-174, 1996.



PAPER CODE: COB455

**ESTUDO PRELIMINAR DE TRAJETÓRIAS DE REENTRADA DE UM
MICROSATÉLITE RECUPERÁVEL / PRELIMINARY STUDY OF RE-ENTRY
TRAJECTORIES FOR A RECOVERABLE MICROSATELLITE**

HANFRIED SCHLINGLOFF, MARCELO CURVO & JAIME AUGUSTO SILVA

CTA/Instituto de Aeronáutica e Espaço/ASE

CEP - 12228-904 São José dos Campos - SP, Brasil - E-mail: jaime@ase2.iae.cta.br

Abstract

This work deals with reentry trajectory simulation of a small satellite intended for microgravity experiments. The satellite is considered to be orbiting at an altitude of 300 kilometers above the Earth on a circular orbit with small inclination (2.317°). Conditions at the deorbit point are specified and several trajectory simulations are made. A parametric study for preliminary design analysis is presented. It is seen that the reentry trajectory is very sensitive to the initial conditions established at the deorbit point. Dispersion minimization at impact point and vehicle's total range are considered. Final results are presented as well as a comprehensive analysis of the results obtained.

Palavras-Chave

Fator de Carga, Microsatélite, Órbita, Pré Pára-quadras, Reentrada, Trajetória. / *Load Factor, Microsatellite, Orbit, Pre-Parachute, Reentry, Trajectory.*

1. INTRODUÇÃO

É apresentado aqui um estudo preliminar das características e comportamento dinâmico de um veículo espacial em trajetórias balísticas de reentrada. Considera-se que o veículo possui uma massa inicial de aproximadamente 200 quilos. As condições iniciais de contorno estabelecidas para as trajetórias a serem analisadas são: órbita inicial circular de 300 quilômetros de altitude com inclinação de 2.317 graus. Esta inclinação corresponde à latitude do Centro de Lançamento de Alcântara - CLA, posição inicialmente considerada para impacto e recuperação do veículo após a reentrada. Considera-se que a reentrada tem início no instante de aplicação do *kick* de frenagem ou seja, no instante de aplicação de um incremento impulsivo de velocidade no sentido contrário ao do movimento do veículo, reduzindo assim sua velocidade. Após a aplicação desse *kick* de desaceleração, o veículo é transferido da órbita inicial circular para uma órbita final, elíptica, de reentrada. Para efeito de estudo e análise, três casos foram considerados: foram assumidos motores que fornecem incrementos de velocidade de 100.0, 200.0, e 500.0 m/s. Estimativas preliminares indicam que estes incrementos de velocidade podem ser conseguidos de pequenos motores à propelente sólido de massas iguais à 7,5, 14,1 e 31,8 quilos.

2. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

O veículo é considerado como um corpo de massa pontual concentrada em seu centro de massa. Sobre este corpo atuam as forças gravitacionais e forças aerodinâmicas. A posição do

veículo é definida pelo raio vetor \mathbf{r} , que une o centro de massa da Terra ao centro de massa do veículo e completada pelos ângulos de Euler ψ , θ e ϕ denominados, ângulo do nodo ascendente, inclinação e argumento da posição. A velocidade do veículo é fornecida pelas componentes u , na direção do raio vetor \mathbf{r} , e v , com direção perpendicular à \mathbf{r} e contida no plano da trajetória, plano $\mathbf{r-V}$.

As equações diferenciais que regem o movimento do veículo são obtidas a partir de relações cinemáticas e da segunda Lei de Newton, ou seja:

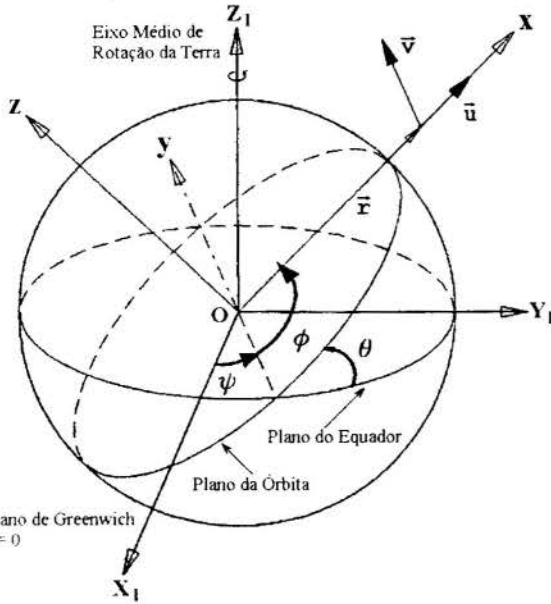


Figura 1: Sistema Inercial e Sistema em Movimento.

$$\begin{aligned}
 \dot{r} &= u \\
 \dot{u} &= \frac{v^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} - \frac{D_u}{m} + \frac{L_u}{m} \\
 \dot{v} &= \frac{uv}{r} - \frac{D_v}{m} + \frac{L_v}{m} \\
 \dot{\psi} &= \frac{L_z - D_z \operatorname{sen} \phi}{m v \operatorname{sen} \theta} \\
 \dot{\theta} &= \frac{L_z - D_z \operatorname{sen} \phi}{m v} \cos \phi \\
 \dot{\phi} &= \frac{v}{r} - \frac{L_z - D_z \operatorname{sen} \phi}{m v} \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \theta
 \end{aligned} \tag{1}$$

Nestas equações, D e L representam as forças de arrasto e sustentação. Definindo \mathbf{V}_R como a velocidade relativa do veículo em relação à atmosfera local e Ω_E a velocidade de rotação da Terra, temos que

$$\mathbf{V}_R = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ v - r \Omega_E \cos \theta \\ r \Omega_E \operatorname{sen} \theta \cos \phi \end{pmatrix} \tag{2}$$

Definindo σ como ângulo de rolamento ou *banking angle*, as forças de arrasto e sustentação são dadas por:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \rho S_{ref} C_D V_R \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \frac{1}{2} \rho S_{ref} C_L \frac{V_R}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}} \begin{pmatrix} V_R V_y \cos \sigma - V_x V_z \sin \sigma \\ -V_R V_x \cos \sigma - V_y V_z \sin \sigma \\ (V_x^2 + V_y^2) \sin \sigma \end{pmatrix} \quad (3)$$

onde S_{ref} é a área de referência do veículo e C_L e C_D são os coeficientes de sustentação e arrasto. Normalmente estes coeficientes dependem do número de Mach, do ângulo de ataque α e do número de Reynolds. Neste estudo, utilizamos valores constantes para estes coeficientes, tendo por objetivo obter uma avaliação inicial.

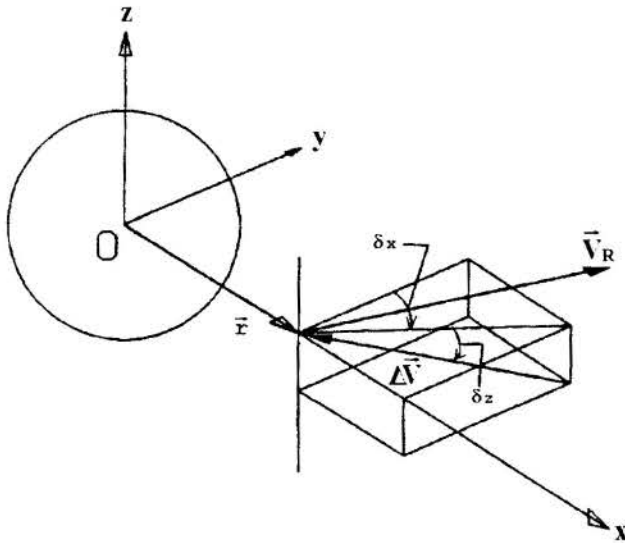


Figura 2: Vetor Incremento de Velocidade.

O vetor incremento de velocidade que é fornecido pelo motor de desaceleração é definido pelo seu módulo ΔV_{ri} e pelos ângulos δ_x e δ_z . O ângulo δ_z é o ângulo entre o vetor incremento de velocidade e a projeção deste vetor no plano $\mathbf{r-V}$ inicial e, δ_x é o ângulo entre esta projeção e a horizontal local. Sendo u_0 e v_0 as componentes iniciais de velocidade, u_1 e v_1 as componentes de velocidade após a aplicação do *kick* de desaceleração e $\Delta\theta$ a variação de inclinação resultante, pode-se dizer que a velocidade final, em forma vetorial é dada por,

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_0 - \Delta \mathbf{V}_{ri} \quad (4)$$

Em termos das componentes escalares temos que

$$u_1 = u_0 - \Delta V_{ri} \sin \delta_x \cos \delta_z$$

$$v_1 = \frac{1}{\cos \Delta\theta} \left(v_0 - \Delta V_{ri} \cos \delta_x \cos \delta_z \right) \quad (5)$$

$$\Delta\theta = \text{Tan}^{-1} \left(\frac{\sin \delta_z}{\cos \delta_x \cos \delta_z - \frac{v_0}{\Delta V_{ri}}} \right)$$

Durante a fase de reentrada na atmosfera o veículo fica sujeito a elevados níveis de desaceleração e atrito com o ar, causando elevado nível de aquecimento no veículo. A taxa de aquecimento Q é proporcional à densidade atmosférica e à velocidade elevada ao cubo. Sendo S_w a área molhada (área superficial) e C_F o coeficiente de atrito de placa plana, tem-se:

$$Q = C_F S_w \rho \frac{V^3}{4} \quad (6)$$

3. TRAJETÓRIAS DE REENTRADA

Considera-se que a reentrada inicia-se no instante de aplicação do impulso de frenagem. Três valores distintos de *kicks* de frenagem foram assumidos: 100, 200 e 500 m/s. Para os cálculos aqui apresentados considera-se que o veículo encontra-se inicialmente em um órbita circular à 300 quilômetros de altitude e inclinação de 2.317 graus. O coeficiente de arrasto do veículo, C_D , considerado constante durante toda a fase de reentrada, é igual a 0.80. As forças de sustentação foram consideradas nulas durante a reentrada. Além disto, foi assumido que o *kick* de frenagem é aplicado na direção contrária ao movimento do veículo e perpendicular ao vetor posição \mathbf{r} . Isto equívale dizer que os ângulos δ_x e δ_z foram considerados nulos. A partir destas condições, pode-se calcular trajetórias de reentrada e fazer a verificação de parâmetros importantes ao anteprojeto e análise preliminar, tais como: variação de altitude, velocidade e aceleração em função do tempo, ângulo de reentrada, cargas dinâmicas, taxa de aquecimento e distância percorrida pelo veículo durante o processo de reentrada.

Na Figura 3 é apresentado um gráfico mostrando o histórico de variação de altitude, velocidade e fator de carga em função do tempo de vôo. Analisando esta trajetória pode-se

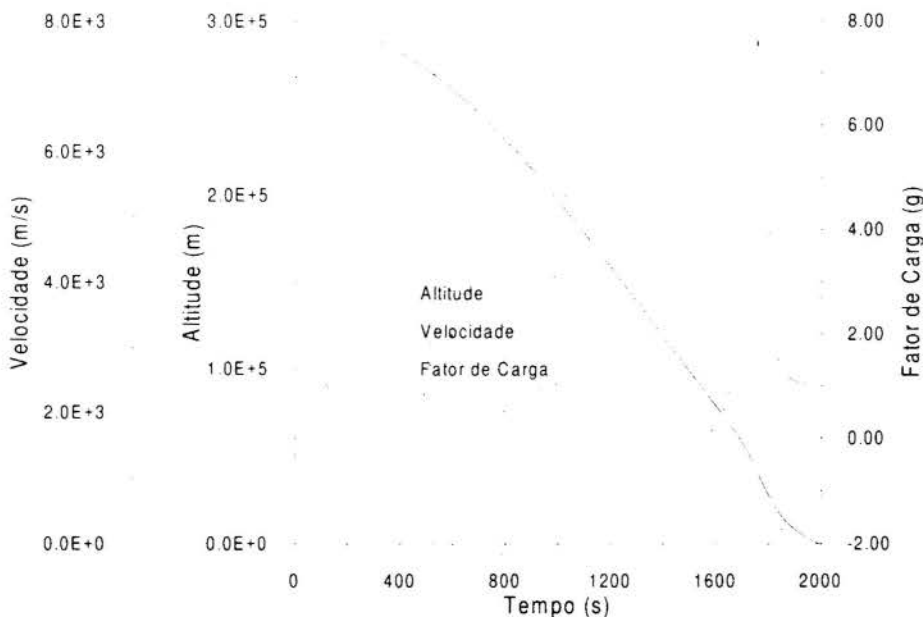


Figura 3: Trajetória de Reentrada Típica ($\Delta V = 100$ m/s).

notar e distinguir três fases distintas de comportamento dinâmico do veículo, quais sejam: verifica-se que após a aplicação do *kick* de frenagem, tem início a primeira fase da trajetória caracterizada por uma descida ligeiramente acelerada, em ângulo suave. O aumento de

velocidade que se observa na fase inicial da trajetória se dá devido à predominância das forças gravitacionais aliada à ausência, quase total, da força de arrasto. Após algum tempo de aceleração do veículo, de aproximadamente 1500 segundos de voo, este começa a penetrar as camadas mais altas e menos densas da atmosfera. Neste instante ele se encontra à aproximadamente 90 quilômetros de altitude a uma velocidade de 7868 m/s. A partir deste instante, o fator de carga, que até então era desprezível, cresce, aproximando-se do valor de 1 g e indicando o surgimento da atuação da força de arrasto. Também, o ângulo de trajetória que era pequeno, de aproximadamente 1,5 graus, passa a ser mais acentuado dando início a segunda fase da reentrada.

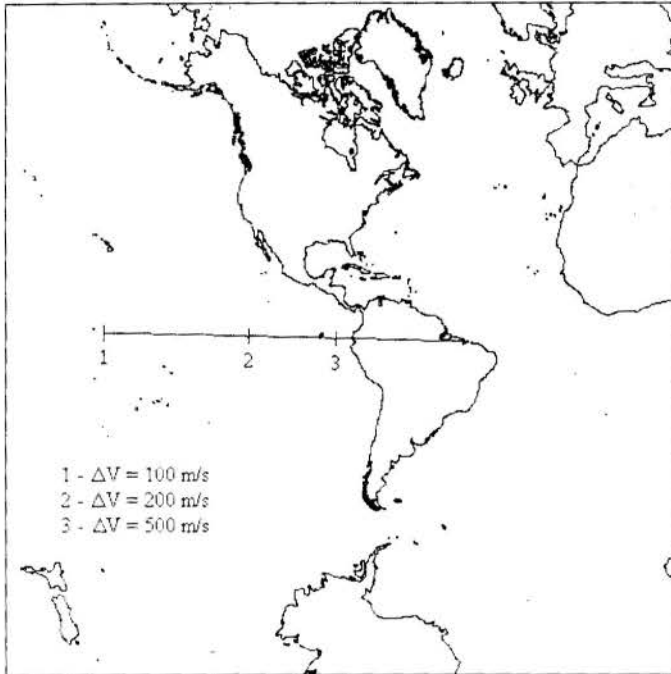


Figura 4: Trajetória de Reentrada do Microsatélite.

A segunda fase é caracterizada pelo predomínio de atuação da força de arrasto em comparação à força gravitacional. Neste período ocorre uma desaceleração acentuada do veículo, com aumento expressivo do ângulo de trajetória e do fator de carga. Assim, o fator de carga atinge o seu valor máximo de 7,6 g's e o veículo é desacelerado atingindo uma velocidade de aproximadamente 180 m/s quando se encontra a 14 quilômetros de altitude. A duração desta fase é de aproximadamente 326 segundos de voo. A terceira e última fase da trajetória é caracterizada pelo equilíbrio de forças aerodinâmicas e gravitacional. Este é o período

em que o veículo praticamente atinge uma velocidade de descida constante. Na realidade, observa-se um pequeno decréscimo de velocidade, sendo de 70 m/s a velocidade de impacto. Neste instante, o ângulo de trajetória é extremamente acentuado, atingindo 80 graus ou seja, o veículo desce praticamente na vertical. Esta fase tem duração aproximada de 134 segundos.

A distância total percorrida é de $12,3 \times 10^3$ km, o que corresponde a um arco de 110 graus no plano da trajetória ($\Delta V_{ri} = 100$ m/s). Entretanto, quando se aumenta o *kick* de frenagem, a reentrada se dá de forma mais rápida. Para um impulso de 500 m/s esta distância reduz para $4,7 \times 10^3$ km ou um arco de 42 graus. A Figura 4 apresenta a projeção do centro de massa do veículo sobre a superfície terrestre, a partir do instante em que é aplicado o impulso de frenagem, para as três condições iniciais aqui consideradas.

A Tabela 1 apresenta um resumo das principais características dinâmicas das trajetórias calculadas. Ali estão listados o valor do ângulo de reentrada, γ_i , aqui definido com o ângulo de trajetória que o veículo apresenta quando ele se encontra à uma altitude de 150 quilômetros. Também estão listados os valores do fator de carga máximo atingido durante a reentrada, n_{max} , o fluxo térmico máximo, q_{max} , e o alcance ou distância total percorrida pelo veículo, R . Também, para cada fase de voo, são apresentados o valor do tempo corrente ao final da fase considerada, a altitude em que o veículo se encontra, h , assim como a velocidade, V , e o ângulo de trajetória naquele instante, γ .

Tabela 1: Valores Típicos das Trajetórias Calculadas.

ΔV_{ri} (m/s)	γ_i (graus)	$n_{m\acute{a}x}$ (g's)	$q_{m\acute{a}x}$ (kw/m ²)	R (km)	FASE	t (s)	h (km)	V (m/s)	γ (graus)
100	1,56	7,65	107,0	12340	1	1533	91,7	7399	1,5
					2	1859	14,0	185	74,4
					3	1993	0,0	72	90,0
200	2,61	8,74	141,4	7943	1	1005	91,3	7305	2,9
					2	1231	15,8	218	65,5
					3	1374	0,0	72	90,0
500	4,68	14,40	252,9	4722	1	628	85,4	7023	5,4
					2	779	16,3	227	62,1
					3	925	0,0	72	90,0

Os valores apresentados nesta tabela mostram que, se aumentarmos o impulso de frenagem, a reentrada ocorre de forma mais rápida e a ângulos de reentrada mais acentuados. Assim, para um ΔV_{ri} de 100 m/s, o tempo total de vôo até o instante de impacto é de 33,2 minutos, reduzindo-se para 15,4 minutos quando se aplica um impulso de 500 m/s. Também, a distância total percorrida ou alcance, será menor. Entretanto, esta trajetória mais rápida, levará a uma situação em que o veículo estará sujeito a um fluxo térmico maior e a uma carga dinâmica maior, 14,4 g's, se comparado aos 7,65 g's obtidos quando se usa o impulso de 100 m/s.

Pode-se portanto concluir que quanto maior o ΔV_{ri} aplicado, mais rápida será a trajetória de reentrada. Entretanto, ela levará a cargas estruturais maiores e a índices de fluxo térmicos maiores. Também vale aqui ressaltar que ΔV_{ri} maiores só podem ser fornecidos por motores de desaceleração maiores, acarretando assim um peso inicial maior do veículo.

4. ERROS E DESVIOS DE TRAJETÓRIA

Tabela 2: Erros e Desvios de Trajetória.

	$\Delta V_{ri} = 100 \text{ m/s}$			$\Delta V_{ri} = 200 \text{ m/s}$			$\Delta V_{ri} = 500 \text{ m/s}$		
	R (km)	$\delta\lambda$ (km)	$\delta\mu$ (km)	R (km)	$\delta\lambda$ (km)	$\delta\mu$ (km)	R (km)	$\delta\lambda$ (km)	$\delta\mu$ (km)
$\delta V_{ri} = -2 \text{ m/s}$	12526	0,134	184,898	7989	0,011	46,642	4732	-0,011	10,798
$\delta V_{ri} = +2 \text{ m/s}$	12164	0,078	-176,104	7896	0,000	-45,974	4711	0,000	-10,686
$\Delta\delta x = -1 \text{ gr}$	12394	0,011	52,987	7994	0,022	52,096	4772	0,011	50,761
$\Delta\delta x = +1 \text{ gr}$	12290	0,000	-50,427	7892	0,000	-50,649	4672	0,222	-49,536
$\Delta\delta z = -1 \text{ gr}$	12342	1,458	1,447	7943	2,961	0,668	4722	7,703	0,445
$\Delta\delta z = +1 \text{ gr}$	12342	-1,458	1,447	7943	-2,961	0,668	4722	-7,470	0,445
$\Delta f_w = -50 \text{ m/s}$	12259	0,011	-81,707	7888	0,000	-53,989	4688	0,011	-33,618
$\Delta f_w = +50 \text{ m/s}$	12422	0,033	81,707	7996	0,022	53,877	4755	-0,011	33,618
$\Delta s_w = -50 \text{ m/s}$	12341	0,000	0,557	7943	0,000	0,223	4721	0,000	0,223
$\Delta s_w = +50 \text{ m/s}$	12341	0,000	0,223	7942	0,000	0,111	4721	0,000	0,111
$\Delta\rho = +1 \%$	12338	0,000	-2,672	7941	0,000	-1,336	4721	0,000	-0,557

Na Tabela 2 é apresentado um estudo de erros e dispersões resultantes de variações introduzidas nas condições iniciais de reentrada, variações na densidade atmosférica ou presença de ventos. Nesta tabela R é o valor do alcance, $\delta\lambda$ e $\delta\mu$ são as variações resultantes em latitude e longitude, em relação à condição nominal. As simulações mostram que trajetórias em que o retro impulso aplicado é de 100 m/s, são extremamente sensíveis a

variações de impulsão. Desvios de ponto de impacto, da ordem de 180 quilômetros em longitude, podem ser introduzidos para erros de 2 m/s no impulso aplicado (δV_{ri}). Observa-se que a medida que o valor do impulso aumenta, este desvio tende a decrescer.

Por outro lado, observamos que a trajetória é muito sensível a erros de apontamento do vetor impulsão ($\Delta\delta x$ e $\Delta\delta z$). Nota-se que este erro é insensível ao valor do impulso aplicado e que, o erro de 1 grau introduz um desvio de trajetória de aproximadamente 50 quilômetros.

As simulações também indicam que a presença de ventos, Δf_w (*forward wind*) e Δs_w (*side wind*), pode levar a um desvio de 80 quilômetros em longitude ($\Delta V_{ri} = 100$ m/s) sendo que, este valor diminui a medida que o valor de impulso aumenta. Também nota-se que, variações de densidade ($\Delta\rho$) parecem não contribuir de forma significativa nos desvios de trajetória.

Tabela 3: Simulações com Pré Pára-quedas.

Altitude de Abertura (km)	R (km)	$\delta\lambda$ (km)	$\delta\mu$ (km)
20,0	942,4	0,0	- 0,445
25,0	7940,9	0,0	- 1,781
30,0	7937,1	0,0	- 5,566
35,0	7930,3	0,0	- 12,468

Um outro aspecto considerado foi a possibilidade de utilização de um pré para-quedas tendo por objetivo diminuir e modificar o alcance atingido. A Tabela 3 mostra o resultado das simulações realizadas para um ΔV_{ri} de 200 m/s. Os resultados indicam uma variação máxima de 12 quilômetros quando este pré para-quedas é aberto à uma altitude de 35 quilômetros de altitude. Observa-se que esta variação diminui a medida que a altitude de abertura de pára-quedas diminui. Portanto, pode-se concluir que, a utilização deste pré pára-quedas, mesmo que acionado a partir de um controle remoto, não traria ganhos significativos em termos de precisão de impacto e diminuição do

alcance total atingido pelo veículo.

Por fim pode-se notar que, embora assumindo ângulos de posicionamento do impulso de frenagem iguais a zero (δx e δz), esta não é uma condição ótima tendo-se em vista a minimização do impulso aplicado em função do alcance atingido. Como mostra a Figura 3 o alcance atinge um valor mínimo que é função do ângulo de posicionamento δx e do valor da impulsão aplicada. Note-se que é desejável que este alcance assim como o impulso sejam minimizados.

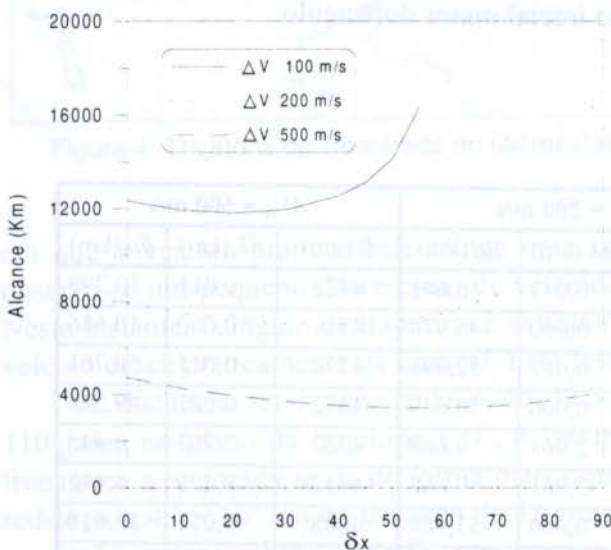


Figura 5: Simulação com Variação de δx .

5. CONCLUSÕES

Este estudo preliminar de reentrada de um microsatélite nos permite reunir várias informações úteis ao anteprojeto e análise de viabilidades. O estudo paramétrico mostra que a trajetória é extremamente sensível a incertezas no valor do retro impulso aplicado. Embora exista uma dependência desses erros com a magnitude do impulso, pudemos constatar desvios de até 180 quilômetros na trajetória.

Efeitos devido a algumas variáveis climáticas tais como: ventos laterais e variação de densidade são pequenos, embora não desprezíveis; o mesmo não pode ser dito a respeito de ventos frontais cujos efeitos são consideráveis.

Frenagem adicional, produzida pela utilização de pré pára-quedas controlado por radar parece não ser indicada, tendo-se em vista a melhoria da precisão de impacto ou diminuição do alcance atingido.

Alguns aspectos devem ser considerados em uma análise futura. Por exemplo, o emprego de sustentação tendo por objetivo o controle do veículo; é essencial uma avaliação da precisão do valor do retro impulso e do coeficiente balístico; a utilização de *paraglider* na fase final de vôo atmosférico só é justificada se uma precisão melhor do que 7 quilômetros de dispersão puder ser atingida.

6. BIBLIOGRAFIA

ALLEN, H. J. and EGGERS, A. J. *A Study of the Motion and Aerodynamic Heating of Ballistic Missiles Entering the Earth's Atmosphere at High Supersonic Speeds*, NACA Report 1381, 1958.

BRACE, F. C. *An Improved Chapman Theory for Studying Entry into Planetary Atmospheres*, Ph.D. Thesis, The University of Michigan, 1974.

CHAPMAN, D. R.. *An Approximate Analytical Method for Studying Entry into Planetary Atmospheres*, NACA TN 4276, 1958.

LOH, W. .H. T. *Re-entry and Planetary Entry Physics and Technology*, Springer-Verlag, New York, 1968.

LONGUSKI, J. M. *Analytic Theory of Orbit Contraction and Ballistic Entry into Planetary Atmospheres*, Ph.D. Thesis, The University of Michigan, 1980.

REGAN, FRANK J. *Re-Entry Vehicle Dynamics*, AIAA Education Series, New York, 1984.

SIBULKIN, M. *Heat Transfer Near The Forward Stagnation Point of a Body of Revolution*, Jour. Aero. Sci., Vol.19, nº. 8, August 1952, pp. 570 - 571.

SCHLINGLOFF, H. *A Trajectory Optimization Program for Spacecraft Navigation*, Institut fur Luft-und Raumfahrt der TU-Munchen, Bericht RT-TB 85/11, Munchen, 1985.

VINH, N. X. *Optimal Trajectories in Atmospheric Flight*, Elsevier Publishing Co., Amsterdam - Oxford - New York, 1981.

VINH, N. X., BUSEMANN, A. and CULP, R. D. *Solution of the Exact Equations for Three-Dimensional Atmospheric Entry Using Directly Matched Asymptotic Expansions*, NASA CR2643, 1976.

YAROSHEVSKI, V. A. *The Approximate Calculation of Trajectory of Entry into the Atmosphere*, Part I and II, Kosmicheskie Issledavaniya, Vol. 2, nº. 4 e 5, 1964.



PAPER CODE: COB463

**INFLUÊNCIA DE PALHETAS FLEXÍVEIS NA DINÂMICA
DE SISTEMAS ROTATIVOS - TEORIA E
EXPERIMENTO** / *INFLUENCE OF FLEXIBLE BLADES ON THE
DYNAMICS OF ROTATING SYSTEMS - THEORY & EXPERIMENT*

ILMAR FERREIRA SANTOS & GUSTAVO COUTINHO COLLA

*Dep. de Projeto Mecânico, Fac. de Engenharia Mecânica - UNICAMP
CEP 13083-970 Campinas, Brasil - E-mail: ilmar@dpm.fem.unicamp.br*

Abstract

This paper gives a theoretical and experimental contribution to the problem of coupled vibrations among rotor and long flexible blades. The design of a special test rig is presented, which enables a experimental validation of different mathematical models (unidimensional, bidimensional and tridimensional), normally used to describe the flexible blades' behavior in a rotating reference system. The blades are modeled as a particle (concentrated mass) connected to the rotor by means of flexible beams (without mass), using the Newton-Euler's Method. Comparing the results obtained with help of the mentioned test rig, the mathematical model could be validated in the frequency range of 0 to 40 Hz.

Keywords

rotor dynamics, flexible blades' models, rotor-blades coupled vibrations, test rig/ *dinâmica de rotores, modelagem de palhetas flexíveis, acoplamento vibratório, bancada de testes.*

1. INTRODUÇÃO

A dinâmica de sistemas rotativos acoplados com pás flexíveis vem sendo estudada recentemente por alguns autores, com o intuito de se detectar a influência destas sobre o comportamento dinâmico de turbinas como um todo, na busca de explicações para o aparecimento de muitos efeitos não lineares e de vibrações sub e superharmônicas. Complexos modelos teóricos bidimensionais (Hiesh and Abel, 1995) e tridimensionais (Vorob'ev, Sapekina, 1989) e (McGee and Chi, 1994) vêm sendo desenvolvidos para se descrever o comportamento dinâmico de palhetas, visando prever as frequências e modos naturais de vibração. Estes modelos teóricos, quando bem ajustados, servem como importante instrumento de projeto, orientando fabricantes de turbinas e compressores, sobre frequências críticas do rotor e das palhetas. No entanto, grandes dificuldades experimentais são enfrentadas para se validar determinadas hipóteses utilizadas durante a modelagem

matemática. Estas dificuldades provêm do fato de não se conseguir medir com facilidade o comportamento destas palhetas em sistemas móveis girantes em turbinas reais. Neste contexto, uma bancada de testes foi projetada e construída para que comparações teórico-experimentais pudessem ser conduzidas e a validação de hipóteses teóricas verificadas.

A metodologia usada no levantamento das equações é baseada nos princípios de Newton e Euler, o que viabiliza tanto a obtenção das equações de movimento do sistema rotativo como das reações dinâmicas nas regiões onde as palhetas estão engastadas. Após um ajuste dos parâmetros do modelo teórico, são feitas algumas simulações no domínio do tempo e da frequência. Em paralelo à estas simulações, medições experimentais na bancada de testes são feitas para se verificar a veracidade do modelo e das hipóteses utilizadas.

2. PROJETO E CONSTRUÇÃO DA BANCADA DE TESTES

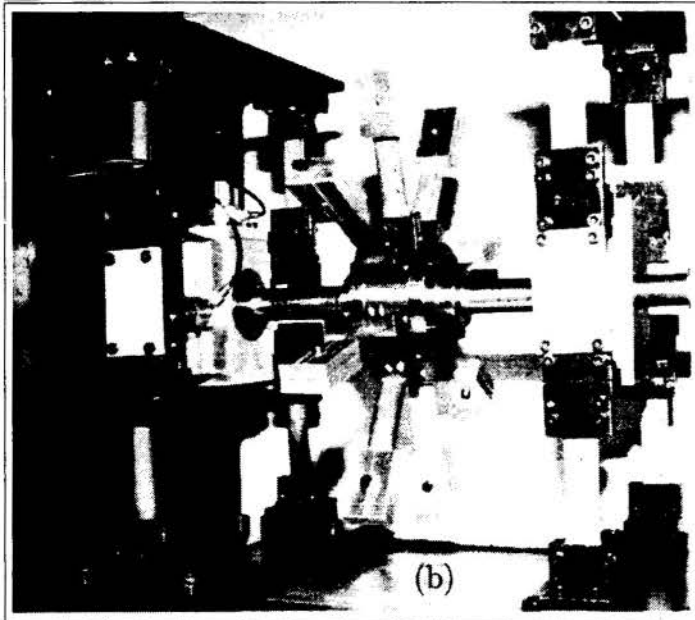
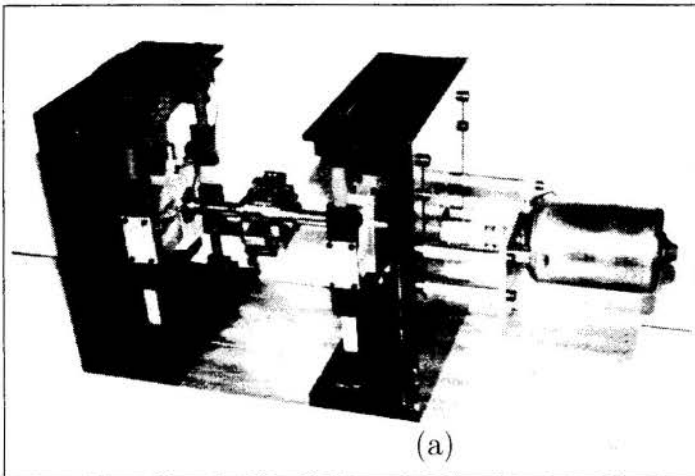


Figura 1: Bancada de testes – (a) rotor sem palhetas montado sobre as estruturas flexíveis nas suas extremidades e acoplado ao motor elétrico na extremidade direita do eixo – (b) rotor com as suas oito palhetas flexíveis montadas.

A bancada de testes mostrada na figura 1 viabiliza a simulação experimental do comportamento dinâmico de rotores rígidos suportados por elementos elásticos, com ou sem palhetas flexíveis distribuídas na periferia do rotor.

Uma vez que o nível de amortecimento mascara muitos efeitos dinâmicos, projetou-se uma bancada com baixos níveis de amortecimento, para que todos estes efeitos dinâmicos pudessem ser observados com facilidade. Além disto, sabendo-se que fenômenos vibratórios em altas frequências envolvem muita energia, e tendo-se baixos níveis de amortecimento na bancada de testes, procurou-se sempre trabalhar em baixas frequências, para que a energia envolvida nas ressonâncias e velocidades críticas não fosse muito alta.

A bancada é relativamente versátil e composta por um rotor rígido acoplado a pás flexíveis. Nas extremidades do eixo encontram-se mancais de rolamento montados em estruturas flexíveis compostas por lâminas. A extremidade direita do eixo é acoplada com um motor elétrico através de um acoplamento também flexível.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

A primeira etapa da modelagem matemática é a definição dos sistemas de referência, os quais auxiliam no levantamento das equações não lineares de movimento para o sistema rotor-mancal-palhetas. Para cada uma das p palhetas flexíveis mostradas na figura 1 é definido um sistema móvel solidário ao rotor, cuja origem coincide com o ponto de engaste da palheta na periferia do rotor. Estes p sistemas de referência têm a mesma velocidade angular do rotor. No que diz respeito às suas posições angulares existem ângulos de fase θ_i ($i = 1, 2, \dots, p$), entre a base solidária ao rotor e a base de cada palheta. Este ângulo é definido em função da montagem da palheta em torno do rotor. Definidos os sistemas de referência, calculam-se as velocidades e acelerações angulares do rotor e das palhetas. Em seguida, determinam-se as acelerações lineares absoluta do centro de massa do rotor e das p palhetas, as quais são modeladas como partícula. Finalizados os estudos da cinemática dos movimentos do rotor e das p palhetas, inicia-se a análise dinâmica com o diagrama de corpo livre para o rotor e as p pás. Baseado no princípios de Newton e Euler chega-se nas forças de reação e nas equações de movimento para o sistema global.

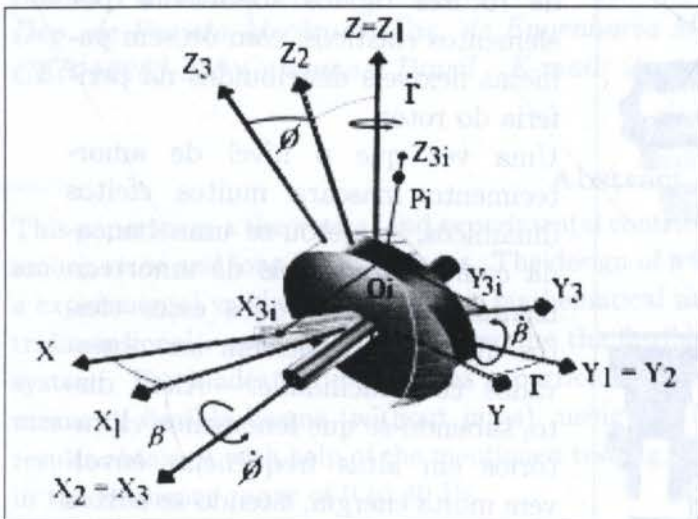


Figura 2: Sistemas de referência inercial ($X Y Z$), móvel $B1$ ($X_1 Y_1 Z_1$), móvel $B2$ ($X_2 Y_2 Z_2$), móvel $B3$ ($X_3 Y_3 Z_3$) e móvel B_{3i} ($X_{3i} Y_{3i} Z_{3i}$)

Sistemas de Coordenadas – Na figura 2 representam-se os sistemas de referência utilizados para a descrição dos movimentos. Considerando-se inicialmente o rotor rígido tem-se os seguinte sistemas de referência: sistema inercial I ($X Y Z$), sistema móvel $B1$ ($X_1 Y_1 Z_1$), oriundo da rotação (vibração) $\Gamma(t)$ em torno do eixo Z , sistema móvel $B2$ ($X_2 Y_2 Z_2$), oriundo da rotação (vibração) $\beta(t)$ em torno do eixo Y_1 , sistema móvel $B3$ ($X_3 Y_3 Z_3$), oriundo da rotação (spin) $\phi(t)$ em torno do eixo X_2 . Considerando-se as palhetas tem-se sistemas móveis B_{3i} ($X_{3i} Y_{3i} Z_{3i}$) ($i = 1, 2, 3, \dots, p$) oriundos da rotação θ_i em torno do eixo

X_3 . A origem deste sistema coincide com o ponto de fixação da palheta na periferia do rotor O_i . Destaca-se que i varia de 1 a $p = 8$ palhetas. Ressalta-se que o ângulo θ_i medido em relação a base $B3$, ao contrário dos ângulos $\Gamma(t)$ $\beta(t)$ $\phi(t)$, independe do tempo.

Matrizes de transformação de coordenadas – Após a definição dos diferentes sistemas de referência, tem-se as seguintes matrizes de transformação de coordenadas

$$\mathbf{T}_\Gamma = \begin{bmatrix} \cos\Gamma(t) & \text{sen}\Gamma(t) & 0 \\ -\text{sen}\Gamma(t) & \cos\Gamma(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_\beta = \begin{bmatrix} \cos\beta(t) & 0 & -\text{sen}\beta(t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\beta(t) & 0 & \cos\beta(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{T}_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi(t) & \text{sen}\phi(t) \\ 0 & -\text{sen}\phi(t) & \cos\phi(t) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{T}_{\theta_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & \text{sen}\theta_i \\ 0 & -\text{sen}\theta_i & \cos\theta_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde ${}_{B_1}\mathbf{s} = \mathbf{T}_\Gamma \cdot {}_I\mathbf{s}$, ${}_{B_2}\mathbf{s} = \mathbf{T}_\beta \cdot {}_{B_1}\mathbf{s}$, ${}_{B_3}\mathbf{s} = \mathbf{T}_\phi \cdot {}_{B_2}\mathbf{s}$ e ${}_{B_{3i}}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\theta_i} \cdot {}_{B_3}\mathbf{s}$

Velocidades e acelerações angulares absolutas – A velocidade angular absoluta do sistema móvel B_3 , ${}_{B_3}\boldsymbol{\Omega}$, representada na base B_3 é dada por

$${}_{B_3}\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{T}_\phi \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{T}_\Gamma \cdot {}_I\dot{\boldsymbol{\Gamma}} + \mathbf{T}_\phi \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot {}_{B_1}\dot{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{T}_\phi \cdot {}_{B_2}\dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (3)$$

onde ${}_I\dot{\boldsymbol{\Gamma}} = \{0 \ 0 \ \dot{\Gamma}\}^T$, ${}_{B_1}\dot{\boldsymbol{\beta}} = \{0 \ \dot{\beta} \ 0\}^T$ e ${}_{B_2}\dot{\boldsymbol{\phi}} = \{\dot{\phi} \ 0 \ 0\}^T$. Uma vez que o sistema móvel B_3 é solidário ao rotor tem-se que ${}_{B_3}\boldsymbol{\Omega} = {}_{B_3}\boldsymbol{\omega}$, onde ${}_{B_3}\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular absoluta do rotor. A aceleração angular absoluta do sistema móvel B_3 , representada na base B_3 é dada por ${}_{B_3}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \frac{d}{dt}({}_{B_3}\boldsymbol{\Omega})$ a qual coincide com a aceleração angular absoluta do rotor ${}_{B_3}\dot{\boldsymbol{\omega}}$.

Aceleração linear absoluta do rotor e das palhetas – A aceleração absoluta do centro de massa do rotor ${}_I\mathbf{a}_{CG}$ é representada na base inercial I , supondo-se que o centro de massa do rotor (CG) não coincida com o centro geométrico (O) do mesmo por consequência de um desbalanço concentrado no disco. Tem-se que

$${}_I\mathbf{a}_{CG} = {}_I\mathbf{a}_O + \mathbf{T}_\Gamma^T \mathbf{T}_\beta^T \mathbf{T}_\phi^T \left[{}_{B_3}\boldsymbol{\Omega} \times {}_{B_3}\boldsymbol{\Omega} \times {}_{B_3}\mathbf{e} + {}_{B_3}\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times {}_{B_3}\mathbf{e} + 2{}_{B_3}\boldsymbol{\Omega} \times \frac{d}{dt}({}_{B_3}\mathbf{e}) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_3}\mathbf{e}) \right] \quad (4)$$

onde ${}_I\mathbf{a}_O = \{\ddot{x}_O \ \ddot{y}_O \ \ddot{z}_O\}^T$ e ${}_{B_3}\mathbf{e}$ é o vetor de excentricidade representado na base móvel B_3 e descrito em função da excentricidade e e do ângulo de fase ϕ_0 , os quais independem do tempo quando descritos na base móvel B_3 , ou seja, ${}_{B_3}\mathbf{e} = \{0 \ e \cdot \cos\phi_0 \ e \cdot \sin\phi_0\}^T$. Os vetores de velocidade relativa $\frac{d}{dt}({}_{B_3}\mathbf{e})$ e aceleração relativa $\frac{d^2}{dt^2}({}_{B_3}\mathbf{e})$ do centro de massa em relação a base B_3 são nulos. A aceleração linear do centro de massa da i -ésima palheta (ponto P_i) é descrita com o auxílio da base móvel B_{3i} ($i = 1, 2, \dots, p$), posicionada na periferia do rotor, ponto 0_i da seguinte forma:

$${}_{B_{3i}}\mathbf{a}_{P_i} = {}_{B_{3i}}\mathbf{a}_{O_i} + {}_{B_{3i}}\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times {}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i + {}_{B_{3i}}\boldsymbol{\Omega} \times {}_{B_{3i}}\boldsymbol{\Omega} \times {}_{B_{3i}}\mathbf{L}_{P_i} + 2{}_{B_{3i}}\boldsymbol{\Omega} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i) \quad (5)$$

Em relação aos termos da eq.(5) tem-se que

• ${}_{B_{3i}}\mathbf{a}_{O_i}$ é a aceleração linear absoluta do ponto O_i , onde a origem do sistema móvel está posicionada. Esta aceleração, representada no sistema móvel B_{3i} é dada por :

$${}_{B_{3i}}\mathbf{a}_{O_i} = {}_{B_{3i}}\mathbf{a}_O + {}_{B_{3i}}\boldsymbol{\Omega} \times {}_{B_{3i}}\boldsymbol{\Omega} \times {}_{B_{3i}}\mathbf{r}_i + {}_{B_{3i}}\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times {}_{B_{3i}}\mathbf{r}_i + 2{}_{B_{3i}}\boldsymbol{\Omega} \times \frac{d}{dt}({}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i) \quad (6)$$

onde ${}_{B_{3i}}\mathbf{a}_O = \mathbf{T}_{\theta_i} \cdot \mathbf{T}_\phi \cdot \mathbf{T}_\beta \cdot \mathbf{T}_\Gamma \cdot {}_I\mathbf{a}_O$, ${}_{B_{3i}}\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{T}_{\theta_i} \cdot {}_{B_3}\boldsymbol{\Omega}$, ${}_{B_{3i}}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{T}_{\theta_i} \cdot {}_{B_3}\dot{\boldsymbol{\Omega}}$ e o vetor de posição ${}_{B_{3i}}\mathbf{r}_i$ entre o centro geométrico do rotor O e o ponto de fixação da palheta O_i , representado na base B_{3i} , é dado por ${}_{B_{3i}}\mathbf{r}_i = \{0 \ r \ 0\}^T$. Sendo este um vetor constante quando representado na base móvel B_3 , tem-se que a velocidade relativa do ponto O_i em relação ao centro geométrico do rotor O , $\frac{d}{dt}({}_{B_{3i}}\mathbf{r}_i)$ e a aceleração relativa do ponto O_i em relação ao centro geométrico do rotor O , $\frac{d^2}{dt^2}({}_{B_{3i}}\mathbf{r}_i)$, são nulas.

• ${}_{B_{3i}}\dot{\boldsymbol{\Omega}} \times {}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i$ é o produto vetorial da aceleração angular absoluta do sistema de referência móvel B_{3i} pelo vetor de posição ${}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i$, sendo ambos descritos no sistema móvel, ou seja, ${}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i = \{0 \ L_i \ \zeta_i\}^T$. O vetor ${}_{B_{3i}}\mathbf{L}_i$ tem origem no ponto O_i e fim na posição do centro de massa da palheta (ponto P_i). Este termo está diretamente relacionado com a aceleração

tangencial, decorrente do vetor ${}_{B3_i} \dot{\Omega}$ variar no tempo e o vetor ${}_{B3_i} \mathbf{L}_i$ estar fixo nesta base móvel, sendo acelerado angularmente.

- ${}_{B3_i} \Omega \times {}_{B3_i} \Omega \times {}_{B3_i} \mathbf{L}_i$ está relacionado com a variação do vetor de velocidade ${}_{B3_i} \Omega \times {}_{B3_i} \mathbf{L}_i$ em termos de sua direção. Este vetor ${}_{B3_i} \Omega \times {}_{B3_i} \mathbf{L}_i$ gira com uma velocidade angular ${}_{B3_i} \Omega$.
- $2 \cdot {}_{B3_i} \Omega \times \frac{d}{dt} ({}_{B3_i} \mathbf{L}_i)$ é o produto vetorial da velocidade angular absoluta do sistema móvel $B3_i$ pela velocidade relativa do centro de massa da palheta (movimentos vibratórios com pequenas amplitudes), ambas representadas no sistema móvel $B3_i$, sendo $\frac{d}{dt} ({}_{B3_i} \mathbf{L}_i) = \{0 \ 0 \ \dot{\zeta}_i\}^T$. Este termo é conhecido como aceleração de Coriolis, e resulta da variação do vetor de velocidade relativa $\frac{d}{dt} ({}_{B3_i} \mathbf{L}_i)$ em termos de direção. Assume-se aqui que a rigidez longitudinal da palheta é alta quando comparada com a rigidez de flexão, o que leva a $\dot{l}_i = 0$.
- $\frac{d^2}{dt^2} ({}_{B3_i} \mathbf{L}_i)$ é a aceleração relativa do centro de massa da palheta em relação ao ponto O_i (origem do sistema móvel de referência). Esta aceleração é obtida quando se deriva duas vezes o vetor de posição ${}_{B3_i} \mathbf{L}_{p_i}$ em relação ao tempo, quando este é representado no sistema móvel de referência, ou seja, $\frac{d^2}{dt^2} ({}_{B3_i} \mathbf{L}_i) = \{0 \ 0 \ \ddot{\zeta}_i\}^T$.

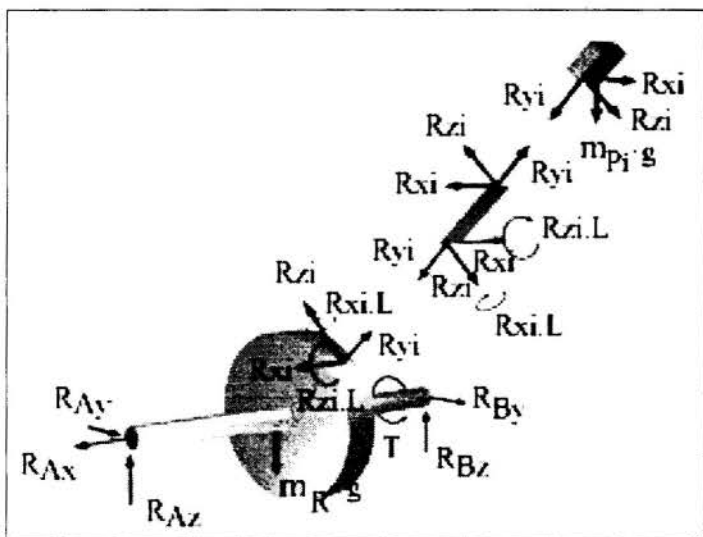


Figura 3: Diagrama de corpo livre do sistema com as forças externas aplicadas e as reações

Esforços atuantes sobre o conjunto rotor-mancal-palheta – A

figura 3 ilustra o diagrama de corpo livre do rotor e da *i*-ésima palheta. Sobre o rotor atuam as seguintes forças : força peso ${}_{1} \mathbf{P}_R = \{0 \ 0 \ -m_R g\}^T$, reações nos mancais A e B, ou seja, ${}_{1} \mathbf{R}_A = \{R_{Ax} \ R_{Ay} \ R_{Az}\}^T$ e ${}_{1} \mathbf{R}_B = \{0 \ R_{By} \ R_{Bz}\}^T$. As forças de reação ${}_{1} \mathbf{R}_A$ e ${}_{1} \mathbf{R}_B$ podem também ser descritas na base móvel $B3$, fazendo-se uso das matrizes de transformação de coordenadas, ou seja, ${}_{B3} \mathbf{R}_A = T_\phi \cdot T_\beta \cdot T_\Gamma \cdot {}_{1} \mathbf{R}_A$ e ${}_{B3} \mathbf{R}_B = T_\phi \cdot T_\beta \cdot T_\Gamma \cdot {}_{1} \mathbf{R}_B$. A força de conexão entre o rotor e a palheta é representada

tada na base $B3_i$ por ${}_{B3_i} \mathbf{R}_i = \{-R_{x_i} \ -R_{y_i} \ -R_{z_i}\}^T$ e torque de acionamento por ${}_{B3_i} \mathbf{T}_i = \{T \ 0 \ 0\}^T$ e os momentos de reação. Sobre a palheta atuam a força peso das palhetas ${}_{i} \mathbf{P}_i = \{0 \ 0 \ -m_{p_i} \cdot g\}^T$ e a força de reação ${}_{B3_i} \mathbf{R}_i = \{R_{x_i} \ R_{y_i} \ R_{z_i}\}^T$.

Modelo para as palhetas e para os apoios flexíveis – Para os cálculos considera-se a massa da palheta concentrada na extremidade da lâmina flexível. Ressalta-se, que a componente do vetor ${}_{B3_i} \mathbf{R}_i$ na direção $Z3_i$ pode ser descrita em função da rigidez equivalente K_{eq} da lâmina (palheta) e da deformação ζ_i perpendicular ao seu comprimento e medida na base $B3_i$, ou seja, $R_{z_i} = K_{eq} \cdot \zeta_i$ onde $(i = 1, 2, \dots, 8)$. Fazendo-se uso da teoria de Resistência dos Materiais, mais especificamente da equação da linha elástica para vigas, calcula-se a constante elástica da palheta como sendo $K_{eq_i} = \frac{(3EI_i)}{L_i^3}$ onde L_i é o comprimento da palheta, E o módulo de elasticidade e I_i o momento de inércia de área da *i*-ésima lâmina flexível. As forças nos apoios A e B podem ser representadas por

elementos de mola de acordo com a eq.(7) e mostradas a seguir,

$${}_I\mathbf{R}_A = - \begin{bmatrix} k_{Ax} & 0 & 0 \\ 0 & k_{Ay} & 0 \\ 0 & 0 & k_{Az} \end{bmatrix} \cdot \Delta {}_I\mathbf{s}_A \quad e \quad {}_I\mathbf{R}_B = - \begin{bmatrix} k_{Bx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{By} & 0 \\ 0 & 0 & k_{Bz} \end{bmatrix} \cdot \Delta {}_I\mathbf{s}_B \quad (7)$$

onde o termo K_{ax} é a rigidez do apoio A na direção X. Os termos K_{ay} , K_{by} , K_{az} e K_{bz} são os valores da rigidez dos apoios nas direções Y e Z respectivamente. $\Delta {}_I\mathbf{s}_A$ e $\Delta {}_I\mathbf{s}_B$ são as deformações nas extremidades A e B do eixo descritas em função dos movimentos do rotor e de sua geometria.

Equilíbrio dinâmico do sistema de corpos – A seguir escrevem-se as equações de equilíbrio dinâmico para o sistema rotor-mancal-palhetas, fazendo-se uso dos princípios de Newton e Euler. Analisando-se separadamente os vários componentes do sistema mecânico tem-se o rotor, modelado como um corpo rígido no espaço, de onde obtém-se seis equações dinâmicas. Em seguida tem-se as oito palhetas modeladas como partícula no espaço (lâminas com massa distribuída desprezível + partícula conectada na sua extremidade), de onde obtém-se mais $8 \times 3 = 24$ equações. Fazendo-se a somatória de forças sobre o rotor igual a variação da quantidade de movimento linear, tem-se

$${}_I\mathbf{P} + {}_I\mathbf{R}_A + {}_I\mathbf{R}_B - \sum_{i=1}^{p=8} \left(\mathbf{T}_\Gamma^T \mathbf{T}_\beta^T \mathbf{T}_\phi^T \sum_{i=1}^8 \left(\mathbf{T}_{\alpha_i}^T \begin{Bmatrix} -Rx_i \\ -Ry_i \\ K_{eq} \cdot \zeta_i \end{Bmatrix} \right) \right) = \mathbf{M} {}_I\mathbf{a}_{CG} \quad (8)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_R & 0 & 0 \\ 0 & m_R + 2m_{box} + 4m_{conection} & 0 \\ 0 & 0 & m_R + 2m_{box} \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde m_R é massa do rotor, m_{box} é massa do mancal de alumínio com rolamento de aço e $m_{conection}$ é massa da conexão entre as lâminas inferiores e superiores do mancal flexível. (vide figura 1). Fazendo-se a somatória de momentos sobre rotor em relação ao centro de massa e igualando-a à variação da quantidade de movimento angular, tem-se

$${}_{B3}\mathbf{s}_A \times {}_{B3}\mathbf{R}_A + {}_{B3}\mathbf{s}_B \times {}_{B3}\mathbf{R}_B + \sum_{i=1}^{p=8} [{}_{B3}\mathbf{r}_i \times (-{}_{B3}\mathbf{R}_i)] = \mathbf{I}_{CG} \frac{d}{dt} ({}_{B3}\boldsymbol{\omega}) + {}_{B3}\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I}_{CG} {}_{B3}\boldsymbol{\omega}) \quad (10)$$

O vetor ${}_{B3}\mathbf{s}_A$ é o vetor com origem no centro de massa do rotor e término no ponto A (ponto onde o suporte flexível foi montado na extremidade do eixo), sendo descrito por ${}_{B3}\mathbf{s}_A = \{ \mathbf{d}_{OA} \quad -\epsilon \cdot \cos\phi_0 \quad -\epsilon \cdot \sin\phi_0 \}^T$. Finalizando, o vetor ${}_{B3}\mathbf{s}_B$ tem origem no centro de massa do rotor e término no ponto B, ponto onde o outro suporte flexível foi montado. Este é dado por ${}_{B3}\mathbf{s}_B = \{ -\mathbf{d}_{OB} \quad -\epsilon \cdot \cos\phi_0 \quad -\epsilon \cdot \sin\phi_0 \}^T$.

Fazendo-se a somatória de forças sobre as palhetas tem-se

$${}_{B3i}\mathbf{R}_i + \mathbf{T}_{\theta_1} \mathbf{T}_\phi \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\Gamma {}_I\mathbf{P}_i = M_i {}_{B3i}\mathbf{a}_{P_i} \quad (11)$$

onde ($i = 1, 2, \dots, 8$), M_i é a matriz diagonal de massa da i -ésima palheta e ${}_{B3i}\mathbf{a}_{P_i}$ a aceleração linear absoluta da palheta, calculada com auxílio da eq.(5). Trabalhando-se com as eqs. (8), (10), (11), chega-se a um sistema de $6 + 8 \times 3 = 30$ equações, das quais 16 são reações dinâmicas (R_{x_i} , R_{y_i} , $i = 1 \dots 8$) e 14 são equações de movimento. Estas equações de movimento relacionam os movimentos do centro geométrico do rotor,

$\ddot{x}_o(t)$, $\ddot{y}_o(t)$, $\ddot{z}_o(t)$, $\ddot{\Gamma}(t)$, $\ddot{\beta}(t)$ e $\ddot{\phi}(t)$ com os movimentos vibratórios das oito palhetas, $\ddot{\zeta}_i(t)$ ($i = 1, \dots, 8$). Reescrevendo as eqs. (8), (10), (11) na forma matricial chega-se a

$$\mathbf{A}(t)_{30 \times 30} \cdot \mathbf{q}(t)_{30 \times 1} = \mathbf{b}(t)_{30 \times 1} \Rightarrow \mathbf{q}(t) = \mathbf{A}^{-1}(t) \cdot \mathbf{b}(t) \quad (12)$$

onde $\mathbf{q}(t) = \{ \ddot{x}_o \ \ddot{y}_o \ \ddot{z}_o \ \ddot{\Gamma} \ \ddot{\beta} \ \ddot{\phi} \ \ddot{\zeta}_1 \ \dots \ \ddot{\zeta}_8 \ R_{x1} \ R_{y2} \ \dots \ R_{x8} \ R_{y8} \}^T$. Resolvendo-se o sistema de 30 equações para cada intervalo de integração numérica, obtém-se o comportamento do sistema rotor-palhetas no domínio do tempo e da frequência. Destaca-se aqui, que a eq.(12) não será linearizada. Resolvendo-a para diferentes condições iniciais de movimento, é possível analisar o comportamento vibratório do rotor, considerando-se tanto pequenas quanto grandes amplitudes de vibração.

4. RESULTADOS TEÓRICO-EXPERIMENTAIS

A tabela 1 apresenta resultados comparativos entre as quatro frequências naturais do sistema rotor-mancal sem e com palhetas flexíveis. Para se obter as frequências naturais experimentais do sistema numa velocidade de rotação nula, excita-se o rotor impulsivamente na direção horizontal e vertical. Esta excitação é realizada com o auxílio de um martelo instrumentado com uma célula de carga. Com o auxílio dos acelerômetros montados na extremidade esquerda do eixo (vide figura 1) faz-se a aquisição dos sinais de aceleração no domínio do tempo tanto para a direção horizontal Y como vertical Z . Estes sinais são transformados para o domínio da frequência via FFT e graficados na figura 4. Para se obter as frequências naturais teóricas integram-se as equações de movimento com condições iniciais de velocidade (choque), baseado no Método de Euler. A cada passo de integração soluciona-se o sistema de equações dado pela eq.(12), tendo-se acesso a informações relacionadas com as vibração do conjunto rotor-mancal-palhetas e com as forças de reação no pé das palhetas em função dessas vibrações.

Tabela 1: Frequências naturais da bancada de teste com o rotor sobre mancais flexíveis sem palhetas e com palhetas.

Freq.	Sem Palhetas			com Palhetas		
	teórico [Hz]	experimental [Hz]	Erro [%]	teórico [Hz]	experimental [Hz]	Erro [%]
1.	14,6	14,7	0,7	13,7	13,5	1,4
2.	21,2	21,0	0,9	21,2	22,0	3,6
3.	28,8	29,0	0,7	27,5	27,5	0,0
4.	34,1	34,0	0,3	33,7	33,5	0,6

As primeiras frequências naturais de translação e rotação aparecem na direção Y (horizontal) como consequência dos menores valores de rigidez dos apoios nesta direção. Estes valores são menores, pois, as lâminas verticais dos apoios possuem comprimentos maiores. Outro fenômeno que merece ser citado é o fato da excitação aplicada na direção horizontal provocar valores de aceleração na direção vertical. Estes valores aparecem em virtude do acoplamento das duas direções (Y e Z) provocado pelo elemento elástico (acoplamento) entre o eixo e o motor elétrico e também pela presença da dinâmica das palhetas flexíveis. Com erros máximos de 3,6% entre as frequências naturais teóricas e experimentais verifica-se que o modelo matemático desenvolvido reproduz com precisão o sistema rotor-mancal sem e com palhetas.

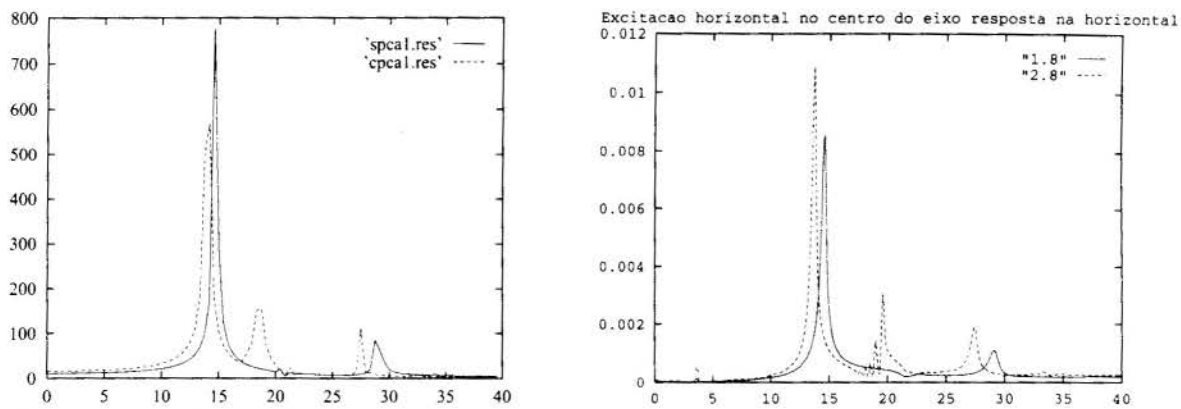


Figura 4: FFT das acelerações lineares do mancal esquerdo quando o rotor é excitado impulsivamente – (a) modelo teórico sem e com as oito palhetas flexíveis e (b) medições experimentais sem e com as oito palhetas flexíveis.

5. CONCLUSÃO

O trabalho em questão dá uma contribuição teórico-experimental para a descrição do acoplamento de vibrações laterais de rotores rígidos com palhetas flexíveis. O modelo matemático desenvolvido com base na Dinâmica de Corpos Rígidos e Teoria de Elasticidade descreve de forma precisa o acoplamento de vibrações entre o rotor e as palhetas. Aqui essas últimas são modeladas como massas concentradas. Este mesmo modelo poderá ser utilizado para prever o comportamento das frequências naturais das palhetas em função da rotação. Ao se montar as palhetas flexíveis no sistema rotativo observa-se um pequeno *shift* das frequências naturais do conjunto. Além disto, no modelo teórico todas as palhetas têm a mesma massa e o mesmo comprimento, o que não acontece no sistema real. Pequenos erros de montagem das palhetas na periferia do rotor causam pequenas variações nos comprimentos das mesmas. Isto leva a uma pequena dispersão das frequências naturais das palhetas em torno do seu valor teórico de $19,5 \text{ Hz}$. Esta informação é de extremo valor, pois, indica a introdução de um possível desbalanceo, caso a mesma seja colocada em rotação. Em etapas futuras do trabalho modelos mais refinados (bi e tridimensionais) para as palhetas poderão ser elaborados e testados experimentalmente, visando descrever o comportamento do sistema em faixas de frequência acima de 40 Hz .

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FAPESP e a CEMAN/BA pelo suporte financeiro no desenvolvimento teórico e experimental deste trabalho.

7. BIBLIOGRAFIA

- Hiesh, Y.S., Abel, J.I., *Comparison of Two Finite Element Approaches for Analysis of Rotatory Bladed - Disk Assemblies* Journal of Sound and Vibration, London V.182 n1, pp.91 - 107, 1995.
- Mcgee, O.G., Chi, H.R., *Three Dimensional Vibration Analysis of Rotating Laminated Composite Blades*, ASME Trans. Journal of Gas Turbines and Power, New York, v.116, pp.663 - 671, 1994.
- Vorobév, Y.S., Sapelkina, Z.V., *Method of Analysing Vibrations of Turbine Blades on the Basis of a Three Dimensional Model*, Strength of Materials (english translation) Moscow, V.20, n.6, pp.749 - 799, 1989.

PAPER CODE: COB666

**MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE PARÂMETROS DE ATRASO PARA
ANÁLISE DE FLUTTER / LAG PARAMETERS OPTIMIZATION METHOD
FOR FLUTTER ANALYSIS**

Maria Amélia Lima Rodrigues, Eduardo Morgado Belo & Hugo Borelli Resende

*Escola de Engenharia de São Carlos - EESC-USP**CEP 13560-970 São Carlos - SP - E-mail: amelia@sc.usp.br - E-mail: belo@sc.usp.br**EMBRAER - DTE/GEE/PCD 204**CEP 12227-901 São José dos Campos - SP - E-mail: cademb@ns01.embraer.com.br***Abstract**

The equations of motion for the aeroelastic analysis of an aircraft contain unsteady aerodynamic terms which must be approximated by algebraic forms if they are to be written in the Laplace domain. The most common approximation involves rational functions, and several authors have used the so-called Padé functions. In most of the aerodynamic applications in literature, the numerator coefficients, i.e. the lag parameters, have been a priori specified over the desired reduced frequency limit, based on the engineer's own judgement. An alternative is to optimize these non-linear parameters, via non-linear programming techniques, to improve the approximations. In this work, the lag parameters of the approximating function were optimised using the Nelder&Mead simplex method. This optimization was implemented in a existing program and the optimized and non-optimized results were compared.

Keywords

Optimization, simplex, lag parameters, flutter, rational functions, unsteady aerodynamics

Palavras-chaveOtimização, simplex, parâmetros de atraso, *flutter*, funções racionais, aerodinâmica não-estacionária**1. INTRODUÇÃO**

O uso de métodos de aproximação por funções racionais para a representação do carregamento aerodinâmico não-estacionário em análises aeroelásticas no domínio de Laplace tem sido muito utilizado por diversos autores. Roger (1977) utilizou funções racionais para representar o carregamento aerodinâmico baseando-se nos conceitos de Jones (1940), obtendo a função racional através de uma aproximação de valores tabelados dos coeficientes de influência aerodinâmicos usando Métodos dos Mínimos Quadrados (MMQ). Outra forma utilizada de representação, também baseada em MMQ, está em aproximar os coeficientes por polinômios de Padé. Este método foi aplicado por vários autores sendo encontrado nos trabalhos de Vepa (1977), Abel (1979), Karpel (1981), Eversman&Tewari (1991).

As aproximações por funções racionais podem ser melhoradas através do aumento do número de termos de atraso utilizados. No entanto, este aumento afeta os estados aerodinâmicos, aumentando o número de equações necessárias para definir o sistema

aeroelástico. Pode-se também melhorar a aproximação reduzindo-se o intervalo de frequência reduzida utilizado no ajuste, mas isto reduz o limite de aplicação da aproximação. Entretanto, os parâmetros livres utilizados em todas as aproximações, i. é., os parâmetros de atraso, podem ser otimizados para melhorar estas aproximações por função racional.

Na última década, foram desenvolvidos métodos para aperfeiçoar as aproximações de função racional otimizando a seleção de certos coeficientes não lineares, no caso os parâmetros de atraso, via técnicas de programação não linear. Os métodos existentes para obtenção de parâmetros de atraso geralmente são computacionalmente caros. Porém, a acuracidade da aproximação depende essencialmente dos parâmetros de atraso. Esta afirmação foi comprovada por Peterson&Crawley (1988), que mostraram que esses parâmetros quando otimizados fornecem um erro mínimo entre o valor aproximado e o valor exato da função de transferência, fazendo com que a acuracidade da aproximação seja aumentada.

A técnica utilizada por Peterson&Crawley (1988) para a determinação dos parâmetros de atraso consiste do otimizador de Newton-Raphson. Tiffany&Adams (1988), baseados em métodos de Padé matriciais, também utilizaram um procedimento de escolha dos parâmetros de atraso adequado à representação da aproximação.

Eversman&Tewari (1991) em seus estudos levaram em consideração, como parâmetro livre a otimizar, o coeficiente do parâmetro de atraso. Para tal propósito, utilizaram como otimizador o método simplex não linear proposto por Nelder&Mead (1965). Este esquema de otimização é utilizado para acelerar a convergência das variáveis de projeto, no caso, os parâmetros de atraso. A vantagem deste método sobre o método de Newton-Raphson foi verificada por várias aplicações em diversos campos e usada por Tiffany&Adams (1988) no campo da aeroelasticidade.

2. PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO

Para a realização de um modelo no espaço de estados, o procedimento de aproximação do carregamento aerodinâmico não-estacionário é realizado por funções racionais. A aproximação realizada por Silva (1994), utilizou-se da subrotina FUNCRCAC, que faz parte do programa SSAER, baseado em desenvolvimento anterior realizado na EMBRAER por H. B. Resende. Esta subrotina é responsável pelo procedimento de obtenção dos coeficientes de influência aerodinâmicos por polinômios de Padé. O programa possui um conjunto de subrotinas (EISPACK) para solução de problemas de autovalor, que é utilizado para a solução do problema de *flutter* através do método p .

A otimização dos parâmetros de atraso é efetuada considerando a comparação entre o cálculo da matriz aerodinâmica exata e a matriz aproximada por polinômios de Padé. Os resultados relativos à obtenção dos coeficientes de influência exatos são obtidos pela subrotina AERO, que também faz parte do programa SSAER. Partindo-se de valores de parâmetros de atraso tabelados, a determinação da norma que rege o erro entre os valores obtidos das matrizes aerodinâmicas e sua comparação a um valor considerado mínimo, indicará a necessidade ou não da otimização. A implementação da subrotina de otimização foi realizada dentro do bloco que faz a montagem da matriz aerodinâmica no espaço de estados.

2.1. Subrotina OTIMIZA

A subrotina OTIMIZA foi implementada no programa SSAER com o objetivo de otimizar os valores dos parâmetros de atraso utilizados no cálculo da matriz dos coeficientes de influência aproximada por função racional. Esta subrotina foi criada em linguagem de programação FORTRAN e compilada no software Microsoft Powerstation e ajusta o mínimo

de uma função de diversas variáveis partindo de uma estimativa inicial. A subrotina é uma implementação do algoritmo Nelder&Mead (1965), que é um método de busca direto para ajustar o mínimo de uma função.

O método baseia-se na comparação dos valores da função objetivo em $(N+1)$ vértices de um simplex geral e na movimentação deste simplex em direção a um ponto ótimo. A subrotina OTIMIZA é responsável por montar este simplex próximo à estimativa inicial. Com os valores iniciais do simplex, o valor da função para cada ponto inicial é calculado e iterações são realizadas até que o diâmetro do simplex seja menor que a tolerância estipulada, de acordo com o fluxograma da Figura 1.

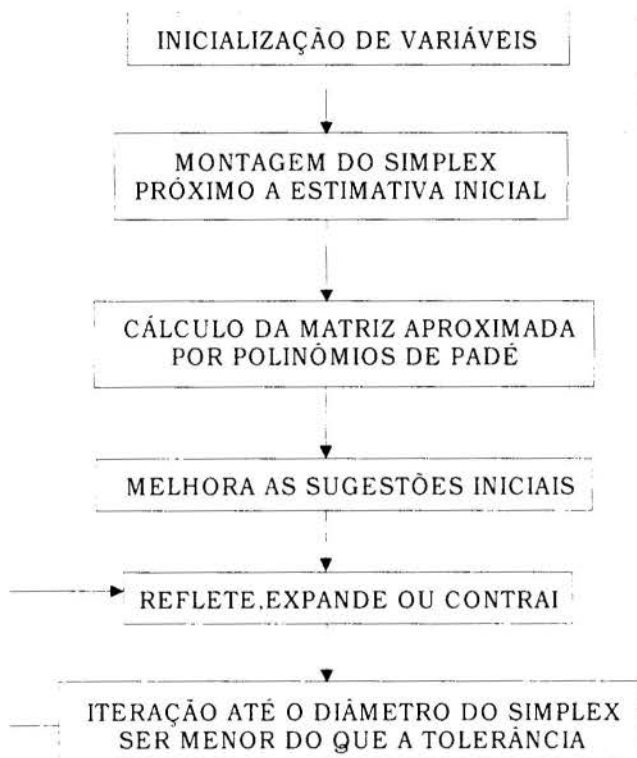


Figura 1 - Fluxograma da subrotina OTIMIZA

vértice do simplex e o ponto de maior valor é identificado (H), Figura 2.1b. A cada comparação dos valores da função objetivo o simplex é movido em direção a um ponto ótimo. Para cada ponto P_i , que são os $(N + 1)$ vértices do simplex, é calculado um valor de y_i que corresponde ao valor da função nesse ponto. A linha de projeção do centróide é determinada e a função objetivo é avaliada nos pontos da projeção de acordo com as três operações básicas do método, i. é, reflexão, expansão e contração, como mostra a Figura 2.1a.

Em cada estágio do processo, P_h é substituído por um novo ponto. A função objetivo é novamente avaliada para cada ponto e um novo simplex é determinado, como mostra a Figura 2.1b.

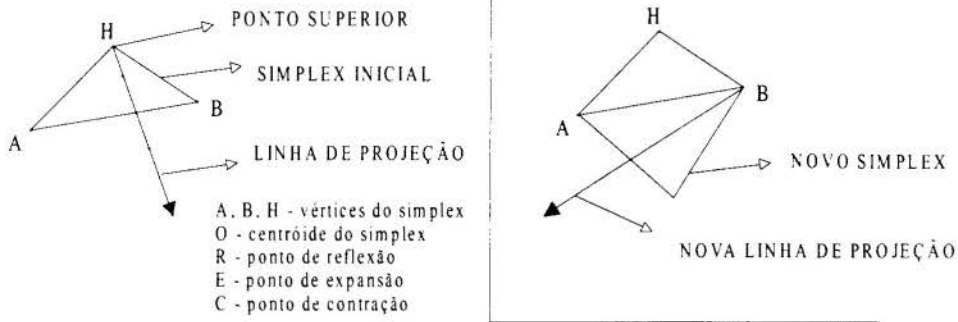
Todos os passos utilizados no processo de otimização estão representados no fluxograma da Figura 3.

2.2. Criação do algoritmo de otimização

Um algoritmo de otimização é um processo iterativo no qual a partir de um ponto inicial calcula-se, de acordo com determinadas regras, um novo ponto e, a partir desse ponto, seguindo as mesmas regras, o ponto seguinte. A diferença dos algoritmos existentes está justamente nestas regras que determinam o ponto seguinte.

A descrição do algoritmo Nelder&Mead (1965) começa com um simplex de pontos no espaço de projeto (ΔABH), de acordo com a Figura 2.1a. Inicialmente é considerado a minimização de uma função de N variáveis, sem restrições, onde os valores P_0, P_1, \dots, P_N são os $(N + 1)$ pontos no espaço N -dimensional que definem o simplex atual.

A função objetivo é avaliada em cada



2.1a - simplex inicial

2.2b - novo simplex

Figura 2 - Projeção do algoritmo simplex

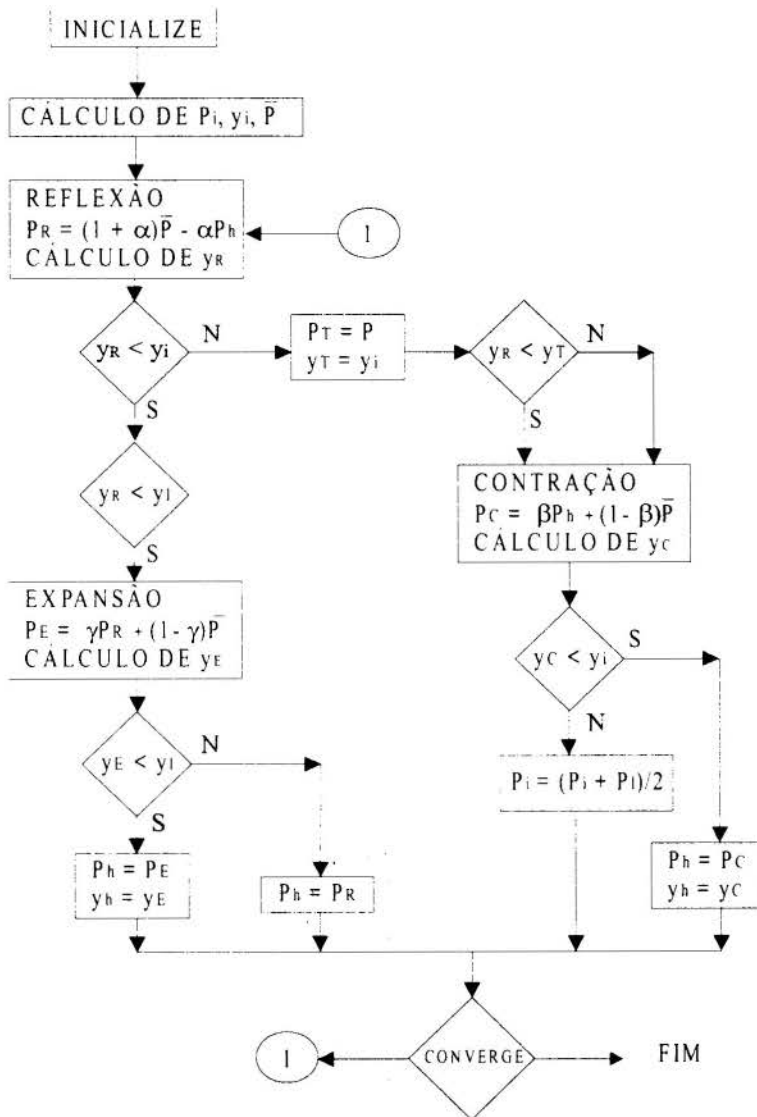


Figura 3 - Fluxograma do processo de otimização

3. RESULTADOS

As análises de solução de flutter resultam em autovalores dos quais pode-se obter o comportamento da frequência e o amortecimento de um determinado modo aeroelástico. Dos

métodos de solução de *flutter* existentes, o método p fornece uma solução fisicamente correta do amortecimento aeroelástico, levando a resultados mais adequados que os demais métodos. No método p-k a evolução modal encontrada é mais próxima da realidade em comparação ao método k, cujos valores do amortecimento na evolução modal não possuem significado físico, exceto na condição de estabilidade marginal, i. é, na fronteira de *flutter*. Portanto, utilizou-se o método p para a realização da otimização, e posteriormente será feita uma comparação com os valores obtidos pelo método p-k.

Para efeito de comparação utilizaram-se os dados gerados da análise aeroelástica realizada por Silva (1994) para solução de problemas de *flutter*, através do método p, utilizando parâmetros de atraso tabelados e os dados gerados da mesma análise, além de parâmetros de atraso otimizados através da subrotina OTIMIZA, de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros de atraso

Parâmetros de atraso	não otimizado		otimizado			
2 atrasos	0.31700	0.06700	0.39600	0.10800		
3 atrasos	0.46400	0.13600	0.02700	0.73260	0.23043	0.06843

Analisando o comportamento do amortecimento e da frequência para os modos aeroelásticos, observou-se uma proximidade das curvas, tanto a nível de amortecimento como frequência dos métodos otimizados e não otimizados. Entretanto, observa-se que para o método não otimizado o comportamento da curva de amortecimento pode possuir uma certa instabilidade, principalmente se os valores envolvidos são muito pequenos, como no caso dos modos 2 e 6. Esta instabilidade foi observada tanto para dois (p2) como três (p3) parâmetros de atraso.

Com o processo de otimização, observou-se um comportamento mais estável para o amortecimento estrutural para dois (pot2) e três (pot3) parâmetros de atraso, conforme a Figura 4.

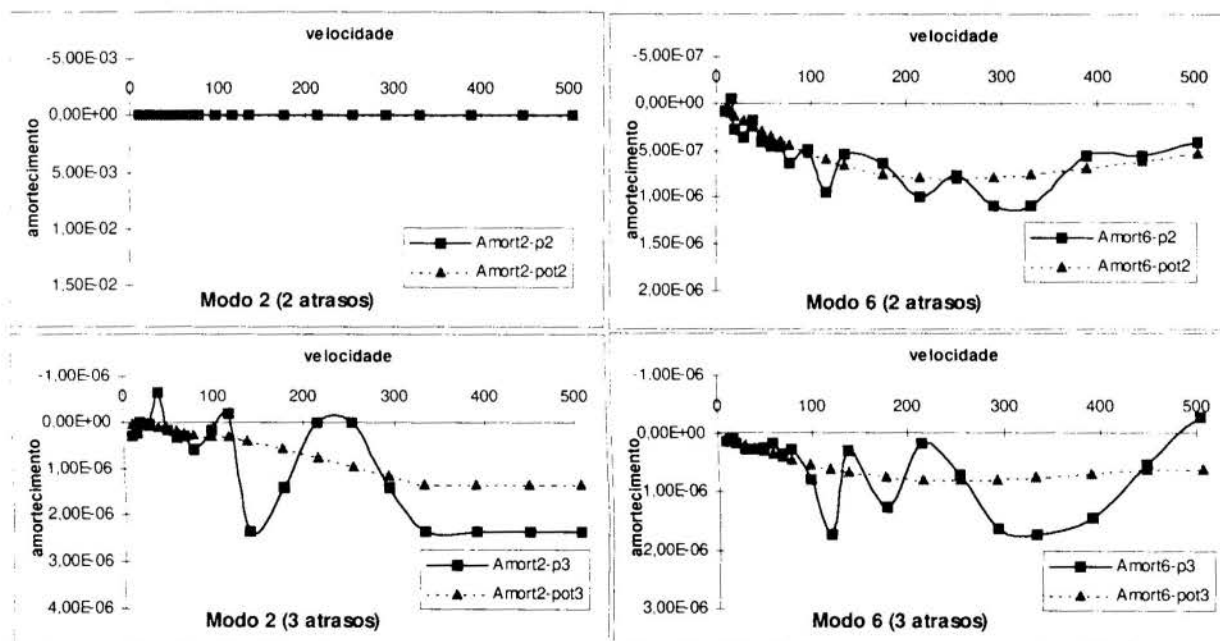


Figura 4 - Amortecimento estrutural dos modos aeroelásticos 2 e 6 - (2 e 3 atrasos)
* velocidade em (m/s)

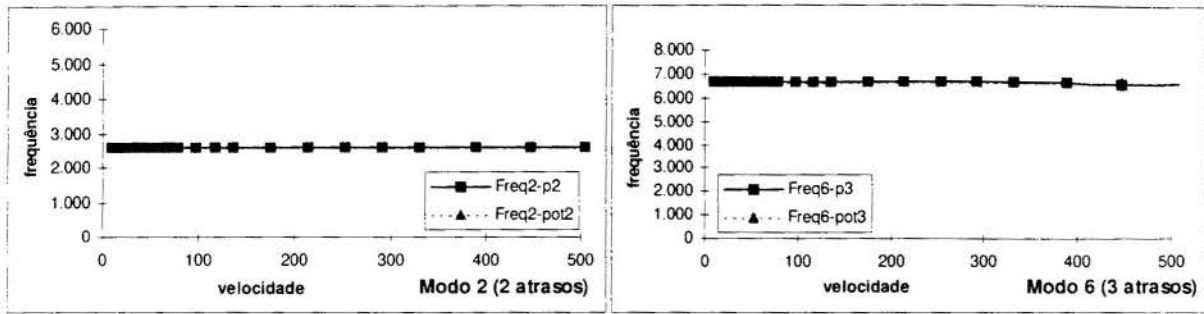


Figura 5 - Frequência dos modos aeroelásticos 2 e 6 - (2 e 3 atrasos)
 * velocidade em (m/s) **frequência em (Hz)

Para os demais modos analisados, num total de 26 modos, o comportamento do amortecimento estrutural bem como da frequência praticamente mantém-se o mesmo, conforme Figura 6 e 7.

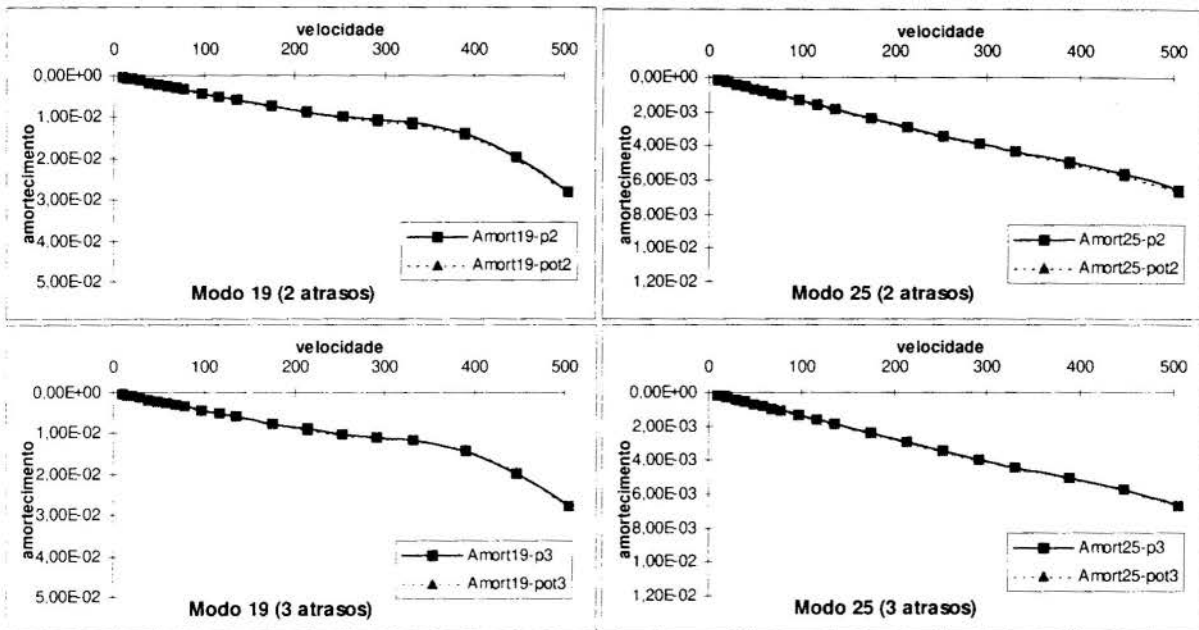


Figura 6 - Amortecimento estrutural dos modos aeroelásticos 19 e 25 - (2 e 3 atrasos)
 * velocidade em (m/s)

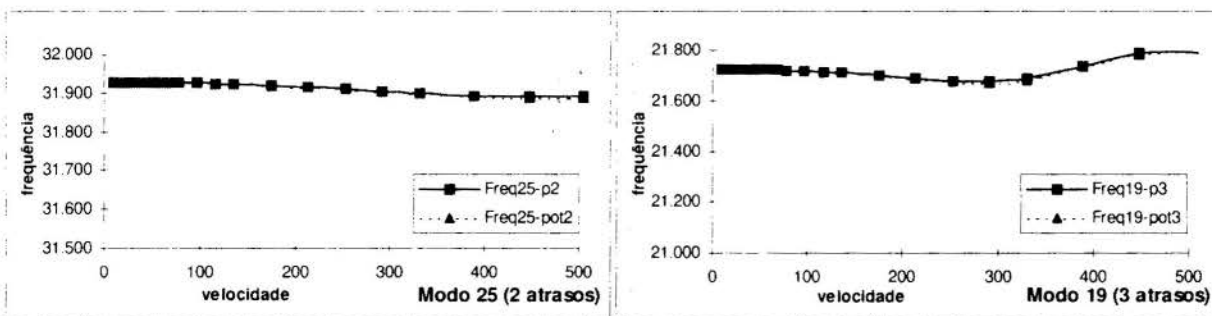


Figura 7 - Frequência dos modos aeroelásticos 19 e 25 - (2 e 3 atrasos)
 * velocidade em (m/s) **frequência em (Hz)

A comparação dos resultados dos casos otimizados do método p (2 e 3 parâmetros de atraso) com os do método p-k mostrou ter um comportamento semelhante na maioria dos modos analisados.

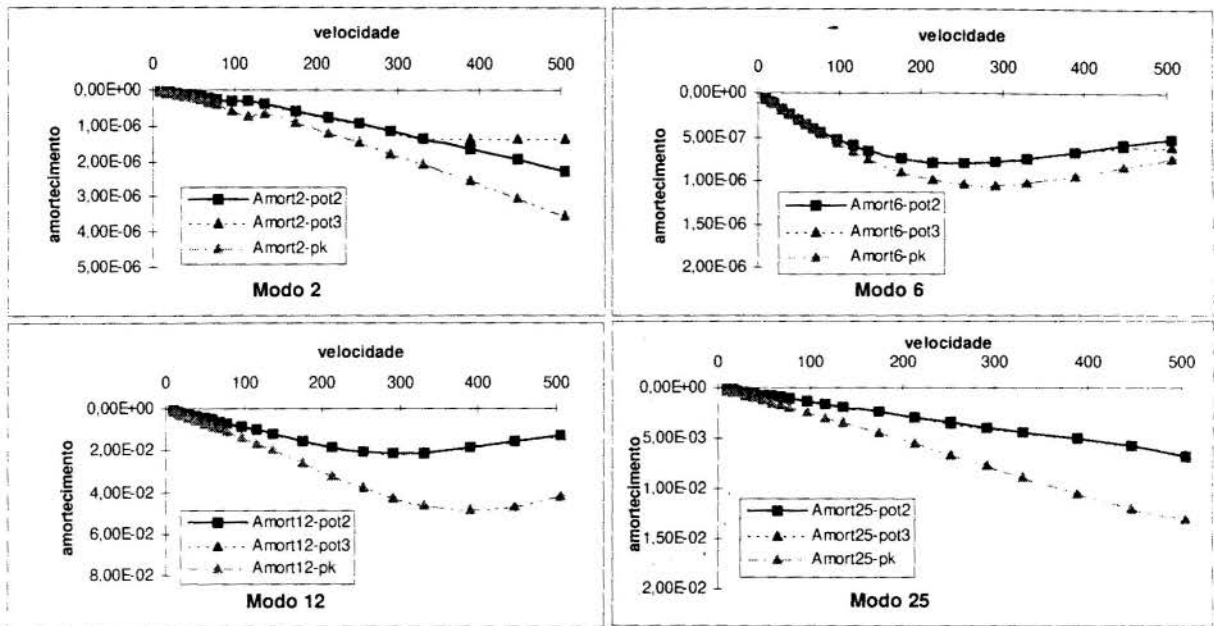


Figura 8 - Amortecimento estrutural: métodos p otimizado e p-k - (2 e 3 atrasos)
* velocidade em (m/s)

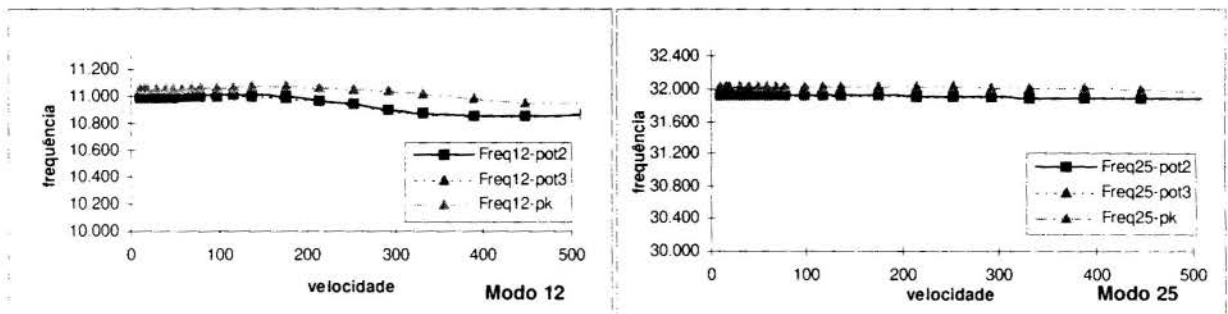


Figura 9 - Frequência: método p otimizado e p-k - (2 e 3 atrasos)
* velocidade em (m/s) **frequência em (Hz)

4. CONCLUSÕES

A variação na quantidade dos parâmetros de atraso utilizados (2 ou 3 atrasos), bem como o valor destes parâmetros (otimizados ou não otimizados), tiveram uma pequena contribuição na forma das evoluções aeroelásticas obtidas. As evoluções são bastante próximas pois a ordem do sistema de onde obtém-se os autovalores são diferentes, mas a qualidade da aproximação varia com o número de parâmetros utilizados.

Os valores de amortecimento mostraram-se mais sensíveis à variação dos parâmetros de atraso do que as frequências. Isto se deve ao fato do amortecimento estar muito mais relacionado à natureza aerodinâmica do que a frequência, que depende mais do sistema dinâmico-estrutural.

A otimização dos parâmetros de atraso contribuiu para dar uma maior estabilidade no comportamento do amortecimento estrutural.

A diferença entre os métodos p otimizados e o método p-k é de caráter físico e está relacionada à melhor representação dos acoplamentos, sendo essa a diferença verificada entre as curvas de amortecimento e frequência.

5. REFERÊNCIAS

ABEL, I. An analytical technique for prediction the characteristics of a flexible wing equipped with an active flutter-suppression system and comparison with wind tunnel data. NASA TP - 1367, 1979.

EVERSMAN, W.; TEWARI, A.. Modified exponential series approximation for the Theodorsen function. *Journal of Aircraft*. v. 28, n. 9, p. 553-557, Sep 1991.

EVERSMAN, W.; TEWARI, A.. Consistent rational function approximation for unsteady aerodynamics. *Journal of Aircraft*. V. 29, n.9 , p.545-552, Set 1991.

JONES, R. T. The unsteady lift of a wing of finite aspect ratio. *NACA REPORT 681*. 1940.

KARPEL, M.. Design for active and passive flutter suppression and gust alleviation. *NASA Contractor Report*. n. 3482, 1981.

NELDER, J. A.; MEAD, R.. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*. v. 7, n. 4, p. 308-313, 1965.

PETERSON, L. D.; CRAWLEY, E. F.. Improved exponential time series approximation of unsteady aerodynamic operators. *Journal of Aircraft*. v. 25, n. 2, p. 121-127, Feb 1988.

ROGER, K. L., Airplane Math Modeling Methods for Active Control Design, AGARD-CP-228, p. 4.1-4.11, agosto 1977 apud SILVA, R. G. A. DA.. *Análise aeroelástica no espaço de estados aplicada a aeronaves de asa fixa*. São Carlos, 1994. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

SILVA, R. G. A. DA.. *Análise aeroelástica no espaço de estados aplicada a aeronaves de asa fixa*. São Carlos, 1994. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.

TIFFANY, S. H.; ADAMS, W. M., JR.. Nonlinear programming extensions to rational function approximation methods for unsteady aerodynamics forces. *NASA Technical Paper*. n. 2776, July 1988.

VEPA, R., " Finite State Modeling of Aeroelastic Systems", NASA CR - 2779, Feb. 1977 apud LUTON, J. A; MOOK, D. T.. Numerical simulations of flutter and its suppression by active control. *AIAA Journal*. v. 31, n. 12, p. 2312-2319, Dec 1993.



PAPER CODE: COB673

RIGID BODY ROTATION EVOLUTION DUE TO DISTURBING TORQUE WHICH IS KNOWN IN A BODY FRAME

M.L.PIVOVAROV¹ & R.V.F.LOPES²

¹Space Research Institute, 117810, Profsoyuznaya 84/32, Moscow, Russia

E-mail: mpivovar@vm1.iki.rssi.ru

²National Institute for Space Research - INPE, 12.227-010 - S.J. dos Campos - SP - Brazil

E-mail: rvfl@dem.inpe.br

Abstract

This paper deals with the problem of rigid body rotation evolution under the action of a torque which depends on the projection of rigid body angular velocity on the body frame only. This is, so called, the rigid body with self-excitation. If the magnitude of the torque is arbitrary, the solution to the problem is known in the simplest cases only. The problem with small self-excitation is considered in the paper. This problem is of great importance from the standpoint of a number of applications in spacecraft and rigid body dynamics. In the case of small torque is it possible to use perturbation methods to obtain complete analytical and geometrical description of the rotation. In this paper the common approach to investigate the problem of rigid body rotation under the action of small torque, which is known in the body frame is described. Using this approach two problems are solved: the problem of maintaining the angular velocity of a gyroscope using the control torque which is quadratic on angular velocity, and the problem of nonsymmetric spacecraft rotation with Electric Propulsion thruster.

Keywords

Rigid body, torque, perturbation methods.

1. Introduction

Grammel (1954) and Magnus (1971) call "gyroscope with self-excitation" a rotation of a rigid body under the action of torque which is known in a body frame. In other words, the torque depends on components of angular velocity and time only. This problem is original, since the equation of motion are splitting in some sense. Namely, the motion in a body frame can be investigated independently on the body motion in inertial frame. Grammel presented the problem of the maintaining the angular velocity of a gyroscope by using the control moment which is proportional to the difference between squares of the actual angular velocity and required angular velocity.

If the magnitude of a torque is arbitrary, closed-form solution of the problem of rigid body rotation with self-excitation is known only in some simplest cases. For example, when the body is axial symmetric and the torque is directed along a main axis of inertia. The problem of rigid body rotation with small self-excitation is of great importance from two points of view.

First, the assumption that the torque is small compared to kinetic energy of rotation is reasonable from the standpoint of number of applications in spacecraft attitude dynamics and rigid body dynamics. Second, it allows to carry out analytical investigation using asymptotic methods of nonlinear mechanics.

Maybe the best example of a practical problem which can be treated as rigid body rotation with small self-excitation is rotation evolution of a spacecraft which is equipped with small thruster for orbit control. The offset between the direction of thrust and center of mass position leads to disturbing torque which is constant in a body frame. Perhaps, the first results about this problem (axially symmetric case) have been obtained by Beletsky (1977). Three axis rigid body rotation evolution with small selfexcitation have been studied in the papers: Neishtadt and Pivovarov (1978) (the torque is constant), Neishtadt (1980) (the torque is the sum of a constant term and a linear term on angular velocity) and Pivovarov (1985) (the torque includes quadratic terms on angular velocity).

Thanks to the results of Chernous'ko (1965, 1986, 1991) it is known that the motion of a rigid body containing a cavity filled with strongly viscous fluid (fuel in tanks) can be asymptotically described as action of a torque which is homogeneous cubic polynomial on rigid body angular velocity components. The coefficients of the polynomial depend on the shape of the cavity. Also Chernous'ko carried out asymptotic analysis for dynamics of a rigid body with internal masses which are connected with the body by elastic and viscous constraints. It has been shown that if stiffness and viscosity of constraints are strong the rotation of the rigid body can be asymptotically described as the action of the torque which is homogeneous four and five degrees polynomial on angular velocity components. The coefficients of polynomials depend on the geometry of the constraints. The very important application of this problem is nutation damping spin stabilized spacecraft using different kind of dampers. That is why the problem of self-excited rigid body rotation is important from the standpoint of nonrigid body dynamics too.

The problems of rigid body rotation evolution under the action of the disturbing torque which is known in the body frame can be investigated using common approach.

We will describe this approach and use it for solving the following problems:

1. The problem of Grammel in the case of small self-excitation;
2. The spacecraft rotation evolution with Electric Propulsion thruster.

2. The problem of Grammel

The equation of the problem are the Euler equations:

$$\begin{aligned} A dp/dt + (C - B)qr &= 0, \\ B dq/dt + (A - C)rp &= 0, \\ C dr/dt + (B - A)pq &= \varepsilon(r_0^2 - r^2). \end{aligned} \tag{1}$$

Here A, B, C are the principal central inertia moments of the body; p, q, r are the projections of angular velocity on the main axes; r_0 is required angular velocity of the gyroscope; ε is a small parameter. We assume that unperturbed rotation ($\varepsilon = 0$) is the rotation "around" the main axis, which corresponds to C inertia moment. In other words the r projection preserves sign and is positive.

The goal of the control (the torque in right-hand side of the system) is to maintain the required gyroscope angular velocity r_0 . The analysis of the problem without restriction on the magnitude of the torque is presented by Leimanis (1965). It turns out that it is possible to clear up the picture of the motion only in some cases. We will consider

the problem of Grammel under assumption that control torque is small compared to the rotational kinetic energy of the rigid body.

The unperturbed — Euler-Poinsot — problem has the following integrals for energy T and angular momentum G :

$$\begin{aligned} 2T &= Ap^2 + Bq^2 + Cr^2, \\ G^2 &= A^2p^2 + B^2q^2 + C^2r^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Let us suppose that $C > B > A$; then the general solution for the unperturbed problem has the form:

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{\frac{2CT - G^2}{A(C - A)}} \operatorname{cn}(\tau, k), & q &= \sqrt{\frac{2CT - G^2}{B(C - B)}} \operatorname{sn}(\tau, k), \\ r &= \sqrt{\frac{G^2 - 2AT}{C(C - A)}} \operatorname{dn}(\tau, k), & \tau &= t \sqrt{\frac{(C - B)(G^2 - 2AT)}{ABC}}, \\ k^2 &= [(B - A)(2CT - G^2)] / [(C - B)(G^2 - 2AT)], \end{aligned} \quad (3)$$

where k is the modulus of elliptic Jacoby functions sn , cn , dn . (It is assumed, that at the initial time, $q = 0$, $q' > 0$).

We will find the solution of the input problem (1) in the form (2), where T, G are new variables. We obtain the following differential equations for T and G :

$$\begin{aligned} dT/dt &= \varepsilon(r_0^2 - r^2)r, \\ dG^2/dt &= 2\varepsilon C(r_0^2 - r^2)r. \end{aligned} \quad (4)$$

We will use the method of averaging, Sanders & Verhulst (1985). According to this method we will average the right-hand sides of eq. (4) along the unperturbed motion (3) with respect time. Denote

$$\langle f \rangle = \frac{1}{2\mathbf{K}} \int_0^{2\mathbf{K}} f(x) dx,$$

where $2\mathbf{K}$ is the period of the unperturbed motion and \mathbf{K} is the complete elliptic integral of the first kind with the modulus k . Averaging the eq. (4) we obtain

$$\begin{aligned} dT/dt &= \varepsilon(r_0^2 \langle r \rangle - \langle r^3 \rangle), \\ dG^2/dt &= 2\varepsilon C(r_0^2 \langle r \rangle - \langle r^3 \rangle). \end{aligned} \quad (5)$$

Using, for example, Byrd & Friedman (1954), we can find that

$$\langle r \rangle = \frac{\pi}{2\mathbf{K}} \sqrt{\frac{G^2 - 2AT}{C(C - A)}}, \quad \langle r^3 \rangle = \frac{\pi(2 - k^2)}{4\mathbf{K}} \left\{ \frac{G^2 - 2AT}{C(C - A)} \right\}^{3/2}. \quad (6)$$

It is clear that the eq. (5) have integral

$$H = 2CT - G^2 \quad (7)$$

and hence are integrable by quadratures.

Let us determine singular points of the system (4). If $r_0 < 0$ there are no singular points, evidently. Let $r_0 > 0$. The equation of singular curve has the form

$$\langle r^3 \rangle / \langle r \rangle = r_0^2.$$

Using (6) and (3) one can see that the singular curve is a straight line

$$G^2 = 2DT + d, \quad (8)$$

$$D = \frac{AC + BC - 2AB}{2C - A - B}, \quad d = 2r_0^2 \frac{C(C - A)(C - B)}{2C - A - B}.$$

Note that $A < D < B$, $d > 0$, and D does not depend on disturbing torque.

Fig. 1 shows a phase portrait of the averaged system (5). The letters A , B and C denote rays corresponding to axial rotation about the axis A , B , C respectively; H and H^* are rays (7) for two different values of the constant of the integral. The line marked by D represents singular line (8) for some value of the parameter r_0 . The region of unperturbed motion under consideration corresponds to the part of the plane lying between rays B and C . In view of the inequalities $2AT \leq G^2 \leq 2CT$ no G^2 and T correspond to the shaded region of the plane. Using (7) it is easy to obtain from (8) that, if $2r_0^2 C(C - A)(C - B) / (H(B - A)) > 1$ then there is a unique equilibrium position of system (4) on ray H . Otherwise (the ray H^*) there are no singular points on the ray. The direction of motion of the phase points are indicated by arrows in Fig. 1. Along the rays H and C the phase point tends to the equilibrium position, while along H^* it emerges onto the separatrix of the unperturbed problem. So, the presented approach allows to carry out the complete analytical and geometrical analysis of the problem in the case of small disturbing torque.

3. Rotating spacecraft jet damping

We will consider spin stabilized spacecraft/rocket attitude motion with a thruster. It is supposed that the direction of thrust coincides with spacecraft main inertia axis which, in ideal case, coincides with the spin direction. The thruster provides the control of spacecraft orbital motion.

It is known, Magnus (1972), that the thrust causes disturbing torque (in spite of the fact, that direction of thrust goes through the center of mass of the system). The reason is that this system is not rigid: the moving particles inside the rotating body causes the torque which is orthogonal to the thrust direction. It turns out that this torque is "useful", because it leads to decrease of rigid body nutation (rotating rocket jet damping). Magnus (1972) presented analytical solution to the problem for axially symmetric rigid body without restriction on the magnitude of the thrust.

We will consider asymmetric spacecraft with electric propulsion thruster rotation evolution. First, such kinds of thruster are intensively elaborating and will be widely used soon (Solar electric propulsion thrusters: USA, Russia). Second, spacecraft rotation evolution with this kind of thruster can be investigated using the approach presented above. Denote F the thrust, \dot{m} mass flow, V exhaust velocity. Then $F = \dot{m}V$. The main peculiarity of this type of thruster is that \dot{m} is extremely small (about $5 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-2}$ g/s), but thanks to extremely high V (about 15-30 km/s) the thrust is significant.

The equations of motion, Magnus (1972), are:

$$\begin{aligned} Adp/dt + (C - B)qr &= -\varepsilon Sp, \\ Bdq/dt + (A - C)rp &= -\varepsilon Sq, \\ Cdr/dt + (B - A)pq &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

where S is a constructive constant of the thruster. A small parameter ε indicates, that the disturbing torque due to electric propulsion is small compared to the spacecraft rotational kinetic energy. It is supposed that unperturbed spacecraft attitude motion is rotation

“around” C axis in the same sense like in the problem of Grammel. The thrust is directed along C axis. We will assume that $C > B > A$.

We will use the same approach as the one used in the problem of Grammel. The averaged equations will have the form

$$\begin{aligned} dT/dt &= -\varepsilon(\langle p^2 \rangle + \langle q^2 \rangle), \\ dG^2/dt &= -2\varepsilon(A \langle p^2 \rangle + B \langle q^2 \rangle). \end{aligned} \quad (10)$$

Using Byrd & Friedman (1954) one can obtain

$$\begin{aligned} \langle p^2 \rangle &= \frac{(\mathbf{E} - \mathbf{K}k'^2)(G^2 - 2AT)(C - B)}{\mathbf{K}A(C - A)(B - A)}, \\ \langle q^2 \rangle &= \frac{(\mathbf{K} - \mathbf{E})(G^2 - 2AT)}{\mathbf{K}B(B - A)}, \end{aligned} \quad (11)$$

where \mathbf{K}, \mathbf{E} are the complete elliptic integrals with modulus k (3).

Remark. The inertia moments A, B and C in eq. (9) depend on time, because the mass of the system decrease with time. We omitted the terms with derivatives of inertia moments with respect to time. The mass flow \dot{m} is small, that is why the terms with derivatives of inertia moments can be neglected even if we investigate the rotation evolution on the interval of time which is much long than the period of rigid body rotation.

In order to analyze the behaviour of the solutions of system (10) we introduce the function H :

$$H = G^2 - 2CT \leq 0$$

The H function is negative in the area of motion (the part of phase plane between the rays B and C) and is equal zero on the C ray only. It is easy to see, that the total time derivative of the H function with respect to averaged system (10) (and also the input system (9)) is positive:

$$\frac{dH}{dt} = 2\varepsilon \left[(C - A) \langle p^2 \rangle + (C - B) \langle q^2 \rangle \right] > 0$$

It means that the system (10) has not singular points inside the area of the motion and each trajectory tends to the C ray, which corresponds to axial rotation around C axis. In other words, the jet of the thruster damps spacecraft nutation. The process of the damping is described by eq. (10), (11). The Fig. 2 shows the phase portrait of the problem.

It is clear that the input problem (9) has singular line: $p = q = 0, r = r_0$. Using the Liapunov direct method, Meirovitch (1970), we will show now that each equilibrium point is stable. We introduce Liapunov function V in the form

$$V = 2CT - G^2 + (G^2 - C^2r_0^2)^2, \quad (12)$$

where T and G^2 are defined by (2). Evidently, the V function is equal zero in the equilibrium point $p = q = 0, r = r_0$. Substituting into (12) $r = r_0 + x$, we obtain

$$V = A(C - A)p^2 + B(C - B)q^2 + (A^2p^2 + B^2q^2 + C^2x^2 + 2Cr_0x)^2 \quad (13)$$

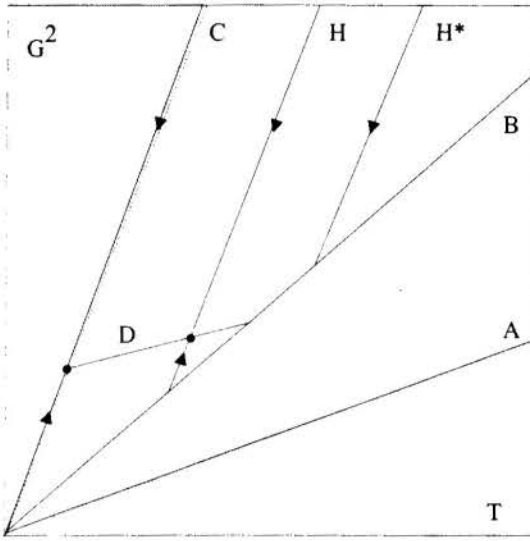


Figure 1: The problem of Grammel

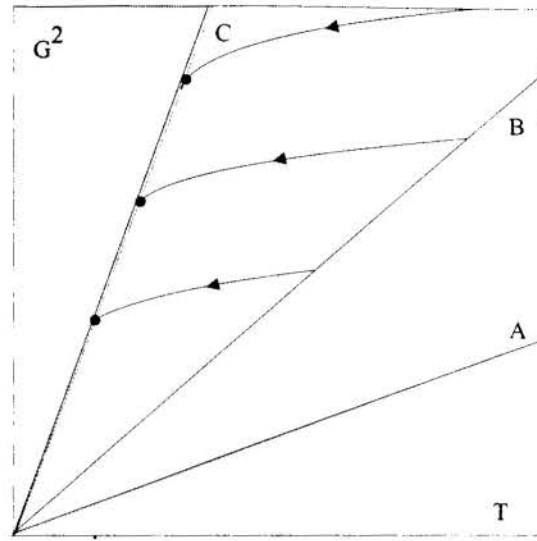


Figure 2: Rotation jet damping

It is clear that the function (13) is positive definite for rather small x . The total time derivative of the function V has the form

$$\dot{V} = -2\varepsilon \left\{ [(C - A)p^2 + (C - B)q^2] + [A^2p^2 + B^2q^2 + C^2(x^2 + 2r_0x)] (Ap^2 + Bq^2) \right\} \leq 0 \quad (14)$$

So, the equilibrium point $p = q = 0, r = r_0$ is stable. The eqs. (10), (11) and the phase portrait, showed on the Fig. 2, give complete solution to the problem of spacecraft rotation with Electric Propulsion thruster.

4. Conclusion

The goal of this paper is to describe the common approach to investigating the problem of a rigid body with small self-excitation rotation evolution, and to use it for analysis of two specific problems. But, it turns out, that the presented approach can be used for investigation of rotation evolution of a rigid body containing internal masses which are connected with the body with elastic and viscous constraints. The most important application of this problem is in nutation damping of spin-stabilized spacecraft using different kinds of dampers. Therefore it is suitable tool for solving practical problems related with attitude dynamics of satellite currently under development in Brazil.

5. Acknowledgment.

This work was supported by FAPESP (Process no.1996/3247-0)/INPE.

6. References

BELETSKY, V.V. Asymptotic methods in rigid body dynamics, in: *Problems of the Asymptotic Theory of Nonlinear Oscillations* (in Russian), Nauk. dumka, Kiev, pp.42-46, 1977, (in Russian).

BYRD, P.F. & FRIEDMAN, M.D. *Handbook of elliptic integrals for engineers and physicists*, Berlin - Gottingen - Heidelberg. Springer, 1954.

Tema 52

Vibrações



PAPER CODE: COB1155

WAVELETS TRANSFORM FOR IDENTIFICATION OF VIBRATING MECHANICAL SYSTEMS

VICTOR FLORIN POTERASU

*Theoretical Mechanics Departament, Technical University "Gh. Asachi" Iasi, Bd. Copou 22,
RO - 6600 Iasi, Romania*

Abstract

The paper proposes an identification method for the mechanical and structural systems based on wavelets family. The advantages of using wavelets for system identification are that good localization and hierarchical multi-resolution can be achieved in both time and frequency domain. Consequently, the system model with multiple coupled modes can be identified (by wavelet based identification techniques) more efficient and accurately, especially for wideband (transient) and nonstationary signals. After a presentation of wavelets transform and identification procedure, the paper studies a simulated vibrating system formed by discrete masses, springs and dampers.

Keywords

Mechanical Vibrations, Wavelets Transform, Multi-resolution, Identification.

1. INTRODUCTION

Wavelets provide a new tool for the analysis and identification of vibrations. Instead of seeking to break down a signal into its harmonics, which are global functions that go on for ever, the signal is broken down into a series of local basis functions called wavelets. Each wavelet is located at a different function on the time axis and is local in the sense that it decays to zero when sufficiently far from its center. At the finest scale, wavelets may be very short indeed; at a coarse scale, they may be very long. Any particular feature of a signal can be identified from the scale and position of the wavelets into which it is decomposed. The structure of a nonstationary signal can be analysed in this way with local features represented by closely-packed wavelets of short length. Alternatively hidden detail in a record of machinery vibration can be identified readily from a wavelet map in which the mean-square value of the vibration record is shown distributed over wavelet scale and position. The changing vibration pattern of an engine at start-up is another example of the application of wavelet analysis that may be a significant improvement over the usual waterfall display. On the basis of the orthogonal wavelets are built highly-efficient algorithms for decomposing a signal into its wavelets components. Also, it is no redundancy in the sense that for any chosen wavelet family, there is only one possible wavelet decomposition for the signal being analysed. The discrete wavelet transform (DWT) which has different forms, then rivals the FFT in its speed of computation and the variety of its applications.

The wavelets are introduced originary in the papers of Haar and Littlewood -Paley respectively in the works of subband coding in engineering, coherent states, renormalization group theory in physics and the study of Calderon-Zygmund operators in mathematics.

The unified aspects and wavelet functions were studied by Meyer (Meyer, 1992), Mallat (Mallat, 1989), Daubechies (Daubechies, 1992). Newland (Newland, 1993) uses Haar family of wavelets, respectively harmonic wavelets in vibration analysis and dilation.

Many other papers as the technical report of Priestley (Priestley, 1995) study wavelets and time-dependent spectral analysis. Numerous examples from different domains using wavelets are included in the books edited by Chui. Lot of applications for solid mechanics are studied by Liu (Liu *et al.*, 1996), Chen (Chen *et al.*, 1996) in the so called reproducing kernel particle method as a procedure belonging to the meshless methods.

The paper proposes a new scheme of non-parametric identification method based on orthonormal wavelets. The advantages of using wavelets for system identification are that good localization and hierachical multiresolution can be achieved in both time and frequency domains. Consequently, the system model with multiple coupled modes can be identified (by wavelet based identification techniques) more efficiently and accurately, especially for wideband (transient) and nonstationary signals. A simulation case studies a mechanical discrete system.

2. WAVELET TRANSFORM RELATIONSHIP WITH FOURIER ANALYSIS

The wavelet transform allows an arbitrary function $f(x)$ to be expressed as a series expansion. Each term of the expansion is one of the basis wavelets multiplied by its amplitude. There is a direct analogy with the Fourier expansion of a periodic function. In the later case, the expansion is in terms of harmonic function and has the form

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} F_j e^{2\pi j x} \quad (1)$$

where the period is the unity. Since harmonic functions are global functions (they go on forever), the position of each in the x domain is specified by its definition. Only the harmonics frequency $2\pi j$ has to be given. In contrast, wavelets are local functions; each has to be defined by two parameters, its scale (small scale is analogous roughly to high frequency) and its position. For this reason, the wavelet expansion of a function involves two summations, one over scale j and the other over position k .

In order to make numerical computations, it is necessary to use the discrete wavelet transform.

The continuous wavelet transform may be written

$$\langle f, w_{a,b}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) w_{a,b}(t) dt \quad f(t) \in L_2 \quad (2)$$

and the expansion of a function

$$f(t) = \frac{1}{c_w} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \langle f(t) w_{a,b}(t) \rangle \frac{da db}{a^2}; \quad c_w = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|w(\omega)|}{|\omega|} d\omega \quad (3)$$

when a (usually restricted to positive values) represents the scale parameter, b the translation parameter and $w_{a,b}(t)$ is a mother wavelet. By means of this function we may construct a doubly infinite sequence of wavelets by varying its degrees of translations and dilations.

Specifically, for all real a, b ($a \neq 0$), write

$$w_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} w\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (4)$$

We obtain a representation of $f(t)$ similar to (3) when a and b are restricted to discrete sets of values. Thus, if we choose fixed values a_0, b_0 and set $a = a_0^m, b = nb_0 a_0^m, n, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ and set

$$w_{m,n} = a_0^{-m/2} w\left(\frac{t - nb_0 a_0^m}{a_0^m}\right) \quad (5)$$

then with suitably chosen $w(t), a_0, b_0$ we may write any function $f(t) \in L_2$ as

$$f(t) = \sum_m \sum_n \overline{w}_{m,n}(t) \langle f, w_{m,n} \rangle \quad (6)$$

where $\{\overline{w}_{m,n}(t)\}$ form the so-called "dual frame" wavelets and

$$\langle f, w_{m,n} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) w_{m,n}(t) dt \quad (7)$$

The most commonly used "discrete set" of wavelets, associated with "multiresolution analysis" is generated by setting $a_0 = 1/2, b_0 = 1$, yielding for $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$w_{m,n}(t) = 2^{m/2} w(2^m t - n) \quad (8)$$

The class of wavelets given by (8) forms a complete orthonormal basis for L_2 (Mallat, 1989), (Daubechies, 1992) and hence any $f(t) \in L_2$ admits the representation

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n} w_{m,n}(t) \quad (9)$$

where

$$a_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) w_{m,n}(t) dt \quad (10)$$

Note that in (8) the mother wavelet w is dilated by the factor 2^m and translated to the position $2^m n$. Considering the transform as a filtering operation, $w_{m,0}$ has twice the bandwidth and center frequency as $w_{m+1,0}$ and its output is sampled at twice the rate. A transform employing the basis functions $w_{m,n}$ effects an octave band decomposition of the signal in the time - frequency plane. In the context of multiresolution analysis the approximation of the function $f(t)$ at resolution 2^l is given by

$$\hat{f}_l(t) = \sum_{m=-\infty}^l \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{m,n} w_{m,n}(t) \quad (11)$$

and the inner sum in (11) is called the “detail signal at level 2^m ”. The approximation $f_l(t)$ can be written in the alternative form

$$\hat{f}_l(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{l,n} w_{l,n}(t) \quad (12)$$

where $\{w_{l,n}(t)\}$ constitutes an orthonormal basis and are derived from the corresponding scale function $w(t)$ by setting $w_{l,n}(t) = 2^{l/2} w(2^l t - n)$, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ and

$$b_{l,n} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) w_{l,n}(t) dt \quad (13)$$

There exists important differences between the wavelet transforms and Fourier analysis. The most obvious difference is that the wavelet basis functions are indexed by two parameters (a, b or m, n) whereas the Fourier basis functions are indexed by the single parameter ω . In physical terms this means that wavelet transforms (or coefficients) are characteristics of the local behaviour of function whereas Fourier transforms (or coefficients) are characteristics of the global behaviour of the function. In the case of Fourier analysis the parameter ω has the physical interpretation of frequency; in wavelet analysis the second parameter (b or n) represents a time location and the first parameter (a or m) determines the “width” of the wavelet.

3. ORTHONORMAL WAVELETS FOR SYSTEM FUNCTION IDENTIFICATION

Besides the excitation $u(t)$, the response of the system $y(t)$ is determined by the system operator and its associated impulse response function $h(t)$. For linear system the operator has the convolution type. With zero-initial conditions, the corresponding input and output relationship can be written as

$$y(t) = h(t) * u(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (14)$$

For nonparametric system identification, there are different types of excitations used, such as impulse and step function excited systems are very sensitive to noise; the sinusoidal excited system will take longer time to test and the random excited system is based on the stationary stochastic processing assumption. But, in general, natural excitations are transient (wideband) and nonstationary, same as the response and impulse. Therefore, wideband analysis processing is necessary for system identification.

The continuous convolution integral can be written for the discrete sampled data case by:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{hU}$$

Both the input \mathbf{u} and the impulse response function $\mathbf{h}(t)$ are first represented in terms of discrete wavelet basis functions:

$$h(t) = h_0 + \sum_j \sum_n h_{2^j+n} w(2^{-j}t - n) \quad (15)$$

$$u(t_n - t) = u_0 + \sum_j \sum_n u_{2^j+n} w(2^{-j}t - n)$$

where $w(2^j t - n)$ is a wavelet basis function that satisfies wavelet orthogonality conditions (Daubechies, 1992), (Newland, 1993) and Strang.

We consider (14) where $h(t)$, $u(t)$, $y(t)$ are respectively system function, excitation force and displacement response. Assume that the systems input and output are measurable. Then based on those empirical data the system function will be identified by the wavelet theory. Applying the multiresolution analysis, the system function can be decomposed by scaling and wavelet functions as follows

$$h(t) = \sum_{k=1}^{n_L} a_{L,k} \varphi_{L,k}(t) + \sum_{m=1}^L \sum_{k=1}^{2^{L-m} n_L} d_{m,k} w_{m,k}(t) \quad (16)$$

where

$$\langle a_{L,k} = h, \varphi_{L,k} \rangle \quad d_{m,k} = \langle h, w_{m,k} \rangle \quad (17)$$

Substituting (16) into convolution integral (14), we obtain

$$\begin{aligned} \hat{y}(t) &= \sum_{k=1}^{n_L} a_{L,k} (\varphi_{L,k} * u) + \sum_{m=1}^L \sum_{k=1}^{2^{L-m} n_L} d_{m,k} (w_{m,k} * u) = \\ &= \sum_{k=1}^{n_L} a_{L,k} \int \varphi_{L,k}(\tau) u(t - \tau) d\tau + \sum_{m=1}^L \sum_{k=1}^{2^{L-m} n_L} d_{m,k} \int w_{m,k}(\tau) u(t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (18)$$

Then the unknowns $a_{L,k}$ and $d_{m,k}$ can be solved by minimizing the error function using least squares method

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^T (y(t) - \hat{y}(t))^2 \quad (19)$$

The criteria used in this optimization process is $J < \varepsilon$ where ε could be arbitrary small based on the multiresolution analysis. If $\varphi_{L,\bullet}$ and $w_{L,\bullet}$ can not fully cover the frequency band of the system function, input and response, then a finer level $L-1$ can be added hierarchically to solve $a_{L,k}$ and $d_{m,k}$, and so on. Based on multiresolution analysis of wavelet transform, as more finer levels are added, the accuracy and interpretation of signals further increased. Therefore, the approximated $a_{L,k}$ and $d_{m,k}$ will be more precise for the noise free system. If the system possesses noise, and since the higher frequency noise is encoded, the more levels used the error of the approximated $a_{L,k}$ and $d_{m,k}$ also increased.

Another disadvantage is that the cost of computation increases if too many levels are added. Thus, some compromise is needed. Then based on these wavelet coefficients $a_{L,k}$ and $d_{m,k}$ the system function can be reconstructed.

4. SIMULATION CASE STUDIES

A four coupled mode system, presented in fig. 1, is used to demonstrate the wavelet based system function identification method under the noisy environment.

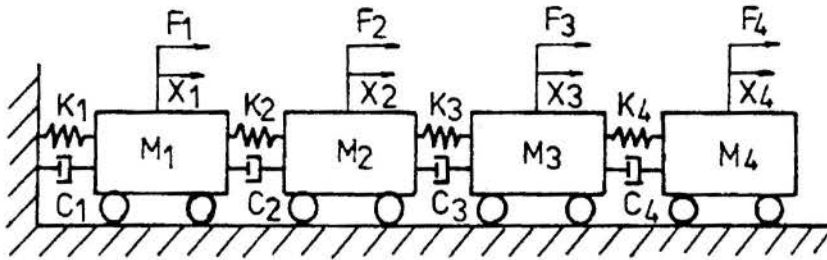


Figure 1 - Discrete mechanical system.

The input force \$F\$ and response \$X\$, as shown in fig. 2, are transient and the random noises are added independently.

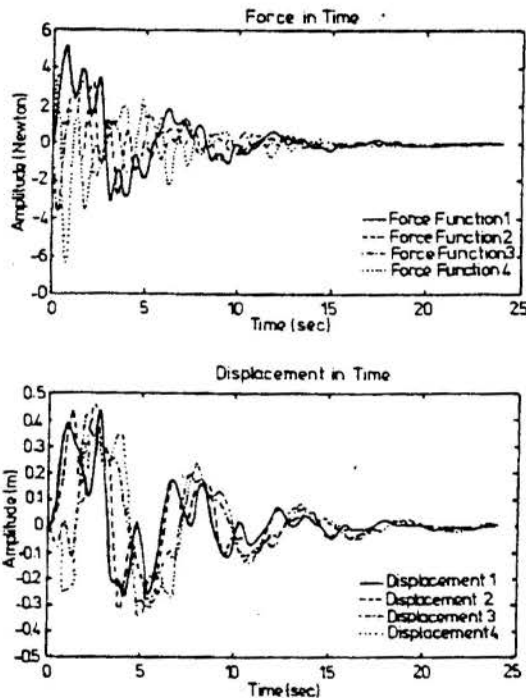


Figure 2 - Input force \$F\$ and response \$X\$.

The spectra of \$F\$ and \$X\$ are illustrated in fig. 3. In this simulation the noise rate is defined as

$$\text{noise rate} = \frac{\max |\text{noise amplitude}|}{\min |\text{signal amplitude}|} \quad (20)$$

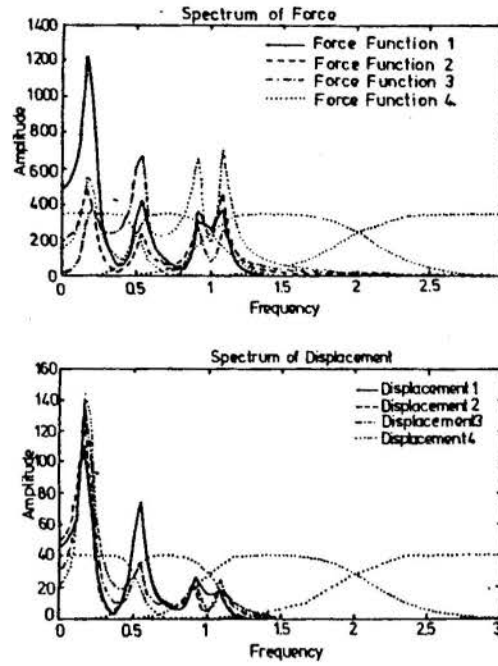


Figure 3 - Spectra of input force F and response X.

Due to the transiency of the signal, the noise rate for most part of the signal is greater than that defined by equation.

Noise input force functions and output responses are obtained by adding random noise with noise rate = 10 %.

One of the identified results is presented in fig. 4.

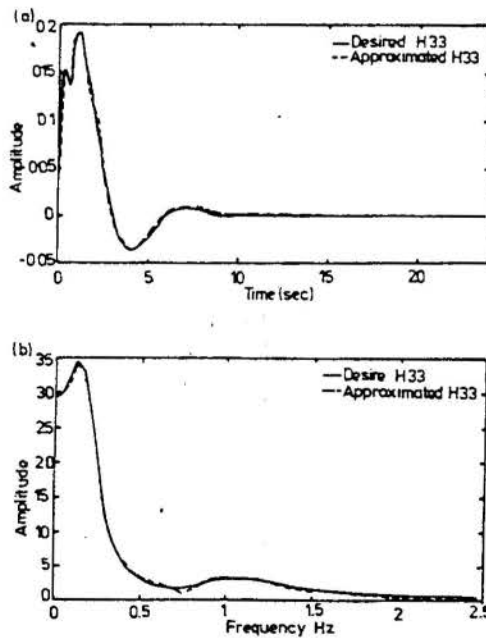


Figure 4 - Comparison of desired and approximated impulse function (output 3 with respect to input 3) in a) time and b) frequency domains.

5. CONCLUSIONS

A new system identification method based on wavelets family is developed in the paper.

Due to its advantages of the good localization and hierarchical multi-resolution in both time and frequency domain, the signal to noise ratio of the data may be increased in the analysis. The case study example illustrates that this method performs well in the identification of mechanical and structural systems with multi-coupled modes.

6. REFERENCES

MEYER, Y., *Wavelets and Operators*, Cambridge, 1992

MALLAT, A., *A Theory for Multi-resolution Signal Decomposition*, IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell., vol. 11, pp.674-693, 1989

DAUBECHIES, I., *Ten Lectures on Wavelet*, SIAM, Philadelphia, 1992

CHUI, C.K., *Wavelets: A Tutorial in Theory and Applications*, Academic Press, 1992

PRIESTLEY, M.B., *Wavelets and Time - Dependent Spectral Analysis*, Technical Report 1995/01, University of Manchester, Manchester Centre for Statistical Science

NEWLAND, D.E., *Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*, 3rd Edition, Longman Harlow and John Wiley, N.Y., 1993

NEWLAND, D.E., *Harmonic Wavelet Analysis*, *Proc. R. Soc., London, A*, vol. 443, pp.203-225, 1993

LIU, W.K., CHEN, R.A., URUS, R.A., CHANG, C.T., *Generalized Multiple Scale Reproducing Kernel Particle Methods*, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 139, 1-4, pp.91-159, 1996

CHEN, J.S.C., PAN, C., WU, C.T., LIU, W.K., *Reproducing Kernel Particle Methods for Large Deformation Analysis of Non-Linear Structures*, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 139, 1-4, pp.195-229, 1996



PAPER CODE: COB1179

CONTROLE DE ESTRUTURAS COM NÃO-LINEARIDADES CÚBICAS E QUADRÁTICAS SOB CARGAS HARMÔNICAS / CONTROL OF STRUCTURES WITH CUBIC AND QUADRATIC NONLINEARITIES UNDER HARMONIC LOADS

OSVALDO CASARES PINTO & PAULO BATISTA GONÇALVES

Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica - PUC-Rio

CEP 22453-900 Rio de Janeiro, RJ -E-mail: paulo@civ.puc-rio.br

Abstract

Under extreme environmental loading such as wind, earthquakes and waves, flexible structures like tall buildings, long bridges and offshore platforms tend to develop large vibrations, possibly resulting in extensive damage. This paper studies a methodology for the active control of flexible structures, in order to limiting the amplitude of oscillations to be within safe allowable bounds. The method is based on nonlinear optimal control, using an indicial formulation and state feedback control. General polynomial representation of the control law up to the third order are presented. This methodology is applied to sdof systems with quadratic and cubic nonlinearities, with a computer code implemented to control up to the fifth order. Strongly nonlinear systems subjected to simple harmonic excitations are tested. Numerical results indicate that the control algorithm can be efficient in systems susceptible to chaotic vibrations, escape from a potential well or dynamic jumps.

Keywords

Active structural control, nonlinear systems, escape from a potential well, chaotic vibrations (controle estrutural ativo, não-linearidades, escape de um vale potencial, vibrações caóticas).

1. INTRODUÇÃO

Uma área que tem apresentado um crescente interesse em engenharia é controle de vibrações. A atual tendência de construção de estruturas cada vez mais altas e longas, logo mais flexíveis, faz com que sob ação de cargas dinâmicas intensas haja a tendência do desenvolvimento de grandes deslocamentos. Nestas condições, o efeito da não-linearidade geométrica passa a ser um fator muito importante na análise do comportamento dinâmico da estrutura. Esta não-linearidade, em geral associada a baixos níveis de amortecimento, dá origem a comportamentos típicos de sistemas não lineares, tais como ressonâncias secundárias (subharmônicas e superharmônicas), saltos dinâmicos devido a ressonâncias não-lineares, vibrações caóticas e escape de um vale potencial. O aparecimento destes fenômenos está geralmente associado a bifurcações, podendo caracterizar uma perda de estabilidade da estrutura com o conseqüente aparecimento de dano e problemas na utilização da mesma. O emprego de técnicas de controle passivo e ativo tem sido estudado como uma possível solução para diminuir a amplitude das vibrações e os danos causados em obras de engenharia civil por cargas dinâmicas. Instrumentos de controle passivo, tais como amortecedores viscoelásticos, isolamento de base e amortecedores de vibrações tipo massa-mola-amortecedor têm sido extensamente estudados e bastante empregados, principalmente com a finalidade de reduzir as vibrações provocadas por terremotos e ventos fortes. (Spencer Jr, 1996). Porém, as limitações destes métodos de

controle, em especial a incapacidade de adaptação a mudança de parâmetros da estrutura e do carregamento, têm feito com que as pesquisas se concentrem em técnicas de controle ativo. Nas últimas duas décadas, vários métodos de controle ativo e semi-ativo têm sido propostos (Soong, 1990), e nos últimos anos pelo menos dez pontes e vinte edifícios foram projetados e equipados com sistemas de controle deste tipo, a maioria no Japão (Spencer Jr, 1996).

Em controle estrutural não-linear as pesquisas são relativamente recentes, com uma história de pouco mais de quinze anos (Masri et al, 1982, Reinhorn et al, 1987). Nos últimos dez anos houve um grande aumento do número de pesquisadores interessados no assunto e vários métodos de controle não-linear têm sido propostos, como por exemplo controle ótimo instantâneo (Yang et al, 1988), controle ótimo por pulsos (Masri et al, 1982) e “sliding mode control” (Yang et al, 1994). Neste trabalho, desenvolve-se um sistema de controle não-linear fundamentado numa estratégia de controle ótimo com representação tensorial, introduzida por Buric (1978) para aplicação em problemas de engenharia elétrica e modificada por Suhardjo et al (1992) para aplicação em controle estrutural.

2. CONTROLE ÓTIMO NÃO-LINEAR - REPRESENTAÇÃO TENSORIAL

Dado um sistema dinâmico completamente controlável e observável, definido pelo sistema de equações diferenciais de estado não-lineares de primeira ordem

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (1)$$

onde $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de estado, $\mathbf{u}(t)$ é o vetor das forças de controle e \mathbf{f} é uma dada função do vetor de estado, do vetor das forças de controle e do tempo, deseja-se determinar uma lei de controle ótimo $\mathbf{u}^*(t)$ que, no intervalo $[t_0, t_f]$, satisfaça (1) e, ao mesmo tempo, minimize uma determinada função de desempenho J , em geral definida como

$$J = h(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (2)$$

onde h e g são funções conhecidas. Utilizando-se a representação tensorial introduzida por Buric (1978) e modificada por Suhardjo et al (1992), as equações de estado de uma certa classe de sistemas não-lineares podem ser expressas por séries de potências como

$$\dot{x}^i = A_j^i x^j + A_{jk}^i x^{jk} + A_{jkl}^i x^{jkl} + \dots + B_j^i u^j \quad (3)$$

onde x^i é a i -ésima variável de estado, A_j^i , A_{jk}^i , A_{jkl}^i , ... são coeficientes ligados às propriedades do sistema, u^j é a j -ésima força de controle e B_j^i é o coeficiente que relaciona u^j com x^i . Índices repetidos indicam somatório sobre os mesmos e define-se $x^{ij} = x^i x^j$, $x^{ijk} = x^i x^j x^k$, etc. De forma semelhante, com controle de realimentação de estado, as forças de controle têm a forma

$$u^i = K_j^i x^j + K_{jk}^i x^{jk} + K_{jkl}^i x^{jkl} + \dots \quad (4)$$

onde K_j^i , K_{jk}^i , K_{jkl}^i , ... são os i -ésimos ganhos dos controles de ordem 1, 2, 3, ..., respectivamente, até a ordem desejada. Aqui adota-se uma função de desempenho da forma

$$J = S_{ij} x^{ij} \Big|_{t=t_0}^{t=t_f} + \int_{t_0}^{t_f} (R_{ij} u^{ij} + Q_{ij} x^{ij} + Q_{ijk} x^{ijk} + Q_{ijkl} x^{ijkl} + \dots) dt \quad (5)$$

onde S_{ij} , Q_{ij} , Q_{ijk} , Q_{ijkl} , ... são tensores positivo-semidefinidos de ordem 2, 2, 3, 4, ..., respectivamente, e R_{ij} é um tensor de segunda ordem positivo-definido. Estes são tensores de ponderação, com seus elementos escolhidos em função da importância relativa atribuída ao controle

das variáveis de estado e às forças de controle. Quanto maiores os valores dos elementos de S_{ij} , Q_{ij} , Q_{ijk} , ..., maior a ênfase na redução da resposta do sistema. Atribuir valores elevados aos elementos de R_{ij} tem como conseqüência uma redução no esforço empregado no controle (menor consumo de energia). Variando-se os valores destes elementos busca-se obter um controle o mais eficiente possível com o mínimo consumo de energia.

Expressando-se a função de desempenho ótima na forma de uma série de Taylor como

$$J = V_{ij} x^{ij} + V_{ijk} x^{ijk} + V_{ijkl} x^{ijkl} + \dots \quad (6)$$

onde V_{ij} , V_{ijk} , V_{ijkl} , etc... são tensores simétricos com relação a seus índices, passa-se ao processo de minimização, obtendo-se a equação de Hamilton-Jacobi-Bellman

$$\min_u \left[g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \frac{\partial J}{\partial t} \right] = 0 \quad (7)$$

onde J é dado pela equação (6), $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \dot{\mathbf{x}}(t)$ e

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = R_{ij} u^{ij} + Q_{ij} x^{ij} + Q_{ijk} x^{ijk} + Q_{ijkl} x^{ijkl} + \dots \quad (8)$$

Substituindo-se (3), (6) e (8) em (7) e realizando-se as manipulações necessárias, obtém-se

$$K_i^a = -(R^{-1})_{am} V_{bi} B_m^b \quad (9)$$

$$\text{sym} \left[\dot{V}_{ij} + 2V_{ai} A_j^a - V_{ai} B_b^a (R^{-1})_{cb} V_{dj} B_c^d + Q_{ij} \right] = 0 \quad (10)$$

que constituem-se no ganho de primeira ordem e na lei de controle correspondente, conhecida como equação de Riccati, respectivamente. O operador sym (simetria) é definido de modo que atuando sobre o tensor T resulta na sua forma simétrica com relação a seus índices livres, isto é,

$$\text{sym} [T_{ij}] = \frac{1}{2!} (T_{ij} + T_{ji}), \text{sym} [T_{ijk}] = \frac{1}{3!} (T_{ijk} + T_{kij} + T_{jki} + T_{ikj} + T_{jik} + T_{kji}), \dots \quad (11)$$

Uma vez resolvida (10) para determinar V_{ij} (pode-se integrá-la numericamente) obtém-se os ganhos para o controle de primeira ordem a partir de (9). As forças de controle desta ordem podem ser calculadas utilizando-se (4), resultando nos valores obtidos para o controle linear ótimo clássico. De forma semelhante obtém-se as equações para o controle de segunda ordem,

$$\text{sym} \left[\dot{V}_{ijk} + 2V_{ai} A_{jk}^a + 3V_{aij} (A_k^a + B_b^a K_k^b) + Q_{ijk} \right] = 0 \quad (12)$$

$$K_{ij}^a = -\frac{3}{2} (R^{-1})_{ab} V_{cij} B_b^c \quad (13)$$

de terceira ordem,

$$\text{sym} \left[\dot{V}_{ijkl} + 2V_{ai} A_{jkl}^a + 3V_{aij} (A_{kl}^a + B_b^a K_{kl}^b) + 4V_{aijk} (A_l^a + B_b^a K_l^b) + K_{ij}^a R_{ab} K_{kl}^b + Q_{ijkl} \right] = 0 \quad (14)$$

$$K_{ijk}^a = -2 (R^{-1})_{ab} V_{cij} B_b^c \quad (15)$$

e assim sucessivamente, até a ordem desejada. Observa-se que estas equações têm um padrão bem definido, podendo-se obter as equações para ordens superiores sem maiores dificuldades. Neste trabalho foi desenvolvida uma rotina que permite utilizar controle até a ordem cinco.

Para determinar os tensores \mathbf{V} é necessário resolver os sistemas de equações diferenciais resultantes, o que implica em razoável custo computacional. Porém, na maior parte dos problemas de engenharia civil, \bar{t}_f é muito maior que o período natural do sistema e pode-se

simplificar o problema sem alteração significativa no resultado considerando-se $t_f = \infty$. Neste caso \dot{V} é nulo e no lugar de equações diferenciais trabalha-se com equações algébricas, reduzindo-se o custo computacional. Outra simplificação usualmente adotada é considerar o tensor S nulo, de forma a trabalhar-se com um índice de desempenho mais simples. Ambas as simplificações foram adotadas nos algoritmos desenvolvidos neste trabalho. É importante observar que com o índice de desempenho aqui utilizado, usualmente adotada no controle ótimo clássico, o algoritmo de controle não é realmente ótimo para sistemas não autônomos, pois as forças externas são ignoradas no problema de minimização (Yang et al, 1988).

3. APLICAÇÕES EM SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

A equação de movimento de um sistema autônomo com um grau de liberdade, contendo não-linearidades quadrática e cúbica, pode ser expressa por

$$\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + \omega^2 x + \alpha x^2 + \beta x^3 + \gamma u = 0 \quad (16)$$

onde x é o deslocamento, \dot{x} a velocidade, \ddot{x} a aceleração, μ o coeficiente de amortecimento, ω a frequência natural do sistema, α e β os coeficientes das não-linearidades quadrática e cúbica, respectivamente e u a força de controle, com um coeficiente γ .

Utilizando-se a metodologia de controle ótimo com notação tensorial apresentada no item anterior, as equações de estado têm a forma de (3), com as variáveis de estado $x^1 = x$ e $x^2 = \dot{x}$, e a força de controle $u^1 = u$. Neste caso os únicos coeficientes não nulos são $A_1^2 = -\omega^2$, $A_2^1 = 1$, $A_2^2 = -2\mu$, $A_{11}^2 = -\alpha$, $A_{111}^2 = -\beta$ e $B_1^2 = -\gamma$. A força de controle é definida por (4), onde os ganhos, K_j^i , K_{kj}^i , K_{jkl}^i , ..., podem ser obtidos de acordo com o procedimento descrito no item anterior. No caso em questão $i = 1$, devido ao vetor de controle constituir-se num escalar.

Um caso particular importante é aquele em que $\alpha = 0$, transformando (16) na conhecida equação de Duffing, que tem sido objeto de muitos estudos na área de controle não-linear (Suhardjo et al, 1992, Hackl et al, 1993). Nestas condições, os ganhos quadráticos (K_{jk}^i) e quárticos (K_{jklm}^i) são todos nulos.

Apresentam-se a seguir alguns exemplos de aplicação a problemas clássicos encontrados na literatura de dinâmica não-linear. Em todos os casos adotam-se valores unitários para γ e R_{11} , e na matriz de ponderação Q apenas o elemento Q_{11} não é nulo.

Exemplo 1: Uma viga metálica bi-apoiada sujeita a uma excitação harmônica eletromagnética que produza grandes deslocamentos pode ser modelada por uma equação de Duffing, como (Thompson e Stewart, 1986)

$$2,56\ddot{x} + 0,32\dot{x} + x + 0,05x^3 = 2,5\cos(t) \quad (17)$$

Neste sistema há dois ciclos limites, com razão entre amplitudes de 4,09. Dependendo das condições iniciais, pode-se ter deslocamentos bem maiores se predominar o ciclo limite externo. Para as condições iniciais $x = 10$, $\dot{x} = 0$, o movimento é atraído para o ciclo limite de maior amplitude. Inserindo-se forças de controle adequadas, pode-se fazer com que prevaleça o atrator de menor amplitude, como pode ser visto na figura 1.a, que mostra os deslocamentos para o sistema não controlado e com controles de primeira, terceira e quinta ordem, respectivamente (adotou-se $Q_{11} = 10^{-2}$). Velocidades e acelerações têm comportamento semelhante ao do deslocamento. Observa-se que a utilização de algoritmos não-lineares de ordens superiores aumentou significativamente a eficiência do sistema de controle na redução da resposta. Porém, o aumento da ordem do algoritmo resulta em grandes aumentos nas forças de controle, como mostra a figura 1.b, com os valores máximos passando de 15% da magnitude da excitação no controle linear para 166% no de terceira ordem e 588% no de quinta ordem.

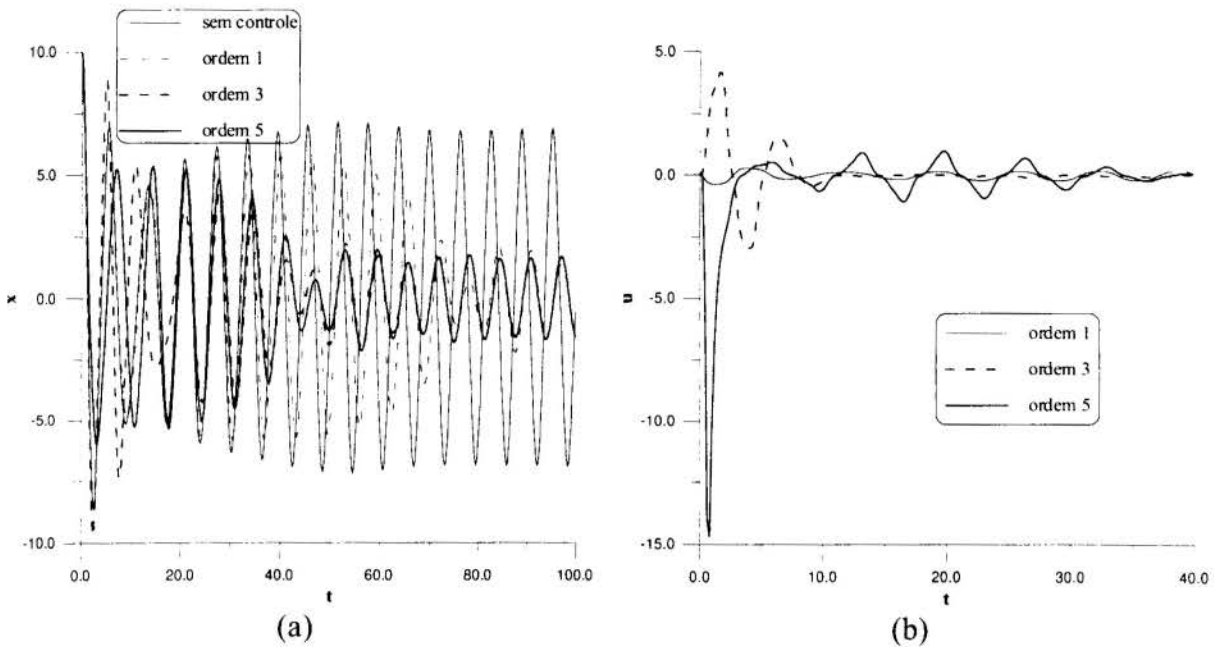


Figura 1: a) Resposta no tempo e b) forças de controle para condições iniciais $x = 10, \dot{x} = 0$.

Exemplo 2: Uma casca esférica abatida submetida a uma excitação harmônica pode ser modelada por um sistema de um grau de liberdade com equação de movimento (Gonçalves, 1993)

$$\ddot{w} + \dot{w} + 219,87w - 410,50w^2 + 154,24w^3 = 71,776 \text{sen}(7t) \quad (18)$$

Com estes coeficientes a resposta é caótica, e a casca oscila erratically entre dois vales potenciais existentes. A figura 2.a mostra o atrator resultante. A introdução de um sistema de controle adequado (adotou-se $Q_{11}=10^5$) torna o movimento harmônico, com amplitude inferior a 10% do valor máximo obtido com o sistema não controlado, como pode-se ver na figura 2.b.

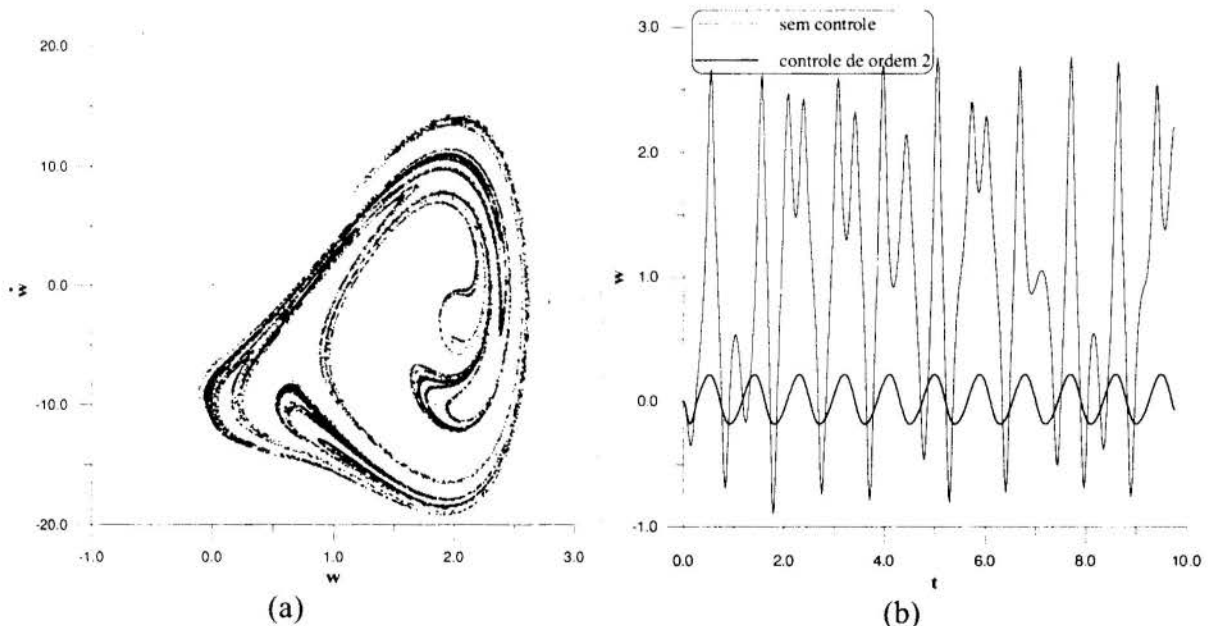


Figura 2: a) Atrator caótico relativo a equação (18) e b) deslocamentos da estrutura.

Nas figuras 3.a e 3.b apresenta-se as respostas em velocidades e acelerações, e nas figuras 4.a e 4.b os valores quadráticos dos deslocamentos para controles de ordens 1 e 2 e das forças de controle correspondentes, respectivamente. Observa-se que o emprego de um algoritmo de

segunda ordem melhorou o desempenho do sistema de controle (valores rms de deslocamentos, velocidades e acelerações cerca de 6% menores) ao mesmo tempo que diminuiu a energia necessária para a execução do mesmo (forças de controle cerca de 1,7% menores). A adoção de um algoritmo de terceira ordem melhora muito pouco o desempenho do sistema de controle (reduções dos valores rms de resposta de 0,5% a 1%) e exige forças de controle cerca de 3% maiores. Algoritmos de ordem superior a três praticamente não alteram os resultados obtidos.

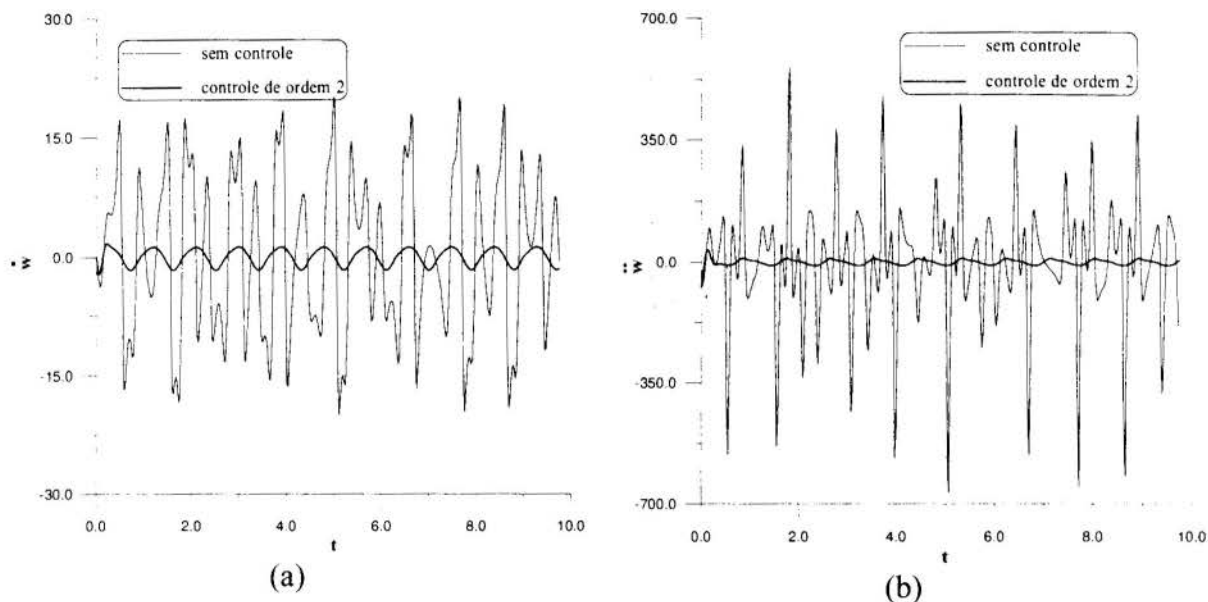


Figura 3: a) Velocidades e b) acelerações da estrutura, sem e com controle ($Q_{11} = 10^5$).

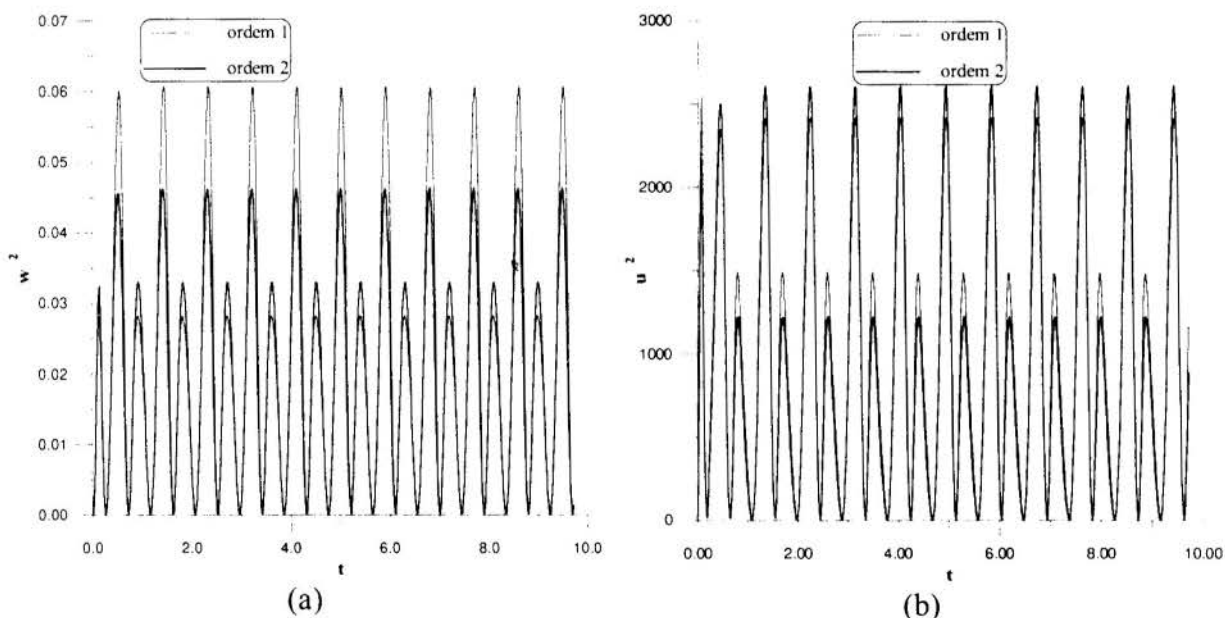


Figura 4: Valores quadráticos dos a) deslocamentos e b) forças de controle.

Exemplo 3: Seja a mesma casca esférica do exemplo anterior, porém agora submetida a uma excitação harmônica de amplitude variável (F_0), com equação de movimento

$$\ddot{w} + \dot{w} + 219,87w - 410,50w^2 + 154,24w^3 = F_0 \cos(12t) \tag{19}$$

Para estes coeficientes há dois vales potenciais, e a resposta será atraída para um deles em função da excitação. O primeiro vale corresponde a uma posição de equilíbrio pré-flambagem,

com pequenas deformações, e o outro a uma posição de equilíbrio pós-flambagem, com a casca sujeita a grandes deformações. Se a carga for aumentada gradualmente, em um dado valor, chamado carga de escape, haverá a passagem de um para outro vale. Para este exemplo, isto ocorre com $F_0 = 10,76$. A figura 5.a mostra a resposta no tempo para $F_0 = 10,75$, com um deslocamento máximo inferior a 0,7, estabilizando-se em torno de 0,5, e para $F_0 = 10,76$, que resulta num deslocamento máximo próximo a 2,5, estabilizando-se em torno de 2,0.

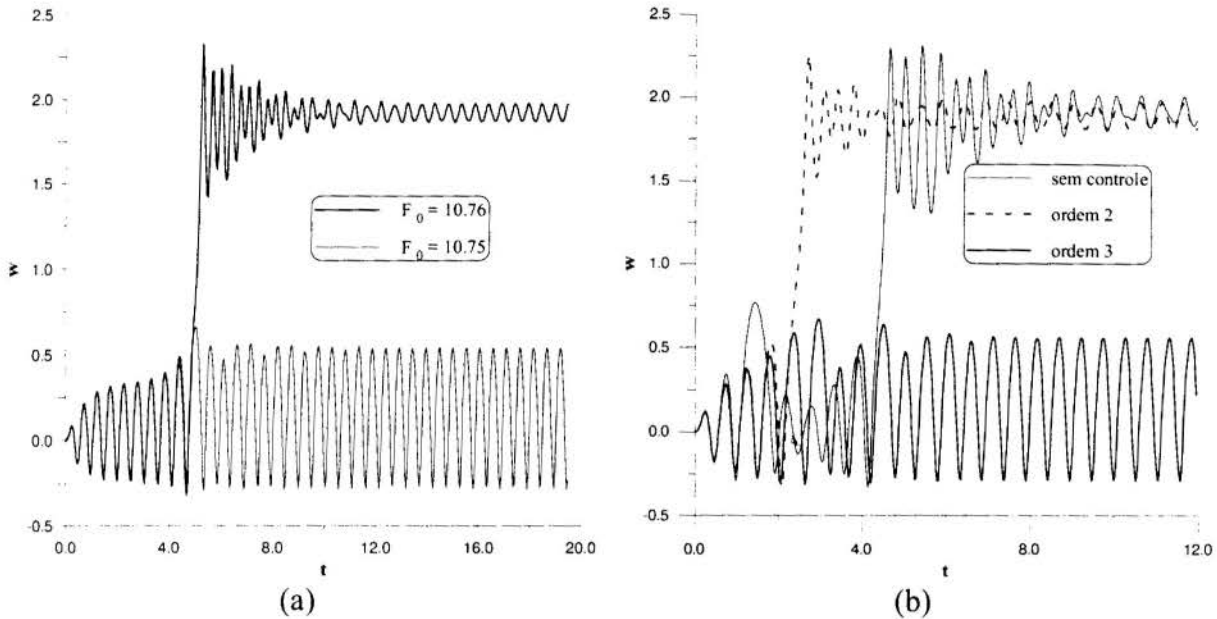


Figura 5: Resposta da estrutura para a) $F_0 = 10,75$ e $10,76$, respectivamente; e b) $F_0 = 15,0$.

A introdução de um sistema de controle pode aumentar a carga de escape, ampliando a faixa de operação da estrutura. Para cargas próximas à de escape sem controle, um algoritmo de controle linear já é capaz de evitá-lo. Porém, para cargas de maior amplitude, é necessário um algoritmo de ordem superior. Para uma carga cerca de 40% superior a carga de escape, $F_0 = 15,0$, por exemplo, com $Q_{11} = 5.10^2$, só algoritmos de controle de ordem três ou superior conseguem manter a estrutura no primeiro vale potencial, como pode-se ver na figura 5.b. O controle linear praticamente não tem efeito e o de segunda ordem apenas consegue reduzir levemente os deslocamentos, sem impedir a flambagem da estrutura. Já os algoritmos de ordens superiores conseguem impedir a flambagem da estrutura exigindo forças de controle pequenas (70% da carga de escape). Além disso, observa-se que quanto maior a ordem do algoritmo maior é a eficiência do sistema de controle, com menores deslocamentos sem aumentar o consumo de energia, e que as forças de controle necessárias são bastante pequenas se comparadas com o carregamento estático (inicial) da estrutura, de 179,4, e com a carga crítica estática, de 204,9 (Gonçalves, 1993). Os valores máximos necessários são inferiores a 4,2% do carregamento inicial e a 30% da diferença entre a carga crítica e a inicial.

Pode-se concluir deste exemplo que a utilização de um sistema de controle pode aumentar bastante a carga de escape. Para este problema, os algoritmos de primeira à quinta ordem adotados elevam a carga de escape em até 95,07%, como pode-se observar na tabela 1.

Tabela 1: Variação da carga de escape com a ordem do sistema de controle.

ordem	1	2	3	4	5
F_0	13,49	14,55	16,96	16,99	20,99
ΔF_0 (%)	25,37	35,22	57,62	57,99	95,07

4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos com o uso do algoritmo de controle ótimo adotado mostram o seu potencial para emprego em sistemas não-lineares. Observa-se que o desempenho de sistemas de controle comandados por algoritmos não-lineares pode ser bastante superior ao de sistemas que empreguem algoritmos de controle ótimo linear convencional, em especial quando o sistema a ser controlado tem não-linearidades acentuadas. Observa-se ainda que pode-se obter grandes reduções na resposta dinâmica das estruturas quando as mesmas são susceptíveis a problemas típicos de sistemas não-lineares, tais como vibrações caóticas, saltos dinâmicos e escape de um vale potencial, onde pode-se ampliar bastante a carga de escape as custas de forças de controle não muito grandes.

Contudo, convém salientar que antes da aplicação prática de um sistema de controle ativo deste tipo a uma estrutura real há uma série de estudos a serem realizados, pois a aplicação indevida de forças de controle pode piorar a resposta do sistema e mesmo instabilizá-lo. Há uma série de etapas a serem cumpridas na continuação deste trabalho, tais como a consideração da defasagem na aplicação da força ("time delay") e alguns problemas importantes que só aparecem quando são considerados vários graus de liberdade, como, por exemplo, "spillover".

5. REFERÊNCIAS

BURIC, M.R., 'Optimal Regulation of Nonlinear Systems by Methods of Tensor Algebra', PhD dissertation, Dept. of Electrical Engineering, University of Minnesota, Minneapolis, 1978.

GONÇALVES, P.B., 'Jump Phenomena, Bifurcation and Chaos in a Pressure Loaded Spherical Cap Under Harmonic Excitation', **Applied Mechanics Reviews**, Vol. 46, pp. S279-288, 1993.

HACKL, K., YANG, C.Y. & CHENG, A.H.D., 'Stability, Bifurcation and Chaos of Non-Linear Structures with Control-I. Autonomous Case', **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Vol. 28, N^o 4, pp. 441-454, 1993.

MASRI, S.F., BEKEY, G.G. & CAUGHEY, T.T., 'On-line Control of Nonlinear Flexible Structures', **ASME Journal of Applied Mechanics**, Vol. 49, pp. 877-884, 1982.

REINHORN, A.M., MANOLIS, G.D. & WEN, C.Y., 'Active Control of Inelastic Structures', **Journal of Engineering Mechanics**, Vol. 113, N^o 3, pp. 315-333, March, 1987.

SOONG, T.T., **Active Structural Control: Theory and Practice**, Wiley, New York, 1990.

SPENCER JR., B.F., 'Recent Trends in Vibration Control in the USA', **Proceedings of the 3rd International Conference on Motion and Vibration Control**, Vol. II, pp. K1-K6, Chiba, Japan, 1996.

SUHARDJO, J., SPENCER JR., B.F. & SAIN, M.K., 'Non-Linear Optimal Control of a Duffing System', **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Vol. 27, pp. 157-172, 1992.

THOMPSON, J.M.T. & STEWART, H.B., **Nonlinear Dynamics and Chaos**, John Wiley and Sons, 1986.

YANG, J.N., LI, Z., WU, J.C. & HSU, I.R., 'Control of Sliding-Isolated Buildings Using Dynamic Linearization', **Engineering Structures**, Vol. 16, N^o 6, pp. 437-444, July, 1994.

YANG, J.N., LONG, F.X. & WONG, D., 'Optimal Control of Nonlinear Structures', **Journal of Applied Mechanics**, Vol. 55, pp. 931-938, December, 1988.



PAPER CODE: COB1362

**VIBRAÇÕES INDUZIDAS EM MOTORES C.C. POR FALHAS NOS
CIRCUITOS ELETRÔNICOS RETIFICADORES DE CORRENTE E DE
CONTROLE DE VELOCIDADE / INDUCED VIBRATION IN DC ELECTRIC
MOTORS BY CURRENT AND SPEED RECTIFIERS DEFECTS**

Márcio Tadeu de Almeida, Alexandre Augusto Simões
Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Federal de Engenharia de Itajubá - EFEI -
Itajubá CEP 37.500.000, Brasil - E-mail: simoes@iem.efei.rmg.br

Abstract

This paper presents in a simple way, the technics used to identify defects on the rectifying current electronics circuits and on the speed control of the direct current motors, through the vibration analysis. The system is described both by the DC control firing Cards and the DC control comparator card, explaining about the main faults that can occur in this components. It is also shown a case history where the applying of the vibration diagnostic helped with success to detect the fault. Finally a short conclusion is presented with the main identified frequencies on the vibration spectrums when the circuits fails.

Keywords

Vibrações, Motores CC, Retificadores, Vibration, Rectifier.

1. INTRODUÇÃO

A análise de vibração tem a capacidade de identificar as frequências provenientes de excitações e então relacioná-las aos componentes específicos da máquina. Portanto, tantos os defeitos mecânicos ou elétricos de componentes de máquinas podem ser identificados pela análise em frequência. É importante que o analista além de conhecer as fontes de vibrações de origem eletromagnéticas dos motores, conheça também detalhes tanto do equipamento que este motor está acionando, bem como da fonte de alimentação elétrica do motor.

Quando três RETIFICADORES CONTROLADOS DE SILÍCIO - SCRs (meia onda retificada) são usados para converter AC para DC, então uma onda pulsante com frequência de 180 Hz (3 x frequência da rede) é gerada no sistema retificador de corrente. Quando seis SCRs são usados para converter AC em DC (onda plena retificada, ou sistema de alta eficiência), então uma onda pulsante de frequência 360 Hz (6 x frequência da rede) é gerada no sistema retificador de corrente. Usando CPM (ciclos por minuto) ao invés de Hertz, teremos então frequência de 10.800 CPM para sistemas com 3 SCRs e 21.600 CPM para sistemas com 6 SCRs (Almeida *et al.*, 1994).

Quando as vibrações nestas frequências existirem dentro de seus respectivos sistemas, elas serão considerados normais se suas amplitudes forem menores que 2,5 mm/s - pico. Se as amplitudes forem maiores, então isto usualmente significa que há um problema no sistema elétrico retificador.

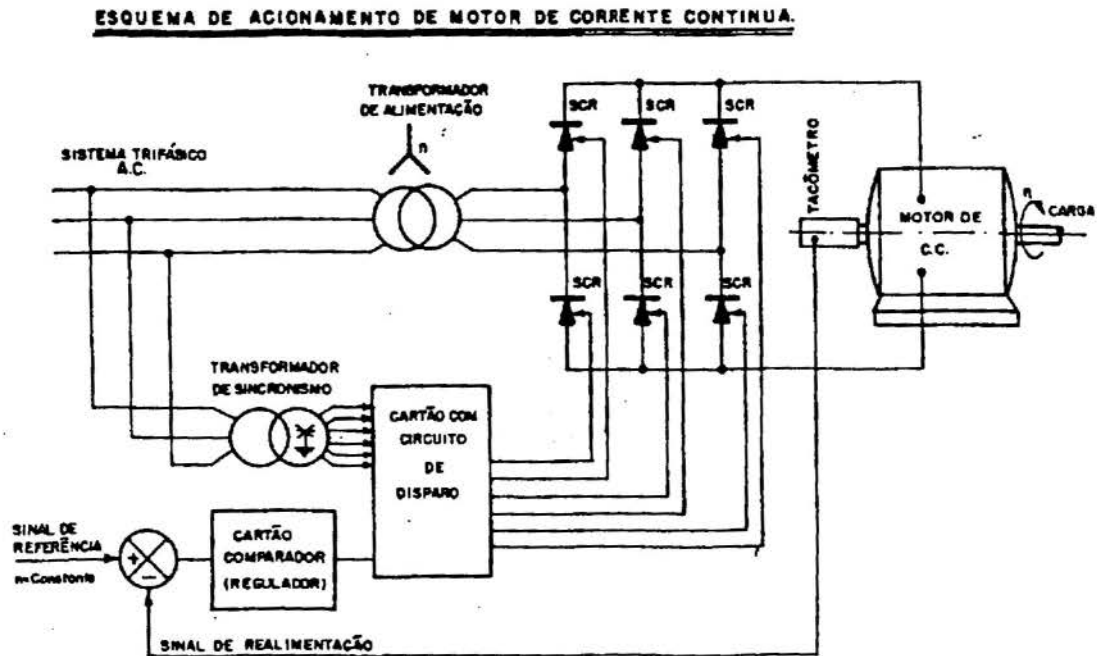


Figura 1: Circuito Básico de um Sistema Fonte de Alimentação DC com 6 SCR's.

2. SISTEMAS RETIFICADORES DE CORRENTE E CONTROLES

Geralmente os motores de corrente contínua alimentados por pontes retificadoras de corrente AC para DC, podem variar suas velocidades através de sistemas de controle. Estas velocidades podem ser controladas manualmente ou ser ajustadas automaticamente através de um sistema de controle para monitorar a velocidade de rotação do motor. O sistema é realimentado através de um tacômetro e de um auto-ajuste da fonte de potência que regula o sistema para alcançar a velocidade desejada. Os sistemas auto-controlados ou sistemas de malha-fechada usam componentes de controle de baixa tensão para disparar ou abrir os SCR's da ponte retificadora da corrente que irá alimentar o motor. Isto permite que o motor gire em uma velocidade desejada, para atender as necessidades de velocidade do equipamento acionado pelo motor. Os problemas elétricos associados com estes sistemas são: a fonte de alimentação AC, os componentes dos sistema retificador de AC para DC, os componentes de controle DC e as falhas no próprio motor de corrente contínua.

O sistema gerador de DC alimenta o motor, que gera um campo magnético nos pólos, que faz girar a armadura do motor numa rotação proporcional a potência DC fornecida. Quando o motor gira, o tacômetro também gira, e cria um sinal de baixa tensão proporcional a sua velocidade. O sinal de baixa tensão do taco, é comparado com uma tensão constante ou predeterminada (sinal de referência) pelo Cartão Comparador. O Cartão Comparador baseado no diferencial entre o sinal de referência e o sinal enviado pelo tacômetro, sinaliza o Cartão de Disparo dos SCR's. Existe um Cartão de Disparo para cada SCR que controla o fluxo de potência através do SCR. Os disparos ou aberturas dos SCR's geram e fornecem potência DC ao motor regularizando sua velocidade, até chegar naquela desejada para o processo (Rinehart, 1995). Veja figura (1).

3. CARTÕES DE CONTROLE E DISPARO

Os cartões de disparo que controlam as aberturas e fechamentos dos SCRs, devem atuar corretamente para permitir que o sistema opere suas funções em condições normais. Por isso, há uma ordem de disparo por SCR. Portanto, defeitos nos cartões de disparo podem causar desordens nos disparos dos SCRs, ou seja, disparos em uma ordem errática.

A análise de vibração tem sido usada para determinar defeitos ou mau funcionamento destes cartões ou dos próprios SCRs, baseando-se nas frequências correspondentes dos sub-múltiplos da frequência dominante no sistema DC usado. Frequências em sistemas DC com onda plena retificada, possuem sempre uma frequência predominante constante de 21.600 CPM, e sistemas com meia onda retificada possuem uma frequência predominante constante de 10.800 CPM. Se encontrarmos no espectro de vibração, picos com grandes amplitudes na frequência de 3.600 CPM e/ou outros picos espaçados de 3600 CPM ou na frequência de 7.200 CPM e/ou outros picos espaçados de 7200 CPM, então a causa da vibração será defeitos no cartão de disparo ou nos SCRs.

4. CARTÃO COMPARADOR DC

O cartão comparador é um outro componente do sistema em baixa tensão que é responsável pela determinação da diferença entre a velocidade atual do sistema e aquela predeterminada pelo sistema. Quando este componente funciona mal, tem sido observado que há bandas laterais presentes em torno das frequências fundamentais do sistema DC. Estas bandas laterais são sempre igualmente espaçadas das frequências DC. Também tem sido observado que estas bandas laterais crescem ou diminuem quando a rotação do motor varia, contudo, elas permanecerão igualmente espaçadas. Ainda não existe uma certeza absoluta se estas bandas laterais estão relacionadas com a flutuação da rotação do motor ou flutuação no cartão comparador, procurando o ponto de rotação predeterminado; ou se uma constante correspondente a frequência com que o campo magnético entra em colapso e regenera. Tudo isto precisa ser pesquisado. As bandas laterais, contudo, quando estão presentes no espectro podem ser consideradas como um aviso que este componente não está funcionando bem.

Uma outra razão possível para haver estas características no espectro de vibração, poderia ser falha ou mal funcionamento do tacômetro que "mascararia" a tensão de saída para o cartão. Testando a tensão de saída do taco pode-se confirmar esta situação.

5. CASO ANALISADO

Uma análise de vibração foi requerida para um motor de 200 CV. Um dia antes do pedido da análise de vibração, o sistema não conseguia manter a velocidade de operação esperada, e o motor girava com um torque pulsante. Um problema mecânico dentro da caixa de engrenagens que este motor acionava foi a primeira suspeita, porque aparentemente o sistema elétrico funciona normalmente.

A análise foi realizada revelando o espectro da figura (2). As frequências dominantes no espectro são 7.200 cpm, 14.400 cpm e 21.600 cpm. Estas frequências estão relacionadas com *problemas elétricos* e não defeitos mecânicos nos mancais.

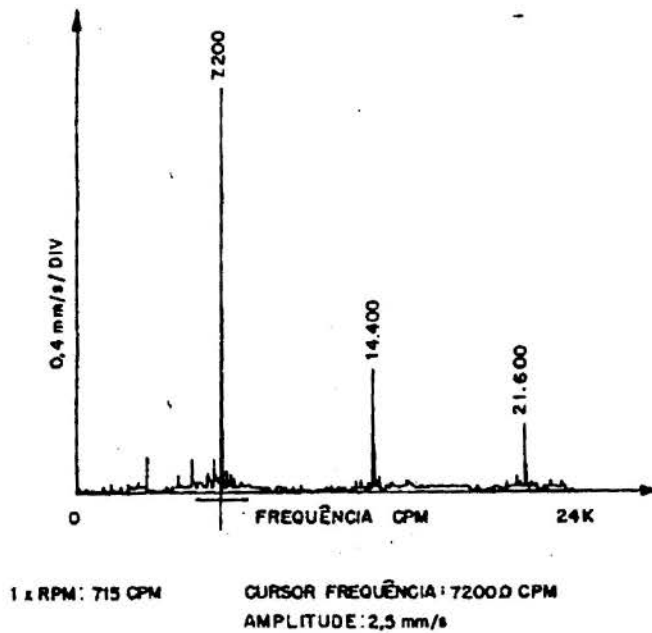


Figura 2: Espectro Correspondente ao Sistema com Onda Plena Retificada. Altos níveis em 120 Hz - indicando problemas elétricos associados com o controle DC - Suspeita de Defeito nos Cartões de Disparo ou Cartão Comparador (Rinehart, 1995).

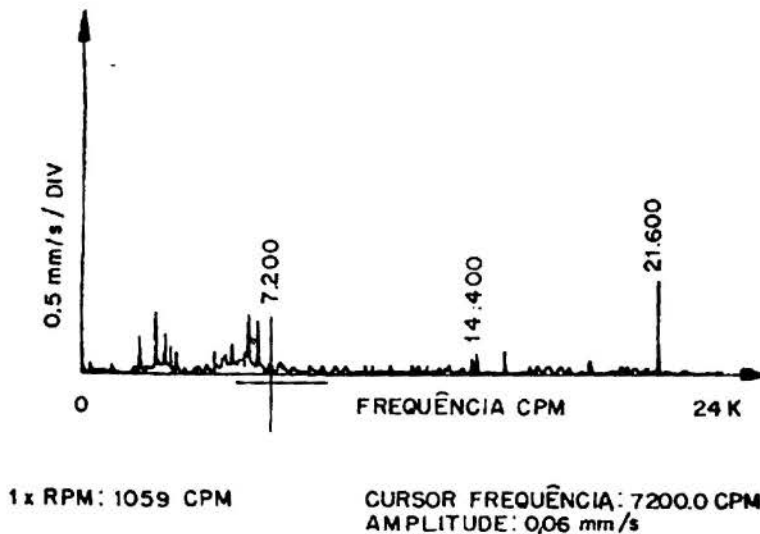


Figura 3: Espectro após o reparo no Cartão de Disparo (Conectores Folgados). As frequências 120 Hz e 240 Hz praticamente desapareceram deixando somente o componente em 360 Hz, que é considerado normal no sistema com 6 SCRs (Rinehart, 1995).

Este sistema de controle DC usa três cartões de disparo para controlar seis SCRs, isto é típico de muitos sistemas de controle DC. Quando um dos cartões de disparo não está funcionando, então 1/3 da frequência fundamental do sistema domina a vibração do motor. As frequências dominantes de 7.200 cpm e 14.400 cpm ou frequências equivalentes aos múltiplos de 1/3 de 21.600 são representativas nesta situação. Os cartões de disparo foram examinados e uma conexão solta em um dos cartões foi encontrada e reparada. Após o reparo foi realizada

outra análise de vibração, e as vibrações em 7.200 e 14.400 cpm praticamente desapareceram, ficando um componente em 21.600 cpm (6 SCR's) considerada normal para este sistema. Veja figura (3).

6. COMPONENTES DO MOTOR DC

Os motores DC são diferentes dos motores AC por causa de sua potência de alimentação, que é composto de diversos dispositivos eletrônicos. O mais aparente é o tacômetro que o estende, usualmente, na parte traseira do motor.

Geralmente, estes motores tem pequenos mancais que podem ser monitorados da mesma maneira com qualquer mancal (Técnica do envelope, por exemplo), veja figura (4).

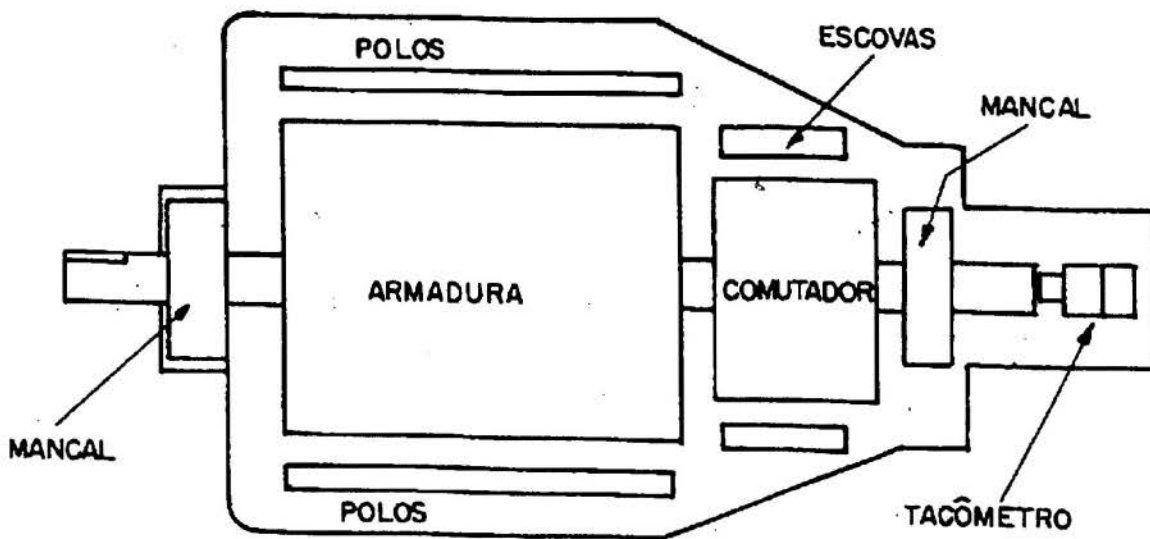


Figura 4: Corte Simbólico De Um Motor DC.

Os tacômetros usam magnetos (ímãs permanente) para gerar a tensão que controla o sistema de regulação de velocidade do motor. Colocando a base magnética do acelerômetro perto ou sobre o tacômetro, ele alterará ou destruirá a tensão de saída do taco para o cartão de controle, modificando literalmente a velocidade do motor.

O comutador é o dispositivo que transfere a potência de alimentação DC para a armadura do motor. As escovas, usualmente são feitas de uma liga de carbono, passeiam contra o comutador e alimentam-no com energia em DC. Tem sido observado que quando estas escovas desgastam, leituras no componente em $1xRPM$ do motor aumentam em amplitude. Quando as escovas centelham, tem sido observado que a amplitude de vibração na frequência de $1xRPM$ aumenta drasticamente, alcançando muitas vezes 7.5 mm/s de pico ou mais altos em casos extremos. Uma outra frequência associada com o comutador é o número de "slots" ou ranhuras sobre o comutador vezes a RPM do motor. Geralmente, quando a amplitude nesta frequência começa a crescer, pode-se suspeitar do desgaste das escovas.

7. CONCLUSÕES

As fontes de potência DC, em sistemas com meia onda retificada tenderão gerar vibrações em 1/3 de 10.800 cpm e múltiplos ou componentes de vibração separadas de 3.600 cpm.

Para sistemas com onda plena retificada também pode haver separação entre os componentes de vibração com um espaçamento de 3.600 cpm, se o sistema tiver (Almeida *et al.*, 1994):

- Um cartão de disparo para cada SCR, e um cartão esteja fora (não funcionando);
- Um sistema de três cartões e um cartão está parcialmente inabilitado;
- Um SCR não está funcionando;

Sempre que possível tomar as leituras com o motor girando sob condições de Carga.

Uma outra possível razão para estas vibrações nos múltiplos de 1/3 da frequência fundamental do sistema, será a falta de uma das fases da fonte de corrente alternada AC (Almeida *et al.*, 1994). Isto afetaria um terço do sistema de potência e virtualmente significa um banco de SCRs inativo. Um simples teste de tensão nas três fases de entrada no sistema de corrente AC, poderá confirmar se o problema está presente ou não.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, M. T., GÓZ, R. D. S. *Curso de Vibrações em Motores Elétricos*, Fundação de Pesquisa e Assessoramento à Indústria, 1994, FUPAI, Itajubá - MG.

ALMEIDA, M. T., GÓZ, R. D. *Magnetic Vibration Analysis in Three - Phase Induction Electrical Motors*, Eletricidade, 317, 401-405, 1994, Portugal.

RINEHART, W.L. *Vibration frequency of DC drive systems*, Palestra no Vibration Institute, 1995, Warren - Ohio - USA.



PAPER CODE: COB1378

HIGH FREQUENCY MODELS FOR ACTIVE COMPOSITE BEAMS CONTAINING PIEZOELECTRIC SENSORS AND ACTUATORS

A. M. B. BRAGA¹, A. L. GAMA², O. MACEDO NETO¹ & LUÍS P. F. DE BARROS¹

¹*Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, 22453-900, Rio de Janeiro, RJ*

²*Departamento de Engenharia Mecânica, UFF, 24210-000, Niterói, RJ*

Abstract

The problem addressed in this paper is that of modeling the dynamic response of laminate, composite beams excited by distributed piezoelectric actuators. In particular, we are interested in the high frequency range, where traditional approximate beam models, such as the Classical Laminate or the First Order Shear Deformation theories, fail in providing accurate representation of the electromechanical structural response. To avoid this shortcoming, Reddy's layerwise laminate theory is employed. Through comparisons with exact, wave-dispersion analytical results, it is shown that this approach allows us to properly simulate the high-frequency range of the active beam's dynamic response.

Keywords

Structural Acoustics - Smart Structures - Composite Structures - Piezoelectric Materials - Vibrations

1. INTRODUCTION

The use of piezoelectric sensors and actuators for active structural control has experienced a great expansion in the last few years. Mainly due to low cost, effectiveness, and flexibility, they have become the number one choice for active materials in applications associated with the concept of *smart structures* (see, *e.g.*, Banks *et al.*, 1996, and references therein). Piezoelectric layers can be bonded directly to the structural surface or embedded in the material, becoming an integral part of the system. Moreover, these piezoelectric layers are capable of providing distributed control (Bailey & Hubbard, 1985), in contrast to point force inputs exerted by other classes of controllers (*e.g.*, shakers or tendon mechanisms).

The problem addressed here is that of modeling the dynamic response of laminate, piezoelectric beams such as the one depicted in Figure 1. The beam is composed of piezoelectric or non piezoelectric layers. The laminae are allowed to be anisotropic in order to also consider fiber-reinforced composites. The piezoelectric elements, layers or patches, may function as either sensors or actuators.

In particular, we are aiming at applications in the high-frequency range, where traditional approximate beam models, such as the Classical Laminate or the First Order

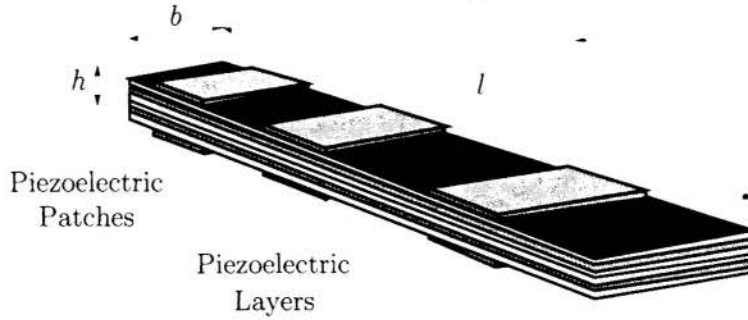


Figure 1. Laminate piezoelectric beam.

Shear Deformation theories, fail to provide an accurate assessment of the vibratory structural response (de Lima & Braga, 1996). To avoid this shortcoming, Reddy's layerwise laminate theory is employed (Reddy & Robbins, 1994). Through comparisons with exact, wave-dispersion analytical results, it is shown that this approach allows us to properly simulate the high-frequency range of the beam's dynamic response.

The structural response of these heterogeneous, electromechanical structures, is also characterized by the electric current produced in the piezoelectric sensor elements. Such electric signals must be related to the generalized displacements employed in the kinematical description of the structure. In the formulation presented here, we pay special attention to the sensor response by explicitly including the electric charge density on the electrode surfaces as another variable.

2. APPROXIMATE MODELS FOR LAMINATED PIEZOELECTRIC BEAMS

We employ Reddy's layerwise theory (Reddy & Robbins, 1994) to describe the response of laminate piezoelectric beams. This approximate theory is based on the following assumed, through-thickness, distributions of the displacement field:

$$u_x(x, z, t) = \sum_{\alpha=1}^N \xi^\alpha(z) U_\alpha(x, t) \quad \text{and} \quad u_z(x, z, t) = \sum_{\beta=1}^M \psi^\beta(z) W_\beta(x, t) \quad (1)$$

and of the electric potential:

$$\phi(x, z, t) = \sum_{\gamma=1}^P \eta^\gamma(z) V_\gamma(x, t) \quad (2)$$

Although in Reddy's Layerwise Theory the degree and number of the interpolation functions $\xi^\alpha(z)$, $\psi^\beta(z)$, and $\eta^\gamma(z)$, are arbitrary, we are employing in this paper only linear, Lagrange polynomials. The number of polynomials is equal to the number of layers plus one, that is, we take $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, \dots, n, n+1$, where n is the number of layers in the laminate. Hence U_α and W_α are, respectively, the in-plane and transverse displacements at the interface between the layers $\alpha-1$ and α . Accordingly, V_α represents the electric potential on the same interface. We may, arbitrarily, increase the number of linear interpolation polynomials by subdividing the homogeneous layers in thinner sublayers with the same material properties.

Employing the notation defined in Figure 2, the linear interpolating functions have the form:

$$\xi^\alpha(z) = \psi^\alpha(z) = \eta^\alpha(z) = \begin{cases} \frac{z - z_{\alpha-1}}{z_\alpha - z_{\alpha-1}}, & \text{if } z_{\alpha-1} < z < z_\alpha; \\ \frac{z_{\alpha+1} - z}{z_{\alpha+1} - z_\alpha}, & \text{if } z_\alpha < z < z_{\alpha+1}; \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases} \quad (3)$$

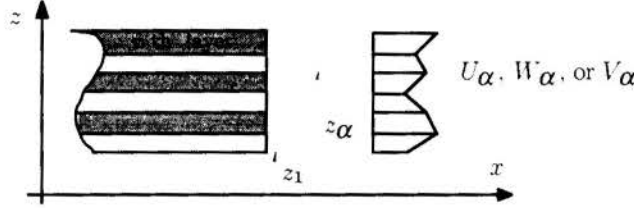


Figure 2. Displacement and electric potential through-thickness distributions.

In plane stress, the variational principle for laminate piezoelectric beam assumes the form (Allik & Hughes, 1970):

$$\begin{aligned} 0 = & \int_V (T_1 \delta S_1 + T_3 \delta S_3 + T_5 \delta S_5) dV + \int_V (\rho \ddot{u}_x \delta u_x + \rho \ddot{u}_z \delta u_z) dV \\ & - \int_V (D_x \delta E_x + D_z \delta E_z) dV + \int_V \rho_E \delta \phi dV \\ & - \int_S (f_x \delta u_x + f_z \delta u_z) dA + \int_S \sigma \delta \phi dA \end{aligned} \quad (4)$$

where f_x and f_z represent external loads per unit of area, and σ the surface charge distribution on the the beam's boundary. In equation (4) above, T_I and S_I are, respectively, the stress and strain components, while D_i is the electric displacement and E_i the electric field. Also, recall the relationships (Auld, 1973):

$$S_1 = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad S_3 = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad S_5 = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}, \quad E_x = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{and} \quad E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (5)$$

One point which is often neglected in other approximate formulations for laminate piezoelectric beams and plates, is the presence of a nonvanishing electric surface charge distribution along the interfacial electrodes. This distribution must be identical to the jump in the component D_z of the electric displacement at that interface. Here, we take this into account by defining a volumetric, electric charge density as follows

$$\rho_E(x, z, t) = \sum_{\alpha=2}^n \frac{1}{b} q_\alpha(x, t) \delta(z - z_\alpha) \quad (6)$$

where $q_\alpha(x, t)$ is the charge per unit of length at the interface between the layers labeled $\alpha - 1$ and α , while $\delta(z)$ is the Dirac delta distribution and b the beam's lateral dimension (see Figure 1). The density of electric charge on the lower and upper surfaces of the beam are denoted, respectively, by $\sigma_1 = q_1/b$ and $\sigma_{n+1} = q_{n+1}/b$.

Under the assumption of plane stress, the piezoelectric constitutive equations for each homogeneous layer are written in the form (Auld, 1973)

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_3 \\ D_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{c}_{11} & \hat{c}_{13} & -\hat{e}_{31} \\ \hat{c}_{13} & \hat{c}_{33} & -\hat{e}_{33} \\ \hat{e}_{31} & \hat{e}_{33} & \hat{\epsilon}_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_3 \\ E_z \end{Bmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{Bmatrix} T_5 \\ D_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{55} & -e_{15} \\ e_{15} & \epsilon_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_5 \\ E_x \end{Bmatrix} \quad (7)$$

where $\hat{c}_{ij} = c_{ij} - c_{i2}c_{2j}/c_{22}$, $\hat{e}_{3j} = e_{3j} - e_{32}c_{2j}/c_{22}$ and $\hat{\epsilon}_{33} = \epsilon_{33} - e_{32}^2/c_{22}$.

At this point, we assume that the time dependence of all fields is harmonic, that is, we let any of the fields, represented here by the generic function $g(x, t)$, be written in the form

$$g(x, t) = g(x)e^{-i\omega t} \quad (8)$$

Further, in order to proceed, we introduce the following notation:

$$N_I^\alpha = \int_{\mathcal{R}} T_I \xi^\alpha dA, \quad R_I^\alpha = \int_{\mathcal{R}} T_I (\xi^\alpha)' dA, \quad j^\alpha = \int_{\mathcal{R}} D_x \xi^\alpha dA, \quad (9a)$$

$$i^\alpha = \int_{\mathcal{R}} D_z (\xi^\alpha)' dA, \quad A^{\alpha\beta}(c) = \int_{\mathcal{R}} c \xi^\alpha \xi^\beta dA, \quad (9b)$$

$$B^{\alpha\beta}(c) = \int_{\mathcal{R}} c \xi^\alpha (\xi^\beta)' dA, \quad \text{and} \quad D^{\alpha\beta}(c) = \int_{\mathcal{R}} c (\xi^\alpha)' (\xi^\beta)' dA \quad (9c)$$

where $I = 1, 3, 5$, and \mathcal{R} is the beam's cross-section, while c represents any one of the elastic, piezoelectric or dielectric properties. The prime denotes differentiation with respect to the z coordinate. In equation (9), N_I^α and R_I^α are the generalized forces, while j^α and i^α are generalized electric charges.

From the variational principle in equation (4), and using the definitions in (9), we obtain the following set of equations:

$$\frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} N_1^\alpha \\ N_5^\alpha \\ j^\alpha \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} R_5^\alpha \\ R_3^\alpha \\ i^\alpha \end{Bmatrix} = -\omega^2 \begin{bmatrix} A^{\alpha\beta}(\rho) & 0 & 0 \\ 0 & A^{\alpha\beta}(\rho) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_\beta \\ W_\beta \\ V_\beta \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ p_\alpha \\ q_\alpha \end{Bmatrix} \quad (10)$$

where $p_\alpha = 0$ except for $\alpha = n + 1$, when we let $p_{n+1} = f$, with f representing the load per unit of length applied along the beam's span. Now, using the definitions in (9), the constitutive equations (7) may be rewritten in the form:

$$\begin{Bmatrix} N_1^\alpha \\ N_5^\alpha \\ j^\alpha \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{\alpha\beta}(\hat{c}_{11}) & 0 & 0 \\ 0 & A^{\alpha\beta}(c_{55}) & A^{\alpha\beta}(e_{15}) \\ 0 & A^{\alpha\beta}(e_{15}) & -A^{\alpha\beta}(\epsilon_{11}) \end{bmatrix} \frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} U_\beta \\ W_\beta \\ V_\beta \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & B^{\alpha\beta}(\hat{c}_{13}) & B^{\alpha\beta}(\hat{e}_{31}) \\ B^{\alpha\beta}(c_{55}) & 0 & 0 \\ B^{\alpha\beta}(e_{15}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_\beta \\ W_\beta \\ V_\beta \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} R_5^\alpha \\ R_3^\alpha \\ i^\alpha \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & B^{\beta\alpha}(c_{55}) & B^{\beta\alpha}(e_{15}) \\ B^{\beta\alpha}(\hat{c}_{13}) & 0 & 0 \\ B^{\beta\alpha}(\hat{e}_{31}) & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dx} \begin{Bmatrix} U_\beta \\ W_\beta \\ V_\beta \end{Bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} D^{\alpha\beta}(c_{55}) & 0 & 0 \\ 0 & D^{\alpha\beta}(\hat{c}_{33}) & D^{\alpha\beta}(\hat{e}_{33}) \\ 0 & D^{\alpha\beta}(\hat{e}_{33}) & -D^{\alpha\beta}(\hat{c}_{33}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_\beta \\ W_\beta \\ V_\beta \end{Bmatrix} \quad (12)
 \end{aligned}$$

Due to the presence of the perfectly conducting electrodes on the surfaces of the piezoelectric elements, the electric potential does not vary with x , that is:

$$\frac{dV_\alpha}{dx} = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots, n+1 \quad (13)$$

By applying this condition in (10–12), and after straightforward, but lengthy, manipulation, we obtain the following two sets of equations:

$$\frac{d\zeta}{dx} = \mathcal{M}\zeta + \mathcal{H}\mathbf{V} + \mathcal{Q}\mathbf{p} \quad \text{and} \quad \mathbf{q} = \mathcal{S}\zeta + \mathcal{P}\mathbf{V} + \mathcal{G}\mathbf{p} \quad (14)$$

with

$$\zeta^T = [\mathbf{U} \quad \mathbf{W} \quad N_1 \quad N_5] \quad (15)$$

where \mathbf{U} , \mathbf{W} , \mathbf{V} , N_1 , N_5 , \mathbf{p} , and \mathbf{q} are vectors of dimension $n+1$ grouping, respectively, the variables U_α , W_α , V_α , N_1^α , N_5^α , p_α , and q_α . Matrices \mathcal{M} , \mathcal{H} , \mathcal{Q} , \mathcal{S} , \mathcal{P} and \mathcal{G} , whose components have been omitted here due to the lack of space, are written in terms of the operators $A^{\alpha\beta}(c)$, $B^{\alpha\beta}(c)$, and $D^{\alpha\beta}(c)$, and may be found in (Gama, 1996).

The first of equations (14) describes the time-harmonic response of the piezoelectric beam to the imposed electric potential \mathbf{V} and/or a distributed loading f . The second, relates the electric charge on the electrode surfaces with the other field variables. When one of the layers is used as a sensor, we simulate its response by letting the electric potential be equal to zero on its surfaces, which is equivalent to a short-circuit, and, through the second of equations (14), evaluate the electric charges, or currents, generated on its electrodes.

3. WAVE DISPERSION ANALYSIS

Here, we are aiming at applications in the high-frequency range. In this case, one must make sure that the approximate theory employed in the model is capable of representing the high-frequency response of the structure. In fact, laminate theories can be ranked hierarchically according to their range of validity in the frequency domain. This rank, is closely related to the degree of the through-thickness interpolation of the displacement field, and, in the case of piezoelectric laminates, also of the electric potential. It has been shown, however, by de Lima & Braga (1996), that the use of higher degrees of interpolation does not necessarily lead to a more accurate high-frequency representation. Indeed, they have shown that, as long as the proper shear correction factor is

used, the First Order Shear Deformation Theory (FSDT), which employs Timoshenko kinematic hypothesis, may offer better approximations of the global structural dynamic response than more refined models based on cubic, through-thickness interpolation.

One effective way of assessing the high-frequency validity of the approximate theory employed here is via a wave dispersion analysis (de Lima & Braga, 1993, 1996). This approach consists in comparing the approximate dispersion spectrum with exact results. This spectrum is composed by curves relating the frequency with the wave-number of guided waves propagating freely in the structure. In the case of bounded structures, the resonant behavior is associated with guided waves, propagating with different wave-numbers at the same frequency — the natural frequency, — but interacting constructively and destructively so as to satisfy the imposed boundary conditions.

This comparative study is easily done within the framework of Reddy's Layerwise Theory, for, as shown in Reddy & Robbins (1994), the Classical Laminate (CLT) and First Order Shear Deformation (FSDT), as well as a number of other higher order theories, may be written as particular cases of RLT. At a given frequency, the wave-numbers of free guided waves, which may be either real, imaginary or complex, are associated with the eigenvalues of matrix \mathcal{M} in equation (14) (de Lima & Braga, 1993). The exact dispersion spectrum, may be found by using the algorithm proposed in (Braga *et al.*, 1992; de Lima & Braga, 1993, 1996).

Figure 3 shows results of a comparative wave dispersion study for a 11-ply PZT-ARALL-PZT composite. All layers are 1 mm thick. Properties for PZT, and ARALL, which is a composite made of alternating layers of Aramid-Epoxy and Aluminum, are listed in Table I. From the plots in Figure 1, we observe that, in this case, FSDT offers accurate results only up to 0.2 kHz. This result was obtained for a shear correction factor (SCF) equal to $\pi^2/12$. This result may be improved by evaluating the SCF according to the procedure suggested in (de Lima & Braga, 1996), which, in this case, yields a value close to 0.2. RLT, on the other hand, which does not need a SCF, was able to match all branches of the exact dispersion spectrum up to 50 kHz. This match is even better for the lower branch, which corresponds to mostly flexural waves. In this case, both the exact and RLT curves are identical up to a wave-number of 500 m^{-1} , which corresponds to a wavelength of 12.6 mm, roughly the same dimension of the beam thickness.

Table I. Elastic, piezoelectric and dielectric permittivity constants.

	$\frac{\rho}{\rho_0}$	$\frac{\hat{c}_{11}}{\mu}$	$\frac{\hat{c}_{13}}{\mu}$	$\frac{\hat{c}_{33}}{\mu}$	$\frac{c_{55}}{\mu}$	$\frac{\hat{e}_{31}}{\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\frac{\hat{e}_{33}}{\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\frac{e_{15}}{\sqrt{\mu\epsilon}}$	$\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon}$	$\frac{\hat{\epsilon}_{33}}{\epsilon}$
PZT	2.77	0.90	0.24	0.80	0.32	-0.61	6.45	6.35	153	77.9
Aramid-Epoxy	0.59	0.79	0.043	0.052	0.028	0	0	0	1.4	1.4
Aluminum	1	1	0.34	1	0.33	0	0	0	1	1

$\rho_0 = 2700 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 8.15 \times 10^{10} \text{ Pa}$, and $\epsilon = 0.29 \times 10^{-12} \text{ Farads/m}$.

In the second plot in Figure 3, we also show the frequencies predicted by both FSDT and RLT for the 5th bending mode of a 11-ply, PZT-ARALL-PZT, cantilever beam with a length of 300 mm and 11 mm thick. As expected from the wave-dispersion results,

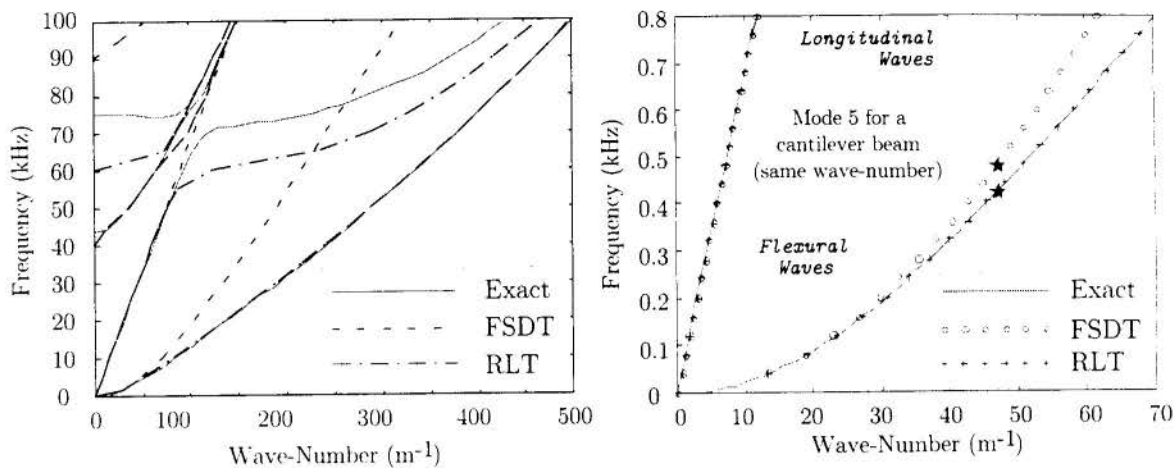


Figure 3. Dispersion spectrum for a 11-ply, PZT/ARALL/PZT composite.

the modal frequency estimate from FSDT is higher than the one evaluated by RLT. In this case, there is a 14% difference between the two values.

4. DYNAMIC RESPONSE OF THE ACTIVE BEAM ^a

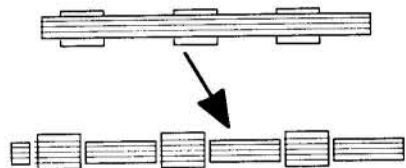


Figure 4. Heterogeneous Beam.

In this Section, we briefly describe the algorithm proposed to solve equations (14) when the beam is heterogeneous also in the span direction (see Figure 4). In this case, the state matrices vary in a piece-wise constant fashion in the x direction. Not only that, but also the number of state variables changes with the number of layers in the laminate. This last problem is easily solved

by applying the proper conditions on the interfaces between the pieces (see Gama, 1996). The major difficulty arises due to the exponential dichotomy presented by the solutions of the homogeneous version of the differential equation in (14). Indeed, it may be shown that the eigenvalues of matrix \mathbf{M} appear in pairs with opposite signs. This dichotomy, poses difficulties in the high-frequency range, causing the set of differential equations in (14) to become stiff. Here, this is dealt by employing a discrete Riccati transformation, and following the approach proposed by Braga *et al.* (1992), by constructing a recursive algorithm that is stable for a wide range of frequencies (Gama, 1996).

This recursive algorithm, is based on the concept of *impedance tensor*. At each interface between the pieces of laminate beams (see Figure 4), this tensor relates the generalized forces with the generalized particle velocities. An projection operator is employed to match the boundary conditions when the pieces have different thickness and number of layers. Details of the algorithm may be found in Gama (1996), or in an unpublished manuscript by the authors (Braga & Gama, 1997).

We now present results of the frequency response for a 9-ply ARALL beam excited by two piezoelectric patches. The beam modeled is shown in Figure 4. The frequency response for the first eight modes is displayed in Figure 5. Again, we compare predictions

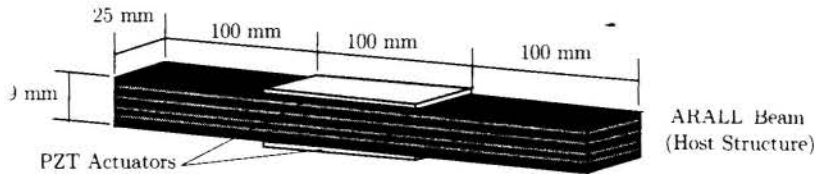


Figure 4. The 9-ply, cantilever, PZT/ARALL/PZT beam.

of both FSDT (with the shear correction factor set to $\pi^2/12$) and RLT. As anticipated, FSDT, tends to overestimate the natural frequencies.

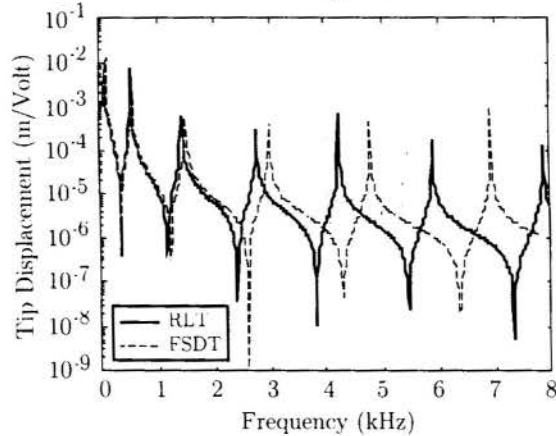


Figure 4. Frequency response for the 9-ply, cantilever, PZT/ARALL/PZT beam.

5. REFERENCES

- ALLIK, H., & HUGHES, T. J. R., "Finite Element Method for Piezoelectric Vibration," *Int. J. for Num. Meth. in Engrng.*, vol. 2, pp. 151-157, 1970.
- AULD, B., *Acoustic Fields and Waves in Solids*, John Wiley & Sons, New York, 1974.
- BANKS, H. T., SMITH, R. C., & WANG, Y., *Smart Material Structures: Modeling, Estimation and Control*, John Wiley & Sons, Chichester, 1996.
- BAILEY, T., & HUBBARD, J. E., "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilever Beam," *J. Guidance & Control*, vol. 8(5), pp. 605-611, 1985.
- BRAGA, A. M. B., HONEIN, B., BARBONE, P. E., & HERRMANN, G., "Active Suppression of Sound Reflected from a Piezoelectric Plate," *J. of Intell. Mater. Syst. and Struct.*, vol. 3, pp. 209-223, 1992.
- BRAGA, A. M. B., & GAMA, A. L., "Dynamic Response of Composite Beams Excited by Piezoelectric Actuators," *to appear*, 1997.
- GAMA, A. L., "Modelagem da Resposta Dinâmica de Vigas Excitadas por Atuadores Piezoelétricos," *Relatório Interno*, DEM, PUC-Rio, 1996.
- DE LIMA, W. J. N., & BRAGA, A. M. B., "Dispersive Waves in Composites, A Comparison Between Various Laminate Plate Theories," *Composite Structures*, vol. 25, pp. 449-457, 1993.
- DE LIMA, W. J. N., & BRAGA, A. M. B., "Approximate Theories for Vibration of Laminate Plates," *RBCM — J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences*, vol. 18, pp. 198-206, 1996.
- REDDY, J. N., & ROBBINS, D. H., "Theories and Computational Models for Composite Laminates," *Appl. Mech. Rev.*, vol. 47(6), part 1, pp. 147-169, 1994.



PAPER CODE: COB1411

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE PARA DETERMINAÇÃO DE PONTOS DE MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES OTIMIZADOS / SENSIBILITY ANALYSIS TO IDENTIFY THE OPTIMAL POINTS OF VIBRATION MEASUREMENTS

LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO

*Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia - UNESP - Ilha Solteira
Av. Brasil Centro, 56 - CEP 15.385-000 - Ilha Solteira - SP - Brasil
E-mail: depaula@feis.unesp.br*

Abstract

The sensibility analysis can be used to simulate and predict the vibratory behaviour of the systems. A particular interest is to obtain relationships among the parameters and the behaviour of the systems. Therefore, this work presents a sensibility analysis of response of the system with respect to the variations of its dynamical parameters, in order to identify the better points of vibration measurements. This technique is very important in monitoring, control and fault detection since it permits to obtain a great quantity of information of the state of the machine with a reduced number of sensors. The analysis was carried out by using a mathematical model developed with the finite elements method. An example of application of this technique in a Francis turbine of vertical shaft is presented.

Keywords

Modelagem, sensibilidade, vibrações, monitoramento / Modelling, sensibility, vibration, monitoring.

1. INTRODUÇÃO

Os modelos matemáticos podem ser usados para simular e fazer predição do comportamento vibratório das máquinas. Um interesse particular é obter relações entre os valores dos parâmetros do sistema e seu comportamento. Os parâmetros ditam um comportamento, e eles podem variar rapidamente com o tempo de funcionamento da máquina. Neste contexto, a análise de sensibilidade apresenta grande interesse para predizer a tendência deste comportamento com as variações dos parâmetros.

Os parâmetros podem variar devido a um conjunto de fatores. Dentre eles, uma falha ou um desgaste excessivo de um mancal pode produzir uma variação de rigidez e amortecimento. Um desbalanceamento importante de um rotor representa uma força adicional sobre a máquina não prevista no projeto. Nas máquinas hidráulicas, as operações em cargas parciais introduzem variações na amplitude e na frequência das forças de origem hidráulica.

Em manutenção preditiva e controle contínuo do estado das máquinas, a análise de sensibilidade pode ser utilizada para determinar os pontos de medição de vibrações que são mais sensíveis às variações dos parâmetros dinâmicos. Com isso, se pode obter uma quantidade maior de informações do estado da máquina com um número reduzido de sensores.

Este trabalho apresenta uma análise de sensibilidade de uma turbina Francis de eixo vertical realizada a partir de um modelo matemático desenvolvido através do método de elementos finitos. Analisou-se a sensibilidade da resposta em frequência em função das principais forças excitadoras que surgem no gerador, na turbina e nos mancais da máquina durante o seu funcionamento. Além disso, analisou-se a sensibilidade da resposta devida à variação de rigidez dos mancais. Tudo isso permitiu uma discussão sobre os pontos de medição de vibrações mais interessantes.

2. SENSIBILIDADE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Considere um sistema vibratório não conservativo (amortecido) com n graus de liberdade excitado hamicamente, cuja equação de movimento seja:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = f(t) = f(\omega)e^{i\omega t} \quad (1)$$

A relação entre a resposta $y(\omega)$ e a excitação $f(\omega)$ do movimento harmônico é:

$$\{y(\omega)\} = [G(\omega)]^{-1} \{f(\omega)\} \quad (2)$$

onde,

$$[G(\omega)] = [K] - \omega^2 [M] + i\omega [C] \quad (3)$$

sendo ω a frequência de excitação e $i = \sqrt{-1}$.

As equações (2) e (3) mostram que a resposta do sistema é um vetor função das matrizes de massa, de amortecimento, de rigidez e do vetor força. Assim, pode-se escrever o primeiro termo da série de Taylor da seguinte forma:

$$y(m, c, k, f) = \bar{y} + \partial_m \bar{y} \Delta m + \partial_c \bar{y} \Delta c + \partial_k \bar{y} \Delta k + \partial_f \bar{y} \Delta f \quad (4)$$

onde as derivadas parciais com relação aos parâmetros m , c , k e f são vetores sensibilidade da resposta em frequência, e o símbolo "-" indica a resposta com valores iniciais dos parâmetros. Derivando a equação (2) em função do parâmetro massa, obtém-se:

$$\begin{aligned} \partial_m \{y(\omega)\} &= \partial_m ([G(\omega)]^{-1} \{f(\omega)\}) = [G(\omega)]^{-1} \partial_m [G(\omega)] \{y(\omega)\} + \\ &+ [G(\omega)]^{-1} \partial_m \{f(\omega)\} \end{aligned} \quad (5)$$

Sabendo-se que:

$$\partial_m [G(\omega)] = \partial_m ([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C]) = -\omega^2 \partial_m [M] = -\omega^2 [J_m]$$

$\partial_m \{f(\omega)\} = 0$ a equação (5), com derivada em função de um termo qualquer, por exemplo, m_{12} da matriz de massa $[M]$, resulta:

$$\partial_{m_{12}} \{y(\omega)\} = \omega^2 [G(\omega)]^{-1} [J_{m_{12}}] \{y(\omega)\} \quad (6)$$

onde,

$$[J_{m_{12}}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo $[G(\omega)]^{-1} = [H(\omega)]$ e desenvolvendo a equação (6), obtém-se,

$$\partial_{m_{12}} \{y(\omega)\} = -\omega^2 \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & \dots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & \dots & H_{2n} \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ H_{n1} & H_{n2} & \dots & \dots & H_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{Bmatrix}$$

portanto,

$$\partial_{m_{12}} \{y(\omega)\} = -\omega^2 \begin{Bmatrix} H_{11} y_2 \\ H_{21} y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{n1} y_2 \end{Bmatrix}$$

Para um termo genérico m_{ij} , a equação acima torna-se,

$$\partial_{m_{ij}} \{y(\omega)\} = -\omega^2 \begin{Bmatrix} H_{1i} y_j \\ H_{2i} y_j \\ \cdot \\ \cdot \\ H_{ni} y_j \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Portanto, a sensibilidade da resposta em frequência do sistema devido a uma variação de massa a uma coordenada nodal k pode ser calculada pela equação:

$$\partial y_{mij}^k = -\omega^2 H_{ki} y_j \quad (8)$$

De maneira análoga, pode-se também desenvolver as equações de sensibilidade em função de outros parâmetros, que resultam,

$$\hat{\partial}y_{cij}^k = i\omega H_{ki} y_j \quad (9)$$

$$\hat{\partial}y_{kij}^k = H_{ki} y_j \quad (10)$$

$$\hat{\partial}y_{fi}^k = H_{ki} \quad (11)$$

que são as sensibilidades da resposta devido a uma variação de amortecimento, de rigidez e da força de excitação, respectivamente. Nota-se que a sensibilidade devido a variação de forças aplicadas no sistema, equação (11), independe do deslocamento nodal.

3. ANÁLISE DOS PONTOS DE MEDIÇÃO DE UM GRUPO HIDROELÉTRICO

A seguir apresenta-se uma análise de sensibilidade de um grupo hidroelétrico que opera com uma turbina tipo Francis de 60 MW de potência nominal e rotação de 136,5 rpm. Para proceder a esta análise, desenvolveu-se um modelo matemático através do método de elementos finitos (MEF), cujos elementos discretizados estão representados na figura 1. As rigidez dos mancais e de seus suportes foram obtidos através de ensaios experimentais realizados sobre a máquina, e os demais parâmetros utilizados na discretização foram obtidos a partir de dados do projeto e de estudos realizados anteriormente. Com este modelo, determinou-se as matrizes [M], [C] e [K] da equação (1).

A figura 2 mostra a análise de sensibilidade da resposta ao longo do comprimento do eixo da máquina em função das principais forças dinâmicas que aparecem na turbina durante o seu funcionamento. Está indicada a sensibilidade das forças que atuam à frequência de rotação ou fundamental (f_r) e suas harmônicas superiores, bem como à frequência de passagem das pás da turbina (f_b) e sua harmônica superior. A frequência de passagem das pás corresponde à frequência fundamental multiplicada pelo número de pás da turbina. Ressalta-se sobretudo, as posições onde estão fixados os mancais da máquina, que são pontos preferenciais de medição.

A figura 3 apresenta a sensibilidade em função das forças principais que surgem no gerador do grupo hidroelétrico. As forças no gerador ocorrem devido a folgas irregulares na interface entre o rotor e o estator, produzindo excitações na frequência fundamental e harmônicas. Além disso, podem ocorrer as forças de campo magnético ou de passagem de pólos, com frequências de duas vezes a frequência da corrente elétrica da rede e harmônicas.

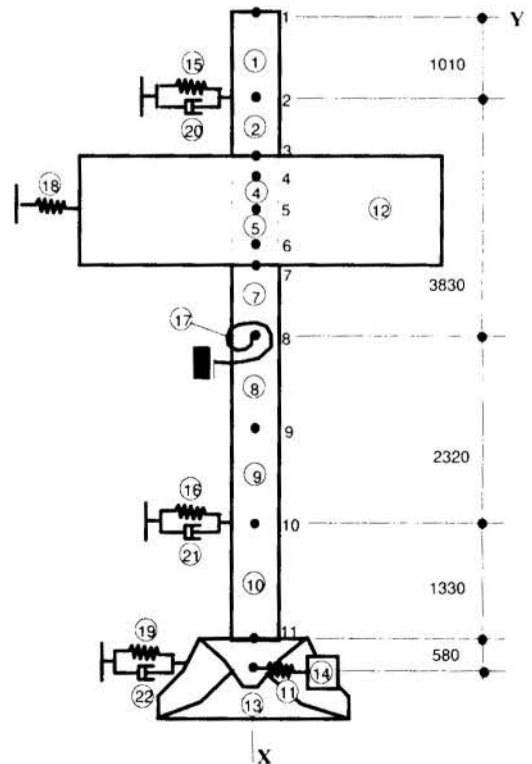


Figura 1- Grupo Hidroelétrico Discretizado em Elementos Finitos.

Os resultados apresentados nas figuras 2 e 3 indicam que, em geral, a sensibilidade é maior para as frequências excitadoras mais baixas. Além disso, a sensibilidade no mancal superior é muito menor que a sensibilidade no mancal da turbina e no mancal de escora, tanto para as excitações produzidas na turbina como as produzidas no gerador. Portanto, conclui-se que neste grupo é muito mais interessante medir vibrações no mancal da turbina que no mancal superior. Por outro lado, a sensibilidade no mancal de escora axial é também muito elevada, de maneira que é um ponto importante para detectar vibrações radiais com um captador de não-contato.

As forças excitadoras que têm origem nos mancais ("oil whirl", atrito sêco, etc) geralmente são de baixas frequências. As figuras 4 e 5 mostram análises de sensibilidade em função de forças excitadoras (até 100 Hz) geradas nos mancais superior e da turbina, respectivamente. Também neste caso, observa-se que o mancal superior é menos sensível para detectar os problemas de vibrações originados em todos os mancais. Um resultado semelhante foi obtido com relação à sensibilidade da resposta em função da variação de rigidez dos mancais (superior e turbina), conforme mostram as figuras 6 e 7. Nota-se que neste caso, a sensibilidade, equação (10), também depende da resposta devida às forças aplicadas no sistema.

De toda esta análise, conclui-se que o mancal da turbina é o ponto mais interessante para detectar problemas vibratórios nesta máquina. Por outro lado, o mancal superior é o pior ponto. O mancal de escora axial é também um ponto importante quando dispõe-se de captadores de não-contato, para medição de vibração relativa.

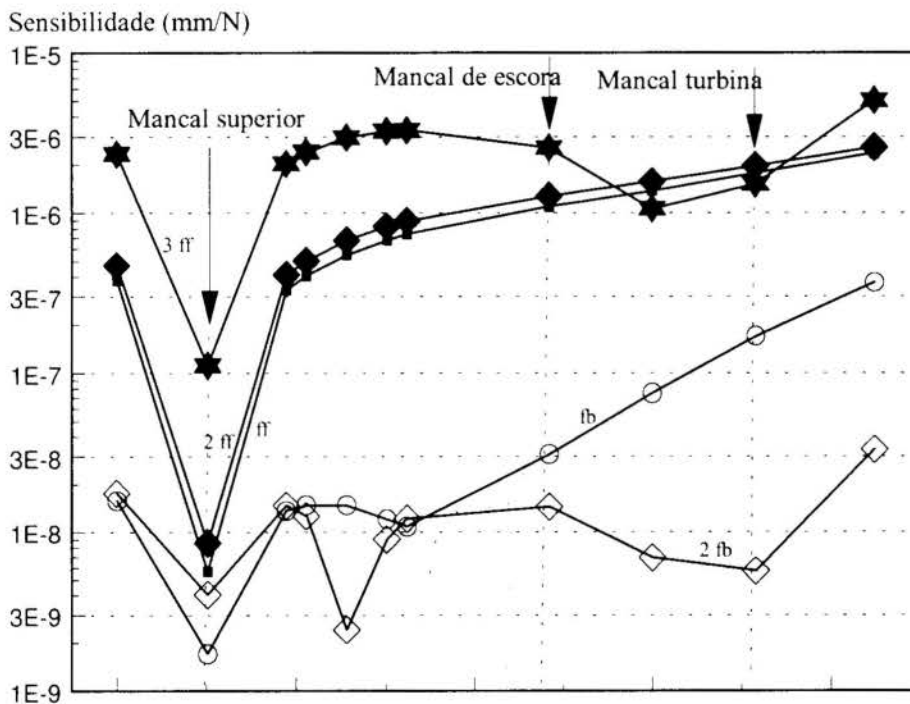


Figura 2- Sensibilidade ao longo do eixo devido às forças na turbina.

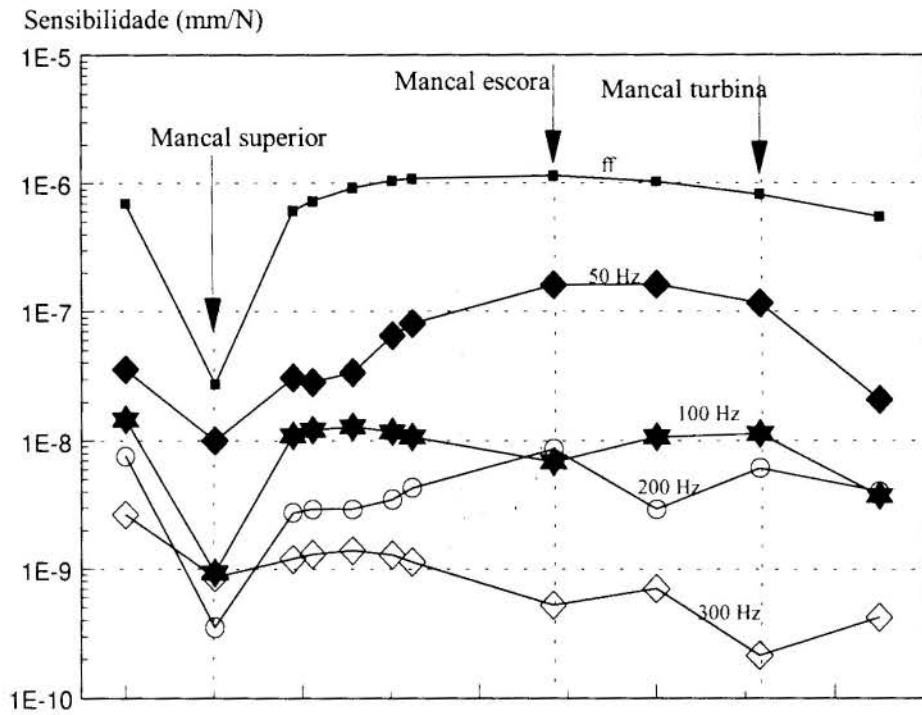


Figura 3 - Sensibilidade ao longo do eixo devido às forças no gerador.

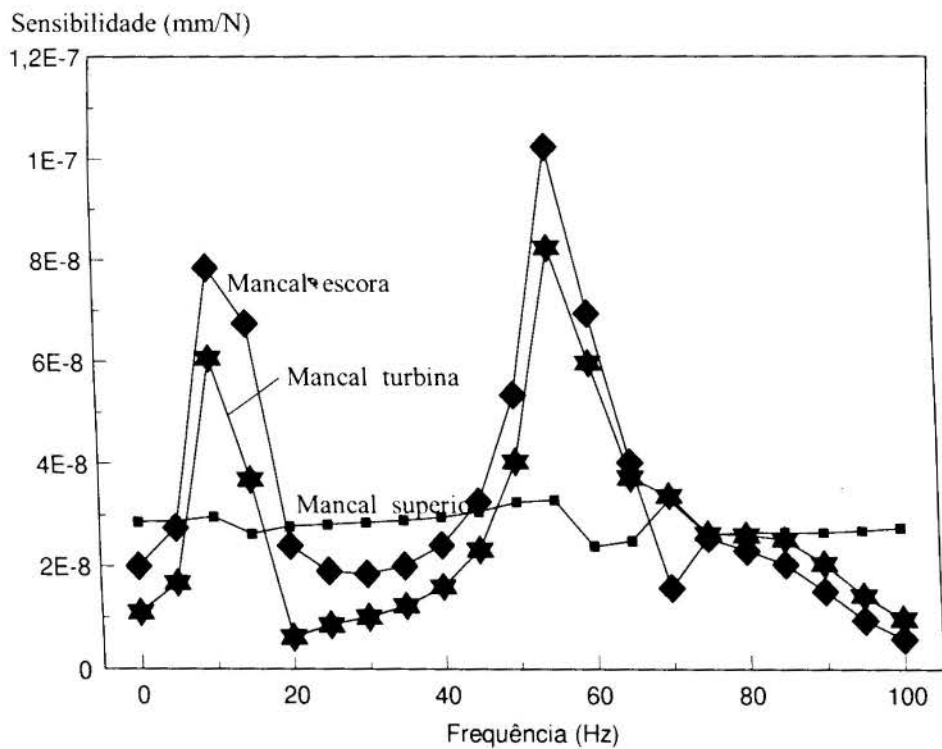


Figura 4 - Sensibilidade nos mancais devido às forças no mancal superior.

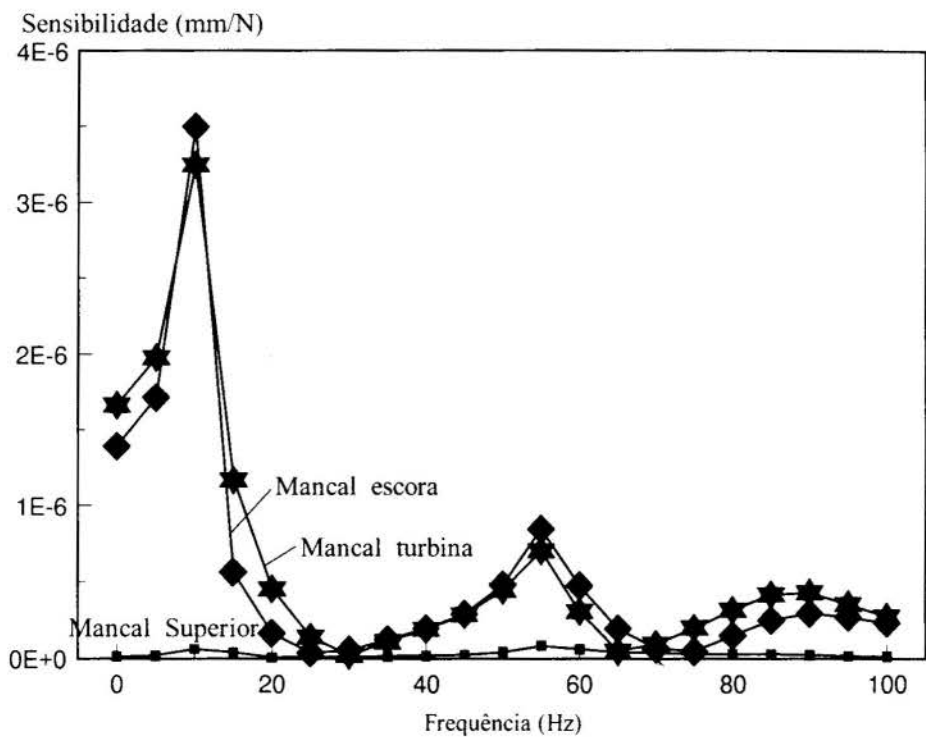


Figura 5 - Sensibilidade nos mancais devido às forças no mancal de turbina.

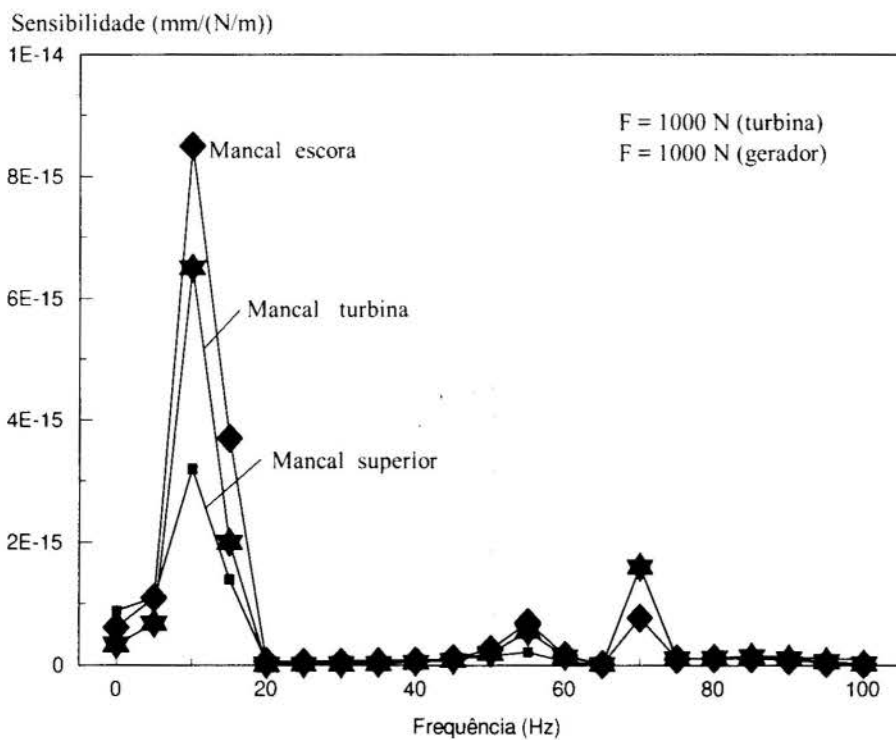
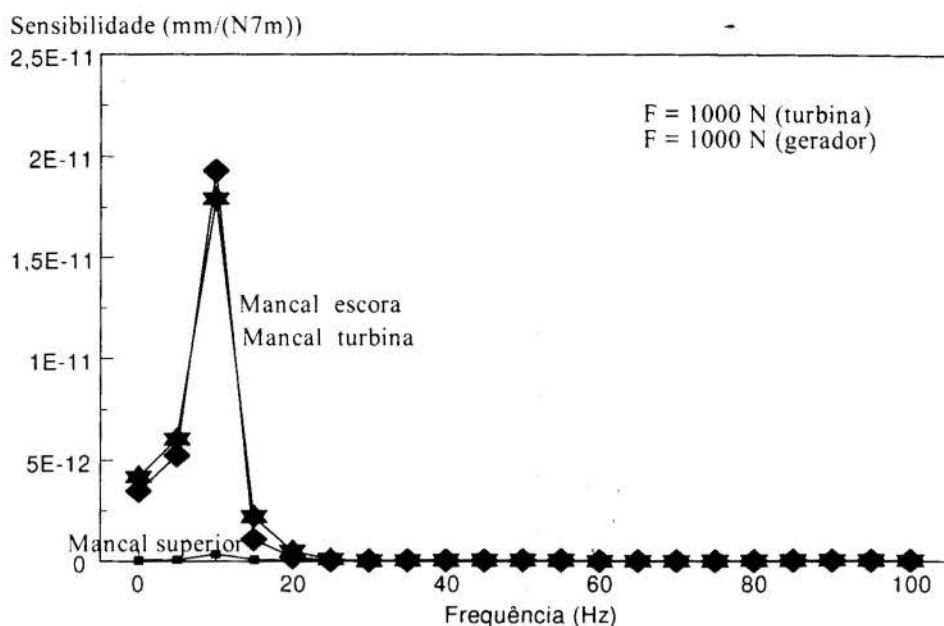


Figura 6 - Sensibilidade devido à variação de rigidez do mancal superior.



4. CONCLUSÕES

Para a monitorização do estado das máquinas é muito importante conhecer os pontos de medição mais interessantes para a fixação dos sensores, ou seja, os pontos que são mais sensíveis, no mínimo, à maioria das excitações. O interesse é determinar o estado vibratório com um número mínimo de sensores. Com isso, se economiza trabalho e tempo para realizar as medições e a análise das vibrações. Também existe o interesse de se determinar o melhor ponto para a fixação permanente de um sensor para monitorização contínua com instalação de um sistema de alarme.

A análise de sensibilidade resultou muito interessante para determinar estes pontos. No caso de máquinas hidroelétricas, já se observou que a sensibilidade varia bastante para cada projeto. Uma máquina com três mancais de guia, por exemplo, a sensibilidade do mancal superior é relativamente elevada com respeito à sensibilidade dos outros mancais.

5. REFERÊNCIAS

EGUSQUIZA, E. & NASCIMENTO L. P., Fault Detection in Hydropower Plants, *XIII IMEKO International Congress*, Vol. 2, pp. 1231-1236, Torino, Italy, 1994.

NASCIMENTO L. P. & EGUSQUIZA, E., Monitoramento e Análise de Vibrações em Grupos Hidráulicos, *I Simpósio Brasileiro de Metrologia em Acústica e Vibrações*, pp. 9-12, Petrópolis, Brasil, 1996.

NASCIMENTO, L. P. & EGUSQUIZA E., Application of Rotor Response Analysis to Fault Detection in Hydro Powerplants, *IAHR International Symposium*, Valencia Spain, pp. 1163-1171, 1996.

ZIMMICH, Z., Sensitivity Analysis of Vibrating Systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 115(3), pp. 447-458, 1987.



PAPER CODE: COB143

METODOLOGÍA PARA LA PREVENCIÓN DE PROBLEMAS DINÁMICOS EN OPERACIONES DE MECANIZADO.

JOSÉ ANTONIO SÁNCHEZ GALÍNDEZ, M^a HELENA FERNANDES, JOSÉ IGNACIO LLORENTE, LUIS N. LÓPEZ DE LACALLE & JOSEBA PÉREZ BILBATUA.

Departamento de Ingeniería Mecánica, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales C/ Alameda de Urquijo s/n, 48013 Bilbao, España – email: impsagaj@bi.ehu.es

Abstract

The basis of a methodology for the prediction of chatter vibrations in metal cutting operations are presented in this paper. The methodology uses time-domain simulation of the cutting process. A model for the prediction of cutting forces has been developed. In order to do this, the main existing cutting force models are reviewed, selecting a mechanics of oblique cutting approach for implementing the methodology. The most relevant features of dynamic characterization of machine-tools are then commented on. After this, the existing methods for cutting process dynamic simulation are studied, leading to the conclusion that time-domain simulation is the best approach if effects such as non-linearities of the process are to be taken into account. An extension of the existing models, that allows the three-dimensional dynamics of the process to be taken into account is proposed. Finally, the results obtained during the first stage of the implementation of the methodology are shown.

Keywords

Mecanizado, Fresado, Chatter, Vibración, Simulación

1. SIMULACIÓN DEL PROCESO DE CORTE.

Durante los últimos cien años, numerosos investigadores han resaltado la necesidad de disponer de estrategias validas para la evaluación de la eficiencia de los procesos de mecanizado. Entre los muchos problemas que aparecen se encuentra el de definir los parámetros válidos para establecer dicha eficiencia. Así, independientemente del resultado final buscado: diseño de máquinas y herramientas, optimización del proceso de corte, etc., los estudios realizados sitúan a las fuerzas, pares y potencias puestas en juego en el corte como variables de importancia fundamental. Es por ello que son innumerables las referencias que se pueden encontrar dedicadas a establecer métodos de predicción de los valores medios e instantáneos de los esfuerzos de corte, mostrando la variedad de aproximaciones posibles.

De forma general, desde los primeros estudios (Stanton y Hyde, 1920) se ha relacionado a la componente del esfuerzo en dirección de la velocidad de corte con la sección de viruta arrancada, o dicho de otra forma, con el espesor y con la anchura de corte. Aun cuando este planteamiento ha dado excelentes resultados, especialmente en el caso de operaciones en las que la sección de la viruta se mantiene constante (por ejemplo, en operaciones de torno), así como cuando se desea calcular valores medios de los esfuerzos, su aplicación encuentra importantes limitaciones en otras operaciones practicas (como por ejemplo, operaciones de

fresado) así como cuando se pretenden determinar valores instantáneos de los esfuerzos. Como ejemplo, en una operación de fresado el espesor de corte y las direcciones de las componentes del esfuerzo son variables durante la rotación de la fresa. A todo ello hay que añadir la enorme variedad de geometrías de fresas existentes.

Frente a estos problemas las soluciones propuestas se pueden englobar en dos grandes grupos: aproximaciones basadas en un planteamiento puramente empírico; y aproximaciones basadas en teorías de mecánica del corte. En ambos casos es preciso conocer el espesor de corte instantáneo como entrada al modelo, lo cual no siempre es sencillo.

1.1 Planteamiento empírico.

Este grupo de estrategias ha gozado tradicionalmente de gran popularidad gracias a su sencilla aplicación. En esta aproximación el objetivo es determinar los esfuerzos de corte y la potencia consumida en cada operación particular. Así, aunque se han propuesto diferentes variantes, el esquema general corresponde a la expresión:

$$F_p = \varphi(a_c, b, k_s) \quad (1)$$

donde F_p es la componente del esfuerzo en dirección de la velocidad de corte; a_c es el espesor instantáneo de viruta; b es la anchura de corte; y k_s es la energía específica de corte del material de pieza. Para las otras dos componentes ortogonales del esfuerzo se utilizan expresiones del tipo:

$$F_q = C_1 \cdot F_p \quad (2)$$

$$F_r = C_2 \cdot F_p \quad (3)$$

siendo F_q la componente del esfuerzo en dirección normal a la superficie mecanizada; F_r la componente en dirección normal a F_p y a F_q ; y C_1 y C_2 constantes a determinar experimentalmente.

De esta forma, para una cierta operación se procede a la realización de ensayos de corte (normalmente fijando algunas de las variables implicadas en la geometría de la operación), en los cuales se miden (con un dinamómetro adecuado) las componentes del esfuerzo de corte. Los resultados se someten a un análisis de regresión hasta establecer la naturaleza de la expresión (1) y fijar los valores de las constantes implicadas en las otras dos ecuaciones.

Ante este planteamiento, que proporciona resultados muy satisfactorios dentro de un rango limitado de acción, se pueden hacer los siguientes comentarios:

- ① Los valores de la energía específica de corte de que se dispone para diferentes materiales son limitados. Por otra parte, estos valores sólo son válidos dentro de un cierto rango de operación. Debe tenerse en cuenta que para valores muy pequeños del espesor de corte se produce un aumento exponencial de la energía específica, fenómeno que se conoce como "efecto tamaño". Este efecto es especialmente significativo en el caso de la trayectoria de los dientes de una fresa, en la que el espesor de corte sufre variaciones entre cero y un valor máximo.
- ② Experimentalmente, diversos autores (Armarego y Brown, 1969; Shaw et al, 1961) han demostrado que para valores nulos del espesor de corte se obtienen medidas de esfuerzos no nulas, lo cual no se ha tenido tradicionalmente en cuenta en estos modelos

- ③ Las expresiones (1), (2) y (3) obtenidas por ajuste no tienen carácter general, no siendo posible su extrapolación a otras operaciones de mecanizado o incluso, para la misma operación con diferente geometría de corte.

1.2 Modelos basados en la Mecánica del Corte Oblicuo.

Esta aproximación trata de relacionar de forma matemática una operación cualquiera de mecanizado (torneado, fresado, taladrado, etc.) con los fenómenos de carácter mecánico que tienen lugar en el corte. De modo general, se pueden considerar dos tipos de operaciones: aquellas en las que el vector velocidad de corte se mantiene perpendicular al filo principal (corte ortogonal) y aquellas en las que el ángulo formado es distinto a 90° (corte oblicuo).

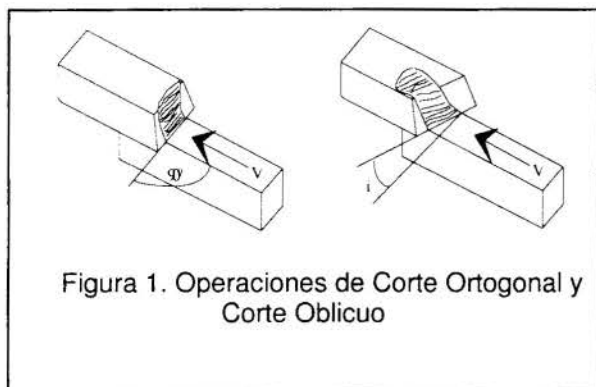


Figura 1. Operaciones de Corte Ortogonal y Corte Oblicuo

Aunque la mayoría de las operaciones comerciales (cilindrado en torno, fresado frontal, taladrado, etc.) corresponden a casos de corte oblicuo, la mecánica del corte ortogonal ha servido tradicionalmente como una primera aproximación al problema (Merchant 1945). Sin embargo, en los últimos años se han presentado gran número de trabajos en los que se muestra la aplicabilidad general de la teoría del corte oblicuo a las diferentes operaciones prácticas de mecanizado. En su trabajo, Arnarego y Brown (1969) sientan las bases de la teoría del corte

oblicuo, suponiendo que el cizallamiento se produce según un plano ("thin shear zone model"). Las Figuras 2 y 3 ilustran el modelo de formación de la viruta en una operación de corte oblicuo.

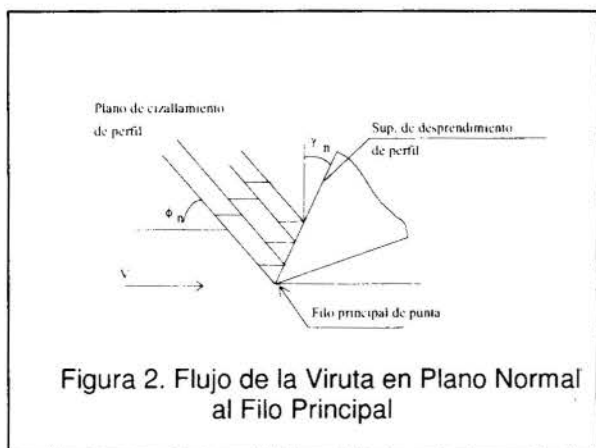


Figura 2. Flujo de la Viruta en Plano Normal al Filo Principal

En la Figura 2 puede apreciarse el ángulo de cizallamiento normal, ϕ_n que define el corte en un plano perpendicular al filo principal. La Figura 3 muestra la geometría tridimensional de una operación de corte oblicuo.

En dicha figura se pueden apreciar los principales ángulos que definen la geometría del corte: γ_n ángulo de desprendimiento normal de la herramienta; γ_r ángulo de desprendimiento radial de la herramienta; i , ángulo de inclinación del filo con respecto a la velocidad de corte; η_c , ángulo de flujo de la viruta sobre la superficie de desprendimiento

de la herramienta.

A diferencia de lo que ocurre en el corte ortogonal, la resultante R del esfuerzo de corte sobre la superficie de desprendimiento de la herramienta no tiene por qué encontrarse sobre un plano perpendicular a la superficie mecanizada, como tampoco existe razón alguna para que dicha resultante se encuentre en el plano formado por los vectores velocidad de corte y velocidad de viruta. Es por ello necesario considerar que existen tres componentes independientes y ortogonales del esfuerzo de corte: F_p , en dirección de la velocidad de corte; F_q , en dirección normal a la superficie mecanizada; F_r , normal a las otras dos componentes del esfuerzo.

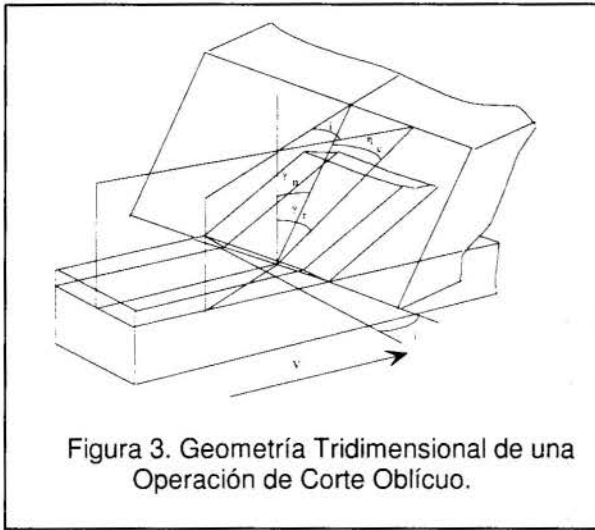


Figura 3. Geometría Tridimensional de una Operación de Corte Oblicuo.

Con-objeto de derivar expresiones adecuadas para estas tres componentes en función de las propiedades mecánicas del material y de la geometría de la operación, es necesario hacer una serie de hipótesis:

- ① La herramienta es afilada, con lo que se suponen nulas las fuerzas debidas a rozamiento y efecto tamaño.
- ② La distribución de tensiones sobre el plano de cizallamiento es uniforme.
- ③ Como ocurre en el corte ortogonal, los procesos de fricción y cizallamiento ocurren de forma cercana y simultánea. Para que se cumpla el equilibrio estático de fuerzas es preciso que la resultante del esfuerzo de corte sobre el plano de cizallamiento y la resultante sobre la superficie de desprendimiento sean iguales.
- ④ Los vectores fuerza de fricción y velocidad de flujo de viruta sobre la superficie de desprendimiento de la herramienta son colineales.

A partir de este planteamiento y teniendo en cuenta la geometría de la operación, es posible obtener los valores instantáneos de los esfuerzos de corte en las tres direcciones, siempre y cuando se conozcan las características del material a cortar, representadas por el ángulo de cizallamiento normal ϕ_n , el ángulo de fricción normal β_n , la tensión de cizallamiento τ , y la dirección de flujo de la viruta, dada por el ángulo η_c . Las expresiones resultantes son:

$$F_p = \frac{\tau \cdot b \cdot a_c}{\text{sen } \phi_n} \cdot \left[\frac{\cos(\beta_n - \gamma_n) + \text{tg } i \cdot \text{tg } \eta_c \cdot \text{sen } \beta_n}{\sqrt{\cos(\phi_n + \beta_n - \gamma_n) + \text{tg}^2 \eta_c \cdot \text{sen}^2 \beta_n}} \right] \quad (4)$$

$$F_y = \frac{\tau \cdot b \cdot a_c}{\text{sen } \phi_n \cdot \text{cos } i} \cdot \left[\frac{\text{sen}(\beta_n - \gamma_n)}{\sqrt{\cos(\phi_n + \beta_n - \gamma_n) + \text{tg}^2 \eta_c \cdot \text{sen}^2 \beta_n}} \right] \quad (5)$$

$$F_r = \frac{\tau \cdot b \cdot a_c}{\text{sen } \phi_n} \cdot \left[\frac{\cos(\beta_n - \gamma_n) \cdot \text{tg } i - \text{tg } \eta_c \cdot \text{sen } \beta_n}{\sqrt{\cos(\phi_n + \beta_n - \gamma_n) + \text{tg}^2 \eta_c \cdot \text{sen}^2 \beta_n}} \right] \quad (6)$$

El modelo expuesto resulta así de sencilla aplicación. Para ello, es preciso comprender perfectamente la geometría de la operación considerada, y asimilarla a la geometría de las Figuras 2 y 3. La dificultad de aplicación se encuentra a la hora de conocer las variables que definen la maquinabilidad del material de la pieza. Debido a la naturaleza propia del proceso de corte, los valores de la tensión de cizalladura y del coeficiente de fricción resultan ser diferentes de los valores tradicionalmente conocidos por lo que, al igual que ϕ_n y η_c , deben ser calculados a través de exhaustivos ensayos de corte ortogonal (Usui e Hirota, 1978). Por otra parte, los esfuerzos debidos al filo secundario pueden ser tenidos en cuenta (Armarego y

Whitfield, 1985) mediante la suma a cada una de las expresiones anteriores (6), (7) y (8) de un término proporcional a la anchura de corte.

Un estudio detallado de los dos tipos de modelos indica que los métodos basados en la mecánica del corte oblicuo proporcionan una base más adecuada para la metodología de prevención de problemas dinámicos según los siguientes criterios:

- ① Permiten tener en cuenta un mayor número de variables de operación, en especial variables de carácter geométrico, lo cual resulta muy adecuado para el tratamiento de las variaciones geométricas en el proceso debidas a efectos dinámicos.
- ② Aunque no resulta sencillo encontrar en la bibliografía valores para las características de los materiales de pieza, los ensayos para determinarlos se encuentran muy bien definidos, por lo que es posible generar una base de datos de estos valores para diferentes materiales.
- ③ Una vez caracterizado un material por medio de su tensión de cizalladura, su ángulo de fricción, su ángulo de cizallamiento y la dirección de flujo de la viruta, estos valores pueden ser usados como entradas al modelo con completa generalidad y para cualquier operación de mecanizado.

2. CARACTERIZACIÓN DINÁMICA DE MÁQUINAS-HERRAMIENTA.

En la actualidad, las técnicas más utilizadas para el estudio del comportamiento dinámico de las estructuras son el método de los elementos finitos y el análisis modal experimental. En el método de los elementos finitos se parte de un modelo espacial (masa, rigidez y amortiguamiento) para obtener el modelo modal formado por los modos y las frecuencias naturales y a partir de este la obtención del modelo de respuesta. Entre las limitaciones de este método está la necesidad del conocimiento previo de valores del amortiguamiento y de las propiedades del material cuya incertidumbre puede afectar a la fiabilidad del modelo.

Las técnicas de análisis modal experimental permiten conocer el modelo modal y el espacial a partir del modelo de respuesta. En realidad, la única información que se puede obtener acerca de los valores de amortiguamiento de una estructura se extrae por vía experimental.

Para la modelización del comportamiento dinámico de una máquina-herramienta la técnica más adecuada es el análisis modal experimental. Esta técnica permite el conocimiento de los modos de vibración de interés y el amortiguamiento modal asociado a cada uno de ellos. Además, es posible obtener modelos modales reducidos cuyo tamaño depende del número de grados de libertad de interés.

La metodología seguida para la obtención de estos modelos se puede desglosar en cuatro pasos:

- ① Preparación del ensayo: en esta etapa se seleccionan los puntos en los que se medirá la respuesta. Como criterio general, se debe hacer especial hincapié en aquellos componentes que intervienen más directamente en el proceso de corte estudiado, como son la herramienta, el cabezal, la columna, etc., ya que pueden existir modos locales que afecten directamente a la respuesta de la máquina ante un problema de vibraciones que deben estar perfectamente identificados.
- ② Realización de medidas: esta etapa consiste en obtener la función de respuesta en frecuencia FRF entre la señal de salida (generalmente, medida de aceleración) y la señal de entrada (medida de fuerza) para cada punto definido en la etapa anterior y para cada dirección. Es importante definir el rango de frecuencia de interés, así como el tipo de excitador más adecuado.

- ③ Estimación de los parámetros modales: el comportamiento de la máquina se describe mediante un modelo paramétrico, en el que las variables son los denominados parámetros modales. Los parámetros modales a estimar son los polos, frecuencias naturales, factores de amortiguamiento modal, constantes modales y modos de vibración. Entre los métodos que se emplean más habitualmente para la estimación de parámetros están: Peak Picking, Mode Picking, etc..
- ④ Obtención del modelo reducido: una vez obtenidos los modos y frecuencias naturales se obtienen las matrices modales de masa y rigidez para el número de grados de libertad de interés.

2. MODELO DINÁMICO DEL PROCESO DE CORTE.

La teoría básica del efecto regenerativo se puede encontrar en los trabajos de Merrit (1965), Tobias (1965) y Koenigsberger y Tlusty (1967). En estas referencias se pueden encontrar los fundamentos de la simulación del efecto regenerativo en el dominio de la frecuencia, fundamentos a partir de los cuales se derivan expresiones analíticas que permiten establecer valores máximos de la anchura de viruta por debajo de los cuales el proceso de corte es estable. El planteamiento en el dominio de la frecuencia es adecuado para una primera definición de las zonas de estabilidad en función de la anchura de viruta y de la velocidad de corte. Sin embargo, presenta importantes limitaciones, como por ejemplo, las impuestas por el carácter direccional del chatter, por las no-linealidades contenidas en el fenómeno, etc.

Frente a estas limitaciones, Tlusty e Ismail (1981) y posteriormente, Smith y Tlusty (1993), presentaron un método para la generación de diagramas de estabilidad a partir de la simulación del proceso en el dominio del tiempo. Este planteamiento ha abierto una nueva línea de investigación que ha permitido una mejor comprensión del fenómeno.

En estos modelos, la información dinámica del conjunto herramienta-estructura de la máquina se contiene en un plano normal al eje de la herramienta, despreciándose por tanto los efectos dinámicos en dirección del eje. Los múltiples grados de libertad (expresados en coordenadas modales) que representan al sistema se proyectan sobre dos direcciones perpendiculares. A cada instante de la simulación se gira la herramienta, se calcula la fuerza sobre cada diente implicado en el corte y se suman vectorialmente todos los esfuerzos calculados. A continuación, la integración directa de las ecuaciones del movimiento proporciona los desplazamientos dinámicos de la herramienta. A partir de los mismos es posible calcular el espesor de corte y a partir de él, los valores de la excitación para el siguiente instante de la simulación.

En cuanto a los esquemas numéricos utilizados para llevar a cabo la integración directa de las ecuaciones del movimiento, la bibliografía (Smith y Tlusty, 1993, y otros) muestra que los métodos más utilizados se basan en las diferencias centrales de segundo orden. Se trata de esquemas robustos en cuanto a estabilidad y precisión se refiere. Para asegurar la convergencia de la integración es necesario utilizar un tamaño de paso inferior a un cierto Δt definido a partir de la máxima frecuencia ω_n del modelo dinámico de la máquina. Otros autores (Smith y Tlusty, 1993) recomiendan definir el tamaño de integración mediante la regla de tomar diez pasos por ciclo del modo de más alta frecuencia encontrado. En cualquier caso, no se han encontrado problemas de estabilidad en la bibliografía consultada.

3. IMPLANTACIÓN DE LA METODOLOGÍA.

La metodología de prevención de problemas dinámicos en operaciones de mecanizado desarrollada en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la E.T.S.I.I. y de I.T. de Bilbao incorpora un tratamiento del problema completamente general, independiente de la geometría

de corte considerada. La definición del sistema herramienta-máquina a través del modelo dinámico obtenido mediante análisis modal experimental proporciona los datos suficientes para el planteamiento de las ecuaciones del movimiento del sistema en coordenadas modales.

Los valores instantáneos de la excitación se obtienen a partir del modelo basado en la mecánica del corte oblicuo ya comentado. La integración directa de las ecuaciones del movimiento se realiza a través de un esquema de diferencias centrales de segundo orden. El tamaño de paso se selecciona según los criterios expuestos más arriba, no habiéndose encontrado problemas de convergencia en los ejemplos realizados hasta el momento.

En la fase actual de trabajo, la implantación práctica de la metodología se ha plasmado en un módulo software para la simulación dinámica en dos dimensiones del proceso de frontal. Como ejemplo de aplicación, la Figura 4 muestra la evolución en el tiempo del desplazamiento dinámico de la herramienta en la dirección del avance en una operación de fresado frontal. Se muestran dos situaciones: en la primera, la anchura de viruta es lo suficientemente grande para que se desarrolle la vibración autoexcitada; en la segunda, sin variar el resto de condiciones, se ha seleccionado una anchura de viruta menor, que asegura un proceso estable. Se muestran en la Figura 5 los espectros en frecuencia de dichas señales, pudiéndose apreciar de forma clara un pico a 680 Hz en la señal correspondiente al mecanizado inestable.

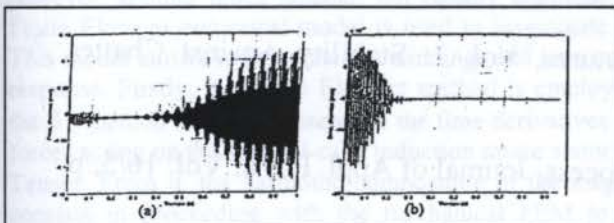


Figura 4. Desplazamiento Dinámico de la Herramienta en la Dirección de Avance

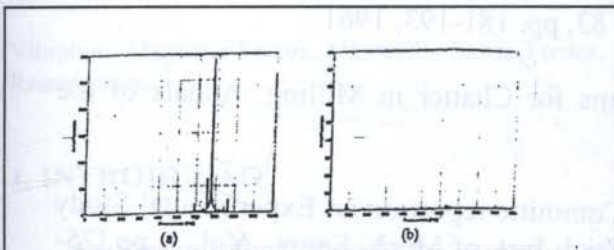


Figura 5. Espectro en Frecuencia de las Señales de la Figura 4.

En estos momentos el trabajo se centra en la extensión del modelo para incluir efectos dinámicos en la dirección del eje de la fresa. Este aspecto es de especial interés si se pretende determinar la calidad superficial que se puede obtener en una cierta operación de mecanizado. La generalidad de la metodología permite tener en cuenta la variación tridimensional de la geometría de corte. Así mismo, las perspectivas a medio plazo se sitúan en el desarrollo de un sistema modular que incluya no solo operaciones de fresado frontal, sino también otras como el planeado, torneado o taladrado. El desarrollo de este software exigirá la definición de una base de datos de materiales de pieza para su utilización en el modelo de corte oblicuo. Para ello, en la actualidad se encuentran en fase de definición los ensayos de corte ortogonal para la caracterización de diferentes materiales.

4. CONCLUSIONES.

El trabajo realizado hasta la fecha ha permitido extraer las siguientes conclusiones:

- ① Las vibraciones autoexcitadas son aun el factor que mayores limitaciones impone a la productividad de las operaciones de mecanizado por arranque de viruta.
- ② Los modelos de simulación en el dominio del tiempo proporcionan resultados más precisos al permitir incluir variaciones en la dirección de los esfuerzos de corte así como

no-linealidades propias del proceso. A cambio, los modelos en el dominio de la frecuencia proporcionan de forma sencilla una primera aproximación a las fronteras de estabilidad del proceso.

- ③ Los modelos dinámicos existentes, a pesar de tener en cuenta varios grados de libertad, no incluyen los efectos en la dirección del eje de la herramienta, aspecto éste de importancia a la hora de estudiar la calidad superficial del componente mecanizado.
- ④ El planteamiento en base a la mecánica del corte oblicuo para el cálculo de los esfuerzos de corte permite tener en cuenta las variaciones tridimensionales de la geometría del proceso de corte.

5. REFERENCIAS.

Armarego, E.J.A., Brown, R.H. *The Machining of Metals*, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1969.

Armarego, E.J.A., Whitfield, R.C.: Computer Based Modeling of Popular Machining Operations for Force and Power Prediction, *Annals of the CIRP*, Vol. 34/1/1985, pp. 65-69., 1985..

Koenigsberger, F., Tlustý, J.: *Machine-Tool Structures, Vol. 1: Stability Against Chatter*, Pergamon Press, 1967.

Merchant, M.E.: Mechanics of the Metal Cutting Process, *Journal of Appl. Phys.*, Vol. 16/5, p. 267, Vol. 16/6, p.339, 1945.

Merrit, H.E.: Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter, *Journal of Engg. for Ind.*, Vol. 87, pp. 447-454, 1965.

Shaw, M C., Usui, E., Smith, P.A.: Free Machining Steels, III: Cutting Forces, Surface Finish and Chip Formation, *Journal of Engg. for Ind.*, Vol. 83, pp. 181-193, 1961.

Smith, S., Tlustý, J.: Efficient Simulation Programs for Chatter in Milling, *Annals of the CIRP*, Vol. 42/1/1993, pp. 463-466, 1993.

Stanton, T.E., Hyde, J.H.: Cutting Tool Research Committee report on an Experimental Study of the Forces exerted on the Surface of a Cutting Tool, *Inst. of Mech. Engrs.*, Vol. 1, pp.175-195, 1925.

Tlustý, J., Ismail F.: Basic Non-Linearity in Machining Chatter, *Annals of the CIRP*, Vol. 30/1/1981, pp.21-25, 1981.

Tobias, S.A.: *Machine-Tool Vibration*, Blackie and Sons, Ltd, 1965.

Usui, E., Hirota, A.: Analytical Prediction of Three Dimensional Cutting Process, *Journal of Engg. for Ind*, Vol. 100, pp. 222-235, 1978.



PAPER CODE: COB166

**DETERMINAÇÃO DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DO
MOTOR DE INDUÇÃO DE GAIOLA POR MEIO DE ELEMENTOS
FINITOS / DETERMINATION OF THE SQUIRREL-CAGE INDUCTION MOTOR
VIBRATIONAL BEHAVIOR BY FINITE ELEMENTS**

C.G.C.NEVES, N.SADOWSKI & R.CARLSON

GRUCAD-DEEL-CTC-UFSC

CEP 88049-900 - Florianópolis - SC - Brasil - Email: guilherm@grucad.ufsc.br

Abstract

Many others phenomena occur simultaneously in a electric rotating machine besides the classical electro-mechanical energy conversion. One part of the energy amount is converted in losses and dissipated thermally; however, another much smaller, but equally important, is irradiated as noise to environment. In this paper a Finite Element numerical model is used to investigate the squirrel-cage induction motor vibrational behavior. This model allows to calculate the windings and bars currents, the magnetic forces and motor structure dynamic response. Firstly, the Finite Element method is employed to discretize the electromagnetic field equations and the β - method is used to discretize the time derivatives of the field and external circuit equations. The magnetic forces acting on the squirrel-cage induction motor stator are obtained by a method based on the Maxwell's Stress Tensor. From it, the harmonic composition of the magnetic forces is evaluated. The second step in this work consists in proceeding with the mechanical FEM to obtain the natural and forced response of the stator mechanical structure.

Palavras - Chave

Vibrações, Forças Magnéticas, Tensor de Maxwell, Método de Elementos Finitos, Motor de Indução de Gaiola, Ressonâncias.

Vibration, Magnetic Forces, Maxwell's Stress Tensor, Finite Element Method, Squirrel-cage Induction Motor, Resonances.

1. INTRODUÇÃO

As forças radiais devido ao campo magnético do entreferro são as maiores fontes de vibração de origem magnética e de ruído em máquinas elétricas (Alger *et al.*, 1965). As forças radiais são basicamente forças de atração entre estator e rotor, causadas pelo campo magnético no entreferro. Devido a distribuição espacial de força magnetomotriz e de densidade de fluxo conter harmônicas de enrolamento, e de ranhura, determinadas pelo tipo de enrolamento, número e geometria das ranhuras, bem como de saturação no ferro (Ostovic *et al.*, 1995), dá-se origem a pulsações de alta frequência nas forças magnéticas radiais (Alger *et al.*, 1965). Estas pulsações podem ser vistas como uma série de ondas de força sinusoidais ou harmônicas espaciais ("modos"), girando a diferentes velocidades.

Sob o efeito destas forças radiais, o núcleo do estator e a carcaça vibram, da mesma maneira que um arco de aço, ou um sino cilíndrico, respondem a uma golpe. Se o modo e frequência de uma determinada onda de força magnética coincidir como o modo e frequência natural do estator (condição de ressonância) mesmo uma pequena força de excitação pode produzir vibrações muito elevadas.

Neste artigo é apresentado um modelo numérico utilizando o método de elementos finitos, que permite a investigação do comportamento vibratório do Motor de Indução de Gaiola (MIG), a máquina elétrica mais utilizada em aplicações industriais. Este modelo permite o cálculo das correntes nos enrolamentos e nas barras, das forças magnéticas nos dentes do estator e a resposta dinâmica da estrutura do MIG.

2. MODELAGEM ELETROMAGNÉTICA

2.1 Cálculo das Correntes Elétricas

Usando o potencial vetor magnético \mathbf{A} , o campo magnético na máquina pode ser escrito como:

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1)$$

onde μ é a permeabilidade magnética, \mathbf{J} é a densidade de corrente, σ é a condutividade elétrica e ∇ é o operador nabla. A densidade de corrente \mathbf{J} nos enrolamentos da máquina é geralmente desconhecida, mas pode ser relacionada à tensão nos enrolamentos $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ por meio das equações do circuito elétrico:

$$\mathbf{v}(\mathbf{t}) = \mathbf{R}\mathbf{i}(\mathbf{t}) + \mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}(\mathbf{t})}{dt} + \mathbf{N}\frac{d\phi(\mathbf{t})}{dt} \quad (2)$$

onde $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ é o vetor da tensão, \mathbf{R} é a matriz das resistências CC dos enrolamentos, \mathbf{L} é a matriz que contém as indutâncias de cabeças de bobinas, $\mathbf{N}\phi(\mathbf{t})$ é a matriz de enlace de fluxo e $\mathbf{i}(\mathbf{t})$ é o vetor corrente no enrolamento. O fluxo magnético $\phi(\mathbf{t})$ é relacionado ao vetor potencial magnético $\mathbf{A}(\mathbf{t})$.

A equação (1) é discretizada por meio do método de elementos finitos bidimensional, e as derivadas no tempo das equações (1) e (2) são discretizadas com o algoritmo β (Bathe *et al.*, 1982). Um grande sistema matricial de equações é então obtido:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{c|c} \beta\mathbf{M}(t) + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N} & -\beta\mathbf{P} \\ \hline \frac{1}{\Delta t} \lambda\mathbf{Q} & \beta\mathbf{R} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{L} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \mathbf{A}(t) \\ \mathbf{I}_r(t) \end{array} \right| = \\ & = \left| \begin{array}{c|c} (\beta-1)\mathbf{M}(t-\Delta t) + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{N} & (1-\beta)\mathbf{P} \\ \hline \frac{1}{\Delta t} \lambda\mathbf{Q} & (\beta-1)\mathbf{R} + \frac{1}{\Delta t} \mathbf{L} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \mathbf{A}(t-\Delta t) \\ \mathbf{I}_r(t-\Delta t) \end{array} \right| + \\ & + \left| \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline -\beta\mathbf{C}\mathbf{V}_{\text{ext}}(t) \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \hline (\beta-1)\mathbf{C}\mathbf{V}_{\text{ext}}(t-\Delta t) \end{array} \right| \quad (3) \end{aligned}$$

onde \mathbf{M} e \mathbf{N} são as respectivas matrizes, permeabilidade magnética e condutividade elétrica. \mathbf{P} e \mathbf{Q} são as matrizes que relacionam as equações do campo e as equações do circuito elétrico. $\mathbf{0}$ é o vetor matriz nula, \mathbf{v} é o termo da fonte as tensões aplicadas. $\Delta(t)$ é o passo de cálculo, λ é um fator que depende da configuração dos enrolamentos (série ou paralelo). O sistema inteiro é resolvido passo a passo com respeito ao tempo, e as incógnitas $\mathbf{A}(t)$ e $\mathbf{i}(t)$ podem ser calculadas.

O movimento do rotor é levado em conta por meio da técnica de Banda de Movimento com elementos quadrilaterais especiais no entreferro (Sadowski *et al.*, 1992).

As densidades de corrente induzidas na gaiola do rotor, serão calculadas passo a passo no tempo, pela expressão abaixo:

$$J_i = \sigma_c \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{\sigma_c [\mathbf{A}(t) - \mathbf{A}(t - \Delta t)]}{\Delta t} \quad (4)$$

onde σ_c é a condutividade corrigida das barras para levar em conta a resistência dos anéis da gaiola. A Fig.1 mostra a distribuição do fluxo magnético e das correntes induzidas nas barras da gaiola, quando este é alimentado com tensão nominal de 440 v, frequência de 60 Hz e com 75% da carga nominal.

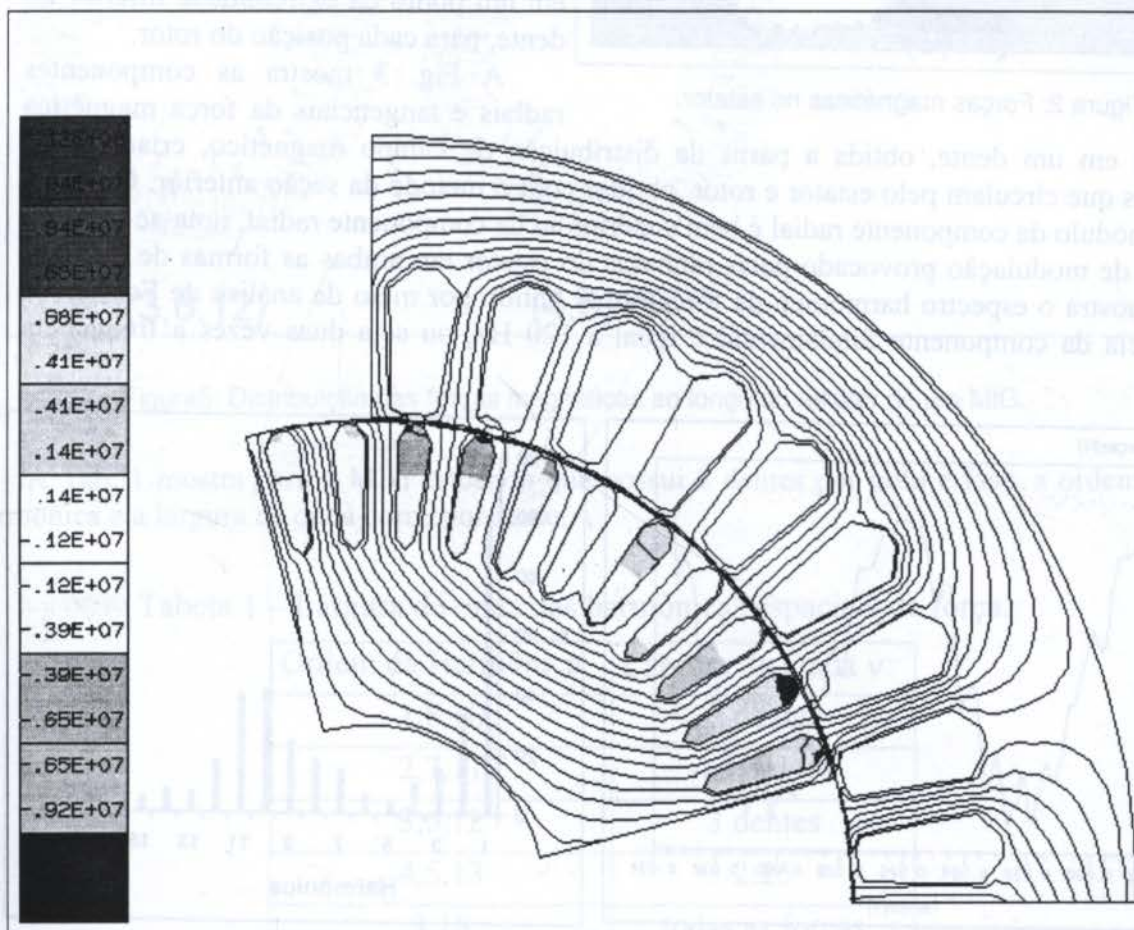


Figura 1: Distribuição do fluxo magnético e das correntes induzidas nas barras em A/m².

2.2 Cálculo das Forças Magnéticas

As forças magnéticas que agem no estator do MIG foram obtidas por meio de um método baseado no Tensor de Maxwell (Sadowski *et al.*, 1992). Este método, dá na superfície entre o aço e o ar, uma densidade de força magnética que pode ser escrita como:

$$\frac{df}{ds} = \frac{1}{\mu_0} \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} - \frac{1}{2} B^2 \mathbf{n} \right] \quad (5)$$

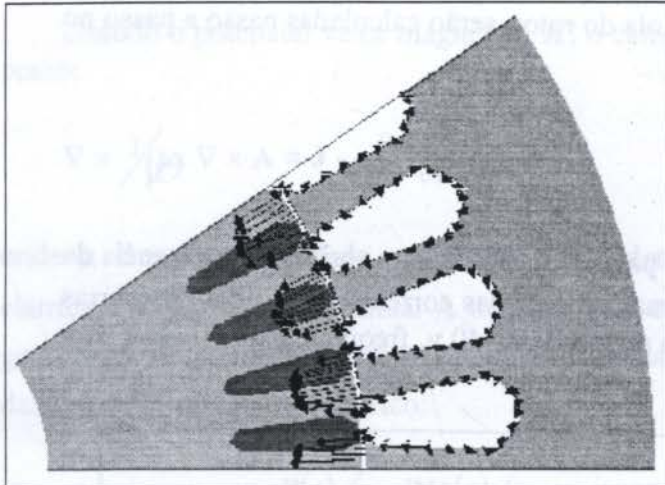


Figura 2: Forças magnéticas no estator.

onde μ_0 é a permeabilidade do ar, \mathbf{n} é o vetor normal a superfície do aço e \mathbf{B} é a indução magnética no ar em torno do aço. A Fig. 2 mostra um exemplo da distribuição das forças magnéticas no dentes do estator obtida pelo método de Elementos Finitos Bidimensional. As setas mostram a direção e a magnitude relativa da densidade de força. Para simplificar a análise, a distribuição de forças de cada dente é então concentrada em um ponto da extremidade inferior do dente, para cada posição do rotor.

aplicada em um dente, obtida a partir da distribuição de campo magnético, criada pelas correntes que circulam pelo estator e rotor, obtidas com o método da seção anterior. Como se nota o módulo da componente radial é bem superior ao da componente tangencial, nota-se também o efeito de modulação provocado pelas ranhuras do estator em ambas as formas de onda. A Fig. 4 mostra o espectro harmônico da força radial obtido por meio de análise de Fourier. A frequência da componente fundamental é igual a 120 Hz, ou seja duas vezes a frequência elétrica.

A Fig. 3 mostra as componentes radiais e tangenciais da força magnética

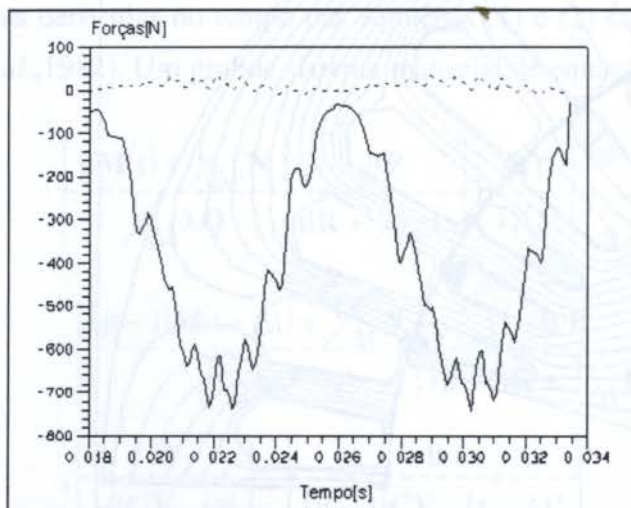


Figura 3: Evolução da força magnética no MIG. Linha cheia: componente radial. Linha tracejada: componente tangencial.

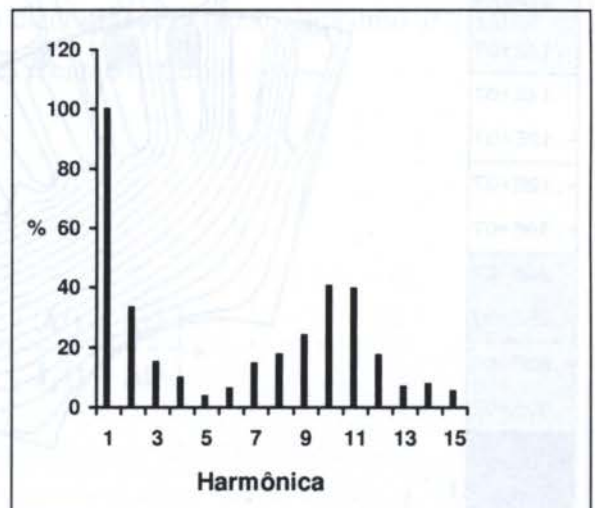


Figura 4: Espectro harmônico das forças magnéticas radiais.

Se plotarmos no estator do MIG, conforme mostra a Fig. 5, para cada harmônica de força magnética seu módulo e fase, observa-se que cada onda possui uma largura de onda v , particular determinada pela ordem das harmônicas (Javadi *et al.*,1994).

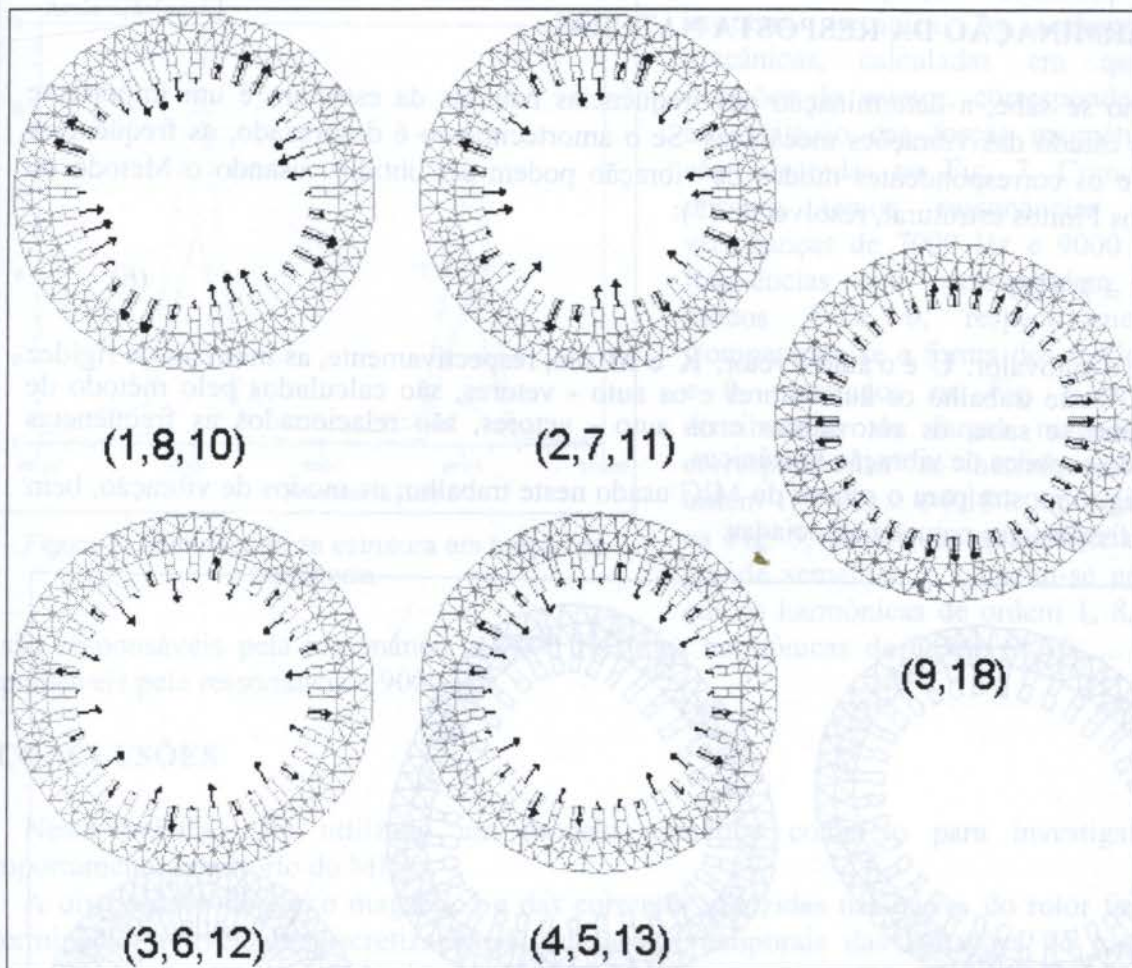


Figura5: Distribuição das forças magnéticas ao longo do estator de um MIG.

A Tab. 1 mostra para o MIG estudado que possui 3 dentes por pólo e fase, a ordem da harmônica e a largura de onda correspondente.

Tabela 1 – Largura de onda das harmônicas espaciais de força.

Ordem da Harmônica	Largura de Onda v
1,8,10	9 dentes
2,7,11	4.5 dentes
3,6,12	3 dentes
4,5,13	2.25
9,18	todas as forças estão em fase

Assim, para o motor considerado, há 5 tipos de distribuições de forças magnéticas. Quando a figura de cada distribuição é animada, se assemelha a uma onda progressiva pulsante que gira a uma velocidade proporcional a ordem da harmônica.

3. DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA NATURAL

Como se sabe, a determinação das frequências naturais da estrutura é um importante passo no estudo das vibrações mecânicas. Se o amortecimento é desprezado, as frequências naturais e os correspondentes modos de vibração podem ser obtidos, usando o Método de Elementos Finitos estrutural, resolvendo (7):

$$\mathbf{K}\mathbf{U} = \lambda \mathbf{M}\mathbf{U} \quad (6)$$

onde λ é o autovalor, \mathbf{U} é o auto - vetor; \mathbf{K} e \mathbf{M} são, respectivamente, as matrizes de rigidez e massa. Neste trabalho os autovalores e os auto - vetores, são calculados pelo método de Ritz. Como se sabe, os autovalores e os auto - vetores, são relacionados as frequências naturais e os modos de vibração mecânicos.

A Fig. 6 mostra para o estator do MIG usado neste trabalho, os modos de vibração, bem como as frequências naturais associadas.

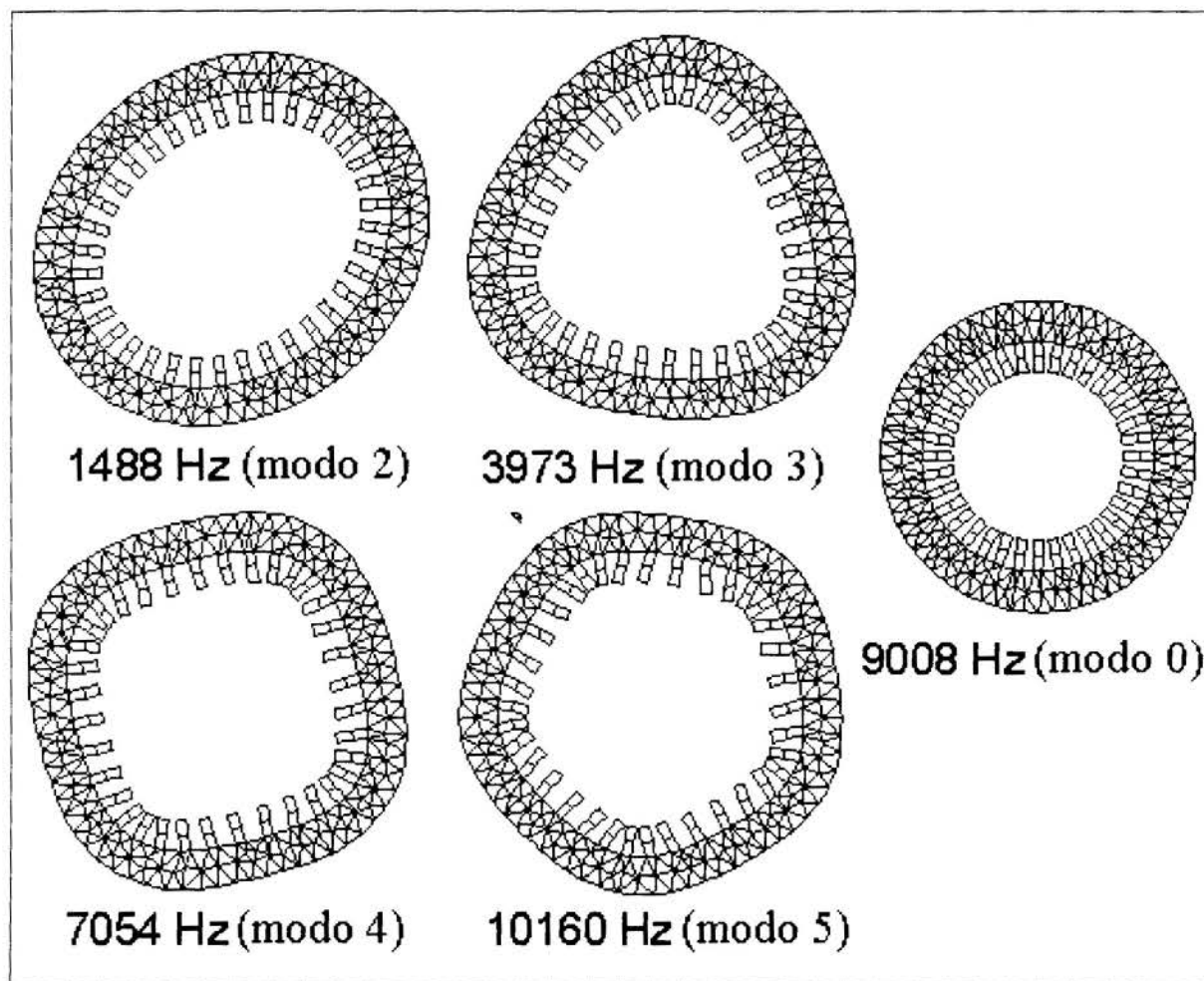


Figura 6: Modos naturais de vibração do estator do MIG.

4. DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA FORÇADA

A resposta forçada da estrutura mecânica foi calculada através de um programa que

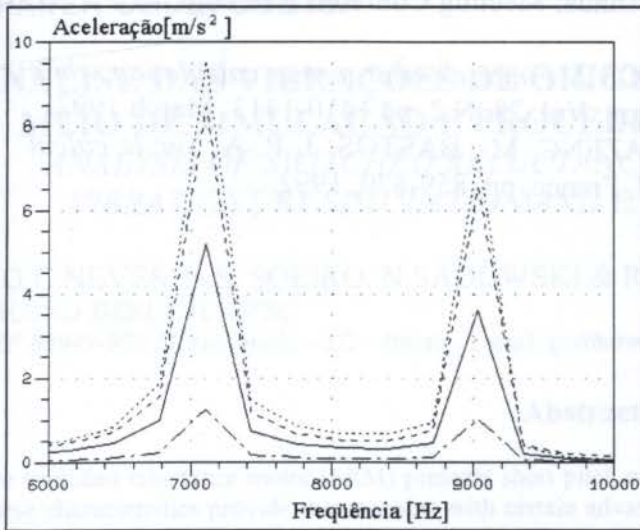


Figura 7: Acelerações da estrutura em função da frequência.

resolve a equação dinâmica da estrutura mecânica. As acelerações mecânicas, calculadas em quatro posições do estator, correspondentes à excitação das forças magnéticas, são mostradas na Fig. 7. Como se observa temos ressonâncias nas vizinhanças de 7000 Hz e 9000 Hz, frequências que correspondem aos modos 4 e 0, respectivamente. Comparando-se a forma dos modos 4 e 0, mostrados na Fig. 6, e as distribuições de forças magnéticas correspondentes às harmônicas de ordem 1, 8, 10 ... e 9, 18 ..., mostrados na Fig. 5, observa-se que existe uma grande semelhança. Conclui-se então que as harmônicas de ordem 1, 8, 10

... são responsáveis pela ressonância a 7000 Hz, e as harmônicas de ordem 9, 18, ... são responsáveis pela ressonância a 9000 Hz.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi utilizado um modelo numérico completo para investigar o comportamento vibratório do MIG.

A distribuição do fluxo magnético e das correntes induzidas nas barras do rotor foram determinadas através da discretização das derivadas temporais das equações do campo eletromagnético e do circuito elétrico externo.

A distribuição das forças magnéticas ao longo dos dentes do estator foram calculadas usando um método baseado no Tensor de Maxwell.

As respostas natural e forçada do estator do MIG foram determinadas por meio do Método de Elementos Finitos.

Os efeitos provocados pelas harmônicas das forças magnéticas sobre o comportamento vibratório do MIG foram demonstrados.

Com a metodologia apresentada neste trabalho, as ressonâncias do motor podem ser determinadas antes da sua construção, permitindo modificações de baixo custo no seu projeto, minimizando assim o ruído acústico.

6. REFERÊNCIAS

- ALGER, P. L., *The nature of induction machines*. Gordon and Breach, Science Publishers, New York, 1965.
- BATHE, K. J. *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice Hall, New-Jersey, 1982.

JAVADI, H. *Développement d'outils informatiques pour aidēr à la conception des machines à forte discrétion vibratoire*, Thèse de doctorat, INP, Toulouse, 1994.

OSTOVIC, V.G.; BOMAN. *Radial air gap forces as a source of audible noise in a sinusoidally fed induction machine*, 30 th IAS Annual Meeting Conference Record, Vol.1, pp. 591-598, October 1995.

SADOWSKI, N., LAJOIE-MAZENC M., CROS J. *Finite element torque calculation while considering the movement*; IEEE Trans. on Magn., Vol. 28, N.2, pp.1410-1413, March 1992.

SADOWSKI, N.; LEFÈVRE, Y.; LAJOIE-MAZENC, M.; BASTOS, J. P. A. *Sur le calcul des forces magnétiques*, Journal de physique III, France, pp. 859-870, 1992.

PAPER CODE: COB167

**ANÁLISE DAS VIBRAÇÕES DE ORIGEM MAGNÉTICA NO MRC POR
MEIO DE SIMULAÇÃO E PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS/
ANALYSIS OF SWITCHED RELUCTANCE MOTOR MAGNETIC CAUSED
VIBRATIONS BY SIMULATION AND EXPERIMENTAL PROCEDURES**

C.G.C.NEVES, N.S. SOEIRO, N.SADOWSKI & R.CARLSON
GRUCAD-DEEL-CTC-UFSC
CEP 88049-900 Florianópolis - SC - Brasil - Email: guilherm@grucad.ufsc.br

Abstract

The switched reluctance motor (SRM) presents short pitch concentrated windings and doubly salient structure. These characteristics provide this machine with certain advantages like simple and robust motor and converter structures, good efficiency and high speed capability. Despite of this positive attributes the SRM does exhibit higher levels of vibration than most competing drives, like induction and permanent magnet motors. Firstly, in this paper electromagnetic FEM analysis is applied to the SRM magnetic structure in order to obtain the electromagnetic forces pattern. From this the harmonic composition of the radial forces is evaluated. The second step in this work consists in proceeding with the Experimental Modal Analysis (to obtain the natural frequencies); mechanical FEM are also used to evaluate the natural frequencies and the mode shapes which define the dynamic of the mechanical behavior of the mechanical structure of SRM. Finally with Rotational Experiments, the SRM is driven by its converter and is possible to verify the vibrations.

Palavras chave

Vibrações, Forças magnéticas, Tensor de Maxwell, Método de Elementos Finitos, Análise Modal Experimental, Motor de Relutância Chaveado, Experimentos Rotacionais, Ressonâncias.

Vibration, Magnetic Forces, Maxwell's Stress Tensor, Finite Element Method, Experimental Modal Analysis, Switched Reluctance Motor, Rotational Experiments, Resonances.

1. INTRODUÇÃO

A determinação acurada das vibrações é essencial no projeto de máquinas elétricas silenciosas. Inicialmente, neste artigo a distribuição das forças magnéticas radiais que atuam nos dentes do estator do MRC são obtidas por meio de cálculo numérico usando um método baseado no Tensor de Maxwell, que é aplicado a distribuição de campo eletromagnético, obtida com o Método de Elementos Finitos. A partir disto a composição harmônica das forças radiais é avaliada. O segundo passo neste trabalho consiste na determinação das frequências naturais de vibração por meio da técnica de *Análise Modal Experimental*, o Método de Elementos Finitos é também utilizado na determinação das frequências e modos naturais de vibração os quais definem o comportamento dinâmico da estrutura mecânica do MRC, mostrado na

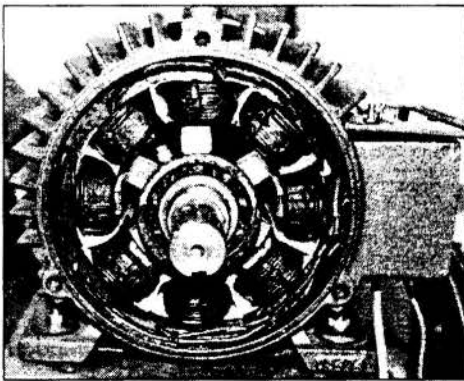


Figura 1: Motor de Relutância Chaveado.

Fig. 1. E concluindo, para detectar a relação entre as frequências naturais mecânicas e as forças magnéticas radiais (a uma dada velocidade), Experimentos Rotacionais são executados, nos quais MRC é acionado por seu conversor e assim é possível medir as vibrações.

2. CÁLCULO DAS FORÇAS MAGNÉTICAS

Para obter a evolução das forças de origem magnética no domínio do tempo, a evolução

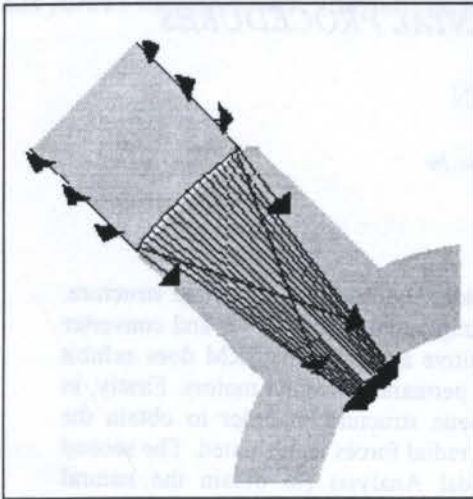


Figura 2: Distribuição da força local em um dente.

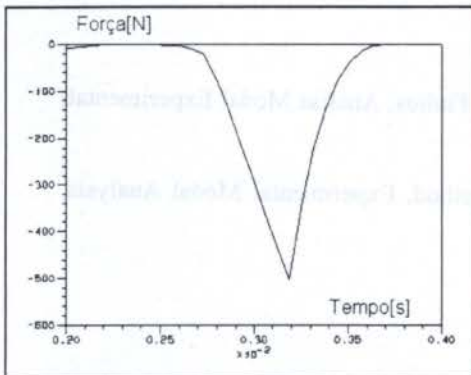


Figura 3: Força radial concentrada em um dente em função do tempo.

distribuição de forças magnéticas, indicada pelas setas, obtidas a partir distribuição do campo magnético, para uma posição em que um dente do rotor esta alinhado com um dente do estator. A fim de simplificar a análise, esta distribuição de forças é então concentrada num ponto central no interior da superfície do dente para cada posição do rotor. A Fig. 3 mostra força radial concentrada em um dente em função do tempo. A Fig. 4 mostra o espectro harmônico da força da Fig. 3, obtido por meio de análise de Fourier. A frequência da componente fundamental é igual a 250 Hz, a da 3ª harmônica igual a 750 Hz, a

do campo magnético no interior do motor deve ser calculada. Isto é feito considerando que sob condições de regime permanente, a operação dinâmica do MRC pode ser assimilada como uma sucessão de casos magnetostáticos governados pela equação abaixo (Neves, 1995):

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \times \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} - \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1)$$

onde \mathbf{A} é o potencial vetor magnético, μ é a permeabilidade magnética, \mathbf{J} é a densidade de corrente e σ é a condutividade elétrica.

Considerando, portanto estas condições as forças magnéticas que agem no estator do MRC foram obtidas por meio de um método baseado no Tensor de Maxwell (Sadowski *et al.*, 1992):. Este método, fornece na superfície entre o aço e o ar, a densidade de força magnética que pode ser escrita como:

$$\frac{df}{ds} = \frac{1}{\mu_0} \left[(\mathbf{n} \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} - \frac{1}{2} B^2 \mathbf{n} \right] \quad (2)$$

onde μ_0 é a permeabilidade do ar, \mathbf{n} é o vetor normal a superfície do aço e \mathbf{B} é a indução magnética no ar em torno do aço. A Fig. 2 mostra a



Figura 4: Espectro harmônico das forças magnéticas radiais.

da 5ª harmônica igual a 1250 Hz, a da 7ª harmônica igual a 1750 Hz e a da 9ª harmônica igual a 2250 Hz.

3. DETERMINAÇÃO DA RESPOSTA NATURAL

3.1 Elementos Finitos

A análise de vibrações de sistemas estruturais simples, através de métodos analíticos é uma excelente maneira de compreender e se familiarizar com o fenômeno real, mas apenas do ponto de vista acadêmico. Nesse contexto, o método de elementos finitos constitui uma excelente alternativa para a solução de problemas dinâmicos que envolvam um grande número de graus de liberdade.

A utilização do MEF juntamente com o Princípio de Hamilton leva, no caso geral, a um sistema matricial do tipo:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (3)$$

onde $[K]$ é a matriz rigidez, $[M]$ é a matriz massa, $[C]$ é a matriz amortecimento e $\{F\}$ um vetor de força. Entretanto, a principal aplicação da análise dinâmica está na determinação das

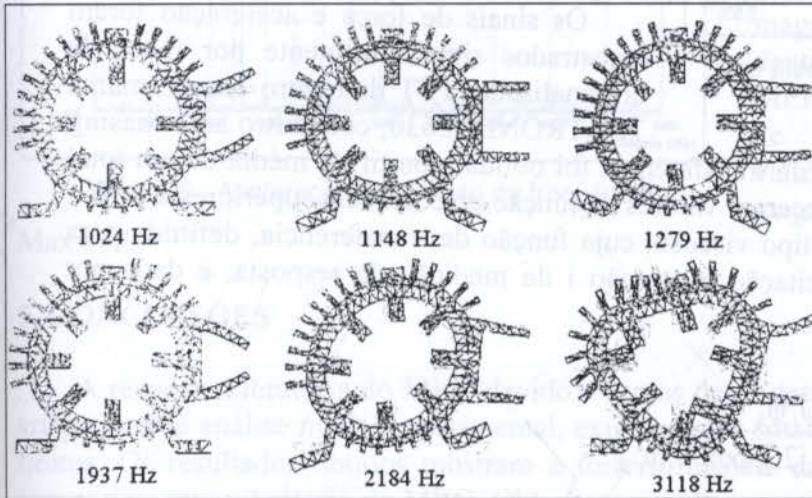


Figura 5: Modos e frequências naturais de vibração do estator do MRC.

freqüências naturais de vibração de estruturas e componentes mecânicos. Este conhecimento prévio permite ao engenheiro evitar que alguma fonte de vibração excite determinado componente, o que fatalmente o levaria ao colapso ou apresentar altos níveis de vibração. Assim assumindo que nas estruturas de aço os laços de histerese do material, durante um ciclo de deformações, é muito estreito, em geral. Isso significa que o

amortecimento interno do material é muito pequeno, e a energia dissipada pode ser negligenciada, em comparação com as energias cinéticas e potencial. Portanto, se não existem carregamentos atuando sobre o componente, a Eq. (3) se reduz a:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (4)$$

Com base no comportamento real da estrutura, ou seja, de que as respostas do sistema são harmônicas, a Eq.(4) dá origem a um problema generalizado de autovalores e autovetores representado por:

$$[[K] - \omega^2[M]]\{u\} = 0 \quad (5)$$

o qual, no contexto deste artigo, foi implementado pelo método de Ritz. A figura 5 mostra, para o conjunto estator, carcaça e aletas do MRC usado neste trabalho, os primeiros modos de vibração, bem como as frequências naturais associadas, tendo por base um modelo bidimensional de elementos finitos com um total de 539 elementos e 1365 nós. A análise bidimensional se justifica uma vez que a espessura da estrutura do MRC é grande comparada, com as dimensões nas direções x e y , e os carregamentos atuam apenas no plano transversal da mesma.

3.2 Análise Modal

Para análise modal experimental, foram selecionados 36 pontos distribuídos ao longo da

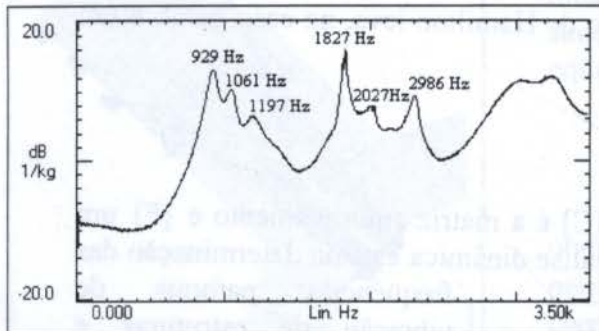


Figura 6 - Soma das funções resposta em frequência medidas.

seção transversal média da estrutura do MRC, mantendo-se fixo o sensor de aceleração piezoelétrico do tipo BK - 4375, ligado a um pré-amplificador de carga do tipo BK - 2635, enquanto que a força impulsiva, aplicada em cada um desses pontos; foi medida por uma célula de carga piezoelétrica do tipo PCB - 086803 ligada a um pré-amplificador do tipo PCB - 480B02.

Os sinais de força e aceleração foram amostrados simultaneamente por meio de um analisador FFT de quatro canais, marca TEKTRONIX 2630, com filtro anti-aliasing

incorporado. Cada uma das funções de transferência foi obtida a partir da média de um total de 15 blocos de dados, os quais forneceram valores da função de coerência superiores a 0,90.

O modelo modal usado foi do tipo viscoso, cuja função de transferência, definida para uma posição k de aplicação da excitação e posição i de medição da resposta, é dada por (Ewins *et al.*, 1984):

$$H_{ik}(j\omega) = -\omega^2 \sum_r \frac{\psi_i^r \psi_k^r}{m_r [-\omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r + \omega_r^2]} \quad (6)$$

Os parâmetros modais $\{\psi\}_r$, ω_r e ζ_r foram extraídos no domínio do tempo, através da utilização do método das exponenciais complexas.

A figura 6 mostra, para o mesmo MRC, a soma das funções resposta em frequência medidas. A partir destes resultados podemos notar que as frequências naturais obtidas pelo MEF são próximas das obtidas por Análise Modal, porém mais baixas, isto se deve ao modelo por elementos finitos

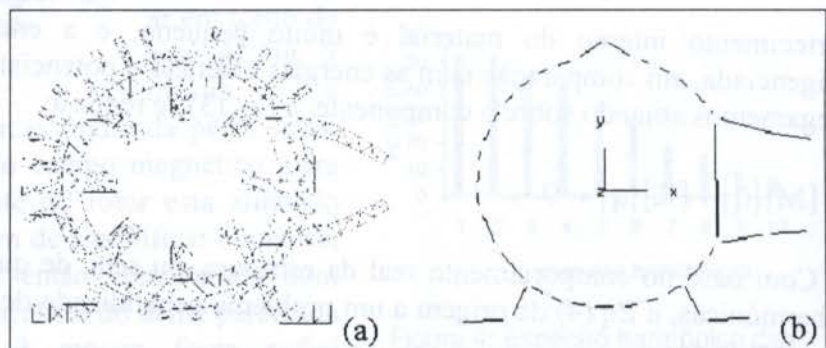


Figura 7 - Modo de vibração a 1827 Hz. (a) obtido por MEF. (b) obtido experimentalmente.

ser intrinsecamente mais rígido. Comparando a Fig. 7(a) com a Fig. 7(b) que mostra o modo natural de vibração para a frequência de 1827 Hz, obtido via Análise Modal, juntamente com a malha modal experimental, conclui-se então que existe uma boa concordância entre os modos de vibração obtidos por elementos finitos e os obtidos experimentalmente. Outro fato interessante, se refere aos picos da função resposta em frequência 929 Hz, 1061 Hz, 1197 Hz, 1827 Hz, 2027 Hz e 2986 Hz (valores medidos, Fig. 6), que são bem próximos da 3^a, 4^a, 5^a, 7^a, 8^a e 11^a harmônicas das forças magnéticas radiais (valores calculados, Fig. 4).

4. EXPERIMENTOS ROTACIONAIS

A medição das acelerações foi feita em diferentes pontos da carcaça do MRC, com este

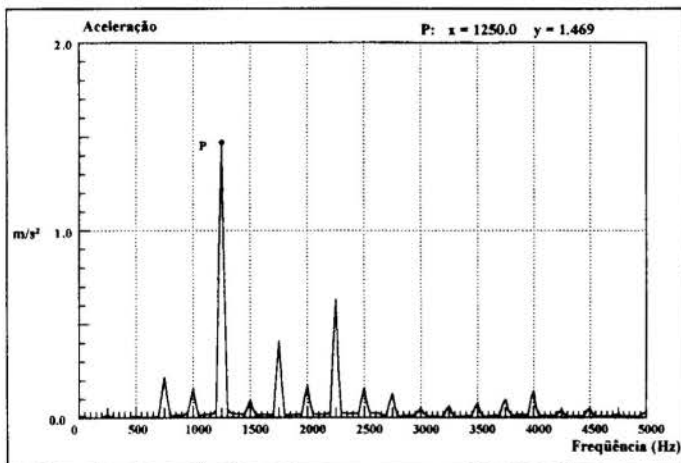


Figura 8 - Aceleração em função da frequência.

operando com carga. A aceleração medida em um destes pontos é mostrada na Fig. 8, onde se observam muitos picos de aceleração nas mesmas frequências do espectro das forças magnéticas radiais, inclusive os maiores picos a 1250 Hz e 2250 Hz. Estes resultados mostram a forte relação entre as forças magnéticas radiais que atuam nos dentes do estator (obtidas a partir do MEF) e a vibração do MRC (a partir de experimentos). Além disso validam o cálculo de forças magnéticas baseado no Tensor de

Maxwell.

5. CONCLUSÕES

A resposta vibratória do MRC devido a forças de origem magnética são estudadas neste artigo usando análise modal experimental, experimentos rotacionais e o método de elementos finitos. Os resultados obtidos mostram a forte influência das forças magnéticas radiais no comportamento vibratório do MRC. Obteve-se uma boa concordância entre a resposta natural calculada pelo método de elementos finitos e a análise modal experimental. O método de cálculo de forças magnéticas baseado no Tensor de Maxwell, mostrou-se capaz de reproduzir o efeito das forças magnéticas sobre o comportamento vibratório do Motor de Relutância Chaveado.

6. REFERÊNCIAS

- EWINS, D. J., *Modal testing theory and practice*, Research Studies Press Ltda, England, 1984
 SADOWSKI, N.; LEFÈVRE, Y.; LAJOIE-MAZENC, M.; BASTOS, J. P. A. *Sur le calcul des forces magnétiques*, Journal de physique III, France, pp. 859-870, 1992.
 SADOWSKI, N.; LEFÈVRE, Y.; NEVES, C.G.C.; CARLSON, R. *Finite elements coupled to electrical circuit equations in the simulation of the switched reluctance drives: attention to mechanical behavior*, Compumag 95, pp 656-657, Julho 1995.
 NEVES, C.G.C. *Simulação e análise do motor de relutância chaveado*, Dissertação de Mestrado da Universidade Federal de Santa Catarina, 1995.



PAPER CODE: COB216

ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES EM BAIXA FREQUÊNCIA EM UM SISTEMA DE ALAVANCA / VIBRATION ISOLATING IN LOW FREQUENCY SYSTEMS USING A LEVER

Fábio Meneghetti Ugolino de Araújo, Seyyed Said Dana,
Clivaldo Silva de Araújo & José Calazans de Castro
*Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, Campus I,
CEP 58.059-900 João Pessoa - PB - Brasil - e-mail: meneghet@elogica.com.br*

Abstract

Mechanical vibration has brought discomfort and distress for human beings, and it has contributed a great deal of damage to structural integrity of machines and structures. Consequently, insulating precision equipment from even slight vibration of the base, and reducing its malicious effects, have been the object of constant study and research. In this paper a model is designed to isolate the vibration of the base in low frequencies, by employing the principals of active control, while using a lever system. First the response of the uncontrolled simulated model is obtained. Furthermore the response of the model is obtained by subjecting it to active control utilizing sensors, amplifiers, motor, and a system to convert a rotational position of the motor to longitudinal distance. A new analysis compares the performance of the controlled system with respect to the uncontrolled one. The controlled system is improved by introducing a compensator.

Keywords

Vibração, Isolamento, Controle Ativo, Compensador / Vibration, Isolating, Active Control, Compensator.

1. INTRODUÇÃO

O isolamento de vibrações em máquinas (Sievers et al., 1988), naves e veículos (Watters et al., 1988, Mohler et al., 1996, Jones et al., 1996 e Slicker et al., 1996), e estruturas (Jordan, 1993) onde o conforto e a segurança de seres humanos estão envolvidos, é um tópico importante no que diz respeito a controle de sistemas mecânicos. O desafio está em desenvolver técnicas que isolem, com precisão aceitável, vibrações de base que causam desconforto e insegurança. Controles do tipo passivo foram o primeiro passo no sentido de obter tal isolamento. Embora este tipo de controle ainda venha sendo estudado, o desenvolvimento de sistemas de controle ativo (Lurie et al., 1991 e Hiramí, 1996) vem ocupando um espaço cada vez maior, pois os resultados de sua utilização costumam ser extremamente vantajosos.

Este estudo objetiva a modelagem e análise, através de simulação, de um sistema de alavanca bi-apoiada e de um sistema de controle ativo, conforme representado na figura 1. Este tipo de estudo pode ser aplicado em assentos de veículos, plataformas e outros sistemas sujeitos a vibrações. Inicialmente apenas a planta, composta da barra e dos apoios, é analisada. A seguir, introduz-se o controle ativo, compostos de sensores, amplificador, motor e parafuso

sem-fim. Finalmente, um compensador é acrescentado ao modelo. Utilizando o modelo representado por diagrama de blocos e por variáveis de estado, o sistema linearizado foi analisado usando o MATLAB. Um estudo comparativo foi então conduzido, visando mostrar a eficácia do controle ativo, com e sem a presença do compensador, no isolamento de vibrações.

2. DESCRIÇÃO DO MODELO

O modelo do sistema, representado na figura 1, consiste de uma barra, de comprimento l , massa m_B e momento de inércia angular J_B , bi-apoiada nos pontos **A** e **B** em sistemas dotados de rigidez e amortecimento k_A , k_B , c_A e c_B , que distam de a . Ainda na extremidade **A**, está colocada uma massa m_a , denominada por massa absorvedora. Na extremidade da

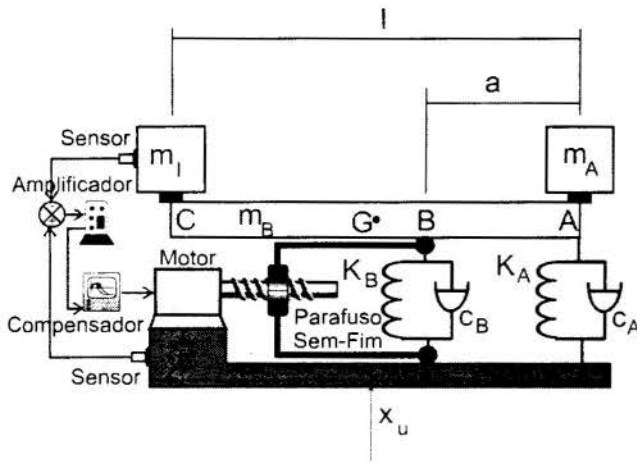


Figura 1 - Sistema Proposto.

alavanca representada pelo ponto **C** se encontra uma massa denominada de m_1 , na qual desejamos isolar as vibrações.

A posição do apoio móvel situado em **B** será variada pelo atuador em função da vibração recebida pela base e transmitida para barra, de forma a obter uma configuração que propicie o melhor isolamento da massa m_1 com relação a vibração da base.

Para controlar a posição do apoio móvel, utiliza-se um motor DC, que aciona um parafuso sem-fim cujo passo da hélice representa a relação entre o ângulo de rotação do motor e o deslocamento do referido apoio.

As vibrações na base e massa m_1 são medidas por sensores que converterão estas vibrações em tensões, estas por sua vez, serão comparadas, e o resultado após devidamente amplificado alimentará o motor, completando assim o controle por realimentação.

Acrescenta-se ainda, um compensador atuando sobre o sinal que alimenta o motor, buscando com isso, melhorar ainda mais a eficiência do controle.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

3.1 A Planta

Para o modelo descrito, as forças dinâmicas (Thomson, 1978) atuam sobre a barra de tal forma que o modelo da planta linearizada em torno de um ponto de operação, é descrito pelas seguintes equações:

$$M_1 \ddot{x} + C_1 \dot{x} + K_1 x + (2M_2 + K_2)\theta = C_1 \dot{x}_u + K_1 x_u - 2M_1 \ddot{a} - C_4 \dot{a} \quad (1)$$

$$M_2 \ddot{x} + C_2 \dot{x} + K_2 x + J\ddot{\theta} + (2M_3 + K_3)\theta = C_2 \dot{x}_u + K_2 x_u - 2M_2 \ddot{a} - 2C_2 \dot{a} \quad (2)$$

onde:

$$\begin{aligned} M_1 &= m_A + m_B + m_1 & ; & \quad C_1 = c_A + c_B & ; & \quad K_1 = k_A + k_B \\ M_2 &= m_A a_0 - m_B \left(\frac{1}{2} - a_0 \right) - m_1 (1 - a_0) & ; & \quad C_2 = c_A a_0 & ; & \quad K_2 = k_A a_0 \\ M_3 &= m_A a_0^2 + m_B \left(\frac{1}{2} - a_0 \right)^2 + m_1 (1 - a_0)^2 & ; & \quad C_3 = c_A a_0^2 & ; & \quad K_3 = k_A a_0^2 \\ J &= J_B & ; & \quad C_4 = c_A \end{aligned}$$

com a_0 sendo a condição inicial para a distância a .

Tendo como saída o deslocamento x_c da extremidade da barra, como entradas o deslocamento da base x_u e a distância a entre os apoios da barra, considerando ainda todas as demais condições iniciais nulas, utilizando a transformada de Laplace (Kuo, 1995), nas equações (1) e (2), obtém-se

$$G(s) = [G_{11}(s) \quad G_{12}(s)] = \left[\frac{\beta_{11}s^3 + \beta_{12}s^2 + \beta_{13}s + \beta_{14}}{s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} \quad \frac{\beta_{21}s^3 + \beta_{22}s^2 + \beta_{23}s + \beta_{24}}{s^4 + \alpha_1 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s + \alpha_4} \right] \quad (3)$$

onde:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{C_1}{M_1} & ; & \quad \alpha_2 = \frac{M_1(2M_3 + K_3) + K_1 J - M_2(2M_2 + K_2)}{M_1 J} \\ \alpha_3 &= \frac{C_1(2M_3 + K_3) - C_2(2M_2 + K_2)}{M_1 J} & ; & \quad \alpha_4 = \frac{K_1(2M_3 + K_3) - K_2(2M_2 + K_2)}{M_1 J} \\ \beta_{11} &= \alpha_1 + (a_0 - 1) \frac{(M_1 C_2 - M_2 C_1)}{M_1 J} & ; & \quad \beta_{12} = \frac{K_1}{M_1} + (a_0 - 1) \frac{(M_1 K_2 - M_2 K_1)}{M_1 J} \\ \beta_{13} &= \alpha_3 & ; & \quad \beta_{14} = \alpha_4 \\ \beta_{21} &= -2 & ; & \quad \beta_{22} = -\frac{C_4}{M_1} - (a_0 - 1) \frac{(2M_2 C_1 - M_2 C_4)}{M_1 J} \\ \beta_{23} &= \frac{-[2M_1(2M_3 + K_3) - 2M_2(2M_2 + K_2)]}{M_1 J} - (a_0 - 1) \frac{(2M_2 K_1 + 2C_1 C_2 - 2M_1 K_2 - C_2 C_4)}{M_1 J} \\ \beta_{24} &= \frac{-[C_4(2M_3 + K_3) - 2C_2(2M_1 + K_1)]}{M_1 J} - (a_0 - 1) \frac{(2C_2 K_1 - C_4 K_2)}{M_1 J} \end{aligned}$$

3.2 O Sistema de Controle

O sistema como um todo, figura 2, além da planta contém o sistema de controle. Este é formado pelos sensores, amplificador, motor e parafuso sem-fim, podendo-se ainda, acrescentar um compensador.

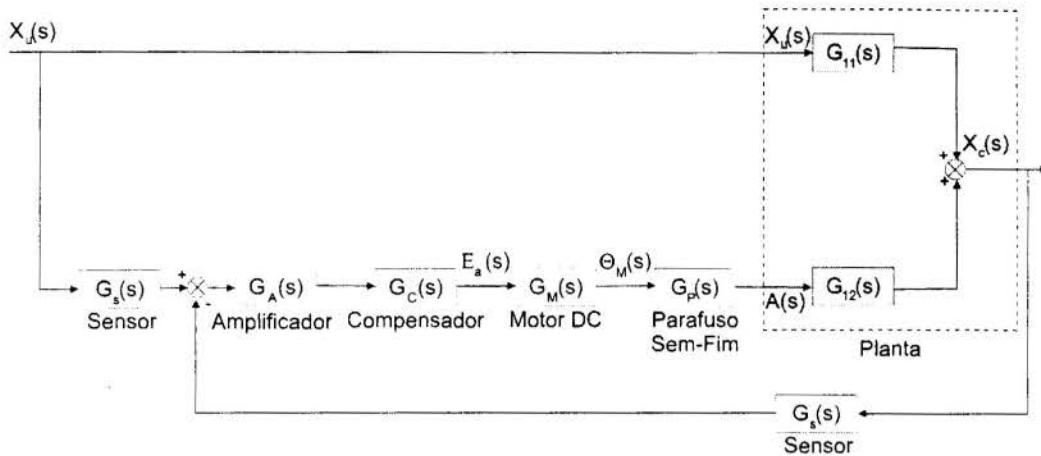


Figura 2 – Diagrama de Blocos do Sistema.

Este trabalho propõe a utilização de acelerômetros piezelétricos como sensor, o qual tem como resposta uma tensão proporcional a segunda derivada do deslocamento (Doebelin, 1983), cuja função de transferência é:

$$G_s(s) = \frac{E_a(s)}{X(s)} = KP_{ac} s^2 \quad (4)$$

onde:

KP_{ac} - Sensibilidade de voltagem do acelerômetro

Como a tensão gerada pelos sensores é muito baixa, acrescenta-se ao sistema um amplificador, que representa um ganho KA de tensão, proporcionando assim uma tensão capaz de acionar o motor.

Utiliza-se, ainda, um motor DC, funcionando como servo motor de ímã permanente controlado por armadura, cuja função de transferência (Ogata, 1993) é dada por:

$$G_M(s) = \frac{\Theta_M(s)}{E_a(s)} = \frac{\beta}{s^3 + \alpha_{m1}s^2 + \alpha_{m2}s} \quad (5)$$

onde:

$$\beta = \frac{k}{L_a J_{MC}}; \quad \alpha_{m1} = \frac{L_a c_{MC} + R_a J_{MC}}{L_a J_{MC}}; \quad \alpha_{m2} = \frac{R_a c_{MC} + k k_b}{L_a J_{MC}}$$

com:

- k - Constante de torque do motor
- k_b - Constante de força contra-eletromotriz
- R_A, L_A - Resistência e indutância do circuito de armadura

J_{MC}	- Momento de inércia do motor e da carga com relação ao eixo do motor
c_{MC}	- Atrito viscoso do motor e da carga com relação ao eixo do motor
θ_M	- ângulo de rotação do eixo do motor
e_a	- Tensão de armadura. Tensão que alimenta o motor

O parafuso sem-fim converte o deslocamento angular θ_M do motor em deslocamento longitudinal. Esta relação, que é proporcional, é dada pelo passo L_P da hélice do parafuso, podendo assim, ser representada por um ganho.

Para o caso da análise do sistema com compensador, utilizou-se um compensador em atraso, cuja função de transferência é:

$$G_c(s) = K_c \frac{s + a_c}{s + b_c} \quad (6)$$

onde:

K_c	- Ganho do compensador
a_c, b_c	- Constantes do compensador

4. ANÁLISES E RESULTADOS

O Sistema representado nas figuras 1 e 2, foi analisado, utilizando os dados apresentados no apêndice. Tomando como entrada padrão 10% de um degrau unitário, analisou-se a princípio qual seria a resposta da planta tomando-se um ponto de equilíbrio a_0 , sem que o sistema de controle atuasse variando este ponto. O resultado apresentado na figura 3, já nos mostra um amortecimento nas amplitudes da vibração causada pela perturbação na base, porém com um tempo de acomodação que pode ser considerado, a nível de isolamento, insatisfatório. Este resultado nos conduz a necessidade de atuar ativamente na planta, buscando com isso melhoras na resposta do sistema, tais como um melhor amortecimento acarretando um menor tempo de acomodação além da redução do 'overshoot' (máximo pico superior), e do 'undershoot' (máximo pico inferior).

Como previsto na proposta do modelo, variações no ponto de equilíbrio também causam vibrações na planta, figura 4, logo, a função do controle é causar estas vibrações, opondo-as àquelas causadas pelos deslocamentos sofridos pela da base, minimizando assim as perturbações no sistema que se deseja isolar. Os resultados obtidos foram bastante

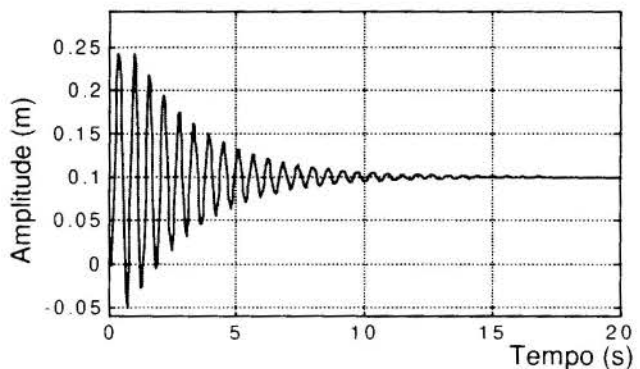


Figura 3 – Resposta da planta a uma entrada de 10% do Degrau unitário.

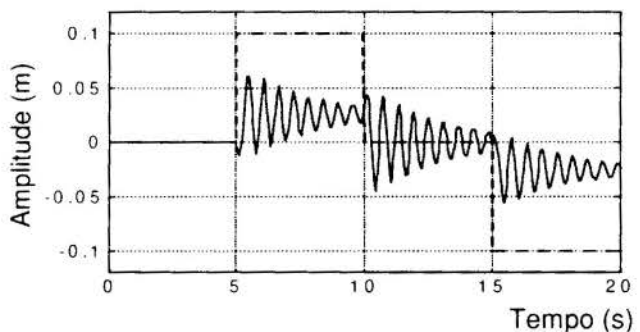


Figura 4 – Resposta da planta a variações de a .

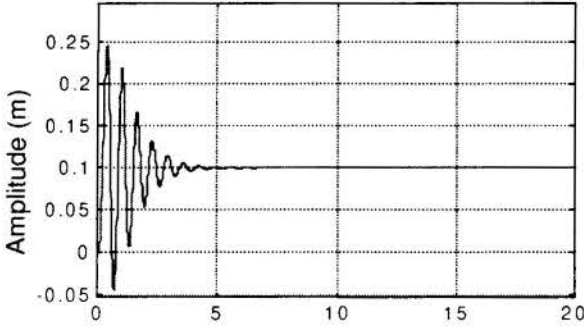


Figura 5 – Resposta da planta, com o controle ativo, a uma entrada de 10% do degrau unitário.

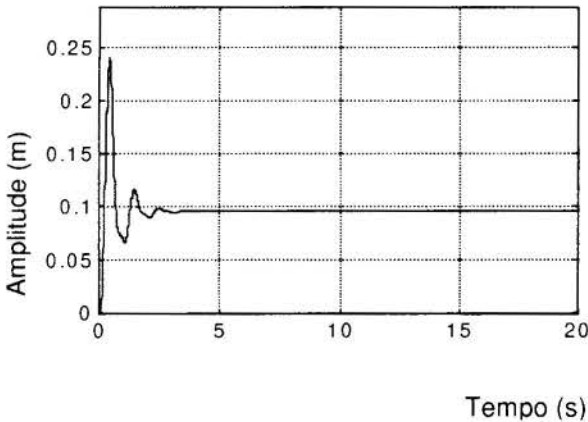


Figura 6 – Resposta da planta, com o controle e o compensador, a uma entrada de 10% do degrau unitário.

permanente, que poderá ser eliminado com a utilização de compensadores com características de integração. Este estudo está além dos objetivos do artigo.

Fazendo uma análise no domínio da frequência, para as configurações apresentadas, conforme figura 7, observamos que o modo principal da planta oscila em uma baixa frequência, em torno de 10,4rad/s, e que através da aplicação do controle ativo conseguimos amortecer consideravelmente as amplitudes de oscilação, concordando com os resultados obtidos através da análise no domínio do tempo.

5. CONCLUSÕES

A obtenção do modelo dinâmico de um sistema composto de uma barra bi-poiada e o desenvolvimento e aplicação

satisfatórios, principalmente no que diz respeito ao tempo de acomodação. O sistema conseguiu se estabilizar num tempo equivalente a um terço do tempo de acomodação da planta sem o controle, como podemos notar comparando a figura 3 com a figura 5. Além disso, ambos os picos, o máximo superior e inferior, sofrerão uma pequena diminuição em seus valores absolutos. Contudo, o controle acarreta um pequeno erro de estado permanente, que ainda permanece dentro de limites aceitáveis para maioria das aplicações práticas.

Apesar de ter se obtido um resultado já satisfatório com a aplicação do controle ativo neste sistema, resolveu-se examinar a atuação de um compensador. Para tanto, colocou-se um compensador em atraso atuando na alimentação do motor DC.

A Figura 6 apresenta a resposta da planta para o sistema completo, observa-se que o tempo de acomodação melhorou ainda mais, o amortecimento entre os dois primeiros picos superiores foi sensivelmente grande, outrossim, o ‘overshoot’ e, principalmente, o ‘undershoot’ foram consideravelmente reduzidos. Entretanto, o compensador acarretou um certo erro de estado

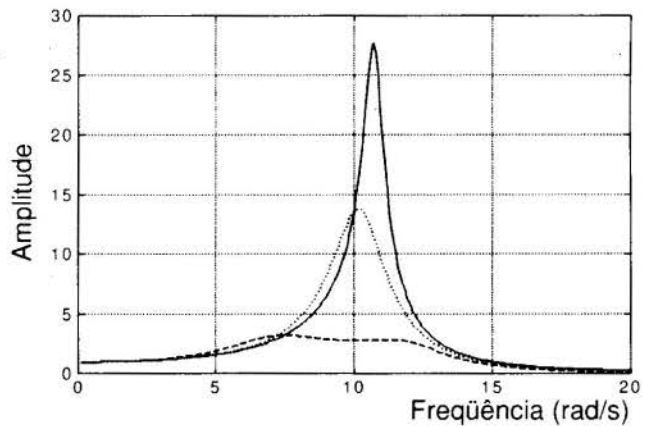


Figura 7 – Resposta em frequência de:
 _____ Planta;
 Planta com o controle ativo; e,
 ----- Sistema Completo (c/ compensador).

do controle ativo foi, no nosso entender, a principal contribuição do trabalho.

O controle ativo proposto é de fácil implementação prática. Além disso, a análise por simulação revela que o efeito do controle ativo no isolamento de vibrações é significativo, justificando plenamente a sua aplicação no sistema estudado ou em outro sistema mecânico onde um controlador desse tipo possa ser empregado.

O controle ativo proposto possibilita a aplicação de compensadores eletrônicos baratos e de fácil ajustagem, possibilitando melhorar o comportamento dinâmico do sistema, sem modificar as dimensões e os equipamentos.

6. REFERÊNCIAS

Doebelin, E. O., *Measurement Systems Applications and Design*, McGraw-Hill International Book Company, Singapore, 3^a Edition, 1983.

Hirami, N., Optimal Energy Absorption as an Active Noise and Vibration Control Strategy, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 200, Num. 3, pp. 243-259, 1996.

Jones, D. I., Owens, A. R. and Owen, R. G., A Control System for a Microgravity Isolation Mount, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 4, Num. 4, pp. 313-325, July 1996

Jordan, R., *Contribuição ao Estudo do Controle Ativo de Vibrações de Estruturas Flexíveis*, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, São Paulo, Novembro, 1993.

Kuo, B. C., *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall International, Inc., Englewood Cliffs, Seventh Edition, 1995.

Lurie, B.J., Fanson, J.L. and Laslcin, R.A., Active Suspensions for Vibration Isolation, *Proceedings of 32nd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, AIAA/ASME/ASCE/AHS, Baltimore, MD, pp. 2256-2260, April 1991.

Mohler, R. R. and Zakrzewski, R. R., Sub-optimal Intelligent Control: Agile Aircraft Application, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 4, Num. 4, pp. 363-368, July 1996

Ogata, K., *Engenharia de Controle Moderno*, Prentice/Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 2^a Edição, 1993.

Sievers, Lisa A and Von Flotow, Andreas H., Linear Control Design for Active Vibration Isolation of Narrow Band Disturbance, *Proceedings of 27th conference on Decision and Control*, Austin, Texas, pp. 1032-1037, 1988

Slicker, J. M. and Loh, R. N. K., Design of Robust Vehicle Launch Control System, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 4, Num. 4, pp. 326-335, July 1996.

The Student Edition of MATLAB, Version 4.2, User's Guide, 1995.

Thomson, W. T., *Teoria da Vibração com Aplicações*, Editora Interciência Ltda., Rio de Janeiro, 1978.

Watters, B. G., Coleman, R. B., Duckworth, Ross, Colin, F., Active Isolation of ship Machinery Platform, *Proceedings of 27th conference on Decision and Control*, Austin, Texas, pp. 2045-2046, 1988

APÊNDICE

Dados Utilizados na Simulação

A Planta:

$$m_A = m_I = 100 \text{ kg}$$

$$a_0 = 1 \text{ m}$$

$$k_B = 20.k_A$$

$$m_B = 40 \text{ kg}$$

$$J_B \approx 13,34 \text{ kg.m}^2$$

$$c_A = 100 \text{ N.s.m}^{-1}$$

$$l = 2 \text{ m}$$

$$k_A = 1,2 \text{ kN.m}^{-1}$$

$$c_B = 15.c_A$$

O Motor:

$$k \approx 0,062 \text{ N.m.A}^{-1}$$

$$R_A = 0,130 \text{ ohms}$$

$$J_{MC} \approx 0,002 \text{ kg.m}^2$$

$$k_B \approx 0,078 \text{ v.s}$$

$$L_A = 1,22 \text{ mH}$$

$$c_{MC} = 0,010 \text{ N.s.m}$$

O Sensor, O Amplificador, O Parafuso sem-fim e o Compensador:

$$K_{P_{ac}} \approx 0,003 \text{ v.s}^2.\text{m}^{-1}$$

$$L_P = -0,010 \text{ m}$$

$$a_C = 14$$

$$K_A = 80$$

$$K_C = 3$$

$$b_C = 2$$



PAPER CODE: COB429

USING THE PSEUDO-INVERSE TECHNIQUE TO PREDICT RANDOM EXCITATION FORCES FROM ACCELERATION RESPONSE MEASUREMENTS

PAULO S. VAROTO¹ & KENNETH G. MCCONNELL²

¹*Depto de Engenharia Mecânica, EESC-USP São Carlos SP, Brasil,* ²*Department of Aerospace and Mechanics, Iowa State University, Ames, IA, USA, E-MAIL: varoto@sc.usp.br*

Abstract

This article investigates the inverse problem of predicting random forces from acceleration responses using the pseudo-inverse technique. It is shown that a commonly accepted assumption of input signals being uncorrelated is untrue. Under this assumption, only real valued acceleration auto spectral densities are used to solve for the unknown random forces in the pseudo-inverse technique. Experimental results show that acceleration cross spectral densities must be used in addition to auto spectral densities when solving the inverse problem for random forces. These cross spectral densities are complex functions of the excitation frequency and thus, they carry the phase information required to establish the correlation between time variables.

Keywords

Force identification, random loads, inverse problems

1. INTRODUCTION

Force identification is currently a topic of interest in the modal and vibration testing context. Since in most field dynamic environments a direct measurement of the excitation forces that act on a given test item is often difficult, an indirect solution for these forces in terms of measured motions and the test item frequency response (FRF) characteristics is frequently employed (Hillary, 1983 and Fabunmi, 1986). The identification of unknown forces from measured motions represents an inverse problem (Allison, 1974), which tends to be numerically unstable (Starkey *et al*, 1989), since it represents a deconvolution problem. Among the techniques available for the indirect prediction of input forces, the **SWAT** (Sum of the **W**eighted **A**ccelerations **T**echnique) and the **pseudo-inverse technique** are most often employed.

The **SWAT** method (Gregory *et al*, 1987) is a force prediction technique that is based on the principle of motion of the mass center that is commonly employed on rigid body dynamics. This method can be used in order to predict and estimate of the *total resulting force* acting on a structure and its line of action from knowledge of the structure's mass characteristics and measured accelerations.

The **pseudo-inverse technique** (Hillary, 1983) is used to calculate a set of pseudo forces from knowledge of the structure's measured response and FRF characteristics. This set of pseudo-forces may or may not resemble the true applied input forces that act on the test item since the pseudo-inversion of the test item FRF matrix is required for all frequencies in the test frequency range. The pseudo-inversion process is usually ill conditioned (Hillary, 1983, Fabunmi, 1986 and Starkey *et al*, 1989) since the FRF matrix to be inverted tends to be rank deficient at the test item's natural frequencies (Fabunmi, 1986). The nature of this rank deficiency has been the subject of several investigations for deterministic (Hillary, 1983, Fabunmi, 1986 and Starkey *et al*, 1989) as well as random (Hillary, 1983 and Zhang, 1991) forces.

When employing the pseudo-inverse technique to predict multiple input random forces, it is commonly accepted to assume that the input forces that act on the test structure are statistically uncorrelated (Hillary, 1983 and Zhang, 1991). It has been recently shown that (Varoto, 1996) an implicit consequence of this assumption is that the output accelerations are uncorrelated as well so that only output acceleration auto spectral densities are required in solving for the unknown force auto spectral densities. However, each motion presented by the test item is due to all forces that act on it, and thus, the measured motions are correlated, independently of input forces being correlated or uncorrelated.

This paper describes an experimental study that was performed on a free free beam in order to investigate the feasibility of the pseudo-inverse technique in the prediction of multiple input random signals. Two approaches are employed when defining the random inputs to the beam. In the first approach, independent random signals are used to drive the vibration exciters that are used to excite the beam at two locations. In the second approach, the same random signal is used to drive both exciters. These tests are performed in order to check the assumption of correlated and uncorrelated inputs and outputs when using the pseudo-inverse technique to solve for the random excitation forces from the measured accelerations.

The results obtained from this experimental investigation indicate that the assumption of uncorrelated input forces (and consequently output accelerations) is inadequate when using the pseudo-inverse technique in the prediction of random forces and that acceleration cross spectral densities must be employed when solving the inverse problem.

2. THEORETICAL RESPONSE MODELS FOR RANDOM EXCITATION

The frequency domain equations of motion of a linear test item that is subjected to multiple inputs can be expressed in matrix notation as

$$\mathbf{X} = \mathbf{T}\mathbf{F} \tag{1}$$

where the $M \times 1$ vector $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\omega)$ contains the applied input forces, the $N \times 1$ vector $\mathbf{X} = \mathbf{X}(\omega)$ contains the output accelerations due to \mathbf{F} , the $N \times M$ matrix $\mathbf{T} = \mathbf{T}(\omega)$ represents the test item's acceleration FRF matrix, and ω is the excitation frequency.

If \mathbf{X} contains a set of N measured accelerations, the solution for the M unknown input forces (generally $N > M$) is carried out in the frequency domain by rewriting Eq. (1) as

$$\mathbf{F} = \mathbf{T}^+ \mathbf{X} \tag{2}$$

where superscript “+” denotes the pseudo-inverse of the FRF matrix, and is given by (Hillary, 1983)

$$\mathbf{T}^+ = [\mathbf{T}^H \mathbf{T}]^{-1} \mathbf{T}^H \quad (3)$$

and the superscript “^H” denotes the hermitian (complex conjugate transpose) of the test item’s accelerance matrix, since \mathbf{T} is a complex matrix.

Equations (2) and (3) are usually referred to as the *pseudo-inverse technique* (Hillary, 1983 and Fabunmi, 1986) since the solution for the input forces vector requires the pseudo-inversion of the $N \times M$ FRF matrix. As in many inverse problems, the pseudo-inverse technique is numerically ill conditioned at some frequencies due to the inversion requirements of the FRF matrix for each frequency value. Equations (2) and (3) are employed when the test item’s output acceleration frequency spectra (magnitude and phase) \mathbf{X} is known, and their use is restricted to deterministic (transient and periodic) signals.

When dealing with random signals, the test item’s input and output variables are described in terms of spectral density functions (Bendat *et al*, 1986). These functions are defined from the input and output frequency spectra \mathbf{F} and \mathbf{X} according to the following relationships (Bendat *et al*, 1986)

$$\mathbf{G}_{ff} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{2}{\tau} \varepsilon(\mathbf{F}^* \mathbf{F}^T) \quad (4)$$

$$\mathbf{G}_{xx} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{2}{\tau} \varepsilon(\mathbf{X}^* \mathbf{X}^T) \quad (5)$$

where τ is the analysis period and symbol “ ε ” denotes the expected value (in a statistical sense) of the product of vectors in Eqs. (4) and (5). Symbols “^{*}” and “^T” denote the complex conjugate and non conjugate transpose of the FRF matrix \mathbf{T} , respectively. Matrices $\mathbf{G}_{ff} = \mathbf{G}_{ff}(\omega)$ and $\mathbf{G}_{xx} = \mathbf{G}_{xx}(\omega)$ are the input and output spectral density matrices whose diagonal entries are the real valued input and output Auto Spectral Densities (ASDs) while the off-diagonal entries represent the Cross Spectral Densities (CSDs), respectively. In all subsequent equations developed, the limit terms of Eqs. (4) and (5) are dropped to clarity of the notation employed.

Application of the definitions shown in Eqs. (4) and (5) to both sides of Eq. (1) the following input-output relationship for random signals is obtained

$$\mathbf{G}_{xx} = \mathbf{T}^* \mathbf{G}_{ff} \mathbf{T}^T \quad (6)$$

Similarly, the application of the definitions shown in Eqs. (4) and (5) to Eq. (2) gives the following result for the inverse problem for the unknown random input force spectral density matrix

$$\mathbf{G}_{ff} = (\mathbf{T}^+)^* \mathbf{G}_{xx} (\mathbf{T}^+)^T \quad (7)$$

Equations (6) and (7) contain the correct phase relationships among variables since the complex CSDs are accounted for in both cases. Thus, proper correlation between the corresponding time variables is accounted for when employing Eq. (6) to obtain the output acceleration spectral density matrix or Eq. (7) to solve for the inverse problem for the unknown input force spectral density matrix. Consequently, Eqs. (6) and (7) will be further referred to as the *correlated* expressions for acceleration and force spectral density matrices.

A commonly accepted assumption that is used to simplify Eqs. (6) and (7) is to *assume that the input random forces acting on the test item are statistically uncorrelated* (Hillary, 1983 and Zhang, 1991). By this assumption, the input force CSDs are zero and matrix \mathbf{G}_{ff}

reduces to the diagonal form with the input ASDs on the diagonal entries. If these input ASDs are rearranged in the column vector $\mathbf{g}_{ff} = \mathbf{g}_{ff}(\omega)$ Eq. (6) reduces to

$$\mathbf{g}_{xx} = |\mathbf{T}|^2 \mathbf{g}_{ff} \tag{8}$$

where vector $\mathbf{g}_{xx} = \mathbf{g}_{xx}(\omega)$ contains the output acceleration ASDs. Note that the magnitude of the test item FRF matrix is required in Eq. (8) so that this equation becomes real and does not contain any phase information.

From Eq. (8) the solution of the inverse problem for the input force ASD vector becomes

$$\mathbf{g}_{ff} = [|\mathbf{T}|^2]^+ \mathbf{g}_{xx} \tag{9}$$

Thus, Eq. (8) shows that, under the assumption of *uncorrelated* input forces, the resulting accelerations are equally *uncorrelated* and Eq. (8) does not provide any phase information since only output ASDs (real functions of the excitation frequency) are available. When the assumption of *uncorrelated* inputs is applied to the pseudo-inverse Eq. (7), the resulting Eq. (9) clearly shows the consequences of neglecting the acceleration CSDs when solving for the inverse problem. Similarly to Eq. (8), there is no phase information in Eq. (9) so that no *correlation* exists between the time variables. Hence, Eqs. (8) and (9) will be subsequently referred to as uncorrelated expressions for acceleration and force spectral density matrices.

3. EXPERIMENTAL ANALYSIS

This section describes an experimental analysis that was performed on a simple structure in order to access the feasibility of the pseudo-inverse technique to predict input forces from random acceleration measurements.

The test item used in this experimental investigation is a 2.3 x 0.03175 x 0.0254 m (92 x 1.25 x 1 in) cold rolled steel beam that is supported by flexible cords to simulate the free free boundary condition. Figure 1 shows the experimental setup employed in the experiments where the beam is excited at two locations by two vibration exciters. The first exciter is attached at the beam's mid point (MB Dynamics model Modal 50) while the second exciter is attached at the beam's left end (B&K model 4808).

Input and output vibration signals were gathered by a 486 PC computer equipped with the Data Physics Dp420[®] data acquisition and signals processing board (Data Physics Corp., 1989).

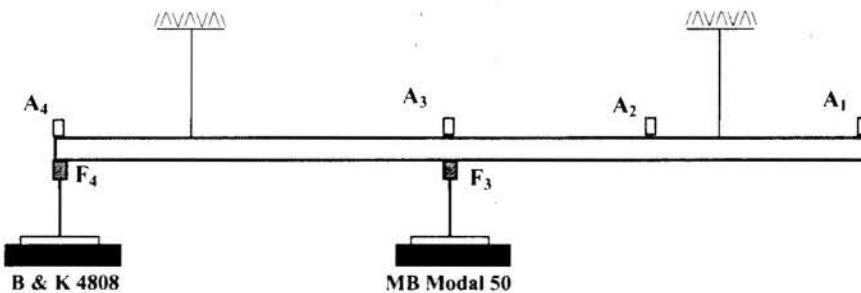


Figure 1: Experimental setup used in random force identification

Accelerance FRF measurements were performed on the bare beam in the 0 - 625 Hz frequency range which contains the first seven natural frequencies. A total of 984 spectral

lines were used so that the frequency resolution is $\Delta f = 0.6357$ Hz and the analysis period is $\Delta t = 1.57$ s. A single exciter driven by pseudo-random excitation was used in the FRF measurements so that rectangular windows could be applied in both the input and output channels since there is no filter leakage in this case. Figure 1 shows the excitation points (F_3 and F_4) as well as the response points (A_1 , A_2 , A_3 , and A_4) for which the corresponding driving point and transfer FRFs were measured.

Table 1 shows the beam's first seven bending natural frequencies in the 0 - 625 Hz frequency range that were obtained by curve fitting the experimental accelerance FRFs using ICATS[®] modal analysis software (MODENT, 1994). The experimental natural frequencies are compared with values obtained analytically from a continuous model (McConnell, 1995).

Table 1: Beam's Natural Frequencies

Number	Continuous Model (Hz)	Experimentally Curve-Fitted (Hz)
1	24.30	25.30
2	67.60	67.98
3	132.40	131.22
4	218.00	216.60
5	327.00	322.53
6	457.00	450.60
7	608.00	597.62

Figure 2 shows typical FRF measurements for the free free beam where the experimentally obtained FRFs are compared with the corresponding curve-fitted FRFs. Figure 2(a) shows the driving point accelerance FRF $T_{33}(\omega)$ for excitation point 3 while Fig. 2(b) shows the driving point accelerance FRF $T_{44}(\omega)$ for location 4. Note that each curve has a low frequency rigid body pendulum type of vibration below 10 Hz that is ignored in the curve-fitting process.

Once the beam's accelerances were measured and curve-fitted, the multiple excitation test was performed. In this case, random excitation forces F_3 and F_4 were respectively applied at the beam's mid and left end points. These forces were measured by piezoelectric force transducers and the Dp420 computed the *measured* force ASDs G_{f33} and G_{f44} as well as the force CSD G_{f34} in order to provide a comparison basis for the predicted forces. Similarly, the beam's output acceleration was measured at four locations (A_1 , A_2 , A_3 , and A_4) as indicated in Fig. 1, and the corresponding acceleration ASDs and CSDs between response locations were computed. These acceleration spectral densities were subsequently used in the force prediction process along with the beam's accelerance FRFs. Table 2 shows the characteristics of all transducers used in these measurements.

Table 2: Characteristics of sensors used in tests

Sensor	Position	Model	Sensitivity	Unit
Force	F3	PCB 208/A03	2.57	mv/N
Force	F4	PCB 208/A03	2.57	mv/N
Accel.	A1	PCB 302 A	10.09	mv/g
Accel.	A2	Endevco 2222C	1.70	pc/g
Accel.	A3	PCB 302 A	10.18	mv/g
Accel.	A4	PCB302 A02	10.04	mv/g

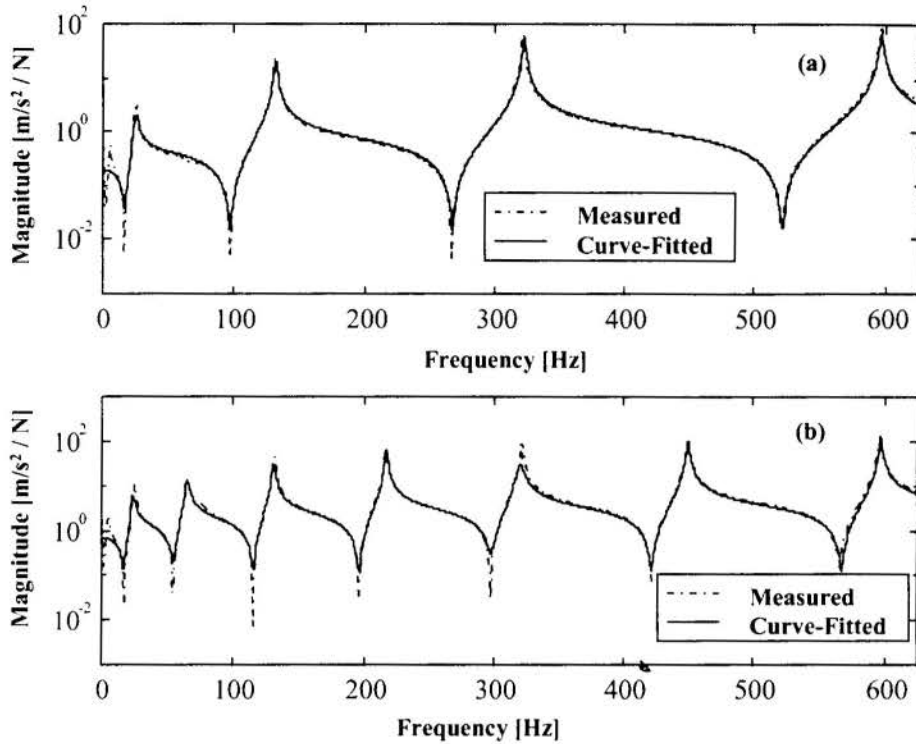


Figure 2: Free Free beam's measured and curve-fitted driving point accelerances: (a) Mid point 3; (b) Left end point 4. Solid line: Curve -Fitted, Dashed-dotted line: Measured.

Two tests are performed with the experimental setup shown in Fig. 1. In the first test, the random signals used to drive the exciters at points 3 and 4 are generated by two *independent* random signal generators. This is done in order to simulate the situation where the input forces are statistically *uncorrelated*. In the second test, *the same* random signal is used to drive both vibration exciters at points 3 and 4. This corresponds to the situation where the input force signals to the exciters are *correlated*.

The experimental data gathered in these two tests were used in two different ways. *First*, the input forces and accelerations are assumed to be *correlated*. This means that the random pseudo-inverse technique *correlated* Eq. (7) was used in the force prediction process. As pointed out before, the application of this equation requires that the beam's acceleration CSDs among the four response locations be measured.

Second, the input forces and consequently the output accelerations are assumed to be *uncorrelated*. In this case, the random pseudo-inverse technique *uncorrelated* Eq. (9) is used to predict the force ASDs from knowledge of the acceleration ASDs *only*. Table 3 presents a summary of the tests performed.

Table 3: Summary of tests performed on free free beam

Case	Sources	Equation	Measured	Predicted
<i>a</i>	2	Eq. (7)	F ₃ , F ₄	F ₃ , F ₄
<i>b</i>	2	Eq. (9)	F ₃ , F ₄	F ₃ , F ₄
<i>c</i>	1	Eq. (7)	F ₃ , F ₄	F ₃ , F ₄
<i>d</i>	1	Eq. (9)	F ₃ , F ₄	F ₃ , F ₄

4. FORCE PREDICTION RESULTS

This section presents the results of the random pseudo-inverse technique for the cases shown in Table 3. In all cases the *measured* accelerance FRFs are used with either Eq. (7) or Eq. (9).

4.1. Case (a): Two Uncorrelated Random Forces at Points 3 and 4 - Correlated Equation Results

In this case, two independent random signals are used to drive the vibration exciters at locations 3 and 4 in the experimental setup shown in Fig. 1. The predicted random forces ASDs and CSDs from the *correlated* Eq. (7) are shown in Fig. 3. Figures 3(a) and 3(b) show the measured (dashed-dotted line) and predicted (solid line) force ASDs $G_{f_{33}}$ and $G_{f_{44}}$ while Figs. 3(c) and 3(d) show the magnitude and phase angle of the measured and predicted force CSD $G_{f_{34}}$.

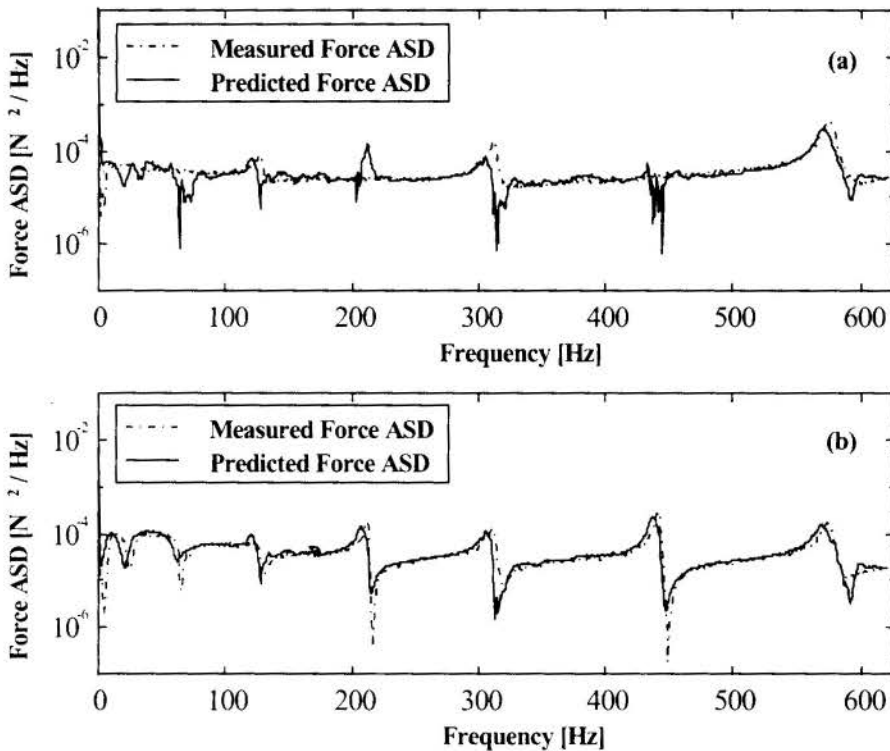


Figure 3: Predicted force ASDs and CSD for case (a) using CSDs (*correlated motions*). Predicted forces from random pseudo-inverse technique (solid line) are compared with measured forces (dashed-dotted line): (a) Force ASD $G_{f_{33}}$; (b) Force $G_{f_{44}}$; (c) Magnitude of Force CSD $G_{f_{34}}$; (d) Phase Angle of Force CSD $G_{f_{34}}$

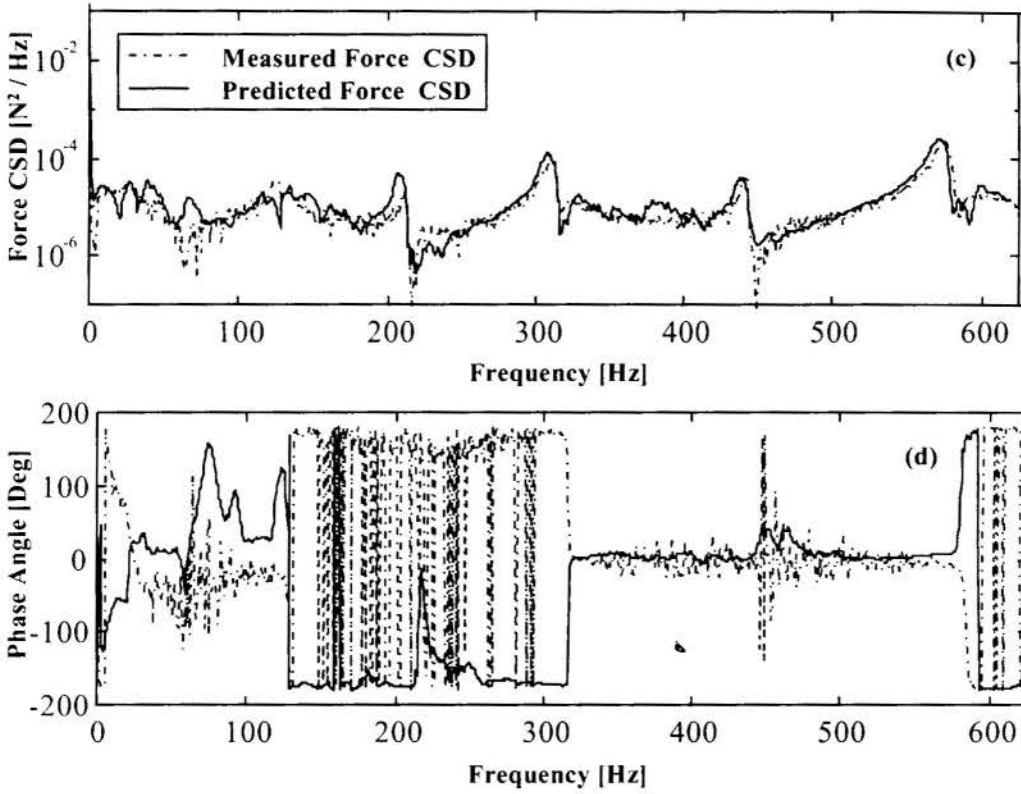


Figure 3 (cont.): Predicted force ASDs and CSD for case (a) using CSDs (*correlated motions*). Predicted forces from random pseudo-inverse technique (solid line) are compared with measured forces (dashed-dotted line): (a) Force ASD $G_{f_{33}}$; (b) Force $G_{f_{44}}$; (c) Magnitude of Force CSD $G_{f_{34}}$; (d) Phase Angle of Force CSD $G_{f_{34}}$

4.2. Case (b): Two Uncorrelated Random Forces at Points 3 and 4 - Uncorrelated Equation Results

This test employs the same setup as in case (a), i.e., two independent random forces feeding exciters at locations 3 and 4. In this case, the predicted force ASDs $G_{f_{33}}$ and $G_{f_{44}}$ were obtained by using the *uncorrelated* Eq. (7) and these ASDs are shown in Fig. 4. Figure 4(a) shows the force ASD $G_{f_{33}}$ while the ASD $G_{f_{44}}$ is shown in Fig. 4(b).

A comparison of the predicted force ASDs from cases (a) and (b) that are shown in Figs. (3 a) and 4(a) reveals that even when *two independent* random sources are used with exciters at points 3 and 4, the *correlated* Eq. (7) yielded better results than the *uncorrelated* Eq. (9). A reasonable prediction of the force CSD $G_{f_{34}}$ was obtained from Eq. (7) while Eq. (9) yields no CSD results.

4.3. Case (c): Two Correlated Random Forces at Points 3 and 4 - Correlated Equation Results

Both vibration exciters at 3 and 4 are driven by the same input random excitation signal. Figures 5(a) and 5(b) show the force ASDs $G_{f_{33}}$ and $G_{f_{44}}$ results for the *correlated* Eq. (7) and Figs. 5(c) and 5(d) show the magnitude and phase angle of the predicted force CSD $G_{f_{34}}$ between excitation locations 3 and 4.

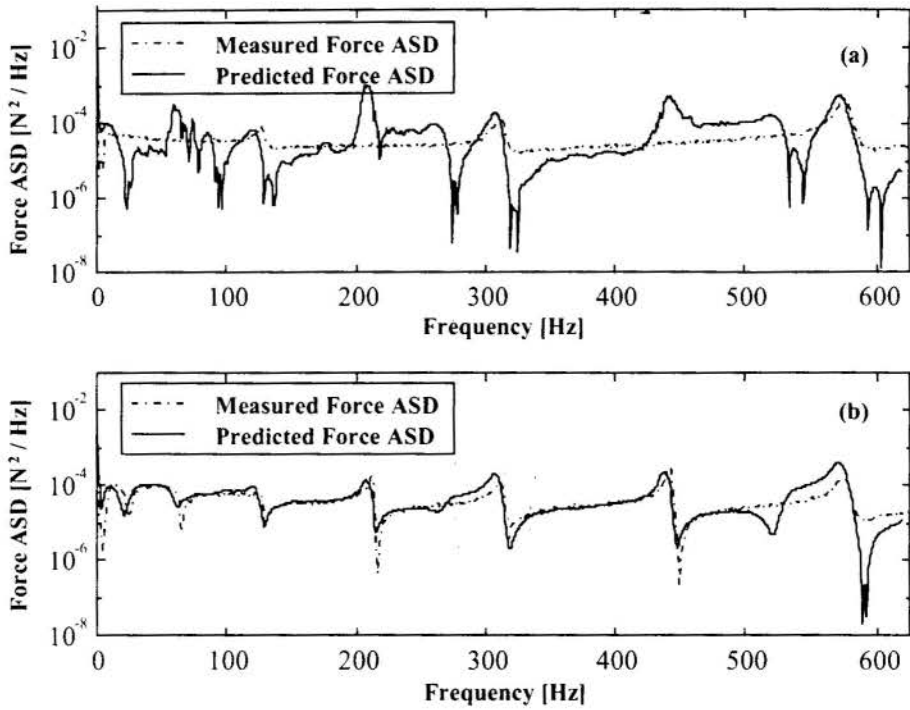


Figure 4: Predicted force ASDs for case (b) neglecting CSDs (*uncorrelated motions*). Predicted forces from pseudo-inverse technique (solid line) are compared with measured forces (dashed-dotted lines): (a) Force ASD $G_{f_{33}}$; (b) Force ASD $G_{f_{44}}$

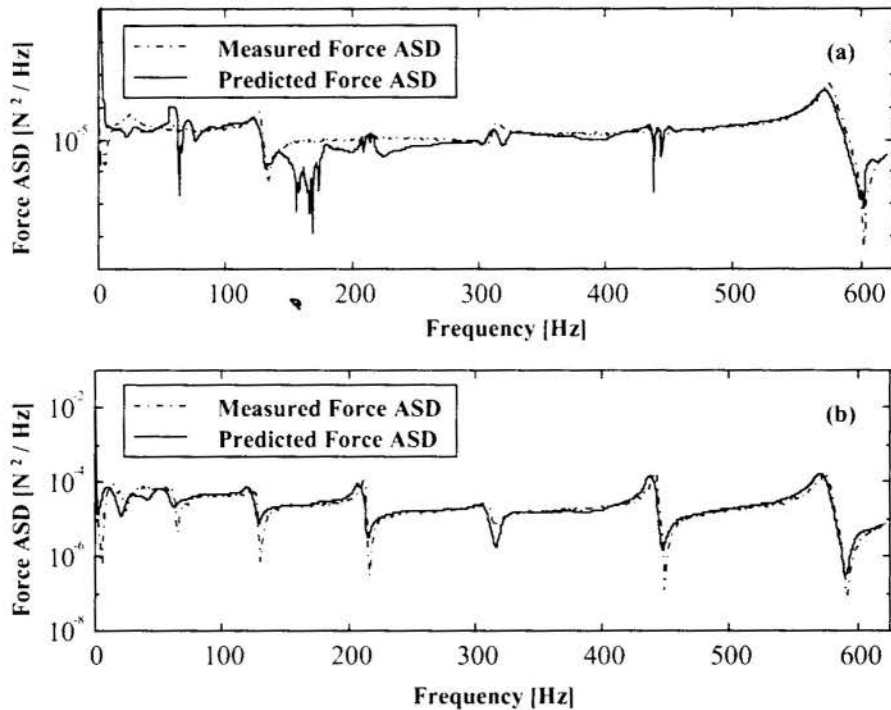


Figure 5: Predicted force ASDs and CSD for case (c) including CSDs (*correlated motions*). Predicted forces from random pseudo-inverse technique (solid line) are compared with measured forces (dashed-dotted line): (a) Force ASD $G_{f_{33}}$; (b) Force $G_{f_{44}}$; (c) Magnitude of Force CSD $G_{f_{34}}$; (d) Phase Angle of Force CSD $G_{f_{34}}$

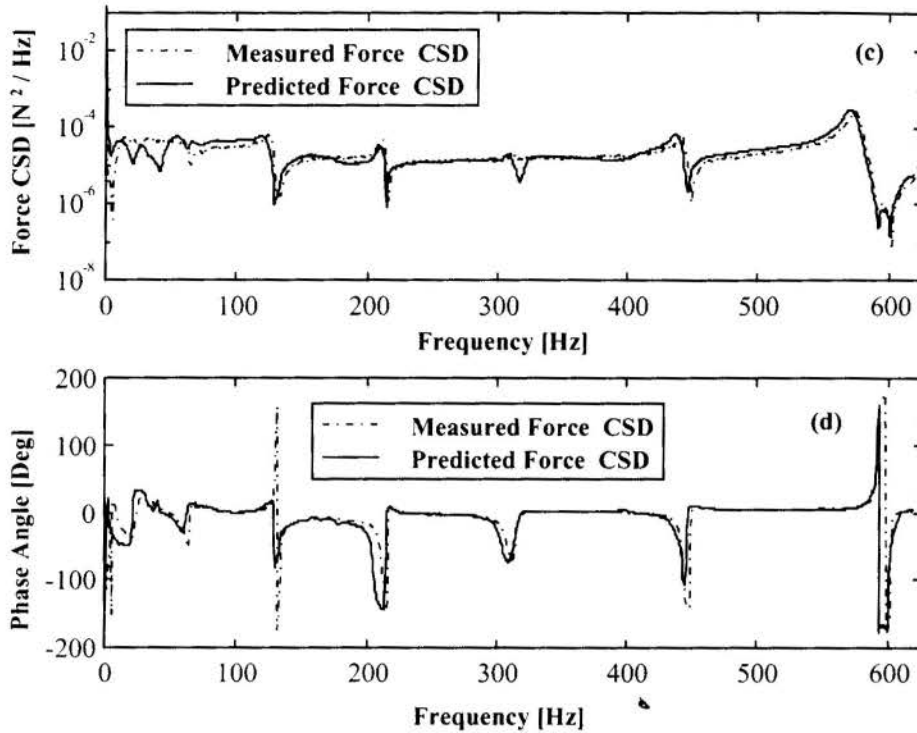


Figure 5(cont): Predicted force ASDs and CSD for case (c) including CSDs (*correlated motions*). Predicted forces from random pseudo-inverse technique (solid line) are compared with measured forces (dashed-dotted line): (a) Force ASD $G_{f_{33}}$; (b) Force $G_{f_{44}}$; (c) Magnitude of Force CSD $G_{f_{34}}$; (d) Phase Angle of Force CSD $G_{f_{34}}$

4.4. Case (d): Two Correlated Random Forces at Points 3 and 4 - Uncorrelated Equation Results

Finally, the *uncorrelated* Eq. (9) is used with the acceleration ASDs obtained when both exciters are driven by the same random signal. The resulting force ASDs $G_{f_{33}}$ and $G_{f_{44}}$ for this case are shown in Figs. 6(a) and 6(b).

A comparison of the predicted force ASDs from cases (c) and (d) clearly shows that the assumption of uncorrelated input and output signals is inadequate in this case. Predicted results for $G_{f_{34}}$ in Figs. 5(c) and (d) show close agreement with measured values.

5. CONCLUSIONS

In this paper, the feasibility of the pseudo-inverse technique in the identification of random forces from acceleration measurements is investigated. It is shown that a commonly accepted assumption of input forces (and consequently motions) being statistically uncorrelated is inadequate when solving the inverse problem. Under this assumption, acceleration CSDs are neglected in the pseudo-inverse solution for the unknown input forces, i.e., only the acceleration ASDs are required. Experimental results support the conclusion that acceleration CSDs must be used in the random pseudo-inverse technique since these functions carry the phase information that in turn, establish the correlation requirements among time variables.

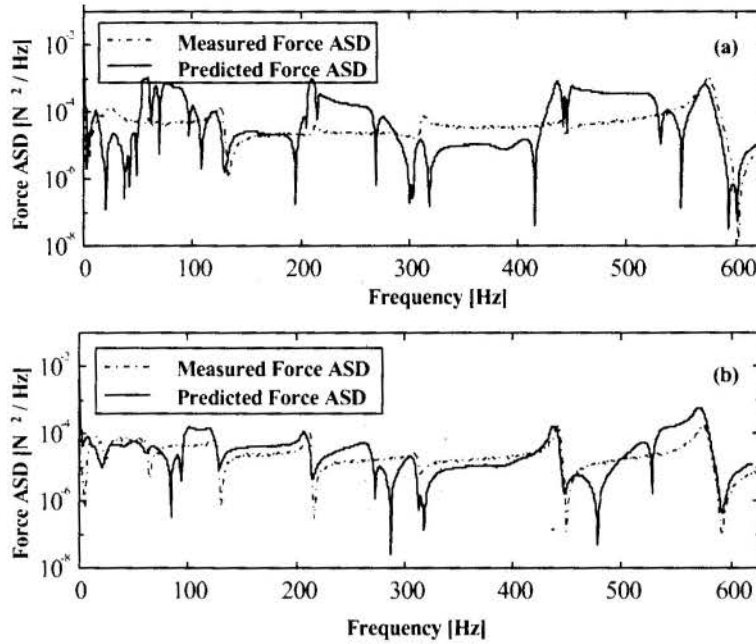


Figure 6: Predicted force ASDs for case (d) neglecting CSDs (*uncorrelated motions*). Predicted forces from pseudo-inverse technique (solid line) are compared with measured forces (dashed-dotted lines): (a) Force ASD Gf_{33} ; (b) Force ASD Gf_{44}

6. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank the Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics - Iowa State University for supporting this research. Mr. Paulo S. Varoto is grateful to CNPq - Brasil, and USP for the financial support received during his PhD program.

7. REFERENCES

- Allison, H., "Inverse Unstable Problems and Some of their Applications, *Mathematical Scientist*, N. 4, pp. 9-30, 1974.
- Bendat, J., Piersol, A., Random Data, Analysis and Measurement Procedures, 2 Ed., John Wiley, 1986.
- Data Physics Corporation, Dp420 FFT Analyzer Manual, Version Dp420, San Jose, CA, 1989.
- Fabunmi, J., "Effects of structural modes on vibratory force determination by the pseudoinverse technique", *AIAA Journal*, V. 24, N. 3, 1986, pp. 504-509.
- Gregory, D. C., Priddy, T. G., Smallwood, D. O ., "Experimental Determination of the Dynamic Forces Acting on Non-Rigid Bodies", SAE Paper N. 861791, pp. 1-11, 1987.
- Hillary, B., Indirect measurement of vibration excitation forces, PhD Thesis, Imperial College of Science Technology and Medicine, London, April, 1983.

McConnell, K. G., Vibration Testing: Theory and Practice, John Wiley, 1995.

MODENT, Reference Manual, ICATS, Imperial College, Testing and Software, Imperial College of Science, Technology and Medicine, Mech. Eng. Department, London, 1994.

Starkey, J. M., Merrill, G. L., "On the Ill-Conditioning Nature of Indirect Force Measurement Techniques", *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, V. 4, N. 3, pp. 103-108, 1989.

Varoto, P. S., The Rules for the Exchange and Analysis of Dynamic Information in Structural Vibration, PhD Dissertation, Iowa State University, Ames, IA, 1996.

Zhang, L., "An Investigation of Random Force Identification by Parametric Model Method", *Proceedings of the 10th International Seminar on Modal Analysis*, K. U. Leuven, Belgium, pp. 1-10.



PAPER CODE: COB437

CONTROLE DE VIBRAÇÕES EM EDIFÍCIOS ATRAVÉS DE PÊNULOS SUSPENSOS / *VIBRATION CONTROL IN TALL BUILDINGS USING A SUSPENDED PENDULUM*

Luciana do Val de Azevedo, Romulo de Freitas Paixão & Seyyed Said Dana
Pos-Graduação em Engenharia Mecânica- Centro de Tecnologia - UFPB
CEP 58059-900, João Pessoa, Paraíba, Brasil, E-mail contact@ct.ufpb.br

Abstract

Excessive vibration in structures can be attenuated by active or passive dissipative mechanisms. Though active controle systems have grown substantially recently, however the passive systems still represent the major ways for reduction of amplitudes in vibration of structures. Their use still brings low cost simplified and relatively easy implemented devices. In this work a study of efficiency of synchronized oscillators acting passively to reduce the amplitude of vibration of tall buildings subjected to random vibration is presented. It is shown that the efficiency of control system designed for optimal work depends principally on the amount of the inherent damping in structural configuration. In the systems with low structural damping the effect of introducing damping by an auxiliary system is high, and the efficiency becomes a considerable factor. In other hand the effect of auxiliary system diminishes when the damping in principal system is already high.

Keywords

Vibração, isolamento, oscilados sintonizados, Vibration Isolation

1. INTRODUÇÃO

Vibrações excessivas em grandes estruturas civis podem ser reduzidas através de mecanismos de dissipação de energia ou de isolamento. No primeiro, caso incluem-se os oscilados sintonizados que podem atuar de forma passiva aumentando o amortecimento inicial da estrutura base, através da alocação de massas, geralmente colocadas no topo da edificação e sintonizadas na frequência de um modo de vibração relevante. O amortecimento efetivo introduzido pelo mecanismo de controle depende fundamentalmente dos seguintes parâmetros: a) relação entre as massas, b) relação de amortecimento dos sistemas e c) razão entre as frequências. Para razões de massas menor que 1% a redução de amplitudes é pequena, tornando questionável a eficiência do sistema. Por outro lado, se o amortecimento do sistema secundário também é pequeno ocorre um fenômeno chamado "batimento" que consiste na troca de energia entre as duas massas tornando inoperante o mecanismo de controle. O aumento da relação entre massas a níveis elevados é indesejável porque implica necessariamente no acréscimo de carga de projeto. Já o amortecimento isolado da massa auxiliar pode ser elevado sem complicações adicionais.

Neste trabalho, o absorvedor de massa proposto consiste em um pêndulo suspenso, cuja massa pode ser deslocada ao longo do comprimento da haste, sintonizando a frequência do pêndulo em outras frequências naturais do sistema primário. Isto pode ser particularmente importante em excitações de natureza sísmica, cujo conteúdo de frequências geralmente é mais alto que a frequência fundamental dos edifícios alteados, onde o AMS (amortecimento de massa sintonizada) convencional sintonizado na frequência fundamental se tornaria inoperante.

2. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Considere-se a figura 1 onde se mostra um sistema de dois graus de liberdade incorporado com mecanismo de redução de amplitude de vibrações que consiste em uma massa pendular m_2 . As equações de movimento (vibrações amortecidas) podem ser obtidas através das equações de Lagrange.

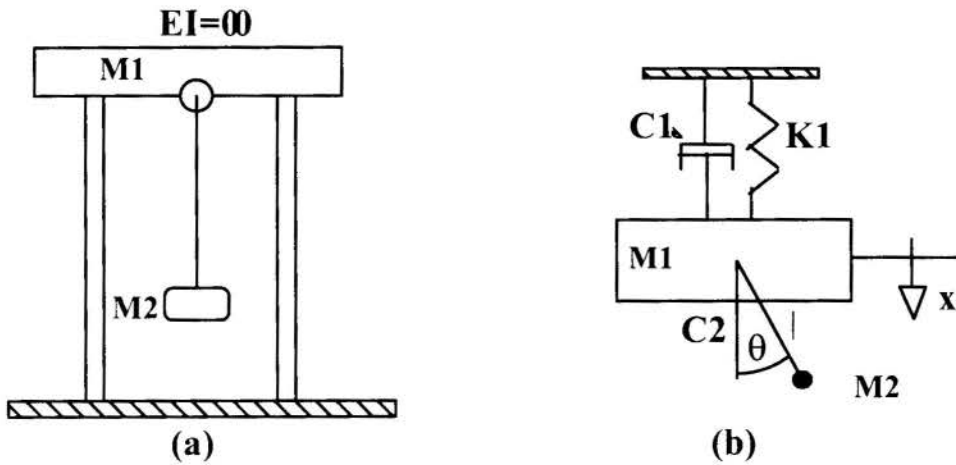


Fig.1: Modelo Físico (a) - Modelo Matemático (b)

Com efeito, definindo a energia cinética do sistema

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x} + \dot{\theta}L)^2 \quad (1)$$

e a energia potencial do sistema linearizado:

$$U = \frac{1}{2} kx^2 + \frac{1}{2} m_2 g\theta L \quad (2)$$

A partir da condição

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial (T-U)}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial (T-U)}{\partial q_i} = Q_i \quad (3)$$

resultam as equações de movimento

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2 L\ddot{\theta} + c_1\dot{x} + kx &= 0 \\ m_2 L^2\ddot{\theta} + m_2 L\ddot{x} + c_2\dot{\theta} + m_2 gL\theta &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

onde m_1 , k , c_1 representam a massa, rigidez e amortecimento do sistema primário, respectivamente, enquanto m_2 constitui a massa e c_2 o amortecimento do sistema secundário.

O sistema de equações de segunda ordem (4) pode ser escrito em termos de variáveis de estado como um sistema de quatro equações de primeira ordem. Definindo,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ x_3 &= \theta \cdot L \\ \dot{x}_3 &= x_4 \end{aligned} \quad (5)$$

resulta:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\omega_1^2 x_1 - 2\zeta_1 \omega_1 x_2 + \mu \omega_2^2 x_3 + 2\zeta_2 \omega_2 \mu^* x_4 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \omega_1^2 x_1 + 2\zeta_1 \omega_1 x_2 - (1 + \mu) \omega_2^2 x_3 - 2\zeta_2 \omega_2 \left(\frac{1}{L^2} + \mu^* \right) x_4 \end{aligned} \quad (6)$$

onde

$$\omega_1^2 = \frac{k_1}{m_1}; \quad \omega_2^2 = \frac{g}{L} \quad \mu = \frac{m_2}{m_1} \quad \mu^* = \frac{\mu}{L^2}$$

ou na forma matricial

$$\dot{\bar{X}} = \mathbf{A}\bar{X}$$

onde \mathbf{A} é a matriz de estado dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\omega_1^2 & -2\zeta_1 \omega_1 & \mu \omega_2^2 & 2\zeta_2 \omega_2 \mu^* \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \omega_1^2 & 2\zeta_1 \omega_1 & -(1 + \mu) \omega_2^2 & -2\zeta_2 \omega_2 \left(\frac{1}{L^2} + \mu^* \right) \end{bmatrix}$$

3. Amortecimento Efetivo

A eficiência do sistema de controle depende fundamentalmente de três parâmetros: razão entre frequências ω_2/ω_1 , razão entre as massas μ e o amortecimento do sistema secundário ζ_2 .

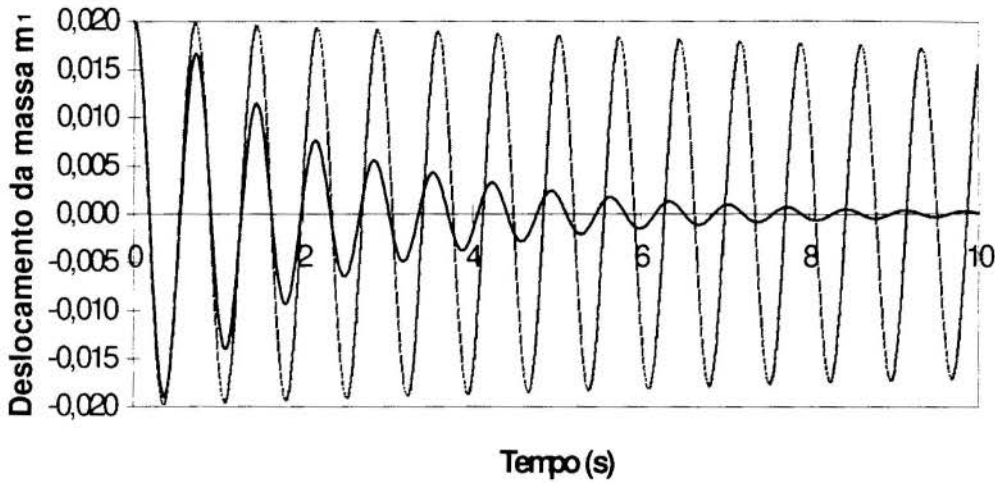


Fig. 2: Vibrações Amortecidas do Sistema Primário sem e com o Mecanismo de Controle

Na figura 2 mostra-se as vibrações livres, quando se aplica um deslocamento inicial, do sistema sem mecanismo de controle e com o mesmo atuando, onde se observa o aumento do amortecimento produzido no sistema primário pela massa auxiliar m_2 . Define-se agora o amortecimento efetivo ζ_{ef} como o amortecimento contido na resposta do sistema primário, introduzido pelo sistema secundário. O amortecimento ζ_2 do sistema secundário que maximiza o amortecimento do sistema primário é definido como o amortecimento ótimo do sistema. O amortecimento ótimo é indicado na figura 3. Já a variação de ζ_{ef} com a razão de frequências é mostrada na figura 4.

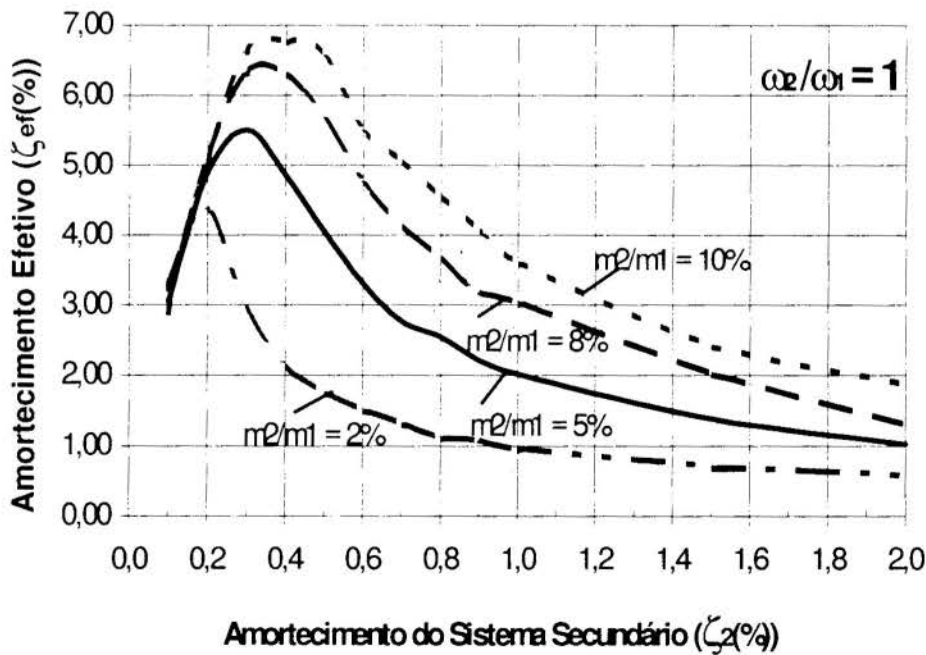


Fig.3: Variação do Amortecimento Efetivo com o Amortecimento Secundário ζ_2

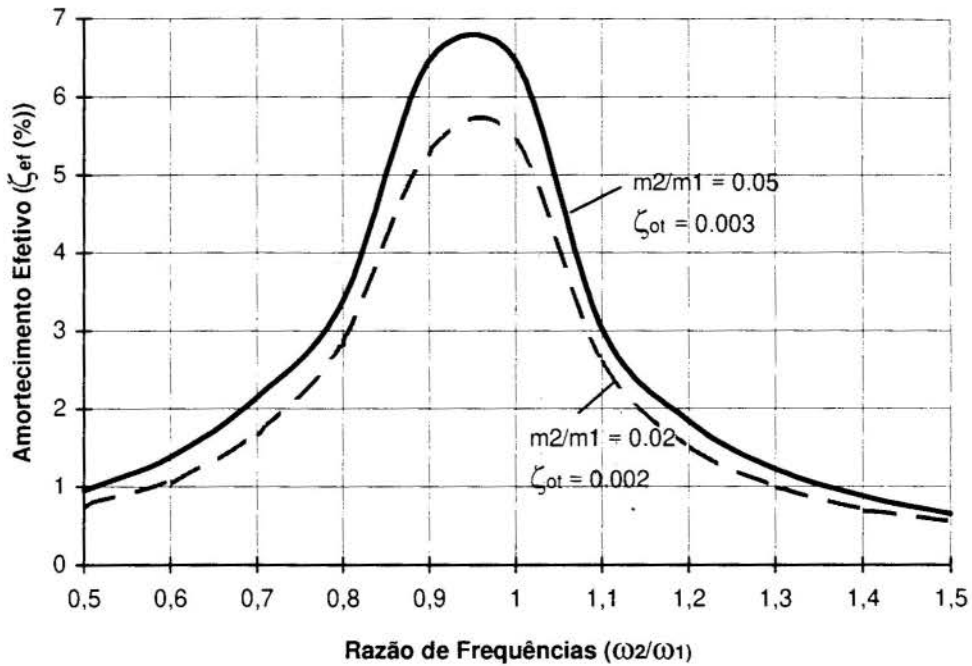


Fig. 4: Variação do Amortecimento Efetivo com a Razão entre Frequências

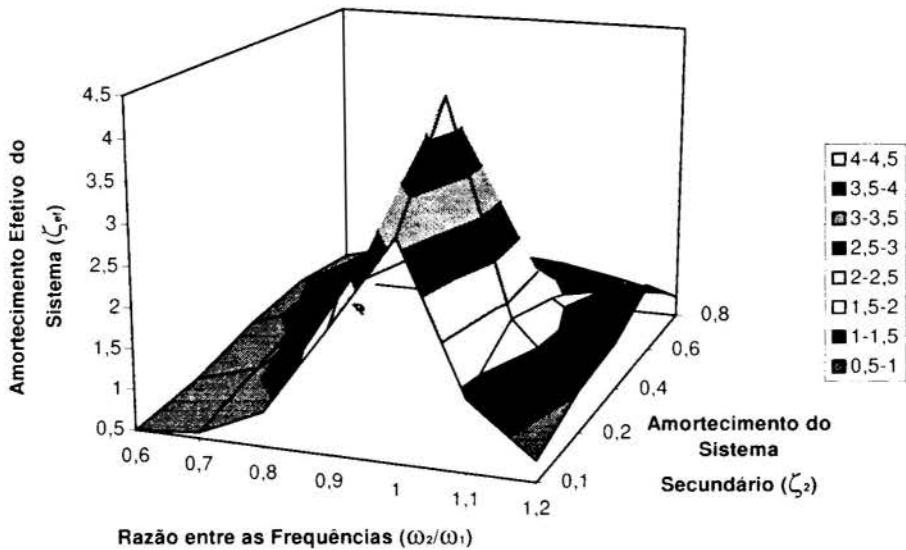


Fig.5(a): Amortecimento Efetivo Máximo

O amortecimento efetivo ζ_{ef} cresce monotonamente com a razão de massas μ , porém apresenta máximos relativos para as variáveis ω_2/ω_1 e ζ_2 . Desta maneira, para relação $\mu = m_2/m_1$ fixa, a condição de operação ótima do sistema é definida pelo par $(\omega_2/\omega_1, \zeta_2)$ que maximiza a função ζ_{ef} . Esta condição pode ser observada nas figuras 5, onde se mostra a condição de operação ótima para uma relação de massas $\mu = 0.02$.

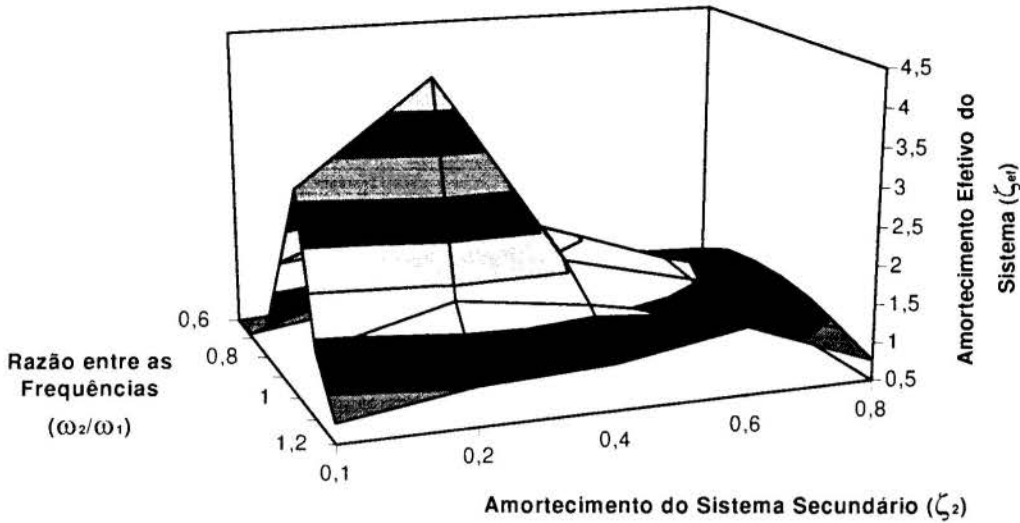


Fig.5(b): Amortecimento Efetivo Máximo

A robustez do sistema de controle com relação aos parâmetros ω_1/ω_2 , ζ_2 pode ser observada nas figuras 6 e 7.

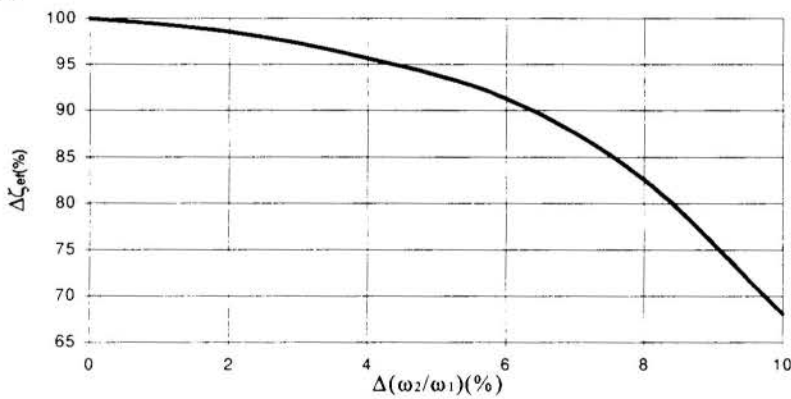


Fig.6: Variação do Amortecimento Efetivo

A figura 6, mostra que uma variação de 10% na frequência reduz em 33% a eficiência do sistema. Com relação a variação no amortecimento ζ_2 observa-se na figura 7 que a redução na eficiência é pequena comparada com a variação na frequência.

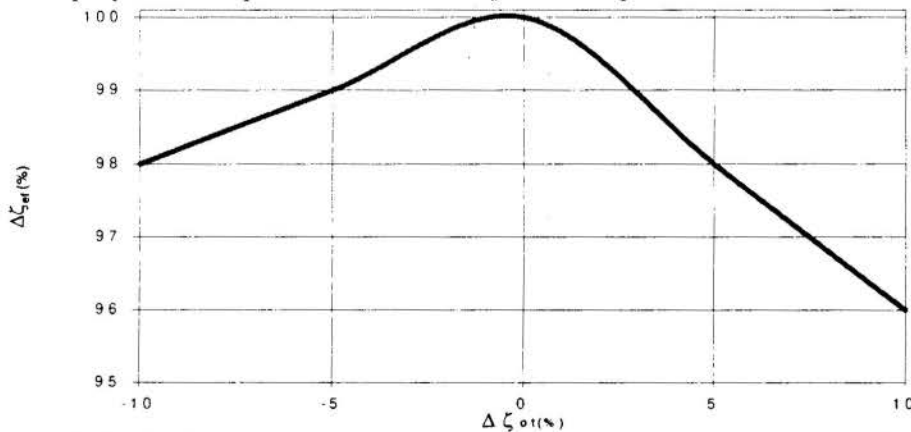


Fig. 7: Influência do Amortecimento do Sistema Secundário no Amortecimento Efetivo do Sistema Primário

4. EFICIÊNCIA DO SISTEMA DE CONTROLE EM ESTRUTURAS SUBMETIDAS A EXCITAÇÕES ALEATÓRIAS

O comportamento dinâmico de edifícios altos sujeitos a ação do vento é governado principalmente pela contribuição do primeiro modo de vibração. Será estudado nesta seção a eficiência do oscilador sintonizado na redução de amplitudes de vibrações de edifícios sujeitos a excitações aleatórias do tipo ruído branco. A eficiência do sistema de controle pode ser definida como:

$$E_f = (1 - E[x^2] / E[X_1^2]) \quad (7)$$

onde $E[X_1^2]$ e $E[x^2]$ representam os valores quadráticos médios das respostas do sistema com e sem o mecanismo de controle. Considerando o amortecimento efetivo definido na seção 3, o sistema de dois graus de liberdade pode ser substituído por um sistema equivalente, de um grau de liberdade com amortecimento modificado. Neste caso a equação 7 reduz-se a:

$$E_f = (1 - E[y^2] / E[x^2]) = (1 - \xi_1 / \xi_{ef})$$

onde ξ_{ef} representa o amortecimento efetivo e ξ_1 o amortecimento natural do sistema primário. Na figura 8 mostra-se a eficiência do sistema de controle em função do amortecimento do sistema primário. Pode-se observar claramente que a eficiência do mecanismo fica comprometida quando o amortecimento natural do sistema primário é considerável

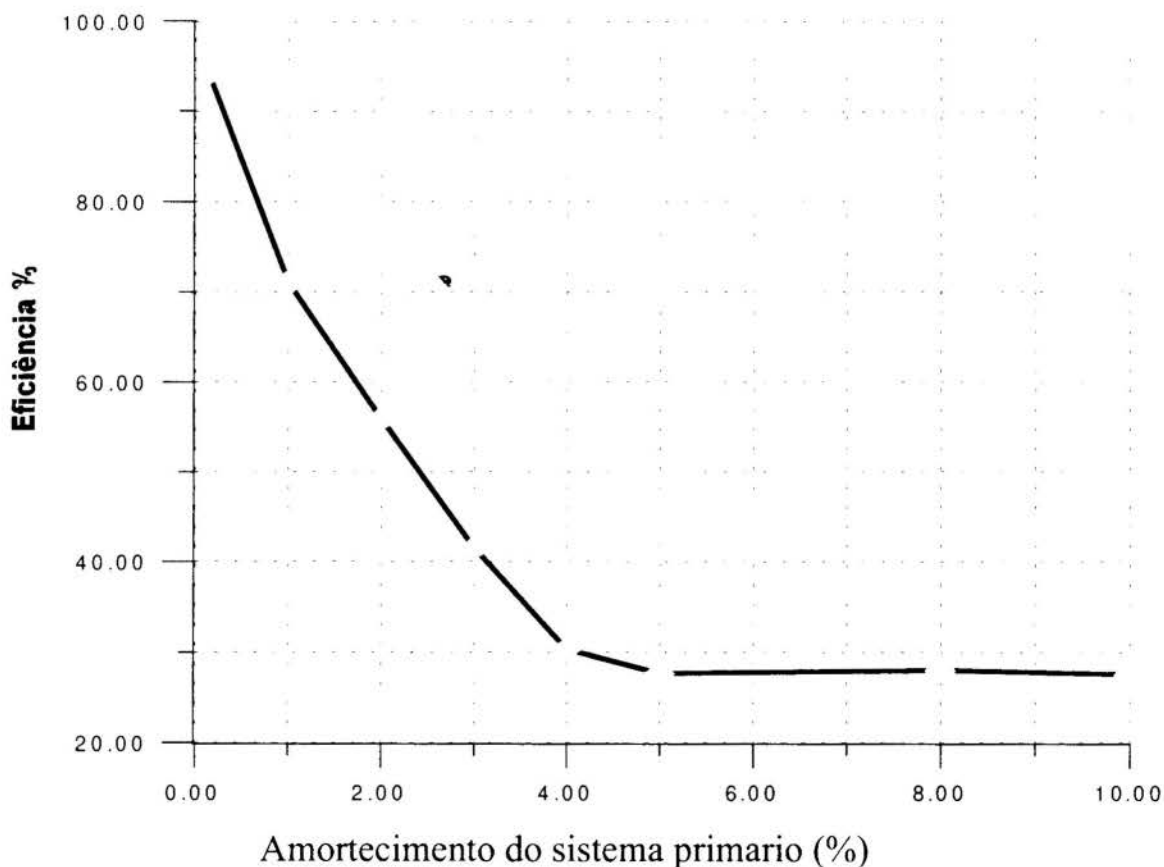


Fig. 8: Eficiência do Sistema de Controle

5. CONCLUSÕES

Osciladores de massa sintonizados constituem uma forma eficiente de controle de vibrações quando o amortecimento natural da estrutura base é baixo. Sua utilização pode ser questionada em estruturas que já possuem um alto fator de amortecimento. Além disto, verificou-se que o sistema de controle não é robusto, sendo particularmente sensível para variações na razão de frequência.

A grande vantagem consiste no baixo custo de implementação e facilidade de manutenção, quando comparados com os sistemas ativos de controle.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AYORINDE, E.O.,WARBURTON,G. B. Minimizing Structural Vibrations With Absorbers, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v.8, p.219-236, 1980

DEN HARTOG, J.P. Mechanical Vibrations. 3.ed. pp478, London, Mc Graw-Hill, 1947.

MACNAMARA, R.J. Tuned mass dampers for buildings. Journal of Structural Division, v103, n.9,p.1785-1798, Sept.1977

SETAREH, M.; HANSON, R.D. Tuned Mass Dampers For Balcony Vibration Control, Journal of Structural Engineering, v.118, n.3,pp723-740,Mar.1992

VALÉRIO DE SOUZA CABRAL, S. Uso de Osciladores Passivos Sintonizados no Controle de Vibrações de Estruturas Sujeitas a Excitações Aleatórias. Dissertação de mestrado. Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pp115 1997.

VICKERY,B.J.;ISYUMOV, N.; DAVENPORT, A.G. The Role of Damping, Mass and Stiffness in the Reduction of Wind Effects on Structures. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, v.11, n.1-3, pp285-294,1983

WARBURTON, G.B.;AYORINDE, E.O. Optimum Absorber Parameters for Simple Systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v.8, pp197-217,1980



PAPER CODE: COB439

CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES COM ATUADORES PIEZOELÉTRICOS/*ACTIVE CONTROL OF VIBRATION USING PIEZOELECTRICS ACTUATORS*

Simplicio Arnaud da Silva, Seyyed Said Dana & Clivaldo Silva de Araújo
Departamento de Tecnologia Mecânica, Universidade Federal da Paraíba, Campus I
CEP 58.073-420 - João Pessoa - Pb - Brasil - E. Mail: arnaud@ct.ufpb.br

Abstract

Transient noise control has been applied in variety of devices, machines, and structures. In this paper an active control approach that reduces transient noise transmission through a double plate in a circular duct is presented. Two circular pieces of piezoelectric material are used in the plate as an actuator to induce a moment in the plate. The same procedure is applied to use a circular piezoelectric material as a sensor. A special configuration consisting of two circular plates are used as a plant to control transient noise using a dynamic feedforward controller. In the experiment the forward traveling wave is captured by the first plate containing a piezoelectric sensor. This information is used as feedforward signal. A special electronic circuit is used to perform as the feedforward controller. A transient pressure pulse is used to excite the first plate, and reductions of up to 20 dB are observed at the second plate placed downstream of the first place, when the controller is active.

Palavras Chave

Controle ativo, Controle de ruído, Piezoelétrico/Active Control, Noise Control, Piezoelectric

1. INTRODUÇÃO

Recentemente, o mecanismo de controle ativo de transmissão de ruído tem sido estudado intensivamente, por causa do interesse em aplicações para redução dos níveis de ruído no interior de aviões e carros.

O uso de materiais piezoelétricos como atuadores (ou sensores) embutidos ou colados em superfícies de estruturas, têm despertado grande interesse para os pesquisadores. A particularidade das lâminas piezoelétricas é devido ao fato destas apresentarem uma característica distribuída e alta resolução de deslocamento. Além disso, as lâminas piezoelétricas são baratas, leves e são facilmente coladas ou embutidas numa variedade de superfícies.

O efeito piezoelétrico direto, que consiste na geração de uma carga elétrica pela imposição de uma força externa, tem sido muito utilizado numa variedade de projetos de transdutores. A aplicação do efeito piezoelétrico inverso, ou seja, uma deformação induzida por uma tensão elétrica externamente aplicada no material piezoelétrico, possibilita a sua utilização no controle ativo de vibrações em estruturas.

Recentes estudos realizados por Wang *et al.*(1990) e Dimitriadis *et al.*(1989), têm sido dedicados ao controle da radiação sonora utilizando atuadores piezoelétricos. Fuller *et al.* (1990,1989), demonstraram analítica e experimentalmente que a aplicação de forças externas

em estruturas podem reduzir a radiação sonora, e que para este tipo de aplicação, os atuadores piezoelétricos são os mais indicados, principalmente em estruturas leves. Os autores também fizeram um estudo experimental para o controle de radiação sonora numa placa simplesmente apoiada com um único atuador piezoelétrico como entrada de controle. Neste estudo, o controle do campo sonoro remoto foi alcançado por supressão nodal. Wang *et al.*(1989,1990), desenvolveram um modelo analítico que considera o controle ativo de radiação sonora de múltiplos atuadores piezoelétricos como fontes secundárias. A entrada da fonte primária é constituída de uma força aplicada à estrutura. O controle global da radiação sonora foi alcançado com elementos piezoelétricos empregados como atuadores distribuídos.

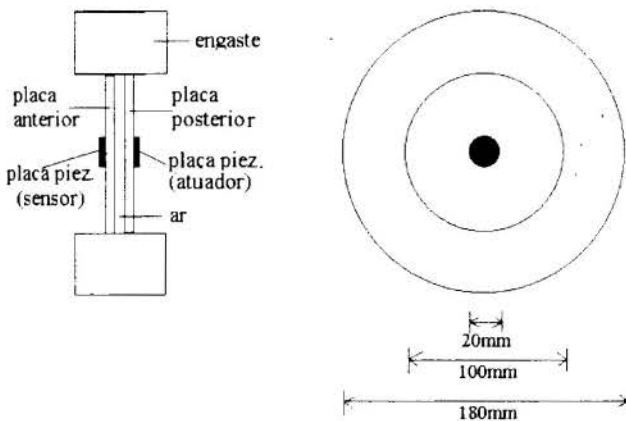
A aplicação de atuadores distribuídos para o controle de radiação sonora através de placas finas, foi considerada analiticamente por Dimitriadis *et al.*(1991,1989). Os autores derivaram as equações para estruturas bidimensionais, com o uso de atuadores piezoelétricos, e demonstraram que estes podem excitar modos selecionados de vibração na faixa de frequência de trabalho quando usados de forma distribuída. Dimitriadis *et al.*(1989), demonstraram também analiticamente que um único elemento piezoelétrico pode produzir alta atenuação de transmissão sonora através de placas circulares engastadas.

Recentemente, Niekerk *et al.*(1995), desenvolveram um trabalho teórico e experimental de controle de ruído de uma placa circular em um duto. Os autores desenvolveram uma metodologia geral de projeto que utiliza controladores digitais de alimentação direta e inversa num único estado dinâmico. Uma redução de 20 dB no primeiro modo de vibração (1 kHz), foi obtida.

Este trabalho apresenta um sistema de controle ativo de vibração utilizando duas placas circulares engastadas em um duto. Uma das placas é utilizada para detectar o sinal de vibração provocado por um campo acústico gerado por um auto-falante. Um controlador analógico de alimentação direta é utilizado para controlar a vibração da outra placa.

2. MONTAGEM EXPERIMENTAL

A montagem é constituída de duas placas circulares de alumínio com 1,5 mm de espessura e 100 mm de diâmetro cada uma.



Estas placas estão engastadas numa mesma estrutura (montagem conjunta) e separadas de 1,5 mm. Concêntricas a elas são coladas lâminas piezoelétricas também circulares de 20 mm de diâmetro e 0,19 mm de espessura conforme a figura 1.

A vibração destas é provocada por um campo acústico que se propaga em um duto, e é gerado por um auto-falante. A placa anterior juntamente com o sensor piezoelétrico, gera o sinal de referência para o atuador que está fixo na placa posterior. A figura 2, mostra a montagem mecânica completa do sistema utilizado para o experimento. Os dados geométricos e as propriedades do material do modelo estão relacionados nas tabelas 1 e 2 respectivamente.

Fig.1 - Desenho esquemático da montagem das placas.

Tabela 1: Dados Geométricos

Placa	Diâmetro	100 mm
	Espessura	1,5 mm
Atuador	Diâmetro	20 mm
Duto	Diâmetro	100 mm
	Distância (auto-falante p/ primeira placa)	30mm
	Distância (auto-falante p/ segunda placa)	33mm

Tabela 2: Propriedades do material

Placa	Módulo de elasticidade	$6,9 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
	Densidade	$2,7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Piezoelétrico	Módulo de elasticidade	$6,3 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
	Densidade	$7,65 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$
	Constante piezoelétrica	$1,66 \times 10^{-10} \text{ m/V}$

O campo acústico gerado, excita a placa anterior, que transmite a vibração para a placa posterior. O cancelamento da vibração desta última, é obtido pela aplicação de um esforço oposto ao gerado pelo campo acústico, através de um sinal elétrico aplicado no atuador. Este sinal tem como referência o mesmo gerado na placa anterior, cuja resposta em frequência é semelhante à da placa posterior.

3. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DO CIRCUITO ELÉTRICO DE CONTROLE

Um circuito elétrico de controle de alimentação direta é utilizado para a obtenção do sincronismo do sinal aplicado no atuador com o sinal de referência. A figura 3, mostra o diagrama de blocos do circuito de controle, cuja descrição é a seguinte: a vibração da placa anterior devido a excitação do campo acústico, é transformada em um sinal elétrico através de um sensor piezoelétrico colado a mesma. Este sinal passa por um filtro passa baixa (1) com uma frequência de corte de 2,0 KHz, e é amplificado por um amplificador de ganho variável (2) com objetivo de variar a amplitude do sinal gerado. A variação da fase é feita pelo defasador (3), cuja saída é amplificada em tensão e corrente pelo amplificador de potência para fornecer a potência (4) necessária para o atuador. Através de ajustes nas amplitude (2) e fase (3), do sinal que alimenta o atuador, pode-se minimizar o nível de vibração da placa posterior.

As funções de transferência do filtro e do defasador estão representadas pelas equações 1 e 2 respectivamente.

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{11,75 \cdot 10^{-12} S^3 + 8,51 \cdot 10^{-5} S^2 + 4 \cdot 10^{-4} S + 1} \quad (1)$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{2 \cdot 10^{-4} S - 1}{(2 \cdot 10^{-6} + R)S + 1} \quad (2)$$

onde V_e e V_s , representam as tensões de entrada e saída de cada bloco respectivamente, e R é uma resistência variável utilizada para ajustar a defasagem.

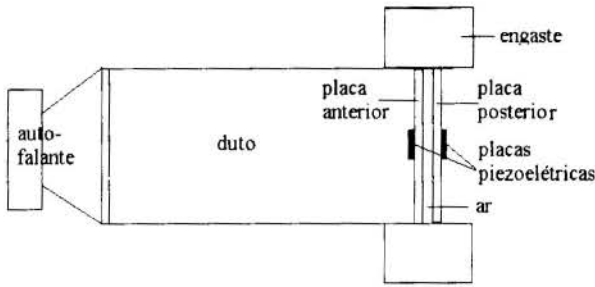


Fig.2 -Desenho esquemático da montagem completa.

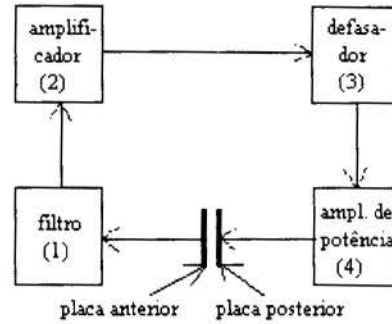


Fig.3 - Diagrama de blocos do circuito de controle.

4. VERIFICAÇÃO DO PRIMEIRO MODO DE VIBRAÇÃO DAS PLACAS

O primeiro modo de vibração das placas foi obtido teoricamente (analítico e numérico) e experimentalmente para as placas separadas, porém, para as placas em conjunto só foi obtido experimentalmente, tendo em vista que o modelo teórico está em fase de desenvolvimento.

Em trabalhos posteriores, apresentaremos o modelo completo do sistema.

4.1 Formulação Matemática.

O desenvolvimento da expressão para o cálculo das frequências naturais da placa é laborioso e pode ser encontrado em qualquer literatura da área. Timoshenko (1959), apresenta uma solução aproximada aplicando o método Rayleigh-Ritz, que geralmente fornece uma boa precisão para as aplicações práticas no modo mais baixo de vibração. Neste caso, a forma da placa vibrante é simétrica com respeito ao seu centro. Para uma placa circular engastada, a equação seguinte fornece as frequências dos modos de vibração.

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{\alpha}{a^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \quad (3)$$

onde:

$$D = \sqrt{\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}}$$

E = módulo de elasticidade do alumínio

μ = fator de poisson do alumínio

h = espessura da placa de alumínio

ρ = densidade do alumínio

a = raio da placa de alumínio

$\alpha = 10,21$ para o primeiro modo.

A equação (1) não considera o amortecimento do meio e o estiramento da placa.

4.2 Verificação Numérica

Para a verificação numérica, utilizou-se o programa computacional de elementos finitos MSC/NASTRAN, no qual implementou-se um modelo com 286 elementos e 291 nós.

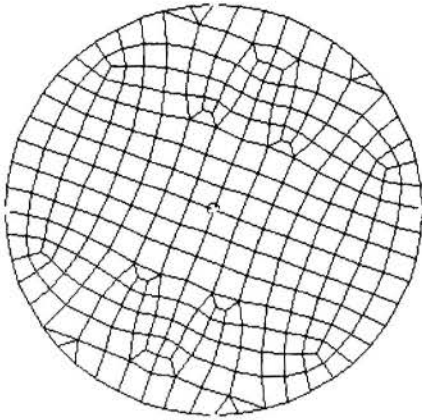


Fig.4-Configuração utilizada no modelamento da placa.

A figura 4, mostra a configuração da malha utilizada.

4.3 Verificação Experimental

Na identificação do primeiro modo de vibração das placas realizou-se um ensaio de impacto para a obtenção do sinal no tempo. A aquisição e processamento do sinal foi feita por um sistema de aquisição de dados computadorizado equipado com a interface Daqbook100 e o programa computacional para tratamento de sinais Snap-Master. As figuras 5 e 6, mostram as curvas experimentais no domínio da frequência para as placas anterior e posterior separadas.

domínio da frequência para as placas anterior e posterior separadas.

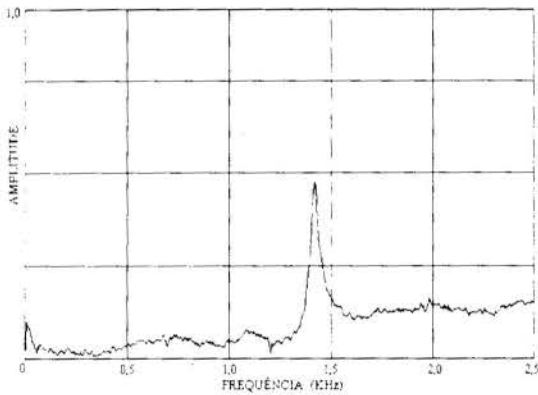


Fig.5- FFT do sensor separado.

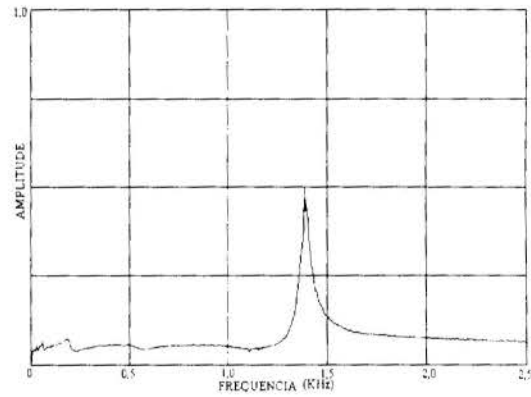


Fig.6- FFT do atuador separado.

Verifica-se que as frequências naturais do primeiro modo são 1418 Hz e 1388 Hz respectivamente. Quando estão engastadas conjuntamente, a frequência natural passa a ser de 1500 Hz, conforme figuras 7 e 8.

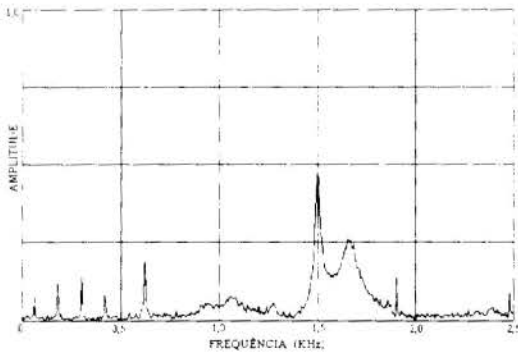


Fig.7-FFT do atuador em conjunto..

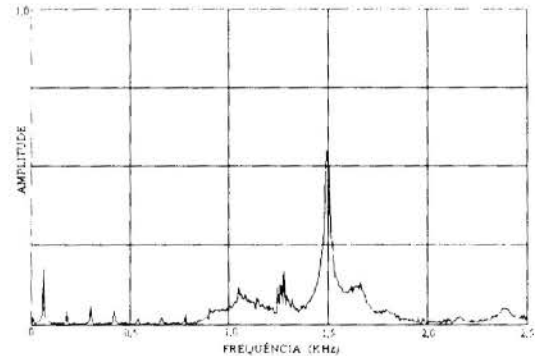


Fig.8 -FFT do sensor em conjunto.

5. RESULTADOS DOS TESTES DINÂMICOS DO SISTEMA DE CONTROLE.

A figura 9, mostra a resposta no domínio do tempo em regime forçado da placa posterior para o primeiro modo de vibração com e sem controle. O nível de vibração foi minimizado ajustando-se a amplitude e a fase do sinal de controle para frequência de 1500 Hz. Nessa frequência, verificou-se uma redução do nível de vibração de 25 dB.

A figura 10, mostra a resposta em frequência da placa posterior com o controlador ligado e desligado. Observando-se esta figura, constata-se a redução no nível de vibração da placa posterior na frequência de 1500 Hz quando o controle é ativado. Além disso, não houve alteração na vibração da referida placa na faixa de frequência fora da ressonância (até 2500 Hz), comprovando assim a eficiência do sistema.

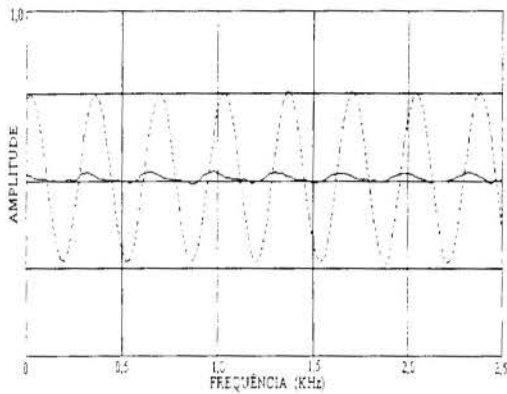


Fig.9-Resposta no tempo em 1500 Hz: controle desligado , controle ligado _____.

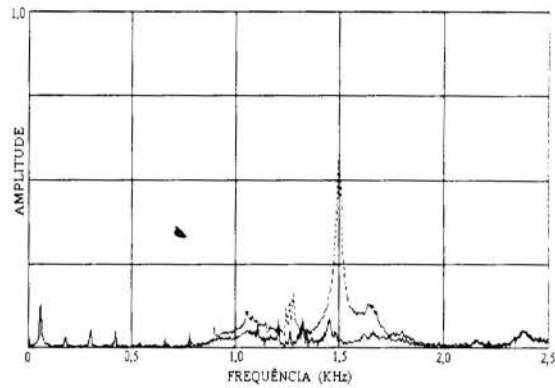


Fig.10-FFT; controle ligado _____. controle desligado

6. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi investigar a eficiência do atuador piezoelétrico no controle da vibração de uma placa flexível. A figura 10, mostra claramente que com a utilização de um atuador piezoelétrico adequado, pode-se efetivamente reduzir a transmissão do ruído. A geometria e localização do atuador piezoelétrico permite um acoplamento adequado com o primeiro modo de vibração das placas. O uso da primeira placa como base para o sensor piezoelétrico substituindo o microfone que é geralmente usado, atuou como filtro mecânico melhorando o desempenho do sistema, além de possibilitar o uso de um circuito analógico simples no lugar de um computador.

Esta técnica deverá contribuir para o aumento do uso de controladores ativos de vibração em projetos comuns por ser mais viável economicamente.

7. REFERÊNCIAS

Dimitriadis E.K. & Fuller, C.R. *Investigation on Active Control of Sound Radiation from a Panel Using Piezoelectrics Actuators*, AIAA Paper N° 89-1062, 1989.

Dimitriadis, E.K., Fuller, C.R. & Rogers, C. A. *Piezoelectrics Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates*. Journal of Vibration and Acoustics 113, 100-107, 1991.

Dimitriadis, E.K. & Fuller, C.R. *Investigation on Active Control of Sound Transmission Through Elastic Panels Using Piezoelectrics Actuators*. AIAA Paper 89-1062, 1989.

Fuller, C.R. *Active Control of Sound Transmission Radiation from Elastic Plates by Vibration Inputs. I. Analysis*, J. Sound Vib. 136. 1-15, 1990.

Fuller, C.R., Hansen, C.H. & Snyder, S.D. *Active Control Structurally Radiated Noise Using Piezoceramic Actuators*, Inter-Noise 89 509-511, 1989.

Niekerk, J.L., Tongue, B.H. & Packard, A.K. *Active Control of Circular Plate to Reduce Transient Noise Transmission*, Journal of Sound and Vibration 183(4), 643-662, 1995.

Timoshenko, S. & Young, D. H. *Problemas de Vibración en Ingeniería*, Compañía Editorial Continental, S. A. - México, 1959.

Wang, B.T., Dimitriadis, E.K. & Fuller, C.R. *Active Control of Structurally Radiated Noise Using Multiple Piezoelectrics Actuators*, in Proceedings of AIAA SDM Conference, AIAA Paper 90-1172-CP, Long Beach, CA 1990.

Wang, B.T., Dimitriadis, E.K. & Fuller, C.R. *Active Control Panel Radiated Noise Using Multiple Piezoelectrics Actuators*, J. Acoustic. Soc. Am. Suppl. 1 86, s84, 1989.

Wang, B.T., Dimitriadis, E.K. & Fuller, C.R. *Active Control of Structurally Radiated Noise Using Multiple Piezoelectric Actuators*, in Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/AHS 3 1st Structures, Structural, Dynamics and Materials Conference, Long Beach, CA, 2-4 April, 1990.



PAPER CODE: COB468

**INTERAÇÃO ROTOR-ESTRUTURA DE FUNDAÇÃO ATRAVÉS DE
MANCAIS HIDRODINÂMICOS/INTERACTION ROTOR-FOUNDATION
STRUCTURE THROUGH HYDRO-DYNAMICS BEARINGS**

KATIA LUCCHESI C. DEDINI & PAULA FRASSINETTI CAVALCANTE

Departamento de Projeto Mecânico- Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP

CEP 13085-970 Campinas- S.P-Brasil E- mail : katia@dpm.fem.unicamp.br

pplegal@dpm.fem.unicamp.br

Abstract

This paper presents a methodology for the analysis of the foundation behaviour and its influence on the whole system (rotor-bearings-foundation), using a mathematical approach to determine its modal parameters such as modal mass, damping factor and natural frequency. The analysis of the complete system is done applying the discretization of the foundation and rotor by finite element method. The evaluation of the foundation modal parameters is done by the analysis of the structure frequency response function, obtained by Fourier Transform. Afterwards the analysis of the system frequency response function is done and analytical results are showed.

Keywords

Fundação em concreto, Rotor, Parâmetros modais / *Concrete Foundation, Rotor, Modal Parameters*

1. INTRODUÇÃO

A análise do comportamento das máquinas rotativas é bastante complexa, já que estas máquinas são constituídas, geralmente, por um sistema complexo de equipamentos que envolvem, além do rotor, eixos e mancais, carcaça do rotor, fundação e outros equipamentos auxiliares. Portanto, para se estudar o comportamento dinâmico desses sistemas, é necessário determinar a interação de todos os componentes. No entanto, o comportamento destas máquinas é significativamente influenciado pelo comportamento da fundação (DEDINI, F.G., CAVALCA, K.L.,1993).

Nos tempos recentes, metodologias analíticas usadas para estudar o comportamento de estruturas ou sistemas mecânicos, têm sido largamente desenvolvidas (JAINSKI, T. ,1982) Modelos matemáticos computadorizados têm sido largamente desenvolvidos, com objetivos de solucionar problemas de vibrações em máquinas e sua estrutura de suporte (fundação). Tais metodologias, utilizam agora modelos mais refinados, no entanto estas metodologias nem sempre apresentam uma resposta rápida, devido ao elevado tempo computacional envolvido no processo, para obtenção das respostas dinâmicas.

Neste trabalho, é apresentada uma metodologia (Método das Coordenadas Mistas) para análise do comportamento desses sistemas, rotor-suportes-fundação, e a interação entre seus

componentes. Um modelo refinado (MEF) da fundação é descrito, o qual viabiliza a identificação dos seus parâmetros modais e, dessa forma, prevê o seu comportamento.

2. METODOLOGIA

2.1 Método das Coordenadas Mistas.

A modelagem matemática consiste em analisar o sistema completo rotor-suportes-fundação como dois subsistemas separadamente (WEIMING, LIU, NOVAK, 1996), subsistema rotor-suportes e fundação. Dessa forma, cada subsistema é analisado separadamente e a resposta do sistema completo é obtida unindo-se as respostas dinâmicas dos subsistemas. Inicialmente determinam-se as funções de transferência analítica do modelo, e em seguida, aplicando-se técnicas de análise modal (BROWN, D.L., 1982) os parâmetros de massa, rigidez e amortecimento são obtidos. Para a análise do sistema é utilizado um vetor de coordenadas mistas, físicas para o rotor e principais para a fundação, que descreve o comportamento do sistema completo.

2.2 Equação de movimento para o sistema rotor-suportes em coordenadas físicas.

Considerando a subestrutura rotor-suportes, composta de eixo e mancais, a equação de movimento para esse subsistema, na forma matricial, é descrita como:

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_r \\ \ddot{x}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{rr} & R_{rf} \\ R_{fr} & R_{ff} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{x}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{rr} & K_{rf} \\ K_{fr} & K_{ff} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_r \\ x_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_o \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ F_f \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Sendo:

M_{ij} → Matriz de massa do rotor e dos suportes.

R_{ij} → Matriz de amortecimento do rotor e dos suportes.

K_{ij} → Matriz de rigidez do rotor e dos suportes.

x_r → Coordenadas do rotor.

x_f → Coordenadas dos nós de conexão entre rotor e fundação.

F_o → Força externa devido ao desbalanceo.

F_f → Força transmitida pela fundação ao rotor através dos nós de conexão.

Na equação (1), as forças transmitidas entre rotor e suportes (F_f) são incógnitas e podem ser escritas em termos dos deslocamentos relativos entre rotor e fundação, utilizando a seguinte aproximação modal:

$$X_f = [\Phi] \cdot q \quad (2)$$

Sendo:

q → Vetor das coordenadas principais.

$[\Phi]$ → Matriz modal ou matriz dos modos próprios da fundação.

A matriz modal ($[\Phi]$), é determinada da equação de movimento da fundação, descrita em coordenadas físicas, através de técnicas clássicas de análise modal.

2.3 Equação de movimento da fundação em coordenadas físicas.

Descrevendo a equação de movimento, somente para a fundação, temos:

$$[M_s] \cdot \ddot{X}_f + [R_s] \cdot \dot{X}_f + [K_s] \cdot X_f = F_f(t) \quad (3)$$

Sendo:

$[M_s]$ e $[K_s]$ → As matrizes de massa e rigidez da fundação, obtidas através da discretização do modelo pela técnica de elementos finitos.

X_f → Vetor dos deslocamentos dos nós da fundação.

$[R_s]$ → A matriz de amortecimento, obtida a partir da matriz de massa e rigidez.

A matriz de amortecimento ($[R_s]$) da estrutura, é descrita em função das matrizes de massa e rigidez (CURAMI, A., VANIA, 1985) considerando um amortecimento viscoso proporcional do tipo :

$$[R_s] = \alpha [M_s] + \beta [K_s] \quad (4)$$

Sendo os coeficientes α e β , calculados através de uma função de minimização.

A equação (3) é resolvida no domínio da frequência, assumindo uma força de excitação harmônica,

$$F_f = \{F_{fo}\} \cdot e^{i\Omega_c t} \quad (5)$$

sendo $\{F_{fo}\}$ um vetor unitário, cujas componentes são nulas, exceto aquela de valor unitário, correspondente a um genérico grau de liberdade e Ω_c é a frequência de excitação.

Sendo a resposta da estrutura proporcional a excitação, então os deslocamentos dos nós de conexão da fundação são descritos como:

$$X_f = \{x_{fo}\} \cdot e^{i\Omega_c t} \quad (6)$$

Calculando-se as derivadas dessa última equação, e substituindo estas derivadas juntamente com a equação (5), na equação de movimento da fundação, equação (3), tem-se:

$$(-\Omega_c^2 [M_s] + i\Omega_c [R_s] + [K_s]) \cdot \{x_{fo}\} = \{F_{fo}\} \quad (7)$$

Os parâmetros modais são determinados desta última equação, que é a resposta em frequência da fundação.

2.4 Equação de movimento da fundação em coordenadas principais.

Determinada a matriz modal, as forças da fundação (F_f) serão obtidas utilizando a equação de Lagrange e, quando substituídas na equação (1), determinarão a equação de movi-

mento para o sistema completo (rotor-suportes-fundação).

Partindo-se da equação de Lagrange (DIANA, G. et al, 1988) para sistemas dissipativos, a equação de movimento para a fundação em coordenadas principais é descrita como:

$$[m_f] \cdot \ddot{q} + [r_f] \cdot \dot{q} + [k_f] \cdot q = -[\Phi]^T F_f \quad (8)$$

Sendo:

$[m_f]$, $[r_f]$ e $[k_f]$ → As matrizes diagonais de massa, amortecimento e rigidez da fundação, respectivamente.

$[\Phi]^T$ → Transposta da matriz modal

Considerando-se que, o número de modos da estrutura é igual ao número de graus de liberdade associados aos suportes, da equação (2),

$$q = [\Phi]^{-1} X_f \quad (9)$$

Substituindo-se esta última equação, na equação (8), é possível descrever o vetor das forças de conexão, em função das coordenadas físicas.

$$[\Phi']^{-1} [m_f] [\Phi]^{-1} \ddot{X}_f + [\Phi']^{-1} [r_f] [\Phi]^{-1} \dot{X}_f + [\Phi']^{-1} [k_f] [\Phi]^{-1} X_f = -F_f \quad (10)$$

Esta última equação estabelece a relação entre, os deslocamentos dos nós de conexão (X_f) da fundação e a força transmitida ao rotor (F_f) através desses nós. A equação (10), pode ser escrita como:

$$[M_f] \cdot \ddot{X}_f + [R_f] \cdot \dot{X}_f + [K_f] X_f = -F_f \quad (11)$$

Sendo:

$$[M_f] = [\Phi']^{-1} \cdot [m_f] \cdot [\Phi]^{-1}, [R_f] = [\Phi']^{-1} \cdot [r_f] \cdot [\Phi]^{-1} \text{ e } [K_f] = [\Phi']^{-1} [k_f] \cdot [\Phi]^{-1}$$

A equação para o sistema completo, rotor-suportes-fundação, na forma matricial, é obtida substituindo a equação (10) na equação (1). Então a equação para o sistema completo é escrita como:

$$[M^*] \ddot{X} + [R^*] \dot{X} + [K^*] X = F^* \quad (12)$$

2.5 Determinação da matriz elastodinâmica do sistema.

Substituindo as forças da fundação na equação para o sistema completo, temos:

$$\begin{bmatrix} M_n & M_n[\Phi] \\ [\Phi]^T M_n & [m_f] + [\Phi]^T M_n [\Phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_r \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R_n & R_n[\Phi] \\ [\Phi]^T R_n & [r_f] + [\Phi]^T R_n [\Phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{x}_r \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_n & K_n[\Phi] \\ [\Phi]^T K_n & [k_f] + [\Phi]^T K_n [\Phi] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_r \\ q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_n \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

Esta última equação pode ser escrita como:

$$[\bar{M}_r]\ddot{Z} + [\bar{R}_r]\dot{Z} + [\bar{K}_r]Z = \bar{F} \quad (14)$$

Sendo:

$$Z = \begin{Bmatrix} x_r \\ q \end{Bmatrix} \rightarrow \text{O vetor das coordenadas mistas.}$$

$$[\bar{M}_r], [\bar{R}_r] \text{ e } [\bar{K}_r] \rightarrow \text{As matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente.}$$

$$\bar{F} = \begin{Bmatrix} F_r \\ 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \text{Vetor das forças externas aplicadas ao rotor.}$$

A equação(14) é resolvida no domínio da frequência, considerando uma força de excitação harmônica do tipo:

$$\bar{F} = F_o e^{i\Omega_c t} \quad (15)$$

Então a equação (14) pode ser escrita como:

$$(-\Omega_c^2 \cdot [\bar{M}_r] + i\Omega_c [\bar{R}_r] + [\bar{K}_r]) \cdot Z_o = F_o \Rightarrow [\bar{E}(\Omega_c, p)] Z_o = F_o \quad (16)$$

Sendo:

$$[\bar{E}(\Omega_c, p)] \rightarrow \text{Matriz elastodinâmica do sistema completo modificada.}$$

$$Z_o = \begin{Bmatrix} x_{ro} \\ q_o \end{Bmatrix} \rightarrow \text{Amplitude do vetor das coordenadas mistas.}$$

x_{ro} → Coordenadas físicas dos deslocamentos dos nós do rotor.

q_o → Coordenadas modais associadas aos deslocamentos dos nós da estrutura.

Uma vez obtidos os parâmetros modais da fundação, a fundação poderá ser representada apenas pelos modos mais significativos, presentes na faixa de frequências analisadas, independentemente do número de graus de liberdade associados aos pontos de conexão(mancais).

3. DISCRETIZAÇÃO DO MODELO POR ELEMENTOS FINITOS

3.1 Discretização da Fundação

A discretização da fundação foi feita levando-se em consideração alguns nós de interesse, como os de posicionamento dos mancais. O modelo consiste de 10 nós com 10 elementos, foi utilizado um elemento de viga espacial para discretizar a fundação. No nó 8 atua uma força de amplitude unitária nas duas direções.

Para análise do modelo da fundação algumas hipóteses foram consideradas:

- A análise da resposta em frequência é feita na faixa de 50 a 750 rad/s.
- Os nós 3 e 8 são nós de mancais.
- Nos nós de mancais considera-se valores de massas concentradas.
- Os nós 1,5,6, e 10 referem-se aos nós de vínculos, onde os deslocamentos e as rotações são nulas.

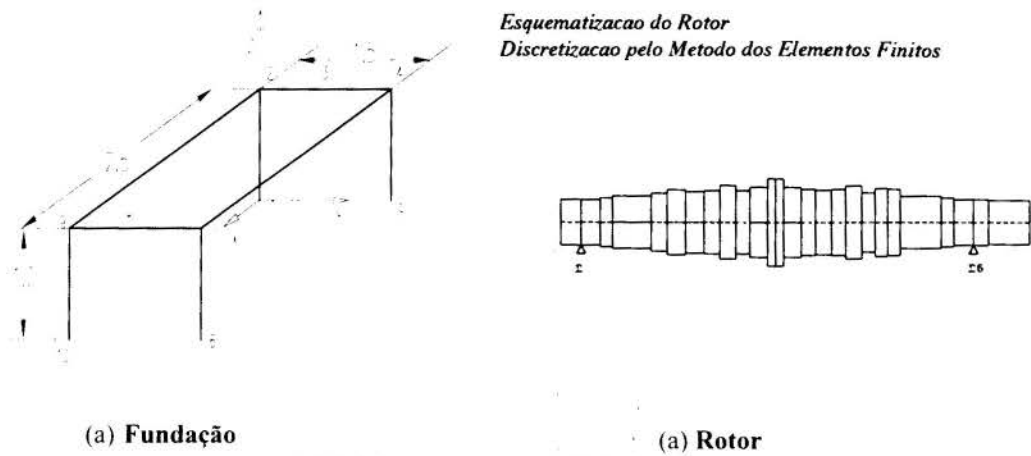


Figura 1-Modelo por elementos finitos

4. RESULTADOS

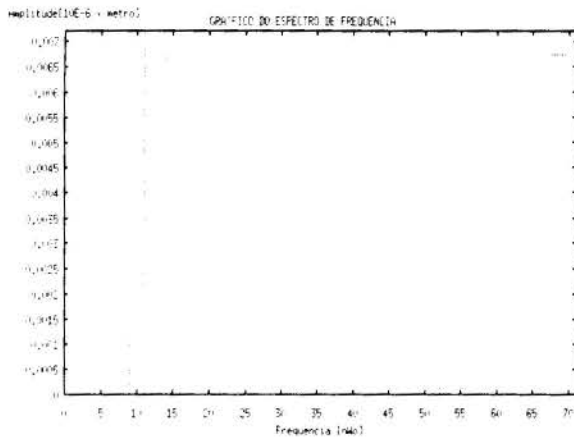


Figura 2: Espectro de frequência com força na direção horizontal

Tabela 1: Frequências próprias da fundação

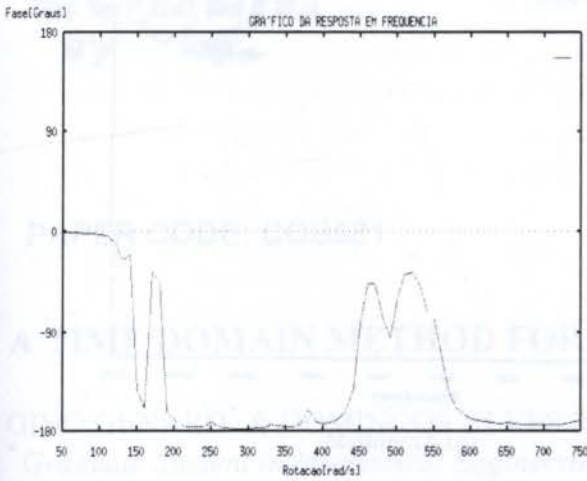
Modo horizontal		
Número de frequências	Frequências $[n\omega_o]$	Valor da frequência $[Rad / s]$
1	14	180
2	11	150
Modo vertical		
Número de frequências	Frequências $[n\omega_o]$	Valor da frequência $[Rad / s]$
1	44	480
2	45	490

Analisando o espectro para a fundação (ver fig. 2), observa-se após uma redução modal, que existem 2 modos próprios horizontais mais significativos e dois modos verticais (ver tabela 1). Para uma correta seleção dos modos mais significativos foi feita uma média estatística em todos os nós selecionados.

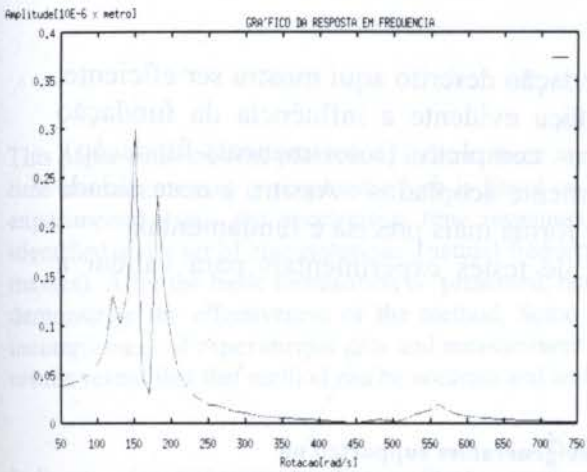
Tabela 2: Fatores de amortecimento e Massas generalizadas

Modo horizontal		
Valor da frequência	Fator de amortecimento	Massa generalizada
180	0.04252	0.847E+1
150	0.13388	0.0782E+1
Modo vertical		
Valor da frequência	Fator de amortecimento	Massa generalizada
480	0.02415	0.847E+1
490	0.03498	0.0782E+1

Analisando-se as funções de transferência, identificam-se os parâmetros de massa e amortecimento. As massas (ver Tab. 2) são obtidas através da ortogonalização dos autovetores, normalizados em relação a matriz de massa associados aos modos de vibrar mostrados na tabela 1.



(a) Fase

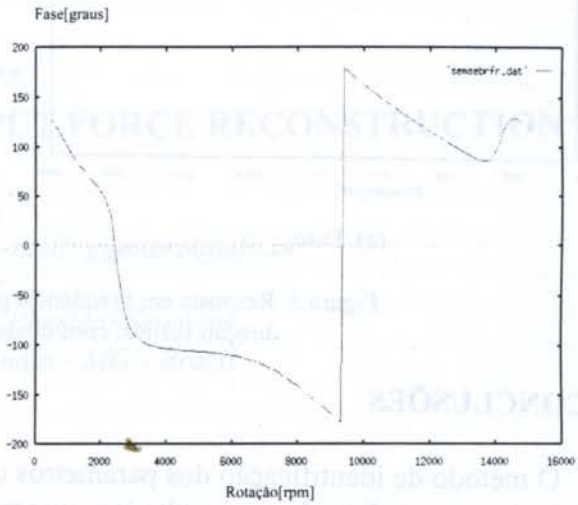


(b) Amplitude

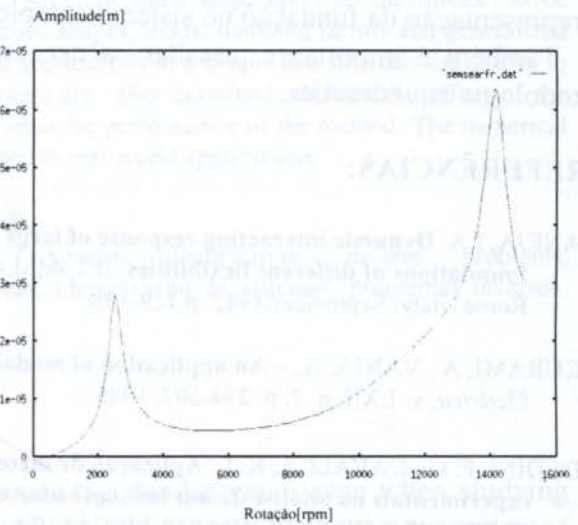
Figura 3: Resposta em Frequência para o nó 8 direção horizontal

Analisando-se inicialmente a resposta do rotor para o nó 2 (nó de mancal), sem a influência da fundação, observa-se que existe um primeiro modo a 2500rpm (261,8rad/s) e um segundo modo a 14.000 rpm (1.466,1 rad/s), na faixa de frequência analisada (ver fig.4). A figura 5 mostra a influência da fundação flexível no comportamento dinâmico do rotor, onde identifica-se próximo a frequência de 2500 rpm (261,8rad/s), um modo de fundação.

Analisando-se as curvas de respostas em frequências para a fundação, observa-se que, para o nó 8 (nó do segundo mancal), com força na direção horizontal (fig. 3) evidenciam-se os picos de amplitudes mais significativos a 180, 150 e 130 rad/s.



(a) Fase



(b) Amplitude

Figura 4: Resposta em Frequência para o nó 2 do rotor direção vertical com fundação rígida

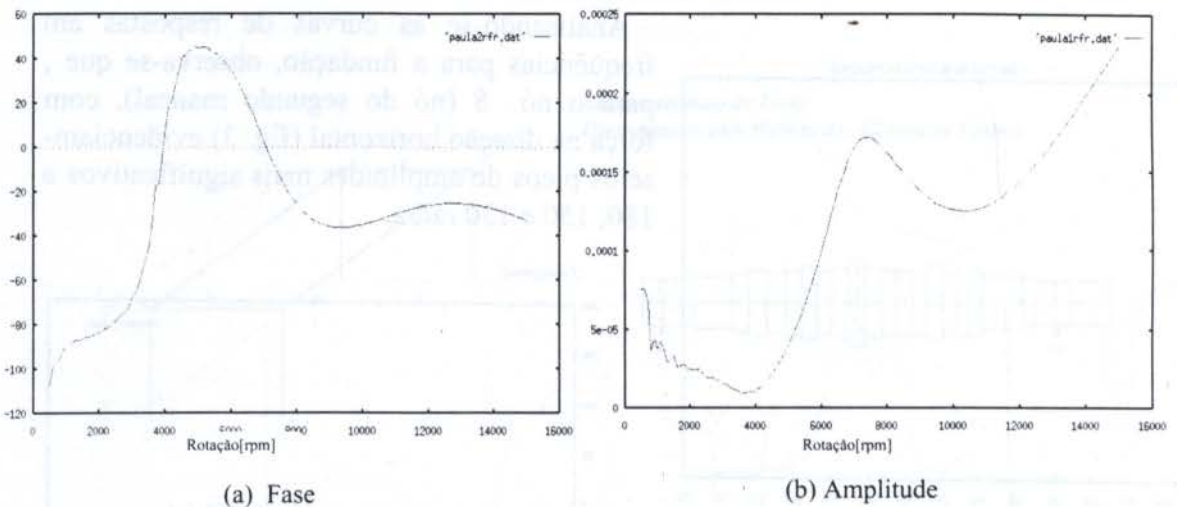


Figura 5: Resposta em Frequência para o nó 2 do rotor direção vertical com fundação flexível

5. CONCLUSÕES

O método de identificação dos parâmetros da fundação descrito aqui mostra ser eficiente, uma vez que, analisando os resultados numéricos, fica evidente a influência da fundação flexível no comportamento do sistema dinâmico completo (rotor-mancais-fundação), principalmente quando, rotor e fundação, estão fortemente acoplados. Assim, a necessidade da representação da fundação no sistema completo de forma mais precisa é fundamental.

Também é importante ressaltar a necessidade de testes experimentais para validar a metodologia aqui descrita.

6. REFERÊNCIAS:

- [1] ANEJA, I.A. **Dynamic interacting response of large turbine-generators supported on foundations of different flexibilities.** IFToMM - INTERNATIONAL CONFERENCE, 1982, Rome -Italy, September,1982, p.129-138.
- [2] CURAMI, A., VANIA, A., - **An application of modal analysis techniques.** *L'energia Elettrica*, v. LXII, n. 7, p. 294-307, 1985.
- [3] DEDINI, F. G., CAVALCA, K. L. **Aplicação de métodos de identificação teórico experimentais na análise de um turbogerador com sete mancais.** XII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA. Brasília - Brasil, Dezembro, p.1241-1244, 1993.
- [4] DIANA, G., CHELI, F., VANIA, A. **A Method to identify the foundation modal parameters through measurements of the rotor vibrations.** INTERNATIONAL CONFERENCE - VIBRATIONS IN ROTATING MACHINERY, 1988, Cambridge, UK. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, IMechE, 1988-7, p. 217 - 222.
- [5] JAINSKI, T. **Modal resolution of transient vibrations in Rotor-Bearing-foundation systems caused by electrical system faults** IFToMM - INTERNATIONAL CONFERENCE, 1982, Rome -Italy, September 1982, p. 177 - 189.
- [6] WEIMING, LIU, NOVAK, M. **Dynamic behavior of turbine-generator- foundation systems.** *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 24, n. 3, p. 339-360, May 1996.



PAPER CODE: COB681

A TIME DOMAIN METHOD FOR INPUT FORCE RECONSTRUCTION

GINO GENARO* & DOMINGOS ALVES RADE**

*Graduate Student in Mechanical Engineering. E-mail: ggenaro@ufu.br

**Assistant Professor. E-mail: domingos@ufu.br

Federal University of Uberlândia - Department of Physical Sciences
Campus Santa Mônica - CEP 38400-902 - Uberlândia - MG - Brazil.

Abstract

This paper addresses the problem of indirect force reconstruction from the dynamic responses of the structure. A time domain method is proposed which is based on the equations of motion in the modal space requiring, as experimental data, the acceleration time responses of the structure when acted upon by the forces to be identified and a set of eigensolutions (natural frequencies, mode shapes, modal damping factors and generalized masses). After the basic formulation is presented, numerical applications to a simple test structure are shown to demonstrate the effectiveness of the method. Some key points are also examined, such as the effect of the incompleteness of experimental data and measurement noise upon the performance of the method. The numerical results reveal that the method can be accurate and well adapted to real-world applications.

Keywords

Indirect force reconstruction, force measurement, system identification, inverse problems, vibrations/identificação indireta de forças, medição de forças, identificação de sistemas, problemas inversos, vibrações.

1. INTRODUCTION

The knowledge of the vibration and shock forces is a fundamental issue when studying many problems in structural dynamics. Two situations can be mentioned as examples of situations where these forces must be known as accurately as possible: 1st) when reliable previsions of the dynamic behavior of the structure subjected to such forces, obtained from analytical models, are desired, 2nd) when designing structural members, machine components and equipment housing against damage caused by dynamic forces. However, there are some situations where the direct measurement of forces, using force gauges, is ineffective or even impossible. Such is the case, for example, when these forces are applied at inaccessible locations of the structure or when the introduction of force gauges leads to important changes in the dynamic characteristics of the mechanical system. In these circumstances, the indirect identification of input forces from the dynamic responses of the structure - which can generally be easily acquired - appears as a valuable alternative.

Several techniques for indirect force identification, operating either in the time domain or in the frequency domain, have been proposed (Stevens, 1987). The applications range from

the identification of impact forces (Bateman et al., 1991) to aerodynamic loads (Ellis, 1973). Most of frequency domain methods are based on the inversion of the FRF matrix and tend to be numerically ill-conditioned (Starkey and Merrill, 1989). As for the time domain methods, the most widely known is that named SWAT (*Sum of Weighed Accelerations Technique*) (Bateman et al., 1992). This method is based on the modal decomposition of the acceleration time responses and the use of the modal equilibrium equations for the rigid body modes. Though its effectiveness has been demonstrated in several applications, this technique presents two severe drawbacks: 1st) only the sum of external forces and moments about the center of mass of the structure can be obtained, while the actual spatial distribution of the applied forces remains unknown, 2nd) since the method explores the rigid body modes, it can only be applied to structures with free boundary conditions.

The method examined in this paper utilizes a formulation which is close to that of SWAT. The major difference is that it makes use of both rigid body and elastic modes. As a consequence, it can be applied to both free and constrained structures. Furthermore, as it will be seen, it enables the identification of each of the forces acting at different sites. Another advantage, with respect to the techniques based on the inversion of a FRF matrix, which is typically ill-conditioned, is that the proposed method requires only the inversion of a modal matrix, which is generally well-conditioned, as long as a convenient set of sensor locations is chosen.

In the following, the basic formulation of the method is first presented. A numerically simulated structure, consisting of a 11 degree-of-freedom lumped-mass system, subjected to two harmonic forces, applied at different locations, is used to evaluate several aspects of the method and its practical implementation. The effect of incompleteness of experimental data (i.e., modal truncation and partially observed mode shapes) on the performance of the method is investigated as well as the influence of random noise corrupting the data.

2. FORMULATION OF THE METHOD

Consider a linear self-adjoint viscously damped mechanical system of N degrees-of-freedom, described by the equation of motion in the standard matrix form:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

The eigenvalue problem for the associated conservative (undamped) structure is written:

$$[K][X] = [M][X][\Lambda] \quad (2)$$

where $[X] = [\{x_1\} \cdots \{x_N\}] \in \mathbb{R}^{N,N}$, $[\Lambda] = \text{diag}\{\lambda_1 \cdots \lambda_N\} \in \mathbb{R}^{N,N}$ are the modal matrix and the spectral matrix, respectively. The eigenvectors are supposed to be scaled such that:

$$[X]^T [M][X] = [\eta] \quad [X]^T [K][X] = [\eta][\Lambda] \quad (3)$$

where $[\eta] = \text{diag}\{\eta_1 \cdots \eta_N\} \in \mathbb{R}^{N,N}$ is the matrix of generalized masses. Using the Expansion Theorem, the solution to (1) can be expressed as:

$$\{x(t)\} = [X]\{q(t)\} \quad (4)$$

Introducing (4) into (1), premultiplying the resulting equation by $[X]^T$ and making use of equations (2) e (3), it follows that:

$$[\eta]\{\ddot{q}(t)\} + [\beta]\{\dot{q}(t)\} + [\Lambda][\eta]\{q(t)\} = [X]^T \{f(t)\} \quad (5)$$

where $[\beta] = [X]^T [C][X]$ is the generalized damping matrix.

It will be assumed that the following relation holds:

$$[C][M]^{-1}[K] = [K][M]^{-1}[C]$$

In this case, the eigenvectors are real, the generalized damping matrix is diagonal ($[\beta] = \text{diag}\{\beta_1 \dots \beta_N\} = \text{diag}\{2\xi_1 \sqrt{\lambda_1} \dots 2\xi_N \sqrt{\lambda_N}\} \in \mathbb{R}^{N,N}$) and (5) contains N uncoupled second-order differential equations in the modal space:

$$\eta_r \ddot{q}_r(t) + \beta_r \dot{q}_r(t) + \lambda_r \eta_r q_r(t) = \{x_r\}^T \{f(t)\} \quad r = 1 \text{ to } N \quad (6)$$

Equations (6) are re-written in the matrix form:

$$\{f_I(t)\} + \{f_D(t)\} + \{f_E(t)\} = [X]^T \{f(t)\} \quad (7)$$

where the following definitions are introduced:

$$\{f_I(t)\} = [\eta]\{\ddot{q}(t)\} \quad \text{Vector of modal inertia forces} \quad (8)$$

$$\{f_D(t)\} = [\beta]\{\dot{q}(t)\} \quad \text{Vector of modal damping forces} \quad (9)$$

$$\{f_E(t)\} = [\Lambda][\eta]\{q(t)\} \quad \text{Vector of modal elastic forces} \quad (10)$$

Supposing that the input force vector $\{f(t)\}$ is unknown, and that matrix $[X]$ as well as the three vectors defined in (8), (9) and (10) can be obtained from experimental data, then $\{f(t)\}$ can be obtained by solving system (7):

$$\{f(t)\} = [X]^{-T} (\{f_I(t)\} + \{f_D(t)\} + \{f_E(t)\}) \quad (11)$$

Clearly, a solution in the form (11) can only be obtained if the complete experimental data set is at hand, i.e., all the complex eigenvalues and all the components of the eigenvectors are available. This is seldom the case in real-world applications, since one usually has a reduced number n of identified eigensolutions ($n < N$) and a reduced number c ($c < N$) of instrumented coordinates at which the eigenvectors are identified by experimental modal analysis procedures. The incomplete data are designated, in the following, as: $[\tilde{\eta}] \in \mathbb{R}^{n,n}$,

$[\tilde{\Lambda}] \in \mathbb{R}^{n,n}$, $[\tilde{\beta}] = \text{diag}\{2\xi_r\sqrt{\lambda_r}\} \in \mathbb{R}^{n,n}$ and $[\tilde{X}] \in \mathbb{R}^{c,n}$. Thus, supposing the coordinates at which the forces are applied constitute a subset of the coordinates at which the eigenvector components have been identified, (11) can be replaced by:

$$\{\tilde{f}(t)\} = \left([\tilde{X}]^T\right)^+ \left(\{\tilde{f}_1(t)\} + \{\tilde{f}_D(t)\} + \{\tilde{f}_E(t)\}\right) \quad (12)$$

where: $\left([\tilde{X}]^T\right)^+$ indicates the pseudo-inverse of $[\tilde{X}]^T$, $\{\tilde{f}(t)\} \in \mathbb{R}^c$, and:

$$\{\tilde{f}_1(t)\} = [\tilde{\eta}]\{\ddot{q}(t)\} \in \mathbb{R}^n \quad \{\tilde{f}_D(t)\} = [\tilde{\beta}]\{\dot{q}(t)\} \in \mathbb{R}^n \quad \{\tilde{f}_E(t)\} = [\tilde{\Lambda}]\{q(t)\} \in \mathbb{R}^n \quad (13)$$

Based on these fundamentals, and supposing the time acceleration responses have been sampled at p time instants: $\{\ddot{x}(t_i)\} \in \mathbb{R}^{c,1}$, $i=1$ to p , the proposed method comprises the following steps:

First step: successive integration of the sampled acceleration time response $\{\ddot{x}(t_i)\}$ to obtain velocity and displacement time responses $\{\dot{x}(t_i)\}$ and $\{x(t_i)\} \in \mathbb{R}^{c,1}$, $i=1$ to p . This can be done by using any of the well-known classical numerical methods such as trapezoidal rule, Simpson's rule, quadrature, etc. (Forsythe et al., 1977).

Second step: estimation of generalized accelerations, velocities and displacements, from the acceleration, velocity and displacement time histories, using equation (4) and its time derivatives:

$$\{\ddot{q}(t_i)\} = [\tilde{X}]^+ \{\ddot{x}(t_i)\} \quad (14)$$

$$\{\dot{q}(t_i)\} = [\tilde{X}]^+ \{\dot{x}(t_i)\} \quad i=1 \text{ to } p \quad (15)$$

$$\{q(t_i)\} = [\tilde{X}]^+ \{x(t_i)\} \quad (16)$$

Third step: forming the vector of modal forces using equations (13), and solving (12) for each time instant:

$$\{\tilde{f}(t_i)\} = \left([\tilde{X}]^T\right)^+ \left(\{\tilde{f}_1(t_i)\} + \{\tilde{f}_D(t_i)\} + \{\tilde{f}_E(t_i)\}\right) \quad i = 1 \text{ to } p \quad (17)$$

3. NUMERICAL EXAMPLES

Figure 1 depicts the physical and modal characteristics of the 11 degree-of-freedom lumped-mass mechanical system used for evaluating the effectiveness of the proposed method. Two harmonic forces were introduced, acting on masses numbers 1 and 7, given by:

$$f_1(t) = 500 \cos(300\pi t) + 250 \cos(150\pi t) \text{ [N]} \quad f_7(t) = 250 \cos(360\pi t) \text{ [N]} \quad (18)$$

Null initial conditions were assumed. Figure 2 shows some of the time responses, where the velocities and displacements were obtained by successive integration of the acceleration time histories by using the standard trapezoidal rule. Integration errors in velocity and displacements can be evaluated in this figure. All the time responses were sampled with a time step $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$ [s].

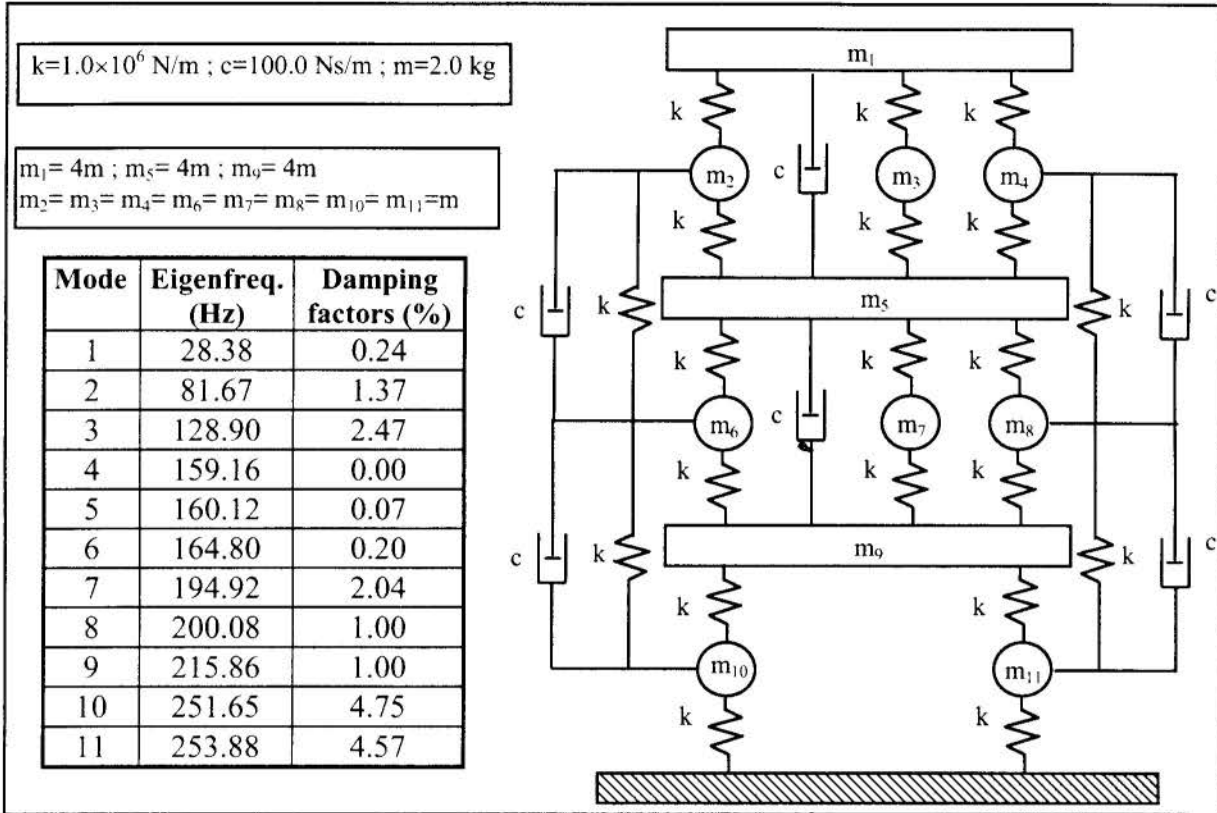


Figure 1 - Characteristics of the 11 DOF system used for simulations.

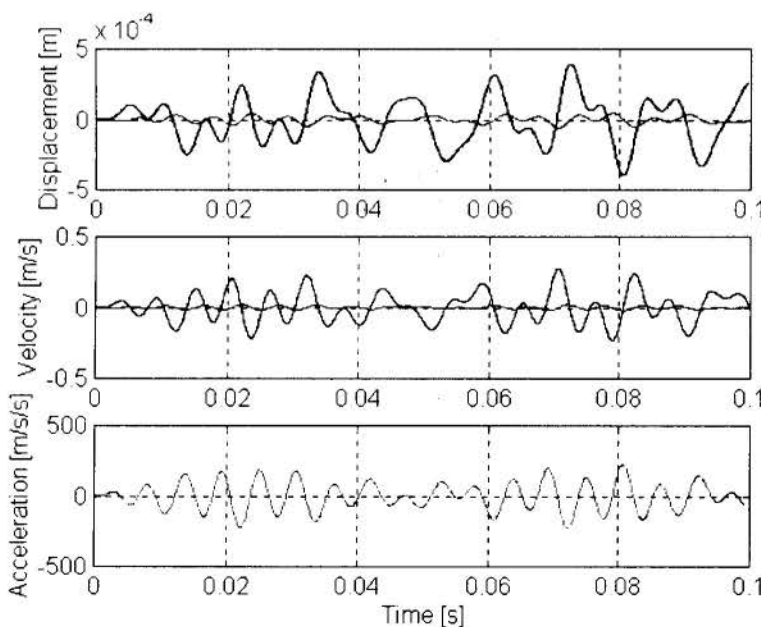


Figure 2 - Time responses under harmonic excitation forces
 red: exact ; black: integrated ; blue: integration error.

To simulate real test conditions, which provide incomplete experimental data, the observed frequency band was considered to be [0 - 200 Hz], comprising the first 7 vibration modes (n=7). Moreover, the time responses and the mode shapes were considered to be available at the coordinates 1,2,3,4,6,7,9 (c=7).

In Figure 3, the identified forces are compared to the exact ones, given by equations (18). The RMS error used to quantify the deviations between these forces is defined as:

$$\epsilon_{RMS} = \sqrt{\sum_{i=1}^p [f^{ex}(t_i) - f^{id}(t_i)]^2} / \sqrt{\sum_{i=1}^p [f^{ex}(t_i)]^2} \times 100 \quad (19)$$

where p is the number of time steps and $f^{ex}(t_i)$ and $f^{id}(t_i)$ designate the exact and identified forces at time t_i , respectively.

It can be seen, from Figure 3, that both forces are reconstructed accurately.

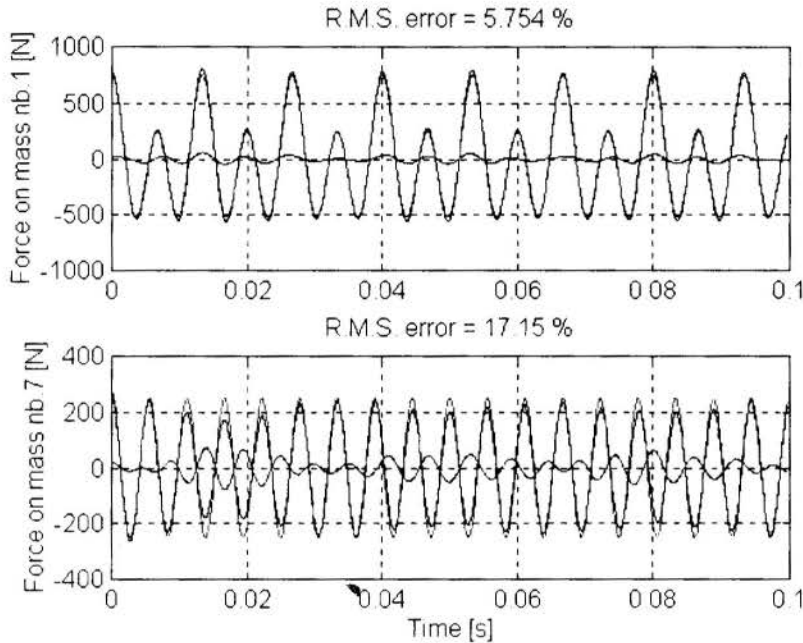


Figure 3 - Exact and reconstructed input forces
red: exact ; black: reconstructed ; blue: deviation from exact.

Although in the previous example the integration errors could be thought of as random perturbations affecting the velocity and displacement time histories, a more realistic simulation was conducted after introducing, in the acceleration time responses and eigensolutions, random perturbations simulating experimental noise and modal identification errors. The model for the noise affecting the acceleration time responses is such that, for each sensor, the maximum random error in a given time instant is inversely proportional to the amplitude of the acceleration at that time. This model is described in Figure 4, where $\hat{x}_i(t_j)$ indicates the corrupted acceleration of the i-th sensor, at time t_j , r_j is a real number from a uniformly distributed random sequence in the range [-1 ; 1]. $|\ddot{x}_i|_{\max}$ indicates the maximum amplitude of the acceleration in the whole time history and e_{\max} and e_{\min} are the maximum

and minimum values of the random errors, respectively. The values adopted for these two parameters are: $e_{\max} = 10\%$, $e_{\min} = 2\%$. The errors affecting the modal characteristics were introduced using uniformly distributed random sequences, whose ranges are given in Table 2.

Table 2 - Errors affecting the eigensolutions

Modal Characteristics	Range of random errors
eigenfrequencies	0.990 - 1.010
eigenvector components	0.900 - 1.100
generalized masses	0.950 - 1.050
modal damping factors	0.950 - 1.050

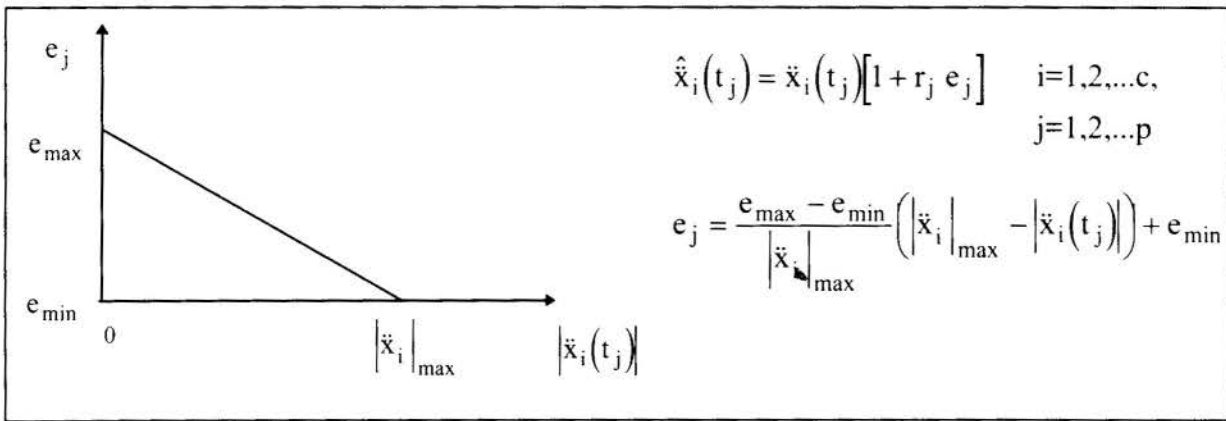


Figure 4 - Model of the noise affecting the acceleration responses.

In Figure 5, the forces reconstructed from noisy data are compared to the exact ones. No effect of amplification of noise is observed. Here again, the identified forces are found to be accurate.

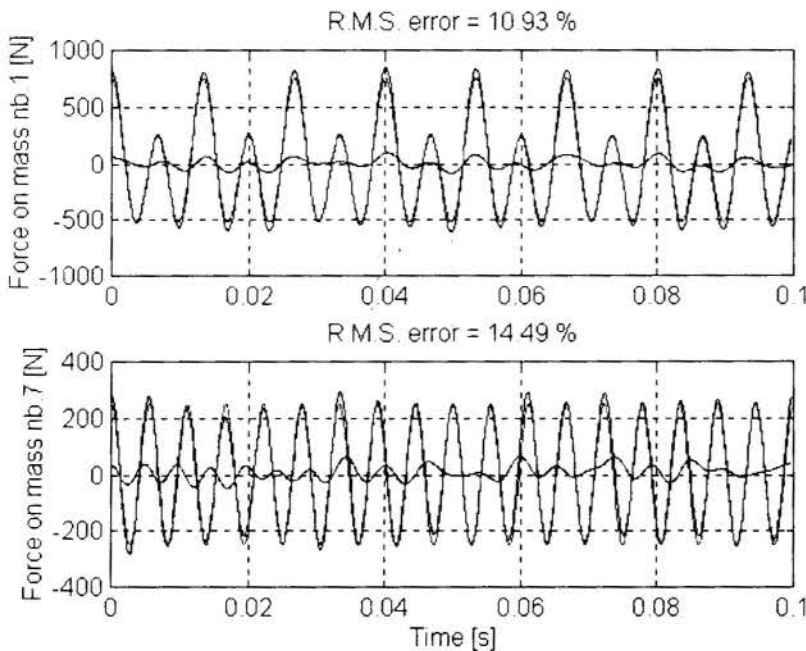


Figure 5 - Exact and reconstructed input forces
 red: exact ; black: reconstructed ; blue: deviation from exact.

4. CONCLUSIONS

A method designed for reconstructing the input forces in the time domain was proposed and evaluated through numerical applications. It was found that the method provides fairly accurate results even when random errors contaminate the data. As compared to other time domain-based methods, the proposed technique has some advantages, enabling the reconstruction of each of the forces applied at different sites of the structure. Another important feature is that the technique is not inherently ill-conditioned. Other theoretical aspects of the method and many other numerical applications, not presented in this paper, are given by Genaro (1997). Although the presented numerical applications indicate the effectiveness of the method, it has still to be evaluated with laboratory test data. This study is currently being conducted by the authors.

5. REFERENCES

- BATEMAN, V. I., CARNE, T. G., GREGORY, D. L., ATTAWAY, S. W. & YOSHIMURA H.R. Force Reconstruction for Impact Tests, *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 113, pp. 192-200, 1991.
- BATEMAN, V. I., CARNE, T. G. & MAYES, R.L. Force Reconstruction Using the Sum of Weighted Accelerations Technique, *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference*, pp. 291-298, San Diego, USA, 1992.
- GENARO, G. *Time Domain Methods for Input Force Reconstruction*, M.Sc. Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Brasil, 1997.
- ELLIS, N. A Technique for Evaluating the Fluctuating Aerodynamic Forces on a Flexible Building, *Proceedings of the International Symposium on Vibration Problem in Industry*, Keswick, England, 1973.
- FORSYTHE, G.E., MALCOM, M.A. & MOLER, C.B. *Computer Methods for Mathematical Computations*, Prentice-Hall, 1977.
- STARKEY, J. M. & MERRIL, G. L. On the Ill-Conditioned Nature of Indirect Force-Measurement Techniques, *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 4, pp. 103-108, 1989.
- STEVENS, K. K. Force Identification Problems - An Overview, *Proceedings of the 1987 SEM Spring Conference on Experimental Mechanics*, pp. 834-844, Houston, USA, 1987.

6. ACKNOWLEDGEMENTS

The first author is grateful to the Brazilian Ministry of Education which, granted him a CAPES scholarship for his graduate studies.



PAPER CODE: COB682

ESTIMAÇÃO DE FUNÇÕES RESPOSTA EM FREQUÊNCIA EM AMBIENTES RUIDOSOS / FREQUENCY RESPONSE FUNCTIONS ESTIMATION IN NOISY ENVIRONMENTS .

Marcus Antônio Viana Duarte^{*}, Domingos Alves Rade^{**} & Leandro Afonso da Silva^{***}

^{*}Departamento de Engenharia Mecânica, E-mail: mvduarte@ufu.br

^{**}Departamento de Ciências Físicas, E-mail: domingos@ufu.br

^{***}Departamento de Engenharia Mecânica, E-mail: lafonso@ufu.br

Universidade Federal de Uberlândia - UFU - Uberlândia

CEP 38400-902 Uberlândia, Brasil

Abstract

In this paper, the estimation of frequency response functions (FRFs) from vibration tests is addressed. The main objective of the reported study is to evaluate the performance of some of the currently used frequency response function estimators under experimental conditions in the field, where inescapable uncontrolled perturbations are present in the test environment. A vibration testing procedure was carried out in laboratory, where two random forces were applied simultaneously. The first one played the role of the main test excitation force, which was accounted for in the input-output model used for estimation, whilst the second one was introduced to take into account the uncontrolled inputs, which were not considered in the theoretical model. Under these conditions, the frequency response functions obtained by using the classical estimators H_1 , H_2 as well as three other estimators based on the concept of instrumental variable, H_c , H_x and H_y were compared to the corresponding ones obtained without the uncontrolled input, so as to evaluate the quality of the estimates provided by each estimator.

Keywords

Estimação, Funções de Resposta em Frequência, Variáveis Instrumentais, Ensaios Dinâmicos
Estimation, Frequency Response Functions, Instrumental Variables, Dynamic Testing

1. INTRODUÇÃO

O processo de construção de modelos matemáticos de estruturas em regime dinâmico compreende, na grande maioria dos casos, a realização de ensaios de vibração objetivando a identificação das Funções de Resposta em Frequência (FRFs). As FRFs podem, elas mesmas, constituir um modelo de respostas para uso imediato em aplicações subseqüentes - tais como ajuste de modelos de elementos finitos (Arruda & Duarte, 1993), identificação indireta de forças excitadoras (Mas *et al.* 1994), análise de estruturas modificadas (Rade & Lallement, 1996) e identificação de falhas estruturais (Ismail *et al.*, 1990) - ou ainda serem processadas para a obtenção de um modelo modal da estrutura, que também pode ser empregado em uma larga gama de aplicações, utilizando formulações específicas.

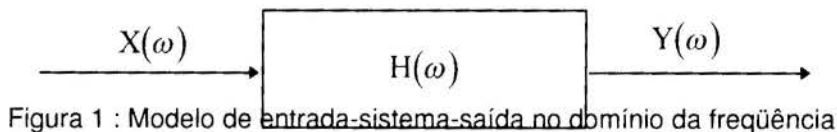
Vários estimadores de funções de resposta em frequência foram propostos e encontram-se documentados na literatura (Bendat & Piersol, 1980). Todos têm, como fundamento, o emprego de um modelo matemático relacionando a entrada e a saída do sistema (excitação e resposta, respectivamente). Na maioria das vezes, os ensaios dinâmicos são realizados em laboratório, sob condições controladas, em acordo com as hipóteses consistentes com o

modelo empregado. Entretanto, um número importante de situações existem em que os testes, não podendo ser realizados em laboratório, devem ser realizados em campo. Nestes casos, há inevitavelmente perturbações não controladas que, via de regra, não são consideradas no modelo de entrada-saída. Tal é o caso, por exemplo, quando se ensaiam máquinas em uma fábrica, havendo vibrações transmitidas por equipamentos vizinhos. Nestes casos, estimadas errôneas para as FRFs são usualmente obtidas. Uma contribuição importante, visando a caracterização das condições de testes em campo e a simulação destas condições em laboratório, foi dada por McConnell (1994).

Vale também notar que as metodologias usuais para se avaliar o desempenho dos estimadores de FRFs consiste em procedimentos de simulações numéricas com ruídos de distribuição Gaussiana não correlacionados, adicionados aos sinais exatos das entradas e saídas do modelo matemático (Bendat & Piersol, 1980). A deficiência destas metodologias reside no fato de não se considerar os de ruídos oriundos de outras fontes que não sejam as cadeias de medição e o efeito de filtro do sistema sobre os espectro destas perturbações. Visando suprir esta deficiência, neste trabalho, estes fatores serão considerados, buscando-se avaliar o desempenho de alguns dos estimadores de FRF, a saber o H_1 , o H_2 (Bendat & Piersol, 1980) e estimadores baseados no conceito de variáveis instrumentais H_c (Mitchel *et al.*, 1988), H_x e H_y (Cooper & Emmett, 1995), quando empregados nas condições de ensaio de campo. Para tanto, testes de laboratório foram realizados sobre uma placa retangular, em condições de suporte livres, tendo sido introduzidas, através de excitadores eletrodinâmicos, duas excitações aleatórias em diferentes posições da placa. A primeira delas foi considerada a “força principal”, representando a força excitadora do teste de vibração, e a segunda foi considerada a “força perturbadora”, representando as perturbações não controladas do ambiente. Diversas razões entre os valores RMS destas duas forças foram empregadas. Para cada um delas, algumas FRFs estimadas, utilizando os estimadores estudados foram confrontadas àquelas estimadas na ausência da “força perturbadora”, de modo a se poder avaliar a eficiência dos diferentes estimadores em condições similares àquelas dos testes em campo.

2. ESTIMADORES DE FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Considerando o clássico modelo de entrada-sistema-saída no domínio da frequência, ilustrado na Figura 1, é apresentado, neste parágrafo, um resumo das formulações dos estimadores considerados neste trabalho.



2.1 - Os estimadores H_1 e H_2

Designando por $\hat{X}_i(\omega)$ e $\hat{Y}_i(\omega)$ as i -ésimas estimadas dos espectros de frequência dos sinais de entrada e de saída do sistema, respectivamente, as estimadas da função de resposta em frequência, dada por estes estimadores são dadas por (Bendat & Piersol, 1980):

$$H_1(\omega) = \frac{G_{xy}(\omega)}{G_{xx}(\omega)} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{X}_i^*(\omega) \hat{Y}_i(\omega)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{X}_i^*(\omega) \hat{X}_i(\omega)} \quad (1)$$

$$H_2(\omega) = \frac{G_{yy}(\omega)}{G_{yx}(\omega)} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i^*(\omega) \hat{Y}_i(\omega)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i^*(\omega) \hat{X}_i(\omega)} \quad (2)$$

onde $G_{xx}(\omega)$ e $G_{yy}(\omega)$ são os auto-espectros unilaterais da entrada e da saída, respectivamente e $G_{xy}(\omega) = G_{yx}^*(\omega)$ são os espectros cruzados entre a entrada e a saída.

2.2 - O estimador H_c

Este estimador emprega o espectro de frequência $Z(\omega)$ de um sinal auxiliar independente, sendo dado por (Mitchell et al., 1988):

$$H_c(\omega) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{Z}_i^*(\omega) \hat{Y}_i(\omega)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{Z}_i^*(\omega) \hat{X}_i(\omega)} \quad (3)$$

2.3 - O estimador H_y

Fundamentado num princípio similar àquele do estimador H_c , este estimador utiliza, como sinal auxiliar o espectro de frequência da saída rearranjado, designado por $Y^r(\omega)$, resultando em (Cooper & Emmet, 1995):

$$H_y(\omega) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i^{r*}(\omega) \hat{Y}_i(\omega)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i^{r*}(\omega) \hat{X}_i(\omega)} \quad (4)$$

2.4 - O estimador H_x

Fundamentado num princípio similar àquele do estimador H_x , este estimador utiliza, como sinal auxiliar o espectro de frequência da entrada rearranjado, designado por $X^r(\omega)$, resultando em (Cooper & Emmet, 1995):

$$H_x(\omega) = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{X}_i^r(\omega) \hat{Y}_i(\omega)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \hat{X}_i^r(\omega) \hat{X}_i(\omega)} \quad (5)$$

3 - PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A Figura 2 ilustra a montagem experimental realizada, onde um dos excitadores foi utilizado para a introdução da força principal e o outro foi empregado para aplicação da força perturbadora. Outros equipamentos utilizados foram: um gerador de sinal e um amplificador de potência, para gerar o sinal da força principal; um gravador FM e um amplificador de potência para gerar o sinal da força perturbadora; duas células de carga e os respectivos pré-amplificadores para medição da força principal e da força perturbadora; um acelerômetro piezoelétrico e o respectivo pré-amplificador para a medição da aceleração no mesmo ponto em que a força principal foi aplicada; uma placa A/D com 04 canais de aquisição simultâneos e um microcomputador. Ambas as forças aplicadas são de natureza aleatória, com as características frequenciais mostradas na Tabela 1. Vale ressaltar que, no que diz respeito à força perturbadora, o intuito é de simular um ambiente experimental industrial. Para tanto foi empregado um ruído do tipo rosa, ao qual foram adicionadas componentes harmônicas de 40, 80, 120 e 160 Hz de amplitudes iguais a 100%, 80%, 60% e 50%, respectivamente, do nível RMS do ruído rosa.

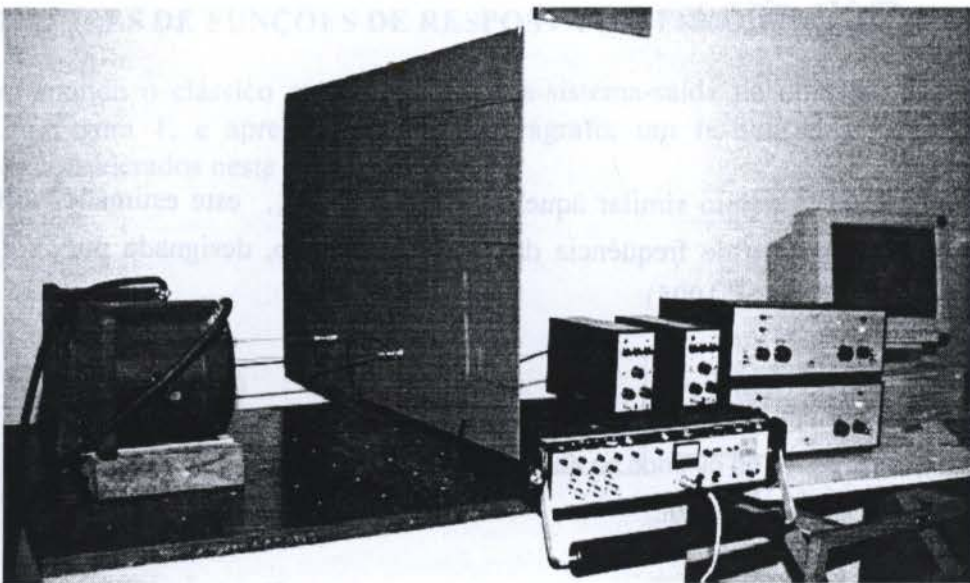


Figura 2 : Ilustração da montagem experimental realizada
Tabela 1 : Características das forças utilizadas nos testes de laboratório

Força principal	Ruído de banda estreita (0 a 500 Hz)
-----------------	--------------------------------------

Força perturbadora	Ruído rosa + componentes harmônicas de 40, 80, 120 e 160 Hz
---------------------------	---

Os níveis de perturbação, quantificados pela razão entre os valores RMS da força perturbadora e da força principal, segundo a equação abaixo, foram: 0% , 5%, 10%, 5%, 20%, 25%, 40%, 50% e 75%.

$$\text{Nível de perturbação} = 100 \cdot \frac{\text{RMS}_{\text{perturbadora}}}{\text{RMS}_{\text{principal}}}$$

O sinal auxiliar empregado no estimador H_c foi a tensão na entrada no excitador produzindo a força principal.

Para cada nível de perturbação, um número de 100 amostras temporais das acelerações, da força principal e do sinal auxiliar foram medidas e processadas, via transformada rápida de Fourier (com 4096 pontos, $\Delta f = 0,25$ Hz), para a obtenção dos espectros de frequência utilizados para a estimação das FRFs pontuais. Na estimação pelos estimadores H_x e H_y foram utilizadas $N = 500$ combinações de espectros de força e aceleração.

4. RESULTADOS OBTIDOS

A Figura 3 mostra a amplitude da FRF pontual (estimador H_1) do sistema para um nível de perturbação de 0%, podendo-se observar a alta densidade modal característica da placa ensaiada.

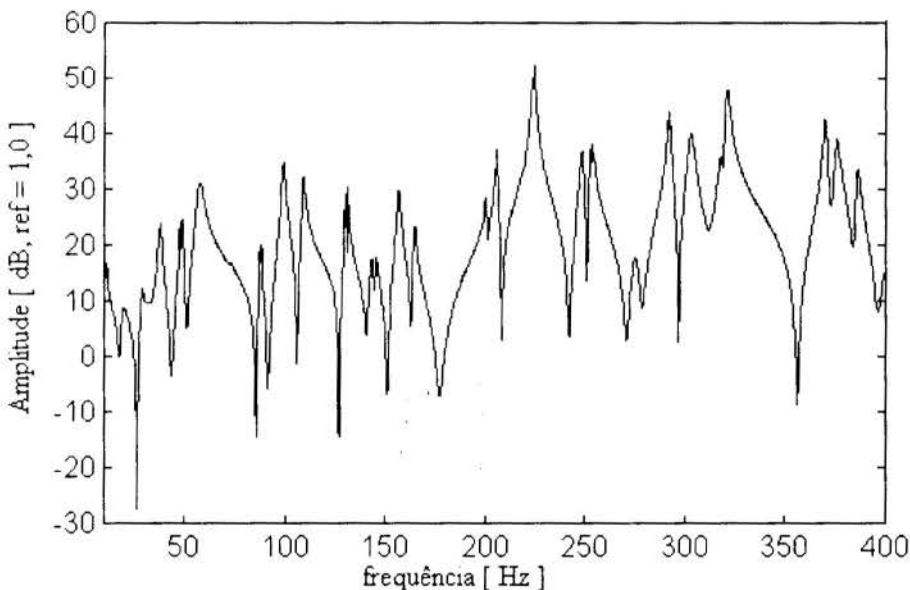


Figura 3 : Amplitudes da FRF pontual do sistema sem perturbação, estimada pelo H_1 .

Para avaliar o desempenho dos diversos estimadores foram definidos os seguintes erros:

• **EAR** - erro máximo de amplitude na ressonância, que é o máximo desvio percentual entre os valores de pico, observado nas regiões de ressonância, das FRFs estimadas com perturbação, em relação àquelas estimadas sem perturbação.

• **EFR** - erro máximo das frequências de ressonância, que é a máxima variação, em Hz, do das frequências correspondentes às máximas amplitudes de ressonância;

• **EFA** - definido de forma similar ao EFR, para as anti-ressonâncias.

A escolha destes erros para a caracterização da qualidade das FRFs estimadas foi feita levando-se em conta que as amplitudes nos picos de ressonância influem diretamente nas componentes dos autovetores e nos fatores de amortecimento modais, enquanto que os valores das frequências correspondentes aos picos de ressonância correspondem às frequências naturais de vibração da estrutura. A identificação destes parâmetros constitui o principal objetivo dos procedimentos de análise modal experimental. Por outro lado, algumas metodologias foram recentemente propostas, fazendo uso das frequências de anti-ressonância (Silva, 1996), donde o interesse de se quantificar a precisão com que elas podem ser estimadas.

Como pode ser observado na Tabela 2, de modo geral, os menores erros de amplitudes nas ressonâncias são proporcionados pelo estimador H_c . Já os estimadores H_x e H_y tiveram um desempenho muito aquém do esperado, já que em simulações anteriormente realizadas, com excitação do tipo impulsiva, estes estimadores mostraram-se bastante eficazes (Pena, 1996). Acredita-se que os erros observados para os estes dois estimadores sejam devidos à excitação por ruído de banda estreita, em conjunto com um sistema fracamente amortecido (caracterizado por picos de ressonâncias agudos, conforme se observa na Figura 3), o que resulta na combinação de espectros de amplitudes diferentes associado à insuficiente resolução frequencial.

Tabela 2 : Erros de estimação das FRFs

ESTIM.	NÍVEL DE RUÍDO											
	5 %			20%			40%			75%		
	EAR	EFR	EFA	EAR	EFR	EFA	EAR	EFR	EFA	EAR	EFR	EFA
H_1	13,7	-	-	14,2	0,75	-	95,2	0,75	0,50	129,3	1,0	0,5
H_2	23,7	0,5	-	828,5	0,5	0,5	1135,5	1,75	0,75	1419,9	1,75	0,75
H_c	13,7	1,0	-	13,7	1,25	-	50,7	1,5	-	98,8	-	1,0
H_x	77,8	1,5	1,75	302,5	1,5	1,75	953,0	1,5	1,5	379,0	1,25	1,25
H_y	592,1	9,25	2,25	393,0	3,75	3,5	992,65	2,5	2,75	332,0	3,25	1,25

Nota: os símbolos - indicam erros menores ou iguais à resolução frequencial $\Delta f = 0,25$ Hz

Observa-se ainda que, mesmo para os níveis de perturbação mais elevados, os desvios nos valores das frequências de ressonância e de anti-ressonância são pequenos, notando-se ainda uma maior insensibilidade das frequências de anti-ressonâncias em relação à perturbação introduzida. De modo geral, os erros nas amplitudes mostram-se bastante superiores aos erros nas frequências. Isto pode ser explicado pelo fato do espectro da força perturbadora ser filtrada pela dinâmica da estrutura, que a tende a valorizar as frequências de ressonância (amplificação) e as de anti-ressonância (atenuação) do sistema.

5. CONCLUSÕES

Experimentos de laboratório foram realizados simulando as condições de ensaios dinâmicos no campo, em que perturbações não controladas caracterizam o ambiente dos testes. Os desempenhos de diversos estimadores de funções de resposta em frequência foram avaliados, tendo sido verificado, para todos eles que as perturbações não controladas introduzem, em diferentes graus, erros de estimação nas FRFs. Verificou-se ainda que, de maneira geral, os erros mais significativos incidiram sobre as amplitudes das FRFs, enquanto que os valores dos pólos (ressonâncias) e dos zeros (anti-ressonâncias) das FRFs sofreram menores influências. O fato das anti-ressonâncias terem-se mostrado pouco sensíveis às perturbações ambientais é visto como um indicador da viabilidade de sua exploração prática em problemas de dinâmica estrutural. Estudo similar ao aqui apresentado, tratando de testes com excitação por impacto, está atualmente sendo realizado pelos autores.

6. REFERÊNCIAS

- ARRUDA, J. R. F. & DUARTE, M. A. V. Updating Rotor-Bearing Finite Element Models Using Experimental Frequency Response Functions, *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, vol. 2, pp. 136-149, 1993.
- BENDAT, J. & PIERSOL, A. G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, John Wiley, New York, 1980.
- COOPER, J. E. & EMMET, P.R. A Non-Parametric Approach to Instrumental Variables Frequency Response Function Estimation, *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 10, pp. 84-94, 1995.
- ISMAIL, F., IBRAHIM, A. & MARTIN, H. R. Identification of Fatigue Cracks from Vibration Testing, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 140, pp. 305-317, 1990.
- MAS, P., SAS P. & WICKAERT, K. Indirect Force Identification Based upon Impedance Matrix Inversion: A Study on Statistical and Deterministical Accuracy, *Proceedings of the 19th International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, Belgium, pp. 1049-1065, 1994.
- McCONNELL, K. G. From Field Vibration Data to Laboratory Simulations, *Experimental Mechanics*, vol. 34, pp. 1-13, 1994.
- MITCHEL, L. D., COBB, R. E. & DEEL, R. W. An Unbiased Frequency Response Function Estimator, *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, vol. 3, pp. 12-19, 1988.
- RADE, D. A. & LALLEMENT, G. Vibration Analysis of Structures Subjected to Boundary Condition Modification Using Experimental Data, *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, vol. XVIII, pp. 374-382, 1996.

PENA, J. L. O. *Uma Metodologia para Análise Modal no -Domínio da Frequência*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 1996.

SILVA, L. A. *Identificação de Falhas Estruturais Basead na Sensibilidade Inversa de Pólos e de Zeros de Funções de Resposta em Frequência*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, 1996.



PAPER CODE: COB849

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE VIGAS CONTENDO
JUNTAS PARAFUSADAS/ ANALYSIS OF DYNAMIC BEHAVIOUR OF BEAMS
WHITCH BOLTED JOINTS.**

JOÃO ALBERTO DE OLIVEIRA & ARAILDO LIMA DA SILVA

*Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia - UNESP - Guaratinguetá
CEP 12500-000 Guaratinguetá, Brasil - E-mail: Joalboli@feg.unesp.br*

Abstract

This work is devoted to investigation of dynamic behaviour of bolted joints. Both damping ratio and natural frequency of vibration are studied in function of the variation the physicals parameters of the joint, bolt tightening torque and the surface finish. The values of natural frequencies ω_n and displacements amplitudes $q(t)$ for beams studied are calculated using specialized softwares and applied for calculations of damping ratio by method of the logarithmic decrement. The experimental results are analyzed and compared with relation of damping ratio and natural frequency of vibration in the first mode.

Keywords

Bean; bolted joint; damping ratio; logarithmic decrement; natural frequency of vibration.

1. INTRODUÇÃO

Quanto ao comportamento dinâmico de juntas, o mesmo pode ser analisado e expresso em termos de algumas características fundamentais, tais como: rigidez dinâmica, razão de amortecimento, resposta de frequência e capacidade de isolamento de vibração.

Dessas características citadas, a capacidade de amortecimento de juntas é de fundamental importância em esclarecer, por exemplo, o comportamento dinâmico de uma máquina-ferramenta.

Das pesquisas ora desenvolvidas e relativas ao comportamento dinâmico de juntas, os pesquisadores têm verificado que juntas parafusadas apresentam normalmente uma alta capacidade de amortecimento, e que dependem de vários fatores, tais como: coeficiente de fricção entre as superfícies das juntas (atrimento), o micro deslizamento entre superfícies das juntas e a pré-carga de aperto em juntas parafusadas.

Yoshimura (1977), desenvolveu um método iterativo para identificar os valores quantitativos de rigidez dinâmica de amortecimento em juntas, com o objetivo de analisar e definir características dinâmicas de componentes estruturais, especialmente vários tipos de juntas de estruturas de máquinas-ferramentas, com o auxílio do computador. Verificou a consistência do seu método, comparando a simulação teórica com os resultados experimentais de frequências de ressonância e razões de amortecimento no primeiro e

segundo modo de vibração. Para as medidas de razões de amortecimentos experimentais, foi utilizado o método de largura de banda, e o tipo de junta parafusada analisada foi a de topo.

Posteriormente, Shanker et al (1980) investigaram e analisaram o comportamento dinâmico de juntas parafusadas de topo e sobrepostas, nas condições a seco e lubrificadas, quanto a razão de amortecimento e em função da variação de alguns parâmetros da junta, como a pré-carga e o coeficiente de atrito entre as superfícies da junta, no primeiro modo de vibração. Para as medidas das razões de amortecimento experimentais, foi utilizado o método de largura de banda.

Verificou-se que a frequência natural de vibração do modelo contendo a junta não varia apreciavelmente com o torque de aperto e nem o atrito entre as superfícies da junta, porém a razão de amortecimento verificou ser dependente destes dois fatores.

2. VIBRAÇÃO TRANSVERSAL LIVRE DE VIGAS COM AMORTECIMENTO

2.1 Momento de Flexão Atuante na Viga - Através da teoria elementar de barras, o momento de flexão M da viga é dado por

$$M = \int_A y \sigma dA \quad (1)$$

onde A é área de secção transversal da viga e y é a distância da linha neutra.

Admitindo-se que o deslocamento transversal da viga, seja de forma

$$v(x, t) = \varnothing(x) \cdot q(t) \quad (2)$$

onde $\varnothing(x)$ e $q(t)$, são funções dependentes respectivamente da posição e do tempo, e que a tensão atuante σ sobre a viga (sólido viscoelástico) é suposta ser proporcional a deformação ϵ , e a velocidade de deformação $\dot{\epsilon}$, conforme modelo de Kelvin-Voigt, isto é:

$$\sigma = E(\epsilon + c_i \dot{\epsilon}) \quad (3)$$

onde E e c_i , são as constantes módulo de elasticidade e amortecimento que dependem das propriedades do material. (Goldsmith 1960).

Substituindo a eq. (3) na eq.(1), e utilizando-se da lei de (Euler-Bernoulli) da teoria elementar da barras, obtém-se a expressão do momento de flexão M da viga:

$$M(x, t) = (v'' + c_i \dot{v}'') E I_z \quad (4)$$

onde:

$$v'' = d^2 v / dx^2 ; \dot{v}'' = d^2 v / dx^2 (dv/dt) ; I_z = \int_A y^2 dA$$

2.2 Equações Diferenciais Referentes aos Deslocamentos Transversais $\varnothing(x)$ e $q(t)$. (Shabana 1991 a)

Através da aplicação da 2a. lei de Newton, obtém-se a condição de equilíbrio dinâmico para a vibração transversal livre da barra,

$$\rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} \quad (5)$$

onde ρ é o peso específico e A a área da seção transversal da barra ou viga.

Substituindo a eq. (4) na eq.(5) e utilizando-se da técnica de separação de variáveis, obtém-se as respectivas equações:

$$\varnothing_{(x)}'' - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varnothing(x) = 0 \quad (6)$$

e

$$\ddot{q}(t) + \omega c_i \dot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad (7)$$

onde:

$$c = \sqrt{\frac{EI_z}{\rho A}}$$

As soluções das equações (6) e (7) são dadas respectivamente por:

$$\varnothing(x) = A_1 \sinh \eta x + A_2 \cosh \eta x + A_3 \sin \eta x + A_4 \cos \eta x \quad (8)$$

onde A_1, A_2, A_3 e A_4 são constantes determinadas em função das condições de contorno da barra e,

$$q(t) = X e^{\alpha t} \sin(\beta t + \varnothing) \quad (9)$$

onde X e \varnothing são respectivamente a amplitude de deslocamento e o ângulo de fase, e

$$\alpha = -\omega^2 c_i / 2 \quad \text{e} \quad \beta = \frac{1}{2} \sqrt{(\omega^2 c_i)^2 - 4\omega^2} \quad (10)$$

2.3 Frequências Naturais de Vibrações-Frequências Teóricas

Aplicando-se as condições de contorno para a viga com extremidades livres, a eq. (8), reduz-se a seguinte equação de frequência:

$$\cos \eta \ell \cos h \eta \ell = 1 \quad (11)$$

Da eq. (11) obtém-se as três (03) primeiras frequências naturais de vibrações da viga, definidas por:

$$\omega_1 = (4,730)^2 \ell / 2; \omega_2 = (7,853)^2 \ell / 2; \omega_3 = (10,996)^2 \ell / 2; \quad (12)$$

2.4 Amortecimento Crítico c_{ic}

Para o amortecimento crítico, o radical da eq. (10), referente a β , é nulo, isto é:

$$(\omega^2 c_{ic})^2 - 4\omega^2 = 0 \quad \text{ou} \quad c_{ic} = 2/\omega \quad (13)$$

onde c_{ic} é o coeficiente de amortecimento crítico.

Definindo a razão de amortecimento ξ como:

$$\xi = c_i / c_{ic} \Rightarrow c_i = 2\xi / \omega \quad (14)$$

Portanto os coeficientes de α e β em função de ξ , são dados por:

$$\alpha = -\omega\xi; \quad \beta = \omega\sqrt{\xi^2 - 1} \quad (15)$$

Substituindo os coeficientes de α e β , da eq.(15), na eq.(9), obtém-se:

$$q(t) = X e^{-\xi\omega t} \sin[(\omega\sqrt{\xi^2 - 1}) t + \varnothing] \quad (16)$$

2.5 Movimento Oscilatório: (Shabana 1991 b)

Para o caso de sub-amortecimento, isto é, $\xi < 1$, a eq.(16), é expressa por:

$$q(t) = X e^{-\xi\omega t} \sin(\omega_d t + \varnothing) \quad (17)$$

onde ω_d é a frequência natural amortecida.

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (18)$$

2.6 Picos ou Deslocamentos Máximos

Os picos da curva deslocamento $q(t)$, podem ser obtidos, fazendo-se:

$$\dot{q}(t_i) = 0 \quad (19)$$

onde t_i é o tempo no qual o pico q_i ocorre.

Portanto, para $t = t_i$, os deslocamentos máximos ou picos q_i , são dados por:

$$q_i = X e^{-\xi \omega t_i} \sqrt{1 - \xi^2} \quad (20)$$

2.7 Decremento Logarítmico (δ)

É o logaritmo natural do quociente de duas amplitudes quaisquer consecutivas, isto é:

$$\delta = \ln \frac{q_i}{q_{i+1}} = \xi \omega \tau_d \quad (21)$$

onde τ_d é o período de amortecimento definido por:

$$\tau_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (22)$$

Substituindo τ_d da eq.(22) na eq. (21), temos:

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (23)$$

Quando, ξ é muito pequeno, obtém-se uma equação aproximada:

$$\delta \cong 2\pi\xi \quad (24)$$

Para a n ésima amplitude ou ciclo, onde n é um inteiro, o decremento logarítmico é dado por:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{q_i}{q_{i+n}} \quad (25)$$

Se o decremento δ , pode ser medido pelas medidas experimentais de duas amplitudes sucessivas ou não-sucessivas, então pode-se determinar o fator de amortecimento ξ .

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}} \quad (26)$$

3. PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

3.1 Corpos de Prova.

Tabela 1: Corpos de prova ensaiados.

VIGA	POSIÇÃO	MATERIAL	Dimensões	
			comprimento	secção (mm)
continua	duplamente livre	Aço 1020	1000	16 x 38
com junta fresada	duplamente livre	Aço 1020	1000	16 x 38
com junta retificada	duplamente livre	Aço 1020	1000	16 x 38

Tabela 2: Juntas parafusadas - dados

ACABAMENTO	RUGOSIDADE - μm		DIMENSÕES	PARAFUSO
	direção			
SUPERFICIAL	X	Y	mm	Pol
fresado	4.0	1.0	40 x 38	W 7/16x2
retificado	1.2	0.4	40 x 38	W 7/16x2

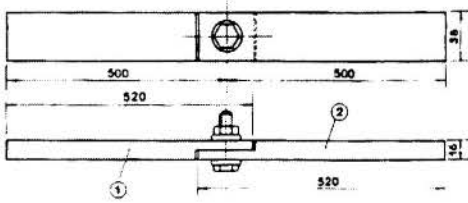


Figura 1 - Viga com junta parafusada (1-barra de aço; 2-barra de aço; 3-junta parafusada).

Módulos de elasticidade (E). O módulo de elasticidade obtido para a viga contínua foi de $2,00 \times 10^{11}$ N/m², através do ensaio de flexão a carga constante. Este parâmetro é importante para se determinar as frequências naturais ω_n , da viga contínua dadas pela eq.(12).

3.2 Bancada Experimental

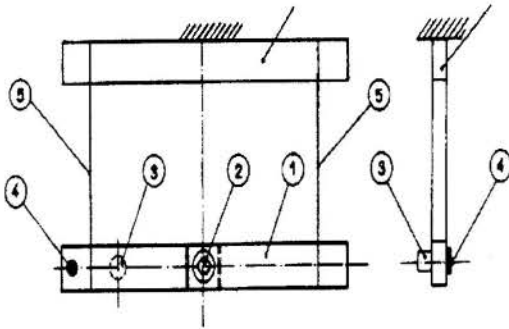


Figura 2: Bancada experimental (croqui).

fios de aço (5), localizados nas extremidades das vigas, com a finalidade de eliminar a influência do suporte rígido (6) sobre as vigas. A junta parafusada se localiza no meio da viga, o acelerômetro piezoelétrico (3) registra as amplitudes dos deslocamentos transversais das vigas (mm), e a célula de carga (4), a força de excitação (mV) aplicada na viga, através de um único pulso (avanço e retorno da haste de um cilindro pneumático).

Conforme ilustra a figura 2, as vigas (1) foram suspensas no ar, através de dois

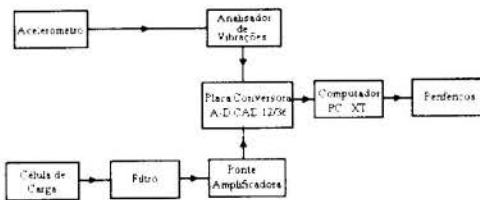


Figura 3 - Esquema de montagem de instrumentação.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 Frequências Naturais de Vibrações das Vigas.

Tabela 3: Frequências naturais de vibrações da viga contínua.

MODOS DE VIBRAÇÕES	FREQUÊNCIA (Hz)
1º M	83,98
2º M	226,56
3º M	443,36

Tabela 4: Freqüências naturais de vibrações da viga com junta fresada (VJF) em função do torque.

MODOS DE VIBRAÇÕES	TORQUE DE APERTO (N.m)					
	9,8	19,6	29,4	39,2	49,0	58,8
1º M	68,36	68,36	68,36	70,31	70,31	68,36
2º M	226,56	228,52	228,52	228,52	228,52	228,52
3º M	392,58	396,48	398,48	396,48	396,48	398,48

Tabela 5: Freqüências naturais de vibrações da viga com junta retificada (VJR) em função do torque.

MODOS DE VIBRAÇÕES	TORQUE DE APERTO (N.m)					
	9,8	19,6	29,4	39,2	49,0	58,8
1º M	68,36	68,36	68,36	68,36	68,36	68,36
2º M	224,61	222,66	224,61	224,61	222,66	224,61
3º M	390,63	390,63	390,63	392,58	392,58	392,58

4.2 Decrementos Logarítmicos (δ) e razões de amortecimento (ξ) das vigas no 1º modo de vibração.

Tabela 6: Resultados experimentais de δ e ξ da viga contínua.

TEMPO (s)		DESLOC. (10^{-3} mm)		Nº DE CICLOS (N)	DECREM. (δ)	AMORTEC. (ζ)
t_i	t_f	q_i	q_f			
0,407	1,411	89,036	51,194	83	,006668	,001060

Tabela 7: Resultados experimentais de δ e ξ da VJF em função do torque.

TORQUE (N.m)	TEMPO (s)		DESLOC (10^{-3} mm)		Nº DE CICLOS (n)	DECREM. (δ)	AMORTEC. (ζ)
	t_i	t_{i+n}	q_i	q_{i+n}			
9,8	0,424	1,425	86,290	15,488	67	,025637	,004080
19,6	0,407	1,416	83,848	15,6440	67	,025062	,003989
29,4	0,411	1,417	73,320	10,910	67	,028435	,004526
39,2	0,422	1,428	98,497	21,592	67	,022652	,003605
49,0	0,413	1,421	80,949	26,322	67	,016767	,002669
58,8	0,405	1,400	81,102	17,014	67	,023320	,003712

Tabela 8: Resultados experimentais de δ e ξ da VJR em função do torque.

TORQUE (N.m)	TEMPO (s)		DESLOC (10^{-3} mm)		Nº DE CICLOS (n)	DECREM. (δ)	AMORTEC. (ξ)
	t_i	t_{i+n}	q_i	q_{i+n}			
9,8	0,406	1,418	29,068	8,774	67	.017878	.002845
19,6	0,410	1,415	82,170	13,199	67	.027293	.004344
29,4	0,410	1,412	56,687	9,537	67	.026602	.004234
39,2	0,407	1,410	88,579	22,354	67	.020551	.003271
49,0	0,408	1,409	85,832	22,354	67	.020080	.003196
58,8	0,409	1,409	86,137	21,744	67	.020546	.003270

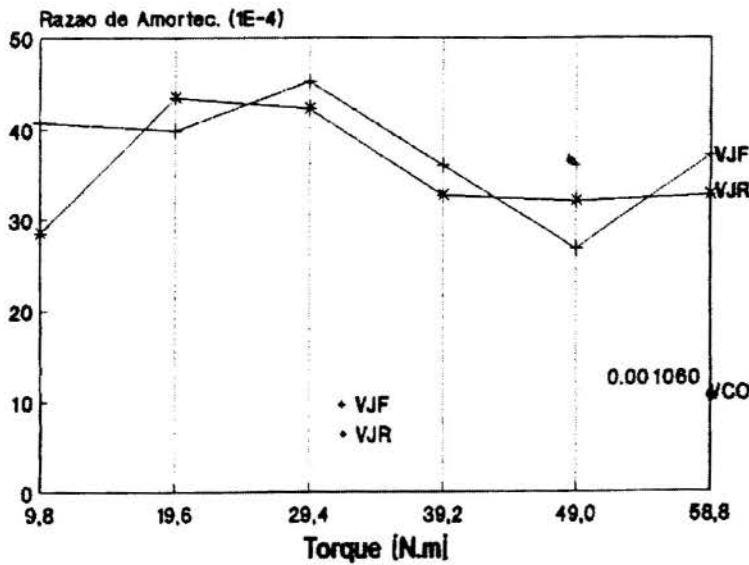


Figura 4 - Razões de amortecimento em função do torque para as VJF e VJR.

5. RESULTADOS TEÓRICO-EXPERIMENTAIS

Tabela 9: Frequências naturais de vibrações da viga contínua

MODOS DE VIBRAÇÕES	TORQUE DE APERTO (N.m)	
	$(\eta_n \ell)^2$	
	19,6	
1º M	68,36	68,36
2º M	224,61	222,66
3º M	390,63	390,63

Tabela 10: Resultados do decremento logaritmico (δ) e razão de amortecimento (ξ) da viga contínua.

VIGA	TEMPO (s)		DESLOC (10^{-3} mm)		Nº DE CICLOS (n)	DECREM. (δ)	AMORTEC. (ξ)
	t_i	t_f	q_i	q_f			
VCON	.407	1,403	89,00	50,71	83	.006783	.001079

6. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Com relação às frequências experimentais em função do torque obtidas para as vigas com juntas, pode-se concluir:

- O efeito da variação do torque de aperto sobre as frequências naturais é insignificante, porque estas frequências mantêm-se praticamente constantes com a variação do torque.

- O efeito da junta parafusada sobre as frequências naturais é bastante significativo para as frequências do 1º e 3º modo, e desprezível para as do 2º modo.

- O efeito do acabamento superficial (fresado e retificado) dado na superfície da junta sobre as frequências naturais, não é significativo, porque as frequências obtidas para as vigas com juntas são praticamente iguais nos três primeiros modos de vibrações.

Com relação às razões de amortecimento experimentais, as mesmas foram obtidas no 1º modo de vibração, através do método do decremento logarítmico, utilizando-se as equações (25) e (26).

Da figura (4), pode-se concluir:

- O efeito das juntas parafusadas sobre as razões de amortecimentos é bastante considerável, pois comparando-se as razões de amortecimento das vigas com juntas com a da viga contínua, verifica-se um aumento da ordem de três a quatro vezes.

- A razão de amortecimento provou ser dependente do acabamento superficial dado na superfície da junta.

- No intervalo de torque 9,8 a 19,6 as razões de amortecimento tendem a aumentar devido a presença de grandes deslizamentos (large slip) a baixas pressões.

- No intervalo de torque 19,6 a 29,4 N.m, não ocorre uma variação acentuada das razões de amortecimento. Neste intervalo, as razões de amortecimento mantêm-se elevadas, devido à presença de muitos micro-deslizamentos (very small slip).

- no intervalo de torque de 29,4 a 39,2 N.m. as razões de amortecimentos diminuem consideravelmente, devido a redução da intensidade de micro-deslizamentos.

- No intervalo de torque 39,2 a 58,8 N.m, as razões de amortecimento variam pouco.

Obtêm-se a razão de amortecimento teórico-experimental, através das simulações das amplitudes teórico-experimentais $q(t)$, dadas pela equação (17). Como a razão de amortecimento experimental da viga contínua foi próxima da teórico-experimental, conclui-se que o modelo adotado de Kelvin-Voigt, comportou-se de maneira satisfatória.

7. BIBLIOGRAFIA

Goldsmith, W. *The Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids*, cap.3, pp. 22-25, London, 1960.

Shabana, A.A. *Theory of Vibration*, vol. 2, pp. 175-245, Springer-Verlag, New York, USA, 1991 a.

Shabana, A.A. *Theory of Vibration*, vol. 1, pp. 56-111, Springer-Verlag, New York, USA, 1991 b.

Shanker, A. et al, *Damping Behaviour of Bolted Joints*, Microtecnic, pp. 42-45, 1980.

Yoshimura, M. *Measurement of Dynamic Rigidity and Damping Property for Simplified Joint Models and Simulation by Computer*, Annal of the CIRP, vol. 15, pp. 193-198, 1977.



PAPER CODE: COB955

IDENTIFICAÇÃO DE DEFEITOS TIPO *PITTING* EM UM MOTOREDUTOR DE VELOCIDADE / IDENTIFICATION OF *PITTING* ERROS IN GEARBOXES

Jorge Nei Brito, Alexandre Albuquerque Pinto & Carlo Ehardt Teatini
Departamento de Mecânica - Fundação de Ensino Superior de São João del Rei - FUNREI
CEP 36.300-000 São João del Rei, Brasil - E-mail: demec @ csa.funrei.br

Abstract

This work presents a methodology to identify the influence of the active involute profile of helical gear caused by *pitting* on motor-gearbox. Power spectrum density and wave forms were obtained with and without *pitting*, in order to determine its behavior on motor-gearbox.

Keywords

Motoredutor, vibração, frequência de engrenamento, *pitting* e engrenagem.
Gearbox, vibration, gear mesh, *pitting* and gear.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas de transmissão por engrenagens são atualmente projetados para condições de operações extremas, acarretando estreitos limites para possibilidades de ocorrência de falhas durante seu funcionamento. Exige-se portanto, que tanto as técnicas de projeto como as de monitoramento do estado de funcionamento, sejam refinadas para reduzir as incertezas de desempenho e a precisão da vida do equipamento. Os erros geométricos de fabricação e os defeitos superficiais do perfil ativo do dente, gerados por desgastes, produzem excitações dinâmicas, diagnosticadas através da análise de vibração. Brito (1994) apresenta em detalhe o modelo geométrico e a análise de forças de engrenamento, incluindo os procedimentos de controle da qualidade e dos erros de engrenamento, necessários em todas as fases de fabricação de engrenagens.

As técnicas de monitoramento de vibrações tem sido implementadas nos últimos tempos objetivando o diagnóstico das falhas incipientes nos componentes do sistema, de forma mais precisa e dinâmica. Dentre elas destacam-se o PeakVue, Demodulação e a Média Sincronizada. As duas primeiras apresentam-se semelhantes para velocidades intermediárias, sendo o PeakVue significativamente superior quando se trata de baixas velocidades (Robinson *et al.*, 1995). A técnica da média sincronizada, utilizando-se o fototacômetro, permite a identificação mais precisa das frequências determinísticas. Este conjunto de procedimentos, denominado manutenção preditiva, exige o conhecimento prévio da dinâmica do sistema de modo que seja possível relacionar causa e efeito, a partir de sinais medidos no equipamento.

Remmers (1978), mostrou a tendência dos pares de engrenagens exibirem vibrações, ruídos e cargas dinâmicas de engrenamento, em decorrência de erros de espaçamento entre os

dentes, da carga aplicada, da relação de contato e das modificações do perfil ativo. Randal (1982) e Boyes (1981), apresentam aplicação de técnicas experimentais para a detecção de periodicidades no espectro da vibração de redutores de engrenagens e a correlação entre os defeitos de engrenamento e os espectros de vibração medidos. Umezawa *et al.* (1988) apresentam a aplicação das técnicas experimentais para medição de vibrações em redutores de engrenagens, e métodos para estimar a vibração em engrenagens helicoidais considerando os erros nos dentes em pares de engrenagens de pequena largura. Choy *et al.* (1991), apresentam um método para a análise do comportamento dinâmico de sistema de transmissão de engrenagens de múltiplos estágios, em função de excitações por desbalanceamento e geradas pelo engrenamento. Brito *et al.* (1995) apresentam uma metodologia para identificar a influência de defeitos gerados por desgaste e erosão no perfil ativo de dentes de engrenagens cilíndricas de dentes retos. A árvore do redutor é modelada como um rotor flexível apoiado sobre mancais flexíveis, os dentes da engrenagem têm elasticidade distribuída e são consideradas as deformações no contato entre os dentes.

Neste trabalho é apresentada uma metodologia para identificar a influência do defeito tipo *pitting* no perfil ativo dos dentes de engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais nas vibrações medidas no motoredutor.

2. METODOLOGIA

Através de ensaios experimentais são obtidos os espectros de frequência e formas de onda de um motoredutor em perfeitas condições de funcionamento, “assinatura do redutor” e com defeitos tipo *pitting*. Este modelo permite a inclusão do efeito de múltiplas árvores engrenadas e o efeito da participação dinâmica da caixa do redutor. Consequentemente permite-se que as frequências das irregularidades superficiais sejam moduladas com outras perturbações que ocorrem principalmente na frequência de rotação da árvore onde a engrenagem está montada. Uma unidade dinamométrica é utilizada como sistema de carga. Para uma análise minuciosa dividiu-se o experimento em duas etapas. Na primeira, realizada na Universidade Federal de Uberlândia (UFU), introduziu-se o defeito em apenas um dente da engrenagem do eixo de alta do motoredutor. As medições foram obtidas para três situações distintas: só o motoredutor funcionando; motoredutor montado com a unidade completa e em vazio e motoredutor montado com a unidade completa e com carga. Nas três situações foram realizados testes com e sem a introdução do defeito tipo *pitting*. Os espectros foram obtidos através de um analisador espectral de dois canais e através de uma placa de aquisição de dados e uma rotina computacional, permitindo análises posteriores mais detalhadas. Os acelerômetros foram colocados na posição vertical e horizontal no flange central do motoredutor. Na segunda etapa, realizada na VITEK Consultoria Ltda., acrescentou-se o defeito em mais três dentes, defasados de 90°. Além das técnicas utilizadas na primeira etapa, utilizou-se também as técnicas de PeakVue e Demodulação. Os dados foram obtidos através de um analisador/coletor de sinais, modelo 2120 da CSI, com uma interface com o *software* MasterTrend, para as mesmas condições de carregamento dos testes realizados na primeira etapa.

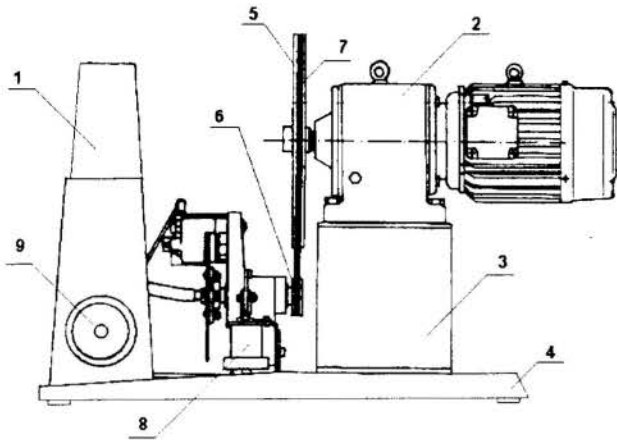


Figura 1 - Bancada de teste.

A bancada de teste é mostrada na figura 1, sendo: 1- conjunto dinâmico
3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A figura 2 mostra os espectros com carga, sendo a cor vermelha sem a introdução do defeito e a cor azul com a introdução do defeito. Nesta figura destacam-se as três frequências de rotação das engrenagens do motorreductor: 2,7 Hz, 12,43 Hz e 27,98 Hz.

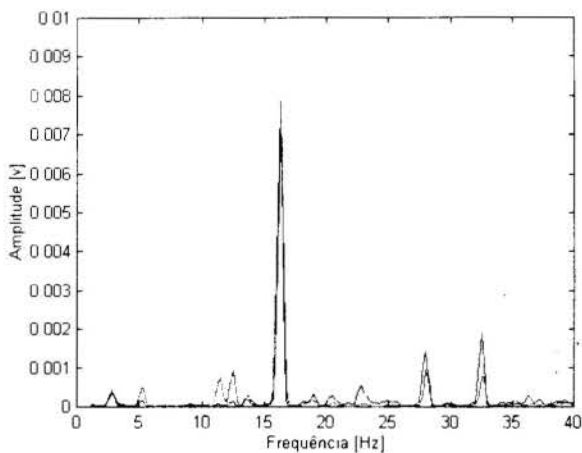


Figura 2 - Espectros com carga: vermelho sem defeito e azul com o defeito.

O pico referente a frequência de 27,98 Hz indica a frequência de rotação do pinhão, que com a introdução do defeito, tornou-se mais energético, com um aumento de 64,3% na sua amplitude.

O pico de maior energia, na frequência de 16,27 Hz, está relacionado com a frequência de rotação do disco do dinamômetro, evidenciando um empenamento do disco do freio, conforme verificado através da utilização de um relógio comparador

Apesar do defeito ter sido introduzido no pinhão de alta, a sua frequência de engrenamento não foi identificada na figura 3 como se esperava. Isso se deve ao fato do sistema de carga representar uma energia muito maior que o defeito introduzido. Essa frequência de engrenamento de 559,6 Hz é o produto do número de dentes do pinhão onde

foram introduzidos os *pitting*, (20 dentes) vezes a frequência de rotação do eixo onde ela está montada (27,98 Hz).

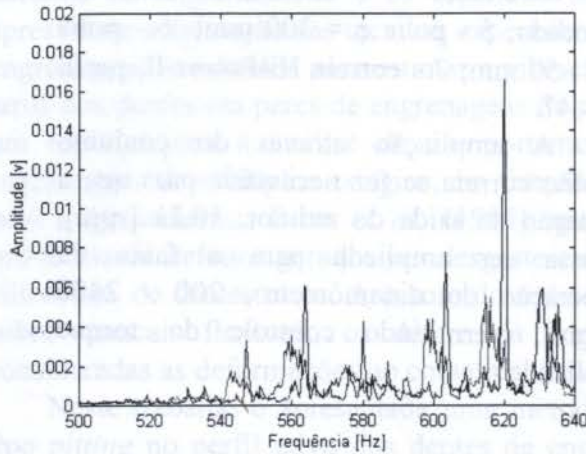


Figura 3 - Espectros com carga, vermelho sem e azul com o defeito enfatizando a frequência de engrenamento.

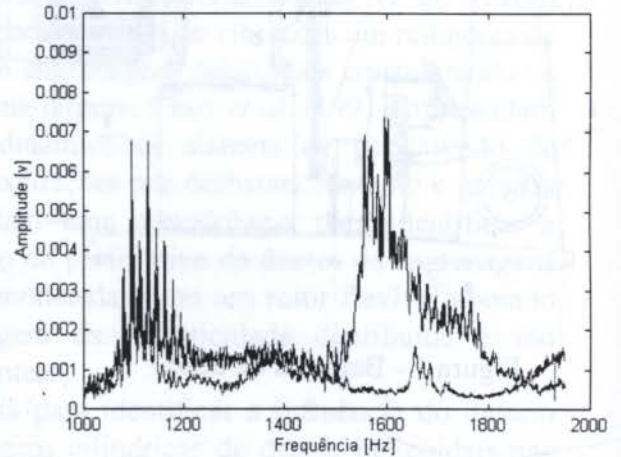


Figura 4 - Espectros com carga: vermelho sem defeito e azul com o defeito enfatizando a 1ª e 2ª harmônicas da frequência de engrenamento.

Na figura 3, os picos em azul estão defasados de 16,27 Hz, que corresponde à frequência de rotação do eixo do dinamômetro. As faixas de frequência em vermelho representam uma região de contato irregular entre o disco e a pastilha de freio, caracterizando seu empeno. A amplitude na frequência de 620,05 Hz deve-se à amplificação do sinal com a frequência natural de algum componente do sistema, conforme mostrado na figura 7.

A figura 4 mostra a primeira e segunda harmônica da frequência de engrenamento, respectivamente 1119,2 Hz e 1678,8 Hz. Estas harmônicas mostram a influência do *pitting* no comportamento dinâmico do motoredutor, acarretando um aumento geral da energia espectral na região de altas frequências.

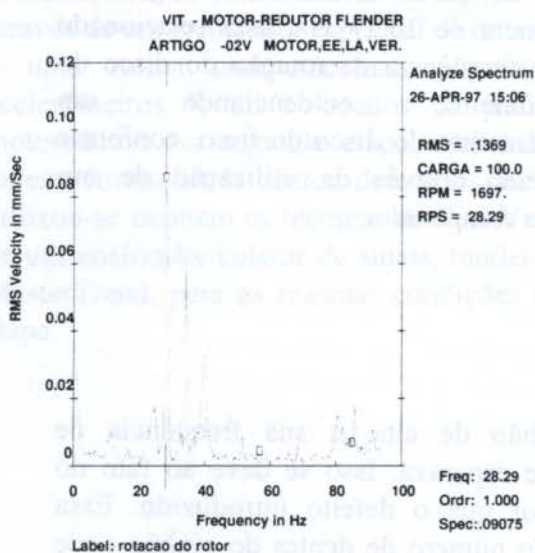


Figura 5 - Espectro com carga com defeito, enfatizando a frequência de rotação da engrenagem defeituosa.

A figura 5 mostra que com a introdução de defeitos em mais dentes, defasados de 90° , há um aumento na energia espectral do pico relacionado com a frequência de rotação da engrenagem defeituosa e suas harmônicas, evidenciando o defeito em estudo.

A figura 6, mostra, a frequência de engrenamento do primeiro par, 559,6 Hz e as bandas laterais espaçadas da frequência de rotação da engrenagem defeituosa representadas, respectivamente, pelo traço

vertical e pelos marcos ao longo de todo o espectro.

Comparando-se as figuras 6 e 7, pode-se verificar que, com a introdução do

O pico referente à banda lateral, figura 6, encontra-se com alta energia devido à ressonância com a frequência natural de algum componente do sistema, como mencionado anteriormente.

A figura 7 mostra o espectro de frequência do motoredutor com carga e com defeito, destacando uma das bandas laterais da frequência de engrenamento em ressonância com a frequência natural de um dos elementos da bancada.

defeito *pitting*, surgiram bandas laterais espaçadas da frequência de rotação do eixo que contém a engrenagem defeituosa.

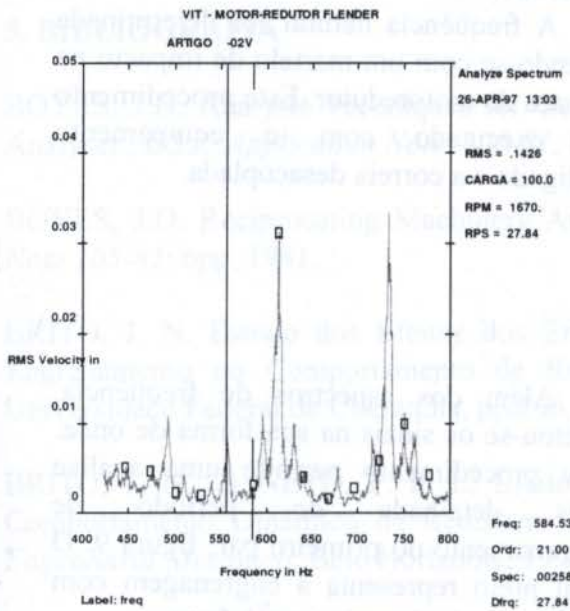


Figura 6 - Espectro com carga sem defeito, enfatizando a frequência de engrenamento do primeiro par.

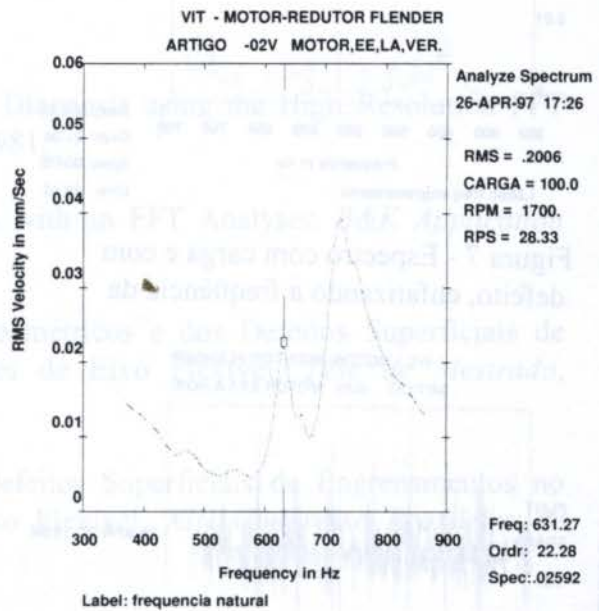


Figura 8 - Espectro de frequência enfatizando a frequência natural de algum componente da bancada.

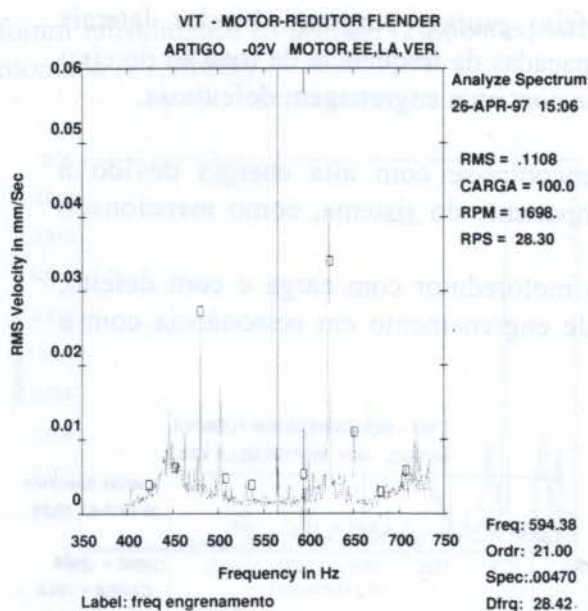


Figura 7 - Espectro com carga e com defeito, enfatizando a frequência de

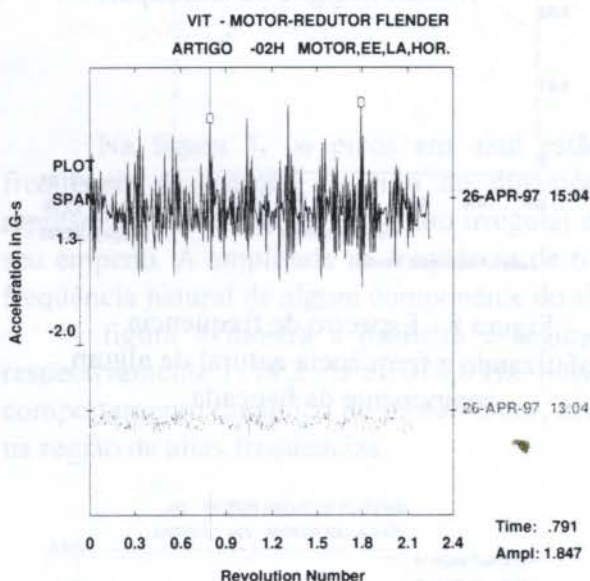


Figura 9 - Forma de onda, em preto com defeito e em verde sem defeito.

4. CONCLUSÃO

A identificação do defeito tipo *pitting* introduzido em um único dente e de forma superficial simulando o início do defeito não foi diagnosticado nos espectros de frequência obtidos na primeira fase do trabalho. Outros defeitos existentes na bancada de teste, como por exemplo o disco de freio do dinamômetro empenado, o sistema de ampliação através de polias/correia entre outros, tinham uma energia no espectro muito maior que o defeito em estudo, tornando-o menos visível.

engrenamento do primeiro par.

A figura 8 mostra o espectro de frequência, enfatizando a frequência natural de algum componente do sistema. O pico que entra em ressonância com a banda lateral da frequência de engrenamento nas figuras citadas anteriormente é identificado pelo marco quadrado.

A frequência natural foi determinada batendo-se com um martelo de impacto na carcaça do motoredutor. Este procedimento foi executado com o equipamento desligado e a correia desacoplada.

Além dos espectros de frequência, coletou-se os sinais na sua forma de onda. Este procedimento permite uma análise mais detalhada do período de engrenamento do primeiro par, figura 9. O sinal preto representa a engrenagem com defeito e o sinal verde sem defeito.

Verifica-se no gráfico em preto que, entre um período de revolução da engrenagem defeituosa, representado pelos marcadores quadrados, destacam-se quatro picos igualmente espaçados. Estes picos são os *pitting* introduzidos que provocam o aumento da energia do sinal.

Na segunda fase do trabalho com a introdução de *pitting* em mais três dentes, defasados de 90° e com maior profundidade, simulando o defeito em um estágio mais avançado, foi possível identificar o defeito nos espectros de frequência. Porém, apesar da análise espectral ser o mais usado pelos profissionais da Manutenção Preditiva, foram as formas de onda do sinal no tempo que tornou mais nítido o diagnóstico do defeito tipo *pitting*. Assim conclui-se que a análise no domínio do tempo é uma ferramenta indispensável para o diagnóstico deste tipo de defeito, auxiliando as outras técnicas já disponíveis.

Para trabalhos futuros pretende-se isolar as outras fontes de defeito, aplicar as novas técnicas disponíveis e identificar a melhor ferramenta para o diagnóstico de defeitos tipo *pitting*.

5. BIBLIOGRAFIA

BOYES, J.D. Analysis Techniques for Gearbox Diagnosis using the High Resolution FFT Analyser, *B&K Application Note 106-81*, 8pp, 1981.

BOYES, J.D. Reciprocating Machinery Analysis with an FFT Analyser, *B&K Application Note 105-81*, 6pp, 1981.

BRITO, J. N. Estudo dos Efeitos dos Erros Geométricos e dos Defeitos Superficiais de Engrenamento no Comportamento de Redutores de Eixo Flexível, *Tese de Mestrado*, Universidade Federal de Uberlândia, pp.106, 1994.

BRITO, J. N., & NETO, F. P. L. Efeito de Defeitos Superficiais de Engrenamentos no Comportamento Dinâmico de Redutores de Eixo Flexível, *XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Belo Horizonte, 1995.

CHOY, F. K., ZAKRAJSEK, J. J. & TOWNSEND, D. P. Effects of Gearbox Vibration and Mass Imbalance on the Dynamics of Multistage Gear Transmission, *Journal of Vibration and Acoustics*, (113), pp. 333 - 343, July 1991.

RANDALL, R. B. Cepstrum Analysis and Gearbox Fault Diagnosis, *B&K Application Note 233-80*, 20pp, April 1982.

REMMERS, E. P. Gear Mesh Excitation Spectra for Arbitrary Tooth Spacing Errors, Load and Design Contact Ratio, *Journal of Mechanical Design*, (100), pp. 715 - 722, October 1978.

ROBINSON, J.C. & CANADA, R.G. Vibration Measurement on Slow Speed Machinery, *P/PM Technology*, vol. 8, pp. 33-38, December 1995.

UMEZAWA, K., HOUJOH, H. & MAKI, H. Estimation of the Vibration of In-Service Gears by Monitoring the Exterior Vibration, *JSME International Journal*, Series III, vol. 31, No.3, pp. 588 - 592, 1988.

UMEZAWA, K., SUZUKI, T. & HOUJOH, H. Estimation of Vibration of Power Transmission Helical Gears by Means of Performance Diagrams on Vibration, *JSME International Journal*, Series III, vol. 31, No.3, pp. 588 - 592, 1988.

7. AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, ao Prf. Dr. Francisco Paulo Lépore Neto da Universidade Federal de Uberlândia, à VITEK Consultoria Ltda e à Flender do Brasil pelo apoio dispensado.

Tema 53

Acústica



PAPER CODE: COB959

**AVALIAÇÃO DO RUÍDO QUE O TRATORISTA ESTÁ EXPOSTO EM
PREPARO DE SOLO COM TRATOR DE PNEU / VALIATION OF THE
NOISE THAT TRACTOR DRIVER IS EXPOSED DURING PERIODICAL SOIL
TILTILAG OPERATION**

Natanael Victor de Oliveira

*Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, UFPB
CEP 58109-970 Campina Grande, Brasil - E-mail: jornaljc@cct.ufpb.br*

Antonio Travassos Sobrinho & Wallace Benedito Guedes

Departamento de Tecnologia Rural, UFRPe - Dois Irmãos - Recife

Abstract

The agricultural wheel tractor is a source of power used to quite a large extent is small and intermediate agricultural in industries from soil tillage to harvest and transportation operation, performing these operations cheaper and more efficiently. During periodical soil tillage operation, this tractor transmit high level of noise to the driver increasing the sound pollution level to search the quantity of noise to with the tractor driver is exposed, it was evaluated the noise levels in plowing, disking and furrowing operation. This work was performed with wheel tractor in a distrofic yellow latosol covered with sugarcane ratoon. The results pointed out noise levels higher than the highest level recommended by legislation to a daily maximum exposure in the three operation accomplished. In both plowing and furrowing operation, the noise levels were equivalent and a little bit higher than the noise in disking operation.

Keywords

**Ruído, Tratorista, Trator de Pneu, Operação
Noise, Driver Tractor, Whell Tractor, Operation**

1. INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da agricultura no Brasil se deu, mais precisamente, a partir de 1960, por influência da motomecanização. Devido à sua capacidade multiplicadora, deu-se a largada para a modernização dessa atividade (Associação Brasileira de Mecanização Agrícola, 1990). Segundo pesquisas realizadas por órgãos como a ANFAVEA-IBGE, a frota nacional de tratores está estimada atualmente em cerca de 550 mil unidades. No Brasil, para que todas as áreas disponíveis fossem atendidas pela motomecanização, seriam necessários em torno de 4,5 milhões de tratores. Devido ao crescente contingente de tratoristas envolvidos nesta área de trabalho, os pesquisadores, projetistas e estudiosos do assunto, estão cada vez mais envolvidos e preocupados em buscar soluções alternativas que minimizem as causas que provocam efeitos danosos à saúde de operadores, melhorando o local de trabalho no trator. Uma das causas responsáveis por danos irreversíveis ao estado físico e mental dos operadores tratoristas, está intrinsecamente relacionado com o nível de poluição sonora provocado pelo ruído emitido por esse tipo de máquina. Só no final do século dezenove, iniciaram-se investigações sistemáticas com o objetivo de se pesquisar como a capacidade de trabalho

humana é influenciada pela tarefa que o indivíduo desempenha e pelos mecanismos que o rodeia, embora, a preocupação com os fatores humanos da engenharia, tenha ocorrido desde o aparecimento das primeiras ferramentas e dos primeiros implementos agrícolas (Morris, 1959). A ciência responsável por estas investigações é a engenharia especializada em fatores humanos ou ergonomia que Wisner, 1987 define como sendo o conjunto de conhecimentos científicos relativos ao homem e necessários para projetar ferramentas, máquinas e dispositivos que possam ser utilizados com o máximo de conforto, segurança e eficácia. Mais especificamente, a ergonomia identifica pontos críticos e negativos da interação tecnologia-homem, que ocorre mais precisamente através dos processos de trabalho. De acordo com Knapp (1959), do ponto de vista ergonômico, a relação tratorista-trator constitui-se num sistema que possui características próprias. Deste modo, a unidade composta pela máquina e seu operador, representa o posto de trabalho que deve possuir finalidades específicas e bem definidas, que do ponto de vista da motomecanização, corresponde a realizar uma das seguintes tarefas: destorroamento, sulcamento, plantio, colheita, transporte, para não citar outros. No Brasil, são raras as pesquisas desenvolvidas sobre os níveis de ruído que o tratorista e/ou motorista está exposto no seu posto de trabalho na engenharia agrícola, na engenharia mecânica e suas conseqüências, e mesmo assim, os respectivos resultados nem sempre são divulgados. Nesta pesquisa, procura-se analisar os níveis de ruído que o tratorista está exposto no seu posto de trabalho, utilizando-se três tipos de tratores agrícolas de pneu. Procurou-se utilizar como parâmetros de análise as operações de aração, destorroamento e sulcamento, práticas que se constituem no preparo periódicos de solos em geral. Dentre os vários trabalhos de pesquisas importantes existentes na área podemos citar (Stanek, 1978) e (Curry & Weber, 1972).

2. CONSIDERAÇÕES BÁSICAS

Tipos de Tratores: No preparo do solo, foram utilizados três tratores tipo 4x2, de pneu, de marcas e fabricantes diferente, com potência motora em torno de 67cv. Apresentamos como ilustração na Tabela-1, as características técnicas principais para este três tipos de tratores-Manual do Fabricante.

Tabela 1: Características Técnicas Básicas dos Tratores Utilizados, (Valmet do Brasil)

	Fabricante / Modelo		
	Ford 4600	MF-265	Valmet 88
Motor	Ford 4600	MF-265	Valmet 88
Marca	Ford	Perkins	MWM
Modelo	DHV3201	-	D229-4VS
Combustível	Diesel	Diesel	Diesel
Ciclo	4 tempos	4 tempos	4 tempos
Número de cilindros	3	4	4
Disposição dos cilindros	Vertical em linha	Vertical em linha	Vertical em linha
Cilindrada em Cm ²	3294	3120	3922
Relação de compressão	16.3:1	16.0:1	16.6:1
Potência bruta em CV	63 a 2200 rpm	61 a 2200 rpm	79 a 2300 rpm
Ano de fabricação	1984	1987	1981

Para processar os testes e posterior análise dos dados para a avaliação e emissão do nível de ruído dos tratores utilizados, necessita-se a priori estabelecer que tipo de solo deverá ser

preparado e com que finalidade. Segundo (Galetti, 1981), o preparo periódico do solo é a denominação dada ao conjunto de operações realizadas com objetivo de oferecer as condições favoráveis à sementeira, germinação, desenvolvimento e produção das plantas a serem cultivadas. Para (Mialhe, 1974), o preparo periódico do solo é uma das fases mais importantes de seu manejo e, basicamente, consiste em revolvimento (aração), destorroamento (gradeamento), sulcamento (aberturas de sulcos), e eventualmente, a sub-solagem. As operações de aração, gradeamento e sulcamento que compõem o preparo periódico do solo, em geral precisam de equipamentos específicos para cada função. O dimensionamento adequado do conjunto trator mais implemento, é função do tamanho da área a ser trabalhada e as eventuais regulagens, que passam a depender do tipo, características, natureza e condições do solo.

3. MATERIAL E MÉTODO

Localização do Experimento: Os ensaios de campo foram realizados em área pertencente à estação experimental de cana-açúcar da Universidade Federal Rural de Pernambuco, localizada no município de Carpina-Pe, a 60 Km da cidade de Recife, Latitude 7° 45' sul, Longitude de 35° 45' Oeste com altitude de 176 m acima do nível do mar. Clima: O clima da região foi classificado como tropical chuvoso com verão bem definido, com temperatura média anual em torno de 24.3°C, sendo os meses de julho a agosto mais frios, enquanto os meses de janeiro e fevereiro os mais quentes, com precipitação média anual de 1260 mm. Período seco de seis meses. Segundo (Azevedo, 1984), o nível de ruído pode sofrer alterações com as condições atmosféricas. Solo: Os ensaios foram realizados em solo classificado como latossolo distrófico, caracterizado por ser profundo, coloração amarela, perfil de topo plano de tabuleiro com 0° a 2% de declividade com cobertura de cana-de-açúcar. O tipo de solo a ser preparado influencia diretamente o nível de ruído a ser emitido pelo trator, uma vez que, quanto maior o teor de argila, nível de compactação do solo, etc., maior será a força necessária para vencer a resistência ao corte. O baixo teor de umidade e o tráfego intenso de máquinas, são fatores que contribuem para tornar o solo mais compacto. Implementos: Dos tratores utilizados, Tabela.1, têm-se acoplados a estrutura dos tratores, arado, grade, sulcador, maiores detalhes e comentário em (Sobrinho, 1992). Utilizou-se os seguintes instrumentos de medição: penetrômetro de impacto, umidímetro, decibelímetro marca RHODE SHWA de fabricação alemão, portátil, com escala variando entre 40 e 140 decibels com circuitos de compensação A, B e C, entre outros outros instrumentos.

4. DELINEAMENTO EXPERIMENTAL

O delineamento experimental para a análise estatística dos resultados usou a amostragem em blocos "casualizados", considerando-se como parâmetros o ruído, e como tratamentos as operações de aração (T_1), gradeamento (T_2) e sulcamento (T_3) para sete repetições. Dentro de cada bloco, os tratamentos foram atribuídos às parcelas de forma aleatória, onde utilizou-se um tipo de trator para cada tratamento.

5. MODELO MATEMÁTICO

Para a análise estatísticas dos resultados experimentais obtidos em teste de campo para monitorar e quantificar o nível de ruído durante as operações de aração, destorroamento e sulcamento utilizou-se o modelo matemático de (Gomes, 1977), dado por;

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk} \quad (1)$$

onde os parâmetros da Equação (1), são definidos por; Y_{ijk} é o valor observado, μ é a média geral, α_i é o efeito do i -ésimo nível do primeiro fator, β_j é o efeito do j -ésimo nível do segundo fator, $(\alpha\beta)_{ij}$ é o efeito de interação entre o i -ésimo nível do primeiro fator e o j -ésimo nível do segundo fator, e_{ijk} é o erro casual associado a Y_{ijk} . As suposições associadas ao modelo da equação (1), implicam que os erros são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, isto é, $e_{ijk} : N(0; \sigma^2)$, ou seja, e_{ijk} têm distribuição normal, com média zero e variância constante, σ^2 .

6. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E TÉCNICOS

Antes e depois de cada sessão de medição, foi realizada uma checagem de calibração do equipamento medidor de pressão sonora, utilizando-se um calibrador acústico com precisão de 0.5 dB numa frequência que variou na faixa de 250 a 1000 Hz. Utilizou-se, durante os ensaios, um protetor de vento conectado ao microfone medido. Todas as leituras foram processadas no circuito de resposta lenta "Slow" do medidor de nível de pressão sonora. Os níveis globais de pressão sonora foram medidos no circuito de ponderação "A" e expressos em dB(A), de acordo com as normas, NBR 7731 e a NBR 9999. Dentro destes procedimentos, foram efetuadas leituras de ruído de fundo antes de se processar as medições em campo. As leituras foram efetuadas com o microfone do medidor posicionado a uma altura de aproximadamente 1.20m em relação ao solo e sem a presença de anteparos. Maiores detalhes e discussões dos pontos de medição em relação ao tratorista, bem como a análise estatística dos dados e suas correlações podem ser encontrados em (Sobrinho,1992). O conjunto trator mais implemento, em cada operação específica, trabalhou com uma rotação motora variando em torno de 1600 a 1800 rpm, velocidade de 5km/h nas operações de aração e sulcamento e, de 7km/h na operação de destorroamento. No trator, o microfone do medidor foi posicionado próximo ao plano longitudinal central do assento com o diafragma voltado para a frente e com o centro ajustado de forma a ficar na zona auditiva do tratorista, (Norma, NBR-9999). Antes da realização de cada prática de campo, teve-se o cuidado de se efetuar o registro do nível de ruído em cada uma das máquinas com o motor funcionando e fora de operação, permitindo, se balizar o diferencial do nível de ruído em ambos os casos.

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nível de Ruído em dB(A) na Operação de Aração: Os níveis de ruído registrados nos testes de campo realizados durante a execução da operação de aração (Tratamento T_1), encontram-se na Tabela-2. Denominado M_1 , como sendo Trator Valmet 88, M_2 , Trator Ford 4600, M_3 , trator Massey Ferguson 265 e T_1 , T_2 , T_3 , como sendo as operações de aração, gradeamento, e sulcamento respectivamente, pode-se definir a partir da notação M_iT_j , nesta tabela e/ou matriz, e as subsequentes, representar a natureza da operação e o tipo de trator utilizado. Por exemplo, M_1T_1 é a operação de aração com o trator Valmet 88, M_2T_3 é a operação de sulcamento com o trator Ford 4600, e assim em diante. Os números revelam níveis de ruídos superiores a 85 dB(A) em todas as 42 leituras efetuadas. O valor mínimo medido durante esta prática girou em torno de 94 dB(A), enquanto que o valor máximo foi de 100 dB(A). O nível

Tabela 2: Níveis de Ruído dB(A) Operação de Aração

		Blocos						
Ordem :		1(M ₁)	2(M ₂)	3(M ₃)	4(M ₃)	5(M ₁)	6(M ₂)	7(M ₂)
T ₁	1	98	98	97	97	96	98	96
	2	99	99	98	96	95	97	97
	3	98	97	98	96	96	98	97
	4	97	98	99	98	95	99	98
	5	99	98	99	94	95	98	98
	6	98	100	100	96	95	98	99

de ruído que obteve maior frequência de registro durante a operação de aração girou em torno de 98 dB(A). O resultado revela que o nível de ruído de 98 dB(A) obteve um percentual de 35% de repetições em relação as demais leituras. Daí, pode-se observar que o trator M₂ apresentou maior frequência de registro ao nível de 98 dB(A),

caracterizando uma tendência deste trator em produzir mais ruído durante esta prática de operação.

Nível de Ruído em dB(A) na Operação de Gradeamento: A Tabela 3 apresenta os resultados dos diversos níveis de ruído dos teste na operação de gradeamento (Tratamento T₂).

Tabela 3: Níveis de Ruído dB(A) Operação Grade.

		Blocos						
Ordem :		1(M ₁)	2(M ₂)	3(M ₃)	4(M ₃)	5(M ₁)	6(M ₂)	7(M ₂)
T ₂	1	96	97	97	97	95	97	97
	2	94	98	98	96	97	98	96
	3	97	96	97	95	94	98	96
	4	96	98	96	96	95	99	95
	5	95	96	96	95	94	98	95
	6	95	97	97	95	95	97	96

Das 42 leituras registradas nesta operação, os níveis de ruído variaram em torno de 94 a 99 dB(A), com frequência de registro predominante de 97 dB(A), representando 25% das leituras efetuadas. Como pode-se observar, o trator M₂ foi a máquina que apresentou a maior tendência na emissão de ruído.

Nível de Ruído em dB(A) na Operação de Sulcamento: De forma análoga, os ensaios durante a operação de sulcamento (Tratamento T₃), apresentaram níveis de ruído variando em torno de 94 a 100 dB(A), tabela 4.

Tabela 4: Níveis de Ruído dB(A) Operação de Sulca.

		Blocos						
Ordem :		1(M ₁)	2(M ₂)	3(M ₃)	4(M ₃)	5(M ₁)	6(M ₂)	7(M ₂)
T ₃	1	97	98	98	96	94	97	97
	2	98	97	98	96	94	98	97
	3	97	98	99	95	95	98	97
	4	98	100	97	94	95	98	97
	5	97	97	97	94	95	98	97
	6	98	98	96	98	94	98	97

Nesta operação o nível de ruído que apresentou frequência de leitura predominante foi de 98dB, com aproximadamente 32% das medidas efetuadas. Interpretação análoga, podem ser feitas em relação às discussões anteriores.

Ruído de Fundo: O ruído de fundo medido no local do experimento, situou-se ao nível de 60 dB(A) man-

tendo-se aproximadamente constante durante a realização de todos os ensaios processados. O nível de ruído de fundo, medido no local de trabalho antes de cada experimento de 60 dB(A), segundo, (Costa, 1991), caracteriza um ambiente silencioso, isto é, um diferencial de ruído acima de 20 dB(A) por exposição contínua acima de oito horas dependendo da frequência e amplitude do ruído, não é recomendado. Um trabalho importante na área de controle de vibrações e ruído enfatizando a teorização sobre pressão sonora, ruído de fundo etc, entre outros autores existentes na literatura, pode ser encontrado em (Gerges, 1983).

Nas figuras 1,2 e 3 apresenta-se as curvas de leitura e comparação entre os níveis de ruído emitidos pelos três tipos de tratores utilizados nas operações de aração, gradeamento e sulcamento.

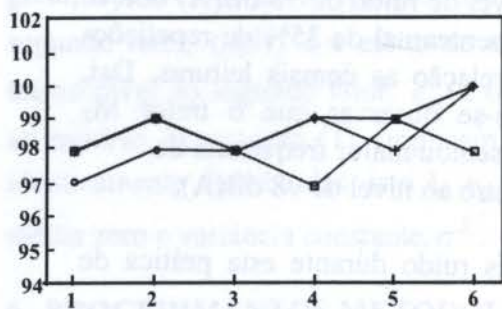


Figura 1 - Níveis de Ruído na Operação de Aração

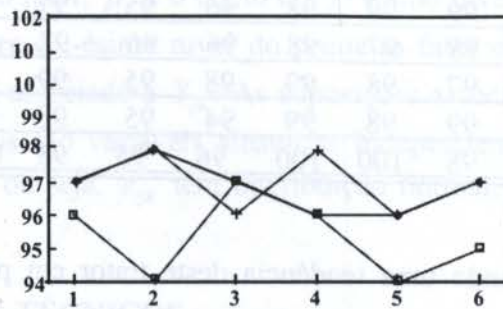


Figura 2 - Níveis de Ruído na Operação de Gradeamento

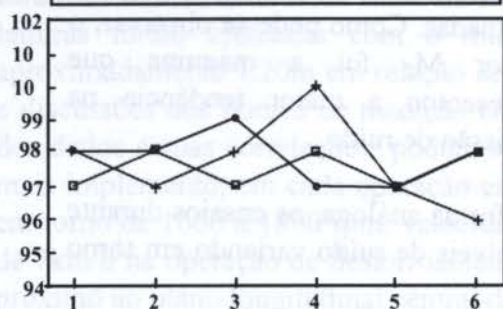
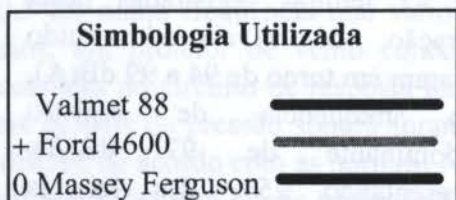


Figura 3 - Níveis de Ruído na Operação de Sulcamento

Como pode-se observar pelas Figuras 1 e 3, as operações de aração e sulcamento foram as que emitiram maiores níveis de ruído para os três tipos de tratores. Para constatar esta evidência, apresenta-se na Figura 4, a configuração gráfica em colunas da relação entre os níveis médio de ruído emitidos pelos três tipos de tratores durante a operação de preparo do solo. Como pode-se observar através da Figura 4, constata-se que de fato, a operação de sulcamento e aração apresentou níveis de ruído ligeiramente equivalentes e nas suas médias maior do que o nível ruído na operação de gradeamento. Utilizou-se na avaliação destas medidas, a média entre as três leituras que apresentaram maiores predominância de frequências de leituras.

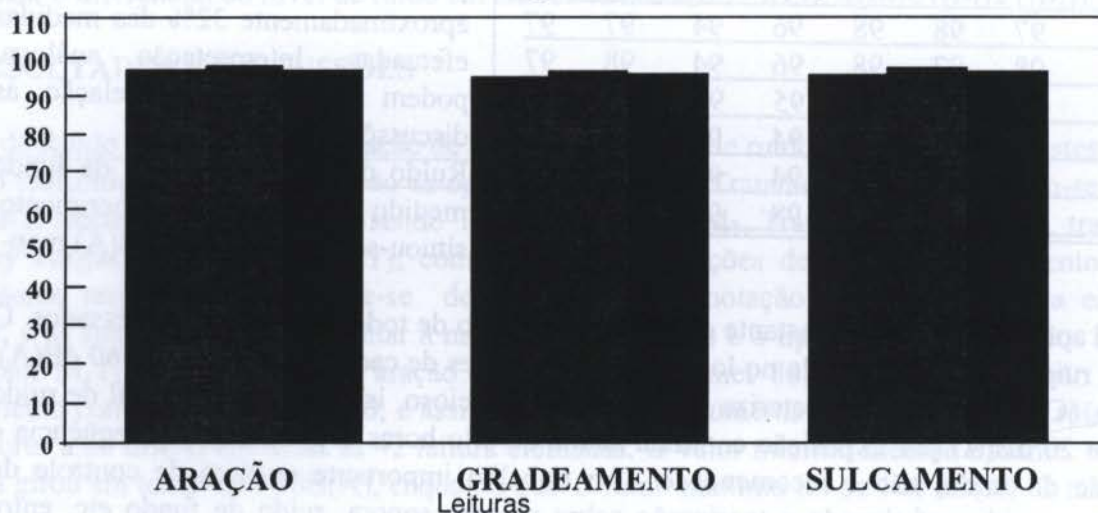


Figura 4 - Comparação entre os Níveis Médios de Ruído para os Três tipos de Operação

8. CONCLUSÃO

Todas as operações que compõem o preparo periódico do solo testadas, apresentaram níveis de poluição pelo ruído superiores aos níveis em geral recomendados pelas legislações em vigor, que fixa em 85 dB(A) a dose máxima de exposição diária ao ruído. As operações de aração e sulcamento, apresentaram durante os ensaios, níveis de ruídos praticamente equivalentes e ligeiramente superiores aos níveis medidos na operação de gradeamento. O nível médio de ruído nas condições em que foram realizados os experimentos, revela um índice muito elevado de poluição sonora, confirmando os dados obtidos por (Vasey, 1961), e também citado por (Barger, 1966) durante suas investigações. Dentro dos padrões em que foi realizado o presente trabalho e, em função dos níveis de ruído predominantemente detectados, recomenda-se que os tratoristas não ultrapassem o tempo máximo recomendado pela legislação em vigor. Os resultados obtidos em 126 leituras de níveis de pressão sonora, tomadas durante as realizações das operações de campo, demonstraram a existência de uma insalubridade residual, não somente pelos níveis em decibels, acima dos valores recomendados, mas pela freqüente ultrapassagem diária, semanal e mensal dos tempos de exposição recomendados como máximo. Finalizando, no que se refere às condições de trabalho do tratorista, nenhum dos tratores utilizados nos testes, apresentou as mínimas condições aceitáveis, uma vez que apresentaram valores de nível de ruído nunca inferiores a 85 dB(A).

9. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, por ter financiado a bolsa de estudo a nível de mestrado para o segundo autor. À Estação Experimental de Cana de Açúcar da UFRPe - Carpina - Pe, na pessoa do Coordenador, Dr.Djalma Euzébio Simões, pelo apoio técnico de seus funcionários e laboratório.

10. BIBLIOGRAFIA

- Azevedo, A.V. Avaliação e Controle de Ruído Industrial, Rio de Janeiro, 118p, 1984.
- Barger, E.L. Tratores e seus Motores, Editora Edgard Blucher, Ltda, São Paulo, 396p, 1966.
- Curry, R.W., and Weber, J. A . Noise and Performance of na Axial -Flow Fan with Varying Shroud and Core Spacing (Tractors). American-Soc. Agr. Eng. Trans-ASAE.pg.822-826.1972
- Galeti, P.A. Preparo do Solo, Instituto Campineiro de Ensino Agrícola, Piracicaba, São Paulo, 220p, 1981.
- Gerges, S.N.Y. Controle de Vibrações e Ruído Industrial, Apostilha, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 181pg, 1983.
- Gomes, F.P. Curso de Estatística Experimental. 7ª Edição. Universidade de São Paulo-Piracicaba.430pg.1977.
- Knapp, L.M. The Man Machine Relationship in Tractor Accidents. Paper n°. 61-128. Eng. Agrs.8p.1959.
- Morris, W.H.M. Heat Stresses in Tractor Operation, Journal Agriculture, Research, n°.61, pp.10-18, 1959.

Mialhe, L.G. Manual de Mecanização Agrícola, Editora Ceres, São Paulo, 301p, 1974.

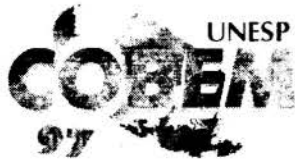
Stanek, J. Noise and Vibration in High Performance Tractors. DNLA-58.9-C333. Pg.231-245.1978.

Sobrinho, A .T. Análise do Nível de Ruído que o Tratorista está Exposto em Prática de Preparo Periódico do Solo com Trator de Pneu. Dissertação de Mestrado. UFPB-CCT. Pg.93. 1992.

Vasey, G.H. Noise in Agricultural Tractors, Journal Agriculture, Research, n^o.1, Vol.6, pp.8, 1961.

Valmet do Brasil. Manual de Operação e Manutenção do Trator Modelo 88. São Paulo. 56pg

Wisner, A . Por dentro do Trabalho-Ergonomia. Métodos e Técnicas. FTD- São Paulo. 189p. 1987.



PAPER CODE: COB84

CÁLCULO DO ESPALHAMENTO ACÚSTICO ATRAVÉS DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO POR FONTES ELEMENTARES/ *CALCULATION THE SCATTERING BY THE METHOD OF SOURCE SIMULATION TECHNIQUE*

Paulo Henrique Trombetta Zannin

Departamento de Engenharia Mecânica - Centro Politécnico - Universidade Federal do Paraná, CEP 81531-990 Curitiba, Brasil - Caixa Postal 19011 - E-mail: zannin@demec.ufpr.br

Abstract

One method to calculate the acoustic scattering from a body with given surface velocity is described here. The method consists in approximating the scattered field of auxiliary radiators in a way that allows a good agreement between them both. The error due to this approximation can be minimized in several ways. However, in the present contribution only the method of minimal squares was used. In this paper the acoustic scattering due to the presence of one cylinder with variable surface impedance was investigated both theoretically and experimentally using the method of the source-simulation-technique.

Palavras chave

Espalhamento acústico, radiação, multipolo, monopolo - scattering, radiation, multipole, monopole.

1. INTRODUÇÃO

O tratamento matemático da radiação e do espalhamento acústico representa um problema muito antigo e muito estudado pela física-matemática (ver [1] e [2]). Na verdade a radiação e o espalhamento estão presentes em todos os fenômenos ondulatórios (ondas elásticas em corpos rígidos, ondas eletromagnéticas, ondas de superfície sobre a água, etc.). No entanto, no presente trabalho serão tratadas somente ondas acústicas "puras", ou sejam, ondas acústicas em gases ou líquidos. Uma outra limitação importante é que todos os passos de solução do problema são tomados como lineares, portanto é válido o Princípio da Superposição. Como radiação e espalhamento acústico representam problemas clássicos da física-matemática, existe vasta literatura sobre o assunto. Podem-se classificar os métodos de solução existentes em três grupos:

a) **Métodos analíticos**, os quais possibilitam uma solução exata do problema. No entanto, estes métodos limitam-se a poucas formas geométricas muito simples (esfera, cilindro). Os trabalhos clássicos de Lord Rayleigh [1], P. Morse [2] e muitos outros apresentam a solução analítica para os problemas de radiação e espalhamento acústico em corpos com geometria esférica e cilíndrica.

b) **Métodos semi-analíticos e semi-empíricos** para o cálculo da radiação e espalhamento acústico. A esta categoria pertence por exemplo, a utilização do coeficiente de radiação (veja p. ex. Gösele [3] e Cremer e Heckl [4]).

c) **Métodos numéricos** nos quais o problema é aproximado por um conjunto de equações diferenciais ou equações integrais, as quais modelam um sistema linear, o qual geralmente é muito grande. Trata-se aqui da utilização do método de elementos finitos (finit element methods - FEM) ou do método de elementos no contorno (boundary element methods - BEM). A esta categoria pertence também o relativamente novo método de simulação por fontes elementares.

O método de simulação por fontes elementares conduz, semelhantemente ao FEM e ao BEM, à solução de sistemas de equações muito grandes. Isto coloca o questionamento com relação às diferenças entre eles. Da literatura [4,7] pode-se retirar o seguinte:

- No FEM, o número de equações a serem resolvidas depende do volume do espaço considerado na solução do problema. Como este número, para problemas de radiação e espalhamento acústico, aumenta com a terceira potência da relação $\frac{D}{\lambda}$ (D é uma dimensão típica do espaço de solução do problema e λ é o comprimento da onda sonora), espera-se para altas frequências um sistema de equações com matrizes extremamente grandes.

- No BEM, o número de elementos a serem calculados depende do tamanho da superfície do corpo considerado. O número de equações a serem resolvidas aumenta com a segunda potência da relação $\frac{D}{\lambda}$, onde D é uma dimensão típica do corpo e não do espaço total de solução do problema. Tem-se portanto com o BEM um número consideravelmente menor de equações do que com o FEM. No entanto, os elementos das matrizes são praticamente todos não nulos, o que resulta em matrizes cheias. O grande problema na utilização do BEM é a inexistência de solução para o problema junto às frequências características, às quais correspondem as frequências de ressonância do espaço interno delimitado pela superfície do corpo. Vários métodos foram desenvolvidos para suplantar este problema [7].

- No método de simulação por fontes elementares não existe em princípio um número mínimo de elementos a serem utilizados. No entanto, o número de elementos tem papel decisivo na precisão alcançada na solução do problema. Brobovnikskii [7] afirma que o método das fontes é o único dos aqui citados que possibilita uma avaliação quantitativa sobre a precisão dos cálculos, sendo esta afirmação no entanto, válida somente para a precisão com que a velocidade da superfície do corpo é aproximada pelas fontes elementares. Uma afirmação sobre a precisão no cálculo da intensidade e da potência não mostrou-se possível até agora. Assim como no BEM aparecem frequências críticas. Estas correspondem às frequências de ressonância da superfície interna sobre a qual são posicionadas as fontes (p. ex.: monopolos). Através da escolha de uma outra superfície interna contornas-e facilmente o problema. Utilizando-se uma superfície interna aberta ou um multipolo (posicionado somente em um ponto no interior do corpo) não há o aparecimento de frequências de ressonância.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ESPALHAMENTO ACÚSTICO

A pressão total pode ser determinada como a soma da onda incidente p_e e da onda espalhada p_s , como segue:

$$p_t = p_e + p_s \quad (2.1)$$

Em ambos os lados das equações (2.1) é abandonado o fator temporal $e^{+j\omega t}$.

A pressão p_t deve satisfazer no campo externo a equação de Helmholtz

$$\Delta p_t + k^2 p_t = 0 \quad (2.2)$$

onde $k = \frac{\omega}{c}$ é o número de onda, Δ é o operador de Laplace e c a velocidade de propagação do som.

É conhecido na acústica linear, por causa da lei de Newton, que a condição de contorno resultante, dada a componente normal da velocidade $v_{r(n)}$ é dada por

$$v_{r(n)} = - \frac{1}{j\omega\rho} \frac{\partial p_t}{\partial n} \quad (2.3)$$

onde ρ é a densidade do meio em equilíbrio, $\frac{\partial}{\partial n}$ é a derivada na direção da normal à superfície do corpo.

Além disso deve ser satisfeita ainda a condição de radiação de Sommerfeld no espaço externo

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[\frac{\partial p_t}{\partial n} + jkp_t \right] = 0 \quad (2.4)$$

com $r = |X|$, onde $X = (X_1, X_2, X_3)$ é um vetor posição e r é a distância à um ponto qualquer do campo acústico.

As Equações (2.3), (2.4) e (2.5) compõem o problema a ser resolvido, ou seja, o problema de valor no contorno do tipo Neumann.

3. PRINCÍPIO DO MÉTODO DE SIMULAÇÃO POR FONTES ELEMENTARES

O princípio do método consiste em que a radiação ou o espalhamento acústico de um corpo qualquer, venha a ser representado pela radiação de fontes elementares, ditas também fontes de simulação ou fontes de substituição. Naturalmente estas fontes devem ser escolhidas de maneira a reproduzir da melhor forma possível campo acústico original. Na região do espaço onde se encontrava o corpo original, encontram-se agora as fontes elementares. Elas são tomadas como puntuais, e portanto não representam qualquer obstáculo à propagação do som e o campo acústico por elas gerado pode ser adicionado, sem que se deva levar em consideração os termos de interferência. Sendo as fontes conhecidas, pode-se calcular o campo acústico procurado através de um simples somatório do campo por elas gerado.

A questão fundamental para a solução do problema esta em se encontrar as fontes, que representem da melhor maneira possível o corpo original (ou o campo por ele gerado). Com isto colocam-se obrigatoriamente as seguintes perguntas:

a) Que tipo de fonte dever ser utilizado e como elas devem ser posicionadas no interior do corpo?

b) Qual o critério que deve ser utilizado visando a otimização dos resultados?

Do ponto de vista matemático, o campo gerado devido ao espalhamento acústico pode ser representado por um somatório da forma:

$$p_s = \sum_{q=1}^{N_{qm=+\infty}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{q,m} \phi_{q,m} \quad (2.5)$$

onde p_s é a pressão sonora da onda espalhada em um ponto qualquer do campo, $A_{q,m}$ é a amplitude da q ésima fonte, m é a ordem de cada fonte que se encontra na posição x_q . $\phi_{q,m}$ é o campo acústico gerado por uma fonte elementar (radiador) de ordem m posicionada em x_q .

A equação (2.5) contém a hipótese que qualquer campo acústico pode ser representado como uma soma das funções $\phi_{q,m}$. Este é o caso somente, se todas as funções $\phi_{q,m}$ satisfizerem a equação da onda e se elas formarem um sistema completo de funções. A primeira condição é perfeitamente satisfeita, se $\phi_{q,m}$ representa o campo acústico de uma fonte monopolo, dipolo, quadrupolo, etc. Se com estas fontes sonoras é possível construir-se um sistema completo de funções, se qualquer campo acústico pode ser expresso como uma soma da forma da Equação (2.5), segundo Bobrovnikii [7], não foi possível até agora

responder a estes questionamentos com toda a rigidez matemática necessária e uma complicada teoria esconde-se atrás da simplicidade aparente do método. No entanto, como nenhuma dificuldade substancial foi observada quando fontes-multipolo foram usadas na resolução de problemas práticos, partir-se-á também neste trabalho da hipótese de que as fontes elementares são multipolos os quais formam um conjunto completo de funções. Assim sendo pode-se escolher um multipolo com ordem crescente, o qual será posicionado em um único ponto no interior do corpo, ou seja, na Equação (2.5) $N_q = 1$ é muito grande, ou pode-se utilizar somente fontes monopolo, as quais devem ser posicionadas em diferentes pontos no interior do corpo, ou seja, $m = 0$ e N_q é muito grande. Pode-se também utilizar combinações dos dois casos citados, ou seja, multipolos de ordem variável podem ser posicionados em diferentes pontos no interior do corpo. Neste trabalho é utilizado um multipolo com ordem variável, o qual devido a simetria do corpo estudado é posicionado no centro do mesmo. Paralelamente à escolha do tipo e do posicionamento das fontes, a escolha do critério de otimização do erro estabelece um problema fundamental e muito importante na utilização do método. Neste trabalho é utilizado um método proposto por Williams [8], no qual é exigido que a soma das diferenças quadráticas entre a velocidade normal à superfície do corpo e a velocidade gerada pelas fontes, torne-se um mínimo. Através deste método obtém-se um sistema de equações lineares com o qual as amplitudes $A_{q,m}$ das fontes elementares são determinadas.

4. CÁLCULO DO ESPALHAMENTO ACÚSTICO EM UM CILINDRO COM DISTRIBUIÇÃO ALEATÓRIA DA IMPEDÂNCIA DE SUPERFÍCIE

No cálculo do espalhamento acústico de um cilindro infinito (ou também uma esfera) com uma distribuição constante da impedância superficial, segue-se normalmente os seguintes passos (ver p.ex: P. Morse [2]):

- retira-se o corpo em estudo do meio, o que faz com que em todo o domínio tenha-se o mesmo material, p.ex: ar.
- no local onde se encontrava o centro do corpo, coloca-se um radiador cilíndrico (ou difusor), com ordem variável.
- a onda sonora que atinge o corpo difusor é representada por um somatório de ondas cilíndricas com origem no centro do corpo.
- as amplitudes do radiador de ordem m são determinadas, de forma que o campo acústico total, resultante da onda incidente e da onda gerada pelo corpo difusor sobre a superfície de controle (que representa a superfície do cilindro) assumam os valores, que resultariam sobre esta superfície se o cilindro real estivesse presente.
- a utilização da ortogonalidade das funções cilíndricas sobre a superfície do cilindro permite o cálculo das amplitudes procuradas sem que seja necessário a solução de um sistema de equações.

Para a pressão sonora far-se-á a seguinte formulação

$$p_t(r, \varphi) = p_o e^{-jkR \cos(\varphi)} + \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} A_m e^{jm\varphi} H_m^{(2)}(kR) \quad (2.6)$$

onde $H_m^{(2)}$ é a função do Hankel de segunda espécie e ordem m , p_o é a amplitude da onda plana e A_m são as amplitudes procuradas. A componente radial da velocidade total, é obtida multiplicando-se $-\frac{1}{j\omega\rho}$ pela derivada da expressão acima em relação a r , calculada em $r =$

R , onde R é o raio do cilindro.

Desde que no problema aqui considerado a impedância superficial não é constante (mas evidentemente **locally reacting**) a ortogonalidade das funções utilizadas não pode ser garantida. Portanto, pode-se utilizar os primeiros quatro itens acima descritos. As amplitudes procuradas serão então determinadas, em que sobre a superfície de controle (ver item "d"), as diferenças quadráticas, resultantes da diferença entre o campo acústico gerado pela equação (2.6) e o campo gerado pelo cilindro real sejam minimizados. A função a ser minimizada é portanto

$$\sum_{i=1}^l \int_{\varphi_{i-1}}^{\varphi_i} \left| v_{t(n)_i} - \frac{p_{t_i}}{Z_i} \right|^2 R d\varphi = \text{Min} \quad (2.7)$$

onde p_t , $v_{t(n)}$ e Z_i representam a pressão sonora, a componente radial da velocidade e a impedância no intervalo $\varphi_{i-1} < \varphi < \varphi_i$ sobre a superfície de controle.

Diferenciando-se a equação (2.7) obtém-se um sistema de equações lineares através do qual as amplitudes A_m são determinadas. Com as amplitudes A_m e a Equação (2.6) pode-se calcular a pressão sonora (e também a velocidade) em qualquer ponto em torno do cilindro.

5. DESCRIÇÕES DO MÉTODO EXPERIMENTAL

O modelo proposto pela Equação (2.6) leva em consideração somente a onda incidente (no caso uma onda plana) e a onda espalhada, gerada quando a onda incidente encontra o cilindro. Portanto reflexões do meio externo não são consideradas, ou seja, deseja-se um campo livre. Para tanto as medições foram realizadas na câmara anecóica do Institut für Technische Akustik - Berlin (que em face ao seu tamanho é uma dentre quinze existentes no mundo). Nesta câmara posicionou-se um cilindro rígido de 3 m de comprimento e diâmetro igual à 30 cm e à uma distância de aproximadamente 10 m deste foi posicionada a fonte sonora. O ruído foi gerado em banda de $\frac{1}{3}$ de oitava desde a frequência de 125 Hz até 10000 Hz. Os níveis de pressão sonora foram determinados a cada 10 graus, desde a posição inicial Zero grau (região de sombra acústica) até a posição de 180 graus (região de luz). Para caracterizar a atenuação sonora obtida, os níveis de pressão sonora foram medidos primeiro sem e posteriormente com o cilindro. A diferença resultante (atenuação) é mostrada nas figuras 1, 2 e 3. O cilindro rígido foi coberto com um material absorvente de espessura 5 cm (cujas impedâncias foram determinadas em laboratório). Posteriormente cobriu-se este cilindro com uma placa metálica, resultando um cilindro com distribuição aleatória da impedância superficial. Para maiores detalhes sobre o procedimento experimental pede-se que seja consultada a referência [5].

6. DISCUSSÕES

As figuras 1, 2 e 3 mostram que as diferenças entre os níveis de pressão sonora teóricos e experimentais apresentam uma boa concordância. Mesmo assim aparecem algumas diferenças, as quais podem ter as seguintes origens;

a) Quando o comprimento de onda da onda incidente é menor do que o diâmetro do cilindro, o campo gerado pelo corpo difusor altera-se muito rapidamente com a frequência e o ângulo. Nas medições utilizou-se ruído gerado em banda de $\frac{1}{3}$ de oitava, e para que fôsse possível a comparação dos resultados teóricos com os experimentais, o cálculo teórico foi conduzido realizando-se sempre uma média sobre 5 frequências dentro da banda correspondente de $\frac{1}{3}$ de oitava. Não se pode desconsiderar a hipótese de que em alguns casos a média deva ser conduzida sobre um número maior de frequências, sobretudo nas altas frequências.

b) Uma concordância ideal entre cálculo e medição é então alcançada, se o índice m na equação (2.6), que representa a ordem do multipolo localizado no centro do cilindro, cresça infinitamente. Como isto é impossível do ponto de vista do tempo de computação empregado, buscou-se através de simulações numéricas estabelecer uma fronteira para m . O valor de m é determinado quando se observa o número de comprimentos de onda que se alocam sobre o contorno do corpo. Portanto tem-se uma expressão da forma

$$m = \alpha kR \quad (2.8)$$

onde α é um fator ainda desconhecido, k é o número de onda e R é o raio do cilindro.

Após cálculo computacional intensivo, chegou-se aos seguintes valores para α :

1) para $0.73 \leq kR \leq 1.83 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 8$

2) para $3.66 \leq kR \leq 7.33 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 6$

3) para $9.16 \leq kR \leq 23.1 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 3$

c) Como na região de sombra acústica ($\varphi \approx 0$) a atenuação sonora chegou a atingir valores superiores a 20 dB, questionou-se possíveis reflexões advindas das paredes da câmara anecoica poderiam estar influenciando os resultados experimentais. Neste sentido realizaram-se medições com "Gaustonimpulsen" (impulso gaussiano). Constatou-se a presença de pequenas reflexões, mas sua influência sobre os resultados experimentais foi considerada pequena.

d) A equação (2.6) é fundamentada na hipótese de que a impedância na superfície do cilindro é localizada - **locally reacting**. Esta hipótese foi também assumida para o caso do material absorvente e mediu-se os níveis de pressão sonora. Não foram observadas diferenças entre as duas medições e portanto pode-se sustentar a hipótese de que a impedância do material absorvente comporta-se como **locally reacting**.

7. CONCLUSÕES

O método das fontes mostrou-se eficiente na reconstrução do campo acústico. Como o tamanho do sistema linear a ser resolvido não depende da discretização da superfície do corpo, pode-se afirmar que, em princípio, ele necessita de menos tempo de computação do que o BEM. Outra vantagem em relação ao BEM é a inexistência das frequências de ressonância quando utiliza-se um multipolo de ordem variável posicionado no interior do corpo. Algumas perguntas devem ainda ser respondidas, como p.ex: qual o tipo adequado de fontes para um problema específico, qual a forma da superfície interna sobre a qual as fontes devem ser posicionadas quando utilizam-se monopolos ou multipolos posicionados em vários pontos no interior do corpo e qual o número de fontes necessárias para que se possa reconstruir o campo acústico com o menor erro possível.

8. DEDICATÓRIA

O autor dedica este trabalho a memória o Sr. Prof. Dr.rer.nat. **Manfred Heckl**, falecido em 16 de agosto de 1996. Ele dirigiu por 22 anos o Instituto de Acústica da Universidade Técnica de Berlim (TU-Berlin), sendo com o seu ex-orientador o Prof. Dr.-Ing. Lothar Cremer, dois dos cientistas que mais marcaram a acústica alemã do pós-guerra. O Prof. Heckl, afora a sua competência profissional e científica, atestada p.ex. nos livros clássicos **Körperschall (Structure-born sound)** que foi totalmente reescrito por ele, e **Taschenbuch der Technische Akustik**, era uma pessoa grandiosamente humana, um amigo, ou melhor um pai, **pai de doutores** - Doktorvater - como a palavra alemã para Orientador bem o traduz. O

seu lema de vida "**Mehr sein als schein**" (ser mais do que parecer ser), traduz a vida simples e humilde deste grande cientista, deste grande Homem.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Lord Rayleigh: The thory of sound. Dover Publications, New York 1945.
- [2] Morse, P.M.: Vibration and Sound. MacgrawHill Book, New York 1948.
- [3] Gösele, K.: Acustica 3 (1953) S. 243.
- [4] Cremer, L. und Heckl, M.: Körperschall Phisikalische Grundlagen und technische Anwendungen (Kap. 6). Springer Berlin 1995.
- [5] Zannin, P. H.: Berechnung der Schallstreuung nach der Quellsimulationstechnik und Vergleich mit den Messergebnissen, Technische Universität Berlin - Institut für Technische Akustik, Berlin 1996. (Tese de Doutorado, sob orientação do Sr. Prof. Dr.rer.nat. M. Heckl).
- [6] Seybert, A. F., et. al.: The Solution of couplet interior acoustic problems using the boundary element method. JASA 90 (1990), S. 1612-1618.
- [7] Bobrovnikii, Yu I. and Tomilina, T. M.: General Properties and Fundamental Erros of the Method of Equivalent Sources. Sov. Phys. Acoust. 41, 1995.
- [8] Williams, W.: Parke, N. G.; Moran, D. A. and Sherman, C. H.: Acoustic Radiation from a finite cylinder. J. Acoustic Soc. Amer. 36, (1964), p. 2316-2322

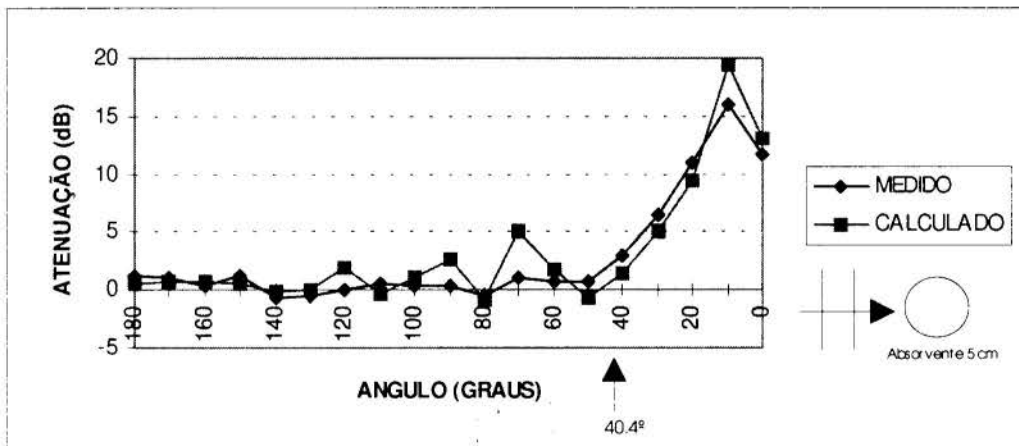


Fig. 1 - Atenuação devido à um cilindro absorvente: $kR = 9,16$; distância do centro do cilindro 47 cm; o ângulo 40,4 graus representa o limite da sôbra acústica geométrica; $Z = 564 + j 542,3$ (Ns/m^3); ordem do multipolo - $m = 27$; $R/\lambda = 1,46$.

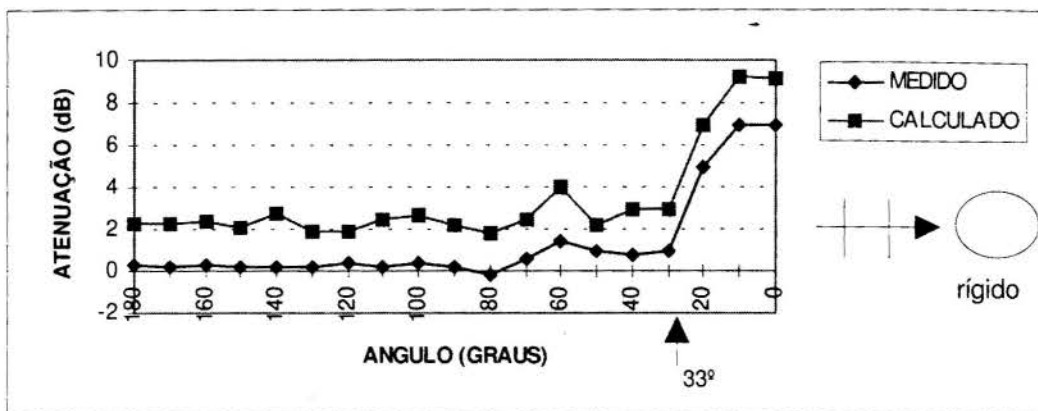


fig. 2 - Atenuação devido à um cilindro rígido: $kR = 13,7$; distância do centro do cilindro 47 cm; o ângulo 33 graus representa o limite da sombra acústica geométrica; ordem do multipolo - $m = 41$; $R/\lambda = 2,19$.

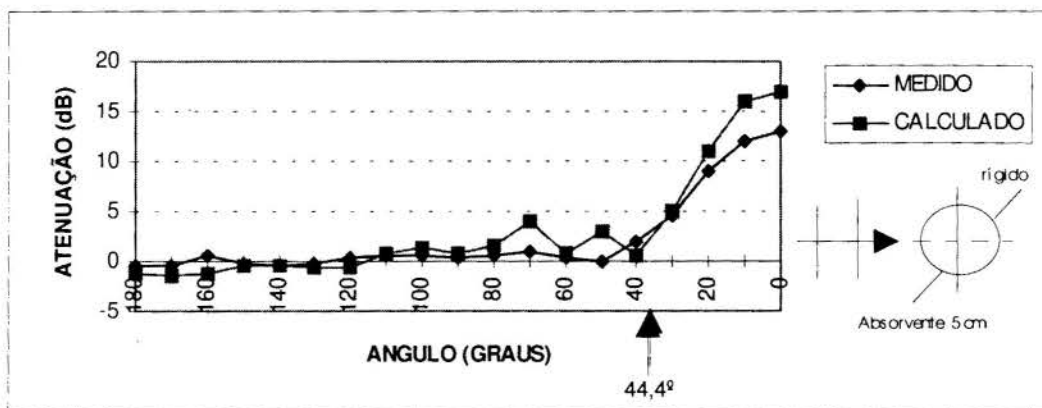


Fig. 3 - Atenuação devido à um cilindro absorvente - rígido: $kR = 14,65$; distância do centro do cilindro 58 cm; o ângulo 40,4 graus representa o limite da sombra acústica geométrica; ordem do multipolo - $m = 44$; $Z = 250,3 - j 200,2$ (Ns/m^3); $R/\lambda = 2,3$.



PAPER CODE: COB427

MEDIÇÃO DA VISCOSIDADE DINÂMICA DE LÍQUIDOS POR ULTRA-SOM / *ULTRASONIC MEASUREMENT OF DYNAMIC VISCOSITY OF LIQUIDS*

FLÁVIO BUIOCHI, JULIO C. ADAMOWSKI & CELSO M. FURUKAWA
*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Dep. de Engenharia Mecânica
Av. Prof. Mello Moraes, 2231, CEP 05508-900, São Paulo, Brasil. E-mail: fbuiochi@usp.br*

Abstract

This paper describes an method for measuring the viscosity of liquids using ultrasound. From several signals reflected inside a measurement cell, the density, the attenuation coefficient and the propagation velocity of the liquid can be calculated and related to its dynamic viscosity. The method employs a double element transducer (DET) which consists of a piezoelectric ceramic transmitter and a large aperture PVDF membrane receiver separated by a solid buffer rod. Between the receiver and the liquid there is a reference solid rod. The attenuation coefficients of the liquids are calculated from the measured reflection coefficient for the interface of reference rod and the liquid, and the propagation velocity is calculated from the transit time between this interface and a metal reflector placed at the opposite wall of the chamber. The effect of acoustic diffraction is eliminated by using the DET, because the receiver is somewhat larger in diameter than the transmitter. For testing this method, a sensor was implemented, and measurements of viscous liquids, such as, automotive oils, were conducted at 1.4MHz. The determination of the dynamic viscosity requires the calibration of the measurement system, using a viscometer.

Keywords

Viscosity measurement, absorption coefficient, ultrasound, instrumentation. / *Medição de viscosidade, coeficiente de absorção, ultra-som, instrumentação.*

1. INTRODUÇÃO

A viscosidade de líquidos é um parâmetro utilizado no controle de processos industriais, na indústria petroquímica, indústria de alimentos, indústria de papel e outras. Pode ser utilizada também como parâmetro na monitoração da qualidade de óleos lubrificantes em máquinas de grande porte, como por exemplo unidades geradoras de usinas hidrelétricas. Nessas unidades geradoras, ocorre a contaminação do óleo lubrificante por água, que reduz a qualidade lubrificante e contribui para a corrosão de componentes do sistema. Esses processos industriais requerem instrumentos de medição para funcionamento contínuo e passíveis de serem inseridos numa malha de controle.

Os métodos clássicos de medição de viscosidade exigem dispositivos com partes móveis e de difícil aplicação numa linha de produção. Para evitar peças móveis existe a possibilidade de se utilizar a propagação de ondas mecânicas de alta frequência, na faixa de MHz, e medir parâmetros acústicos tais como: velocidade de propagação, atenuação, impedância

característica, coeficiente de transmissão e reflexão, etc. Esses parâmetros podem ser utilizados para avaliar de forma indireta variáveis de processos industriais.

De acordo com a teoria clássica, a atenuação de uma onda acústica num líquido homogêneo, monoatômico, é relacionada de forma simples à sua viscosidade. Podem ser utilizadas ondas de superfície, ondas torsionais e ondas longitudinais. Cada tipo de onda exige um transdutor específico e técnicas de medição que ainda não são totalmente dominadas quando se trata de líquidos em movimento, por exemplo. Neste trabalho, pretende-se explorar basicamente uma técnica de medição utilizando-se ondas longitudinais.

Na implementação dessa técnica de medição, utiliza-se uma célula de medição dotada de um transdutor duplo-elemento, constituído por um emissor de cerâmica piezoelétrica e um receptor de membrana de PVDF (polyvinylidene fluoride), separados por um meio sólido. Ambos os elementos ativos, receptor e emissor, não estão diretamente em contato com o líquido, sendo separados por um outro meio sólido. Isso permite medir líquidos em temperaturas elevadas, sem afetar o transdutor, ou líquidos corrosivos que não afetem o meio sólido. Além disso, medições não intrusivas podem ser feitas em processos industriais. A montagem desse transdutor duplo-elemento foi proposta por Adamowski (1993) com os objetivos de separar os sinais elétricos da emissão e da recepção e de evitar os efeitos da difração acústica nos sinais recebidos.

2. NOÇÕES FUNDAMENTAIS

A onda acústica num meio está relacionada com as propriedades físicas e geométricas desse meio e do transdutor que a gerou. Fatores como a absorção de energia, espalhamento da onda em meios não homogêneos, difração, etc., modificam a onda na forma e no conteúdo de frequência, dificultando a determinação de propriedades acústicas do meio.

Quando uma onda acústica plana propaga-se através de um meio, sua amplitude de pressão (A) decresce exponencialmente em função da distância percorrida (x), devido à perda de energia, de acordo com a relação $A = A_0 \exp(-\alpha x)$, onde α é o coeficiente de atenuação. Vários fenômenos físicos causam essa atenuação, os quais podem ser divididos em duas categorias: absorção e desvio do feixe acústico.

A absorção é um mecanismo pelo qual a energia acústica é dissipada na forma de energia térmica, devido a vários fatores, tais como: viscosidade, condução térmica, relaxação, etc. As perdas por absorção são características do meio por onde a onda acústica se propaga, e a sua determinação pode fornecer informações a respeito de propriedades físicas do meio (viscosidade, por exemplo).

O desvio do feixe acústico resulta de fenômenos como, reflexão, refração, difração, espalhamento, etc., que estão relacionados com o diâmetro do transdutor (emissor e/ou receptor), o comprimento de onda, a presença de superfícies refletoras e a influência de pequenos obstáculos (meios não homogêneos). A reflexão é tratada para ondas incidindo normalmente na interface definida por dois meios distintos. Sendo a incidência normal, não existe refração. Por outro lado, devido ao tamanho finito do emissor, o feixe acústico sofre difração, um fenômeno que se não considerado introduz erros nas medições de propriedades acústicas. A difração pode ser explicada pelos conceitos de ondas planas, ondas de borda, e a interferência entre elas. O efeito de difração é eliminado quando se tem um receptor de área plana infinita, que é sensibilizado somente pelas ondas planas (Adamowski *et al.*, 1995). Os líquidos utilizados neste trabalho são considerados homogêneos, portanto não há espalhamento.

Eliminando-se os efeitos relacionados ao desvio do feixe acústico, é possível determinar a contribuição da absorção no coeficiente de atenuação. De um modo geral, o mecanismo mais

importante de absorção em meios líquidos (Ristic, 1983) está associado a perdas viscosas que resultam do movimento relativo entre partículas do meio. No caso de perdas viscosas, quando os fenômenos de condução e radiação de calor são desprezíveis, o coeficiente de absorção, conhecido como absorção clássica, é dado por:

$$\alpha_{clas} = \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{\rho_0 c^3} \eta \quad (1)$$

onde ω é a frequência angular da onda acústica, ρ_0 a densidade do meio na ausência da onda acústica, c a velocidade de propagação acústica, e η a viscosidade dinâmica. O coeficiente de absorção medido experimentalmente nem sempre é igual ao coeficiente de absorção clássica, porque a equação (1) baseia-se na hipótese de Stokes na qual a viscosidade volumétrica (*bulk viscosity*) é igual a zero, isto é, $\eta_b = 0$. A diferença na absorção experimental é atribuída à relaxação, ou seja, à conversão da energia da onda acústica (energia externa translacional das moléculas) em energia interna de rotação ou de vibração das moléculas (Herzfeld & Litovitz, 1959). A diferença entre os coeficientes de absorção experimental e absorção clássica, chamada de coeficiente de absorção em excesso, é explicada pela introdução da viscosidade volumétrica. Assim, o coeficiente de absorção experimental η_{exp} , devido às duas viscosidades, é dado pela seguinte equação:

$$\alpha_{exp} = \frac{2}{3} \frac{\omega^2}{\rho_0 c^3} \left(\eta + \frac{3}{4} \eta_b \right) \quad (2)$$

Os dados experimentais somente fornecem informações sobre uma viscosidade efetiva (η_{ef}), que corresponde ao termo entre parênteses na equação (2). Como a viscosidade volumétrica é dependente da frequência (Herzfeld & Litovitz, 1959), a viscosidade efetiva calculada a partir da equação (2) apresenta a mesma dependência. A razão entre os coeficientes de absorção experimental e clássico ($\alpha_{exp}/\alpha_{clas} = \eta_{ef}/\eta$) é usada na determinação da viscosidade de líquidos que apresentam comportamentos acústicos semelhantes. Essa razão é utilizada na classificação acústica de líquidos sugerida por (Hueter & Bolt, 1955) e seu valor depende do efeito da relaxação acústica.

Os líquidos viscosos utilizados neste trabalho, óleos automotivos, são considerados newtonianos, homogêneos e de mesmo comportamento acústico.

3. MEDIÇÃO DE PARÂMETROS ACÚSTICOS

A figura 1 mostra o esquema da célula de medição usada para medir a densidade de um líquido e suas propriedades acústicas que se relacionam diretamente com a viscosidade. Essa célula é composta de três partes: transdutor duplo-elemento, líquido e refletor. Na montagem do transdutor duplo-elemento utiliza-se como emissor um transdutor de cerâmica e como receptor uma membrana de PVDF, separados por um meio sólido (linha de retardo I). A membrana de PVDF, de 52 μ m de espessura, é metalizada em ambas as faces e apresenta um grande diâmetro (60mm), comparado ao diâmetro do emissor (19mm), capaz de interceptar totalmente o campo acústico, inclusive de sinais de origem mais distantes. Assim, a perda por difração na recepção do sinal é eliminada. A membrana também é separada do líquido por um outro meio sólido (linha de retardo II) do mesmo material que a linha de retardo I. Ambas as linhas de retardo constituem o meio 1. O meio 2 é o líquido no qual se quer medir a

viscosidade e o meio 3 é um refletor metálico onde os sinais são refletidos e voltam para o líquido.

Como mostrado na figura 1, o emissor gera uma onda acústica, que se propaga através da linha de retardo I até atingir a membrana de PVDF do receptor. O receptor mede o sinal transmitido a_T , e deixa passar praticamente toda a onda incidente, devido ao bom casamento de impedância acústica e à pequena espessura da membrana de PVDF. A onda transmitida propaga-se pela linha de retardo II até alcançar a interface com o líquido, onde parte da onda reflete-se, voltando ao receptor de membrana, dando origem ao sinal a_1 , e parte é transmitida para o líquido, reflete-se então no refletor, voltando para a interface entre a linha de retardo e o líquido. Uma parte da onda atravessa a interface, e chega ao receptor de membrana, constituindo o sinal a_2 , a outra parte é refletida na interface, propaga-se no líquido, refletindo-se novamente no refletor. A onda refletida atinge novamente a interface linha de retardo-líquido, e a parte transmitida chega ao receptor de membrana, produzindo o sinal a_3 .

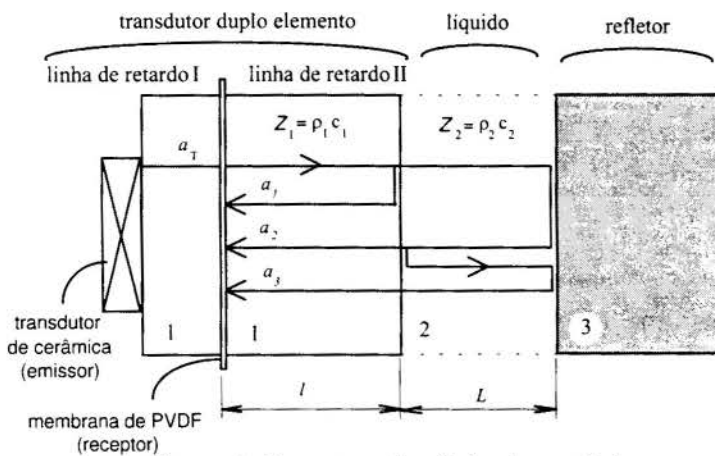


Figura 1: Esquema da célula de medição.

Para se obter as propriedades acústicas, tomam-se as transformadas de Fourier dos sinais a_T , a_1 , a_2 e a_3 , selecionando-se o valor da amplitude para uma dada frequência no espectro de cada sinal. Esses valores são representados pelas amplitudes A_T , A_1 , A_2 e A_3 , respectivamente.

Em termos dos coeficientes de reflexão e transmissão nas interfaces, e atenuação dos meios, os

valores adquiridos pela transformada de Fourier dos ecos A_T , A_1 , A_2 e A_3 são relacionados pelas seguintes expressões (Papadakis, 1975):

$$\begin{aligned} A_1 &= A_T R_{12} e^{-2\alpha_1 l} \\ A_2 &= A_T T_{12} R_{23} T_{21} e^{-2\alpha_1 l} e^{-2\alpha_2 L} \\ A_3 &= A_T T_{12} R_{23} R_{21} R_{23} T_{21} e^{-2\alpha_1 l} e^{-4\alpha_2 L} \end{aligned} \quad (3)$$

onde R_{mn} é o coeficiente de reflexão na interface entre os meios m e n ; T_{mn} o coeficiente de transmissão do meio m para o meio n ; l o comprimento da linha de retardo II; L o comprimento da amostra líquida; α_1 o coeficiente de atenuação na linha de retardo II; α_2 o coeficiente de atenuação no líquido. Os subscritos 1, 2 e 3 referem-se a linha de retardo, líquido e refletor, respectivamente.

Essas expressões podem ser reagrupadas de modo que o coeficiente de reflexão R_{12} seja calculado por:

$$R_{12}^2 = \frac{1}{1 - \frac{A_2 A_2}{A_1 A_3}} \quad (4)$$

O cálculo de R_{12} admite que as impedâncias acústicas dos meios que definem a interface são sempre valores reais. Pode-se assumir essa hipótese mesmo para líquidos viscosos, já que a parte imaginária da impedância acústica complexa é desprezível em relação à parte real (Adamowski *et al.*, 1995). Os valores das amplitudes A_1 , A_2 e A_3 devem ser acompanhados dos respectivos sinais (+) ou (-), de acordo com a fase da onda recebida.

Esse método de determinação do coeficiente de reflexão é conhecido como método de múltiplas reflexões (Adamowski, 1993). O transdutor duplo-elemento elimina o efeito da difração acústica, resultante da dimensão finita do emissor, da frequência de operação e da distância percorrida pela onda.

A densidade ρ_2 do líquido (assumido newtoniano) é obtida a partir da medida da impedância acústica característica Z_2 e da velocidade de propagação c_2 , através da relação $Z_2 = \rho_2 c_2$. Os parâmetros acústicos Z_2 e R_{12} para uma onda plana incidindo normalmente na interface linha de retardo II - líquido são relacionados por:

$$Z_2 = \rho_1 c_1 \frac{(1 + R_{12})}{(1 - R_{12})} \quad (5)$$

onde ρ_1 é a densidade da linha de retardo II, que deve ser conhecida a priori, e c_1 a velocidade de propagação no mesmo meio. As velocidades de propagação c_1 e c_2 são calculadas a partir das medidas dos tempos de propagação entre os sinais a_T e a_1 , e os sinais a_1 e a_2 , respectivamente, utilizando-se a técnica de correlação cruzada (Adamowski *et al.*, 1995). Além disso, os comprimentos da linha de retardo II (l) e da amostra líquida (L) devem ser conhecidos.

O coeficiente de atenuação α_2 do líquido também pode ser determinado pela medida das amplitudes dos sinais do sistema mostrado na figura 1. A partir das equações (3) tem-se:

$$\alpha_2 = \frac{1}{2L} \ln \left[\frac{A_1 (1 - R_{12}^2)}{A_2 R_{12}} R_{23} \right] \quad (6)$$

O coeficiente de reflexão na interface líquido-refletor R_{23} é dado por $R_{23} = (Z_3 - Z_2) / (Z_3 + Z_2)$, onde Z_3 é a impedância acústica característica do refletor que também é conhecida.

Com as medidas da densidade do líquido (ρ_2) e de seus parâmetros acústicos (c_2 e α_2), pode-se determinar a viscosidade efetiva (η_{ef}) através da equação (2).

4. DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A figura 2 mostra os equipamentos eletrônicos utilizados nos experimentos. Um analisador ultra-sônico (Panametrics UA5052A) emite um sinal de *trigger*, que sincroniza o gerador de funções (Tektronix AFG5102) e o osciloscópio digital (HP 54112D). O gerador de funções gera um *burst* na frequência selecionada, que é amplificado por um amplificador de potência (Amplifier Research) de 150 Watts. O sinal amplificado é aplicado ao emissor, gerando as ondas acústicas mostradas na figura 1. Os sinais são recebidos pelo receptor de membrana e amplificados pelo analisador ultra-sônico. Esses sinais são digitalizados pelo osciloscópio e transferidos para um computador utilizando-se o protocolo de comunicação GPIB. O processamento desses sinais é feito utilizando-se o ambiente do *software* Matlab™.

Utilizou-se como emissor de ultra-som um transdutor piezoelétrico com frequência central de 1,6MHz, banda larga e diâmetro de 19mm. Esse emissor foi excitado com dois ciclos de senoide de 1,6MHz.

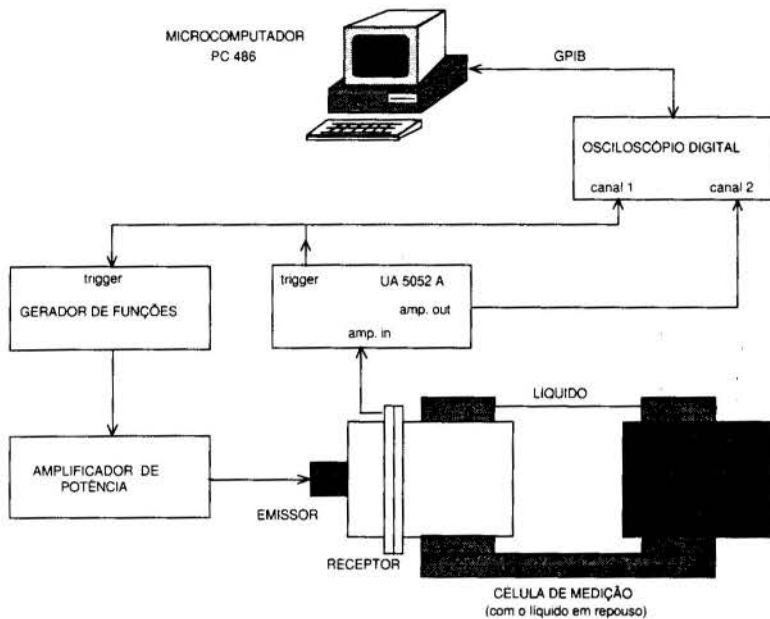


Figura 2: Equipamentos eletrônicos utilizados nos experimentos.

A densidade da linha de retardo II (acrílico) foi medida a 25°C e seu valor é $\rho_1 = 1.182 \text{ kg/m}^3$. Supõe-se que a densidade não varia na faixa de temperatura utilizada neste trabalho, devido ao baixo coeficiente de dilatação volumétrica do acrílico. Supõe-se que a impedância acústica do refletor (latão) medida a 20°C é $Z_3 = 38,0 \times 10^6 \text{ kg/(m}^2 \cdot \text{s)}$ e não varia com a temperatura, dado que o coeficiente de reflexão R_{23} tem uma sensibilidade muito pequena às variações de Z_3 na faixa de temperatura empregada nos experimentos.

O comprimento L da câmara de medição foi mantido igual a 11,71mm para todos os líquidos. O valor de L foi calibrado de acordo com a velocidade de propagação acústica na água destilada cujos valores são tabelados.

As amplitudes A_1 , A_2 e A_3 dos sinais foram determinadas, após a transformada de Fourier, na frequência de 1,4MHz, onde se tem a máxima sensibilidade. Os líquidos utilizados nas medições foram os óleos automotivos, SAE40 e SAE90. As temperaturas nos experimentos foram medidas com um termômetro de resolução de 1°C. Em cada temperatura do líquido foram realizadas 10 medições, calculada a média e o desvio padrão.

Tabela 1: Resultados para o óleo SAE40.

T (°C)	ρ_2 (kg/m ³)	c_2 (m/s)	α_{exp} / f^2 (10 ⁻¹⁵ s ² / m)	η_{ef} (kg/(m.s))	η (kg/(m.s))	$\frac{\eta_{ef}}{\eta}$
18	897 ± 2	1485,7 ± 0,0	7354 ± 43	0,82	0,54	1,52
20	898 ± 2	1482,0 ± 0,0	6791 ± 55	0,75	0,48	1,56
24	895 ± 2	1467,1 ± 0,0	5185 ± 64	0,56	0,38	1,47
26	893 ± 1	1458,9 ± 0,0	4386 ± 56	0,46	0,32	1,44
32	885 ± 3	1438,6 ± 0,4	3094 ± 168	0,31	0,22	1,41
43	872 ± 4	1402,0 ± 1,0	1907 ± 161	0,174	0,114	1,53
46	858 ± 3	1387,0 ± 1,0	1904 ± 172	0,166	0,097	1,71

As tabelas 1 e 2 mostram os resultados experimentais para os óleos automotivos SAE40 e SAE90 em função da temperatura T . São mostrados os resultados obtidos com a célula de medição para a densidade do líquido ρ_2 , a velocidade de propagação c_2 e a absorção experimental $\alpha_2 = \alpha_{exp}$, com os seus respectivos desvios padrão. A viscosidade dinâmica η do óleo SAE40 foi medida com temperatura controlada (Palhares, 1994) utilizando-se viscosímetro Rheotest 2.

A última coluna da tabela 1, mostra a relação entre as viscosidades efetiva e dinâmica para o óleo SAE40. O valor médio dessa relação é de 1,52 com desvio padrão de 0,10. Essa constante é utilizada para uma estimativa da viscosidade dinâmica de outros óleos automotivos, e é chamada de constante de calibração. Na tabela 2, a viscosidade dinâmica η para o óleo SAE90 foi calculada a partir da constante de calibração.

Tabela 2: Resultados para o óleo SAE90.

T (°C)	ρ_2 (kg/m ³)	c_2 (m/s)	α_{exp} / f^2 (10 ⁻¹⁵ s ² / m)	η_{ef} (kg/(m.s))	η (kg/(m.s))
17	903 ± 2	1496,2 ± 0,0	11323 ± 77	1,30	0,86
21	905 ± 1	1482,9 ± 0,0	8929 ± 45	1,00	0,66
24	907 ± 3	1473,6 ± 0,0	7754 ± 68	0,86	0,57
27	906 ± 3	1461,9 ± 0,4	6162 ± 108	0,66	0,43
32	905 ± 2	1445,5 ± 0,7	4545 ± 139	0,47	0,31
36	903 ± 2	1432,0 ± 0,0	3608 ± 91	0,36	0,24
42	905 ± 3	1413,8 ± 0,6	2945 ± 136	0,29	0,19

A variação de temperatura nas medições, durante os experimentos foi de ± 0,5° C. Essa variação deve-se ao gradiente de temperatura no interior da amostra líquida. A célula de medição foi aquecida com um jato de ar quente e permaneceu em contato com o ar à temperatura ambiente. Durante o resfriamento realizaram-se as medições em determinadas temperaturas até atingir a temperatura ambiente.

Os erros nas medições experimentais têm

origens eletrônicas e mecânicas. Os de origem eletrônica estão relacionados com a digitalização (resolução vertical do osciloscópio) e a amplificação (relação sinal/ruído e não linearidades nas escalas). Os de origem mecânica referem-se ao não paralelismo entre as interfaces da célula, ao comprimento da amostra, e à difração da onda acústica. Em todos os experimentos utilizou-se sempre uma mesma escala de amplificação para os sinais a_1 , a_2 e a_3 , evitando-se assim os erros devido à não linearidade. O osciloscópio utilizado tem um conversor A/D de 6 bits, porém os sinais são obtidos com digitalização de 8 bits, no modo média. Cada sinal foi digitalizado a partir de uma média de 64 medições. Para diminuir o erro referente à falta de paralelismo, a face do refletor foi ajustada manualmente, para se obter a máxima amplitude do sinal a_3 , que sofre a maior influência do paralelismo. O paralelismo entre as outras interfaces não pode ser ajustado durante os experimentos, pois depende basicamente da fabricação do transdutor duplo-elemento. Esse erro é da ordem de 0,02 mm ao longo da face que tem 60 mm de diâmetro. Isso introduz um erro de 0,4% na determinação do coeficiente de reflexão. O erro devido à difração é eliminado pelo receptor de PVDF que tem um diâmetro grande o suficiente para interceptar todo o campo acústico proveniente das diversas reflexões.

5. CONCLUSÕES

Mediram-se a densidade, a velocidade de propagação e o coeficiente de absorção acústica para os óleos SAE40 e SAE90, na frequência de 1,4 MHz, em várias temperaturas. Calculou-se a viscosidade efetiva a partir desses parâmetros. O erro na medida da velocidade de propagação, causado pela discretização, é menor que 0,1%, e o erro na medida da densidade é menor que 1%, de acordo com verificação prévia para água destilada. Com relação ao coeficiente de absorção, verifica-se que o desvio padrão máximo, em valores percentuais, foi de 4,6% para o SAE40 e de 9,0 % para o SAE90. Esses desvios ocorrem nas temperaturas mais altas em que as absorções são menores. Esses desvios podem ser diminuídos com a utilização de uma célula de medição para frequências mais elevadas.

Para o óleo SAE40 foram medidos os coeficientes de viscosidade dinâmica, utilizando-se um viscosímetro, e de viscosidade efetiva, através da célula de medição acústica, em várias temperaturas. Esses coeficientes foram relacionados e a partir da relação entre as viscosidades efetiva e dinâmica foi obtida uma constante de calibração, utilizada no cálculo da viscosidade dinâmica do óleo SAE90 que foi admitido ter o mesmo comportamento acústico do óleo SAE40. Assim sendo, a calibração adequada da célula de medição requer o conhecimento prévio do comportamento acústico do líquido.

6. AGRADECIMENTOS

À FAPESP e à FINEP que financiaram os equipamentos e materiais utilizados neste trabalho, e a vinda do professor Rubens A. Sigelmann da Universidade de Washington.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMOWSKI, J. C. *Medição de Densidade de Líquidos por Ultra-Som*, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.
- ADAMOWSKI, J. C., BUIOCHI, F., SIMON, C., SILVA, E. C. N. & SIGELMANN, R. Ultrasonic Measurement of Density of Liquids, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 97, pp. 354-361, 1995.
- HERZFELD, K. F. & LITOVITZ, T. A. *Absorption and Dispersion of Ultrasonic Waves*, Academic Press, New York, 1959.
- HUETER, T. F. & BOLT, R. H. *Sonics*, New York, John Wiley and Sons, 1955.
- PALHARES Jr., C. B. *Estudo de Absorção Acústica em Líquidos - Medição em Substâncias Puras e Misturas Binárias*, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1994.
- PAPADAKIS, E. M. Ultrasonics Diffraction from Single Apertures with Application to Pulse Measurements and Crystal Physics, In *Physical Acoustics: Principles and Methods*, vol.XI, W. P. Mason and R. N. Thurston, eds., Academic Press, New York, pp. 151-211, 1975.
- RISTIC, V. M. *Principles of Acoustic Devices*, John Wiley & Sons, New York, USA, 1983.



PAPER CODE: COB426

MODELAGEM DE TRANSDUTORES PIEZOELÉTRICOS DE POTÊNCIA / MODELING POWER PIEZOELECTRIC TRANSDUCERS

JULIO C. ADAMOWSKI, MARCELO Y. MATUDA, FLÁVIO BUIOCHI, CELSO M. FURUKAWA
*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Dep. de Engenharia Mecânica
Av. Prof. Mello Moraes, 2231, CEP 05508-900, São Paulo, Brasil. E-mail: jcadamow@usp.br*

Abstract

Two methods are presented for modeling power piezoelectric sandwich transducers, composed of a stack of piezoelectric ceramics terminated at both extremities with steel masses. The piezoelectric ceramics are rings connected by a bolt that passes through their centers and is clamped at both ends to apply tension to the stack. This transducer may be solved by a very efficient analytical method called Chain Matrix, which uses electric and acoustic matrices to describe the interactions between successive layers. Chaining these matrices provides a model of the complete transducer. The second modeling method is based on the finite element method. Both methods allow to calculate the electrical impedance of the transducer to determine the resonant and antiresonant frequencies. To achieve different optimization criteria, parameters of the transducers may be changed and the results rapidly examined. These methods were applied to construct a prototype transducer. Experimental and simulated results showed good agreement. In conclusion, these modeling methods are accurate, constituting a useful tool for designing power transducers.

Keywords

Chain matrix, finite element method, power piezoelectric transducer, ultrasound, piezoelectric transducer.
Matriz em cadeia, método dos elementos finitos, transdutor piezoelétrico de potência, ultra-som.

1. INTRODUÇÃO

Transdutores piezoelétricos de potência têm sido usados nas mais diversas aplicações (Gallego, 1989), tais como: limpeza de peças, soldagem de plásticos e metais, aglomeração de partículas, nebulização de líquidos, sonares, transmissão acústica de dados, etc. O estudo de transdutores piezoelétricos de potência, no Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP, iniciou-se com a necessidade de implementação de sistemas de transmissão acústica de dados em colunas de produção de petróleo, visando a eliminação de cabos elétricos. A transmissão acústica de dados tem sido utilizada em água e existem estudos para sua aplicação em colunas de perfuração de poços de petróleo (Drumheller, 1989, 1995), para a telemetria de dados provenientes de sensores de inclinação instalados próximo à extremidade da broca de perfuração.

Os maiores problemas deste tipo de sistema de transmissão de dados estão relacionados basicamente com as perdas na linha de transmissão, com as limitações do transdutor acústico no que diz respeito à potência e à temperatura de operação, com as baterias de armazenagem de energia elétrica, e com a confiabilidade geral do sistema. O transdutor deve ter uma alta

eficiência e um bom acoplamento com a coluna de aço para minimizar o consumo de energia e otimizar o sinal transmitido.

Um transdutor de potência para ondas longitudinais é geralmente piezoelétrico do tipo sanduíche (Gallego, 1989), constituído por um conjunto de cerâmicas piezoelétricas empilhadas e montadas na forma de um sanduíche e eletricamente em paralelo. Tem na retaguarda um material metálico com comprimento suficiente para completar 1/4 de comprimento de onda, sendo que ao seu final o ar que atua como um bom refletor. Na frente, o material deve permitir um bom casamento de impedâncias entre o transdutor e o meio em que a onda se propagará. O modelo do transdutor acoplado à carga torna-se complexo se a geometria envolvida não permitir tratar matematicamente o problema de forma unidimensional.

Um transdutor de potência deve ser otimizado com relação ao coeficiente de acoplamento eletromecânico. As perdas no transdutor e no acoplamento com a linha de transmissão também devem ser minimizadas. Um bom casamento de impedâncias entre o transdutor e o meio produz uma diminuição no fator de qualidade do transdutor, fazendo que este tenha uma banda mais larga do que se estivesse com as duas extremidades no ar, pois a onda acústica que se propaga para a frente somente será refletida se encontrar variações na impedância acústica. Nesse caso, o baixo fator de qualidade do transdutor não implica que as perdas são elevadas, mas sim que a transferência de energia acústica é perfeita devido ao bom casamento de impedâncias acústicas.

Para atingir a potência desejada, o sanduíche deve ser pré-tensionado utilizando-se um parafuso de aço de elevada resistência mecânica. O valor da pré-tensão deve chegar a 25 MPa (Gallego, 1989). Deve-se tomar o cuidado de garantir um contato mecânico perfeito nas interfaces do sanduíche, pois isso evita grandes variações de impedância provocadas pelo ar. Os tipos de cerâmicas piezoelétricas mais apropriadas são o PZT-4 e o PZT-8, pois apresentam características para emitir potências elevadas, têm um elevado fator de qualidade mecânico, e baixas perdas dielétricas. O grande problema com a utilização de cerâmicas piezoelétricas é a despolarização ao longo do tempo que é acelerada em temperaturas elevadas. Nesse caso, pode-se considerar a utilização de um transdutor magnetostrictivo com o material cerâmico Terfenol-D.

Em projetos de transdutores de potência, há a preocupação com fatores como eficiência de emissão e recepção, determinação das frequências de ressonância, valor da impedância nas frequências de ressonância, durabilidade e estabilidade do transdutor, nível de potência na saída, etc. Para otimizar essas características, podem ser utilizados métodos analíticos e/ou numéricos, variando-se os parâmetros do transdutor para que se estude o seu comportamento, de maneira rápida e precisa. Um método analítico utilizado, unidimensional, denominado *chain matrix* (Kraszewski *et al.*, 1991), é um método rápido que produz bons resultados em muitos casos. As dificuldades nesse método começam quando a geometria ou as condições de contorno e carregamento do transdutor se tornam complicadas. Como método numérico, tem-se o método dos elementos finitos (MEF) que pode ser usado na solução de problemas mais complexos (Bathe, 1982), podendo o transdutor ser considerado uni, bi ou tridimensional.

Neste artigo são apresentados dois tipos de modelagem de transdutores piezoelétricos de potência: MEF e *chain matrix*. Para a verificação dos modelos, foi construído um transdutor sanduíche simétrico pré-tensionado, com quatro cerâmicas anulares de PZT-8 e duas massas de aço. Essa configuração de transdutor tem comportamento bem conhecido e é adequada para verificar os modelos.

2. MODELAGEM PELO MEF

A modelagem do transdutor piezoelétrico pelo MEF pode ser tratada como um problema bidimensional, com a utilização de elementos axissimétricos. Para simular a carga, foi utilizado um elemento fluido, acoplado à face frontal do transdutor. Esse elemento permite introduzir condições de contorno relacionadas à absorção da onda acústica. Absorção total significa que toda a energia incidente é absorvida ao final da camada de fluido. Um outro artifício utilizado refere-se ao valor da impedância acústica do fluido. Essa pode ser considerada igual à impedância acústica da parte frontal do transdutor, permitindo a transmissão total da onda acústica, ou tendo valores intermediários que representariam reflexões na interface.

Os transdutores piezoelétricos utilizados neste trabalho envolvem basicamente três tipos de materiais: metais, cerâmicas piezoelétricas e fluidos. As equações que modelam os materiais piezoelétricos são:

$$\text{div}(\mathbf{T}) = \rho \cdot \ddot{\mathbf{u}} \quad (2^{\text{a}} \text{ Lei de Newton}) \quad (1)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{c}^E : \mathbf{S} - \mathbf{e} \cdot \mathbf{E} \quad (\text{Equações constitutivas}) \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} : \mathbf{S} + \varepsilon^S \cdot \mathbf{E}$$

onde \mathbf{T} é o tensor de tensões, $\ddot{\mathbf{u}}$ a aceleração da partícula, \mathbf{D} o vetor deslocamento elétrico, \mathbf{E} o vetor campo elétrico, \mathbf{S} o tensor de deformações, \mathbf{e} o tensor de coeficientes piezoelétricos, ε^S o tensor de constantes dielétricas para deformação constante e \mathbf{c}^E o tensor de coeficientes de rigidez para campo elétrico constante. Com os coeficientes piezoelétricos e as constantes dielétricas nulos, essa equações servem para representar também os metais. Os fluidos podem ser representados pelas equações:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (\text{Equação de onda}) \quad (3)$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla p + \rho_0 \mathbf{n} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{Interface fluido-estrutura}) \quad (4)$$

$$\mathbf{n} \cdot \nabla p + \beta \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (\text{Absorção acústica}) \quad (5)$$

onde p é a pressão acústica, c velocidade do som no fluido, \mathbf{n} o versor normal à interface, \mathbf{U} o vetor deslocamento, ρ_0 densidade de repouso do fluido, e $\beta = \rho_0 c / Z$, sendo Z a impedância acústica do material de amortecimento na interface.

A equação (3) modela a propagação de ondas no interior do fluido. A equação (4) fornece a condição de contorno na interface fluido-estrutura e é obtida através da condição de continuidade na interface e do equilíbrio de forças na mesma interface. A equação (5) permite a simulação de um material externo ao fluido, apresentando uma impedância acústica de valor fixo. Dentro de certas condições, consegue-se definir um valor de Z para o qual a onda acústica não sofre reflexão na interface (simulação de fluido “infinito”).

Utilizando-se as equações acima, no MEF o sistema de equações para um elemento piezoelétrico isolado, não considerando perdas internas, fica na forma:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{UU} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\Phi} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{UU} & \mathbf{K}_{U\Phi} \\ \mathbf{K}'_{U\Phi} & -\mathbf{K}_{\Phi\Phi} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

onde \mathbf{K}_{UU} , $\mathbf{K}_{U\phi}$, $\mathbf{K}_{\phi\phi}$, \mathbf{M}_{UU} são respectivamente as matrizes de rigidez mecânica, acoplamento piezoelétrico, rigidez dielétrica e massa, e \mathbf{U} , \mathbf{F} , \mathbf{Q} e ϕ são respectivamente os vetores deslocamento, força externa, carga elétrica e potencial elétrico (Silva & Adamowski, 1992).

Para um elemento metálico, o sistema se simplifica para:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{7}$$

O ANSYS™ permite incluir uma matriz de amortecimento, pela fórmula:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}} + (\alpha_D \cdot \mathbf{M} + \beta_D \cdot \mathbf{K}) \cdot \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{8}$$

onde α_D e β_D são, respectivamente, os parâmetros ALPHAD e BETAD utilizados pelo ANSYS™.

Para um elemento fluido com interface fluido estrutura, tem-se:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_{UU} & 0 \\ \rho_0 \mathbf{R}^t & \mathbf{M}^P \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{UU} & 0 \\ 0 & \mathbf{C}^P \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{UU} & -\mathbf{R} \\ 0 & -\mathbf{K}^P \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{9}$$

onde $\rho_0 \mathbf{R}^t$ é a matriz de massa do acoplamento fluido-estrutura, \mathbf{M}^P a matriz de massa acústica, \mathbf{C}_{UU} a matriz de amortecimento estrutural, \mathbf{C}^P a matriz de amortecimento acústico, \mathbf{R} a matriz de rigidez do acoplamento fluido-estrutura e \mathbf{K}^P matriz do coeficiente de pressão (ANSYS, 1994).

3. MODELAGEM PELO CHAIN MATRIX

Introduzindo-se hipóteses simplificadoras, o transdutor pode ser analisado unidimensionalmente. Assim, pode-se utilizar a formulação *chain matrix* (Kraszewski, 1991), em sua modelagem. A solução analítica parte da hipótese de que o transdutor vibra em uma única direção, conhecido como modo de espessura. Todas as quantidades físicas (velocidade, força, campo elétrico, etc.) que definem o transdutor têm componentes somente nessa direção.

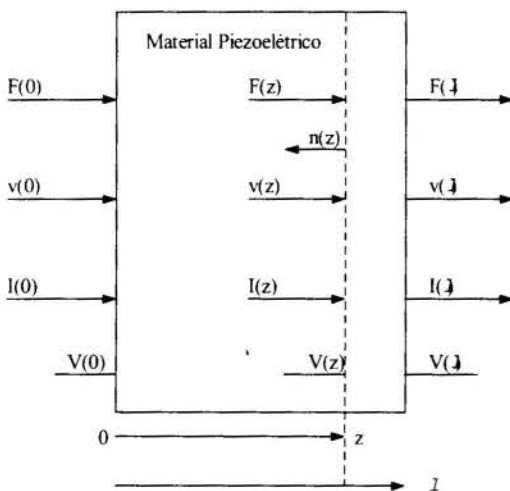


Figura 1: Variáveis de entrada e saída representadas como funções em 0 e l .

Considerando um material piezoelétrico constituído de uma única camada (Figura 1), vibrando na direção z , tem-se uma matriz de ordem quatro que estabelece a relação entre dois vetores. Cada um desses vetores é definido numa seção transversal do material através de dois parâmetros acústicos e dois elétricos. Para uma posição genérica z , esses parâmetros são definidos pelas seguintes funções: $F(z)$ a força agindo na superfície plana, $v(z)$ a velocidade das partículas, $I(z)$ a corrente elétrica no sentido da esquerda para direita e $V(z)$ o potencial elétrico. Assume-se que todos os parâmetros são funções fasoriais apenas de z , porque a dependência no tempo é harmônica.

Os elementos do *chain matrix* foram deduzidos a partir das equações (1) e (2), da relação deformação-deslocamento e da Lei de Gauss. A equação matricial que estabelece a relação entre a força, a velocidade de partícula, o potencial elétrico e a corrente elétrica do plano transversal em z com os parâmetros do plano de referência em 0 é:

$$\begin{Bmatrix} F(z) \\ v(z) \\ V(z) \\ I(z) \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(kz) & -jZ \sin(kz) & 0 & -j\beta(1 - \cos(kz)) \\ -j \sin(kz) / Z & \cos(kz) & 0 & \beta \sin(kz) / Z \\ -\beta \sin(kz) / Z & j\beta(1 - \cos(kz)) & 1 & -\left(\frac{1}{j\omega C_0} + \frac{j\beta^2 \sin(kz)}{Z}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} F(0) \\ v(0) \\ V(0) \\ I(0) \end{Bmatrix} \quad (10)$$

onde k é o número de onda, ω a frequência angular de excitação e $Z = A\rho c$ a impedância acústica característica do meio resultante do produto entre a área A transversal do transdutor, a densidade ρ do meio e a velocidade de propagação c . As constantes C_0 e β são definidas como $C_0 = \epsilon^S A / \ell$ e $\beta = e / \omega \epsilon^S$, onde e é o coeficiente piezoelétrico, ϵ^S a constante dielétrica para deformação constante e ℓ a espessura do material piezoelétrico.

Para simular um transdutor multi-camadas, pode-se considerar a saída de uma camada como a entrada de outra camada adjacente. Essas camadas podem ser constituídas de materiais diferentes, piezoelétricos e não-piezoelétricos. Para se determinar a relação entre os parâmetros das interfaces externas de um conjunto de camadas, basta multiplicar as matrizes em cascata. Montado o sistema de equações, que definem o transdutor, calcula-se a impedância elétrica do transdutor e determinam-se as frequências de ressonância e anti-ressonância.

A formulação do *chain matrix* permite considerar as perdas dielétricas e mecânicas no transdutor e também o acoplamento do transdutor a um meio externo, sólido ou líquido. Esse acoplamento é feito através da definição de impedância acústica característica do meio externo. Por exemplo, no diagrama mostrado na Figura 1, as faces do transdutor piezoelétrico podem ser carregadas através das impedâncias acústicas características Z_0 e Z_ℓ . Essas impedâncias definem as seguintes relações entre força e velocidade da partícula em suas respectivas faces: $F(0) = -Z_0 v(0)$ e $F(\ell) = Z_\ell v(\ell)$.

4. SIMULAÇÃO E VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

O transdutor modelado é do tipo sanduíche simétrico, com quatro cerâmicas anulares de PZT-8, massas de aço 1020, e parafuso de pré-tensão em aço de alta resistência mecânica, cujo

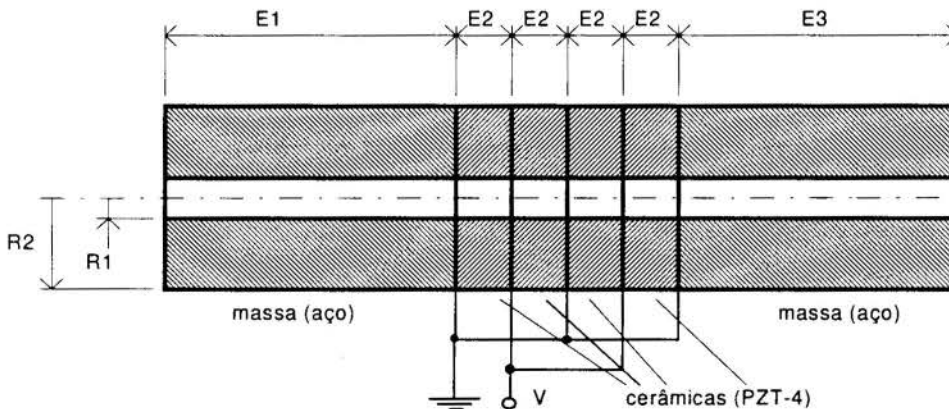


Figura 2: Transdutor-sanduíche (parafuso de pré-tensão não mostrado).

desenho esquemático é mostrado na figura 1. As massas de aço têm comprimentos iguais ($E1=E3$), de 70 mm. As cerâmicas têm diâmetro ($2 \times R2$) de 27,3 mm, espessura ($E2$) de 9,95 mm, e um furo axial com diâmetro ($2 \times R1$) de 7,3 mm. Elas estão polarizadas na direção axial, e montadas eletricamente em paralelo, isto é, com sentidos de polarização alternados. O parafuso de pré-tensão serve para proporcionar um bom contato entre os vários componentes, e para manter as tensões em cada ponto das cerâmicas abaixo do limite de resistência à fadiga em tração. Essa configuração de transdutor tem comportamento bem conhecido e é adequada para verificar os modelos baseados no MEF e no *chain matrix*.

O transdutor simétrico foi modelado com o MEF no ANSYS™ e com o *chain-matrix* no Matlab™. No ANSYS™ foi utilizado o elemento PLANE13 para as cerâmicas, no modo axissimétrico. Este é um elemento de área, com quatro nós e interpolação linear. Os graus de liberdade ativados são tensão, deslocamento em x e em y (radial e longitudinal). Para o aço foi utilizado o elemento PLANE42, no modo axissimétrico. Esse elemento, de área, possui quatro nós e interpolação linear, com graus de liberdade de deslocamento em x e y. O elemento FLUID29, também de área e no modo axissimétrico, com interpolação linear e quatro nós, com graus de liberdade de deslocamento em x e y, e pressão, serviu para aplicar uma impedância acústica às extremidades do transdutor, que tem as duas faces imersas em água. A camada externa do fluido foi configurada de modo que o fluido se comportasse como se fosse “infinito”. Através de uma análise harmônica, obteve-se a curva de resposta em frequência da impedância elétrica desse transdutor. A curva do módulo da impedância é mostrada na figura 3 (linha tracejada). Nessa simulação a ressonância ocorre em 10,9 kHz e a anti-ressonância em 12,7 kHz.

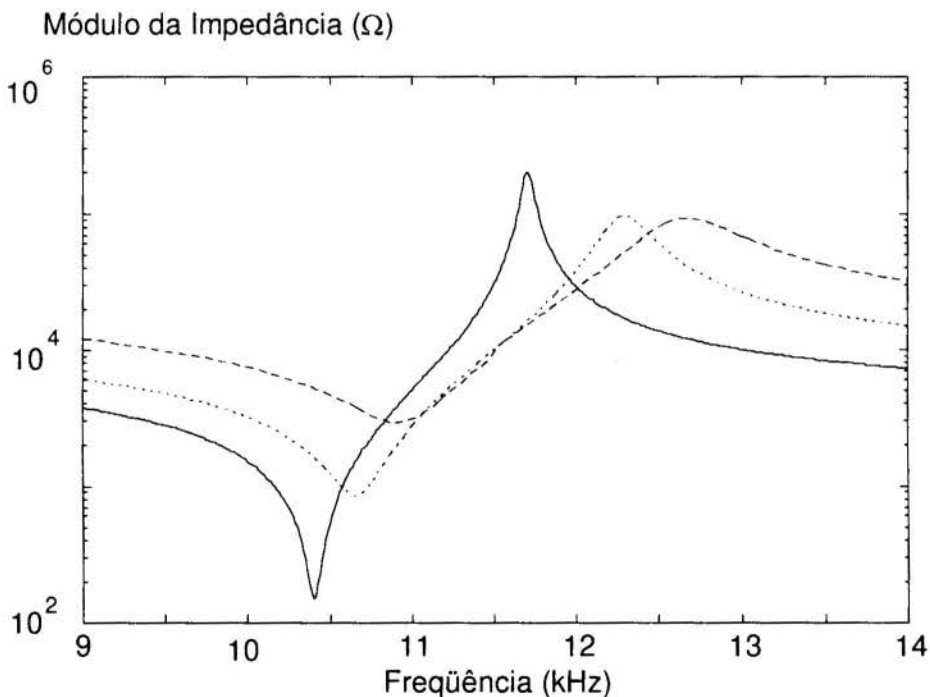


Figura 3: Módulo da impedância em função da frequência. Resultado experimental (linha contínua). Resultados simulados: MEF (linha tracejada) e *chain matrix* (linha pontilhada).

O modelo unidimensional pelo método *chain matrix*, implementado no Matlab™, foi utilizado para modelar o mesmo transdutor, com apenas uma das extremidades imersa em água. Nesse modelo, foram introduzidas aproximações relacionadas à relação entre o diâmetro do transdutor e os comprimentos de onda envolvidos. Quando essa relação é muito pequena, o comportamento vibracional do transdutor deve ser tratado como no modo de barra, isto é, as

tensões fora da direção axial são consideradas nulas, e as deformações ficam em função da deformação na direção axial. Quando essa relação é grande, o transdutor vibra no modo de espessura, isto é, as deformações nas direções fora da direção axial são consideradas nulas, e as tensões ficam em função da tensão na direção axial. Na prática, para a mudança entre estes dois tipos de modelagem, basta a mudança de alguns parâmetros, tais como: velocidade de propagação e constante piezoelétrica. A curva do módulo da impedância, obtida por esse modelo, é mostrada na figura 3 (linha pontilhada). Nessa simulação a ressonância ocorre em 10,7 kHz e a anti-ressonância em 12,3 kHz.

Um protótipo do transdutor, construído a partir dos resultados das simulações, foi verificado experimentalmente, com uma de suas extremidades imersa em água. Sua impedância elétrica foi medida com um impedômetro fasorial, HP 4194A. O módulo da impedância em função da frequência é mostrado na figura 3 (linha contínua). A ressonância ocorre em 10,4 kHz e anti-ressonância ocorre em 11,7 kHz.

5. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Na frequência de ressonância do transdutor utilizado, os parâmetros do modo de barra proporcionaram resultados mais próximos aos resultados obtidos pelo modelo bidimensional (axissimétrico) utilizando o MEF (ANSYS™) do que quando foram utilizados os parâmetros do modo de espessura. No modo de espessura as frequências resultaram maiores (maior rigidez), enquanto que no modo de barra as frequências resultaram menores, em comparação com o MEF. Esses resultados confirmam que o modo de barra representa melhor um transdutor quando o comprimento de onda é muito maior que o seu diâmetro.

A colocação de água na extremidade do transdutor faz com que a impedância na ressonância aumente e na anti-ressonância diminua. As frequências de ressonância e de anti-ressonância praticamente não se alteram. As propriedades dos materiais, principalmente das cerâmicas piezoelétricas, apresentam variações de um fabricante para outro. Essas variações são da ordem de $\pm 5\%$, o que produz uma variação nos resultados simulados da ordem de $\pm 3\%$.

Os resultados das simulações pelo MEF apresentam variação de 4,8% para a frequência de ressonância e 8,5% para a frequência de anti-ressonância, em relação aos resultados experimentais. O modelo é mais rígido que o transdutor, pois no modelo as cerâmicas estão presas umas às outras e às massas de aço. Isto é, na interface entre duas cerâmicas, todos os pontos da face de uma das cerâmicas são comuns à face da outra. No transdutor real, o pré-tensionamento e o coeficiente de atrito entre as faces da cerâmica não conseguem impedir por completo o movimento relativo nas interfaces.

Os resultados das simulações pelo *chain matrix* apresentam variação de 2,9% para a frequência de ressonância e de 5,1% para a frequência de anti-ressonância, em relação aos resultados experimentais. As variações são menores que os resultados fornecidos pelo MEF, porém foi considerado que o transdutor vibra no modo de barra. À medida que a relação entre o diâmetro do transdutor e o comprimento de onda vai diminuindo, passa a predominar o modo de espessura, que torna o transdutor mais rígido. Para uma determinada faixa de valores dessa relação, nem o modo de barra e nem o modo de espessura fornecerão um resultado compatível com a realidade. Já o modelo que utiliza o MEF, é tridimensional e não apresenta esse problema. Ele pode ser aplicado em qualquer situação, porém requer um grande esforço computacional em relação ao *chain matrix*.

De um modo geral, os dois modelos forneceram resultados satisfatórios para o projeto de transdutores piezoelétricos de potência.

6. AGRADECIMENTOS

À FAPESP e à FINEP que financiaram os equipamentos e materiais utilizados neste trabalho, e a vinda do professor Rubens A. Sigelmann da Universidade de Washington. Ao CNPq pela bolsa de mestrado do aluno Marcelo Y. Matuda. Em particular, ao professor Rubens A. Sigelmann, pela contribuição na modelagem do transdutor pelo *chain matrix*. Agradecemos ainda à Petrobrás (CENPES) pelo apoio financeiro concedido.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS, Users's Manual, revision 5.0, Swanson Analysis Systems, Inc., vol. IV, 1994.

BATHE, K. J. *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1982.

DRUMHELLER, D. S. Acoustical Properties of Drill Strings, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 85, n.3, pp.1048-1064, 1989.

DRUMHELLER, D. S. The Propagation of Sound Waves in Drill Strings, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol.97, n.4, pp.2116-2125, 1995.

GALLEGO-JUÁREZ, J.A. Piezoelectric Ceramics and Ultrasonic Transducers, *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, vol. 22, pp.804-816, 1989.

KRASZEWSKI, R. J. & SIGELMANN, R. A. Electrical Multiport Transfer Functions and Efficiency in Layered Media of Piezoelectric and/or Nonpiezoelectric Materials, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol.90, pp.2769-2774, 1991.

NAILLON, M. COURSAINT & R. H.; BESNIER, F. Analysis of Piezoelectric Structures by a Finite Element Method, *Acta Electronica*, vol.25, 4, pp.341-362, 1983.

SILVA, E.C.N. & ADAMOWSKI, J.C. Modelagem Vibracional por Elementos Finitos de Transdutores de Ultra-Som Piezoelétricos, *9º CBA Congresso Brasileiro de Automática*, SBA, Vitória, ES, pp. 1146-1151, 1992.



PAPER CODE: COB202

**SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E ENSAIOS EXPERIMENTAIS DA
RESPOSTA ACÚSTICA DE ALTO-FALANTES/NUMERICAL
MODELING AND MEASUREMENTS OF THE ACOUSTIC RESPONSE OF
LOUDSPEAKERS**

André L. Goldstein & Samir N. Y. Gerges

*Laboratório de Vibrações e Acústica, Depto. de Engenharia Mecânica - UFSC - CP: 476, CEP 88040-900
Florianópolis, SC, Brasil-E-mail: andre@gva.ufsc.br, gerges@mbox1.ufsc.br*

Abstract

The frequency response prediction of loudspeakers is a problem that have closed form analytical solution only for low frequencies and simple geometry. In this paper it is investigated the use of the finite element method and the boundary element method implemented in commercial software for extend the prediction of loudspeaker response for higher frequencies considering the flexible behavior of the diaphragm. The modeling of a commercial loudspeaker is performed and its frequency response and directivity is calculated. The computational results are compared with measurements realized in a hemi anechoic chamber showing good agreement.

Keywords

Simulação de Alto-falantes, Método de Elementos Finitos, Método de Elementos de Contorno
Loudspeaker Simulation, Finite Element Method, Boundary Element Method

1. INTRODUÇÃO

O cálculo da resposta acústica de alto-falantes é geralmente restrito às baixas frequências, quando os comprimentos de onda envolvidos são maiores que as dimensões do sistema e o problema pode ser tratado utilizando-se parâmetros concentrados. Neste caso, o alto-falante pode ser modelado utilizando analogias dinâmicas e elaborando circuitos elétricos equivalentes, onde o cone do alto-falante é comparado a um pistão rígido. No entanto, em geral, o alto-falante é utilizado em frequências mais altas, onde o cone deixa de vibrar de modo rígido, com a propagação de ondas estruturais que modificam as velocidades de superfície do cone e alteram sua resposta em frequência. Desta forma, o projeto de alto-falantes considerando toda a sua faixa de frequência de operação é feito de modo empírico por tentativas e erros e construção de um grande número de protótipos.

Atualmente, com o avanço de recursos computacionais e amadurecimento de técnicas numéricas, o estudo do comportamento vibroacústico de cones de alto-falantes é tecnicamente possível. A utilização do método de elementos finitos (FEM) para realizar a predição do comportamento vibratório, foi apresentada por exemplo, no trabalho de Shepherd et al.

(1985). No entanto, o FEM não é eficiente no cálculo da radiação sonora, sendo utilizados então, métodos aproximados, ou mais recentemente, o método de elementos de contorno BEM, como mostrado por Geaves (1996).

Neste trabalho é realizada a predição da resposta vibroacústica de alto-falantes considerando o comportamento flexível do cone utilizando o FEM e BEM, implementados respectivamente nos softwares ANSYS 5.1 e SYSNOISE 5.2. É feita a modelagem de um alto-falante comercial e calculada sua resposta em frequência axial e características de direcionalidade. A validação do modelo computacional é feita pela comparação com resultados experimentais de medições em câmara semi-aneecóica.

2. PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

O procedimento utilizado para realização da modelagem computacional do alto-falante envolve duas etapas: cálculo da resposta vibratória forçada do diafragma pelo método de elementos finitos e utilização destes resultados para obtenção da pressão sonora pelo método de elementos de contorno. Nas análises realizadas o cálculo das vibrações do cone do alto-falante é feito no vácuo, desconsiderando efeitos de acoplamento com o fluido e utilizando nas simulações um modelo axissimétrico da estrutura, que considera apenas os modos radiais de vibração. É realizada inicialmente uma análise modal e em seguida a análise da resposta harmônica por superposição modal, o que envolve a aplicação de uma força na bobina, variável com a frequência e proporcional à corrente elétrica passando na bobina do alto-falante considerando a aplicação de uma tensão elétrica de amplitude constante. Obtém-se como resultados, os deslocamentos do cone para cada frequência de cálculo que são convertidos posteriormente em velocidades e utilizados no cálculo da pressão sonora irradiada, pelo método de elementos de contorno.

3. CÁLCULO DAS VIBRAÇÕES DO CONE

A análise modal ajuda na determinação das características de vibração de estruturas lineares através da determinação de um modelo modal, que consiste na definição das frequências naturais e modos de vibração da estrutura. A realização da análise modal no ANSYS envolve basicamente a construção da geometria da estrutura a ser analisada, geração da malha de elementos finitos, definição do algoritmo de extração modal, obtenção da solução e visualização dos resultados. A geração da malha envolve ainda a escolha do tipo de elemento finito utilizado, definição das características dos materiais e finalmente a definição das condições de contorno (deslocamentos nulos para graus de liberdade de alguns nós). A geometria da estrutura em duas dimensões, definindo um modelo axissimétrico, conforme usado nas simulações, é mostrado na Figura 1, onde são empregados elementos finitos tipo casca axissimétrica e com características de materiais isotrópicos, apresentados na Tabela 1.

TABELA 1: Parâmetros dos Materiais Utilizados no Modelo do Alto-falante

Componente	Material	Densidade ρ (Kg/m ³)	Módulo de Young (N/m ²)	Espessura (mm)	Coefficiente de Poisson
Bobina	Cobre	6100,0	$1,10 \times 10^{11}$	1,300	0,30
Cilindro	Kapton	1392,0	$2,50 \times 10^9$	0,125	0,34
Cone	Papel	550,00	$2,0 \times 10^9$	0,700	0,30
Borda	Espuma	690,00	$3,15 \times 10^6$	1,100	0,30

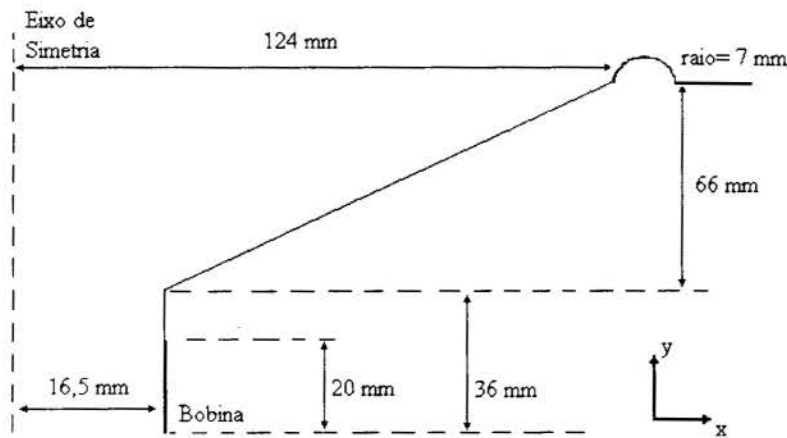


Figura 1: Dimensões do Modelo do Alto-falante Simulado

Alguns dos modos de vibração obtidos estão apresentados na Figura 2, onde se observa que para o primeiro modo de vibração, obtido em 40 Hz, o cone vibra de maneira rígida, correspondendo à ressonância do sistema massa-mola do alto-falante e limitando a resposta acústica do mesmo para as baixas frequências. Nos modos de vibração seguintes, em frequências maiores, o cone deixa de vibrar de modo rígido, com o aparecimento de regiões nodais que delimitam regiões do cone vibrando em anti-fase. Estes modos de vibração são responsáveis pelo aparecimento de picos e vales na curva de pressão sonora do alto-falante.

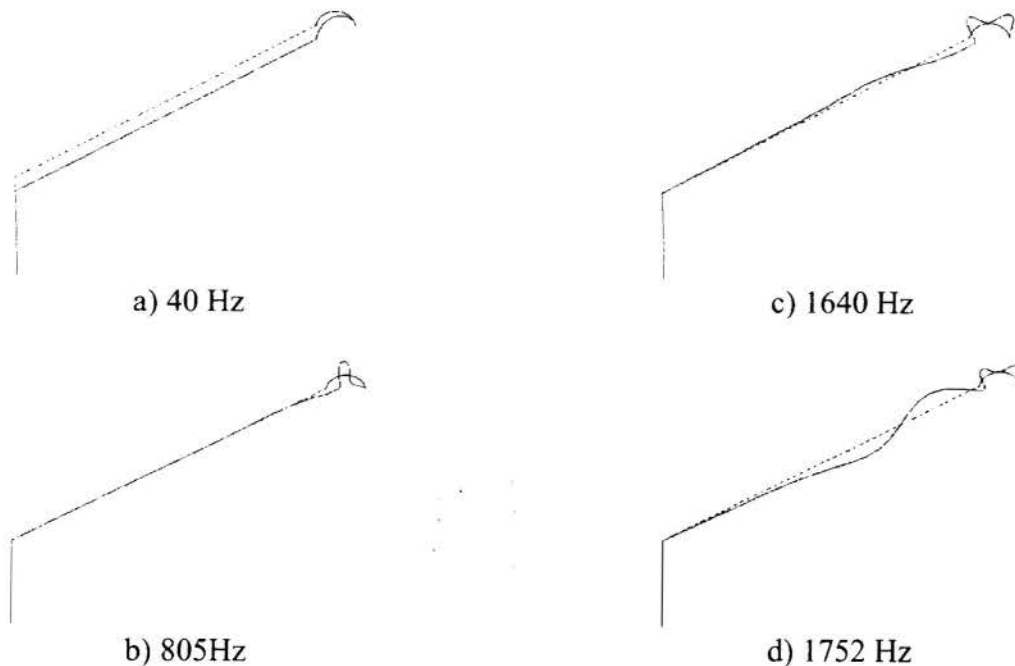


Figura 2. Modos axissimétricos de alto-falante comercial

A análise da resposta harmônica fornece como resultados primários, os deslocamentos nos nós dos elementos para cada frequência da solução obtida e com um determinado valor de força aplicada. Estes resultados são utilizados, posteriormente, para geração das condições de contorno de velocidade para cálculo da radiação acústica pelo SYSNOISE.

Foi utilizado o mesmo modelo empregado na análise modal, envolvendo ainda a aplicação do carregamento e definição do amortecimento estrutura, de modo a evitar resposta infinita nas frequências naturais do sistema. As simulações foram realizadas utilizando razão de amortecimento constante em toda faixa de frequência, igual à razão entre o amortecimento real e o amortecimento crítico, com seu valor ajustado empiricamente pela comparação da curva resposta de pressão sonora teórica (calculada posteriormente pelo SYSNOISE), com curvas experimentais.

Sabe-se que para um alto-falante eletrodinâmico, a força aplicada na bobina é proporcional à corrente elétrica passando pela mesma, sendo que a corrente é inversamente proporcional à impedância elétrica de entrada do alto-falante (Beranek, 1993), ou seja,

$$F = B.l.i = B.l.E / Z_{vc} \quad (1)$$

onde,

- B é o fluxo magnético no entreferro [Wb]
- l é o comprimento do fio da bobina [m]
- i é a corrente elétrica na bobina [A]
- E é a tensão elétrica aplicada [V]
- Z_{vc} é a impedância elétrica de entrada [Ω]

Desta forma, a análise de resposta harmônica foi realizada com a aplicação da condição de contorno de força com valores amplitude e fase variando com a frequência, considerando a aplicação de uma tensão elétrica de amplitude constante. A curva de impedância $Z_{vc}(s)$ alto-falante, utilizando o modelo apresentado por Small (1972), é dada pela expressão,

$$Z_{vc}(s) = R_e + \frac{s / (Q_{ms} \cdot \omega_s)}{s^2 / \omega_s^2 + s / (Q_{ms} \cdot \omega_s) + 1} \quad (2)$$

onde,

- s é igual a $j \cdot \omega$ (ω é a frequência angular)
- R_e é a resistência da bobina... [Ω]
- ω_s é a frequência de ressonância do alto-falante [rad]
- Q_{ms} é o fator de qualidade deste circuito elétrico equivalente considerando apenas as perdas mecânicas

Sabe-se que este procedimento é válido somente para baixas frequências em torno da ressonância principal do sistema massa-mola do alto-falante. Para obter um modelo capaz de representar a curva de impedância do alto-falante em frequências mais altas foi utilizado o método proposto por Wright (1990), que estabelece um modelo para o elemento do circuito elétrico equivalente correspondente à impedância do motor (conjunto magnético) do alto-falante. Para o alto-falante idealizado, este elemento corresponde apenas à indutância da bobina que, na realidade, é modificada pela presença de correntes parasitas na própria bobina e no pólo dentro da mesma. O modelo proposto é baseado em observações empíricas das curvas de resistência e reatância de motores de alto-falante, chegando à seguinte expressão geral para a impedância do motor,

$$Z = K_r \cdot \omega^{X_r} + j \cdot K_i \cdot \omega^{X_i} \quad (3)$$

cujos parâmetros K_r , K_i , X_r e X_i , são obtidos através da medição dos valores da impedância complexa, em duas frequências ω , distintas.

4. PREDIÇÃO DA RADIAÇÃO SONORA

A predição da radiação acústica do alto-falante, utilizou um modelo com geometria axissimétrica e foi feita através do método de elementos de contorno direto desacoplado exterior do SYSNOISE, envolvendo também um enclausuramento, de modo a obter um volume fechado, requisito para a simulação através do BEM direto implementado no SYSNOISE. A malha utilizada está apresentada na Figura 3.

O procedimento de simulação envolveu basicamente as seguintes etapas:

1. Geração da malha de elementos no ANSYS e importação para o SYSNOISE;
2. Aplicação de condições de contorno de velocidade nos nós da malha correspondentes à superfície do alto-falante;
3. Geração de pontos de sobredeterminação no interior do volume de modo a evitar problemas de indeterminação da resposta nas frequências naturais do problema interior associado;
4. Obtenção da solução de pressões e velocidades na malha de elementos para as frequências desejadas;
5. Definição de pontos no campo acústico para os quais se deseja a resposta de pressão, sendo possível obter curvas de resposta para estes pontos ou mapas de resposta para vários pontos e mesma frequência

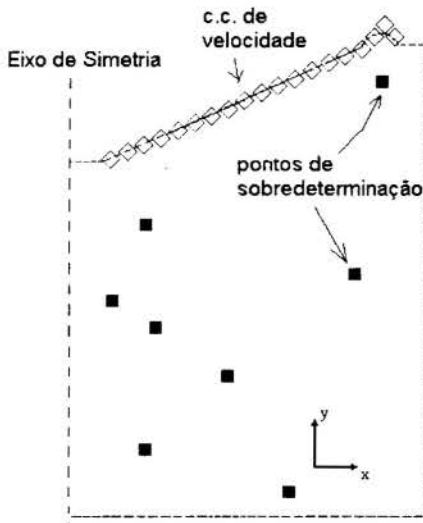


Figura .3: Malha de Elementos de Contorno Axissimétrica

Um outro parâmetro de grande influência na resposta do alto-falante que pode ter seu efeito investigado é o amortecimento estrutural. Foram realizadas no ANSYS simulações da resposta harmônica para diferentes razões de amortecimento, sendo que o efeito do amortecimento na curva de resposta acústica pode ser observado na Figura 5, onde se percebe uma atenuação dos picos na resposta provocados pelas ressonâncias do cone.

Utilizando velocidades obtidas a partir de resultados de análises harmônicas realizadas anteriormente no ANSYS empregando diferentes propriedades dos materiais, é possível observar a influência da modificação destes parâmetros dos materiais na resposta acústica do alto-falante. Nas curvas da Figura 4 são apresentados os resultados de simulações realizadas utilizando diferentes valores de rigidez do material do cone, para condições de contorno de força variável. Pode-se observar claramente o efeito do aumento da rigidez do cone na resposta pelo deslocamento dos picos da curva de resposta, correspondentes às frequências de ressonância do cone.

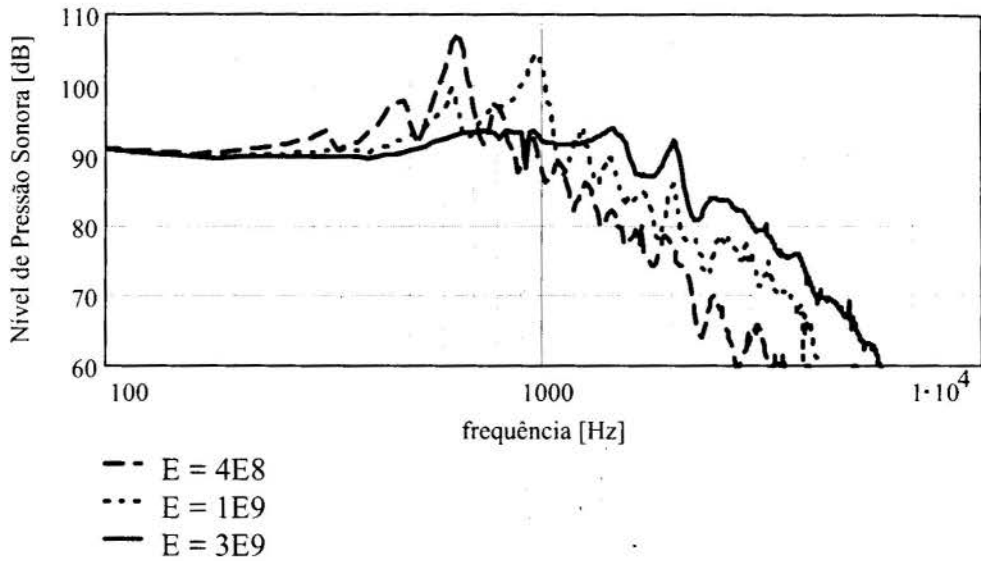


Figura 4. Curvas de Resposta Para Diferentes Valores de Rigidez [N/m^2]

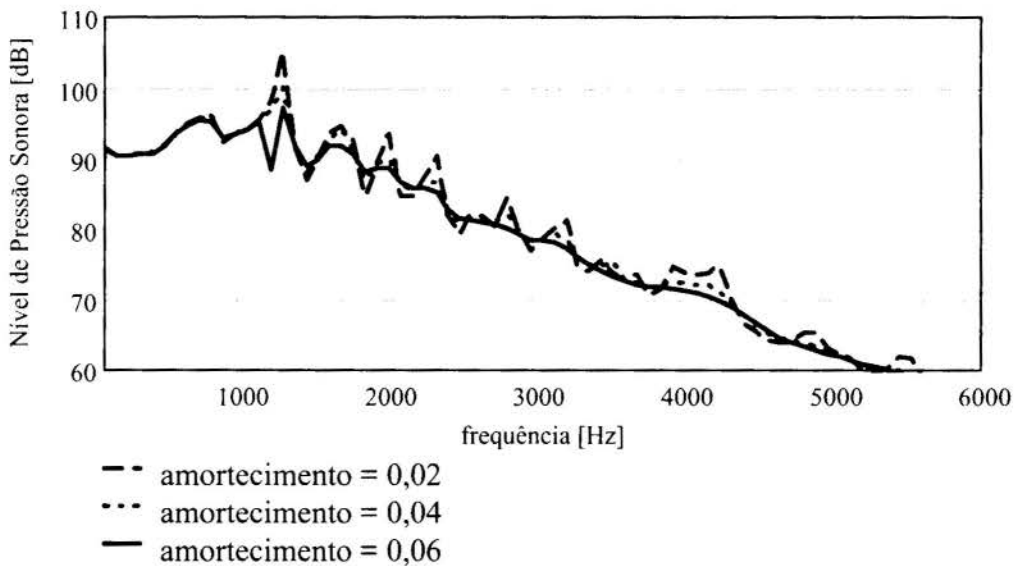


Figura 5. Curvas de Resposta Para Diferentes Valores de Amortecimento

5. ENSAIOS EXPERIMENTAIS

A obtenção experimental da curva de resposta em frequência do alto-falante foi realizada com o objetivo de verificar a validade dos resultados obtidos numericamente. Os ensaios foram realizados na câmara semi-anechoica do laboratório de vibrações e acústica da UFSC, com o assoalho coberto como espuma absorvente Sonex, para melhorar a simulação de espaço livre, sendo medidas a curva de resposta axial a 1 metro para o alto-falante livre e curvas de direcionalidade. A resposta do alto-falante para frequências abaixo de 100 Hz foi feita pelo método do campo próximo, proposto por Keele (1974), devido à limitação imposta pelas dimensões da câmara em baixas frequências. A curva final obtida é resultante da combinação entre as duas medições.

6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As curvas de resposta em frequência teórica e experimental são comparadas na Figura 6, enquanto que as direcionalidades são comparadas na Figura 7. Apesar das diferenças entre as condições práticas (alto-falante livre) e teóricas (alto-falante em caixa) e a relativa simplicidade do modelo teórico, a comparação entre as curvas de resposta em frequência mostra boa concordância entre os resultados, com a predição do formato geral da curva de resposta do alto-falante. As diferenças entre as curvas teórica e experimental na faixa média de frequências é explicada pelo fato da curva experimental ser resultante da combinação da medição em campo próximo válida até próximo de 300 Hz com a medição à 1 metro para o alto-falante livre. Vale observar, que é inútil buscar uma concordância exata, entre as curvas teóricas e experimentais, já que diferenças de cerca de 3 dB ocorrem para resposta de alto-falantes idênticos. Na comparação entre as curvas de direcionalidade observa-se boa concordância para ângulos maiores que cerca de 30°, sendo que as diferenças encontradas para ângulos próximos às laterais do alto-falante, são explicadas pelo cancelamento da resposta acústica para o alto-falante livre conforme utilizado nos ensaios experimentais.

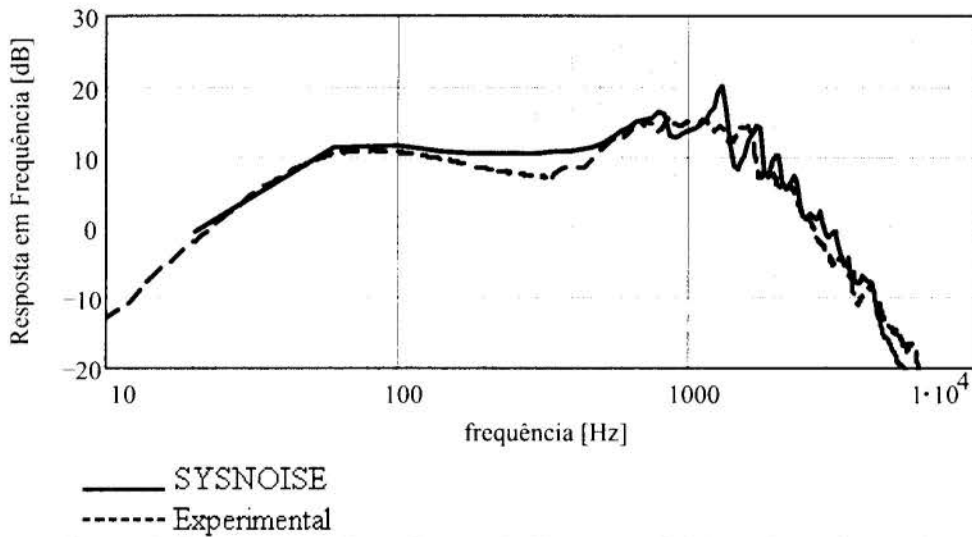


Figura 6. Comparação Entre Curvas de Resposta Teórica e Experimental

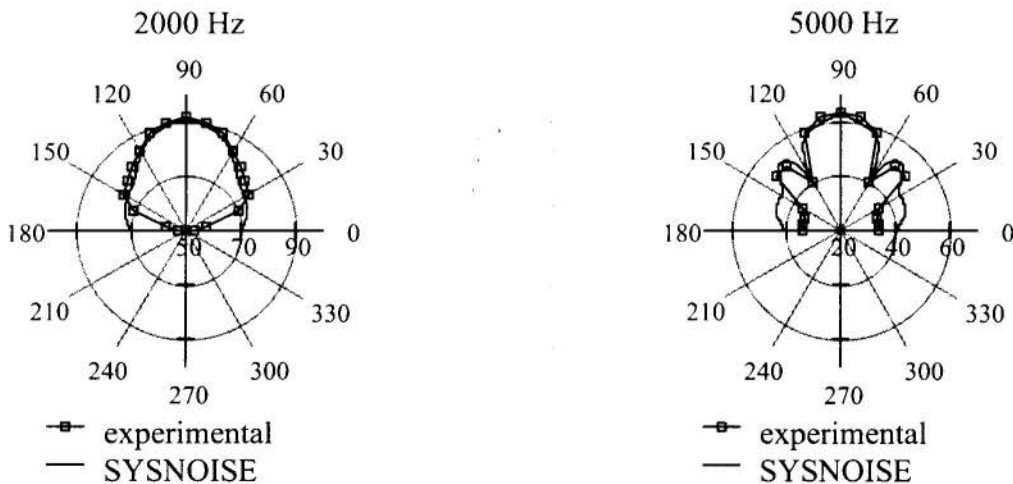


Figura 7. Comparações Entre Direcionalidades

7. CONCLUSÕES

Neste trabalho, mostrou-se a possibilidade de realizar com boa precisão, a predição da curva de resposta em frequência para um alto-falante comercial de 12 polegadas, para toda a faixa de frequência de operação, considerando o comportamento flexível do cone. Para isso, foram utilizados o método de elementos finitos para modelação estrutural e método de elementos de contorno para predição da resposta acústica, implementados nos *softwares* comerciais ANSYS e SYSNOISE. Foram apresentados procedimentos e resultados de ensaios experimentais de análise modal e medição de pressão sonora do alto-falante, podendo-se chegar a um melhor conhecimento das limitações dos modelos utilizados. O método de elementos de contorno, como implementado no SYSNOISE, mostrou-se de forma geral, uma ferramenta poderosa para realizar a predição da resposta acústica do alto-falante, com boa aproximação da curva de resposta experimental para toda a faixa de frequência de resposta. Com estas predições é possível obter informações de grande interesse prático, como por exemplo a direcionalidade e a influência das propriedades de rigidez e amortecimento dos materiais do cone na resposta acústica.

Observa-se que o modelo axissimétrico utilizado é um modelo simplificado e que facilita a análise da estrutura, com grande redução no número de elementos utilizados e no tempo de processamento. Este modelo não é capaz entretanto, de realizar a predição de modos de vibração circulares, que podem aparecer mesmo em baixas frequências devido à não uniformidade e assimetrias do alto-falante real e que podem possivelmente afetar a resposta acústica.

8. REFERÊNCIAS

BERANEK, L.L., *Acoustics*, Acoustical Society of America, New York, 1993.

GEAVES, G.P., Design and Validation of a System for Selecting Optimized Midrange Loudspeaker Diaphragm Profiles, *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.44, nº3, March, 1996.

KEELE JR., D.B., Low-Frequency Loudspeaker Assesment by Near-Field Sound Pressure Measurement, *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.22, nº4, April, 1974.

SHEPHERD, I.C. & ALFREDSON, R.J., An Improved Computer Model of Direct Radiator Loudspeakers, *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.33, nº5, May, 1985.

SMALL, R.H., Direct Radiator Loudspeaker System Analysis, *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.20, nº5, June, 1972.

WRIGTH, J.R., An Empirical Model for Loudspeaker Motor Impedance, *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.38, nº10, Oct., 1990.

AGRADECIMENTOS

A colaboração da empresa Selenium S.A. que forneceu o alto-falante estudado é muito apreciada.



PAPER CODE: COB414

Ondas Acústicas em Corpos Delgados - Uma Formulação Integral / *Acoustic Waves on Thin Bodies - An Integral Formulation*

JOSÉ JEFERSON DO RÊGO SILVA[®], HENRY POWER[®] & LUIZ CARLOS WROBEL[®]

[®] DECIV/UFPE – Av. Acad. Hélio Ramos, s/n, CdU, 50.740-530, Recife/PE, Brasil. E-mail: jjrs@npd.ufpe.br

[®] WIT/CMI – Ashurst Lodge, Ashurst, Southampton, SO40 7AA, UK. E-mail: henry@wessex.witcml.ac.uk

[®] Dep. Mech. Eng./Brunel Univ. – Uxbridge, Middlesex UB8 3PH, UK. E-mail: luiz.wrobel@brunel.ac.uk

Abstract

This paper presents an advanced boundary element method to deal with scattering of sound waves by curved thin bodies. The formulation employed involves a hypersingular integral equation obtained from the normal derivative of the Helmholtz integral representation formula, considering the thin body of very small thickness as an open surface. The hypersingular integral, interpreted in the sense of Hadamard finite part integral, requires more attention in its numerical treatment, mainly when modelling curved surfaces. A general algorithm to numerically evaluate the hypersingular integral based on the concept of finite part integration is implemented to enable the use of higher-order isoparametric boundary elements, to model curved sound barriers.

Keywords

Acústica, Corpos delgados, Elementos de contorno, Integral hipersingular.
Acoustic, Thin bodies, Boundary elements, Hypersingular integral.

1. INTRODUÇÃO

Métodos de elementos de contorno (MEC) apresentam muitas vantagens quando empregados para solução de problemas externos de acústica (radiação, difração), uma vez que apenas a superfície do corpo estudado precisa ser discretizado e as condições de radiação no infinito são automaticamente atendidas. Formulações baseadas equações integrais são também eficazes na representação de problemas de difração por corpos delgados planos, como pode ser verificado em trabalhos realizados anteriormente por Cassot (1995) e Filippi (1977).

Na formulação matemática apresentada neste trabalho considera-se um corpo delgado como uma superfície aberta (espessura desprezível). No contexto de acústica, técnica similar foi empregada por Kristiansen & Johansen (1988) na representação de alto-falantes e por Terai, (1980) na modelagem de cadeiras em auditórios. Uma outra aplicação onde esta formulação pode ser adotada consiste na modelagem de barreiras acústicas empregadas como solução na redução de ruídos em áreas de tráfego intenso, aeroportos ou construções industriais.

A principal diferença quando se considera um corpo delgado é que as equações integrais obtidas a partir da fórmula de Green ou a partir da teoria de potenciais, normalmente empregadas nos problemas de acústica, não podem ser empregadas, entretanto suas derivadas normais podem. Estas equações porém, apresentam integrais hipersingulares, o que requer uma maior atenção no seu cálculo numérico, principalmente quando se trata de superfícies curvas.

Este trabalho apresenta um método de elementos de contorno avançado para modelagem de corpos delgados curvos em problemas de acústica. Um eficiente algoritmo, baseado na integração de partes finitas, é implementado em conjunto com elementos quadráticos isoparamétrico.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Considere a propagação de uma onda sonora plana incidindo sobre um corpo delgado num fluido compressível. A onda incidente é representada por

$$\phi(x) = e^{\pm ikx_1} \quad (1)$$

onde k é o número de onda e o sinal mais ou menos refere-se as ondas vindo de mais ou menos infinito, ao longo do eixo x_1 . O potencial exterior total é obtido como a soma dos potenciais incidido e difratado, i.e.

$$\phi(x) = \phi^I(x) + \phi^S(x) \quad (2)$$

para todo $x \in \Omega_e$, onde Ω_e , é o domínio infinito exterior ao corpo delgado.

O potencial acústico total $\phi(x)$ pode ser dado pela representação integral abaixo, obtida a partir da fórmula de Green (Colton & Kress, 1983)

$$\phi(x) = \phi^I(x) - \int_S \phi(y) \frac{\partial G_k(x,y)}{\partial n_y} dS(y) + \int_S G_k(x,y) \frac{\partial \phi(y)}{\partial n_y} dS(y) \quad (3)$$

para todo $x \in \Omega_e$, onde $G_k(x,y)$ é a solução fundamental da equação de Helmholtz

$$G_k(x,y) = \frac{e^{-ikr}}{4\pi r}, \quad r = |x - y| \quad (4)$$

com $k = \omega/c$, sendo ω a frequência e c a velocidade do som. Na equação acima n_y é a normal, no ponto y , considerada positiva apontando para fora do corpo e $\partial/\partial n_y$ representa a derivada normal.

No caso de condições de contorno de Neumann ($\partial\phi/\partial n_y = 0$) aplicadas em todo o corpo de superfície S (i.e. corpo delgado é considerado como rígido) e equação (3) se reduz a

$$\phi(x) = \phi^I(x) - \int_S \phi(y) \frac{\partial G_k(x,y)}{\partial n_y} dS(y) \quad (5)$$

Cassot (1975) mostrou que o campo difratado devido a uma superfície aberta tem que ser interpretado como a difração devido a um corpo delgado de espessura ε muito pequena no limite. A superfície aberta Γ é então o limite da superfície fechada S quando a espessura tende a zero ($\varepsilon \rightarrow 0$). No limite, quando a espessura do corpo delgado tende a zero de modo que sua superfície S se torne uma superfície aberta Γ , um ponto ξ_1 num lado de S e um ponto ξ_2 no lado oposto de S convergem a um ponto único ξ na superfície aberta Γ e os vetores normais correspondentes n_1 e n_2 têm direções opostas.

Definindo uma direção única para o vetor normal em Γ e fazendo o limite da equação (5) quando $\varepsilon \rightarrow 0$ obtém-se a seguinte equação

$$\phi(x) = \phi'(x) - \int_{\Gamma} [\phi^+(x) - \phi^-(x)] \frac{\partial G_k(x, y)}{\partial n_y} d\Gamma(y) \quad (6)$$

onde $\phi^+(x)$ e $\phi^-(x)$ representam o valor do potencial acústico nos pontos dos lados Γ^+ e Γ^- da superfície aberta Γ , respectivamente. Neste caso Γ^+ é escolhido como o lado de Γ do qual o vetor normal n sai da superfície.

Se um ponto $x \in \Omega_e$ aproxima-se a um ponto $\xi \in \Gamma$, a partir da vizinhança de Γ^+ , com exceção dos pontos pertencentes aos cantos da superfície aberta, a equação (6) se torna

$$\phi^+(\xi) = \phi'(\xi) - \frac{1}{2} \Delta\phi(\xi) + \int_{\Gamma} \Delta\phi(y) \frac{\partial G_k(\xi, y)}{\partial n_y} d\Gamma(y) \quad (7)$$

para todo $\xi \in \Gamma$, onde $\Delta\phi(\xi) = \phi^+(\xi) - \phi^-(\xi)$.

Do mesmo modo, se um ponto $x \in \Omega_e$ aproxima-se de um ponto $\xi \in \Gamma$ a partir da vizinhança de Γ^- , a equação (6) torna-se

$$\phi^-(\xi) = \phi'(\xi) + \frac{1}{2} \Delta\phi(\xi) + \int_{\Gamma} \Delta\phi(y) \frac{\partial G_k(\xi, y)}{\partial n_y} d\Gamma(y) \quad (8)$$

para todo $\xi \in \Gamma$.

Nas expressões acima considerou-se as conhecidas propriedades de descontinuidade do potencial de camada dupla através da superfície. Sabe-se que tais relações são também válidas para uma superfície aberta exceto nos cantos.

As equações (7) e (8) não definem uma equação integral para a função densidade $\Delta\phi$ do potencial de camada dupla, uma vez que elas resultam na seguinte equação

$$\frac{1}{2} [\phi^+(\xi) + \phi^-(\xi)] = \phi'(\xi) - \int_{\Gamma} [\phi^+(y) - \phi^-(y)] \frac{\partial G_k(\xi, y)}{\partial n_y} d\Gamma(y) \quad (9)$$

Diferenciando a equação (6) com relação a direção do vetor normal no ponto $\xi \in \Gamma$ e tirando o limite quando um ponto $x \in \Omega_e$ tende a um ponto $\xi \in \Gamma$ resulta

$$\frac{\partial \phi'(\xi)}{\partial n_{\xi}} = \int_{\Gamma} \Delta\phi(y) \frac{\partial^2 G_k(\xi, y)}{\partial n_y \partial n_{\xi}} d\Gamma(y) \quad (10)$$

considerando que a derivada normal do potencial de camada dupla é contínuo através da superfície Γ . Tal propriedade é válida em todos os pontos da superfície Γ , exceto nos cantos (Muskhelishvili, 1946).

A equação (10) é uma equação integral de Fredholm de primeira espécie para a função densidade $\Delta\phi(y)$ cuja integral é *hipersingular*, o que exige uma maior atenção no seu cálculo numérico.

Vários métodos para reduzir a ordem da singularidade da integral na equação (10) podem ser encontrados na literatura. Uma possibilidade consiste na aplicação de técnicas de regularização capazes de reduzir a ordem da singularidade antes do cálculo numérico da integral, como, por exemplo, nos trabalhos (Meyer et al., 1978) e (Krishnasamy et al., 1990), entre outras. Entretanto, algumas destas técnicas são válidas apenas em superfícies fechadas não sendo portanto, aplicadas ao presente caso. Além disto, tais procedimentos normalmente resultam numa equação integral modificada o que exige uma maior complexidade na implementação computacional. É possível e computacionalmente mais eficiente calcular a integral hipersingular numericamente de forma direta empregando um algoritmo baseado no conceito de integração de partes finitas de Hadamard. Convém observar também que a integração analítica limita as aplicações de formulações envolvendo integrais hipersingulares à superfícies planas. Neste trabalho emprega-se um algoritmo mais geral em que elementos de ordem superior podem ser empregados na análise de superfícies curvas abertas ou fechadas.

A definição da integral de partes finitas é dada pelo limite (Hadamard, 1952)

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{(\Gamma - e_\epsilon) + \Gamma_\epsilon} \frac{\partial^2 G_k(\xi, y)}{\partial n_y \partial n_\xi} \phi(y) d\Gamma(y) \tag{11}$$

onde $\xi \in e_\epsilon \in \Gamma$. Na definição deste limite, Γ_ϵ corresponde a superfície de uma esfera de raio ϵ em volta do ponto $\xi \in \Gamma$ e e_ϵ a porção de Γ por dentro desta esfera.

Considerando $\delta\Gamma$ como a subregião de Γ contendo e_ϵ , a integral hipersingular é calculada, no sentido da parte finita de Hadamard, da seguinte forma, após o mapeamento

$$\int_{\Gamma} \Delta\phi(y) \frac{\partial^2 G_k(\xi, y)}{\partial n_y \partial n_\xi} d\Gamma(y) = \int_{(\Gamma - \delta\Gamma)} \Delta\phi(y) \frac{\partial^2 G_k(\xi, y)}{\partial n_y \partial n_\xi} d\Gamma(y) + \tag{12}$$

$$\Delta\phi' \left\{ \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho(\theta)} \left[F(\rho, \theta) - \left(\frac{f_{-2}(\theta)}{\rho^2} + \frac{f_{-1}(\theta)}{\rho} \right) \right] d\rho d\theta + \right.$$

$$\left. \int_0^{2\pi} f_{-1}(\theta) \ln \left| \frac{\rho(\theta)}{\beta(\theta)} \right| d\theta - \int_0^{2\pi} f_{-2}(\theta) \left[\frac{\gamma(\theta)}{\beta^2(\theta)} - \frac{1}{\rho(\theta)} \right] d\theta \right\}$$

onde todas as integrais envolvidas estão em coordenadas polares definidas no plano local, permitindo o emprego da quadratura de Gauss. Observar que a representação da função densidade da integral hipersingular deve satisfazer as condições de continuidade exigidas para sua definição (Rêgo Silva, 1994).

O integrando $F(\rho, \theta)$ é dado pela expressão

$$F(\rho, \theta) = \frac{\partial^2 G_k(\xi, y)}{\partial n_y \partial n_\xi} \Phi^j(\eta) J(\eta) \rho \tag{13}$$

onde Φ é a função de interpolação, J é o jacobiano do mapeamento e $\rho = \rho(\theta)$ define a equação do contorno externo do elemento fonte. A parte singular da função $F(\rho, \theta)$, que também corresponde a parte mais singular da solução fundamental de Laplace, é dada por

$$f(\rho, \theta) = \frac{n_i(\xi)n_i(\eta)}{4\pi r^3(\xi, \eta)} \Phi^j(\eta) J(\eta) \rho \tag{14}$$

em termos do novo sistema local de coordenadas polares (ρ, θ) .

Na expressão (12) as funções $f(\rho, \theta)$ e $\rho = \alpha(\varepsilon, \theta)$ são expandidas em suas correspondentes séries de Taylor para valores pequenos de ρ na forma

$$f(\rho, \theta) = \frac{f_{-2}(\theta)}{\rho^2} + \frac{f_{-1}(\theta)}{\rho} + O(1) \tag{15}$$

$$\rho = \alpha(\varepsilon, \theta) = \varepsilon\beta(\theta) + \varepsilon^2\gamma(\theta) + O(\varepsilon^3) \tag{16}$$

As expressões para as expansões acima citadas e maiores detalhes da implementação computacional podem ser obtidos em (Rêgo Silva, 1994).

RESULTADOS NUMÉRICOS

Disco circular

Este primeiro exemplo consiste de uma onda plana incidindo normalmente sobre um disco circular delgado de raio a , na direção oposta ao vetor normal \mathbf{n} (figura 1). A malha empregada é composta de oito elementos quadráticos descontínuos, dois triangulares e seis quadrilaterais, correspondendo a 66 nós. Devido a simetria do problema somente um quarto do disco precisa ser discretizado (figura 2).

A figura 3 mostra a amplitude do potencial acústico total em função da distancia ao centro do disco (r/a) para diferentes valores de número de onda. Os valores do lado Γ^+ estão plotados na parte superior do gráfico e aqueles do lado Γ^- na parte inferior. Os resultados numéricos concordam com aqueles publicados em Leitner, 1949.

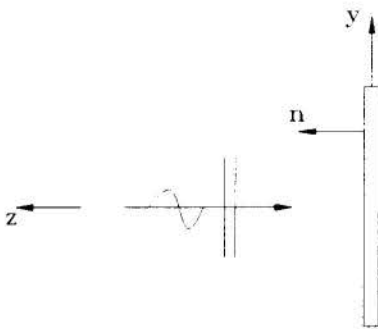


Figura 1: Onda incidente.

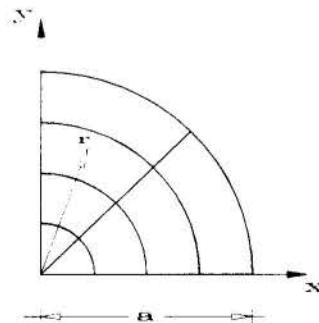


Figura 2: Malha de elementos de contorno.

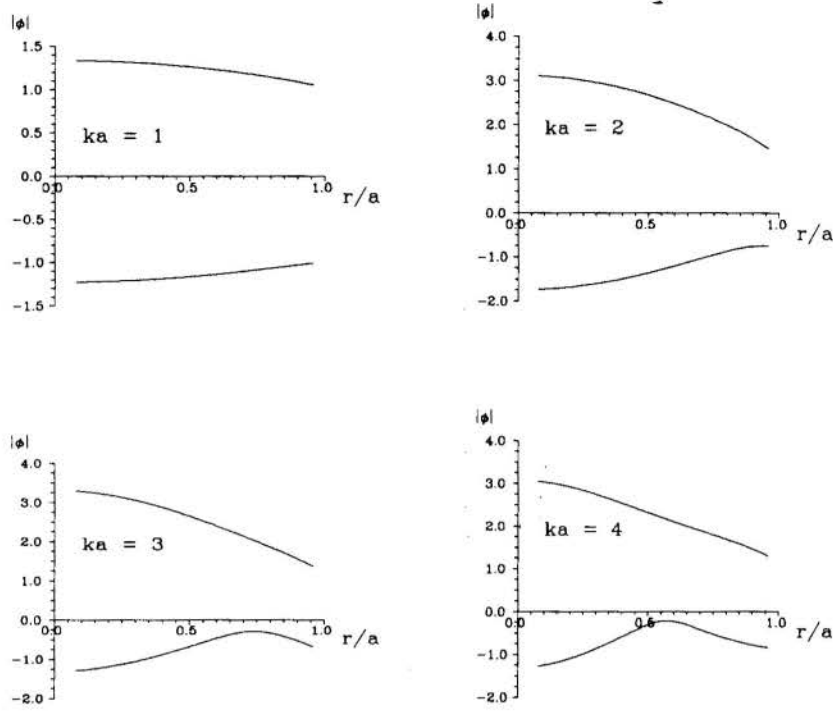


Figura 3: Amplitude do potencial acústico total na superfície.

Calota esférica

Neste exemplo considera-se uma onda plana incidindo sobre uma calota esférica com raio a , ao longo do eixo z . Dois diferentes casos são analisados: a onda plana se aproxima do obstáculo a partir de $-\infty$ (outgoing wave, e^{-ikz}) e $+\infty$ (incoming wave, e^{+ikz}), como mostrado nas figuras 4 e 5.

Em ambos os casos a malha adotada consiste de oito elementos quadráticos descontínuos, dois triangulares e seis quadrilaterais, correspondendo a 66 nós. Como no exemplo anterior, devido a simetria do problema somente um quarto da superfície precisa ser discretizada.

As figuras 6 e 7 mostram a amplitude do potencial acústico total ao longo do eixo z para diferentes valores de número de onda, para os dois casos respectivamente, *outgoing* e *incoming waves*.

Pode-se observar que nos dois casos a amplitude total na frente do obstáculo oscila em torno do valor unitário decaindo para este valor a medida que se afasta do obstáculo. Esta oscilação é devido a interação entre as ondas incidente e refletida. Atrás do obstáculo a amplitude total tende ao valor incidente constante numa forma monotônica devido a regularidade da onda difratada. Um comportamento similar foi previamente observado por Filippi (1977) e Terai (1980) para o caso de um obstáculo plano. Observa-se também que a frequência longitudinal da oscilação na frente do obstáculo aumenta com o número de onda da onda incidente como esperado. Nos dois casos a amplitude total máxima ocorre dentro da calota. No caso da *outgoing wave* este máximo é devido a interação dentro da calota entre a onda incidente e a sua reflexão. Por outro lado, no caso da *incoming wave*, o máximo é consequência da interação entre a onda difratada e sua reflexão dentro da calota.

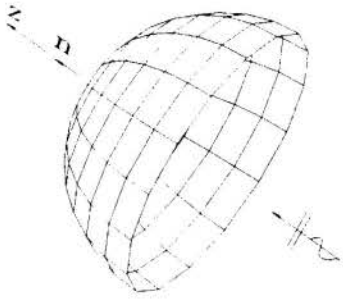


Figura 4: *Outgoing wave*

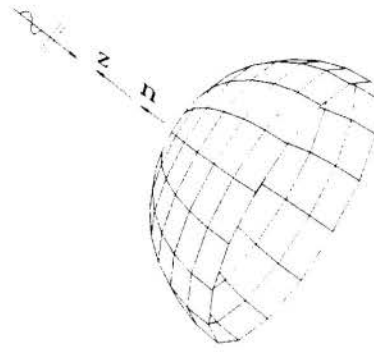


Figura 5: *Incoming wave*

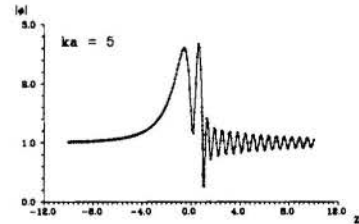
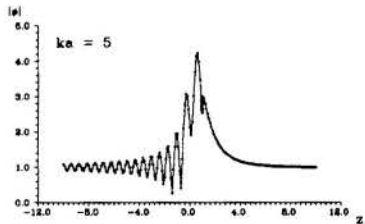
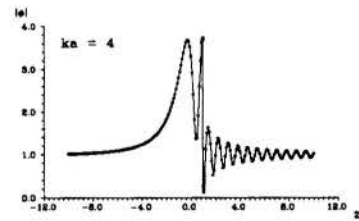
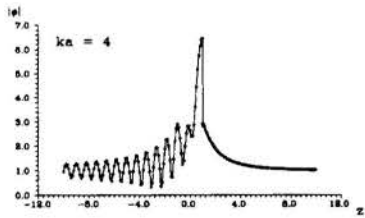
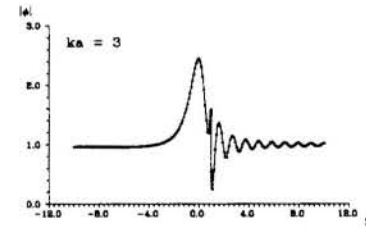
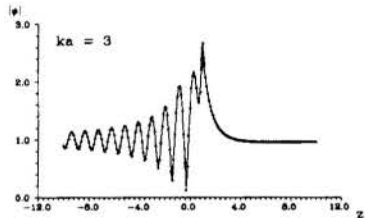
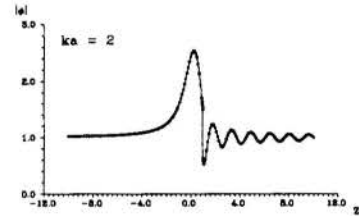
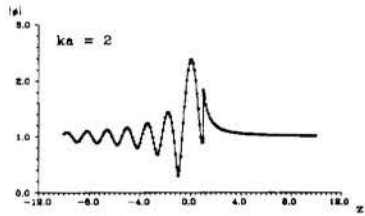
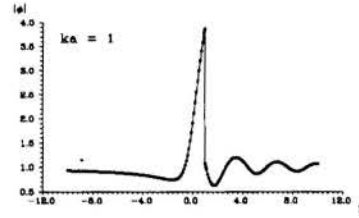
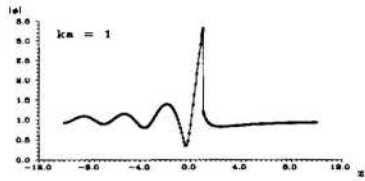


Figura 6: $|\phi|$ ao longo de z . *Outgoing wave*. Figura 7: $|\phi|$ ao longo de z . *Incoming wave*.

CONCLUSÃO

O emprego de integrais hipersingulares amplia ainda mais o universo de aplicações de métodos de elementos de contorno. A formulação apresentada possibilita a modelagem de corpos delgados curvos empregando um algoritmo eficiente baseado no conceito de integração de partes finitas. Nas malhas adotadas nos exemplos optou-se pelo emprego de elementos descontínuos para atender as condições de canto da superfície aberta e satisfazer as condições de suavidade exigidas para a função densidade da integral hipersingular.

REFERÊNCIAS

- CASSOT, F. Contribution à l'Etude de la Diffraction par un Écran Mince, *Acoustica*, vol. 34, pp. 64-71, 1975.
- COLTON, D. & KRESS, R. *Integral Equation Methods in Scattering Theory*, Wiley-Interscience, New York, 1983.
- FILLIPI, P.J.T. Layer Potentials and Acoustic Diffraction, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 54(4), pp. 473-500, 1977.
- GIUGGIANI, M., KRISHNASAMY, G., RUDOLPHI, T.J. & RIZZO, F.J. A General Algorithm for the Numerical Solution of Hypersingular Boundary Integral Equations, *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 59, pp. 604-614, 1992.
- HADAMARD. J. *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Defferential Equations*, Dover, New York, 1952.
- KRISHNASAMY, G., SCHMERR, L.W., RUDOLPHI, T.J. & RIZZO, F.J. Hypersingular Boundary Integral Equations: Some Applications in Acoustic and Elastic Wave Scattering, *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 57, pp. 404-414, 1990.
- KRISTIENSEN, U.R. & JOHANSEN, T.F. The horn loudspeaker as a screen-diffraction problem, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 133(3), pp. 449-456, 1988.
- LEITNER, A. Diffraction of Sound by Circular Disks, *Journal of Acoustic Society of America*, vol. 21(4), pp. 331-334, 1949.
- MEYER, W.L., BELL, W.A., ZINN, B.T. & STALLYBRASS, M.P. Boundary Integral Solutions of Three-Dimensional Acoustic Radiation Problems, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 59(2), pp. 245-262, 1978.
- MUSKEHELISHVILI, N.I. *Singular Integral Equations*, P. Noordhoff, Groningen, Holand, 1946.
- RÊGO SILVA, J.J. *Acoustic and Elastic Wave Scattering using Boundary Elements*, Computational Mechanics Publications, Southampton (UK) and Boston (USA), 1994.
- TERAI, T. On Calculation of Sound Fields Around Three Dimensional Objects by Integral Equation Methods, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 69(1), pp. 71-100, 1980.

AGRADECIMENTO

O primeiro autor gostaria de agradecer a Fundação de Apoio a Ciência e Ensino do Estado de Pernambuco (FACEPE).



PAPER CODE: COB1193

**PROPAGAÇÃO DO SOM EM LÂMINAS DE ÁGUAS RASAS POR
ACÚSTICA DE RAIOS / SOUND TRANSMISSION IN SHALLOW
WATERS BY RAY ACOUSTICS**

RICARDO VITTOY¹, ARCANJO LENZI¹

*1 - Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) Depto de Engenharia Mecânica, UFSC
cp. 476 - CEP 88040-900 -tel. 048 234 0689 - fax 048-234 1519 - Florianópolis - SC
email: arcanjo@emc.ufsc.br*

Abstract

Due to its vast territorial extension, with extense coast and large hidrographic basins, Brazil still has many unexplored natural resources. The development of SONAR systems would certainly be helpful for underwater mining purposes and to the fishing industry. This work deals with sound propagation analysis in shallow water by Ray Acustics models. The effects of bottom irregularities on the sound propagation are analyzed.

Keywords

Acústica de Raios, Águas Rasas, Propagação do Som
Ray Acoustics, Shallow Waters, Sound Propagation

1. INTRODUÇÃO

Por ser um país de vasta costa oceânica e de grande extensão territorial, com grandes bacias hidrográficas, o Brasil possui ainda grandes e inexploradas reservas naturais, cuja exploração é muito beneficiada pelo uso de adequados sistemas de SONAR. Estima-se que o Brasil aproveita em torno de 10% apenas, do potencial de pescados disponível em nosso mar territorial. A pesca nos rios das regiões amazônica e centro-oeste é ainda artesanal e, muitas vezes, predatória. A mineração submarina encontra-se, ainda, em estágios incipientes no Brasil, podendo proporcionar, no futuro, uma excelente fonte de recursos naturais. A maior partes das nossas reservas de petróleo encontra-se na costa brasileira, sendo que grandes poços estão localizados em águas profundas (acima de 1000m).

Todos estes fatos citados representam fortes motivos para o desenvolvimento de sistemas de SONAR, que possibilitam obter informações sobre cardumes e sobre a camada de sedimentos no oceano. Um parâmetro básico presente na Equação do SONAR é a perda de transmissão do som ao propagar-se no meio submarino.

Dentre os modelos usados para a análise da perda de transmissão do som, destaca-se o baseado em Acústica de Raios que é bastante popular devido à rapidez de determinação dos níveis de pressão com a distância a partir da fonte.

Tendo em vista o recente interesse no país por pesquisas nesta área de Acústica Submarina, iniciou-se o desenvolvimento de um modelo de análise da propagação submarina, em águas rasas, baseado em Acústica de Raios. Os algoritmos foram todos desenvolvidos e

implementados em linguagem de programação C++, aproveitando a alta velocidade de processamento que proporciona. Este trabalho apresenta as características principais e alguns resultados para diversas geometrias do fundo do oceano.

2. CARACTERÍSTICAS DO MEIO OCEÂNICO

Os valores de temperatura, salinidade e densidade estão em constante variação em cada ponto do oceano, principalmente nas regiões próximas da superfície e de desembocadura de rios.

Próximo da superfície as variações tornam-se significativas em curtos intervalos de tempo, da ordem de segundos, devido à grande turbulência nesta região. Para maiores profundidades, as variações ocorrem mais lentamente, em intervalos que passam a ser da ordem de horas, dias ou até mesmo de anos (Kibblewhitw, 1989;.Clay e Medwin, 1977; Urick, 1983).

A velocidade do som aumenta com a profundidade devido ao aumento da pressão hidrostática, e diminui rapidamente com a profundidade, próximo da superfície, devido a variação rápida da temperatura. Este perfil favorece a propagação do som gerado por uma fonte na região de menor velocidade e com pequeno ângulo de ataque (direção de propagação das ondas sonoras em relação a horizontal). Desta forma a energia sonora propaga-se a grandes distâncias, com pequenas atenuações, pelo fato de sofrer poucas reflexões com o fundo do oceano.

3. ALGORITMO COMPUTACIONAL

O programa de cálculo do campo sonoro foi dividido em módulos de acordo com os parâmetros que servem como dados de entrada e de resultados. Os módulos principais serão descritos a seguir.

3.1 Perfil Da Velocidade Do Som

No cálculo do traçado dos raios, um dos principais parâmetros, se não o principal, é o perfil da velocidade do som. Os cálculos das direções dos raios e das intensidades em cada nova posição dependem fundamentalmente de valores precisos do perfil de velocidade. Neste programa foi considerado o meio submarino como sendo composto por várias camadas, sendo que a velocidade do som varia linearmente em cada camada. O perfil de velocidade torna-se, assim, contínuo e consegue representar com suficiente precisão as situações reais (Mackenzie, 1981).

3.2 Ruído Ambiente

Devido a diversidade de seres vivos e de fenômenos físicos, o meio oceânico torna-se provido de inúmeras fontes sonoras, de espectros e intensidades diferentes, as quais formam o ruído de fundo. Segundo Urick (1983), a faixa de frequência deste ruído estende-se de 1Hz a 100kHz. Como forma de simplificar o modelo adotou-se um nível médio e constante com a frequência, de 40 dB (Knudsen *et al*,1948).

3.3 Fundo Oceânico

O fundo do oceano possui características físicas e químicas que contribuem de forma bastante significativa para a reflexão e absorção da energia das ondas que nele incidem.

A velocidade de propagação do som na camada de sedimento depende, entre outros fatores, da densidade, porosidade, impedância e grande saturação do sedimento (Kibblewhitw,1989). A espessura da camada de sedimento é variável, podendo atingir várias dezenas de metros, abaixo da qual encontram-se camadas de rocha. Será considerado, para efeitos de modelo, como tendo espessura infinita, não ocorrendo reflexões de ondas que nele se propagam.

A geometria do fundo é também variável. Serão analisadas geometrias do tipo inclinado, declinado e rampas, com o objetivo de determinar a influência desta variável.

3.4 Formulação Das Equações Do Traçado De Raios

Considere inicialmente um único raio representando a trajetória de propagação da frente de uma onda, em um meio contínuo, com velocidade de propagação do som variável com a profundidade. Em um ponto $P(x,y)$ marcado ao longo da trajetória, o raio de curvatura é R , e o gradiente da velocidade do som é representado por g_R , fazendo um ângulo w entre g_R e o prolongamento do raio (Frisk, 1994). Veja a Figura 1, abaixo. A velocidade do som no ponto P é C .

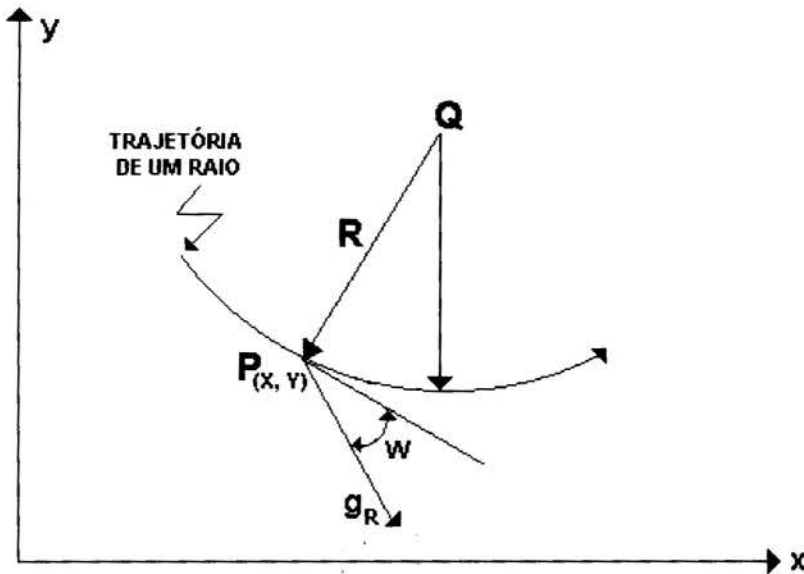


Figura 1: Representação da trajetória de um raio

O raio de curvatura R pode ser expresso por

$$R = \frac{C}{g_R \cdot \text{sen}\theta} \quad (1)$$

A Figura 2 mostra um segmento do raio, tendo comprimento ΔS . Os pontos extremos do arco são representados por $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$. O ângulo θ representa a inclinação do raio em relação a vertical.

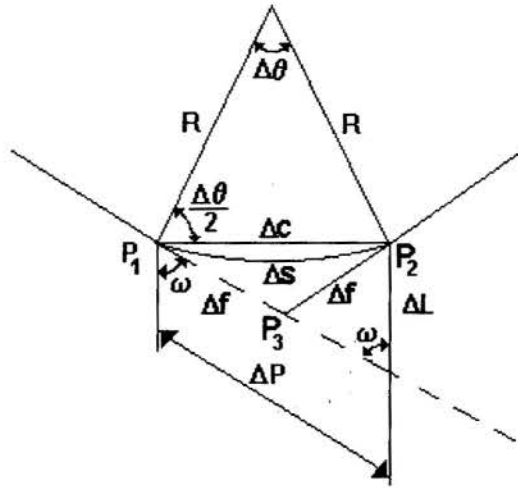


Figura 2: Representação geométrica do incremento de distância no traçado do raio

A distância Δf , indicada na figura é calculada por

$$\Delta f = \frac{\Delta C}{2 \cos(\Delta\theta/2)} \quad (2)$$

e as coordenadas dos pontos $P_2(x_2, y_2)$ e $P_3(x_3, y_3)$ são dadas por

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + \Delta p \cos \alpha_1 - \Delta l \cos \alpha_2 \\ y_2 &= y_1 + \Delta p \cos \beta_1 - \Delta l \cos \beta_2 \\ x_3 &= x_1 + \Delta f \cos \alpha_1 \\ y_3 &= y_1 + \Delta f \cos \beta_1 \end{aligned} \quad (3)$$

A nova direção do raio é dada por

$$\begin{aligned} \cos \alpha_1 &= \frac{(x_2 - x_3)}{\Delta f} \\ \cos \beta_1 &= \frac{(y_2 - y_3)}{\Delta f} \end{aligned} \quad (4)$$

O tempo gasto $\Delta T = T_2 - T_1$ para a onda percorrer a distância ΔS entre os pontos 1 e 2, é dado por:

$$\Delta T = \frac{\Delta S}{C} \quad (5)$$

sendo C , a velocidade média entre os pontos 1 e 2, obtidas através do perfil de velocidade.

Os ângulos α_1 , α_2 , β_1 e β_2 são determinados em função dos gradientes da velocidade do som g_x e g_y , calculados nos pontos 1 e 2.

3.5 INTENSIDADE SONORA DOS RAIOS

O objetivo principal no desenvolvimento deste programa computacional consiste em determinar o campo de pressão sonora ao longo da profundidade da lâmina e ao longo de várias dezenas de quilômetros, contados a partir da fonte sonora.

A análise do campo sonoro resulta da superposição de um grande número de raios, originados de cada segmento (ângulo sólido) resultante da discretização da superfície da fonte sonora.

A Figura 3 mostra a variação da magnitude da intensidade de cada raio com a distância de propagação. Nesta figura é mostrado um raio que é emitido da fonte com ângulo inicial θ_1 e variação angular $\Delta\theta$. Considera-se que a irradiação seja simétrica em relação ao eixo vertical, passando pela fonte sonora. Cada ponto do campo, portanto, pode ser localizado por um sistema de coordenadas cilíndricas. Será também considerado que não hajam variações com o ângulo θ . Desta forma, o problema resume-se a duas dimensões, sendo as análises feitas no plano (R, Z), onde R representa a distância da fonte, na direção horizontal (alcance) e Z, a profundidade.

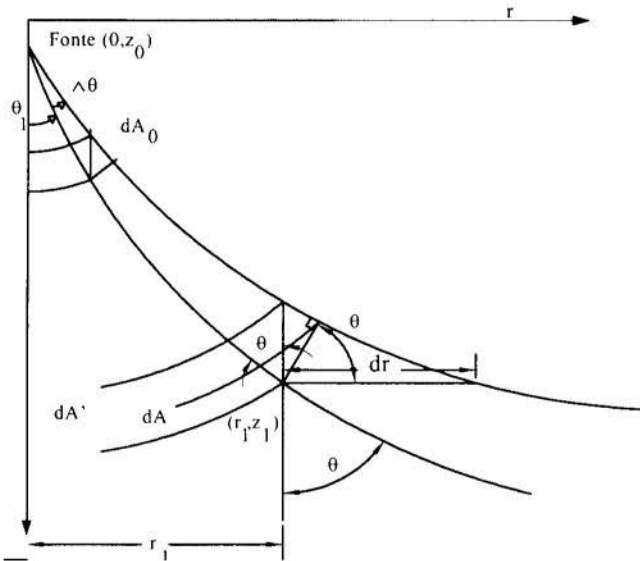


Figura 3: Geometria para o cálculo da intensidade acústica

A uma distância unitária da fonte ($R_0=1$) a área usada pelo raio para a sua propagação é dada por

$$dA_0 = 2\pi \sin\theta_1 d\theta \quad (6)$$

A intensidade de cada raio varia com a distância, de forma inversamente proporcional à variação da área (seção transversal) de propagação. Em qualquer ponto do campo a intensidade I , pode ser calculada em função da intensidade de referência I_0 (calculada a 1m da fonte), através da expressão

$$\frac{I}{I_0} = \frac{\text{sen}\theta_i}{R \cos\left(\frac{\partial R}{\partial \theta_i}\right)} \quad (7)$$

O termo $1/R$ indica uma variação da intensidade com a distância, do tipo cilíndrica.

4. VALIDAÇÃO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

Para efeitos de validação do programa os resultados foram comparados aos produzidos por um modelo analítico, desenvolvido considerando um fundo plano e inclinado, fazendo um ângulo β com a horizontal. Considera-se que a fonte esteja localizada a uma distância R_0 , contada a partir do vértice da lâmina de água (que possui formato de cunha). A formulação usada para a verificação dos resultados foi desenvolvida por Buckingham(1990).

O conjunto de variáveis consideradas pelo programa são: número de pontos nas direções horizontal e vertical usado para mapear o campo sonoro na lâmina de água; alcance máximo; condição de reflexão no fundo; posição da fonte; geometria do fundo; perfil da velocidade do som; faixa e variação angular para definição da quantidade de raios emitidos pela fonte (Jensen e Ferla, 1990).

5. RESULTADOS E CONCLUSÕES

A Figura 4 mostra uma comparação entre os valores de Perda de Transmissão (dB) calculados pelo programa e analiticamente, indicando uma concordância razoavelmente boa entre os resultados. Observa-se que os valores calculados pelo programa, para uma lâmina de espessura uniformemente variável, representam a tendência média dos valores preditos analiticamente. Nestes cálculos, foram usados 180 raios, cada um correspondendo à irradiação efetuada por segmentos da fonte proporcionados por ângulos de 1° .

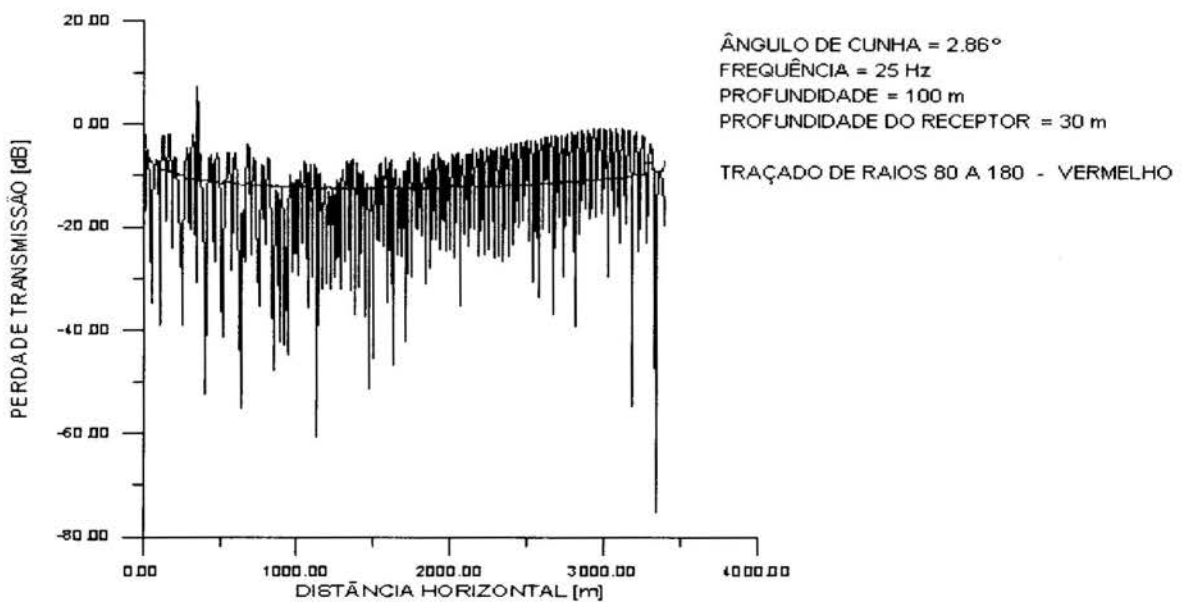


Figura 4: Comportamento da perda de transmissão através da solução analítica e acústica de raios.

A quantidade de pontos usados nas direções horizontal e vertical aumenta sensivelmente o tempo de processamento, conforme esperado. Como o objetivo principal deste programa é analisar a perda de transmissão do som, isto pode ser determinado calculando-se os valores da pressão ao longo de uma linha, de profundidade constante.

Entretanto, deve-se analisar o mapeamento da pressão sonora em todo o campo formado devido às regiões de “sombra”, nas quais o nível de pressão é drasticamente reduzido.

Para análises do campo a grandes distâncias da fonte, apenas os raios irradiados numa faixa angular de 20° , aproximadamente, em torno da direção horizontal, conseguem manter uma intensidade sonora considerável. Os raios irradiados fora desta faixa angular sofrem sucessivas reflexões no fundo, sendo rapidamente atenuados devido à alta absorção da camada de sedimentos depositados no fundo.

Os efeitos da variação da profundidade da fonte, podem ser vistos através da Figura 5. Observa-se que a variação em função da posição da fonte, dos níveis máximos, que expressam a perda de transmissão, é quase imperceptível. Isto indica que a Perda de Transmissão é fortemente representada pelas características do meio e pouco influenciada pela posição (profundidade) da fonte.

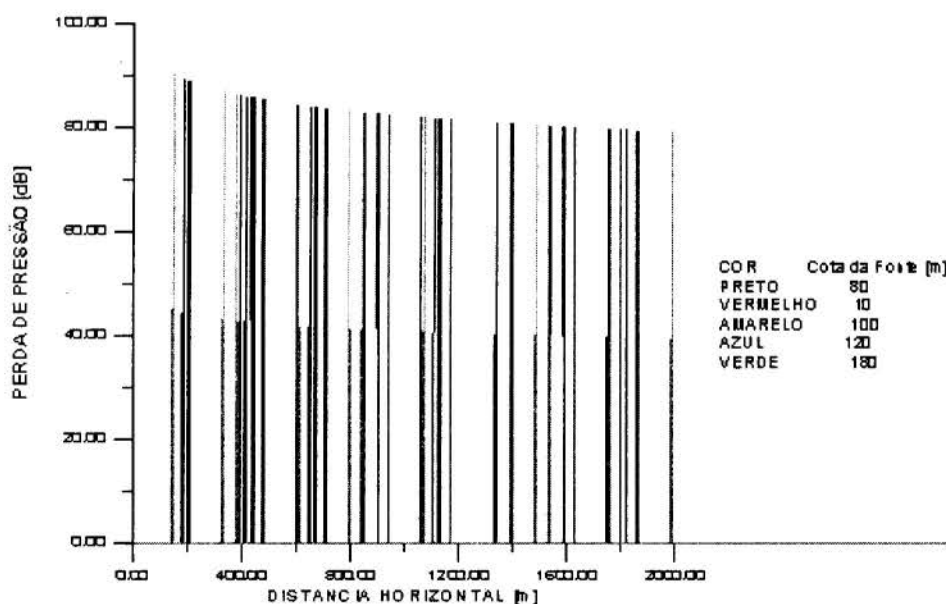


Figura 5: Comportamento do campo sonoro em função do posicionamento da fonte

Resultados obtidos para lâminas de água de espessura uniformemente variável, e para a propagação nas direções ascendentes e descendentes, mostram boa concordância com os produzidos por formulações analíticas.

As características de absorção e de reflexão do fundo interferem de forma bastante significativa nos resultados da perda de transmissão, conforme mostram as Figuras (6 a,b).

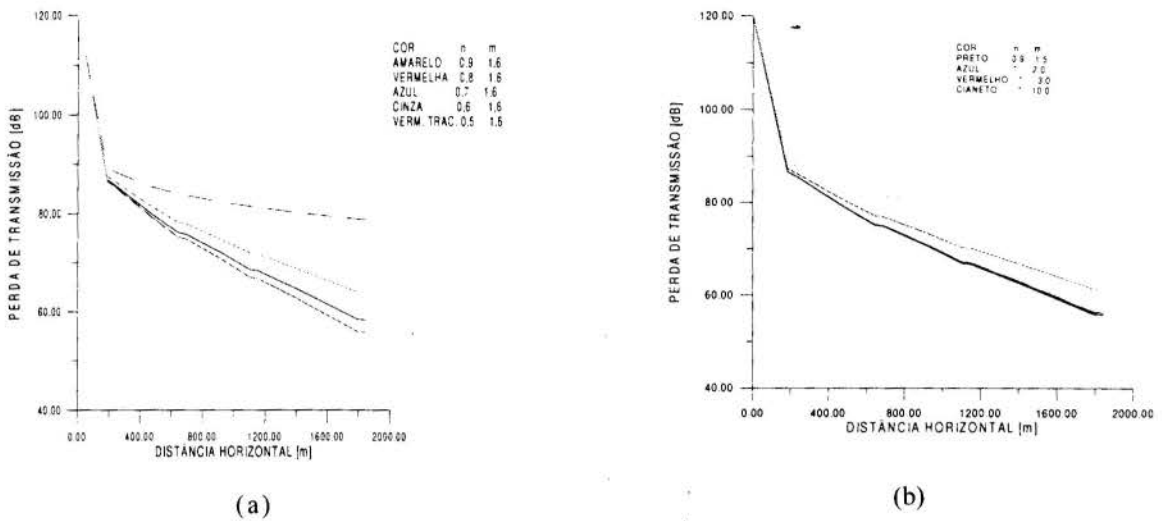


Figura 6: Curvas de perda de transmissão em função das variáveis $n(c_1 / c_2)$ e $m(\rho_2 / \rho_1)$.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BUCKINGHAM, MICHAEL J.: An analytical solutions for benchmark problem 1: The ideal wedge, J. Acoust. Soc. Am. 87(4), abril 1990.

CLAY, C. S., and MEDWIN, H.: Acoustical Oceanography: Principles and Applications. John Wiley & Sons, New York, 1977.

FRISK, GEORGE V.: Ocean and seabed acoustics: a theory of wave propagation, Prentice Hall, Inc, New Jersey, 1994.

JESEN, F. B. AND FERLA, C. M.: Numerical Solutions of range dependent benchmark problems in ocean acoustics, J. Acoust. Soc. Am. 87, 1990.

KIBBLEWHITW, ALICK C.: Attenuation of sound in marine sediments: A review with emphasis on new low-frequency data. J. Acoust. Soc. Am. 86(2), 716-738 (1989).

KNUDSEN, V. O., ALFORD, R. S. AND EMLING, J. W.: Underwater ambient noise, Journal Mar. Res. 7: 410 (1948).

MACKENZIE, K. V.: Equation for sound speed in the oceans, J. Acoust. Soc. Am. 70, 1981.

MACKENZIE, K. V.: Discussion of sea water sound speed determinations, J. Acoust. Soc. Am. 70(3), 1981.

URICK, ROBERT J.: Principles of underwater sound. McGraw-Hill Book Company, New York, 1983.

WESTWOOD, EVAN K.: Ray model solutions to the benchmark wedge problems, J. Acoust. Soc. Am. 87(4), 1990.



PAPER CODE: COB1192

INFLUÊNCIA DA COMPOSIÇÃO DO TRÁFEGO SOBRE O RUÍDO GERADO POR RODOVIAS BRASILEIRAS TÍPICAS / COMPOSITION EFFECTS ON THE TRAFFIC NOISE OF TYPICAL BRAZILIAN ROADS

ARCANJO LENZI¹ e JOEL M. ALVES FILHO²

1 - Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) Depto de Engenharia Mecânica, UFSC cp. 476
CEP 88040-900 -tel. 048 234 0689 - fax 048-234 1519 - Florianópolis - SC e-mail: arcanjo@emc.ufsc.br

2 - Departamento de Engenharia Mecânica e Produção

Universidade Estadual do Maranhão - UEMA - CEP 65.055-390 - São Luis - MA - Brasil.

Abstract

This work deals with a road traffic noise investigation at Florianópolis (SC, Brazil). Seeking to determine the relationship between L_{10} and L_{eq} levels and traffic composition and volume flow. L_{10} prediction equation obtained from 149 measurements is compared to equations based on similar works made in other countries. A Statistical analysis indicated good correlation ($r = 0.61$) for L_{10} predictions and a satisfactory correlation ($r = 0.49$) for L_{eq} predictions.

Keywords

Ruido de Tráfego, Composição do Tráfego. Road Traffic Noise, Traffic Composition

1. INTRODUÇÃO

O ruído de tráfego é classificado como um dos tipos mais agressivos de poluição sonora, e que se destaca sobremaneira em relação aos demais, como por exemplo, ruído comunitário, industrial, aéreo, entre outros.

Um levantamento realizado por Fidel (1978) nos Estados Unidos, demonstrou que 46% da população pesquisada manifestou-se incomodada pelo ruído urbano, sendo que 86% destes indicavam o ruído de tráfego como a maior causa do incômodo.

Uma investigação sobre ruído em comunidade realizada na cidade de Londres (Burns, 1971), apontou também o ruído de tráfego rodoviário como o principal tipo de ruído que causa incômodo aos moradores. Das pessoas que se manifestaram incomodadas, 36% indicaram o ruído de tráfego, enquanto que as outras fontes de ruído, são: aeronaves (9%), trens (5%), indústria e construção (7%), vozes de crianças (9%), vozes de adultos (10%), rádio e TV (7%), sirenes e alarmes (3%) e animais (3%).

Priede (1971), descreve que o ruído de um veículo é gerado fundamentalmente pelos seguintes componentes: motor, sistema de transmissão, sistemas de admissão de ar e sistema de escapamento dos gases. A influência do motor atribui-se ao efeito da grande área do cilindro e, portanto, às forças causadas pelos gases sobre o pistão, que não são totalmente transferidas pela estrutura do motor; o efeito da carga, que se torna muito mais acentuado nos motores à gasolina; e o efeito da rotação, que por sua vez é muito mais acentuado nos motores diesel.

Burns (1973), afirma que os fatores mais importantes que contribuem para o aumento do ruído de tráfego, são: volume, composição e velocidade. O ruído de tráfego urbano, aumenta com o aumento do fluxo de até 1200 veic/h, aproximadamente. A partir deste valor, o aumento do volume causa pequeno acréscimo no nível de ruído. Para o tráfego rodoviário em autovias, o mesmo fenômeno ocorre quando o volume atinge 2500 veic/h.

Um grande número de estudos tem sido conduzidos por várias décadas em outros países, e os dados disponíveis na literatura técnica referem-se, portanto, às características dos veículos, ao estado de manutenção e à forma de condução praticadas em outros países.

Este trabalho tem como objetivo determinar algumas características do ruído de tráfego rodoviário nas rodovias brasileiras. Os resultados aqui apresentados, referem-se tão somente aos efeitos da composição e volume de tráfego sobre os níveis de ruído gerados.

2. ÍNDICES PRINCIPAIS DE AVALIAÇÃO SUBJETIVA DO RUÍDO DE T

Devido à sua grande variação temporal, o ruído de tráfego torna-se difícil de ser mensurado. A medição requer que seja considerado o ruído gerado por todos os veículos em uma via.

2.1 Níveis Percentuais Estatísticos - L_n

L_n representa o nível que é excedido em $N/100$ do tempo, sendo N um valor entre 0 e 100. Os níveis percentuais estatísticos são aplicados para uma flutuação contínua do nível sonoro. Segundo Schultz (1972), a verificação estatística mais frequentemente usada para os níveis percentuais, é feita através da curva de distribuição cumulativa que mostra o percentual do tempo que o nível de ruído excede o tempo do total de medição. Os vários índices adotados para avaliar os efeitos subjetivos de uma comunidade ao ruído fazem usos dos seguintes níveis percentuais de ruído: L_{10} , L_{90} .

2.2 Nível Sonoro Contínuo Equivalente - L_{eq}

O L_{eq} fornece uma boa medida do nível de exposição sonora, colocando mais ênfase sobre os altos níveis de ruído ocasionais, os quais podem ser bastantes perturbadores. Matematicamente o L_{eq} representa o nível de ruído contínuo, que num mesmo intervalo de tempo, contem a mesma energia do ruído flutuante, sendo dado para uma seqüência de N medições, pela expressão:

$$L_{eq} = 10 \log_{10} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 10^{L_i/10} \right] \quad (1)$$

onde L_i representa os valores instantâneos do nível de pressão sonora correspondentes a cada uma das N medições realizadas.

O tempo padrão dos níveis de ruído medidos num dado local, relacionam-se com o tipo de atividade correspondente e em particular, às variações do volume de tráfego (Q). Segundo Garcia & Faus (1991), a relação entre o volume de tráfego e o nível de pressão sonora é tão próxima que todos os esforços direcionados para estimar os níveis de ruído produzidos pelo tráfego, em vias urbanas, baseiam-se fundamentalmente no nível contínuo equivalente, sendo aproximado pela seguinte expressão empírica:

$$L_{eq} = 48.6 + 8.1 \log_{10} Q \quad (2)$$

sendo Q o fluxo de veículos por hora.

2.3 Nível de Poluição Sonora - L_{NP}

Robinson (1971), após anos de pesquisas, propôs o nível de poluição sonora, definido em função do nível equivalente de ruído e do desvio padrão:

$$L_{NP} = L_{eq} + 2.56\sigma \quad (3)$$

onde σ é o desvio padrão da flutuação do nível de ruído.

2.4 Índice de Ruído de Tráfego - TNI

Griffiths & Langdon (1968), observaram que a correlação entre o ruído e o incômodo torna-se maior se o ruído for caracterizado por um índice que enfatiza a diferença entre os valores estatísticos extremos L_{10} e L_{90} . O TNI, como uma combinação ponderada destes níveis, foi definido pelos autores como:

$$TNI = 4(L_{10} - L_{90}) + L_{90} - 30 \quad (4)$$

3. ESCOLHA DOS LOCAIS DE MEDIÇÃO

As características das vias de tráfego especialmente selecionadas para as medições dos níveis de ruído, possuem semelhanças, dentre elas, citam-se: retas, planas, asfaltadas, mão e contra-mão, sem redutores de velocidade (sinais luminosos, retornos, lombadas, etc), sem canteiro central, e de mesmas larguras. Três rodovias foram selecionadas para execução das medições, que foram: SC-401 (km 5), possuindo uma extensão reta de aproximadamente 800m e largura de 10m e tendo o tráfego, nesta rodovia, em média, de 25% a 30% de veículos pesados; SC-404 (km 2), cujo trecho escolhido possui uma extensão plana e reta de aproximadamente 300 m e largura de 10 m, cuja composição do tráfego é formada na sua maioria por veículos leves, mantendo em média 5% a 10% de veículos pesados; e BR-101 (Palhoça), onde a composição apresentou-se muito mais acentuada em relações às anteriores, possuindo em média 35% a 45% de veículos pesados, cujo trecho selecionado, possui uma extensão plana e reta de 500 m aproximadamente e largura de 10 m. Um total de 50 medições foi executada em cada um dos locais. Todas as medições foram realizadas em dias úteis, em que as condições meteorológicas apresentavam-se boas.

4. PROCEDIMENTOS DAS MEDIÇÕES

Um microfone foi colocado a 10 m das margens das rodovias, montado num tripé a uma altura de 1.2 m do nível destas, conectado a um gravador por intermédio de um pré-amplificador. Foram realizadas 149 medições, por períodos de 5 min. Em cada local de medição das três rodovias, foram realizadas gravações diárias em três fitas. Os horários das gravações foram mantidos no período de 06:05h às 08:30h para todos os dias úteis de gravação.

Os sinais adquiridos no campo foram processados no laboratório, utilizando-se uma placa de aquisição de sinais, tipo interface MQI 12/8PCA. Os valores instantâneos do nível de pressão sonora, medida na escala de tempo "SLOW", foram amostrados em intervalos de 0,3 segundos. Os sinais foram processados individualmente para a obtenção das Curvas de Distribuição Cumulativa, plotadas em função do nível sonoro dB(A) e percentagem do tempo total de medição. Os níveis estatísticos L_{10} e L_{90} , foram lidos diretamente nos gráficos assim obtidos.

Durante cada período de medição, a contagem do volume de veículos leves e pesados era feita por duas pessoas, sendo este um método simples aplicado para se poder determinar o percentual de veículos pesados. A contagem resultou em um total de 10.456 veículos leves e 2.120 veículos pesados. Para a análise estatística dos dados, foi utilizado o software Statgraph 5.0. As Figuras 1 e 2, mostram os níveis de um dos sinais adquiridos na rodovia SC-401 no horário das 07:55h às 08:00h, e sua respectiva curva de distribuição acumulativa.

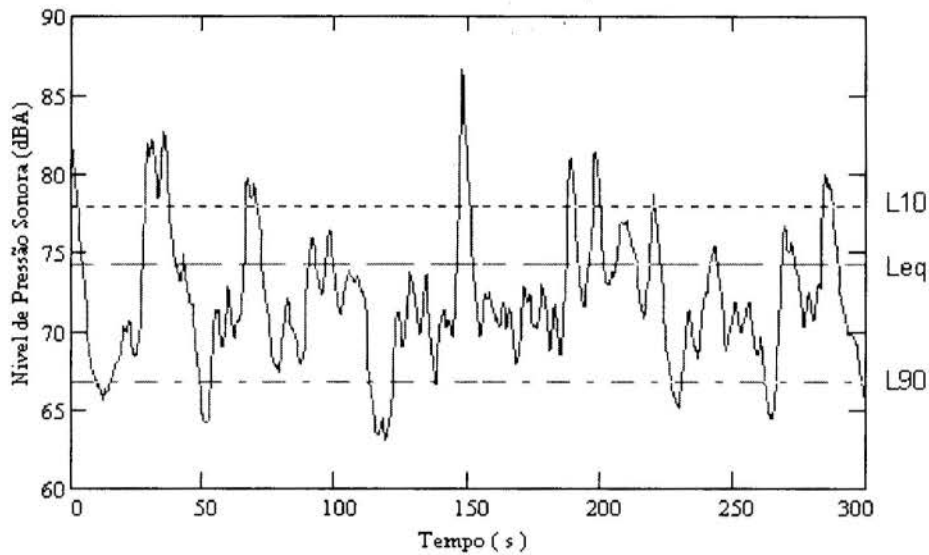


Figura 1 - Valores Instantâneos dos Níveis de Pressão Sonora (dB A), adquiridos em intervalos de 0.3s. Sinal adquirido na rodovia SC 401 (km 5) das 07:55h às 08:00h, contendo 109 veículos leves e 20 veículos pesados



Figura 2 - Curva de Distribuição Cumulativa para o sinal adquirido na SC 401 (Km 5) das 07:55h às 08:00h

Crompton & Gilbert (1985), em estudo realizado na Inglaterra, obtiveram a seguinte expressão para predição dos níveis L_{10} :

$$L_{10} = 51.5 + 10.52 \log_{10} Q(1 + 0.04H) - 5.74 \log_{10}(d_k + 0.5y) + 2.53 \log_{10} G \quad [\text{dBA}] \quad (5)$$

onde: Q, volume de tráfego nas duas direções (veic/h); H, percentual de veículos pesados; d_k , distância do ponto de observação à margem da via (ft); y, largura da via (de mão dupla) (ft); G, gradiente da via (%).

5. RESULTADOS OBTIDOS

Neste trabalho foi dada ênfase à influência da composição de tráfego sobre os níveis de ruído. Utilizaram-se relações matemáticas do tipo:

$$\begin{aligned} L_{10} & \times 10 \log_{10}(QP + AQL) & 0 \leq A \leq 1 & (6) \\ L_{eq} & \times 10 \log_{10}(QP + AQL) & 0 \leq A \leq 1 & (7) \end{aligned}$$

onde QP e QL representam os volumes de veículos pesados e leves, respectivamente, em veículos/hora.

O fator de ponderação para os veículos leves, A, variou de 0 a 1, tal que atribuindo-se valor de $A=0$, tem-se a influência somente dos veículos pesados sobre os níveis de ruído; e atribuindo-se valor $A=1$, tem-se a influência do volume total de veículos.

As retas de regressão linear de melhor ajuste foram verificadas empregando-se o método dos mínimos quadrados. A reta de regressão linear simples do tipo:

$$L = a + b l_k \quad (8)$$

onde $l_k = 10 \log_{10}(QP + AQL)$, foi utilizada para se estabelecer expressões matemáticas que descrevessem a melhor relação entre as variáveis(níveis de ruído e composição de tráfego) aplicando, então, o seguinte modelo

$$L = a + b 10 \log_{10}(QP + AQL) \quad (9)$$

em que as equações que melhor exprimem os valores dos níveis L_{10} e L_{eq} , são aquelas cujos valores de A, contribuíram para os maiores valores dos coeficientes de correlação.

Foram analisadas uma série de equações de regressão do tipo (9), envolvendo os vários valores de A. O objetivo constituiu em determinar qual valor, que proporcionava a melhor correlação entre os dados da composição de tráfego, para um fluxo movendo-se com velocidade média de 80 km/h.

5.1 Relações entre os Níveis de Ruído e a Composição de Tráfego para os 149 Pontos

a) Nível L_{10}

Ao se relacionar estatisticamente os níveis L_{10} e L_{eq} com a composição de tráfego, para os diversos valores atribuídos a A, observou-se pequena variação dos valores correspondentes dos coeficientes de correlação com os baixos valores de A, indicando que estes níveis, são fortemente influenciados pelo volume de veículos pesados.

A reta de melhor ajuste, mostrada na Figura 3, foi obtida para o valor de $A=0.03$, com coeficiente de correlação $r=0.61$. Observou-se, ainda, que a medida em que A aumentou de 0,1 para 1,0, houve um aumento na dispersão dos dados quando o percentual de veículos leves crescia e uma queda nos correspondentes coeficientes de correlação.

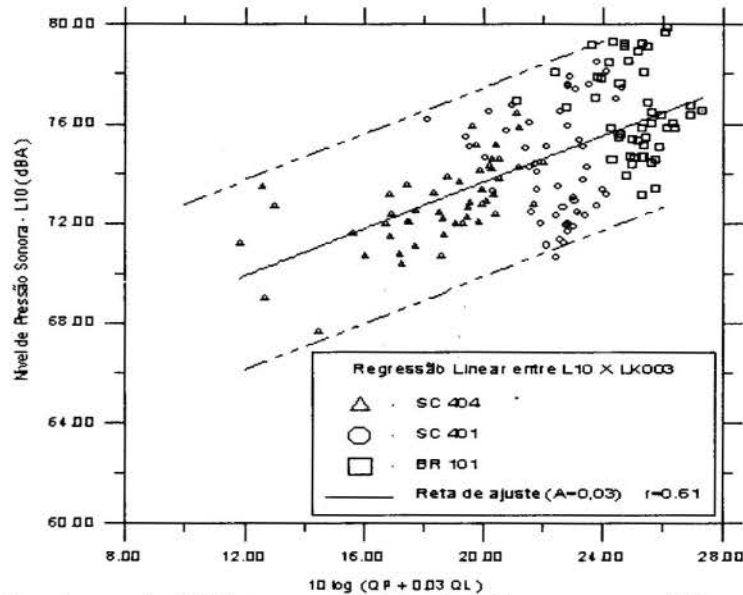


Figura 3 - Relação entre o nível L10 e a composição de tráfego para os 149 pontos, com $A=0.03$

b) Nível L_{eq}

A análise estatística atribuída às relações do nível L_{eq} à composição de tráfego são semelhantes a anterior. A reta de melhor ajuste, mostrada na Figura 4, foi obtida para o valor de $A=0.07$, com $r=0.49$. Observou-se que quando A aumentou de 0,1 para 1,0, semelhantemente ao nível L_{10} , os pontos se dispersam. Isto corresponde ao aumento da participação do número de veículos leves, o que causa uma diminuição do coeficiente de correlação.

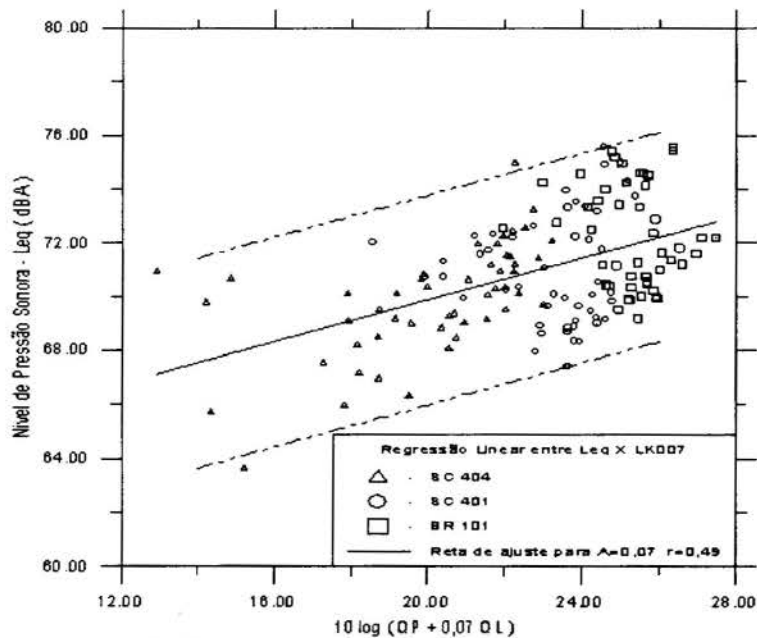


Figura 4 - Relação entre o nível L_{eq} e a composição de tráfego para os 149 pontos, com $A=0.07$

Estatisticamente, as correlações encontradas para os níveis L_{10} e L_{eq} , são classificadas como forte e média, respectivamente. Observando-se as Figuras 3 e 4, nota-se que para os intervalos de 95% de confiança, correspondentes a 2σ , os níveis encontram-se dentro ± 4 dB.

5.2. Relações entre o Coeficiente de Correlação e o Fator de Ponderação Dos Veículos Leves

As Figuras 5 e 6, mostram as relações entre os coeficientes de correlação e fatores de ponderação, podendo-se observar qual o melhor valor da correlação para os níveis L_{10} e L_{eq} .

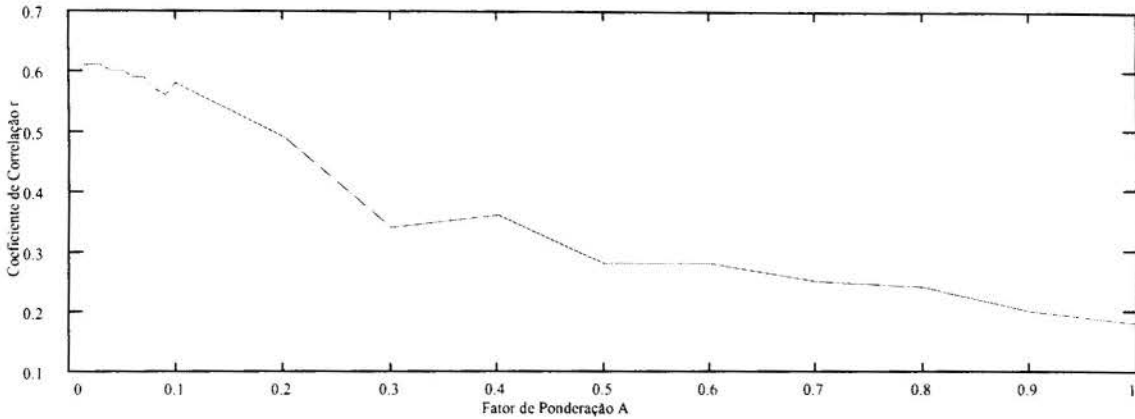


Figura 5 - Relação entre o coeficiente de correlação e fator de ponderação, considerando níveis L_{10}

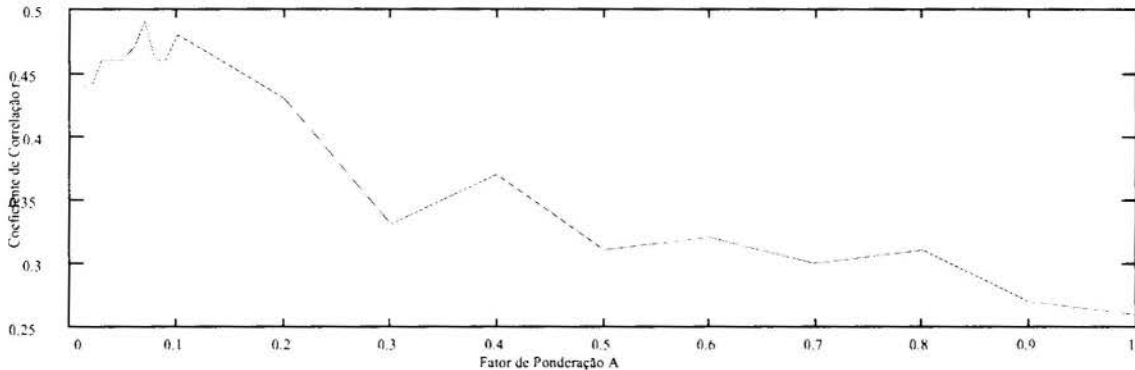


Figura 6 - Relação entre o coeficiente de correlação e fator de ponderação, considerando níveis L_{eq}

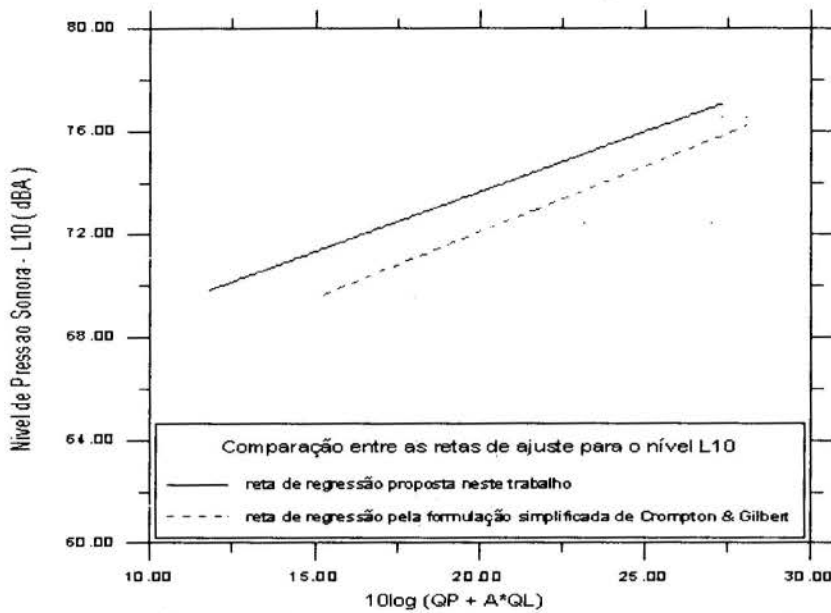
Notou-se uma elevada variação dos coeficientes de correlação quando para valores de $A \leq 0.2$, isto é, quando o percentual de veículos leves era pequeno, havendo, pois, predominância dos veículos pesados, significando que estes são os principais responsáveis pelos níveis L_{10} e L_{eq} .

Com base nos dados coletados durante esta pesquisa, foram obtidas expressões para predição dos níveis L_{10} e L_{eq} , ao se substituir os valores adquiridos da composição de tráfego e ao se atribuir valores a A, nas equações 7 e 8, respectivamente,

$$L_{10} = 64.29 + 4.67 \log_{10}(QP + 0.03QL) \quad [\text{dB(A)}], r = 0,61 \quad (10)$$

$$L_{eq} = 62.10 + 3.88 \log_{10}(QP + 0.07QL) \quad [\text{dB(A)}], r = 0,49 \quad (11)$$

A Figura 7, mostra a comparação da reta de regressão proposta neste trabalho, com a expressão da reta de regressão obtida pela formulação simplificada de Crompton e Gilbert.


 Figura 7 - Comparação entre as retas de regressão linear para L_{10}

Nota-se que a declividade da reta de regressão obtida pela formulação simplificada de Crompton e Gilbert, é próxima da proposta neste trabalho, todavia, apresenta níveis de ruído da ordem de 2 dB inferiores. Acredita-se que a diferença deve-se aos maiores níveis de ruído gerados individualmente pelos veículos que circulam pelas rodovias brasileiras, possivelmente pelo mau estado de conservação e manutenção.

6. CONCLUSÕES

Os níveis L_{10} e L_{eq} estão diretamente relacionados ao fluxo de veículos pesados. As equações propostas para a predição destes níveis possuem coeficientes de correlação de 0,61 e 0,49, respectivamente. Os níveis limites referentes aos intervalos de 95% de confiança correspondem a ± 4 dB. Todos os demais parâmetros de tráfego foram mantidos constantes.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BURNS, W., *Noise and Man*. Printed by Wiliam Clowes & Sons, London, 1973.

CROMPTON, D.H. e GILBERT, D., *The Predictive Baese Used to Determine Environmental Capacities*, Imperial College-University, College, Londres, 1985.

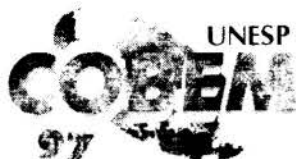
FIDEL, I.S., *Nationwide Urban Noise Survey*, Journal . of the Acoustical. Society of America, vol.64, 198-206, 1978.

GARCIA, A. e FAUS, L.J., *Statistical Analysis of Noise Levels in Urban Areas*, Applied Acoustic 0003- 682x, 1991.

GRIFFITHS, I.D. e LANGDON, F.J., *Subjective Response to Road Traffic Noise*, J. of Sound Vibration, 8(1), 16-32, 1968.

PRIEDE, T., *Origins of Automotive Vehicle Noise*, J. of Sound Vibration, 15(1), 61-73, 1971.

SCHULTZ, T., *Community Noise Rating*, Applied Science Publishers Ltda.London, 1982.



PAPER CODE: COB1327

AVALIAÇÃO ACÚSTICA DE DANCETERIA POR MODELO REDUZIDO / ACOUSTIC EVALUATION OF DISCO HALL BY REDUCED MODEL

MOYSÉS ZINDELUK¹, J. FLÁVIO S. FEITEIRA¹, PAULO M. MASSARANI²

¹ Laboratório de Acústica e Vibrações da COPPE - PEM / UFRJ
CEP - 21945-900 Ilha do Fundão RJ, Brasil - E-mail: moyses@serv.com.ufrj.br

² Laboratório de Ensaios Acústicos - INMETRO
CEP - 25250-020 Xerém RJ, Brasil - E-mail: laena@inmetro.gov.br

Abstract

An example of the conjugated use of reduced models and digital signal processing to preview the acoustic behaviour of complex shaped halls is here reported. The main concern with the disco hall studied was its very tall, multiplane with cylindrical top glass roof. The roof intersects the main building, which is octagonal, with three cylindrical cavities aside. This is very difficult to numerically simulate, especially for transient response. The 1:20 model built, with patches of absorbing material to correct for absorption of surfaces was used mainly for impulsive response determination. Virtual reality sound files, of voice and music were successfully synthesised by convolution, helping, together with the time frequency representations, to develop the acoustic treatment, which virtually eliminated the observed echoes and room modes, without "drying out" the room response.

Keywords

Room Acoustics, Reduced models, Signal Processing, Experimental techniques, Time-Frequency Representation. Acústica de Salas, Modelos Reduzidos, Processamento de Sinais, Técnicas Experimentais, Representação Tempo-Frequência.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho descreve a metodologia usada para avaliar o comportamento acústico de um espaço de lazer no Rio de Janeiro, concomitante à sua construção (Zindeluk et alii, 1997). A danceteria possui um projeto arquitetônico singular, cuja principal característica é um teto de vidro poliédrico, encimado por um trecho cilíndrico, projetado para efeitos estéticos. O que motivou o desenvolvimento deste trabalho foi a suspeita de que a forma do telhado poderia resultar em efeitos acústicos indesejáveis. A curvatura do telhado indicava um possível foco acústico linear acima da área do público, podendo ser usado para atenuar o eco concentrado, retardado devido à grande altura (25m) do telhado em relação ao piso térreo.

Dada a complexidade geométrica do ambiente - de forma octogonal, com mezanino e três ambientes cilíndricos acoplados, além do telhado - e à forte heterogeneidade dos tratamentos acústicos, os modelos computacionais disponíveis, de regime permanente, não descrevem adequadamente o sistema para a música e a fala. Foi então construído um modelo reduzido do ambiente social da danceteria. O modelo foi avaliado acusticamente através de

um instrumental simples e de baixo custo, baseado em "tweeters" profissionais disponíveis comercialmente e em um microcomputador equipado com placa de som "full duplex". As características acústicas do modelo foram obtidas pela captação do som por um microfone de precisão, em três pontos diferentes do ambiente interno. Com a aplicação de três níveis de tratamento acústico, foi possível comparar as suas respostas com medições feitas com o modelo sem tratamento. Foram gerados e emitidos três tipos de sinais diferentes para cada ponto e para cada tratamento da sala.

A avaliação acústica do modelo nas diferentes condições permitiu a determinação dos tempos de reverberação e da qualificação dos ecos através das representações das respostas em figuras tempo-freqüência. Foi possível simular as sensações auditivas de uma pessoa dentro da danceteria ao se convoluiem trechos de música e de voz, gravados em estúdio sem ecos nem reverberação, com versões transformadas em escala das respostas impulsivas medidas no modelo.

2. ANÁLISE EM MODELO REDUZIDO

A utilização de modelos reduzidos para a avaliação acústica de ambientes já é empregada há muito tempo (Makrinenko, 1994), mas pode ser revalorizada pelo emprego das modernas técnicas de processamento digital de sinais. A técnica consiste inicialmente da reprodução de um ambiente real em escala geométrica reduzida de $1:n$ (redução de n vezes nas dimensões), o que significa uma ampliação de n vezes nas freqüências consideradas no modelo. O nível de detalhamento do modelo é limitado pelas freqüências consideradas. Efeitos de área (n^2) e volume (n^3) devem ser cuidadosamente examinados, pois escapam a essa ampliação de freqüência.

Além da semelhança geométrica é necessário garantir que os materiais aplicados para compor seu interior tenham propriedades de absorção acústica semelhantes aos materiais reais a serem aplicados no ambiente real e nas freqüências consideradas. O emprego de escalas em grande redução necessita de cuidados adicionais devido às altas freqüências aplicadas, incluindo: transdutores acústicos especiais em faixas ultra-sônicas e controle da absorção do som no meio.

Com o modelo reduzido é possível simular as sensações auditivas de um ouvinte, através da reprodução de um trecho sonoro anecóico, música ou palavras, com velocidade aumentada n vezes. Esse trecho sonoro irradiado pelas fontes percorre as trajetórias acústicas no modelo até um microfone posicionado adequadamente. O trecho captado pelo microfone tem então a sua velocidade reduzida em n vezes, de forma que quando reproduzido por um sistema de áudio convencional fornece ao analista uma versão aproximada do trecho no ambiente real (Grillon et alii, 1996).

Atualmente o uso de modelo reduzido vem sendo gradualmente substituído pela simulação dos ambientes por modelos computacionais, cuja aplicação ainda tem limitações devido às dificuldades de modelagem que ainda não foram resolvidas.

3. MONTAGEM EXPERIMENTAL

Conforme já mencionado a forma mais adequada para prever o comportamento acústico da danceteria (ilustrada externamente na Figura 1) foi a construção de um modelo reduzido em escala 1:20. Essa escala representa um compromisso entre custo e utilidade do modelo. A similaridade de transmissão das paredes e teto foi aproximada pela lei da massa. Estima-se que para o objetivo do trabalho as superfícies internas do modelo reproduzem satisfatoriamente as características de ecos e aproximam a reverberação do volume interno da

casa. Para incluir a absorção dos materiais de tratamento acústico, foram utilizados feltro, lã de vidro e espuma de poliuretano. Como os materiais não são similares, a absorção foi introduzida em retalhos, de forma a ser obter a mesma área relativa de absorção, na escala de $1:n^2$. O detalhamento interno foi limitado, pela escala utilizada, para objetos de dimensão até 5 cm, correspondente a 1m no ambiente real, com importância na difração/difusão/reflexão para frequências superiores a cerca de 200 Hz.

A geração e o processamento dos sinais do experimento foram baseados em equipamentos de fácil disponibilidade e de baixo custo. O uso de computador com placa de som associada possibilitou a aplicação de técnicas de processamento digitais, que são muito convenientes para alterações de escala e para a geração dos trechos de realidade virtual.

3.1 Descrição do Modelo

O modelo, em escala 1:20, foi construído com os 2 pisos em compensado de 20 mm de espessura, a estrutura metálica em perfis tubulares em aço com seção quadrada de 20 mm de lado e a cobertura em placas de policarbonato de 10 mm, exceto a onda superior, executada em policarbonato de 3 mm. A densidade é de cerca de 1 kg/m^2 , contra 22,5 do vidro laminado utilizado no ambiente real. As paredes de fechamento utilizaram compensado de 3mm de espessura, exceto nas torres cilíndricas, onde se utilizou laminado melamínico, e no fechamento frontal, feito com telha plástica. Com isolamento superior a 20 dB, já em 1 kHz, essas paredes reproduzem a ausência de absorção por transmissão do teto e das paredes de alvenaria em baixa frequência.

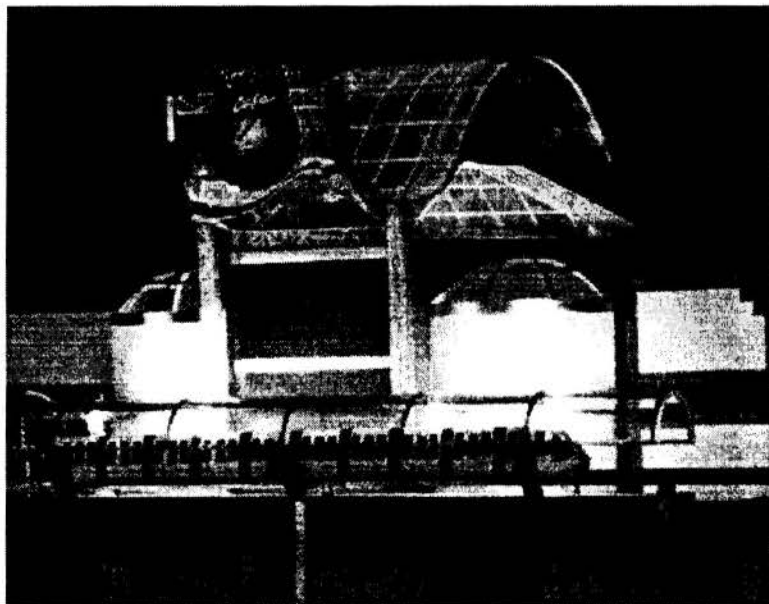


Figura 1 - Aspecto exterior da danceteria.

3.2 Geração e Captação de Som

Para que o modelo pudesse ser ensaiado com dispositivos eletroacústicos comuns (evitando-se o uso de ultra-som), cuja capacidade na melhor das hipóteses atinge 20 kHz, restringiu-se o uso do modelo à faixa até 1kHz, sendo útil, portanto, para examinar fenômenos em baixas e médias frequências, que são os mais importantes em salas de grande volume.

A sonorização foi efetuada com um “*driver*” profissional de 50 Watt, complementado com de um adaptador para corneta - fenda retangular, cobrindo a faixa de 1 a 3 kHz, acrescido de um “*Super-Tweeter*” profissional, de 80 Watt, cobrindo a faixa de 3 a 14 kHz, estabelecendo o limite efetivo dos primeiros ensaios, aqui reportados.

A captação utilizou microfone de precisão B&K 4138 , com 6,5 mm de diâmetro, acoplado a pré-amplificador B&K 2807. Para a conversão digital dos sinais, com 16 bits, adotou-se a frequência de amostragem de 45 kHz. Os sinais digitais puderam então ser processados em microcomputador. Com a placa de som “*full duplex*” foi possível utilizar simultaneamente a sua saída D/A e a sua entrada A/D, de tal forma que sinais de teste eram gerados e captados ao mesmo tempo por uma única placa.

As medições foram feitas com o microfone colocado em três pontos do modelo, correspondentes às seguintes posições do ambiente real: segundo andar de frente para o palco, primeiro andar de frente para o palco e primeiro andar na mesa do fundo.

3.3 Aplicação de Tratamentos Acústicos

Foram simulados três tratamentos para comparação com o ambiente puro. Os três níveis de tratamento foram aplicados cumuladamente. Inicialmente foram dispostos pedaços de feltro simulando carpete. Em seguida foram aplicadas espumas de poliuretano no teto do primeiro andar (metade da área sob o mezanino). E finalmente foi introduzida absorção em 4 calhas na estrutura, correspondentes à posição focal do cilindro e bissetrizes dos diedros das águas principais do telhado. A área de absorção das calhas é voltada para cima.

3.4 Processamento

Para o levantamento das características da sala, foram utilizados sinais impulsivos (centelha), “*swept-sine*” (varredura em tom puro de frequência variável) e ruído branco. O som da centelha no modelo, acelerado de 20 vezes em relação à situação real, corresponde ao espectro de um tiro de festim, freqüentemente utilizado para determinações de tempo de reverberação em ambientes já existentes.

Essa excitação impulsiva permitiu a determinação das respostas impulsivas do modelo, nos vários pontos de medição e com os tratamentos aplicados, com as quais foram determinados os tempos de reverberação e se puderam criar arquivos de som em realidade virtual, através da convolução.

Todos os sinais utilizados foram gerados em computador, na frequência de amostragem de 45 kHz e convertidos para analógicos pela placa de som, alimentando o sistema de sonorização. Os sinais captados simultaneamente na mesma frequência de amostragem foram tratados no processamento com se fossem amostrados a 2.250 Hz. Desta forma os sinais puderam ser tratados com a escala do modelo convertida para o ambiente real.

4. RESULTADOS

Os sinais sonoros podem ser representados de muitas formas. As Figuras 2 a 5 a seguir são algumas tentativas de ilustrar os efeitos mais importantes observados, através de representações tempo-freqüência (Massarani et alli, 1996) das respostas impulsivas determinadas experimentalmente. As frequências são sempre indicadas em Hertz (Hz) e o tempo em segundo (s). As amplitudes são relativas, sendo em geral plotadas em decibel (dB). Um acréscimo de 10 dB corresponde à multiplicação da potência acústica por 10, mas a sensação auditiva, neste caso, é apenas pouco mais que o dobro. Nas representações

bidimensionais, a intensidade em dB é transformada em escala de cores e as respostas impulsivas são relativas ao ponto de medição no primeiro andar de frente para o palco.

Na Figura 2 a resposta impulsiva foi obtida com o ambiente sem nenhum tratamento. Observa-se a chegada do som direto da centelha, uma “cordilheira” em vermelho perpendicular ao eixo do tempo (banda larga), seguido por componentes indicando a reverberação do ambiente. A reverberação perdura por um tempo maior nas frequências mais baixas.

A Figura 3 mostra a representação da resposta com o ambiente tratado com carpete, na qual se observa uma redução da reverberação na faixa de 400 a 800 Hz. Adicionalmente é possível distinguir um eco ocorrendo 49 ms após a chegada no microfone do som direto, correspondendo à reflexão do teto. Nessa figura observa-se também um modo de baixa frequência (100 Hz) do ambiente, caracterizado pela “cordilheira” perpendicular ao eixo da frequência.

Na Figura 4 (resposta com tratamentos de carpete e espuma de poliuretano) e na Figura 5 (resposta com tratamento adicional de calhas na estrutura) o efeito dos tratamentos cumulativos é semelhante. Observa-se uma redução na reverberação cada vez maior e uma melhor distinção dos ecos provenientes do telhado e do modo de 100 Hz do ambiente, este com tempo de reverberação reduzido para cerca de 1 s (considerando-se a aproximação mencionada no item 3).

A avaliação mais subjetiva dos resultados apresentados foi obtida dos trechos “virtuais” de voz e de música. Nestes a qualidade da sala tratada aparenta ser muito boa (conforme verificado posteriormente na inauguração do ambiente real), a exceção do eco destacado do teto que cria um efeito nem sempre desejado nos trechos com voz ou em solo instrumental.

5. CONCLUSÕES

Além de representar um poderoso instrumento didático para acústica de salas e processamento de sinais, a bancada experimental desenvolvida permitiu grande segurança no projeto do tratamento acústico e da sonorização da danceteria. Para o som ambiente, foi adotada uma estratégia de mínima potência e máxima distribuição com 22 fontes, e para o som de shows (“P.A.”) utilizou-se fonte linear em posição mais elevada que transformou o eco em reforço de som direto. O modo de baixa frequência identificado foi atenuado por filtragem passa-alta no sistema de som aliada à utilização de três grandes cavidades amortecidas construídas com painéis de “gypsum” abrangendo o fundo do palco e duas asas cenográficas laterais.

6. REFERÊNCIAS

GRILLON, V., MEYNIAL, X., POLACK, J.D.: *What Can Auralisation in Small Scale Models Achieve?*, *Acustica - acta acustica*, vol. 82, pp. 362-364, 1996.

MAKRINENKO, L.I., *Acoustics of Auditoriums in Public Buildings*, Acoustical Society of America, 1994.

MASSARANI, P.M., FEITEIRA, J.F., ZINDELUK, M.: *Utilização de Representações Tempo-Frequência em Acústica e Vibrações*, 17º encontro da SOBRAC, 1996.

ZINDELUK, M., MASSARANI, P.M., FEITEIRA, J.F.: *Controle de Ruído e Qualidade Acústica no Rock-in-Rio Café*, Relatório técnico, Fundação COPPETEC ET-120151, 1996-97.

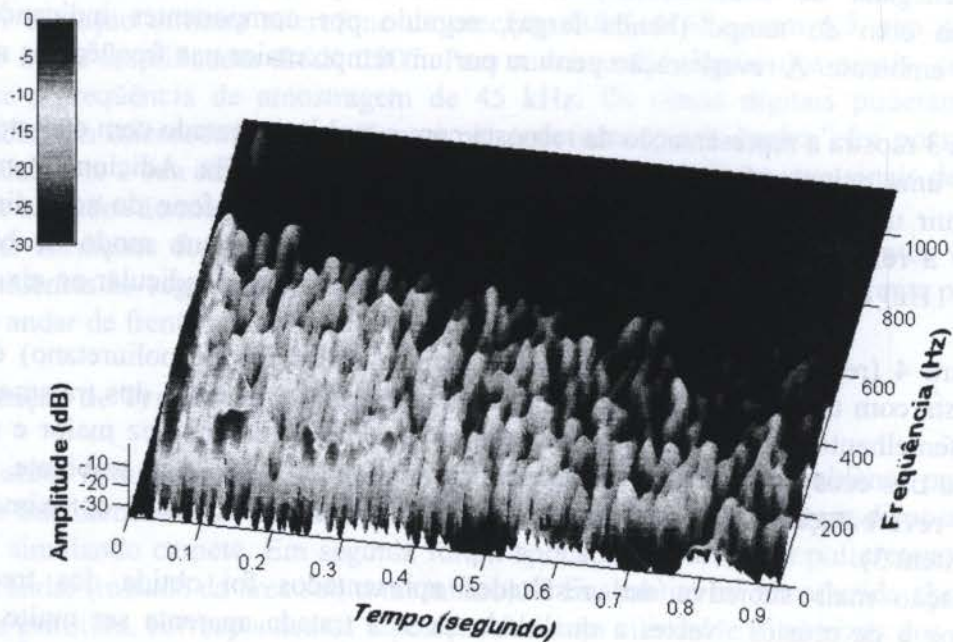


Figura 2 - Representação tempo-freqüência da resposta impulsiva no primeiro andar de frente para o palco, no ambiente sem tratamento.

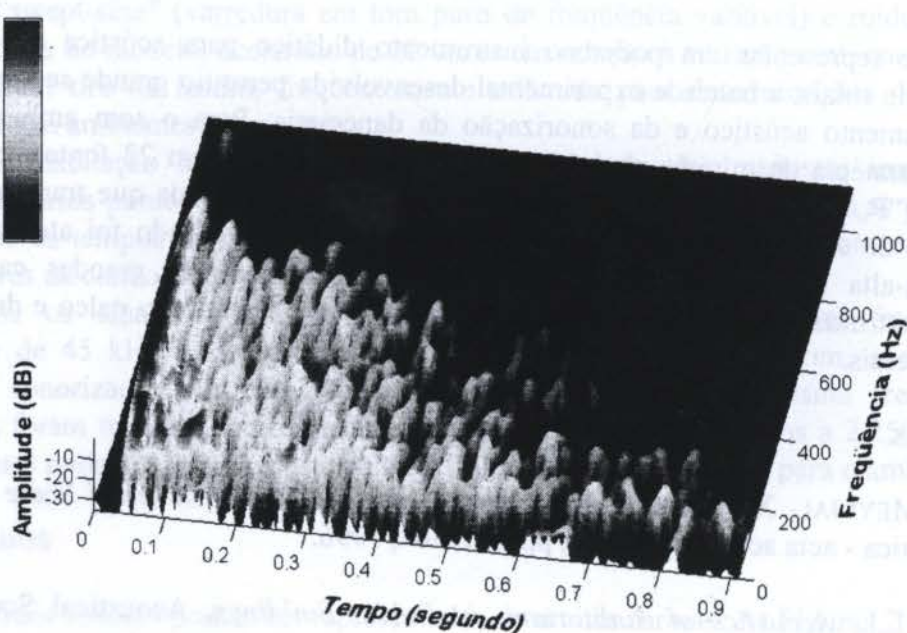


Figura 3 - Representação tempo-freqüência da resposta impulsiva no primeiro andar de frente para o palco, no ambiente com carpete.

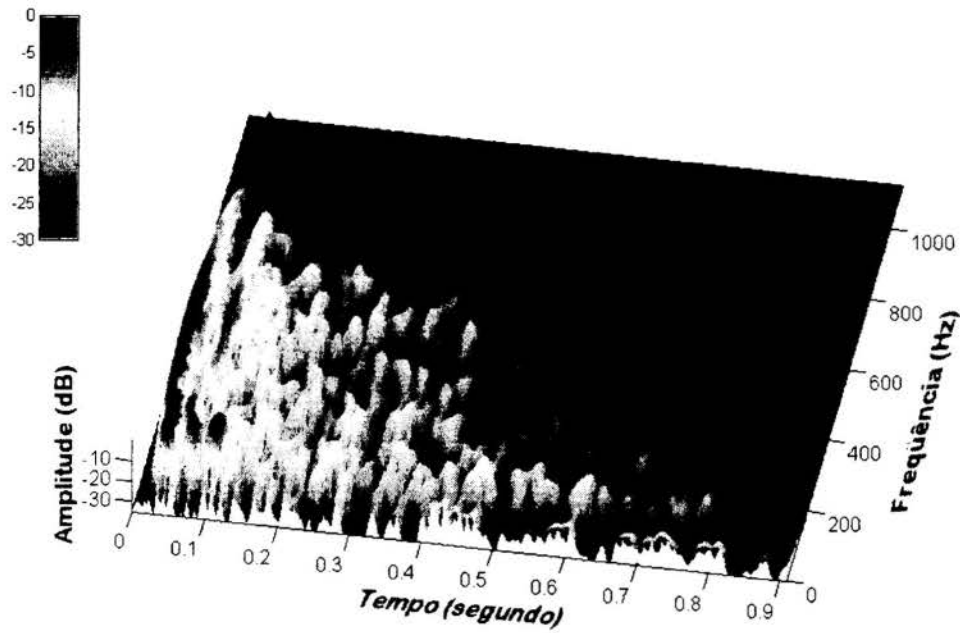


Figura 4 - Representação tempo-freqüência da resposta impulsiva no primeiro andar de frente para o palco, no ambiente com carpete e espuma de poliuretano.

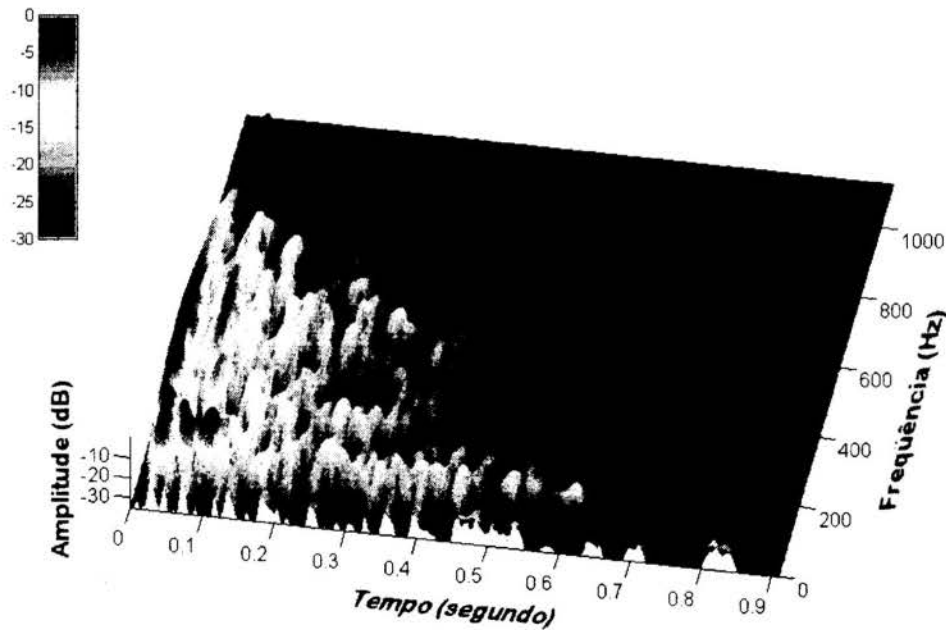


Figura 5 - Representação tempo-freqüência da resposta impulsiva no primeiro andar de frente para o palco, no ambiente com carpete, espuma de poliuretano e calha no teto.



PAPER CODE: COB1396

**PISTONFONE PARA CALIBRAÇÃO DE HIDROFONES EM BAIXAS
FREQUÊNCIAS / PISTONPHONE FOR CALIBRATING HYDROPHONES AT
LOW FREQUENCIES**

FERNANDO L. DE MAGALHÃES, MANOEL MARTELETO & ORLANDO J. RIBEIRO
AFONSO

*Instituto de Pesquisas da Marinha - Grupo de Sonar
Rua Ipiru n°2, Ilha do Governador, Rio de Janeiro, Brasil, CEP 21931-090
E-mail: fermag@pobox.com*

Abstract

This paper describes the main acoustic parameters related to the development of a non conventional pistonphone for calibrating hydrophones at low frequencies. While in the usual models the internal acoustic field is analytically calculated from the displacement measurements of a stiff piston source, in the model here proposed the calibration curves are obtained by using a standard hydrophone in a comparison calibration process and adopting a commercial loudspeaker as the excitation source. The system is designed for production, testing and field use in the largest possible frequency ranges from 10 Hz to 1 KHz. The hydrophones are placed in a water-air chamber with dimensions established from the application of theoretical models to define the dynamical behaviour of the acoustic means. The initial results obtained from a prototype of the pistonphone are presented.

Keywords

Acústica - Transdutores - Hidrofone - Calibração - Pistonfone / Acoustics - Transducers - Hydrophone - Calibration - Pistonphone

1. INTRODUÇÃO

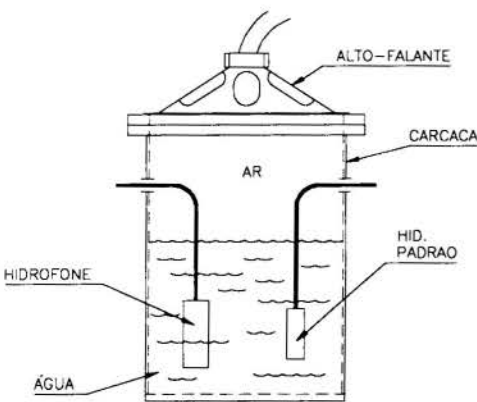
Normalmente, a calibração de hidrofones em frequências compreendendo as primeiras centenas de Hertz só podem ser realizadas em tanques de água de dimensões avantajadas ou em águas profundas em mar aberto, onde as condições de campo livre são satisfeitas. Uma forma de se contornar a complexidade e os altos custos inerentes a este tipo de operação é a utilização, em laboratório, de dispositivos mais simples e práticos tais como os pistonfones. Neste sentido, todos os três tipos de pistonfone registrados na bibliografia atual (Bobber, 1988) objetivam estabelecer um campo de pressão uniforme e conhecido dentro de um pequeno volume de fluido, onde está inserido o hidrofone a ser calibrado. Esta uniformidade é muito importante para a não ocorrência de gradientes de pressão ao longo das faces ou superfícies acusticamente sensíveis do hidrofone, só sendo conseguida, com desvios aceitáveis, caso as dimensões do volume do meio fluido sejam todas muito menores do que o comprimento de onda correspondente à frequência mais alta da banda de operação do pistonfone (Magalhães *et al.*, 1995). Em dois tipos básicos de pistonfone, tem-se uma câmara acústica de paredes rígidas e estanques, preenchida inteiramente com líquido (água ou óleo) ou preenchida com uma coluna de líquido e uma coluna de ar. Em ambos os casos, a excitação é imposta por um pistão rígido cujo deslocamento é medido por um sensor ótico-mecânico. A partir das

relações termodinâmicas pertinentes ao processo acústico em si e uma vez conhecida a variação de volume do fluido de calibração, podem ser determinados os valores das pressões acústicas geradas no interior da câmara e, em conseqüência, é definida a resposta absoluta do hidrofone. No terceiro tipo básico de pistonfone tratado na literatura, a calibração absoluta de um hidrofone é realizada utilizando-se o Princípio da Reciprocidade, com o emprego de três transdutores (um projetor, um projetor/receptor e o hidrofone a ser calibrado) instalados em uma câmara líquida. Nota-se porém que, para os dois primeiros tipos de pistonfone, a configuração mecânica do mecanismo de excitação e a utilização de sensores de deslocamento constituem-se em fatores que encarecem e dificultam a construção dos equipamentos. Para o terceiro tipo de pistonfone, a dificuldade provém da pouca eficiência com que se pode gerar som em baixa freqüência dentro de câmaras pequenas.

Com base em tais restrições, o presente trabalho objetiva delinear os principais aspectos concernentes ao desenvolvimento de um tipo não convencional de pistonfone hidroacústico, cuja concepção teve como requisitos ser de construção simples e econômica, cobrir com uma eficiência acústica adequadas bandas de freqüências as mais amplas possível a partir de 10 Hz até 1 KHz e servir à gama usual de hidrofones comerciais empregados individualmente ou em "arrays". A título de análise de desempenho, são sintetizados os principais estudos teóricos empregados para o modelamento do comportamento dinâmico da câmara acústica e apresentados os resultados iniciais de testes de calibração em um primeiro protótipo do pistonfone projetado.

2. CONFIGURAÇÃO DO PISTONFONE

Em face dos requisitos de projeto, optou-se por adotar uma configuração para o pistonfone que o caracteriza como uma variação dos tipos de pistonfone de calibração absoluta. Conforme indicado na Figura 1, o modelo proposto apresenta uma câmara acústica mista (ar-água) e emprega um alto-falante comercial que, em conjunto com a coluna de ar, atua como elemento de excitação acústica. Através da utilização de um hidrofone padrão, cuja curva de sensibilidade fornece os valores de referência das pressões geradas na câmara, pode-se obter, através de um processo de comparação, a curva de resposta de recepção versus freqüência do



hidrofone testado. Em termos operativos, o alto-falante deve ser excitado por um sinal elétrico de ruído branco, amplificado e filtrado na banda de freqüências de calibração. Este sinal é convertido em ruído acústico na coluna de ar e transmitido à coluna de água. Os hidrofones captam o sinal acústico na coluna de água e o convertem em sinais elétricos, injetando-os em um analisador de espectro, de duplo canal, a fim de efetuar as funções de transferência de amplitude e de fase e a função de coerência espectral entre os dois canais. Tais funções fornecem dados que contribuem para que as diversas condições possíveis de calibração sejam avali-

Figura 1: Representação do pistonfone. adas (altura das colunas de ar e água, profundidade de fixação e posicionamento dos hidrofones, etc), indicando a ocorrência de ruídos espúrios e de sinais incoerentes nas saídas dos hidrofones. Além disto, permitem a definição das bandas de freqüência onde o processo de calibração se efetua com a resposta dinâmica adequada. Com base nas funções citadas, podem ser estabelecidas as comparações e as medidas necessárias para que se obtenha as curvas de calibração.

Sob o aspecto dimensional, o requisito de operar em freqüências a partir de 10 Hz conduz à utilização de um alto-falante de 15 polegadas de diâmetro. Adicionando-se a necessidade de adequabilidade a uma grande gama de hidrofones comerciais, é definida uma câmara acústica

com diâmetro interno de 365 mm. Em relação à altura de coluna-dos volumes de ar e de água, Albul *et al.* (1990) afirmam que, para o campo acústico na câmara ser homogêneo, é recomendável que estas não excedam 1/6 dos respectivos comprimentos de onda correspondentes à maior frequência de calibração. Contudo, em função das necessidades dimensionais da câmara, optou-se por pré-definir as alturas das colunas dos meios acústicos com base nos critérios de campo próximo e de impedância de irradiação acústica. Em relação ao primeiro critério, sabe-se que, para as frequências mais altas da banda de operação do pistonfone, pode haver a formação de ondas longitudinais e transversais propagando-se na câmara acústica. A geração de um estado propagatório, mesmo que não estacionário, faz com que os volumes de ar e água não sigam com um movimento próprio de corpo rígido o movimento do cone do alto-falante. Enquanto para o volume de ar a excitação é imposta pelo alto-falante (fonte real), para o volume de água a fonte sonora provém da interface ar-água (fonte virtual). Observe-se que a propagação de ondas com comprimentos de ordem de grandeza próxima à das dimensões do alto-falante, ou da geometria interna da carcaça do pistonfone, pode fazer com que as regiões de divergência não esférica se prolonguem até pontos significativamente afastados das fontes acústicas real e virtual, o que acarretaria em um pistonfone com câmara excessivamente longa. Por outro lado, para que o processo de calibração se efetue de maneira satisfatória, é conveniente que o perfil transversal da pressão acústica atuante na lâmina d'água seja o mais homogêneo possível e que os hidrofones estejam fixados a uma profundidade onde a pressão atuante em suas faces acústicas não varie em fase. Embora não exista, ao longo de um meio de propagação acústica, uma região exata de transição da zona de difração de Fresnel para a zona de Fraunhofer, considera-se, como boa aproximação para a determinação da região de divergência esférica, os critérios de fase e amplitude para um pistão circular plano comprovados pela Norma USA Standards Institute - Z24.24 (1957), a saber:

$$Y \geq \frac{\pi r^2}{\lambda} \quad \text{e} \quad Y \geq r \quad (1)$$

onde Y representa a distância, sobre o eixo acústico principal, entre a fonte (real ou virtual) e o ponto a partir do qual se tem difração esférica de ondas. r indica o raio da fonte (para o ar, considera-se o raio do alto-falante - 165 mm e, para o volume d'água, considera-se o raio da câmara - 182,5 mm) e λ indica o comprimento de onda (no volume de ar ou água) associado à maior frequência de operação pretendida ao equipamento. Comparando-se entre si os critérios expressos em (1), conclui-se que a lâmina d'água deve guardar uma distância mínima de 249,2 mm em relação ao alto falante e os hidrofones necessitam estar localizados a uma profundidade não inferior a 182,5 mm em relação à lâmina d'água (a fonte virtual é modelada como um pistão virtual circular de face plana, de raio igual ao da câmara e com parâmetros elásticos e dinâmicos equivalentes ao do volume de ar confinado no pistonfone).

Tomando-se como base o critério de impedância de irradiação, cabe observar que deve haver um volume mínimo de moléculas de ar para que a transferência de energia acústica do transdutor de excitação ao ar seja a máxima em cada frequência da banda de operação do pistonfone. Assim, em função do fato de que o efeito da reatância de irradiação acústica (X_r), frente à impedância mecânica total de um alto-falante, é correspondente ao carregamento do cone por um volume cilíndrico de ar, com seção transversal idêntica à sua área efetiva, define-se a expressão para a massa de irradiação acústica por:

$$m_r = \frac{X_r}{2 \pi f} = \pi r^2 \rho_0 \frac{8r}{3 \pi} \quad \text{onde } \rho_0 \text{ indica a densidade média do meio.} \quad (2)$$

Note-se que o último termo da expressão (2) indica o valor mínimo de altura da coluna de ar para que a eficiência de irradiação acústica seja máxima. Em relação ao alto-falante selecionado,

esta altura deverá ser superior a 140 mm, logo, inferior à definida com base nos critérios de campo próximo ($\geq 250 \text{ mm}$). Para o volume de água, embora os hidrofones devam estar submersos a uma cota mínima de aproximadamente 183 mm, considera-se adequada uma altura total de 335 mm para que se possa calibrar uma grande gama de hidrofones com diferentes dimensões e geometrias.

3. COMPORTAMENTO DINÂMICO DA CÂMARA DE CALIBRAÇÃO

3.1 Resposta Modal Longitudinal dos Meios Acústicos

Usualmente, o comportamento acústico modal de câmaras cilíndricas fechadas tem sido estudado através de modelos de propagação de ondas longitudinais puras em dutos. Modelos deste tipo têm sua validade condicionada a aplicações onde o diâmetro do duto é muito pequeno em relação ao comprimento da maior frequência de onda em que se pretenda operar e onde a relação comprimento do duto/diâmetro seja $\gg 1$. Em decorrência do fato de que, para a câmara acústica do pistonfone em análise, a relação altura de coluna/diâmetro interno é, a princípio, de 1,6 para a coluna total ar-água, 0,7 para a coluna de ar e de 0,9 para a coluna de água, recorreu-se a modelos com condições de contorno mais adequadas às de cavidades volumétricas. Assim, para a definição teórica dos modos acústicos longitudinais dos meios de calibração, foram aplicados, além do modelo unidimensional simples, o modelo de Ressonador de Helmholtz Modificado (Alster, 1972), o modelo de Pistão Rígido em Câmara Fechada (Blevins, 1979) e o modelo de Impedâncias Acopladas (Kinsler *et al.*, 1982). Através de um estudo comparativo entre os diversos modelos (Magalhães *et al.*, 1994), constatou-se que o modelo de Impedâncias Acopladas é o de maior acurácia para câmaras cilíndricas cuja relação entre altura de coluna/diâmetro seja inferior a 5,5 e excitadas por uma fonte acústica compliante, tal como a do pistonfone em estudo. Este modelo, ao contrário dos demais, considera não só as propriedades dinâmicas dos meios acústicos como também da fonte de excitação, visto que a impedância mecânica do alto-falante pode ser de uma ordem tal que influencie o comportamento dinâmico da câmara acústica como um todo. Neste sentido, a impedância total de entrada da câmara acústica é decorrente da associação em série da impedância do cone do alto-falante (Z_c) com a impedância mecânica dos meios acústicos (Z_A), ou seja, para frequências cujos comprimentos de onda não introduzam retardos no movimento do cone, pode-se escrever;

$$Z_T = Z_c + Z_A \quad (3)$$

Fazendo-se $\text{Im} \{Z_T\} = 0$ e assumindo-se que a terminação de cada meio tem natureza rígida (para o ar: a água, para a água: o fundo da câmara), chega-se a:

$$\frac{\cos KL \ \text{sen} KL}{\text{sen}^2 KL + (\alpha L)^2 \cos^2 KL} = \underbrace{\frac{m}{S\rho_0 L}}_1 KL - \underbrace{\frac{sL}{S\rho_0 c^2}}_2 \frac{1}{KL} \quad (4)$$

Na expressão (4), S e L são, respectivamente, a área interna da câmara acústica e a altura de coluna do meio investigado, α indica o coeficiente de absorção acústica dos meios; c é a velocidade de propagação; m , s e w representam a massa total em movimento do conjunto cone-bobina, o coeficiente de rigidez axial do cone do alto-falante e a frequência angular da excitação. K é o número de onda.

No caso do sistema físico estudado ser a água, a relação entre massas (termo 1) é definida, na expressão (4), através da razão entre a massa do alto-falante adicionada à da coluna de ar pela massa do volume de água. No que tange à elasticidade do conjunto (termo 2), associa-se em série as constantes de rigidez do cone e da coluna de ar e divide-se pela constante de rigidez da coluna de água.

O modelo de Impedâncias Acopladas tem solução gráfica determinando-se os valores de ressonância longitudinal, dos meios acústicos, através da interseção das duas curvas que configuram a igualdade (4). Cada ponto de interseção entre as curvas define um modo de ressonância particular e a interseção da curva hiperbólica com os eixos das abcissas, cujo argumento é KL , estabelece o valor de ressonância mecânica do alto-falante. A utilização de um alto-falante leve e compliante, em relação à massa de ar na câmara, faz com que na interface cone-ar se tenha um estado acústico configurado por nó de pressão e anti-nó de deslocamento longitudinais. Na interface ar-água o estado é próximo ao definido por nó de deslocamento e anti-nó de pressão. Caso o alto-falante seja pesado e pouco compliante em relação ao ar confinado na câmara, a condição de nó de deslocamento e anti-nó de pressão se aproxima do estado acústico nestas duas interfaces. Para a câmara hidroacústica, a interface ar-água deve atuar como uma fonte acústica leve e flexível, de modo que o estado dinâmico nesta região seja próximo ao de uma situação de nó de pressão e anti-nó de deslocamento. Por ser o outro extremo da coluna de água constituído pelo fundo da carcaça, tem-se como contorno um nó de deslocamento e um anti-nó de pressão.

Aplicado ao conjunto alto-falante/volume de ar, o modelo de impedâncias resultou em um modo longitudinal puro com frequência fundamental em torno de 127 Hz para o meio acústico e de 35 Hz para o alto-falante. Tendo em vista que o valor de frequência se aproxima da obtida através do modelo unidimensional de $\frac{1}{4}$ de comprimento de onda, constata-se que o alto-falante atua, frente à coluna de ar, como um excitador leve e compliante.

No que concerne ao volume de água, são definidos seis modos ressonantes a partir da frequência fundamental de 1117 Hz, compreendendo seus harmônicos de ordem ímpar, a saber: 3339, 5506, 7706 e 9940 Hz. Em síntese, enquanto para a coluna de ar tem-se a ressonância longitudinal em uma frequência dentro da faixa de frequências pretendida para operação do pistonfone (até 1 KHz), para o volume de água todos os valores de frequência estão acima deste limite. Contudo, não se sabe, a priori, se a ocorrência de uma ressonância longitudinal ou de outra natureza, no volume de ar, poderá comprometer o mecanismo de transferência de energia do sistema alto-falante/ar para a água, pois isto depende de como se distribui em fase, sobre a interface ar-água, o campo de pressão acústica pertinente a cada modo em particular.

3.2 - Resposta Modal Transversal dos Meios Acústicos

Observa-se que meios acústicos em cavidades com proporções similares às da câmara em análise, apresentam um perfil de resposta dinâmica tridimensional representado por modos de natureza longitudinal, diametral e circular. Com o objetivo de serem definidas as frequências que caracterizam os diversos modos dos volumes de ar e água do pistonfone, recorreu-se ao modelo de propagação em cavidades acústicas apresentado por Blevins (1979). Segundo este modelo, para uma cavidade cilíndrica aberta em uma das extremidades, as frequências de ressonância longitudinal, diametral e circular, puras ou acopladas, são dadas pela seguinte equação:

$$f(i, j, k) = \frac{c}{2\pi} \left(\frac{\lambda_{jk}^2}{r^2} + \frac{i^2 \pi^2}{4L^2} \right)^{1/2} \quad (5)$$

onde; L , r representam a altura e o raio ocupados pelo meio acústico na câmara. $i = 0, 1, 3, \dots$ é o número de nós longitudinais. $j = 0, 1, 2, \dots$, o número de nós diametrais e $k = 0, 1, 2, \dots$, o número de nós circulares. λ_{jk} é o parâmetro de frequência natural, cujos valores se encontram na referência supraindicada. Observa-se que, para determinação dos modos longitudinais puros: $j = k = 0$ e $\lambda_{jk} = 0$, a expressão (5) passa a ser idêntica à expressão do modelo unidimensional simples para $\frac{1}{4}$ de onda. Sendo assim, foram apenas considerados os resultados do modelo de propagação tridimensional pertinentes aos modos longitudinais e transversais acoplados (i, j e $k \neq 0$) ou transversais puros ($i = 0, j$ e/ou $k \neq 0$). Neste último caso, os valores de frequência são

naturalmente independentes da altura de coluna do fluido. Para o volume de ar, apenas apresentam valores de frequência dentro da faixa pretendida, os dois primeiros modos diametrais puros e os modos (1,1,0) e (1,2,0), respectivamente: 551, 913, 649 e 976 Hz. Para a água, conforme era de se esperar, visto que a relação entre o comprimento de onda na água e no ar é superior à relação entre as alturas de coluna dos dois meios e o diâmetro para ambos é o mesmo, todos os valores de frequência de ressonância são superiores a 1 KHz. Contudo, é importante salientar que, da mesma forma que as propriedades dinâmicas e elásticas do alto-falante influenciam os valores de frequência de ressonância longitudinal do meio, conjectura-se que também os valores de ressonância transversal, pura ou acoplada com os modos longitudinais, podem ser influenciados pelo comportamento dinâmico da fonte acústica.

3.3- Resposta Modal da Carcaça

A ocorrência de ressonância no volume de ar, em frequências contidas na banda de operação do pistonfone, torna possível que haja uma transferência de energia vibratória do ar para o volume de água através das paredes da câmara acústica. Especialmente no caso da carcaça ter uma resposta modal caracterizada por frequências de ressonância próximas às frequências de ressonância do volume de ar, este mecanismo de transferência de energia poderá atuar de forma mais intensa e prejudicial ao processo de calibração. A excitação transversal da coluna de água, por vibração da carcaça, pode gerar ruídos espúrios com amplitudes de pressão suficientemente altas para perturbarem o campo acústico nas faces dos hidrofones, originando distorções, em determinadas frequências, nas suas curvas de sensibilidade. Com o intuito de se determinar as frequências de vibração livre da carcaça, são empregados (Magalhães *et al.*, 1994) dois modelos matemáticos clássicos comprovados experimentalmente. O primeiro modelo, com base na teoria de Flügge para cascas, se mostra mais preciso para os dois primeiros modos circunferenciais. O segundo modelo, de Sharma, se aplica satisfatoriamente para modos circunferenciais de terceira ordem. Ambos tratam, com igual acurácia, os modos longitudinais puros ou acoplados aos transversais. A partir da aplicação destes modelos à carcaça do pistonfone, projetada com uma parede em aço carbono com 5,0 mm de espessura, raio médio de 185 mm e comprimento total de 565 mm, obtém-se, para sete modos distintos, frequências dentro da faixa de até 1 KHz, a saber: 371, 457, 548, 852, 937 e 997 Hz. Note-se que alguns valores teóricos de frequência de ressonância da carcaça estão bem próximos aos valores de frequência obtidos para o volume de ar. A princípio, tais coincidências suscitam a possibilidade de ocorrerem distorções nas curvas de calibração dos hidrofones em torno destas frequências.

4. RESULTADOS

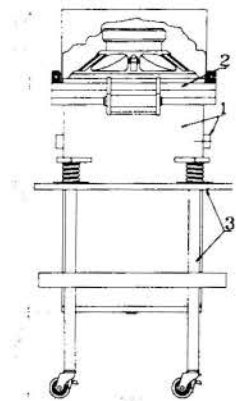


Figura 2: Configuração de projeto.

O pistonfone estudado no presente trabalho resultou em um primeiro protótipo cuja configuração externa é mostrada na Figura 2. Basicamente, o equipamento se compõe de quatro subsistemas mecânicos: carcaça e dispositivo da passagem dos cabos <1>, tampa regulável para fechamento estanque <2>, estrutura de suporte da carcaça e suspensão <3> e mecanismo interno para posicionamento dos hidrofones (Magalhães *et al.*, 1993). Como o pistonfone deve possuir uma certa portabilidade e contar com o máximo isolamento dinâmico possível a excitações do solo, foi projetado um sistema de suspensão no qual são empregados quatro amortecedores comerciais, selecionados de modo a suspensão apresentar uma frequência de corte inferior de 18 Hz com eficiência mínima de 85%.

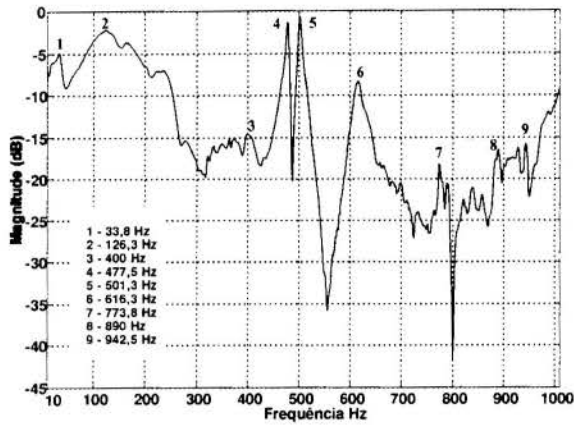


Figura 3: Espectro de frequências do pistonfone.

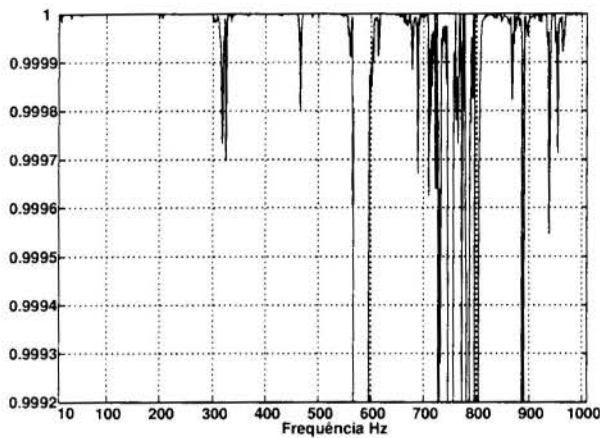


Figura 4: Função de coerência entre dois hidrofones ITC 4046.

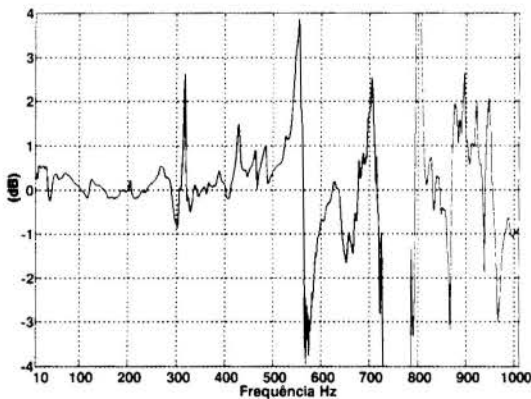


Figura 5: Resposta relativa entre os hidrofones calibrado e padrão (ITC 4046).

Os testes foram realizados em uma coluna d'água de altura de 335 mm com a utilização de dois hidrofones novos do tipo "barra"- ITC 4046. As curvas de recepção dos transdutores, fornecidas pelo fabricante, indicam que os elementos têm o mesmo perfil de resposta plana até 6 KHz, não obstante apresentem, quando comparados, uma diferença máxima de sensibilidade em torno de 1 dB em algumas frequências. Ambos hidrofones foram fixados a uma profundidade de 183 mm, guardando entre si e em relação à parede interna da carcaça distâncias de 100 e 90 mm respectivamente. A título de investigação do comportamento acústico da câmara de calibração, foi determinado, através de cada hidrofone, o espectro de frequências característico dos meios quando o alto-falante é excitado por um sinal de ruído branco com banda de passagem de 10 Hz até 1010 Hz.

Conforme mostra a Figura 3, a câmara acústica apresenta vários picos principalmente importantes a partir da frequência de 400 Hz. Além de picos em 33,8 Hz e 122,5 Hz, correspondentes à frequência de ressonância do alto-falante e ao valor da frequência de ressonância longitudinal da coluna de ar, segundo o modelo de Impedâncias Acoladas (127 Hz), os valores de frequência de ressonância obtidos experimentalmente estão em boa concordância com os valores teóricos de frequência correspondentes às ressonâncias transversais do volume de ar e às ressonâncias da carcaça. Além disto, comparando-se a curva de espectro com a curva de função de coerência entre os dois hidrofones (Figura 4), constata-se que a existência de ressonâncias nos meios não acarreta obrigatoriamente em prejuízo ao processo de calibração em si. Em relação aos modos acústicos onde o campo de pressão sobre as faces sensoras dos transdutores distribui-se de maneira homogênea, a coerência acústica entre os dois transdutores é alta e, em conseqüência, podem ser definidas sub-bandas de frequências para as quais

o processo de calibração por comparação seja realizado com a precisão e a acurácia desejadas. Para as condições de teste adotadas, a confrontação entre a curva da Figura 4 e a curva da Figura 5 (resposta do hidrofone em calibração, relativa à resposta do hidrofone de referência), indica que o processo de calibração pode ser realizado adequadamente nas sub-bandas de 10 até 300

Hz, 330-450 Hz, 470-550 Hz, 620-650 Hz, 820-850 Hz e de 975 até 1010 Hz. Nestas, onde o valor da função de coerência é praticamente unitário, obteve-se desvios de resposta entre os hidrofones inferiores a 1 dB.

Por fim, tendo em vista que as sub-bandas estão regularmente espalhadas desde 10 Hz até 1 KHz, através da utilização de um processo interpolativo pode-se determinar a curva de recepção do hidrofone até à máxima frequência de operação pretendida para o pistonfone. Tal curva, quando combinada com a curva resultante de calibração em tanque de testes, permite a definição da sensibilidade de um hidrofone acústico ao longo da faixa total de interesse para elementos empregados individualmente ou em arrays.

5. CONCLUSÕES

A boa concordância entre os resultados experimentais e teóricos obtida para o pistonfone objeto deste trabalho, conduz à conclusão de que os modelos envolvidos na previsão do comportamento modal dos meios acústicos e empregados na definição das dimensões da câmara de calibração demonstram ter a acurácia desejada para o projeto deste tipo de equipamento. Em relação ao processo de calibração, um aspecto importante a observar é o fato de que, através das técnicas de tratamento de sinais adotadas, foram obtidos subsídios consistentes para uma melhor compreensão do mecanismo de transferência de energia acústica do conjunto alto-falante/ar para o volume de água, onde inclusive a carcaça do pistonfone demonstrou ter alguma influência dinâmica nas distorções verificadas na curva de recepção do hidrofone calibrado.

Cabe ainda registrar que, não obstante o pistonfone em estudo tenha atendido aos requisitos iniciais de projeto, novos experimentos deverão ser realizados a fim de que sejam definidas condições de teste mais favoráveis (alterações nas dimensões das colunas dos meios acústicos, novos posicionamentos para os hidrofones, outras formas de excitação do alto-falante, etc.) e que permitam estabelecer sub-bandas de calibração mais largas ou contidas em limites superiores a 1 KHz.

6. REFERÊNCIAS

- Albul, V.L., Golenkov, A.N. & Mochalov, V.M. Water-Air Piston Hydrophone for Calibration of Hydrophones of Comparatively Large Sizes, *Acoustic Measurements*, pp.403-407, Plenum Publishing Co., New York, 1990.
- Alster, M. Improved Calculation of Resonant Frequencies of Helmholtz Resonators, *Journal of Sound and Vibration*, vol.24, pp.63-85, 1972.
- Blevins, R.D. *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Van Nostrand Co., New York, 1979.
- Bobber, R.J. *Underwater Electroacoustic Measurements*, Peninsula Publishing, Los Altos, 1988.
- Kinsler, L.E., Frey, A.R., Coppens, A.B. & Sanders J.V. *Fundamentals of Acoustics*, John Wiley and Sons, 1982.
- Magalhães, F.L. & Marteleto M. *Plano de Fabricação de um Pistonfone Hidroacústico*, IPqM, IPqM-013-0006-PL/93, Rio de Janeiro, 1993.
- Magalhães, F.L. & Marteleto M. *Projeto de um Pistonfone para Calibração de Hidrofones em Baixas Frequências*, IPqM, IPqM-013-0039-RT/94, Rio de Janeiro, 1994.
- Magalhães, F.L. & Marteleto M. Projeto de um Transdutor Hidroacústico Passivo, *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, CD-ROM, Belo Horizonte, 1995.

UNCERTAINTY AND COMPATIBILITY ANALYSIS OF ACOUSTIC POWER DETERMINATION BY INTENSITY AND PRESSURE MEASUREMENT TECHNIQUES

Paper code 1384

Theme n. 53

A. Massacesi, N. Paone*, G. L. Rossi *, E. P. Tomasini*

ELICA SpA, Stab. E Casoli, Contrada Serralta, 49/A
60049 Serra San Quirico, (AN)
tel 0732 610637, fax 0732 610639

* Università di Ancona, Dipartimento di Meccanica,
Via Brece Bianche, 60131 Ancona
tel 071 2204487, fax 071 2204418

Abstract

European Machinery Directive states that all machine producers must declare the noise level, in terms of acoustic power and/or acoustic pressure in a significant point, emitted by each kind of machine on the market. Recently a new standard to perform sound power measurements by intensity methods has been introduced. In this work results of sound power obtained by intensity techniques and traditional pressure measurements inside reverberating room are compared. Measurements have been performed according to two international standards: the first based on acoustical intensity mapping around the source (ISO-9614-1); the second based on averaged pressure measurements inside a reverberating room (ISO 3741). Tests has been performed in two laboratories. The noise source analysed is a range hood. Repeated measurements on different models of range hood by both techniques allowed to obtain an estimate of uncertainty and to perform a compatibility analysis. Also advantages and disadvantages of both techniques for the particular noise source tested are highlighted.

Keywords

Acoustic intensity, sound power measurements, uncertainty.

1. INTRODUCTION

An IEC standard for measurement of acoustic power emitted by range hood is nowadays under development. Open questions to be discussed are relative to the possibility of application of intensity measurement techniques and to the definition of testing load to be applied to the range hood. Another problem is related to the noise emitted by the air flow discharge outlet, that can be outside the room of the range hood and than is not to be considered.

From a mechanical point of view a range hood is the assembly of three components: a fan, a casting with filters and a discharge tube. Three independent noise sources can be identified: vibrations of fan casting and of the box, noise of the flow at inlet and inside the fan; noise at the output of discharge tube. Range hood noise is typically a broad band stationary noise,

therefore, in general, both intensimetric techniques and pressure measurements inside reverberating room can be applied to measure the acoustic power emitted.

In order to get experience about the above mentioned problems measurements on three different models of range hood have been carried out. The three models have been chosen in order to have a representative sample of the range hood on the market. The measurements have been performed accordingly to ISO 9614-1 (intensimetry) and to ISO 3741 (pressure in reverberating room).

In both cases the assembly and load of the range hood has been chosen accordingly to the DIN 4563 Teil 1006 standard under development. Tests have been performed with particular care in order to: have an evaluation of repeatability of the measurement on both the laboratories; have the possibility to perform a compatibility analysis; have the possibility, by using the intensimetric technique, to evaluate the contribution to total noise of the air flow at discharge tube outlet.

In tab. 1 the main features of the three range hood chosen are illustrated.

R.H.	Mod.	N° of blades	max flow rate [m ³ /h]	RPM
I	Slim Line	2 x 59	490	2000
II	Camino	54 e 59	450	1900
III	Free Standing	54	180	1600

Tab. 1: Characteristics of the three range hood

Many authors [1, 2, 5] have investigated the problem of computing the noise emitted from industrial fan and air jets. A large literature is available to this purpose, but, for the particular problem here analysed, values predicted was found significantly different from that measured. This was particularly true for the estimate of acoustical power emitted by the air jet because inside the discharge tube there is a propagation of the noise coming from the fan.

2. MEASUREMENTS INSIDE REVERBERATING ROOM

All the measurements have been performed inside a precision reverberating room, accordingly to the ISO 3741 standard. The volume of the reverberating room was 243 m³.

Measurements have been performed using a rotating B&K 4134 microphone, a B&K 2639 preamplifier and a B&K 2133 spectrum analyser for data acquisition and processing.

Tests have been performed on each range hood using a controlled electrical power supply at 220 V \pm 1% (50 Hz) after a period of at least 60 min. of steady state operation to obtain a stable working condition. The load was an "L" shaped tube of 4 m total length with its vertical part of 0.5 m, a curve of 0.3 m of radius, an horizontal part of about 3 m. The tube diameter was 120 mm for the Camino and Slim Line range hood and 100 mm for the Free standing model, accordingly to the draft standard DIN 45635 teil 1006. Each range hood, during the tests, was supported by two wooden stands at 0.5 meter height from the floor. As stated by the ISO 3741 standard the reverberating time of the room with inside the range hood was measured before each test. During each test the spectrum of the emitted acoustical power (frequency range 100-10000 Hz) has been measured. Each range hood test has been repeated at least six times in different days. Each test, after the 60 min. of pre-heating, required about 15 min. The test and measurements conditions allow to classify the results at "precision"

grade in the sense of the ISO 3741 standard. The maximum difference between the values obtained was 0.3 dB.

ISO 3741 standard state that the maximum difference between results obtained in different laboratories for "precision" measurements should be of 3.0 dB from 100 to 160 Hz, 2.0 dB from 200 and 315 Hz, 1.5 dB from 400 and 5000 Hz and 3.0 dB from 6300 to 10000 Hz. Those repeatability values are significantly higher than those obtained in our tests (on a single laboratory). Using the values measured on each 1/3 frequency band for the range hood tested to calculate an overall repeatability (between different laboratories) in the whole 100-10000 Hz frequency range was obtained the maximum value of 2.0 dB (1.8 dB-A).

3. MEASUREMENTS BY INTENSIMETRIC TECHNIQUE

Measurements have been performed using a B&K 3548 intensimetric probe, a B&K 2144 spectrum analyser, a B&K 5304 software and a B&K 3541 calibrator.

Measurements have been performed inside a normal laboratory room at the Dipartimento di Meccanica of Ancona University, a room of 9x9 m, 3.4 m of height. The working condition of the range hood (and the range hood itself) was the same of the measurement inside reverberating room. The measurements were performed accordingly to the ISO 9714-1 standard, using a measurement grid (surface A of fig. 1) around the range hood and its discharge tube.

In this condition the power spectrum emitted in the frequency range 100-8000 Hz has been measured. A typical result obtained is illustrated in fig. 2. Each sound power measurement required about 3 hours. For each device tested sound power measurements, in the same frequency range, have been performed also in a grid around the discharge tube alone (surface B of fig. 1). Measurements time around the discharge tube alone is about 1 hour. In the same frequency range also measurements of sound power in a grid around the only range hood (surface C of fig. 1) have been performed. Those measurements required about 1 hour. A typical comparison between sound power around the range hood and around the discharge tube is illustrated in fig. 3. Repeated power measurements around the only range hood and around the range hood + discharge tube shown a maximum deviation of 0.5 dB. A typical comparison between two measurements around the only range hood is illustrated in fig. 4.

Repeated measurements around the discharge tube show a larger maximum dispersion: values of 1.5 dB was obtained. This is due to the turbulent air flow even if all the care suggested by the standard has been taken into account (air velocity below 2 m/s in the measurement point; use of windscreen). Also the high directivity of the source can affect the results because the probe is manually located in the measurement point. In the worst cases, ISO 9614-1 indicator parameters calculations allowed to classify the results at engineering level of precision; this means a standard deviation of results between different laboratories of 3.0 dB from 63 to 160 Hz, of 2.0 dB from 200 to 630 Hz, of 1.5 dB from 800 to 5000 Hz of 2.5 dB at 6300 Hz. Those repeatability values are significantly higher than those obtained in our tests (on a single laboratory). Using the values measured on each 1/3 frequency band for the range hood tested to calculate an overall repeatability (between different laboratories) in the whole 100-10000 Hz frequency range it was obtained the maximum value of 2.2 dB (2.0 dB-A).

4. COMPARISONS

In table 2 all the results obtained are summarised in terms of total acoustical power emitted. In fig. 5, 6 and 7 the comparison is made in terms of spectrum of acoustical power measured using the two different techniques.

Tab. 2: Summary of comparisons

Range hood	Intensimetric technique									Rev. room		
	All		Rep.	Only range hood			Only outlet		Rep.	All		Unc.
	dB	dBA	dB	dB	dBA	Inc.	dB	dBA	dB	dB	dBA	dB
I	76.1	68.2	0.5	74.1	65.9	0.5	70.1	64.3	1.0	72.6	67.8	0.3
II	75.5	71.4	0.5	73.4	68.7	0.5	67.9	64.4	1.5	75.1	71.4	0.3
III	62.4	58.3	0.5	59.1	55.0	0.5	52.2	46.2	1.0	60.0	56.4	0.3

a)

DIFF. BETWEEN NOISE OF ALL AND NOISE OF ONLY THE RANGE HOOD		
R.H.	dB	dBA
I	2.0	2.3
II	2.1	2.7
III	3.3	3.3

b)

DIFF. BETWEEN NOISE OF ALL AND NOISE OF ONLY THE OUTLET + NOISE OF RANGE HOOD		
dB	dBA	
0.5	0.0	
1.0	1.3	
-0.8	-0.5	

c)

DIFF. BETWEEN INTENSIMETRIC TECHNIQUE AND REV. ROOM		
dB	dBA	
3.5	0.4	
0.4	0.0	
2.4	-1.4	

d)

The results obtained shown that the contribution of the outlet to the total noise (acoustical power) is not significantly higher than repeatability (uncertainty) and that the parts of the tube between the outlet and the range hood have a negligible contribution to total noise because the noise measured around all is the sum of the noise measured around the outlet and of the noise measured around the range hood, with differences below the uncertainty.

Also a good compatibility between the two measurement techniques has been obtained.

The only significant difference we have is in the case of the model I of range hood (dB value only) ad it is probably due, as illustrated in fig. 5, to an overestimation by intensimetric technique of the low frequencies.

5. CONCLUSIONS

Results of sound power measurement obtained by two different measurement techniques in two laboratories have been obtained and compared in order to evaluate the repeatability of those measurement techniques and to perform a compatibility analysis. Sound power measurements performed by intensimetric techniques on single components of the range hood, when summed alltogether give compatible results to the measurement performed on the whole. Comparison between results obtained by acoustic power measurements in

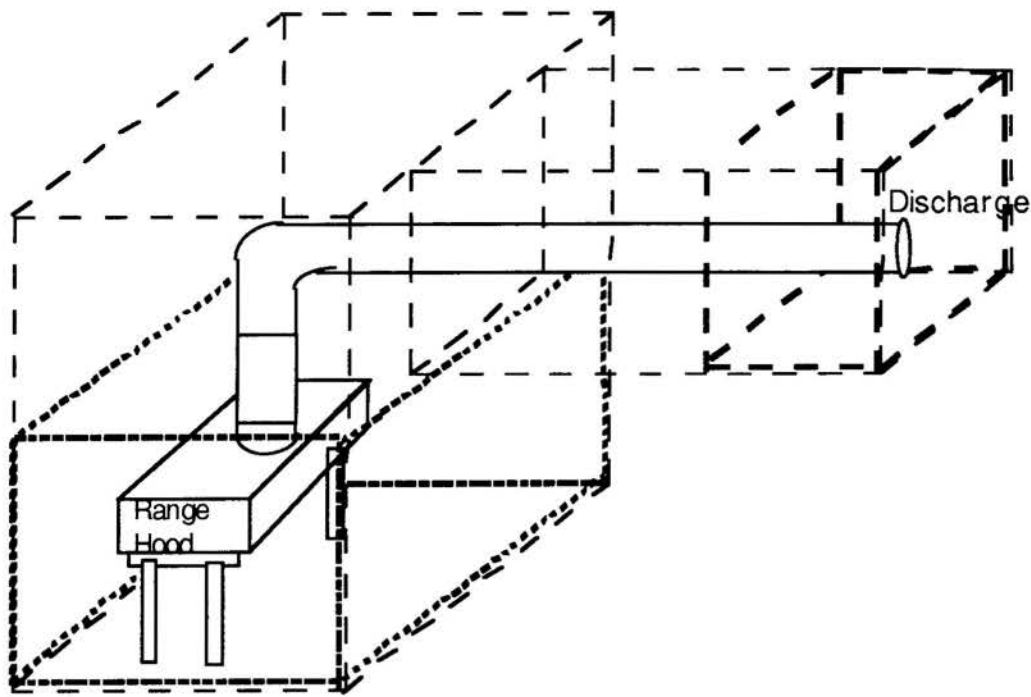
reverberating room agree with intensity measurements to within 1.4 dBA; this value is lower than uncertainty specified by the ISO-9614-1 norm. Observation of frequency spectra show that discrepancies are limited to the low frequency range. Therefore it can be concluded that both techniques are useful to measure sound power emitted by range hoods. The contribution of the outlet, for models of range hood with high flow rate, can be a significant component of the sound power emitted, than measurements inside reverberating room should be performed with a silencing device on the discharge tube or with external room discharge. The conclusions about the problem of choosing between those two techniques can be summarised as follows. The reverberating room allows accurate measurements and low testing time (i.e. low man power costs), but they involve high cost for the facility (i. e. high investment costs); it is therefore well suited for testing large numbers of products. By intensimetric techniques it is possible to take into account noise of different components of the device under test and it is possible to perform measurements with low investments on the test bench; therefore it is well suited for testing a low number of products. At present, the results of this work have already been used by IEC Technical Committee as a contribution to the development of international standards for acoustical testing of range hoods.

Acknowledgements

Authors wish to thank Mr. Savio Evangelisti for the measurements performed.

References

- [1] L. Beranek, L. Istvan, "Noise and vibration control engineering: principles and applications", John, Wiley & Sons, 1992.
- [2] C. M. Harris, "Manuale di controllo del rumore", Tecniche Nuove, 1983
- [3] ISO 3741
- [4] ISO 9614-1
- [5] M. Vigone, "Progettare il silenzio", Hoepli, 1985
- [6] D. W. Wolbrink, J. R. Sarnosky, "Residential kitchen ventilation - a guide for the specifying engineer", ASHRAE Transactions, vol 98, part 1, 1992.



- - - Surface A
- · - Surface B
- · · Surface C

Fig. 1: Measurements surfaces for intensimetric technique

Intensity Mag.
 Freq: 100-8,00kHz
 A Weighted

- Above 64
- 62 - 64
- 60 - 62
- 58 - 60
- 56 - 58
- 54 - 56
- 52 - 54
- Below 52

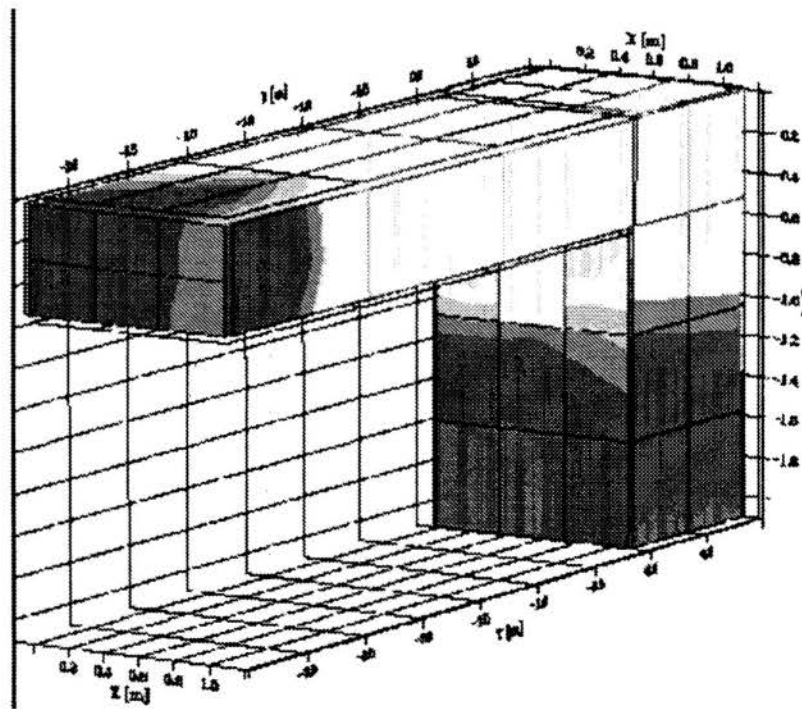


Fig. 2: A typical intensity distribution obtained

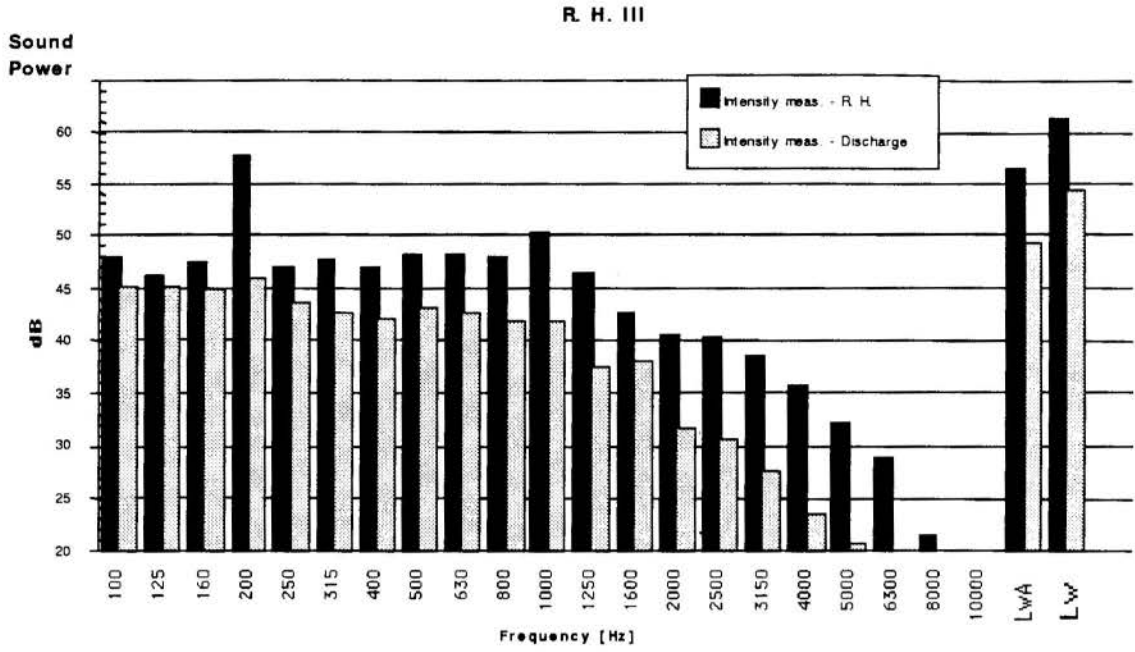


Fig. 3: Comparison between acoustical power emission of the range hood and of the discharge

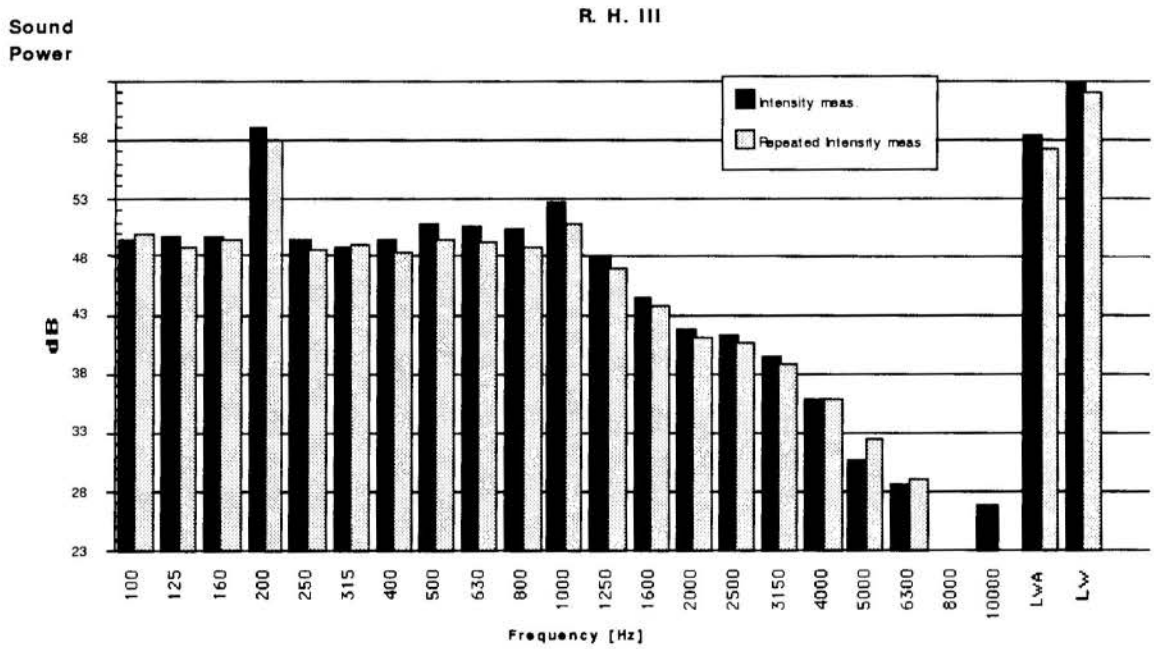


Fig. 4: Comparisons between repeated measurements by intensity techniques on same source

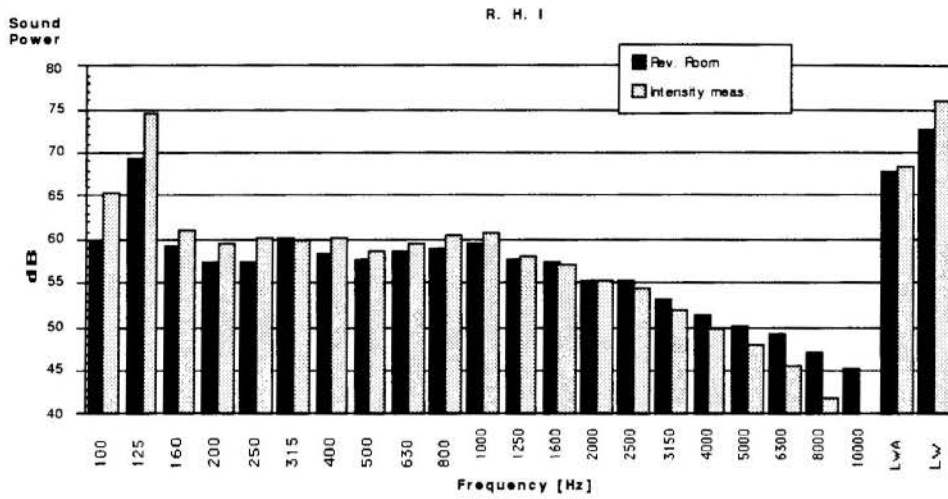


Fig. 5: Comparison between noise of range hood I measured by intensimetric techniques and sound pressure inside a reverberating room.

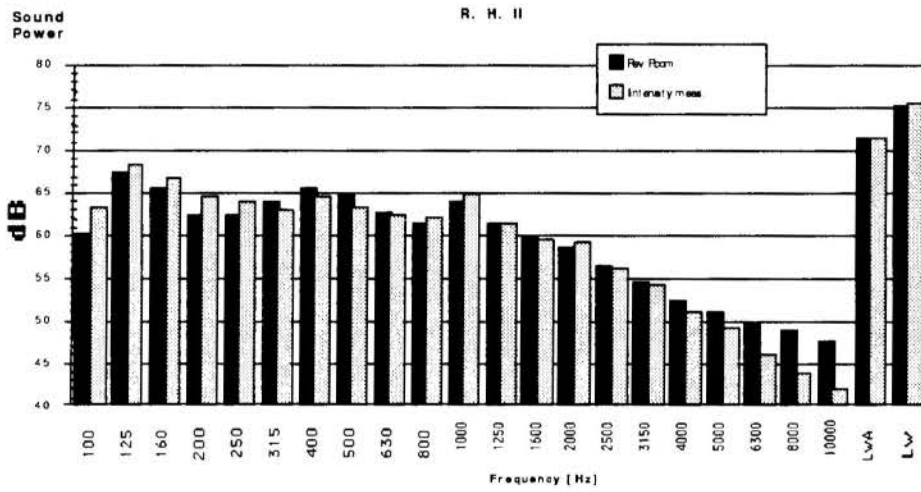


Fig. 6: Comparison between noise of range hood II measured by intensimetric techniques and sound pressure inside a reverberating room.

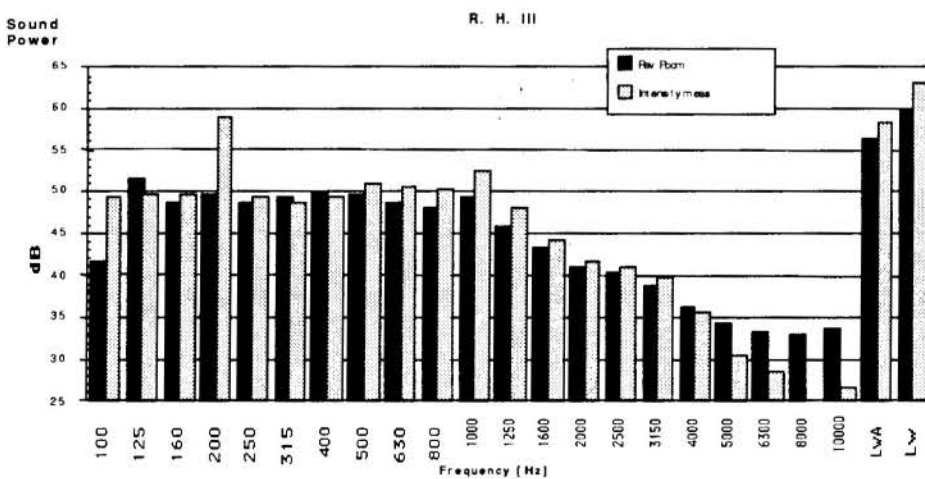


Fig. 7: Comparison between noise of range hood III measured by intensimetric techniques and sound pressure inside a reverberating room.

Tema 54

Propagação de Ondas



PAPER CODE: COB191

WAVE PROPAGATION IN DAMAGEABLE ELASTO-VISCOPLASTIC BARS

Felipe Bastos de Freitas Rachid & Saulo Guimarães Machado
Departamento de Engenharia Mecânica - Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156 - São Domingos - Niterói / RJ
Cep. 24.210-240

Abstract

This paper presents a theoretical investigation, based on numerical simulations, of the wave propagation phenomenon in damageable elasto-viscoplastic one-dimensional medium. The degradation of the medium induced by inelastic deformations is described by a local continuum damage model in a context of internal variable theory. To solve the hyperbolic governing equations, the Glimm's scheme along with a splitting technique were used. Numerical simulations with and without damage are compared so that the influence of the damage on the wave propagation phenomenon is highlighted.

Keywords

Wave Propagation; Continuum Damage Mechanics; Elasto-viscoplasticity; Glimm's Scheme.

1. INTRODUCTION

Metallic materials, specially those used in high temperature environments, are known to be susceptible to inelastic deformations when exposed to moderately amplitude impact loading and/or transient complex loading histories. Structural components used in nuclear and thermohydraulics power plants are typical examples of particular interest.

Because of its importance in engineering applications, the analysis of dynamical problems involving the wave propagation in inelastic solids has been the subject of several researches in the past years (Belytshko, et al. 1987, Loret and Prevost, 1990 and Sluys et al., 1993). Even though several important features have been definitively addressed and significant progress has been achieved, a few works (Freitas Rachid et al., 1996) have been dedicated to the study of the degradation phenomenon (damage induced by inelastic strains) influence on the dynamical response of structures.

This paper reports a theoretical and numerical investigation of longitudinal wave propagation phenomenon in damageable elasto-viscoplastic bars under isothermal and small deformations. The material inelastic response is described by an internal constitutive theory with strong thermodynamics basis and the degradation phenomenon by means of local continuum damage theory.

The constitutive model used in this work exhibits strain-softening phenomenon yet gives rise to a unique solution to the wave propagation initial-boundary-value problem. The primary effect of the damage on the wave propagation analysis is that it affects the tensile wave speed. As a result, dispersive effects appear in the solution whenever the magnitude of inelastic strains is capable to cause damage evolution. To solve the non-linear hyperbolic equations describing the wave propagation phenomenon, a suitable numerical technique based on Glimm's method is proposed. Transient numerical solutions with and without damage are compared so that the influence of damage on the wave propagation analysis is demonstrated.

2. CONSTITUTIVE EQUATIONS

The constitutive equations used in this work are derived in a context of an internal variable theory (Lemaitre & Chaboche, 1990). Due to the limited space, only its main features will be focused on. For further details, refer to the work of Freitas Rachid & Costa Mattos (1995).

For the isothermal evolution of an elasto-viscoplastic damageable solid, the local state is supposed to be characterized by the total strain tensor $\underline{\underline{\varepsilon}}$, the anelastic strain $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, by an internal variable D related with the damage and by two other internal variables \mathbf{c} and p related to the kinematical and isotropic hardening, respectively. The variable \mathbf{c} is a second-order tensor whereas p is of scalar nature. The variable $D \in [0,1]$ is a macroscopic quantity which can be interpreted as a local measure of the degradation of the material induced by deformation. If $D = 0$, the material is virgin and if $D = 1$ the material loses locally its mechanical strength.

The Helmholtz free energy ψ is assumed to be a differentiable scalar function of the state variables with the following form:

$$\rho\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, D, \mathbf{c}, p) = (1-D) \left\{ \psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \psi_p(p) + \psi_c(\mathbf{c}) \right\} \quad (1)$$

where

$$\psi_e(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{C}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \right) \cdot (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p), \quad \psi_p(p) = b \left(p + \frac{1}{d} \exp(-dp) \right) + \sigma^y p, \quad \psi_c(\mathbf{c}) = \frac{1}{2} \mathbf{a} \mathbf{c} \cdot \mathbf{c} \quad (2.1-2-3)$$

The term ψ_e is the elastic strain energy density and the terms ψ_p and ψ_c are the inelastic strain energy densities related to the internal variables \mathbf{c} and p . \mathbf{C} is the classical symmetric fourth-order positive definite tensor of elasticity. In the above relations, a , b and d are material parameters. The so-called thermodynamical forces $(\sigma, B^D, \mathbf{B}^c, B^p)$ related to the internal variables $(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, D, \mathbf{c}, p)$ are defined from the free energy potential by taking its partial derivatives. The relations between the state variables and the thermodynamical forces are the so-called state laws:

$$\sigma = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = (1-D) \mathbf{C}(\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (3.1)$$

$$B^D = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \psi_e + \psi_p + \psi_c \quad (3.2)$$

$$\mathbf{B}^c = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{c}} = -(1-D) \mathbf{a} \mathbf{c} \quad (3.3)$$

$$B^p = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial p} = -(1-D) \left(b(1 - \exp(-dp)) + \sigma^y \right) \quad (3.4)$$

To complete the constitutive equations, evolution laws are required for the internal variables. These are obtained by introducing a differentiable scalar function $\Phi = \Phi(\sigma, B^D, B^p, \mathbf{B}^c, \underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, D, p, \mathbf{c})$ of the thermodynamical forces and the internal variables, named dissipation potencial. For this particular material Φ has the following form:

$$\Phi = \frac{k}{n+1} \left\langle \frac{F}{k} \right\rangle^{n+1} \quad (4)$$

where $\langle x \rangle = \max(0, x)$ and F is the yield function $F(\underline{\underline{\sigma}}, B^D, B^p, \mathbf{B}^c, \underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, D, p, \mathbf{c})$:

$$F = f + \frac{\varphi}{2a} \left(\mathbf{B}^c \cdot \mathbf{B}^c - (1-D)^2 a^2 \mathbf{c} \cdot \mathbf{c} \right) + \frac{1}{2S_0} \left((B^D)^2 - (\psi_e + \psi_p + \psi_c)^2 \right)$$

$$f = f(\underline{\underline{\sigma}}, B^p, \mathbf{B}^c) = J(\underline{\underline{\sigma}} + \mathbf{B}^c) + B^p$$

$$J(\underline{\underline{\sigma}} + \mathbf{B}^c) = \left(\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}} + \mathbf{B}^c)_{\text{dev}} \cdot (\underline{\underline{\sigma}} + \mathbf{B}^c)_{\text{dev}} \right)^{1/2}$$

In the above relations, φ and S_0 are material parameters. $(\underline{\sigma} + \mathbf{B}^c)_{\text{dev}}$ is the deviatoric part of $(\underline{\sigma} + \mathbf{B}^c)$. When Φ is differentiated with respect to the arguments $\underline{\sigma}$, \mathbf{B}^D , \mathbf{B}^P and \mathbf{B}^c , the evolution laws are obtained:

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{3}{2} \left\langle \frac{F}{k} \right\rangle^n \frac{(\underline{\sigma} + \mathbf{B}^c)_{\text{dev}}}{J} \quad (5.1)$$

$$\dot{p} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{B}^P} = \left(\frac{2}{3} \underline{\dot{\varepsilon}}^p \cdot \underline{\dot{\varepsilon}}^p \right)^{1/2} = \left\langle \frac{F}{k} \right\rangle^n \quad (5.2)$$

$$\dot{\mathbf{c}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{B}^c} = \underline{\dot{\varepsilon}}^p + \frac{\varphi}{a} \mathbf{B}^c \dot{p} \quad (5.3)$$

$$\dot{\mathbf{D}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{B}^D} = -\frac{\mathbf{B}^D}{S_0} \dot{p} \quad (5.4)$$

Using equations (3), it is easy to verify that $F(\underline{\sigma}, \mathbf{B}^D, \mathbf{B}^P, \mathbf{B}^c, \underline{\varepsilon}, \underline{\varepsilon}^p, D, p, \mathbf{c}) < 0$ if and only if $f(\underline{\sigma}, \mathbf{B}^P, \mathbf{B}^c) < 0$. If $f < 0$ then $\underline{\dot{\varepsilon}}^p = 0$, $\dot{p} = 0$, $\dot{\mathbf{c}} = 0$, $\dot{\mathbf{D}} = 0$, and consequently, the material will behave elastically. When $\mathbf{B}^P = -\underline{\sigma}^y$ and $\mathbf{B}^c = 0$, the condition $f \leq 0$ is nothing else than the classical Von-Mises criterion. If $\mathbf{B}^P = -\underline{\sigma}^y$ and $\mathbf{B}^c = 0$ at the time $t=0$, the evolution of the elastic domain (the set of the stress $\underline{\sigma}$ such that $f(\underline{\sigma}, \mathbf{B}^P, \mathbf{B}^c) < 0$) will be characterized by an homothetical expansion or contraction (due to $\mathbf{B}^P(t)$) and by a translation (due to $\mathbf{B}^c(t)$) of the initial elastic domain (defined by the Von-Mises criterion). Equation (5.1) implies that $\text{tr}(\underline{\dot{\varepsilon}}^p) = 0$. This means that the inelastic deformation preserve the volume of the body. If the internal variable \mathbf{c} is zero at time $t=0$ then, from (3.3), (5.1) and (5.3), it is also easy to verify that $\text{tr}(\mathbf{c}) = \text{tr}(\mathbf{B}^c) = 0$. The variable $\underline{\dot{\varepsilon}}^p$ is usually called the plastic strain and the internal variable p is called the cumulated plastic strain.

Equations (3) and (5) describe adequately the mechanical phenomena of damage, elasticity, plasticity (cyclic plasticity, strain-hardening and strain-softening), creep and relaxation observed in many metallic materials at high temperature. Experimental procedures to identify the material parameters a , b , d , σ^y , k , n , φ and S_0 can be found in (Lemaitre & Chaboche, 1990).

3. BALANCE EQUATIONS

The balance of linear momentum, along with the strain-displacement relationship, that governs the motion of a continuum solid body under the assumption of small displacements and deformations are (Salençon, 1990):

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \text{div} \underline{\underline{\sigma}} + \rho \mathbf{g}, \quad \underline{\underline{\varepsilon}} = 1/2 (\text{gradu} + \text{gradu}^T) \quad (6.1-2)$$

In the above expressions \mathbf{v} , \mathbf{u} , $\underline{\underline{\sigma}}$ and $\underline{\underline{\varepsilon}}$ represent, respectively, the velocity vector field, the displacement vector field, the stress tensor field and the strain tensor field, which are all functions of the space coordinate \mathbf{x} in the reference configuration and of the time t . The external body force per unit of mass \mathbf{g} is assumed to be zero and the body supposed to be homogeneous, so that the mass density ρ is constant. Once the body geometry and the initial/boundary conditions have been specified, the balance (6) and constitutive (3) and (5) equations describe the problem of wave propagation in damageable elasto-viscoplastic medium.

4. PROBLEM FORMULATION

As a first step towards the analysis of the wave propagation phenomenon, we restrict the complexity of the problem by dealing with the one-dimensional situation. Let us consider a bar of unit cross-sectional area and length L of an isotropic damageable elasto-viscoplastic material whose axis

coincides with the coordinate x . The origin of the coordinate system is the left end of the bar so that $x \in [0, L]$ Fig.1.

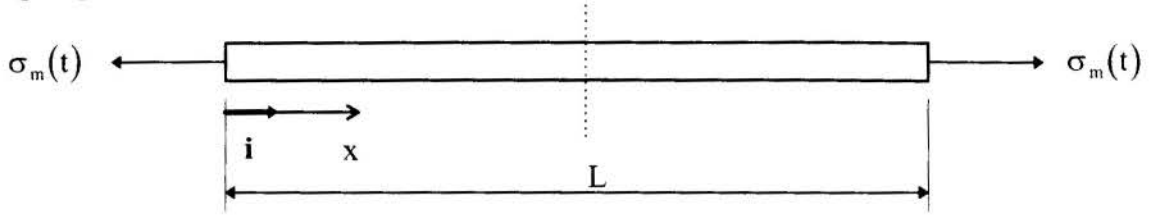


Fig. 1 One-dimensional bar of length L with stress prescribed at both ends

It is further assumed that the velocity and the stress tensor have only one nonvanishing component in the x direction,

$$\mathbf{v} = v\mathbf{i} \quad \text{and} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \sigma\mathbf{i} \otimes \mathbf{i}$$

in which \mathbf{i} is the unit length vector of the positive x direction and \otimes stands for the usual tensorial product. As a consequence, there will exist only one independent component of the tensors $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ and \mathbf{c} ,

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \varepsilon^p \mathbf{i} \otimes \mathbf{i} - \varepsilon^p / 2 \mathbf{j} \otimes \mathbf{j} - \varepsilon^p / 2 \mathbf{k} \otimes \mathbf{k} \quad \text{and} \quad \mathbf{c} = c\mathbf{i} \otimes \mathbf{i} - c / 2 \mathbf{j} \otimes \mathbf{j} - c / 2 \mathbf{k} \otimes \mathbf{k}$$

Based on the considerations presented so far, equations (3), (5) and (6) can be reduced to the following system of partial differential equations:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \rho \lambda^2 \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\sigma}{(1-D)} \frac{\partial D}{\partial t} + (1-D)E \frac{\partial \varepsilon^p}{\partial t} = 0 \quad (7.1-2)$$

$$\frac{\partial \varepsilon^p}{\partial t} = f(\sigma, c, p, D), \quad \frac{\partial c}{\partial t} = g(\sigma, c, p, D), \quad \frac{\partial p}{\partial t} = h(\sigma, c, p, D), \quad \frac{\partial D}{\partial t} = l(\sigma, c, p, D) \quad (7.3-4-5-6)$$

where the functions f , g , h and l of the arguments (σ, c, p, D) are obtained from (5) and $\lambda = \lambda(D)$, the wave speed with which disturbances propagate in the bar, is given by $\lambda = \sqrt{(1-D)E/\rho}$. It is initially assumed that the bar is virgin, at rest, free of stress, and has never been undergone to plastic deformations. As boundary conditions, we consider the bar is submitted to a prescribed stress at its edges. These conditions can be stated as follows:

$$v(x, t=0) = \sigma(x, t=0) = \varepsilon^p(x, t=0) = p(x, t=0) = c(x, t=0) = D(x, t=0) = 0 \quad (8)$$

$$\sigma(x=0, t) = \sigma(x=L, t) = \sigma_m(t) \quad (9)$$

It can be shown that the system of equations (7) is merely hyperbolic in time for $D \in [0, 1)$ since its eigenvalues are all real (although not distinct) and the associated eigenvectors form a complete set of linear independent vectors (Jeffrey, 1976). The hyperbolicity of (7) ensures the well-posedness of the initial-boundary-value problem (7)+(8)+(9).

5. NUMERICAL METHOD

In order to construct the numerical approximation for the solution $(\sigma, v, \varepsilon^p, D, c, p)$ of (7) from time t^n to time $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ the following splitting algorithm is adopted:

i. First, an initial approximation $(\bar{\sigma}, \bar{v})$ is obtained by advancing Δt in time through:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} - \rho \lambda^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

via Glimm's method. As Cauchy data for the Glimm's scheme, the values of (σ, v, D) at time t^n are used.

ii. Once $(\bar{\sigma}, \bar{v})$ has been evaluated, the numerical approximation for the solution at time t^{n+1} is

finally obtained by advancing in time with the same time-step Δt through:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\frac{\sigma}{(1-D)} 1 - (1-D)Ef, \quad \frac{\partial \varepsilon^p}{\partial t} = f, \quad \frac{\partial c}{\partial t} = g, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = h, \quad \frac{\partial D}{\partial t} = l \quad (9)$$

To do this, the Euler's scheme is employed by taking as initial conditions (ε^p, D, c, p) at time t^n and $(\bar{\sigma}, \bar{v})$.

This procedure may be repeated throughout until a desired time of simulation has been reached. Before using Glimm's method for solving equations (8), one must know the solution of the associated Riemann problem.

5.1 Riemann Problem

The Riemann problem associated to (8) is an initial-value problem of the form (Smoller, 1983),

$$(\sigma(x, t = 0); v(x, t = 0)) = \begin{cases} (\sigma_l, v_l); & \text{for } x < 0 \\ (\sigma_r, v_r); & \text{for } x > 0 \end{cases}$$

with discontinuous coefficient λ such that:

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_l = \lambda(D_l) = \text{constant}; & \text{if } x < 0 \\ \lambda_r = \lambda(D_r) = \text{constant}; & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

where σ_l, v_l, D_l and σ_r, v_r, D_r are constants.

The generalized solution of this particular problem depends only on the ratio $\xi = x/t$ and is constructed by connecting the left state (σ_l, v_l) and the right state (σ_r, v_r) to the intermediate states (σ^*_l, v^*_l) and (σ^*_r, v^*_r) , which must be determined, by shock waves (discontinuous solutions). The shock speeds s must satisfy the Rankine-Hugoniot jump condition. In this case this relationship is:

$$\left. \begin{array}{l} s\rho[v] = [\sigma] \\ s[\sigma] = \rho\lambda^2[v] \end{array} \right\} \text{if, } x < 0 \quad \text{or} \quad \left. \begin{array}{l} s\rho[v] = [\sigma] \\ s[\sigma] = \rho\lambda^2[v] \end{array} \right\} \text{if, } x > 0 \quad (10)$$

where $[\zeta]$ denotes the jump of ζ across adjacent states. From equations (10) it is easy to see that shocks propagate with speeds $s = -\lambda_l$ if $x < 0$ or $s = \lambda_r$ if $x > 0$. Thus, the solution is constructed by connecting the left state (σ_l, v_l) to the intermediate state (σ^*_l, v^*_l) with shock speed $s = -\lambda_l$. Similarly, the right state (σ_r, v_r) is connected to the intermediate state (σ^*_r, v^*_r) by a shock with speed $s = \lambda_r$. To complete the solution, however, it remains to connect the state (σ^*_l, v^*_l) and (σ^*_r, v^*_r) . This is done by imposing a stationary shock (a shock with speed $s = 0$) at $x = 0$ as illustrated in Fig. 2. It should be mentioned that such kinds of shock appearing in the solution of this problem are actually the so-called contact discontinuities (Smoller, 1983).

The generalized solution of this problem is unique and is summarized in Fig. 2 which displays the regions in the x - t plane where the solutions is defined.

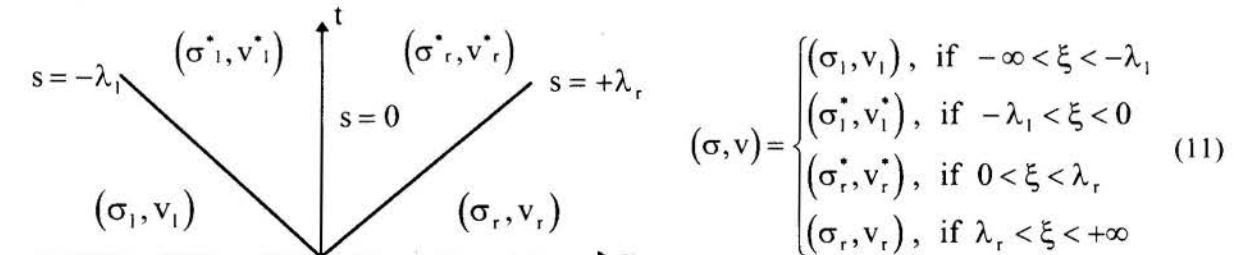


Fig. 2 Solution of Riemann Problem in the x - t plane.

In the above relations, σ_r^* , v_1^* and σ_r^* , v_r^* are given by the following expressions:

$$\sigma_r^* = \sigma_i^* = \frac{(\lambda_r \sigma_r + \lambda_l \sigma_l + \rho(\lambda_l^2 v_l - \lambda_r^2 v_r))}{(\lambda_r + \lambda_l)}$$

$$v_1^* = \frac{\lambda_r}{\lambda_l(\lambda_r + \lambda_l)} \left(\lambda_l v_l + \lambda_r v_r + \frac{(\sigma_l - \sigma_r)}{\rho} \right), \quad v_r^* = \frac{\lambda_l}{\lambda_r(\lambda_r + \lambda_l)} \left(\lambda_l v_l + \lambda_r v_r + \frac{(\sigma_l - \sigma_r)}{\rho} \right)$$

5.2 Glimm's Method

Glimm's method is a numerical scheme which employs the solution of the associated Riemann problem to generate approximate solutions of the hyperbolic equations, when they are subjected to arbitrary initial data. The main idea behind the method is to appropriately gather the solution of as many Riemann problems as desired to successively march from time t^n to time $t^{n+1} = t^n + \Delta t$. To do this it is first necessary to approximate the data at the time t^n by piecewise constant functions.

Consider a uniform partition $0 = x_1 < \dots < x_i < \dots < x_{i+1} < \dots < x_{N+1} = L$ of the interval $[0, L]$ such that $\Delta x = x_{i+1} - x_i$. Let us also assume that at time t^n there already exists a piecewise constant approximation of (σ, v, D) such as :

$$\sigma(x, t^n) = \sigma_i = \sigma(x_i, t^n), \quad v(x, t^n) = v_i = v(x_i, t^n), \quad D(x, t^n) = D_i = D(x_i, t^n)$$

for $x \in (x_i - \Delta x/2, x_i + \Delta x/2)$ and $1 \leq i \leq N+1$.

For each two consecutive states (σ_i, v_i, D_i) and $(\sigma_{i+1}, v_{i+1}, D_{i+1})$, $1 \leq i \leq N$, there is defined and solved a Riemann problem centered at $\bar{x} = x_i - \Delta x/2$, according to the preceding section. Now, with solution of these N Riemann problems and by introducing a random sequence of numbers $\{\theta_n\}$, $\theta_n \in (0, 1)$, it is finally obtained a piecewise constant approximate solution of (8) at time t^{n+1} as follows:

$$(\bar{\sigma}, \bar{v})(x, t^{n+1}) = (\bar{\sigma}_j(\xi_i), \bar{v}_j(\xi_i)), \quad \text{where} \quad \xi_i = \frac{(x_i + \theta_n \Delta x - \bar{x})}{\Delta t} \quad (12)$$

for $x \in (x_i - \Delta x/2, x_i + \Delta x/2)$ and $1 \leq i \leq N+1$ with j defined as $j = i$, if $\theta_n \leq 1/2$ or $j = i+1$, if $\theta_n > 1/2$.

In these expressions $(\bar{\sigma}_j, \bar{v}_j)$ stands for the j -th Riemann problem with initial data (σ_i, v_i, D_i) and $(\sigma_{i+1}, v_{i+1}, D_{i+1})$ whose solution is given by equation (11).

In order that nearby shocks of adjacent Riemann problem do not interact with each other, the time-step Δt is chosen to satisfy the Courant-Friedrichs-Lewy condition:

$$\Delta t = t^{n+1} - t^n \leq \frac{\Delta x}{2|\lambda|_{\max}}$$

where $|\lambda|_{\max}$ is the maximum absolute value of the shock speeds, taking into account the N Riemann problems at time t^n . With reference to the algorithm described at the beginning of this section, the aforementioned approximation $(\bar{\sigma}, \bar{v})$ is the one provided by equation (12).

6. NUMERICAL EXAMPLES

Aiming to better understand the phenomenon of wave propagation in a damageable elastoviscoplastic medium, the physical problem, described in section 4 is numerically simulated here. To characterize severe impact loadings, we consider as boundary conditions triangular-shape stress pulses, having a rise time of 0.5 ms and duration of 1 ms, so that:

$$\sigma(x=0,t) = \sigma(x=L,t) = \begin{cases} \sigma_m t, & \text{if } 0 \leq t \leq 0.5\text{ms} \\ -\sigma_m t + 2\sigma_m, & \text{if } 0.5\text{ms} \leq t \leq 1\text{ms} \\ 0, & \text{if } t \geq 1\text{ms} \end{cases}$$

where σ_m represents the stress pulse amplitude to which different values may be assigned.

The bar, which is 16m long, is made an AISI 316L stainless steel and is submitted to a temperature of 600°C. At this temperature the material parameters are (Lemaitre and Chaboche, 1990): $E=130$ GPa, $\nu=0,27$, $\sigma^y=6$ MPa, $k=150$ MPas, $b=8$ MPa, $d=10$, $n=12$, $a=17$ GPa, $\varphi=300$ and $S_0=2$ kPa.

After time $t=0$, the impulsive stress pulses generated at both extremities will propagate towards the midpoint of the bar. Afterward these pulses will interact with each other and will be reflected at the bar's ends until the steady state has been reached or rupture has occurred. The wave speed in the virgin material is $\lambda(D=0) = 4082$ m/s.

In what follows, the dynamical response of the bar will be analysed for two different magnitudes of the input stress pulse - $\sigma_m=100$ MPa and $\sigma_m=190$ MPa. To let in evidence the influence of the degradation on the response of the bar, the simulations were carried out with and without the damage and plotted together for comparison purposes. The situation without damage is a particular case and can be obtained by taking $D=0$ as well as $\dot{\epsilon}=0$ as the evolution law for the damage.

Spatial dimensionless stress distributions along the bar are displayed in Fig 3 at different instants for $\sigma_m=100$ MPa (left column) and for $\sigma_m=190$ MPa (right column). In both columns, the responses with (red line) and without (black line) damage are depicted.

The damage fields along the bar are depicted in Fig. 4 for the first ($t=1,95\text{ms}$, black line) and last ($t=25,47\text{ms}$, red line) time instants. Once again, the left plot refers to $\sigma_m=100$ MPa whereas the right plot is for $\sigma_m=190$ MPa.

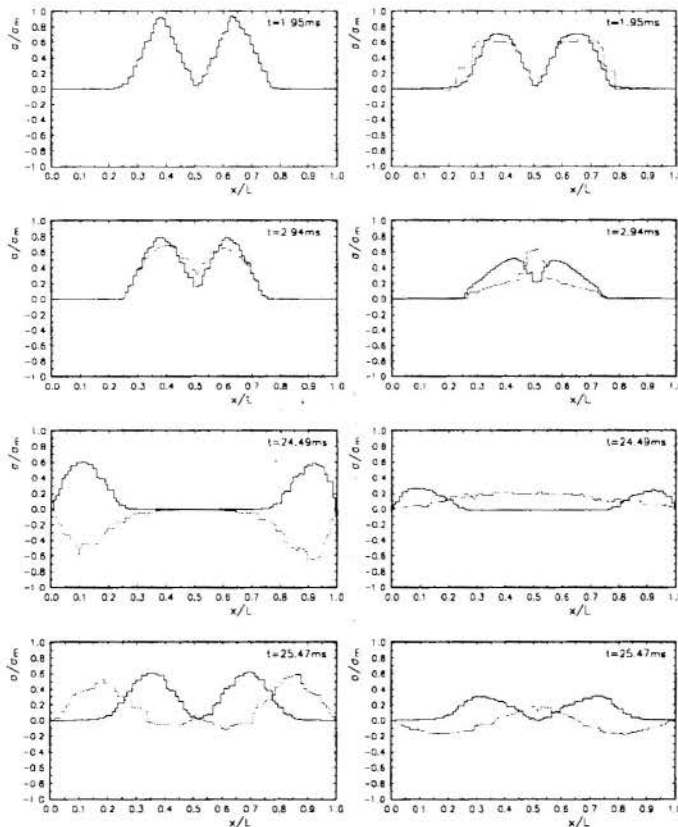


Fig. 3 Dimensionless stress fields at several time instants for $\sigma_m=100$ MPa (left column) and $\sigma_m=190$ MPa (right column). Predictions by the models with (red line) and without (black line) damage.

The first two vertical pictures in Fig. 3, both at left and at right, illustrate the time instants before ($t=1.95$ ms) and after ($t=2.94$ ms) the first superposition of the stress pulses generated at the bar edges. For $\sigma_m = 100$ MPa (left column), one can see that at $t=1.95$ ms the pulses coincide for the responses with and without damage since the amplitude of the stress pulse itself is not capable to deform the bar plastically (see the damage field at $t=1.95$ ms in Fig. 4). However, after the interaction of the pulses at the midpoint of the bar a slightly difference between these two responses is observed at $t=2.94$ ms. Because the damage is an additional dissipative mechanism, the pulse amplitude of the model with damage is more attenuated than that of the model without damage. In addition, the stress signals exhibit a phase delay when compared to those of the model without damage due to the reduction of the local wave speed induced by damage growth. Both phenomena attenuation and phase delay of the pulses are better noticed for the amplitude $\sigma_m = 190$ MPa (right column). In such a case the degradation of the bar is felt not only nearby the midpoint of the bar but also at its extremities as it is shown in Fig. 4.

The last two pictures in Fig. 3 show the time instants before and after, respectively, the fifth reflection of the pulses at the end's bar. Notice that the responses with and without damage are clearly out of phase and are completely different for $\sigma_m = 190$ MPa.

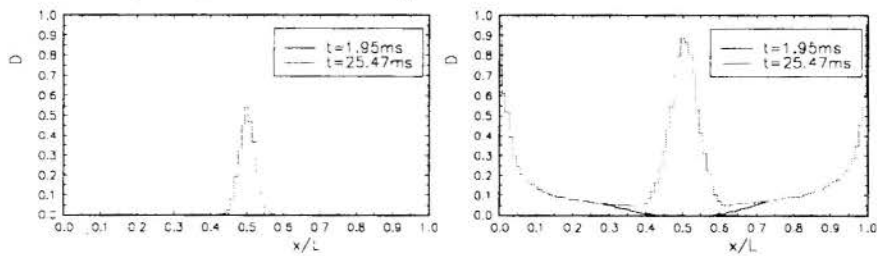


Fig. 4 Damage fields for two time instants $t=1.95$ ms (black line) and $t=25.47$ ms (black line) for $\sigma_m = 100$ MPa (left picture) and $\sigma_m = 190$ MPa (right picture).

Damage fields along the bar at the time instants $t=1.95$ ms and $t=25.47$ ms are shown in Fig. 4 for $\sigma_m = 100$ MPa (left picture) and $\sigma_m = 190$ MPa (right picture) by considering the models with (red line) and without (black line) damage. At $t=25.47$ ms the entire extension of the bar has been damaged for $\sigma_m = 190$ MPa. The most critical regions with respect to failure are those close to the extremities and to the center of the bar.

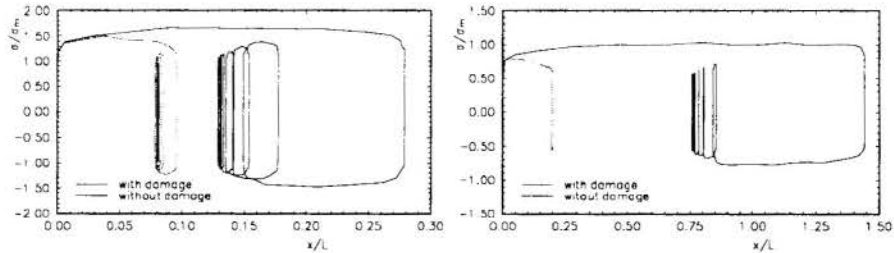


Fig. 5 Stress vs circumferential plastic strain at $x=L/2$ for $\sigma_m = 100$ MPa (left picture) and $\sigma_m = 190$ MPa (right picture). Predictions by the models with (red line) and without (black line) damage.

Finally, it is depicted in Fig. 5 the stress as a function of the plastic strain at $x=L/2$ for $\sigma_m = 100$ MPa (left picture) and $\sigma_m = 190$ MPa (right picture). The predictions of the model with (red line) and without (black line) damage have been plotted for both amplitudes. These hysteresis loops show that the damage introduces the strain-softening behavior and alters substantially the material response.

7. FINAL REMARKS

The influence of the degradation on the wave propagation phenomenon in an elasto-viscoplastic medium has been characterized by means of numerical simulations in a bar submitted to impact stress pulses at both ends. Besides of attenuating even further the stress waves, the damage may introduce significant delay in the signals altering drastically the mechanical response of the structure.

ACKNOWLEDGMENTS

The partial financial support provided by CNPq through proc. no. 301.323/94.1 and also through the scientific initiation scholarship granted to Saulo Guimarães Machado is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- Belytshko, T., Wang, X. J., Bazant, Z. P. & Hyun, Y., Transient Solutions for One-Dimensional Problems With Strain-Softening, *J. Appl. Mech.*, vol. 54, pp. 513-517, 1987.
- Freitas Rachid, F. B. & Costa Mattos, H. S., Integrity of Liquid Transmission Lines Taking into Account the Fluid-Structure Interaction, *Proc. of the 1996 ASME Pressure Vessel & Piping Conf., Montreal*, PVP-Vol. 337 pp. 61-69, 1996.
- Freitas Rachid, F. B. & Costa Mattos, H. S., Pressure Transients in Damageable Elasto-plastic Pipes, *Proc. of the 1995 ASME/JSME Pressure Vessels & Piping Conf., Hawaii*, PVP-Vol. 301, pp. 31-40, 1995.
- Jeffrey, A., *Quasilinear Hyperbolic Systems and Waves*, Pitman Publishing, London, 1976.
- Lemaitre, J. & Chaboche, J.L., *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 1990.
- Loret, B. & Prevost, J. H., Dynamic Strain Localization in Elasto-(visco)-plastic Solids, Part I. General Formulation and One-Dimensional Examples, *Comp. Meth. Appl. Mech.*, vol. 83, pp. 247-273, 1990.
- Salençon, J., *Mécanique des Milieux Continus*, Tome II, Ellipses, Paris, 1988.
- Slugs, L. J., De Borst, R. & Muhlhaus, H.-B., Wave Propagation, Localization and Dispersion in Gradient-Dependent Medium, *Int. J. Solids*, vol. 30, n° 9, pp. 1153-1171, 1993.
- Smoller, J., *Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations*, Springer-Verlag, New York, 1983.



A SURVEY OF GENERATION OF OCEAN WAVES IN A TEST BASIN

PAPER CODE: COB1514

BEN T. NOHARA

Technical Headquarters, Mitsubishi Heavy Industries

Iwatsuka Nakamura-ku Nagoya, Japan 453 - E-mail: drben@etd.nmw.mhi.co.jp

Abstract

This paper summarizes the facility of a test basin and a wave maker and also surveys the methodology of the generation of ocean waves using a wave maker in a test basin. The analytical design of wave tolerance for floating structures and vessels is still imperfect due to the mutually complex and nonlinear phenomena between structures and waves. Wave tolerance design is usually carried out through iterations of model tests in a test basin. One evaluates model tests in order to fix a final structural design. The wave generation has become an important technology in the field of the coastal and ocean engineering.

Keywords

Multidirectional Irregular Waves, Ocean Waves, Test Basin, Wave Maker, Wave Tolerance Test

1. INTRODUCTION

Japan is an island country whose territory of only 378,000 km² ranks 60th among the countries of the world in size, after the Republic of Zimbabwe which has 391,000 km² of territory (Chronological Scientific Tables, 1997). Using shortage of land as an excuse, Japan has been complacent in her development of infrastructures commensurate with modernized industrial countries.

However, Japan has sufficiently large resources in her sea space. Japan has a usable domain of 4,510,000 km² after summing the sea area of 200 nautical miles¹. This brings Japan's rank in size to 7th in the world, followed by the Republic of India which has 3,288,000 km². Moreover, the coast line of Japan is so complex that her total shorelength is 34,000 km. Relatively shallow water regions of a depth of 100[m] or less are suitable for the construction of floating structures. These regions total 160,000[km²], 42[%] the area of her land. This region is not currently being used for industrial or cultural aims other than coastal fisheries and aquaculture/mariculture. When her coastal areas are put to efficient use, Japan will have a territory sufficient for her future needs.

The development of the coastal regions can be accomplished without harming fisheries or the surrounding environment. For example, the plans for a floating airport proposed by *Mega-float* (Technological Research Association of Mega-float, 1996) does not despoil the sea environment or effect ocean currents. Moreover, 20 to 30% can be saved on construction fees compared to reclamation work. How to maintain a high level of wave tolerance performance is an important research item in the construction of floating structures. From an engineering perspective, it is necessary to base construction methodology of floating structures on the research of wave characteristics.

¹ 200 nautical miles (1 nautical mile = 1,852m): The exclusive economic zone of 200 nautical miles was approved by United Nations Treaty on the Law of the Sea, 1995.

We have been able to clarify wave characteristics using numerical formulas of ocean waves developed during 19th century. Major wave theories from the 19th century are as follows(Lamb, 1932):

1802	Gerstner	finite amplitude wave theory(trochoidal wave)
1844	Scott Russell	discovery of solitary wave
1845	Sir G. B. Airy	Airy wave equations
1847	Stokes	Stokes wave theory
1871	Boussinesq	solitary wave theory
1876	Rayleigh	solitary wave theory
1895	D.J.Korteweg and G.de Vries	cnoidal wave

The fundamental theories of ocean waves were established in the 19th century, however, it took another half century for marine and civil engineers to put these theories to practical use. Sverdrup and Munk developed the theory of relations for wave forecasting(Sverdrup and Munk, 1947) based on the concept of the significant wave². The significant wave, with a wave elevation and a wave period, represents the diversity of the irregular waves. By applying this theory to the landing operations on Normandy during World War II, the Allied Powers won a decisive victory. Pierson analyzed the creation, development, and propagation of waves using the spectrum concept which is based on the inconsistency of the irregular waves.

The irregularity of ocean waves is currently considered as the fundamental characteristic upon which wave tolerance designs of floating structures and vessels are based. It has been difficult to generate multi-directional irregular waves, so-called short crested waves, in the test basin in order to evaluate the wave tolerance performance. How to generate multidirectional irregular waves iteratively, efficiently, and with good accuracy is a recently established technology.

The analytical design of wave tolerance for floating structures and vessels is still imperfect due to the mutually complex and nonlinear phenomena between structures and waves. The memory of the oil spill from the Russian tanker Nakhodka is still fresh. The Nakhodka was rent in two by a high wave in the Sea of Japan, contaminating all of Wakasa Bay with a large quantity of crude oil.

Wave tolerance design is usually carried out through iterations of model tests in a test basin. One evaluates model tests in order to fix a final structural design. Therefore, wave generation has become an important technology in the field of the coastal and ocean engineering.

This paper summarizes the facility of a test basin and a wave maker and also surveys the methodology of the generation of ocean waves using a wave maker in a test basin. The following section is concerned with the outline of a test basin and some wave maker types. Section 3 surveys the generation of ocean waves in a test basin. Section 4 discusses some future works which are current open-problems. The final section describes the concluding remarks.

2. TEST BASIN AND WAVE MAKER

Most test basins used for ocean engineering applications as well as coastal engineering applications are equipped with segmented wave makers on one side only. Passive wave absorbers are then generally placed on the basin termination opposite to the wave maker, whereas the two lateral sides are either left reflective. In order to generate multidirectional irregular waves with a given directional wave spectrum uniformly throughout the basin, wave reflection on the

² significant wave originally defined as the mean height or period of the highest 1/3 of the irregular waves.

lateral side walls of the basin is utilized positively.

Figure 1 shows the test basin of Mitsubishi Heavy Industries, which is not only for seakeeping and manoeuvring tests of vessels but also for wave tolerance tests of coastal structures. This basin is 160 [m] long, 30 [m] wide and 3.3 [m] deep, one of the largest scale facilities in the world. The carriage suspending a test body can be moved along X and Y directions simultaneously to evaluate the directional performance against the wave. The multi-segmented wave maker which consists of 75 wave paddles of 0.4 [m] width is installed in the shorter side.

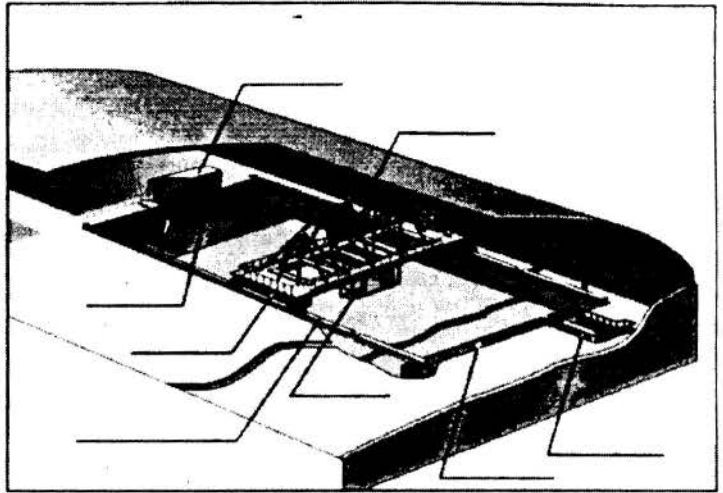
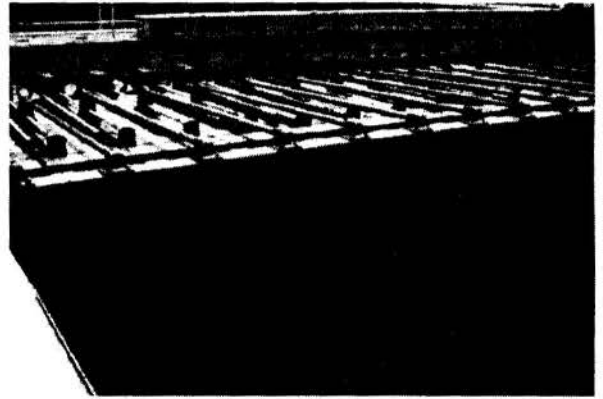
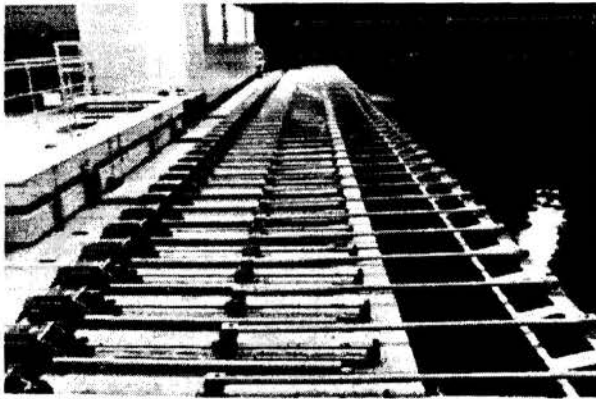


Figure 1: Test Basin of Mitsubishi Heavy Industries 160 [m] Length, 30 [m] Width and 3.3 [m] Depth



Photograph 1: Driving Mechanism of the Wave Maker

Photograph 2: Front View of Wave Paddles

Photograph 1 shows the driving mechanism which is utilized by the brush-less servo motors electrically and the combination of the ball screws and the linear guides mechanically. Photograph 2 shows the front view of wave paddles. This wave maker is called “the flap type”³. The motion of the flap describes an arc around the hinge under the water. Major dimensions of this wave maker is shown in

Items	Dimensions
Type of Wave Paddle	Flap
Number of Segmented Paddles	75
Flap Dimensions	
Width	0.4 m
Draft	1.5 m
Height(Operating point)	2.0 m
Maximum Stroke (Operating point)	±0.56 m
Type of Generated Waves	Regular Waves Irregular Waves Multidirectional Irregular Waves Complex Waves
Maximum Wave Height	0.6 m
Wave Period	0.3 - 4.0 sec
Basin Size	160[m] Length x 30[m] Width x 3.3[m] Depth

³ The another common is the machine operating in the piston(i.e., translation).

table 1. The converted wave height at the real sea state is equivalent to 6 [m] to 30 [m] based on the model scale.

3. GENERATION OF OCEAN WAVES

A fundamental wave of ocean waves is formulated as a sinusoidal function, which is based on the potential wave theory(Crapper, 1984). Therefore various kinds of ocean waves can be written as a linear superposition of a large number of sinusoidal waves. Above all, so-called short crested waves are multidirectional irregular waves all traveling independently of one another in different directions with different frequencies.

The model test using multidirectional irregular waves is in the process of being a main current. However, other several waves must be prepared to obtain the basic data.

3.1 Regular waves

The regular wave is the artificial but fundamental wave for obtaining the basic data acting on the test body. The regular wave with its propagation direction of θ is generated by the following wave paddle motion. The wave paddle motion $\eta_i(t)$ of the i -th segmented wave paddle at time t can be formulated as

$$\eta_i(t) = \frac{a}{2F} \sin(\sigma t - ikb \cos \theta) \quad (1)$$

where a , σ , b and t denote amplitude, angular frequency, wave paddle width and time, respectively, and F indicates transfer function for wave generation. F is represented by

$$F = \frac{4 \sinh(kh) [1 - \cosh(kh) + (kh) \sinh(kh)]}{kh [2kh + \sinh(2kh)]} \quad (2)$$

for flap type wave paddle(Biesel and Suquet, 1951), where h means the uniform water depth in the basin. Moreover, k is wave number and a solution of the dispersion relation as follows.

$$\sigma^2 = kg \tanh(kh) \quad (3)$$

Here g indicates the acceleration due to gravity.

Photograph 3 shows the generation of oblique regular waves with a wave height of 0.2 [m] and a wave period of 2.0 [s].



Photograph 3: Generation of oblique regular waves
Wave Height: 0.2 [m], Wave Period: 2.0 [s]

3.2 Long-crested irregular waves

The long-crested irregular wave has its original spectrum such as ISSC(Huang, et al., 1990), JONSWAP(Hasselmann, et al., 1973), and Bretschneider-Mitsuyasu(Mitsuyasu,1970) etc., therefore can be considered as a linear superposition of a large number of sinusoidal waves with different frequencies. However this wave also progresses toward a direction same as the regular wave.

In the same manner as the regular wave, the flap motion $\eta_i(t)$ can be formulated as

$$\eta_i(t) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n}{F_n} \sin(\sigma_n t - ik_n b \cos \theta + \varepsilon_n) \quad (4)$$

where N , σ_n , k_n , ε_n and F_n are the number of component waves in frequency, the angular frequency of n -th component wave, the wave number of n -th component wave, the random phase lag defined from 0 to 2π of n -th component wave and the transfer function of n -th

component wave, respectively. F_n is represented by the following equation for flap type wave paddle.

$$F_n = \frac{4 \sinh(k_n h) [1 - \cosh(k_n h) + (k_n h) \sinh(k_n h)]}{k_n h [2k_n h + \sinh(2k_n h)]} \quad (5)$$

Here k_n is obtained by

$$\sigma_n^2 = k_n g \tanh(k_n h). \quad (6)$$

Moreover, a_n is the amplitude of n -th component wave and represented by

$$a_n = \sqrt{2S(\sigma_n)\Delta\sigma_n}, \quad (7)$$

where S denotes the frequency spectrum and $\Delta\sigma_n$ represents the minute spectrum bandwidth.

To calculate equation (7) happens to come into question in terms of the stationary characteristics of generated random waves. Nohara indicated the energy equivalence frequency division method made the iteration period astronomical figures (Nohara, 1996a, 1997a).

3.3 Multi-directional irregular waves

This wave is the so-called short crested wave which has a number of directional components added to the frequency components of the irregular wave. To generate this wave, the wave paddle motion $\eta_i(t)$ can be formulated by the double summation model (Takayama and Hiraishi, 1989) as

$$\eta_i(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{a_{nm}}{F_n} \sin(\sigma_n t - ik_n b \cos\theta_m + \varepsilon_{nm}) \quad (8)$$

where M , a_{nm} , θ_m , and ε_{nm} are the number of component waves in direction, the amplitude of nm -th component wave, the m -th propagation direction, and the random phase lag defined from 0 to 2π of nm -th component wave, respectively. The amplitude of nm -th component wave, a_{nm} , is represented by

$$a_{nm} = \sqrt{2S_\eta(\sigma_n, \theta_m)\Delta\sigma_n\Delta\theta_m}, \quad (9)$$

where $\Delta\theta_m$ represents the directional resolution and S_η denotes directional spectrum which is given by

$$S_\eta(\sigma, \theta) = S(\sigma)G(\theta). \quad (10)$$

$G(\theta)$ denotes directional distribution function which is represented by (Maeda, et al., 1995)

$$G(\theta) = \frac{\Gamma(\gamma + 1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\gamma + \frac{1}{2})} \cos^{2\gamma}(\theta - \theta_0),$$

$$0 \leq \theta \leq \pi, \gamma = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

where Γ , γ and θ_0 mean Gamma function, the index number of the directional concentration and main wave stream line, respectively.

Photograph 4 shows the generation of multidirectional irregular waves with a significant wave height of 0.2 [m], and a significant wave period of 2.0 [s] and a Bretschneider-Mitsuyasu spectrum.



Photograph 4: Generation of Multidirectional Irregular Waves
Significant Wave Height: 0.2 [m]
Significant Wave Period: 2.0 [s]

3.4 Complex waves

This wave is defined by the summation of long-crested irregular waves and short-crested irregular waves. This wave corresponds to the situation: the wind waves are piled up the swell. The wind waves are normally short-crested irregular waves with short wavelength and created near by the current position and the swell is created at far away and becomes only low frequency(long wavelength) components as progressing with vanishing high frequency component waves.

The wave paddle motion $\eta_i(t)$ for the complex wave can be formulated as the summation of some regular waves and irregular waves, therefore mathematically written by as follows from equation (1) and equation (4):

$$\eta_i(t) = \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \frac{\hat{a}_n}{F_n} \sin(\hat{\sigma}_n t - i\hat{k}_n b \cos \theta + \hat{\varepsilon}_n) + \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \sum_{m=1}^{\tilde{M}} \frac{\tilde{a}_{nm}}{F_n} \sin(\tilde{\sigma}_n t - i\tilde{k}_n b \cos \tilde{\theta}_m + \tilde{\varepsilon}_{nm}) \quad (12)$$

In this equation, the circumflex $\hat{\ }^{\wedge}$ and \sim means parameters of the long-crested irregular wave and the short-crested irregular wave, respectively. Each suffix of n and m must be carefully read.

Due to limitations of space, the real-time calculation algorithm for equations (1), (4), (8) and (12) is not described here. The software program installation of these equations to the control hardware is an important problem to realize sea states in a test basin effectively. Direct calculation of these equations takes a time-consuming process because, for example, equation (8) involves the calculation of $M(N+1)$ times sinusoidal function. Nohara, et al. established the realization of the real-time algorithm(Nohara, et al., 1995a, 1995b) and it's associated control hardware (Nohara, et al., 1996b). Moreover, the structure of this algorithm is similar to the lattice filter and has the calculation error-less property(Nohara, 1997b).

4. FUTURE WORKS

This paper does not present the non-stationary waves, but describes the stationary waves. The research of the generation of the non-stationary waves, such as a transiently concentrated wave, a tsunami, etc., just begins.

Moreover, the wave which has the very low frequency spectrum of the envelope of the water surface elevation can do severe damage to coastal structures. The author's group is trying the generation of the irregular wave with a given envelope(Nohara, et al., 1998). The author considers a seismic wave has the similar characteristics like this.

We can get the valuable and precise data from the model test in a test basin. However, this process consumes time and costs a great deal. The author has proposed the numerical basin(Nohara, et al., 1996c) in which the software program can calculate the mutual phenomena between the test body and the wave. However, the hydrodynamic calculation of waves and a test body takes a lot of computer resources. The effective calculation method of the hydrodynamics is an important problem.

5. CONCLUSIONS

71% of the earth's surface is water. We live on an Ocean Planet. The seas play an important role in the resources as well as the environment of the earth. For example, there is the cobalt-rich crust, which consists of 0.5% cobalt or more, in the sea bed. The North Pacific Ocean bed has several times the amount of cobalt deposits than land deposits. The manganese

nodule which contains high purity(15 % to 30 %) of manganese could possibly be found in the sea bed at depths of 3,000 [m] or more.

The sea is the origin of life from an evolutionary point of view. The sea fosters thousands of kinds of bacteria per gram of submarine sediment. Moreover, the sea is a rich repository of natural food and we have been using the sea as a means of transportation since the Age of Great Voyages.

The sea is precious to our lives. Ocean development will play a key role for our future evolution. Ocean space management as well as land management should be a most significant subject of the 21st century.

The author will find great pleasure if this survey paper should contribute to the reference of my dear Brazilian colleagues.

6. REFERENCES

Biesel, F. and Suquet, F. Les appareils generateurs de houle en laboratoire, *La Houille Blanche*, 6, 2, 4, and 5, 1951.

Chronological Scientific Tables National Astronomical Observatory(ed.), Maruzen, Tokyo, Japan, 1997.

Crapper, G.D. *Introduction to Water Waves*, John Wiley & Sons, New York, 1984.

Hasselmann, K. et al. Measurement of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project(JONSWAP), *Deutsche Hydrograph, Z.*, A8(No.12), 1973.

Huang, N. E., Tung, C., and Long, S. R. Wave Spectra, *Ocean Engineering Science, The Sea, Volume 9, Part A*, pp.197-237, 1990.

Lamb, H. *Hydrodynamics(6th Ed.)*, Chapt.IX, Cambridge Univ. Press, 1932.

Maeda, H., et al. Application of Walsh Function to Multi-Directional Ocean Wave Simulation, *Journal of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol.177, pp.187-195, 1995. (in Japanese).

Mitsuyasu, W. Development of Spectra of Wind and Waves(2), *Proceedings of the 17th Coastal Engineering Conference*, pp.1-7, 1970.

Nohara, B.T., Equipment for Vibration Generation, *Patent*, Application number 7-235709, Japan, 1995a. (in Japanese)

Nohara, B.T., et al. Multi-directional Wave Maker and its Real Time Wave Control System Applied to a Seakeeping Model Basin, *Proceedings of Wave Generation '95*, pp.175-194, Yokohama, Japan, 1995b.

Nohara, B.T. Consideration of the Generation of Irregular Waves Specified by its Spectrum, *ICONE'96*, São Pedro, Brazil, 1996a

Nohara, B.T., et al. The Organized Motion Control of Multi-Directional Wave Maker, *Proceedings of the 4th International Workshop on Advanced Motion Control*, pp.470-475, Mie, Japan, 1996b.

Nohara, B.T., et al. Development of Real Time Wave Simulation Technique, *Journal of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol.180, pp.159-163, 1996c.

Nohara, B. T. A Case Study of the Generation of Irregular Sea Waves, *Journal of Vibration Control*, 1997a. (in printing)

Nohara, B.T. Methodological Unification of the Real Time Wave Algorithm for Wave Generation in a Test Basin and Consideration of its Calculation Error, *Journal of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol.182, 1997b. (in printing)

Nohara, B.T., et al. Generation of the Irregular Wave with a Given Envelope, *Journal of Soc. of Naval Arch. of Japan*, Vol.183, 1998. (to appear)

Pierson, W.J., Jr., Neumann, G., and James, R.W. Practical Methods for Observing and Forecasting Ocean Waves by Means of Wave Spectra and Statistics, *U.S.Navy Hydrographic Office*, H.O. Pub.No.603, 1955.

Research and Development of Mega-float Technological Research Association of Mega-float, 1996.

Sverdrup, H.U. and Munk, W.H. Wind, Sea, and Swell; Theory of Relations for Forecasting, *U.S.Navy Hydrographic Office*, H.O. Pub.No.601, 1947.

Takayama, T. and Hiraishi, T. Reproducibility of Directional Random Waves in Laboratory Wave Simulation, *Report of the Port and Harbour Research Institute*, Vol.28, No.4, pp.3-24, 1989.



PAPER CODE: COB1194

**FLUXO DE POTÊNCIA ENTRE VIGAS UNIDAS EM L EXCITADAS
POR FORÇAS TRANSVERSAIS / POWER FLOW BETWEEN L JOINED
BEAMS EXCITED BY TRANSVERSE FORCES**

FÁBIO FIATES¹, ARCANJO LENZI¹ e ERNANI. LUIS: SZTANJBOK²

1 - Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA) Depto de Engenharia Mecânica, UFSC
cp. 476 - CEP 88040-900 - tel. 048 234 0689 - fax 048-234 1519 - Florianópolis - SC
email: fafiates@mbox1.ufsc.br arcanjo@emc.ufsc.br

2 - CENPES - PETROBRAS - Ilha do Fundão, Rio de Janeiro, RJ
email: ernani@cenpes.petrobras.com.br

Abstract

Beams joined in L are analyzed by the mobility approach. An initial analysis was carried out to determine what waves and coupling types are responsible for the transfer of most of the input energy to the coupled beam. For out-of-plane point excitations, torsional waves were observed to play an important role in power flow between beams by the flexural-torsional waves coupling. Bending waves modeled by Timoshenko's theory leads to greater flow of power when compared to Euler's theory. This is attributed to the larger modal density, and angular and transversal displacements provided by the shear and inertia effects taken into account by Timoshenko's theory.

Keywords

Fluxo de Potência, Vigas Acopladas, Acoplamento Flexão-Torsão, Método da Mobilidade
Power Flow, Coupled Beams, Flexural-Torsional Coupling, Mobility Approach

1. INTRODUÇÃO

A análise do comportamento dinâmico de estruturas é normalmente realizada por dois métodos: Análise Estatística Energética (SEA) (Lyon, 1975), restrito às altas frequências e por Elementos Finitos (FEA), que é aplicável à primeiras frequências do sistema.

O método do Fluxo de Potência (MFP) apresentado recentemente por Cuschieri (1987) é também utilizado para a análise da resposta de sistemas estruturais. Baseia-se nos conceitos de mobilidade de entrada e de transferência, expressando as potências de entrada e transferida em função destas mobilidades.

Neste trabalho será analisada a resposta de duas vigas unidas em L, quando na extremidade de uma delas atua uma força harmônica, de amplitude unitária, perpendicular ao plano formado pelas vigas. Neste caso, uma onda de flexão incidente, propagando-se em uma das vigas, produzirá ondas de flexão refletida e transmitida (fora do plano), além de ondas de torção refletida e transmitida (Sablík, 1982).

São apresentados os resultados de fluxo de potência para cada tipo de acoplamento. Comparações entre as razões de fluxo de potência para vigas Euler-Bernoulli e vigas Timoshenko, também são mostradas.

2. EQUAÇÕES BÁSICAS

A Figura 1 mostra de forma desconectadas, duas vigas, unidas em L, sendo excitadas por uma força concentrada, aplicada em uma das vigas e na direção perpendicular ao plano formado. A figura mostra também os tipos de esforços e as deflexões que ocorrem na união. A seguinte simbologia é usada: v_z - deslocamento transversal de flexão; w_y , w_x - deslocamento angular de flexão; θ_x , θ_y - deslocamento angular de torção; M_y , M_x - momento fletor; T_x , T_y - momento torçor; F_z - força cortante.

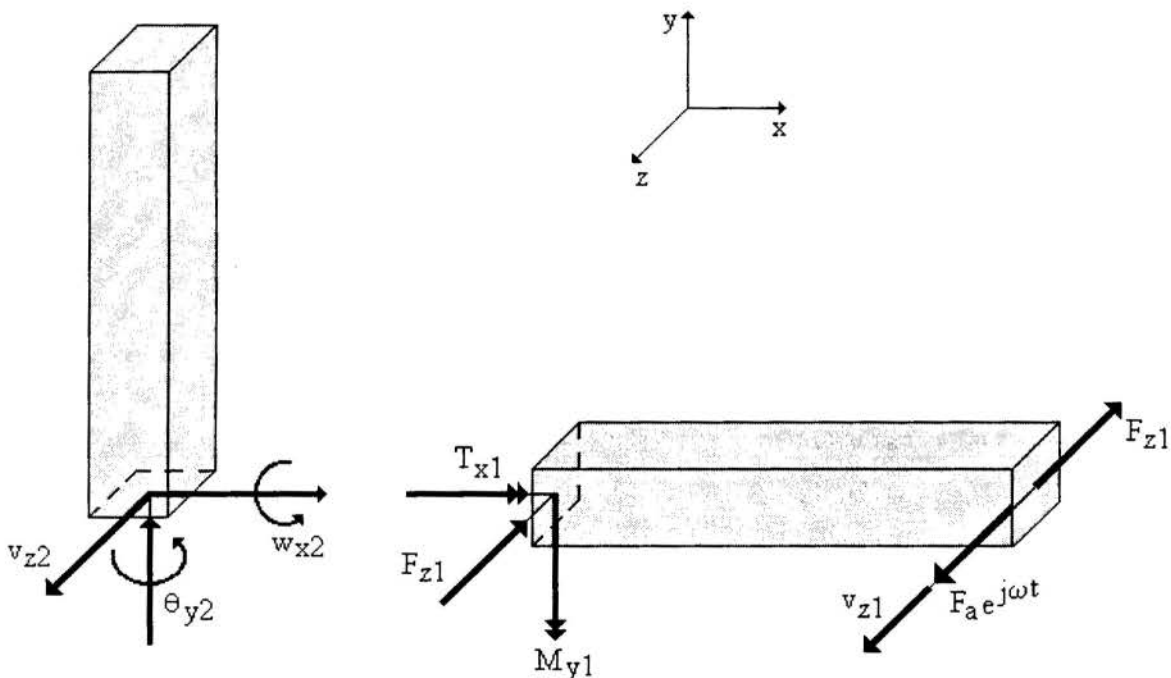


Figura 1: Representação dos esforços e deslocamentos de duas vigas Euler unidas em L, usados no cálculo do fluxo de potência.

Em estruturas tipo grelhas excitadas por forças perpendiculares ao plano formado pela distribuição das vigas, o fluxo de energia entre vigas proporcionado por acoplamento de ondas flexão e de torção, que se propagam ao longo das vigas, é, talvez, o principal "mecanismo" de transferência de energia vibratória. Obviamente que acoplamentos do tipo flexão-flexão também devem ser considerados.

A solução da equação das ondas de torção expressa na forma de deslocamento angular, $\bar{\theta}_x(x, t)$, pode ser escrita na forma (Cremer, Heckl & Ungar, 1973)

$$\bar{\theta}_x(x, t) = [A1 \cos(\bar{k}_1 x) + A2 \text{sen}(\bar{k}_1 x)] \exp(j\omega t) \quad (1)$$

O símbolo () usado na Eq. 2.1, bem como nas demais variáveis escritas neste trabalho, representa uma variável complexa, causado pelo amortecimento estrutural. Serão

considerados os Módulos de Elasticidade complexos, como por exemplo $\bar{E} = E(1 + j\eta)$. O momento torçor que atua em qualquer seção, pode ser determinado pela expressão

$$\bar{T}_x(x, f) = \bar{Q} \frac{\partial \bar{\theta}_x(x, f)}{\partial x} \quad (2)$$

A solução da equação das ondas de flexão, na forma de deslocamento transversal, $v_y(x, t)$, de vigas Euler-Bernoulli, é dada por (Cremer, Heckel & Ungar, 1973)

$$\bar{v}_y(x, t) = [A1 \cosh(\bar{k}_f x) + A2 \sinh(\bar{k}_f x) + A3 \cos(\bar{k}_f x) + A4 \sin(\bar{k}_f x)] \exp(j\omega t) \quad (3)$$

Uma vez determinadas as constantes, através das condições de contorno, os esforços internos e o deslocamento angular são determinados pelas equações abaixo

$$\bar{w}_z(x, f) = \frac{\partial \bar{v}_y(x, f)}{\partial x} \quad (4a)$$

$$\bar{M}_z(x, f) = \bar{E}I \frac{\partial^2 \bar{v}_y(x, f)}{\partial x^2} \quad (4b)$$

$$\bar{F}_y(x, f) = \bar{E}I \frac{\partial^3 \bar{v}_y(x, f)}{\partial x^3} \quad (4c)$$

Vigas cujas dimensões da seção transversal são grandes em relação ao comprimento, devem considerar os efeitos da deformação cisalhante e da inércia rotatória (Rao, 1986). Tais vigas, assim modeladas, são chamadas vigas Timoshenko. A solução para as deflexões linear e angular podem ser expressas na forma (Flügge, 1962; Levinson & Cooke, 1982)

$$\bar{V}(x) = A1 \sinh(\bar{\lambda}_a x) + A2 \cosh(\bar{\lambda}_a x) + A3 \sin(\bar{\lambda}_b x) + A4 \cos(\bar{\lambda}_b x) \quad (5)$$

$$\bar{\Phi}(x) = \frac{\bar{\alpha}_a}{\bar{\lambda}_a} (A1 \cosh(\bar{\lambda}_a x) + A2 \sinh(\bar{\lambda}_a x)) - \frac{\bar{\alpha}_b}{\bar{\lambda}_b} (A3 \cos(\bar{\lambda}_b x) - A4 \sin(\bar{\lambda}_b x)) \quad (6)$$

sendo

$$\bar{\alpha}_{a,b} = \frac{\rho \omega^2}{rG} \pm \bar{\lambda}_{a,b}^2; \quad \bar{\lambda}_{a,b}^2 = \left(\frac{\bar{b}^4 \omega^4}{4} + \bar{a} \omega^2 \right)^{1/2} \mp \frac{\bar{b}^2 \omega^2}{2} \quad (7)$$

$$\bar{a} = \frac{\rho}{E} \left(\frac{A}{I} - \frac{\rho \omega^2}{rG} \right); \quad \bar{b}^2 = \frac{\rho}{E} \left(1 + \frac{\bar{E}}{rG} \right) \quad (8)$$

e o momento fletor e a força cortante por

$$\bar{M}_z(x,t) = -EI \frac{\partial \bar{\phi}(x,t)}{\partial x} \quad \bar{F}_y(x,t) = rAG \left(\bar{\phi}(x,t) - \frac{\partial \bar{v}_y(x,t)}{\partial x} \right) \quad (9)$$

3. APLICAÇÃO DO MÉTODO DA MOBILIDADE

A aplicação do método da mobilidade consiste em separar a estrutura em segmentos, preferencialmente em componentes de geometria simples, observando as condições físicas que devem ser obedecidas nestes pontos. Por exemplo, devem ter igualdade de deslocamentos e equilíbrio dos esforços internos. Para a viga em L, mostrada na Figura 1, as seguintes condições físicas devem ser obedecidas

$$v_{z1}(0) = v_{z2}(0); \quad w_{y1}(0) = \theta_{y2}(0); \quad \theta_{x1}(0) = w_{x2}(0) \quad (10)$$

$$T_{x1}(0) = M_{x2}(0); \quad M_{y1}(0) = T_{y2}(0); \quad F_{z1}(0) = -F_{z2}(0) \quad (11)$$

As condições de contorno abaixo são também usadas para a determinação das constantes presentes nas expressões da solução da equação da onda

$$T_{x1}(L1) = 0; \quad M_{y1}(L1) = 0; \quad F_{z1}(L1) = -F_a e^{j\omega t} \quad (12)$$

$$T_{y2}(L2) = 0; \quad M_{x2}(L2) = 0; \quad F_{z2}(L2) = 0 \quad (13)$$

A potência total transferida através da união pode ser considerada como a soma das parcelas referentes a cada tipo de acoplamento, conforme listadas abaixo

$$\text{Acoplamento "flexão - flexão":} \quad W_{FF} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\bar{F}_{z1}(0) \bar{v}_{z2}(0)^* \right) \quad (14)$$

$$\text{Acoplamento "flexão - flexão":} \quad W_{2FF} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\bar{M}_{y1}(0) \bar{w}_{x2}(0)^* \right) \quad (15)$$

$$\text{Acoplamento "flexão - torção":} \quad W_{FT} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\bar{M}_{y1}(0) \bar{\theta}_{y2}(0)^* \right) \quad (16)$$

$$\text{Acoplamento "torção - flexão":} \quad W_{TF} = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\bar{T}_{x1}(0) \bar{w}_{x2}(0)^* \right) \quad (17)$$

O símbolo * representa o complexo conjugado da variável complexa.

4. RESULTADOS

A Figura 2 mostra os valores médios com a frequência, para faixas de 1/3 oitava, das razões entre a potência transferida, entre barras através da união, e a potência externa transferida pela força (W_{in}). Tratam-se de duas vigas de seção quadrada, maciça. Foram calculadas razões para os diversos tipos possíveis de transferência de energia, de acordo com o tipo de acoplamento entre as ondas, em cada barra. Por serem barras de pequena seção transversal, analisadas na Figura 2, as ondas de flexão foram modeladas pela teoria de Euler-Bernoulli (Fiates, 1996).

Torna-se bastante evidenciada, por esta figura, a importância do acoplamento das ondas de flexão com as torsionais, na transferência de energia vibratória, ao longo de toda a faixa de frequências analisadas. O acoplamento por ondas de flexão em ambas as vigas torna-se significativo nas altas frequências, porém é responsável por uma parcela menor de transferência de energia, em relação ao acoplamento flexão-torção. Pode-se interpretar fisicamente a maior importância deste último tipo de acoplamento devido às ondas de flexão serem excitadas pela força concentrada, aplicada diretamente na viga 1, e por estas ondas de flexão possuírem um bom acoplamento às de torção, na viga 2.

A Figura 3 mostra os resultados de uma análise semelhante realizada em um par de vigas de maior comprimento e de maior seção transversal. As ondas de flexão, neste caso, ainda foram modeladas pela teoria de Euler-Bernoulli.

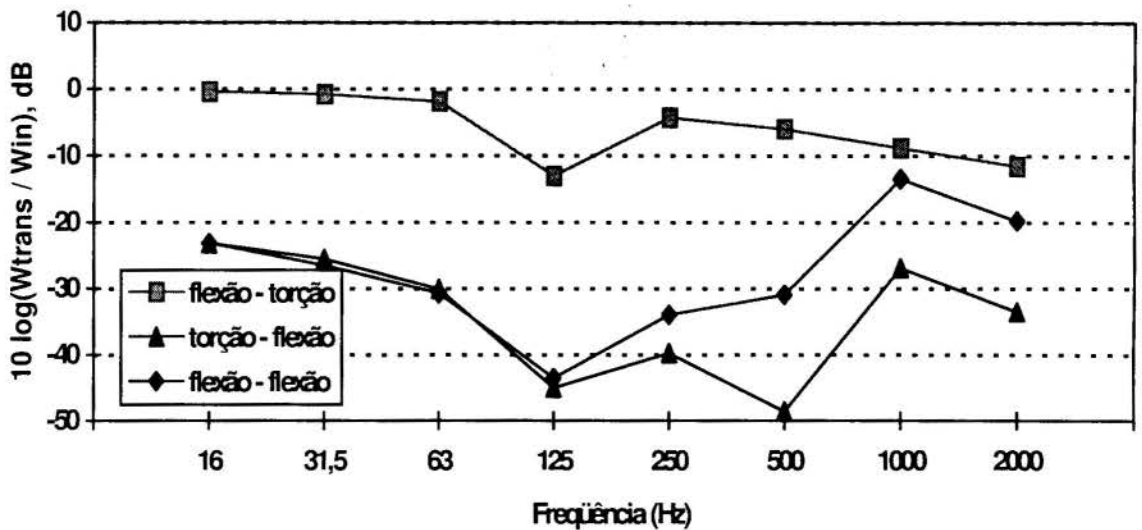


Figura 2: Razão de potência entre duas vigas em L, seção quadrada, de características:
 $E = 2,1 \times 10^{11}$ Pa; $\rho = 8000$ kg / m³; $\nu = 0,29$; $\eta = 0,01$
 $b_1 = h_1 = 0,05$ m; $L_1 = 3,0$ m; $b_2 = h_2 = 0,25$ m; $L_2 = 1,0$ m.

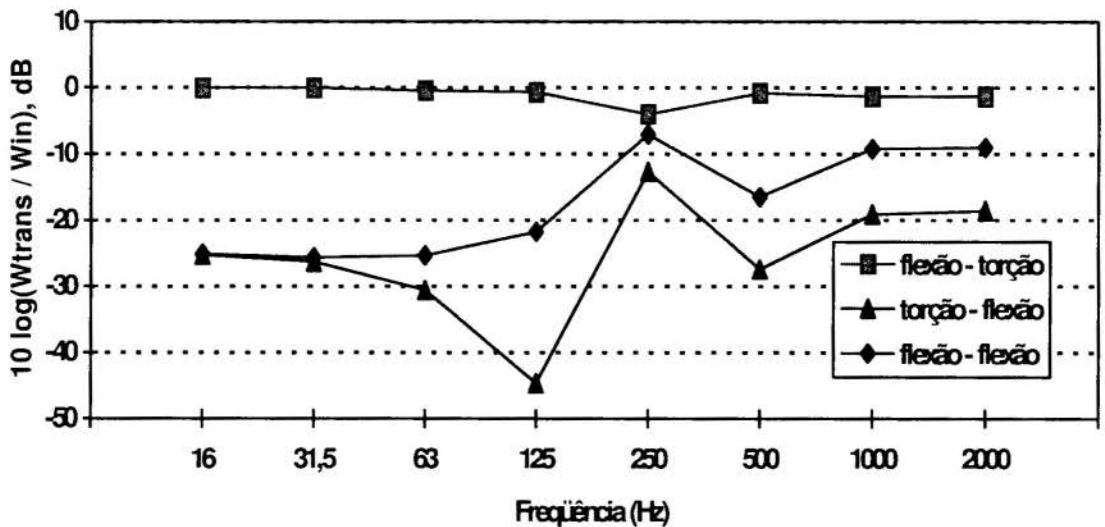


Figura 3: Razão de potência entre duas vigas em L, de seção I, de características:
 $E = 2,1 \times 10^{11}$ Pa; $\rho = 8000$ kg / m³; $\nu = 0,29$; $\eta = 0,01$;
 $d_1 = 0,2$ m; $t_{a1} = 0,015$ m; $b_1 = 0,12$ m; $h_1 = 0,015$ m; $L_1 = 4,0$ m
 $d_2 = 0,5$ m; $t_{a2} = 0,02$ m; $b_2 = 0,2$ m; $h_2 = 0,02$ m; $L_2 = 5,0$ m.

Novamente, o acoplamento tipo flexão-torção proporciona maiores parcelas de energia transferida, seguido pelo acoplamento flexão-flexão.

Ao modelar as vigas pela teoria de Timoshenko, os parâmetros geométricos e de material das vigas são os mesmos da análise de vigas Euler, mudando-se apenas a velocidade de propagação e o número de onda de flexão que, desta vez incluem o cisalhamento e a inércia rotatória. Os números de onda são representados pelas letras λ_a e λ_b .

Para determinar a importância do efeito do cisalhamento sobre o fluxo de potência, foi calculada a razão de potências para vigas de seção I, sendo comparados os resultados com os obtidos para vigas Euler-Bernoulli (Figura 3). As dimensões das seções I são expressas de acordo com a seguinte simbologia: d , altura da alma; t_a , espessura da alma; b , largura da aba; h , altura da aba; L , comprimento da viga. As Figuras 4, 5 e 6 apresentam os resultados comparativos de razão de potências obtidos pelos dois tipos de equações de ondas de flexão.

Das Figuras 4 a 6, pode-se constatar os efeitos do cisalhamento e da inércia rotatória incluídos no modelo de Timoshenko, sobre os deslocamentos linear e angular, em vigas vibrando em flexão.

Deve-se mencionar, inicialmente, que os deslocamentos angulares de vigas calculados pelos modelos de Timoshenko e de Euler-Bernoulli variaram pouco. A maioria das vigas consideradas possuíam seção tipo I, tendo como valores típicos da altura da alma da ordem de 20 cm. Por este motivo, acredita-se que seja este o motivo das pequenas variações no fluxo de potência pelo acoplamento flexão-torção, mostrados na Figura 4, já que os efeitos mencionados acima são pouco significativos nas ondas de torção, e nesta faixa de frequências sendo analisada.

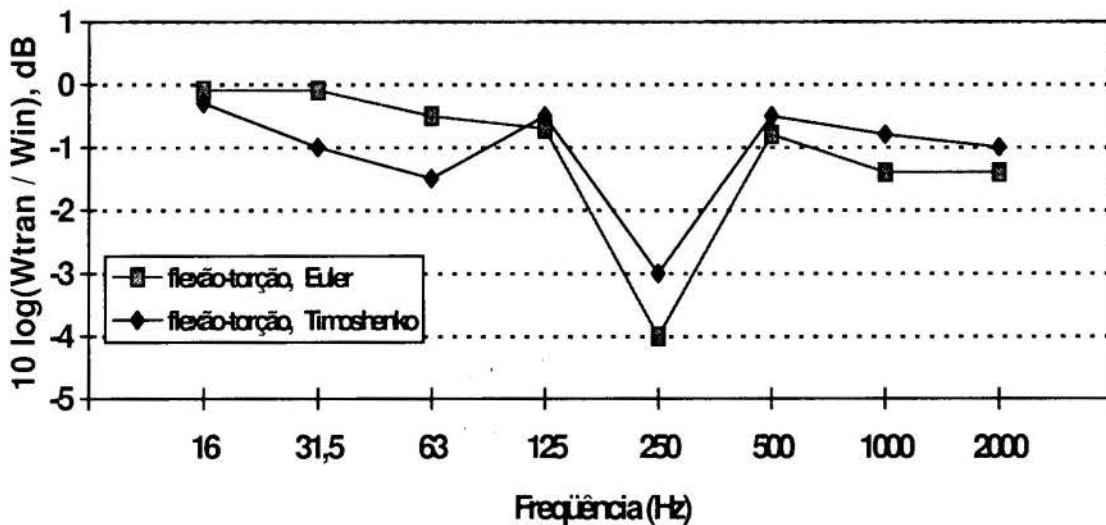


Figura 4: Comparação entre as razões de potência, para vigas de seção I, através do acoplamento flexão-torção.

A Figura 5 mostra os resultados das potências transferidas pelo acoplamento torção-flexão. Os deslocamentos angulares ligeiramente maiores obtidos pelo modelo de Timoshenko, conduzem ao cálculo de maiores potências transferidas. A grande diferença observada na faixa de 125 Hz, entretanto, deve-se provavelmente à sintonia de ressonâncias nas duas vigas, favorecendo à transferência de energia.

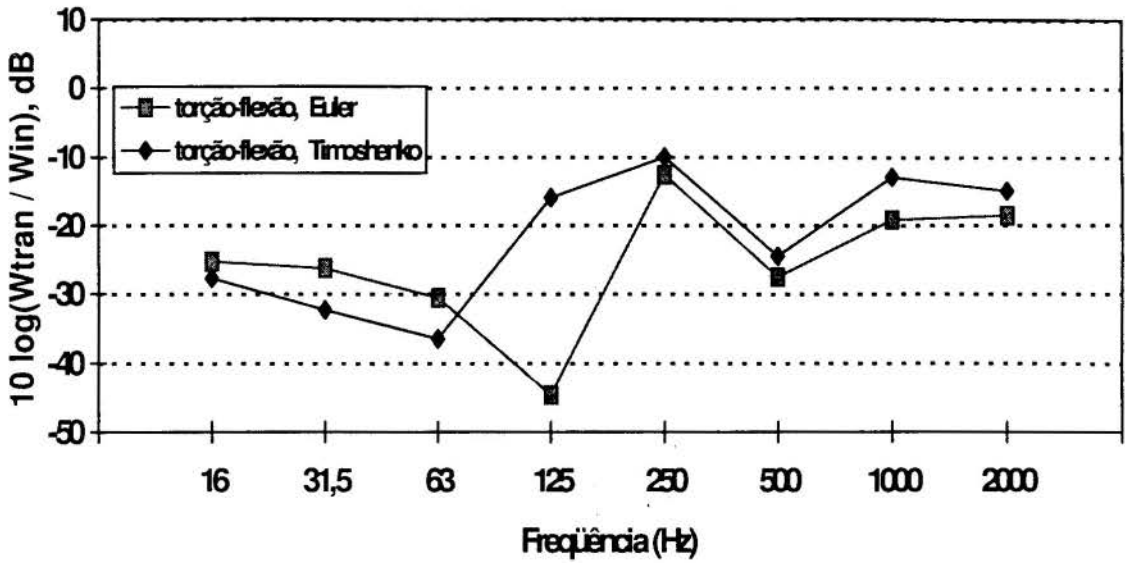


Figura 5: Comparação entre as razões de potência, para vigas de seção I, através do acoplamento torção-flexão.

A Figura 6 mostra os resultados das potências transferidas pelo acoplamento tipo flexão-flexão. Neste caso, os maiores deslocamentos lineares e também devido à maior densidade modal proporcionada pelo modelo de Timoshenko, favorece a transmissão de energia vibratória. Novamente, a maior variação observada na faixa de 125 Hz é atribuída à superposição de frequências de ressonância das duas vigas, que foram analisadas previamente, em faixas estreitas de frequência.

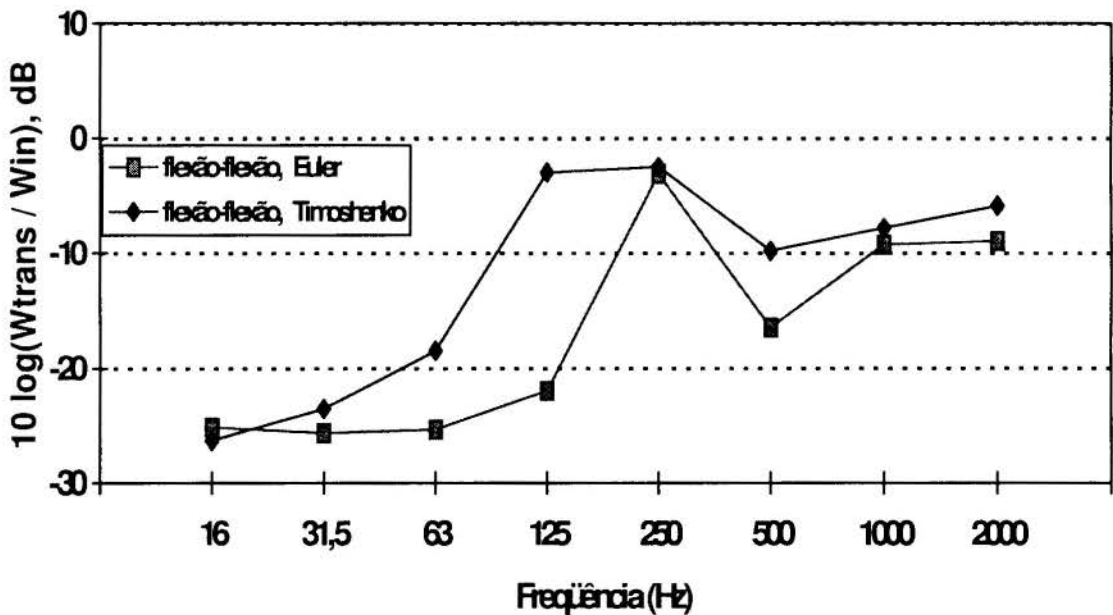


Figura 6: Comparação entre as razões de potência, para vigas de seção I, através do acoplamento flexão-flexão.

5. CONCLUSÕES

Foram apresentados exemplos de aplicação do método da mobilidade para vigas unidas em L, excitadas por forças concentradas transversais ao plano das vigas, com o objetivo de conhecer os tipos de acoplamento de ondas entre vigas, responsáveis pelas maiores parcelas de transferência de energia. Ficou bastante evidenciada a importância do acoplamento entre ondas de flexão com as de torção. É também importante que vigas de maiores seção transversais vibrando em flexão sejam modeladas pela Teoria de Timoshenko, por considerarem com maior precisão os efeitos de cisalhamento e de inércia rotatória. As diferenças de cálculo de fluxo de potência em relação à Teoria de Euler-Bernoulli são pequenas, porém não são desprezíveis.

6. BIBLIOGRAFIA

CREMER, L., HECKL, M., UNGAR, E. E., Structure-Borne Sound, Springer-Verlag, Berlin, 1973.

CUSCHIERI, J. M., "Power Flow as a Complement to Statistical Energy Analysis and Finite Element Analysis", ASME Publication NCA, Vol. 3, 1987.

FIATES, F., "Análise de Vibrações de Componentes Estruturais tipo Vigas Acopladas pelo Método da Mobilidade", Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Área de Vibrações e Acústica, 1996.

FLÜGGE, W., Handbook of Engineering Mechanics, McGraw Hill Book Company, New York, 1962. Ver capítulo 61 de D. Young.

LEVINSON, M. & COOKE, D. W., "On the Two Frequency Spectra of Timoshenko Beams", Journal of Sound and Vibration, vol. 84(3), 319-326, 1982.

LYON, H. R., Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Applications, The MIT Press, Cambridge MA, 1975.

RAO, S. S., Mechanical Vibrations, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1986.

SABLIK, M. J., "Coupling Loss Factor at a Beam L-joint Revisited", Journal Acoustical Society of America, 72(4), 1285-1288, 1982.

Tema 55

*Sistemas Dinâmicos e
Modelagem*



PAPER CODE: COB1343

TRANSFERÊNCIAS ORBITAIS BI-IMPULSIVAS COM LIMITE DE TEMPO / BI-IMPULSIVE ORBITAL TRANSFERS WITH TIME LIMIT

EVANDRO M. ROCCO, ANTONIO F. B. A. PRADO & MARCELO L. O. E SOUZA

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Caixa Postal 515, CEP 12201-970 - São José dos Campos, SP, Brasil

E-mail: evandro@dem.inpe.br; prado@dem.inpe.br; marcelo@dem.inpe.br

Abstract

In this work we consider the problem of two-impulse orbital transfer between coplanar elliptical orbits with minimum fuel consumption but with a time limit for this transfer. This time limit imposes a new characteristic to the problem that rules out the majority of transfer methods. Then, we used the equations presented by D. F. Lawden, modified and solved those equations to develop a software for orbital maneuvers. This software will be used in the next missions developed by INPE. The original method developed by Lawden considers only the case where the initial and final points of maneuver are known. The software developed here extends this method to the case where only one point is known and to the case where the two points are free. The four possible cases were tested with success.

Keywords

Astrodynamics, Orbital Transfer, Optimal Control.

Palavras-Chave

Astrodinâmica, Transferência Orbital, Controle Ótimo.

1. INTRODUÇÃO

Uma boa parte dos veículos espaciais colocados em órbita ao redor da Terra utiliza os conceitos básicos de transferências de órbita. Isto se deve ao fato de que quando o veículo é lançado ele é colocado em uma órbita que nem sempre é a ideal, isto é, aquela para a qual o veículo foi projetado. Desta maneira, deve-se efetuar uma transferência de órbita para que o veículo possa atingir a órbita final desejada. Mesmo quando o veículo já é lançado na órbita final, existem erros de lançamento que, em muitos casos, devem ser corrigidos. Além disto, para ele permanecer nesta órbita devem ser executadas correções de órbita periódicas para eliminar os efeitos gerados pelas perturbações que agem no veículo. Para o Brasil termos importantes aplicações na ocasião do lançamento dos satélites de sensoriamento remoto SSR1 e SSR2 que fazem parte da Missão Espacial Completa Brasileira e dos Satélites Sino-Brasileiros de Recursos Terrestres CBERS1 e CBERS2, também de sensoriamento remoto, que necessitarão de manobras de transferência de órbita.

Neste trabalho consideramos o problema da transferência orbital com consumo mínimo de combustível, mas com um limite de tempo para essa transferência. Esse limite de tempo impõe uma característica nova ao problema, fazendo com que grande parte dos métodos de

transferência existentes na literatura não mais se apliquem: Assim sendo, esses métodos devem ser adaptados a esse novo vínculo.

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A transferência de um veículo espacial de uma órbita inicial para uma órbita desejada consiste (Marec, 1979) em se alterar o estado (posição, velocidade e massa) de um veículo espacial das condições \vec{r}_0 , \vec{v}_0 e m_0 no instante t_0 para \vec{r}_f , \vec{v}_f e m_f no instante t_f ($t_f \geq t_0$), usualmente com o menor gasto de combustível ($m_0 - m_f$) possível.

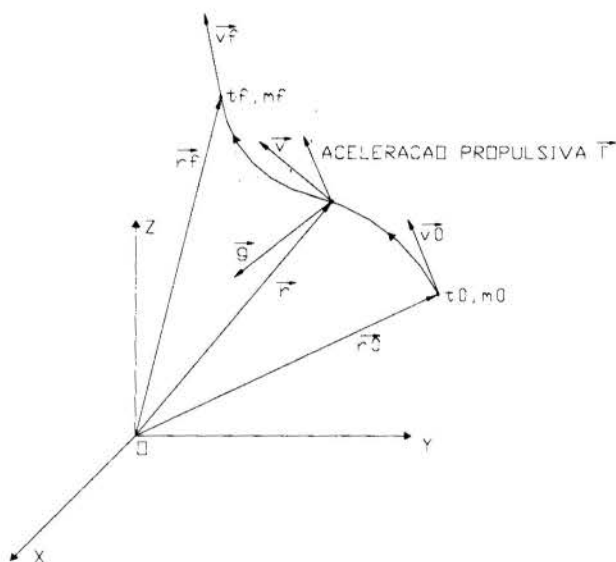


Figura 1 - Transferência Orbital.
FONTE: Marec (1979), pág. 3.

Podemos ainda classificar as manobras em: parcialmente livres, onde pelo menos um dos parâmetros da transferência é livre, por exemplo, o seu tempo de execução; ou completamente vinculadas onde todos os parâmetros são vinculados e deseja-se que o veículo mude de sua órbita para uma outra órbita específica em um ponto específico desta órbita a partir de um ponto específico da órbita inicial.

Neste trabalho, consideramos inicialmente as transferências completamente vinculadas e, a seguir, reduzimos o número de vínculos para obter um sistema de equações cuja resolução seja mais simples.

Consideramos também que o controle aplicado ao sistema utiliza propulsores capazes de aplicar empuxos instantâneos e de magnitude infinita. Dessa forma, temos a variação instantânea da velocidade do veículo espacial.

3. TRANSFERÊNCIAS BI-IMPULSIVAS ÓTIMAS COM TEMPO FIXO ENTRE ÓRBITAS COPLANARES

Este método utiliza como base para a sua solução as equações apresentadas por Lawden (1993). O método apresentado por Lawden fornece a órbita de transferência de mínimo consumo de combustível com tempo fixo, porém o método não foi implementado nem testado por Lawden na publicação citada. Assim sendo, a modificação, a implementação e a solução do método são contribuições deste trabalho. Desta forma, o método foi modificado e implementado com o objetivo de desenvolver um software para manobras orbitais onde,

através da variação do tempo de transferência, obtemos um conjunto de resultados que nos fornece a solução para o problema da transferência orbital com mínimo consumo de combustível e com limite de tempo.

Dadas duas órbitas coplanares, podemos definir com relativa facilidade a órbita de transferência ótima entre elas quando não consideramos limitações de tempo nem de posição dos pontos terminais (pontos inicial e final da manobra) nas órbitas de partida e de chegada.

Porém, quando consideramos o problema com tempo fixo, a posição dos pontos terminais passa a ter importância. Da definição dos pontos terminais podemos ter quatro problemas diferentes. Quando consideramos pontos terminais fixos desejamos partir de um determinado ponto em um determinado instante da órbita inicial e atingir um outro determinado ponto em um outro determinado instante da órbita final.

Outros dois tipos de problemas ocorrem quando apenas um dos pontos terminais é fixado. Neste caso o problema apresenta um vínculo a menos que o caso anterior. O caso onde o ponto terminal inicial é fixado pode ter como aplicação transferências orbitais ótimas com tempo fixo, em que o local onde a manobra deve ser realizada é determinado. Por exemplo, a necessidade da manobra ser realizada em visibilidade pode ser enquadrada neste caso. Já quando é o ponto terminal final que é determinado podemos ter como aplicação manobras de "rendezvous".

Um último tipo de problema ocorre quando nenhum dos pontos terminais é fixado, sendo que o único vínculo existente é que o tempo total seja fixo. Nesta situação o foco de interesse não é onde o veículo vai efetuar a manobra, mas quanto tempo ele vai permanecer na órbita de transferência. Dessa forma a solução a ser encontrada deve fornecer a órbita de transferência com menor consumo de combustível que transfere o veículo espacial da órbita inicial para a órbita final em um tempo pré-determinado. Uma possível aplicação para este caso é a transferência de satélites de sensoriamento remoto, onde a manobra de transferência deve ocorrer o mais rápido possível, pois enquanto o satélite estiver na órbita de transferência os seus instrumentos de sensoriamento ficam inativos.

4. APRESENTAÇÃO DO MÉTODO

Chamaremos o ponto de junção da órbita de transferência com a órbita inicial de J , onde é aplicado o primeiro impulso, e o ponto de junção da órbita de transferência com a órbita final de K , local onde é aplicado o segundo impulso. Dessa maneira, assumiremos que o tempo gasto entre o ponto terminal inicial I e o ponto de junção J é dado por Δt_1 , o tempo gasto na órbita de transferência é Δt , e o tempo gasto entre o ponto de junção K e o ponto terminal final F é Δt_2 , como pode ser visto na Figura 2. Assim, para o caso onde os pontos terminais são fixados, o vínculo de tempo é dado por: $\Delta t_1 + \Delta t + \Delta t_2 = T$, onde T é o tempo total gasto na manobra. Para o caso onde apenas o ponto terminal inicial é fixado o vínculo de tempo é dado por: $\Delta t_1 + \Delta t = T$ pois neste caso Δt_2 é zero. Para o caso onde é o ponto terminal final que é fixado, o vínculo de tempo é dado por: $\Delta t + \Delta t_2 = T$ pois agora Δt_1 que é zero. Para o caso onde ambos os pontos terminais não são fixados o vínculo de tempo é dado por: $\Delta t = T$ pois Δt_1 e Δt_2 são iguais a zero.

As órbitas elípticas são especificadas pelos valores de seus elementos keplerianos dados por (índice 1: órbita inicial; índice 2: órbita final; sem índice: órbita de transferência):

a = semi-eixo maior.

e = excentricidade.

l = semi-latus rectum.

ω = longitude do periapside.

i = inclinação;

Ω = longitude do nodo ascendente.

Utilizamos ainda os seguintes elementos:

$$s = 1/r;$$

r = raio (distância do centro de atração ao satélite);

$z = 1/\mu^{1/2} \cdot \sin \phi$, sendo que $\mu^{1/2} \cdot z \cdot \sin \phi$ é a componente da velocidade perpendicular ao impulso que não é afetada pela propulsão;

ϕ = ângulo formado entre a direção circunferencial (direção perpendicular a reta que liga o centro de atração ao satélite) e a direção do impulso;

θ = ângulo de posição do satélite (coordenada polar). Ângulo formado entre a reta que liga o centro de atração ao nodo ascendente e a reta que liga o centro de atração ao satélite. Portanto $\theta = \omega + f$, onde f é a anomalia verdadeira;

$\alpha = (l^2 \cdot C)/e$, onde C é uma constante definida por Lawden (1963). Se $C = 0$ temos que a solução obtida é a mesma que a solução para tempo livre;

μ = constante gravitacional, que para a Terra vale $398600 \text{ km}^3/\text{s}^2$;

π = periapside.

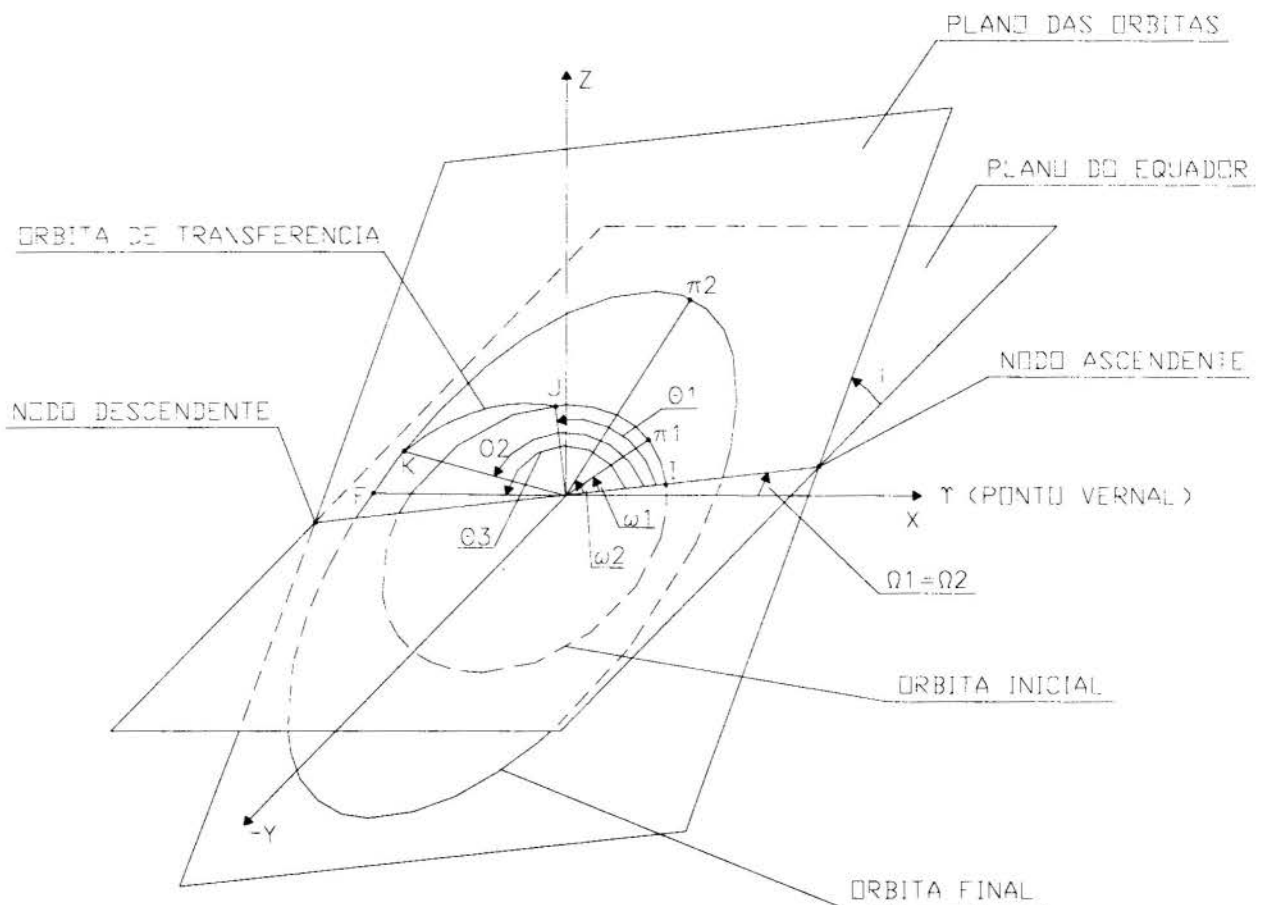


Figura 2 - Geometria da Manobra.

Assim a equação polar da órbita pode ser escrita da forma: $\frac{l}{r} = 1 + e \cdot \cos(\theta - \omega)$.

Supondo que o movimento do veículo na órbita inicial no ponto J tem uma aceleração μ/r^2 na direção de O (centro de atração) e é sujeito a uma propulsão impulsiva P em um ângulo ϕ em relação a direção circunferencial, temos que os elementos (l, e, ω) desta nova órbita devem continuar a satisfazer a equação polar da órbita. Entretanto foi mostrado por Lawden (1962) que estes novos elementos também satisfazem a equação:

$e \cdot \sin(\theta - \omega) = \left(\frac{l}{r} - l^{1/2} \cdot z \right) \cdot \tan \phi$, onde $\mu^{1/2} \cdot z \cdot \sin \phi$ representa a componente da velocidade

perpendicular ao impulso que não é afetada pela propulsão. Assim, todas as possíveis órbitas que podem ser utilizadas pela aplicação de um impulso na direção ϕ devem satisfazer a estas duas equações. Se l_1, e_1, ω_1 e l, e, ω são dois grupos de elementos que satisfazem as equações anteriores, temos que o incremento de velocidade necessário para mover o veículo

da órbita inicial para uma outra é dado por: $\Delta v = \mu^{1/2} \cdot \frac{l^{1/2} - l_1^{1/2}}{r \cdot \cos \phi}$ como foi mostrado por

Lawden (1962). Temos ainda, as seguintes equações conhecidas: $\cos u = \frac{e + \cos f}{1 + e \cdot \cos f}$;

$\cos f = \frac{\cos u - e}{1 - e \cdot \cos u}$; $a = \frac{l}{1 - e^2}$; $r = a \cdot (1 - e \cdot \cos u)$; $t = \frac{a^{3/2} \cdot (u - e \cdot \sin u)}{\mu^{1/2}}$, onde: u é anomalia

excêntrica, f é anomalia verdadeira e t é o tempo gasto pelo veículo para atingir a anomalia excêntrica u a partir do periapside.

A partir de Lawden (1993) obtemos um sistema de doze equações por doze incógnitas que expressam as condições necessárias para otimalidade, dadas a seguir.

Equação 1: $\Delta t_1 + \Delta t + \Delta t_2 = T$ ou $\Delta t_1 + \Delta t = T$ ou $\Delta t + \Delta t_2 = T$ ou $\Delta t = T$

Equação 2: $e_1 \cdot \cos(\theta_1 - \omega_1) = l_1 \cdot s_1 - 1$

Equação 3: $e \cdot \cos(\theta_1 - \omega) = l \cdot s_1 - 1$

Equação 4: $e_1 \sin(\theta_1 - \omega_1) = \left(l_1 \cdot s_1 - l_1^{1/2} \cdot z_1 \right) \cdot \tan \phi_1$

Equação 5: $e \cdot \sin(\theta_1 - \omega) = \left(l \cdot s_1 - l^{1/2} \cdot z_1 \right) \cdot \tan \phi_1$

Equação 6: $\left(z_1 - \frac{s_1}{z_1} \right) \cdot \sin \phi_1 - \frac{e \cdot \alpha}{l^2 \cdot s_1 \cdot z_1} = \left(z_2 - \frac{s_2}{z_2} \right) \cdot \sin \phi_2 - \frac{e \cdot \alpha}{l^2 \cdot s_2 \cdot z_2}$

Equação 7: $M_1 = M_2 - \frac{3 \cdot \mu^{1/2} \cdot \alpha \cdot e^2 \cdot t}{l^{3/2} \cdot (1 - e^2)}$

Equação 8: $N_1 = N_2 + \frac{3 \cdot \mu^{1/2} \cdot \alpha \cdot e \cdot t}{l^{3/2} \cdot (1 - e^2)}$

Equação 9: $e_2 \cdot \cos(\theta_2 - \omega_2) = l_2 \cdot s_2 - 1$

Equação 10: $e \cdot \cos(\theta_2 - \omega) = l \cdot s_2 - 1$

$$\text{Equação 11: } e_2 \cdot \sin(\theta_2 - \omega_2) = (l_2 \cdot s_2 - l_2^{1/2} \cdot z_2) \cdot \tan \phi_2$$

$$\text{Equação 12: } e \cdot \sin(\theta_2 - \omega) = (l \cdot s_2 - l^{1/2} \cdot z_2) \cdot \tan \phi_2$$

Onde:

$$M_1 = \cos(\theta_1 - \omega - \phi_1) + \frac{1}{l^{1/2} \cdot z_1} \cdot \cos(\theta_1 - \omega) \cdot \cos \phi_1 +$$

$$\alpha \cdot \left\{ \frac{\cot(\theta_1 - \omega)}{l^{3/2} \cdot s_1 \cdot z_1} + \frac{1}{1 - e^2} \left[\frac{2 \cdot e}{l \cdot s_1 \cdot \sin(\theta_1 - \omega)} - \cot(\theta_1 - \omega) \right] \right\}$$

$$M_2 = \cos(\theta_2 - \omega - \phi_2) + \frac{1}{l^{1/2} \cdot z_2} \cdot \cos(\theta_2 - \omega) \cdot \cos \phi_2 +$$

$$\alpha \cdot \left\{ \frac{\cot(\theta_2 - \omega)}{l^{3/2} \cdot s_2 \cdot z_2} + \frac{1}{1 - e^2} \left[\frac{2 \cdot e}{l \cdot s_2 \cdot \sin(\theta_2 - \omega)} - \cot(\theta_2 - \omega) \right] \right\}$$

$$N_1 = \cos \phi_1 \cdot \left(1 + \frac{l \cdot s_1 + 1}{l^{1/2} \cdot z_1} \right) + \alpha \cdot \left\{ \frac{l \cdot s_1 + 1}{l^{3/2} \cdot s_1 \cdot z_1 \cdot \sin(\theta_1 - \omega)} + \frac{1}{1 - e^2} \cdot \left[e \cdot \cot(\theta_1 - \omega) - \frac{2}{l \cdot s_1 \cdot \sin(\theta_1 - \omega)} \right] \right\}$$

$$N_2 = \cos \phi_2 \cdot \left(1 + \frac{l \cdot s_2 + 1}{l^{1/2} \cdot z_2} \right) + \alpha \cdot \left\{ \frac{l \cdot s_2 + 1}{l^{3/2} \cdot s_2 \cdot z_2 \cdot \sin(\theta_2 - \omega)} + \frac{1}{1 - e^2} \cdot \left[e \cdot \cot(\theta_2 - \omega) - \frac{2}{l \cdot s_2 \cdot \sin(\theta_2 - \omega)} \right] \right\}$$

Solucionando este sistema de equações obtemos a órbita de transferência com menor consumo de combustível que realiza a transferência do veículo espacial da órbita inicial para a órbita final, no intervalo de tempo determinado.

5. RESULTADOS

São mostrados abaixo, para os quatro casos estudados, os resultados obtidos com o programa desenvolvido.

Os gráficos mostrados abaixo foram construídos em função da variação do tempo total gasto na manobra. Dessa maneira, cada ponto dos gráficos foi obtido através da execução do programa para um determinado tempo. Estes pontos foram unidos por meio de uma linha cheia formando assim uma curva que mostra o comportamento do elemento orbital em questão. Porém, no caso onde os resultados obtidos não formam uma curva contínua decidimos não unir os pontos pois teríamos uma falsa interpolação do comportamento do elemento orbital, pois realizamos um estudo discretizado onde nem todo domínio foi analisado, portanto, a curva real pode conter particularidades que seriam assim desconsideradas.

Nos dois primeiros casos tomamos como exemplo a manobra de transferência que irá ser efetuada na ocasião do lançamento do satélite de sensoriamento remoto CBERS, em que o lançador colocará o satélite em uma órbita de injeção com semi-eixo maior de 7122,237 km, excentricidade de 0,0014161 e argumento do perigeu de 98,69375°, mas a órbita nominal do

satélite deve apresentar semi-eixo maior de 7148,865 km, excentricidade de 0,0011 e argumento do perigeu de 90°. Já no terceiro caso utilizamos como exemplo a manobra de transferência efetuada entre uma órbita inicial com semi-eixo maior de 7000 km, excentricidade de 0,1, argumento do perigeu de 40,10704° e uma órbita final com semi-eixo maior de 7100 km, excentricidade de 0,3 e argumento do perigeu de 143,23945°. No quarto caso, tomamos como exemplo a mesma manobra de transferência do caso anterior, mas utilizando uma órbita inicial com o mesmo argumento do perigeu da órbita final ($\omega=143,23945^\circ$) pois dessa maneira as duas órbitas ficam alinhadas.

Legenda:

Variação de velocidade gerada pelo primeiro impulso: _____ ou O

Variação de velocidade gerada pelo segundo impulso: _____ ou Δ

Variação de velocidade total: _____ ou \square

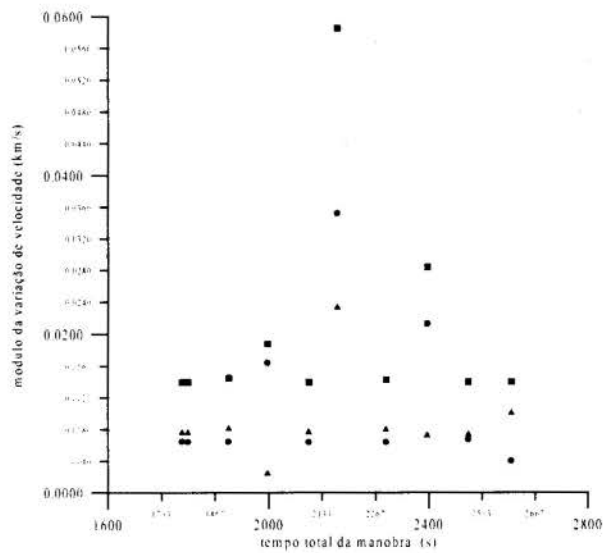


Figura 3 - Variação de Velocidade x Tempo.
 $\Delta t_1 + \Delta t + \Delta t_2 = T$

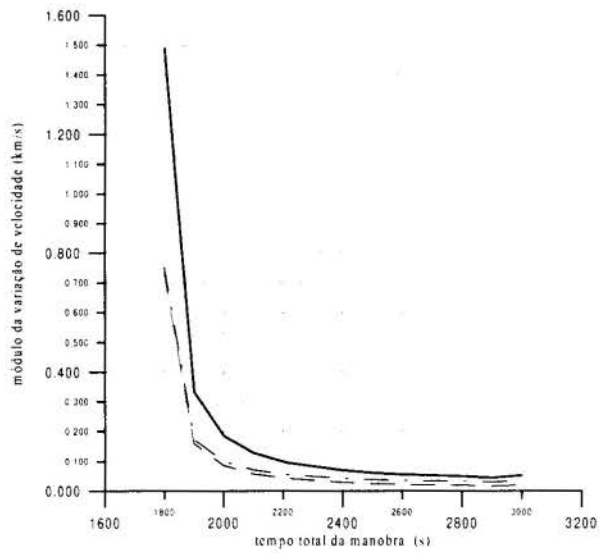


Figura 4 - Variação de Velocidade x Tempo.
 $\Delta t_1 + \Delta t = T$

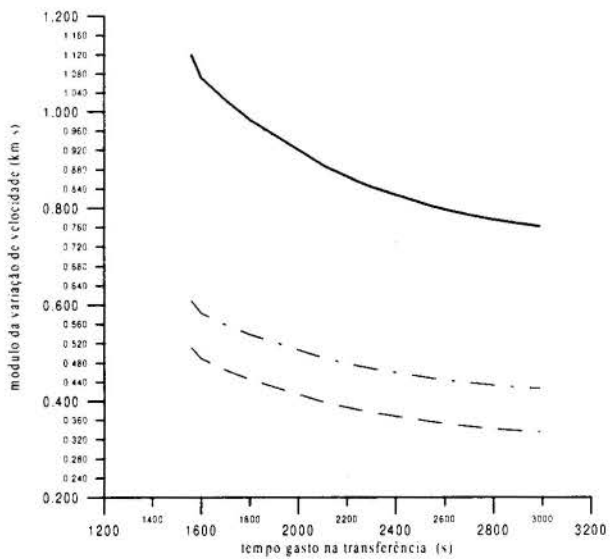
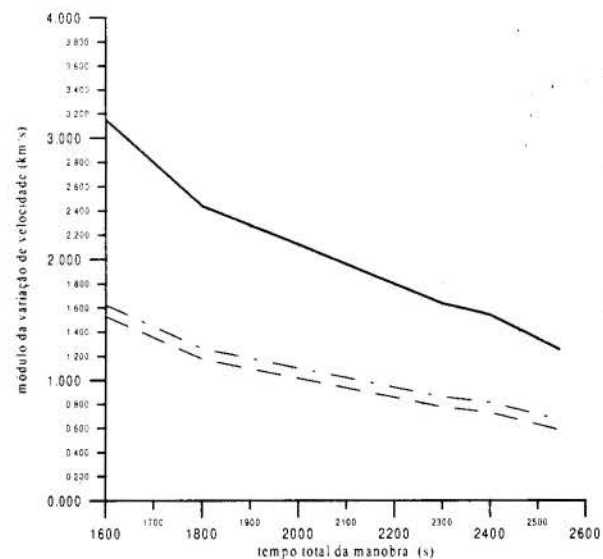


Figura 5 - Variação de Velocidade x Tempo.

$$\Delta t + \Delta t_2 = T$$

Figura 6 - Variação de Velocidade x Tempo.

$$\Delta t = T$$

Nos gráficos mostrados acima podemos verificar que quanto maior for o tempo permitido menor será a variação de velocidade necessária, como era esperado pois quanto maior for o tempo permitido mais a direção dos impulsos aplicados se aproxima da direção do movimento. No caso em que as órbitas inicial e final são coaxiais (quando a linha dos semi eixos maiores das órbitas são alinhadas), quanto maior for o tempo permitido mais a transferência se aproxima da transferência do tipo Hohmann (onde o ângulo de transferência é de 180°) portanto menor será a variação de velocidade necessária, como podemos verificar na figura 6. Porém deve-se ressaltar que quando o tempo fixado for superior ao tempo necessário para a transferência do tipo Hohmann a variação de velocidade necessária torna-se superior à de Hohmann pois o ângulo de transferência torna-se maior que 180° e dessa forma a direção dos impulsos aplicados deixa de se aproximar da direção do movimento para se afastar.

Podemos verificar ainda que o quarto caso, onde o vínculo de tempo é dado por $\Delta t = T$, é o que apresenta melhores resultados pois a curva encontrada é contínua e se comporta da forma esperada. Isso se deve ao fato do vínculo de tempo ser o mais simples possível, portanto a resolução do sistema de equações mostrado anteriormente, se torna mais fácil. Já quando o vínculo de tempo é mais complexo a resolução do sistema também torna-se mais complexa. Podemos observar isso nos três primeiros casos. Quando o vínculo de tempo é dado por $\Delta t_1 + \Delta t = T$ ou por $\Delta t + \Delta t_2 = T$ os resultados são razoáveis, mas quando o vínculo de tempo é dado por $\Delta t_1 + \Delta t + \Delta t_2 = T$, como foi proposto por Lawden (1993), o resultado é ruim e para alguns valores de tempo não se obteve solução pois o algoritmo utilizado para a solução do sistema de equações não convergiu. Entretanto, isto também ocorreu nos outros casos, principalmente quando o tempo fixado foi muito pequeno ou muito grande, mas como o número de vínculos é menor nestes casos fica mais fácil ajustar o tempo de transferência para fazer o algoritmo convergir.

6. REFERÊNCIAS

Lawden, D.F., Time-Closed Optimal Transfer by Two Impulses Between Coplanar Elliptical Orbits, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 16, n^o 3, May-June 1993.

Lawden, D.F., *Optimal Trajectories for Space Navigation*, Butterworths Mathematical Texts, Butterworths, London, 1963.

Lawden, D.F., Impulsive Transfer Between Elliptical Orbits, *Optimization Techniques*, edited by G. Leitmann, Academic Press, New York, 1962, pp. 323-351.

Marec, J.P., *Optimal Space Trajectories*, New York, NY, Elsevier, 1979.

Prado, A.F.B.A., *Análise, Seleção e Implementação de Procedimentos que Visem Manobras Ótimas de Satélites Artificiais*, (Dissertação de Mestrado em Mecânica Espacial e Controle)-Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, INPE, 1989 (INPE-5003-TDL/397).

Rodrigues, D.L.F., *Análise Dinâmica da Transferência Orbital*, (Dissertação de Mestrado em Mecânica Espacial e Controle)-Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, INPE, 1991 (INPE-5352-TDI/461).



PAPER CODE: COB1344

MANOBRAS COM DOIS E TRÊS IMPULSOS PARA SATÉLITES ARTIFICIAIS / *MANEUVERS WITH TWO AND THREE IMPULSES FOR ARTIFICIAL SATELLITES*

GISLAINE DE FELIPE & ANTONIO F. BERTACHINI A. PRADO

*Departamento de Mecânica de Orbital e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
CEP12.201-970 São José dos Campos, Brasil - E-mail: Prado@dem.inpe.br, Xlaine@provale.com.br*

Abstract

This paper deals with orbital transfer maneuvers. It studies the problem of transferring a spacecraft from an initial to a coplanar final orbit. The control available to perform this task is a sequence of two or three impulses. The main goal is to study what is the best approach for a large set of initial and final orbits. Two methods available in the literature (one for a two-impulse and one for a three-impulse maneuver) are selected and used for comparison. The results show the fuel consumption for each case and produces a map of the regions of optimality for both cases.

Keywords

Astrodynamics, Orbital Transfer, Impulsive Maneuvers

Palavras Chaves

Astrodinâmica, Transferência Orbital, Manobras Impulsivas

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho estuda o problema de transferências entre duas órbitas coplanares elípticas que extremizam o impulso aplicado (consumo de combustível).

Efetuar uma transferência orbital significa transladar um veículo espacial de um ponto para outro no espaço, entre órbitas diferentes.

A transferência torna-se necessária quando ocorrem desvios nos parâmetros nominais da órbita do satélite, fazendo com que o mesmo se encontre em uma trajetória diferente da pré-estabelecida. Esta transferência também pode estar prevista na própria missão, pois é em geral mais fácil colocar um satélite em uma órbita intermediária e depois transferi-lo para a órbita desejada, do que tentar colocá-lo diretamente na órbita pretendida.

O problema de transferências ótimas (no sentido de redução de consumo de combustível) entre duas órbitas coplanares Keplerianas tem sido investigado há mais de 40 anos. Em particular, muitos artigos resolvem este problema para um sistema de controle impulsivo, com um número fixo de impulsos. A literatura apresenta muitas soluções para casos particulares, como as transferências de Hohmann e Hoelker-Silber entre duas órbitas circulares e suas variantes para elipses com geometrias particulares.

Neste trabalho, são implementados e testados os métodos que fornecem a solução deste problema para uma transferência entre duas órbitas coplanares elípticas com dois ou três impulsos.

Para o caso de transferência com dois impulsos, nós utilizamos o método desenvolvido em Prado (1993), que é uma extensão do método sugerido por Lawden (1991), incluindo o aspecto novo da introdução de uma série de variáveis que permitem a redução do conjunto original de onze equações e onze incógnitas para um conjunto de três equações e três incógnitas.

Para o caso de três impulsos, o método descrito em Zanardi (1988), foi escolhido para implementação. Ele considera somente transferências que não passam pelo infinito durante a transferência.

Nós também apresentamos testes numéricos para os dois métodos implementados, mostrando as vantagens e desvantagens obtidas pela aplicação de terceiro impulso.

2. MANOBRA BI-IMPULSIVA

Esta seção tem por objetivo mostrar a formulação e a resolução da nova variante do conhecido "Problema de Lambert", que é um dos mais importantes e discutidos tópicos em mecânica celeste. O problema original de Lambert pode ser definido como: "uma órbita Kepleriana (sujeita somente a uma força gravitacional originada de um ponto de massa que é inversamente proporcional ao quadrado da distância (ao redor de um dado campo gravitacional de força deve ser encontrada conectando dois pontos dados (P_1 e P_2) em um dado tempo Δt ". A nova formulação é um pouco diferente da original, mas também tem muitas aplicações importantes. Este novo problema é chamado "Problema de Lambert com mínimo Delta-V" e é formulado como se segue: "uma órbita Kepleriana ao redor de um dado centro de força gravitacional deve ser encontrada conectando dois pontos dados (P_1 que pertence a uma órbita inicial e P_2 que pertence a uma órbita final), de tal forma que o ΔV (variação de velocidade obtida através do uso de um propulsor) para essa transferência seja mínimo" (Prado, 1993 e Broucke & Prado, 1993).

Para resolver este problema são obtidas as expressões analíticas para o incremento total de velocidade requerido ΔV (como uma função de apenas uma variável independente) e para sua primeira derivada com respeito a esta variável. Então, é usado um esquema numérico para obter a raiz da primeira derivada e o valor numérico do ΔV neste ponto. A partir desta informação é possível obter todos os outros parâmetros envolvidos, como os componentes dos impulsos, suas localizações, etc. Esta pesquisa está fortemente relacionada com a procura de uma transferência bi-impulsiva mínima entre duas órbitas coplanares dadas com a aproximação usada por Prado (1993) e Boucke & Prado (1993).

Suponha que exista uma nave espacial em uma órbita Kepleriana (que tem a forma geométrica de uma elipse com semi-eixo maior a_i e e_i) que é chamada O_0 (a órbita inicial). Deseja-se transferir essa nave espacial para a órbita Kepleriana final (que tem a forma geométrica de uma elipse com semi-eixo maior a_f e e_f) O_2 , que é coplanar com a órbita O_0 . Para efetuar essa transferência nós iniciamos no ponto $P_1 (r_1, \theta_1)$, onde é aplicado um impulso com magnitude ΔV_1 que tem um ângulo ϕ_1 com a direção transversa local. A órbita de transferência cruza a órbita final no ponto $P_2 (r_2, \theta_2)$, onde é aplicado um impulso com magnitude ΔV_2 que faz um ângulo ϕ_2 com a direção local transversa. Para definir o problema básico (o mínimo Delta-V do problema de Lambert) é necessário especificar a anomalia verdadeira (θ_1) do ponto de partida na órbita O_0 (P_1) e a anomalia verdadeira (θ_2) do ponto de chegada na órbita O_0 (P_2). Com esses dois valores dados e todos os elementos Keplerianos

(valores que definem completamente uma órbita no espaço) das duas órbitas conhecidas é possível determinar os raio-vetores \vec{r}_1 e \vec{r}_2 no começo e no fim da transferência. Então o problema é encontrar qual órbita de transferência conectando esses dois vetores e usando somente dois impulsos é a que requer o mínimo ΔV para a manobra. Este problema é o definido aqui como "Problema de Lambert com mínimo Delta-V". O esquema da transferência e as variáveis utilizadas são mostradas na figura 1.

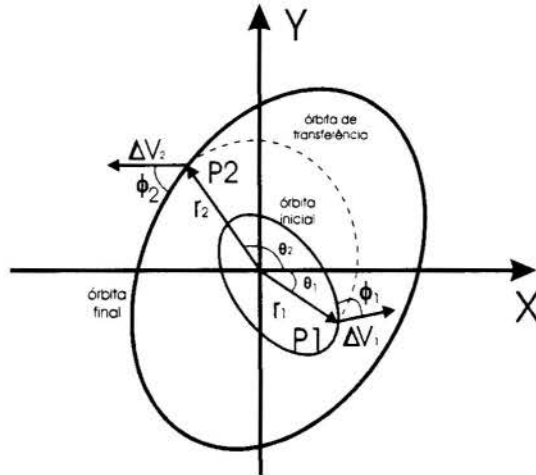


FIG. 1 - Geometria do "Problema de Lambert com Mínimo Delta-V".

Usando equações básicas da mecânica celeste de dois corpos é possível escrever uma expressão analítica para o ΔV total ($=\Delta V_1 + \Delta V_2$) requerido para esta manobra. A partir daí basta variar os valores das anomalias verdadeiras (variável que mostra o ângulo entre a posição instantânea do veículo espacial e o perigeu da órbita) nas órbitas inicial e final no intervalo de 0° a 360° para obter a transferência mínima entre as duas órbitas dadas. Essa tarefa foi executada em detalhes em Prado, 1993.

3. MANOBRA TRI-IMPULSIVA

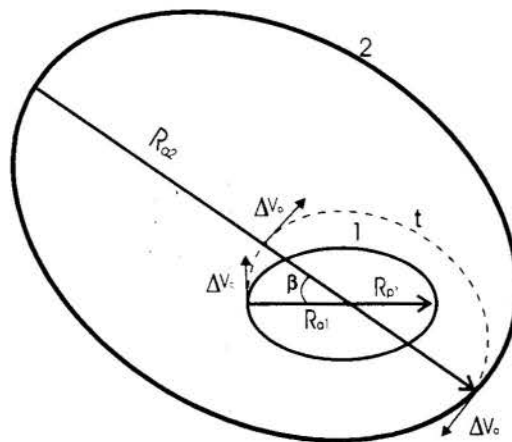


FIG. 2 - Transfêrencia entre órbitas elípticas, coplanares e coaxiais com dimensões diferentes.

A Fig. 2 ilustra uma transferência orbital entre duas órbitas elípticas, coplanares, não coaxiais e de dimensões diferentes. A órbita inicial é uma elipse com perigeu R_{p1} e apogeu R_{a1} . A órbita final é uma elipse de com perigeu R_{p2} e apogeu R_{a2} .

Existem vários modos de efetuar uma transferência desse tipo. Seguindo a abordagem mostrada em Zanardi (1988), vamos executar as seguintes etapas:

1º) Colocamos o satélite numa órbita coaxial (semi-eixos maiores coincidentes) com a órbita final desejada, através de uma órbita circular de raio R_{a1} ;

2º) Usamos uma elipse de transferência para alcançar a elipse desejada (2). Isto pode ser feito isto de várias maneiras, dependendo dos parâmetros nominais de cada órbita. No exemplo mostrado na figura aplica-se um impulso ΔV_p para atingir esse objetivo;

3º) Quando a órbita final é atingida aplica-se um impulso ΔV_a para completar a transferência.

Os incrementos de velocidade em cada etapa são dados por:

$$\Delta V_c = \sqrt{\frac{\mu}{R_{a1}}} \{1 - (1 - e)^{1/2}\}; \quad (1) \quad ; \quad \Delta V_p = \sqrt{\frac{\mu}{R_{a1}}} \{(1 + e_t)^{1/2} - 1\}, \quad (2)$$

$$\Delta V_a = \sqrt{\frac{\mu}{R_{p2}}} \{(1 - e_2)^{1/2} - (1 - e_t)^{1/2}\} \quad (3)$$

$$\text{O incremento total é dado por: } \Delta V = |\Delta V_c| + |\Delta V_p| + |\Delta V_a| \quad (4)$$

$$\text{O tempo total gasto é dado por: } t = \frac{1}{(\mu)^{1/2}} \left\{ \beta R_{a1}^{3/2} + \frac{\pi(R_{a1} + R_{p2})^{3/2}}{2\sqrt{2}} \right\} \quad (5)$$

4. RESULTADOS

Foram testados os métodos que fornecem a solução para a transferência entre duas órbitas coplanares elípticas com dois ou três impulsos mostrados acima.

Para uma melhor análise dos resultados foi feita uma tabela, variando separadamente os parâmetros de entrada dos programas, permitindo assim a comparação dos mesmos.

Os parâmetros de entrada são os seguintes

a = semi-eixo maior (para órbita inicial e final)

e = excentricidade (para órbita inicial e final)

ω = argumento do perigeu (para órbita inicial e final), que é o ângulo entre o perigeu da órbita e uma linha de referência.

Os parâmetros de saída são os seguintes:

ΔV_{bi} = Variação da velocidade na transferência bi-impulsiva

ΔV_{tri} = Variação da velocidade na transferência tri-impulsiva

σ = ângulo de transferência bi-impulsivo que o veículo deve viajar para completar a manobra.

$$\Delta V_D = |\Delta V_{bi} - \Delta V_{tri}|$$

4.1. Estudo de manobras em ω_f

Para estudar este caso, serão utilizados os seguintes valores: $a_i = a_f = 1.0$, $\omega_i = 0$, $e_i = e_f = 0.2$. Para ω_f serão utilizados os valores: 60° , 120° , 180° , 240° e 300° . Também serão utilizados os valores $e_i = e_f = 0.4, 0.6$, para a mesma situação.

Nos resultados observamos que para todas as situações testadas a transferência bi-impulsiva mostrou-se mais econômica e o ângulo σ ficou igual a 180° somente quando $\omega_f=180^\circ$ (ver Tabela 1).

4.2. Estudo de manobras em e_f

Para estudar este caso, serão utilizados os seguintes valores: $a_i = a_f = 1.0$, $\omega_i = \omega_f = 0$, $e_i = 0$ e 0.2 . Para e_f serão utilizados valores no intervalo 0.02 até 0.8 .

Nos resultados observamos que para todas as variações a transferência bi-impulsiva mostrou-se mais econômica e o ângulo σ ficou igual a 180° sempre (ver Tabela 2).

4.3. Estudo de manobras em ω_f, e_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = a_f = 1.0$, $\omega_i = 0$, $e_i = 0$. Para e_f utilizamos os valores: $e_f = 0.3, 0.5$. Para ω_f utilizamos os seguintes valores: $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ$ e 300° . Recalculamos as mesmas situações para $e_i = 0.2$.

Nos resultados observamos que para todas as situações testadas a transferência bi-impulsiva mostrou-se mais econômica e o ângulo σ ficou igual a 180° sempre (ver Tabela 3).

4.4. Estudo de manobras em a_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = 1.0$, $\omega_i = \omega_f = 0$. Para e_i e e_f , utilizamos os seguintes valores: $e_i = e_f = 0.1$, $e_i = e_f = 0.05$, $e_i = e_f = 0.2$, $e_i = e_f = 0.0$. Para a_f , utilizamos valores no intervalo 1.1 até 20.0 . Os sombreados nos mostram a transferência mais econômica. O ângulo σ ficou igual a 180° sempre (Tabela 4). A análise sobre qual tipo de transferência consome menos energia mostra resultados mais complexos. Para $e_i=e_f=0.0$, a manobra mais econômica foi sempre a bi-impulsiva. Para $e_i = e_f = 0.05$, existe uma região de valores de a_f ($1.2 < a_f < 3.3$) na qual a manobra tri-impulsiva é mais econômica. Fora dessa região é mantida a tendência de obter maiores economias com a manobra bi-impulsiva. Essa situação se repete para os casos $e_i = e_f = 0.1$ e $e_i = e_f = 0.2$. A diferença é que quanto menor a excentricidade mais rápida é a transição entre os tipos de manobras ótimas (bi ou tri-impulso)

Devido à essas mudanças de resultados, novos testes foram feitos com um espaçamento menor entre as anomalias, reduzindo-as de 5° para $0,5^\circ$ e para $0,05^\circ$. Ainda assim os resultados ficaram iguais aos anteriores.

A seguir, foram verificados esses resultados analiticamente, já que estas transferências são do tipo Hohmann. Os resultados mostraram-se iguais aos já encontrados.

4.5. Estudo de manobras em ω_f, a_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = 1.0$, $\omega_i = 0$, $e_i = e_f = 0.2$. Para a_f utilizamos valores no intervalo 2.0 até 30.0 . Para ω_f utilizamos os seguintes valores: $60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ$ e 300° .

Os resultados são mostrados na Tabela 5. Pode-se concluir que para valores de a_f menores do que 5.0 a manobra tri-impulsiva é sempre mais econômica e para valores de a_f a escolha da melhor manobra depende do valor de ω_f . Na região em torno de $\omega_f=180^\circ$ a manobra tri-impulsiva é mais econômica e na região em torno de $\omega_f = 0^\circ$ a manobra bi-impulsiva é mais econômica. O ângulo σ ficou igual a 180° quando $\omega_f = 180^\circ$.

4.6. Estudo de manobras em e_f, a_f

Para estudar este caso, vamos utilizar os seguintes valores: $a_i = 1.0, \omega_i = \omega_f = 0$. Para a_f utilizamos valores na faixa que vai de 2.0 até 50.0. Para e_i utilizamos valores na faixa que vai de 0.0 até 0.2 e para e_f de 0.2 até 0.8.

O ângulo σ ficou igual a 180° sempre. A manobra tri-impulsiva é mais econômica na maioria das situações com excessão de algumas poucas partes mostradas na Tabela 6.

TABELAS

Tabela 1. Manobras que alteram somente ω_f

e_i	e_f	ω_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	ΔVD	σ ($^\circ$)
0.2	0.2	60°	0.0987	0.4082	0.3094	168
0.2	0.2	120°	0.1679	0.4082	0.2403	172
0.2	0.2	180°	0.1927	0.4082	0.2155	180
0.2	0.2	240°	0.1681	0.4082	0.2401	172
0.2	0.2	300°	0.0990	0.4082	0.3092	168
0.4	0.4	60°	0.2004	0.8728	0.6724	152
0.4	0.4	120°	0.3257	0.8728	0.5471	162
0.4	0.4	180°	0.3810	0.8728	0.4918	180
0.4	0.4	240°	0.3345	0.8728	0.5383	164
0.4	0.4	300°	0.2009	0.8728	0.6719	152
0.6	0.6	60°	0.3149	1.500	1.1851	134
0.6	0.6	120°	0.5133	1.500	0.9867	156
0.6	0.6	180°	0.5811	1.500	0.9189	180
0.6	0.6	240°	0.5137	1.500	0.9863	156
0.6	0.6	300°	0.3157	1.500	1.1843	134

Tabela 2. Manobras que alteram somente e_i

e_i	e_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	ΔVD
0.0	0.020	0.0099	0.0202	0.0103
0.0	0.040	0.0199	0.0408	0.0209
0.0	0.060	0.0297	0.0619	0.0321
0.0	0.080	0.0396	0.0834	0.0438
0.0	0.100	0.0494	0.1055	0.0561
0.0	0.110	0.0543	0.1167	0.0624
0.0	0.130	0.0641	0.1396	0.0755
0.0	0.140	0.0690	0.1513	0.0823
0.0	0.150	0.0739	0.1631	0.0892
0.0	0.200	0.0983	0.2247	0.1264
0.0	0.250	0.1227	0.2909	0.1682
0.0	0.275	0.1350	0.3261	0.1914
0.0	0.300	0.1472	0.3627	0.2155
0.0	0.400	0.1969	0.5275	0.3306
0.0	0.500	0.2483	0.7320	0.4837
0.0	0.600	0.3277	1.0000	0.6723
0.0	0.800	0.4305	2.0000	1.5695
0.2	0.300	0.0510	0.5462	0.4952
0.2	0.400	0.1026	0.7110	0.6084
0.2	0.500	0.1557	0.9155	0.7598
0.2	0.600	0.2117	1.1835	0.9718
0.2	0.700	0.2725	1.5639	1.2914
0.2	0.800	0.3422	2.1835	1.8413

Tabela 4. Manobras que alteram somente a_f

e_i	a_f	e_f	ΔV_{bi}	ΔV_{tri}	ΔVD
0.00	1.2	0.00	0.0869	0.0871	0.0002
0.00	1.5	0.00	0.1816	0.1835	0.0019
0.00	3.1	0.00	0.4009	0.4320	0.0311
0.00	3.3	0.00	0.4139	0.4495	0.0356
0.00	5.0	0.00	0.4800	0.5527	0.0727
0.05	1.1	0.05	0.0463	0.0511	0.0048
0.05	1.2	0.05	0.0865	0.0490	0.0374
0.05	1.3	0.05	0.1216	0.0785	0.0430
0.05	2.7	0.05	0.3625	0.3608	0.0017
0.05	2.8	0.05	0.3709	0.3723	0.0014
0.05	3.3	0.05	0.4052	0.4218	0.0166
0.05	3.4	0.05	0.4108	0.4304	0.0196
0.05	3.5	0.05	0.4161	0.4386	0.0225
0.10	1.1	0.10	0.4611	0.1495	0.3116
0.10	1.2	0.10	0.0859	0.1046	0.0187
0.10	1.3	0.10	0.1206	0.0947	0.0259
0.10	1.4	0.10	0.1511	0.0955	0.0556
0.10	1.5	0.10	0.1780	0.0997	0.0783
0.10	3.0	0.10	0.3776	0.3641	0.0135
0.10	3.1	0.10	0.3842	0.3744	0.0098
0.10	3.2	0.10	0.3902	0.3843	0.0059
0.10	3.3	0.10	0.3959	0.3938	0.0021
0.10	3.4	0.10	0.4013	0.4028	0.0015
0.10	3.5	0.10	0.4062	0.4114	0.0052
0.10	4.0	0.10	0.4271	0.4496	0.0225
0.10	4.5	0.10	0.4427	0.4812	0.0384
0.10	5.0	0.10	0.45477	0.5079	0.0532
0.10	10.0	0.10	0.49646	0.6527	0.1563
0.10	20.0	0.10	0.4980	0.7551	0.2571
0.20	1.1	0.20	0.0452	0.3512	0.3060
0.20	1.2	0.20	0.0840	0.3015	0.2175
0.20	1.3	0.20	0.1176	0.2576	0.1400
0.20	3.3	0.20	0.3755	0.3350	0.0405
0.20	3.4	0.20	0.3803	0.3450	0.0353
0.20	3.5	0.20	0.3848	0.3545	0.0302

Tabela 3. Manobras que alteram ω_f, e_f

e_i	e_f	ω_f	ΔV_{bi}	ΔV_{fi}	ΔVD
0.0	0.3	60°	0.1473	0.3628	0.2155
0.0	0.3	120°	0.1473	0.3628	0.2155
0.0	0.3	180°	0.1473	0.3628	0.2155
0.0	0.3	240°	0.1473	0.3628	0.2155
0.0	0.3	300°	0.3147	0.3628	0.0480
0.0	0.5	60°	0.2484	0.7321	0.4837
0.0	0.5	120°	0.2484	0.7321	0.4837
0.0	0.5	180°	0.2484	0.7321	0.4837
0.0	0.5	240°	0.2484	0.7321	0.4837
0.0	0.5	300°	0.2484	0.7321	0.4837
0.2	0.3	60°	0.1309	0.5463	0.4153
0.2	0.3	120°	0.2108	0.5463	0.3354
0.2	0.3	180°	0.2399	0.5463	0.3063
0.2	0.3	240°	0.2110	0.5463	0.3352
0.2	0.3	300°	0.1312	0.5463	0.4150
0.2	0.5	60°	0.2194	0.9155	0.6961
0.2	0.5	120°	0.3049	0.9155	0.6106
0.2	0.5	180°	0.3338	0.9155	0.5817
0.2	0.5	240°	0.3051	0.9155	0.6104
0.2	0.5	300°	0.2196	0.9155	0.6959

Tabela 6. Manobras que alteram e_i e a_i

e_i	a_f	e_f	ΔV_{bi}	ΔV_{fi}	ΔVD
0.2	2.0	0.3	0.25136	0.21875	0.0326
0.2	2.0	0.5	0.21375	0.40825	0.1945
0.1	2.0	0.2	0.26636	0.14709	0.1193
0.1	2.0	0.3	0.25342	0.17716	0.0763
0.1	2.0	0.5	0.21792	0.32021	0.1023
0.0	2.0	0.2	0.27045	0.13397	0.1365
0.0	2.0	0.3	0.25848	0.13788	0.1230
0.0	2.0	0.5	0.22475	0.22475	0.0000
0.0	2.0	0.6	0.26663	0.41421	0.1476
0.2	5.0	0.3	0.41178	0.39979	0.0120
0.2	5.0	0.5	0.37614	0.31341	0.0627
0.1	5.0	0.2	0.44119	0.45467	0.0135
0.1	5.0	0.3	0.42629	0.39294	0.0333
0.1	5.0	0.5	0.39222	0.28627	0.1060
0.0	5.0	0.2	0.45624	0.45228	0.0040
0.0	5.0	0.3	0.44218	0.39056	0.0516
0.0	5.0	0.5	0.40950	0.26274	0.1467
0.1	10.0	0.3	0.46834	0.57145	0.1031
0.1	20.0	0.6	0.43509	0.55518	0.1201
0.1	30.0	0.7	0.42281	0.56778	0.1449
0.1	40.0	0.8	0.41013	0.53912	0.1290
0.1	50.0	0.8	0.41008	0.57813	0.1681

Tabela 5. Manobras que alteram ω_f , a_i

a_f	ω_f	ΔV_{bi}	ΔV_{fi}	ΔVD	σ
-------	------------	-----------------	-----------------	-------------	----------

2.0	60°	0.2719	0.1849	0.0870	144
2.0	120°	0.2830	0.1849	0.0981	130
2.0	180°	0.2867	0.1849	0.1018	180
2.0	240°	0.2830	0.1849	0.0981	130
2.0	300°	0.2719	0.1849	0.0558	156
3.0	60°	0.3679	0.3021	0.0658	158
3.0	120°	0.3860	0.3021	0.0658	146
3.0	180°	0.3952	0.3021	0.0931	180
3.0	240°	0.3861	0.3021	0.0840	146
3.0	300°	0.6794	0.3021	0.3773	156
4.0	60°	0.4135	0.3968	0.0167	162
4.0	120°	0.4356	0.3968	0.0388	152
4.0	180°	0.4482	0.3968	0.0514	180
4.0	240°	0.4357	0.3968	0.0389	152
4.0	300°	0.4136	0.3968	0.0158	162
5.0	60°	0.4385	0.4615	0.0230	146
5.0	90°	0.4502	0.4615	0.0113	158
5.0	120°	0.463	0.4615	0.0014	156
5.0	150°	0.4736	0.4615	0.0121	164
5.0	180°	0.4777	0.4615	0.0161	180
5.0	210°	0.4737	0.4615	0.1220	164
5.0	240°	0.4631	0.4615	0.0015	156
5.0	270°	0.4503	0.4615	0.1120	158
5.0	300°	0.4386	0.4615	0.0230	164
5.0	360°	0.4601	0.4615	0.0014	180
6.0	60°	0.4534	0.5092	0.0556	166
6.0	90°	0.4656	0.5092	0.0437	160
6.0	120°	0.4792	0.5092	0.0300	158
6.0	150°	0.4907	0.5092	0.1857	166
6.0	180°	0.4951	0.5092	0.0141	180
6.0	210°	0.4907	0.5092	0.0186	166
6.0	240°	0.4793	0.5092	0.0299	158
6.0	270°	0.4656	0.5092	0.0436	160
6.0	300°	0.4534	0.5092	0.0558	166
10.0	60°	0.4742	0.6219	0.1477	168
10.0	120°	0.5019	0.6219	0.1200	164
10.0	180°	0.5193	0.6219	0.1026	180
10.0	240°	0.5020	0.6219	0.1199	164
10.0	300°	0.4743	0.6219	0.1476	168
30.0	60°	0.4639	0.7856	0.3217	172
30.0	120°	0.4879	0.7856	0.2977	170
30.0	180°	0.5024	0.7856	0.2832	180
30.0	240°	0.4879	0.7856	0.2977	170
30.0	300°	0.4639	0.7856	0.3217	172

5. CONCLUSÕES

Foram testados dois métodos para o cálculo de manobras orbitais coplanares e impulsivas. Um método é baseado no “Problema de Lambert com um mínimo ΔV ” e soluciona o problema para a manobra com dois impulsos. O segundo método adiciona a possibilidade de um terceiro impulso na manobra. Outra questão analisada é o ângulo de transferência para a manobra bi-impulsiva.

Os resultados mostram que a transferência bi-impulsiva é vantajosa para transferências envolvendo mudanças apenas no argumento do perigeu e/ou na excentricidade. Já a manobra tri-impulsiva é sempre vantajosa quando a manobra altera apenas o semi-eixo maior da órbita. Nos casos onde o semi-eixo maior é alterado juntamente com o argumento do perigeu ou com a excentricidade, a decisão sobre qual a melhor manobra tem que ser feita, caso a caso, conforme mostrado na seção de resultados.

Do ponto de vista de ângulo de transferência da manobra bi-impulsiva, os resultados mostram que todas as manobras que envolvem excentricidade possuem como solução σ igual a 180° , bem como manobras que alteram somente o semi-eixo maior. Manobras que alteram somente o argumento do perigeu ou o argumento do perigeu e o semi-eixo maior possuem soluções com σ diferente de 180° a menos que $\omega_i = 0^\circ$ e $\omega_f = 180^\circ$.

6. REFERÊNCIAS

HOHMANN, W., *Die Erreichbarkeit der Himmelskorper*, Oldenbourg, Munich, 1925.

HOELKER, R.F., & SILBER, R., *The Bi-Elliptic Transfer Between Circular Co-Planar Orbits*, Alabama, Army Ballistic Missile Agency, Redstone Arsenal, Jan. 1959 (DA Tech Memo 2-59).

LAWDEN, D.F., “Optimal Transfers Between Coplanar Elliptical Orbits”, *J. of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 15, nº3, 1991, pp.788-791.

PRADO, A.F.B.A., “Optimal Transfer and Swing-By Orbits in the Two - and Three-Body Problems”, Ph.D. Dissertation, University of Texas, Austin, TX, USA, 1993.

ZANARDI, M.C.F.P.S., “Fundamentos da Astronáutica”, *Apostila do Instituto Técnico Aeroespacial (ITA)*, São José dos Campos, SP, 1988.



PAPER CODE: COB1345

EFFECT OF VISIBILITY CONSTRAINTS IN ARTIFICIAL SATELLITES MANEUVERS / EFEITO DE VÍNCULOS DE VISIBILIDADE EM MANOBRAS DE SATÉLITES ARTIFICIAIS

Walkíria Schulz, Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado & Hélio Koiti Kuga
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE - Caixa Postal 515 - CEP 12201-970
São José dos Campos, Brasil - E-mail: walkiria@dem.inpe.br, prado@dem.inpe.br, hkk@dem.inpe.br

Abstract

In this work, the effect of visibility constraints due to the use of only one ground station control of a spacecraft during a bi-impulsive transfer between two given non coplanar elliptical orbits is analyzed from the point of view of fuel consumption. This kind of constraint requires special orbital places to apply impulsive maneuvers, where the ground station is able to track the satellite. The increment of the fuel consumption imposed by this kind of constraint is evaluated by subdividing of the true anomalies' intervals at the initial and final orbits. This research takes part on the orbital maneuvers program for the *China-Brazil Earth Resources Satellite (CBERS)* and should be extended for any kind of bi-impulsive orbital transfer.

Keywords

Astrodynamics, artificial satellites, numerical method, orbital maneuver / Astrodinâmica, satélites artificiais, método numérico, manobra orbital.

1. INTRODUCTION

The *China-Brazil Earth Resources Satellite (CBERS)* is a remote sensing satellite under development by China and Brazil planned to stay in a polar frozen orbit (approximate 98° of inclination). According to the mission objectives of CBERS, the satellite orbit to be selected should meet global coverage, similar conditions of viewing and illumination when the satellite passes through the same latitude to take pictures and periodic observations of the same sampled areas to guarantee the mission success. In order to meet and maintain these requirements several orbital maneuvers has to be planned.

To do so, it was developed a new algorithm and a software that obtain the optimum fuel orbital transfer taking into account the visibility constraint of the ground station. As the propulsion model, it was adopted the bi-impulsive transfer (instantaneous velocity variation on the initial and final points of the transfer). It was assumed a dynamics that contains the keplerian term and the usual perturbations: atmospheric drag and non punctual gravity for the Earth. This problem was transformed in the well-known *Two Point Boundary Value Problem*.

This research is an extension to the study of bi-impulsive transfers between two given coplanar orbits with minimum expenditure of fuel that was developed in Prado (1993).

2. THE TWO POINT BOUNDARY VALUE PROBLEM

When ordinary differential equations are required to satisfy boundary conditions at more than one value of the independent variable, the resulting problem is called a two point boundary value problem. It was implemented the most common case of two point boundary value problem, where boundary conditions are supposed to be satisfied at two points - the starting and ending values of the integration - to solve the problem of bi-impulsive non coplanar orbital maneuvers with fuel optimization.

Given an initial guess, that was found by a method that used the keplerian dynamics (the unique forces involved on the system are the propulsion and the Earth's gravitational attraction, considered a point of mass) it was used the two point boundary value problem to solve the problem assuming that the system dynamics include perturbations, as atmospheric drag and oblateness of the Earth's gravitational field.

The two point boundary value problem has the following form: it's desired to find the solution of a set of N coupled first-order ordinary differential equations (the 6 equations that governs the spacecraft motion), satisfying n_1 boundary conditions (the 3 components of the first impulse position) at the starting point t_1 (the first impulse date), and a remaining set of $n_2 = N - n_1$ boundary conditions (the 3 components of the second impulse position) at the final point t_2 (the last impulse date).

2.1 The Shooting Method

There are distinct classes of numerical methods for solving two point boundary value problems. For this kind of problem the shooting method works very well.

In the shooting method values for all of the dependent variables at one boundary are chose. These values must be consistent with any boundary conditions for that boundary, but otherwise are arranged to depend on arbitrary free parameters whose values are initially guessed. Then the ordinary differential equations are integrated to the final time using the fifth-order Cash-Karp Runge-Kutta method with adaptive stepsize control. Then the discrepancies from the desired boundary values are found there. Now it is a multidimensional root-finding problem: Find the adjustment of the free parameters at the starting point that vanishes the discrepancies at the other boundary point. The shooting method provides a systematic approach to taking a set of ranging shots that allow the user to improve his aim systematically.

3. VISIBILITY TESTS

Several simulations were performed to observe the variations on the fuel consumption due to constraints imposed by possible visibility problems on a specific ground station.

Two of these simulations are showed here. The first one is a transfer between a low inclined and eccentric orbit and a geostationary one. The second is an orbital correction where the final orbital is nominal CBERS orbit.

The visibility problems require special orbital places to perform the maneuvers, and the variation of the fuel consumption imposed by this requirement is studied by the subdivision of the true anomalies' intervals of the initial and/or final orbits. The reason why it is better to perform the maneuvers under visibility is to assure more security on the determination of the orbit after the impulse.

3.1 First Simulation

This is an example of transfer between a low orbit and a geostationary one. The orbital elements of the initial orbit are: semi-major axis 7500,0 km; eccentricity 0,02000; inclination 0,03491 rad (2°); perigee argument 0,87266 rad (50°); right ascension of the ascending node 0,52359 rad (30°). The orbital elements of the final orbit are: semi-major axis 42164,2 km; eccentricity 0,0; inclination 0,0 rad (0°); perigee argument 0,87266 rad (50°); right ascension of the ascending node 0,52359 rad (30°).

As a first step, the true anomalies were varied from 0° to 360° on both orbits. The result for the minimum velocity variation was:

$$\Delta V = 3,649 \text{ km/s}$$

As a second step, the true anomalies' intervals were subdivided, on such a way that was possible compare the fuel consumption variations by the velocity variations for different cases of ground station visibility. First, it was maintained the variation interval of 0° to 360° for the true anomaly of the initial orbit (ϕ_1) and subdivided the variation interval for the true anomaly of the final orbit (ϕ_2) in subintervals of 30° . Then, it was time of maintain the variation interval of 0° to 360° for the true anomaly of the final orbit and subdivide the variation interval for the true anomaly of the initial orbit in the same way. In the last part, the variations intervals for the true anomalies of the both orbits were subdivided in equals intervals of 30° .

The results could be seen on tables 1, 2 and 3.

Table 1: Visibility Test 1

ϕ_1	ϕ_2	ΔV (km/sec)
$0^\circ - 360^\circ$	$0^\circ - 30^\circ$	3,963
	$30^\circ - 60^\circ$	4,035
	$60^\circ - 90^\circ$	3,964
	$90^\circ - 120^\circ$	3,882
	$120^\circ - 150^\circ$	3,708
	$150^\circ - 180^\circ$	3,759
	$180^\circ - 210^\circ$	3,891
	$210^\circ - 240^\circ$	4,290
	$240^\circ - 270^\circ$	3,965
	$270^\circ - 300^\circ$	3,910
	$300^\circ - 330^\circ$	3,649
$330^\circ - 360^\circ$	3,675	

Table 2: Visibility Test 2

ϕ_1	ϕ_2	$\bar{\Delta V}$ (km/sec)
$0^\circ - 30^\circ$	$0^\circ - 360^\circ$	4,072
$30^\circ - 60^\circ$		4,307
$60^\circ - 90^\circ$		4,185
$90^\circ - 120^\circ$		3,773
$120^\circ - 150^\circ$		3,649
$150^\circ - 180^\circ$		3,714
$180^\circ - 210^\circ$		3,846
$210^\circ - 240^\circ$		4,103
$240^\circ - 270^\circ$		4,035
$270^\circ - 300^\circ$		3,915
$300^\circ - 330^\circ$		3,921
$330^\circ - 360^\circ$		3,716

Table 3: Visibility Test 3

ϕ_1	ϕ_2	ΔV (km/sec)
$0^\circ - 30^\circ$	$0^\circ - 30^\circ$	12,689
$30^\circ - 60^\circ$	$30^\circ - 60^\circ$	12,606
$60^\circ - 90^\circ$	$60^\circ - 90^\circ$	12,504
$90^\circ - 120^\circ$	$90^\circ - 120^\circ$	12,408
$120^\circ - 150^\circ$	$120^\circ - 150^\circ$	12,341
$150^\circ - 180^\circ$	$150^\circ - 180^\circ$	12,320
$180^\circ - 210^\circ$	$180^\circ - 210^\circ$	12,329
$210^\circ - 240^\circ$	$210^\circ - 240^\circ$	12,333
$240^\circ - 270^\circ$	$240^\circ - 270^\circ$	12,390
$270^\circ - 300^\circ$	$270^\circ - 300^\circ$	12,489
$300^\circ - 330^\circ$	$300^\circ - 330^\circ$	12,599
$330^\circ - 360^\circ$	$330^\circ - 360^\circ$	12,691

These results show that the effects of a ground station visibility exist and can be very strong. The results on table 3 clearly demonstrate that this kind of constraint can improve the fuel expenditure up to 4 times. Moreover, the results on the restrictions on only one true anomaly show that this expenditure can get 10% over the cost of a maneuver without visibility restriction.

The reason for the table 3 construction is explained now. Suppose that a mission is groundtracked by only one ground station, and that the impulsive maneuvers could be applied only when the satellite is visible by this station. This means that the orbital region where the impulse can be applied is really strict. The exact size depends on certain parameters, such as,

orbital altitude and antenna parameters. Only as an example, the orbits were divided in 30° intervals. To the maneuvers simulated on this example the perigee argument is not changed, so the same region that is allowed to impulse application on initial orbital is valid to the final orbit. For this reason the combinations on table 3 use the same intervals to the true anomalies ϕ_1 and ϕ_2 .

3.2 Second Simulation

This is an example of orbital correction where the final orbit is the CBERS nominal orbit. The orbital elements of the initial orbit are: semi-major axis 7000,0 km; eccentricity 0,02000; inclination 1,57080 rad (90°); perigee argument 1,72253 rad ($98,7^\circ$); right ascension of the ascending node 4,93805 rad ($-77,1^\circ$). The orbital elements of the final orbit are: semi-major axis 7148,9 km; eccentricity 0,00206; inclination 1,71969 rad ($98,5^\circ$); perigee argument 1,72253 rad ($98,7^\circ$); right ascension of the ascending node 4,93805 rad ($-77,1^\circ$).

As a first step, the true anomalies were varied from 0° to 360° on both orbits. The result for the minimum velocity variation was:

$$\Delta V = 1,123 \text{ km/s}$$

The following step was subdivide the true anomalies' intervals in the same form as on the previous example to compare the fuel consumption variation by the velocity variation, for different cases of ground station visibility. On the last case the final orbit true anomaly intervals were subdivided not only as the initial orbit ones, but also one subinterval before and one after. The reason to do that is to analyze the cost of a small perigee argument variation on the fuel consumption. The results should be seen on tables 4, 5 and 6.

Table 4: Visibility Test 4

ϕ_1	ϕ_2	ΔV (km/sec)
$0^\circ - 360^\circ$	$0^\circ - 30^\circ$	1,227
	$30^\circ - 60^\circ$	1,241
	$60^\circ - 90^\circ$	1,123
	$90^\circ - 120^\circ$	1,188
	$120^\circ - 150^\circ$	1,418
	$150^\circ - 180^\circ$	1,278
	$180^\circ - 210^\circ$	1,215
	$210^\circ - 240^\circ$	1,172
	$240^\circ - 270^\circ$	1,131
	$270^\circ - 300^\circ$	1,161
	$300^\circ - 330^\circ$	1,199
	$330^\circ - 360^\circ$	1,200

Table 5: Visibility Test 5

ϕ_1	ϕ_2	ΔV (km/s)
0° - 30°	0° - 360°	1,269
30° - 60°		1,410
60° - 90°		1,138
90° - 120°		1,140
120° - 150°		1,172
150° - 180°		1,195
180° - 210°		1,195
210° - 240°		1,216
240° - 270°		1,168
270° - 300°		1,123
300° - 330°		1,203
330° - 360°		1,219

Table 6: Visibility Test 6

ϕ_1	ϕ_2	ΔV (km/sec)
0° - 30°	330° - 360°	23,135
	0° - 30°	4,958
	30° - 60°	2,036
30° - 60°	0° - 30°	23,128
	30° - 60°	2,853
	60° - 90°	1,329
60° - 90°	30° - 60°	21,483
	60° - 90°	1,669
	90° - 120°	1,413
90° - 120°	60° - 90°	23,025
	90° - 120°	1,783
	120° - 150°	1,391
120° - 150°	90° - 120°	28,411
	120° - 150°	2,922
	150° - 180°	2,081
150° - 180°	120° - 150°	15,831
	150° - 180°	4,300
	180° - 210°	2,543

180° - 210°	150° - 180°	20,400
	180° - 210°	3,857
	210° - 240°	1,569
210° - 240°	180° - 210°	20,356
	210° - 240°	2,012
	240° - 270°	1,131
240° - 270°	210° - 240°	14,978
	240° - 270°	1,161
	270° - 300°	1,161
270° - 300°	240° - 270°	21,444
	270° - 300°	1,826
	300° - 330°	-
300° - 330°	270° - 300°	27,654
	300° - 330°	3,536
	330° - 360°	2,648
330° - 360°	300° - 330°	27,975
	330° - 360°	4,464
	0° - 30°	2,410

This results show the same behavior of the first example for the cases where the same subintervals for the true anomalies of both orbits are chosen: a restriction due to visibility problem of a ground station should cause an improvement up to 4 times the fuel consumption of a maneuver without this kind of restriction. This result should be observed by comparing the best result for the total velocity variation (1,123 km/sec) with the worst result of table 6 (4,958 km/sec). The simulations also demonstrated that, depending on the true anomalies variation intervals the fuel consumption improvement should be more than 20 times the consumption of a maneuver without visibility restriction, or, on the other hand, don't show significant difference on velocity variation.

4. CONCLUSION

Several simulations were performed to explore the problem of the fuel consumption improvement due to ground station visibility constraints on bi-impulsive transfers between non coplanar elliptical orbits on a non keplerian force field. The results showed that the effects of this restriction could improve the fuel consumption up to 20 times the expenditure of a transfer without this constraint. This tests were performed, due to the CBERS mission requirements.

5. REFERENCES

Chobotov, V.A. *Orbital Mechanics*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1991.

Edelbaum, T.N. How many impulses ? *Astronautics and Aeronautics*, 5 (11): 64-69, Nov. 1967b.

Gobetz, F.W.; Doll, J.R. A survey of impulsive trajectories. *AIAA Journal*, 7 (5): 801-834, May 1969.

Hohmann, W. *Die erreichbarkeit der himmelskörper*. Oldenbourg, Munique, 1925.

Prado, A.F.B.A.; Broucke, R.A. The Minimum Delta-V Lambert's Problem, *Controle e Automação (SAB)*, vol.7, n^o. 2, pp.84-90, 1996.

Press, W.H.; Teukolsky, S.A.; Vetterling, W.T.; Flannery, B.P. *Numerical recipes in FORTRAN (the art of scientific computing)*. 2. ed., Cambridge University Press, 1992.

Schulz, W. *Bi-Impulsive Transfers between Non Coplanar Elliptical Orbits with Minimum Fuel Consumption (in Portuguese)*, São José dos Campos, INPE, 1996. (INPE-6112-NTC/327).



PAPER CODE: COB1346

**DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA EM TEMPO REAL ATRAVÉS DO GPS
UTILIZANDO O FILTRO DE KALMAN / REAL TIME ORBIT DETERMINATION WITH
GPS USING KALMAN FILTER**

Ana Paula M. Chiaradia, Rodolpho V. de Moraes, Sandro da S. Fernandes & Hélio K. Kuga
*Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE- Av. dos Astronautas, 1758, São José dos Campos
CEP 12227-010, SP, Brasil. - E-mail: chiara@dem.inpe.br*

Abstract

In this paper, we discuss a method of preliminary orbit determination in real time for an artificial satellite with a GPS receiver on board. Classical elements are considered as state variables and a simple dynamic model, based in the classic two-body problem, is used. The observations are formed by range and range-rate measurements with respect to four visible GPS satellites. An extended Kalman filter is used as the estimation technique. The data are simulated through numerical propagation (Cowell's method), which considers special perturbations for the GPS satellite constellation and an user satellite.

Keywords

GPS system, Kalman filter, orbit determination.
Sistema GPS, filtro de Kalman, determinação de órbita.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho está relacionado com dois projetos para determinação de órbita e atitude usando GPS: "Navegação experimental de satélite e determinação de atitude usando o GPS" e "Navegação experimental de satélite e determinação de atitude usando o GPS/GLONASS". O objetivo da primeira proposta é desenvolver um experimento para determinação de órbita e atitude usando um receptor GPS que será embarcado nos satélites futuros do INPE. Este tipo de experiência foi desenvolvida pouco tempo atrás e é uma nova tendência no campo para os próximos anos. A melhor experiência até o momento foi desenvolvida no satélite Topex/Poseidon. O JPL (*Jet Propulsion Laboratory*) da NASA organizou uma equipe internacional para operar esta parte da missão, onde se obteve uma precisão de 2.5cm na determinação da componente radial da órbita (Schutz et al., 1994; Yunck et al., 1994; Bertiger et al., 1994). Com este nível de exatidão, é também possível conduzir pesquisas em atividades científicas, como o estudo do campo gravitacional e da ionosfera terrestre.

Na segunda proposta, as instituições ICAS "COSMOS", MAI da Rússia e o INPE ofereceram sua mão-de-obra, laboratórios, e experiências de campo, sem nenhum custo, para desenvolver um experimento de determinação de órbita e atitude usando um receptor GPS/GLONASS que será utilizado em um micro-satélite brasileiro. Como um primeiro estágio, é esperado que os resultados sejam melhores que 50 metros na determinação de órbita. Esta precisão é suficiente para as aplicações pretendidas e, se o experimento for um sucesso, terá muitas aplicações para os futuros satélites. O próximo estágio é tentar uma precisão de cinco metros. É uma tarefa mais complexa, mas com este nível de precisão, possivelmente será necessário desenvolver importantes estudos em geodinâmica (determinação do campo gravitacional, movimento da Terra, etc.). No atual nível de

conhecimento, não é possível assegurar que este nível de precisão seja atingido numa primeira fase, porque depende de muitos parâmetros: a quantidade de tempo que pode ser dedicada para obter dados, a capacidade de memória do satélite, a quantidade de dados que podem ser transmitidos para uma estação terrestre, o número de antenas, etc. Devido a estes desafios, esta parte do experimento é mantida como um possível benefício extra.

O primeiro estágio de ambos os projetos é a simulação de um experimento em solo, basicamente uma prova de conceitos e, conseqüentemente, os resultados aqui mostrados são preliminares.

2. SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO

Os dois sistemas de navegação mais populares que utilizam satélites artificiais são o GPS (*Global Positioning System*) e o Glonass (*Global Orbiting Navigation Satellite System*). O primeiro desenvolvido pelos Estados Unidos e o segundo pela Rússia. Estes sistemas têm várias aplicações civis, entre elas: navegação por terra, mar e espaço; navegação de porto; navegação em rios; navegação de veículos recreativos; levantamento cinemático de alta precisão na terra; orientação de robôs e outras máquinas; levantamento cadastral; fotogrametria sem controle terrestre; e levantamento hidrográfico (Leick, 1995); (Seeber, 1993); (Parkinson *et al*, 1996).

Ambos os sistemas foram baseados na mesma idéia fundamental. Eles permitem ao usuário com equipamento apropriado, obter a sua posição e velocidade tridimensionais e o tempo com alta precisão podendo ter um número ilimitado de usuários simultaneamente, em qualquer parte do mundo, na superfície ou próximo da Terra.

A maior diferença com respeito ao GPS é que o GLONASS usa tecnologia de acesso múltiplo de divisão de frequência (FDMA) para discriminar sinais recebidos na antena. Com isso, todos os satélites transmitem o mesmo código P (preciso).

2.1 Sistema GLONASS

O sistema GLONASS possui 24 satélites com órbitas quasi-circulares, raio da órbita de 25100km com período de 11h e 16min, inclinação do plano da órbita de 64.8°, distribuídos em 3 planos orbitais com 8 satélites em cada um (Leick, 1995). Os sinais são transmitidos em duas bandas L, nas frequências L1 (1602.5625-1615.5 MHz) e L2 (1246.4375 - 1256.5 Mhz).

2.2 Sistema GPS

Os principais objetivos do sistema GPS são: auxílio à radionavegação em três dimensões com elevada precisão nos cálculos de posição; navegação em tempo real; alta imunidade a interferência; cobertura global; e rápida obtenção da informações transmitidas pelos satélites.

O princípio de navegação por satélites consiste na transmissão de sinais e dados das posições dos satélites GPS em relação a um sistema de coordenadas. O receptor mede o tempo de transmissão do sinal, que permite calcular a distância entre o usuário e os satélites GPS, e decifra os dados. Se o relógio do receptor estiver sincronizado com os relógios dos satélites GPS, a medida das distâncias de três diferentes satélites GPS, em posição conhecida, permitirão ao usuário calcular a sua posição. Se o relógio do receptor não estiver sincronizado com os relógios dos satélites, serão necessários quatro satélites GPS, sendo o quarto para determinar o desvio do relógio, uma quantidade desconhecida. As medidas da distância com relógio impreciso são chamadas de pseudo-distância. São necessárias quatro medidas da distância chamada de pseudo-distância (Leick, 1995), (Parkinson *et al*, 1996).

O sistema consiste em uma constelação de 24 satélites em 6 planos orbitais com período de 11h e 58min. O raio da órbita é 26560km com excentricidade de 0.0131. Cada plano da órbita contém 24 satélites, como mostra a Figura 1, distribuídos de tal forma que forneça uma visibilidade simultânea de pelo menos quatro satélites para um usuário localizado em qualquer parte do mundo e em qualquer instante. Entretanto, o mesmo satélite se torna visível quatro minutos mais cedo a cada dia devido a diferença de quatro minutos por dia, entre a órbita do satélite e a rotação da Terra (Leick, 1995).

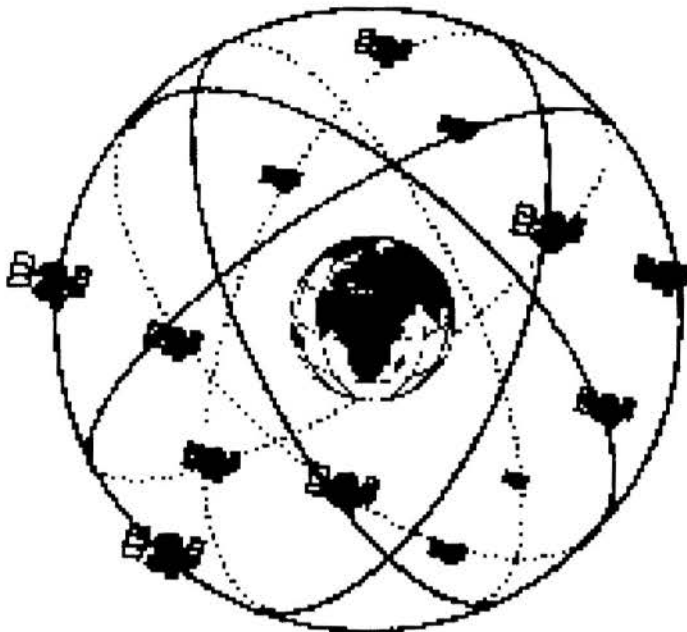


Figura 1: Constelação do sistema GPS

Cada satélite transmite uma série de dados chamados de Mensagem de Navegação. Estes dados são recebidos pelo receptor do usuário em forma de bits modulados em sinais. Os dados dos sinais permitem ao usuário navegar com sucesso.

As informações enviadas pela mensagem de navegação são as seguintes: as correções do relógio do satélite; as correções para os desvios na propagação do sinal através da ionosfera; informação de sincronização dos tempos para transferência do código C/A para o código P; as efemérides do satélite transmissor; parâmetros orbitais de todos os satélites (Almanaque) e *status* dos satélites componentes do sistema GPS.

3. TÉCNICA DE FILTRAGEM

Como as medidas da pseudo-distância possuem ruídos tornando o valor exato desconhecido e também existe imprecisão no modelo da dinâmica, o filtro de Kalman foi utilizado para estimar o vetor de estado no instante atual, baseado em todos os dados de medidas anteriores até o presente. Em outras palavras, separa-se as variáveis de estado de outras que são consideradas ruídos, minimizando os efeitos destes erros e permitindo calcular uma solução ótima para o vetor de estado do sistema. O filtro de Kalman foi escolhido por ser o mais indicado para a determinação de órbita a bordo de um veículo espacial já que não

precisa iterar sobre dados previamente observados e é capaz de estimar o estado atual em tempo real.

As equações de estado, para o filtro, foram consideradas para uma órbita puramente kepleriana. O vetor de estado está em função dos elementos orbitais do satélite usuário. As equações de medidas consideraram a pseudo-distância e sua variação temporal no modelo.

As equações da pseudo-distância para o satélite usuário com respeito ao i -ésimo satélite GPS são dadas por (Zhang *et al*, 1993):

$$P_i = \left[r_{s_i}^2 + r_u^2 - 2r_{s_i} r_u \cos(\Phi_u - \Phi_{s_i}) + 4\eta_i^2 \sin \Phi_{s_i} \sin \Phi_u \right]^{\frac{1}{2}} - c dt \quad (1)$$

onde c é velocidade da luz, dt é diferença entre os relógios dos satélites GPS e usuário, $\eta_i = \text{sen}\left(\frac{J_i}{2}\right)$, e as outras variáveis são definidas na Figura 2.

Considerando quatro satélites GPS ($i = 1,2,3,4$), a equação (1) pode ser linearizada na vizinhança de uma posição nominal $(r_u, \Phi_{ui}, \Phi_{si}, \eta_i)_0$, então:

$$P_i \approx P_i^0 + \frac{\partial P_i}{\partial r_u^0} \Delta r_u + \frac{\partial P_i}{\partial \Phi_{u_i}^0} \Delta \Phi_{u_i} + \frac{\partial P_i}{\partial \Phi_{s_i}^0} \Delta \Phi_{s_i} + \frac{\partial P_i}{\partial \eta_i^0} \Delta \eta_i + \frac{\partial P_i}{\partial (\delta t_u)^0} \Delta (\delta t_u). \quad (2)$$

Escrevendo a Eq. (2) linearizada para os quatro satélites GPS, temos:

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial r_u} & \frac{\partial P_1}{\partial \Phi_{u_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial \Phi_{s_1}} & \frac{\partial P_1}{\partial \eta_1} & c \\ \frac{\partial P_2}{\partial r_u} & \frac{\partial P_2}{\partial \Phi_{u_2}} & \frac{\partial P_2}{\partial \Phi_{s_2}} & \frac{\partial P_2}{\partial \eta_2} & c \\ \frac{\partial P_3}{\partial r_u} & \frac{\partial P_3}{\partial \Phi_{u_3}} & \frac{\partial P_3}{\partial \Phi_{s_3}} & \frac{\partial P_3}{\partial \eta_3} & c \\ \frac{\partial P_4}{\partial r_u} & \frac{\partial P_4}{\partial \Phi_{u_4}} & \frac{\partial P_4}{\partial \Phi_{s_4}} & \frac{\partial P_4}{\partial \eta_4} & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_u \\ \Delta \Phi_{u_i} \\ \Delta \Phi_{s_i} \\ \Delta \eta_i \\ \Delta \delta t_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ P_3^0 \\ P_4^0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde δt_u é o erro do relógio do usuário.

Expressando as variações de $r_u, \Phi_{ui}, \Phi_{si}, \eta_i$ em função dos elementos orbitais do satélite usuário, obtemos:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_u \\ \Delta \Phi_u \\ \Delta \Phi_{s_i} \\ \Delta \eta_i \\ \Delta \delta t_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_u}{\partial a_u} & \frac{\partial r_u}{\partial e_u} & \frac{\partial r_u}{\partial I_u} & \frac{\partial r_u}{\partial \omega_u} & \frac{\partial r_u}{\partial \Omega_u} & \frac{\partial r_u}{\partial v_u} & \frac{\partial r_u}{\partial \delta t_u} \\ \frac{\partial \Phi_u}{\partial a_u} & \frac{\partial \Phi_u}{\partial e_u} & \frac{\partial \Phi_u}{\partial I_u} & \frac{\partial \Phi_u}{\partial \omega_u} & \frac{\partial \Phi_u}{\partial \Omega_u} & \frac{\partial \Phi_u}{\partial v_u} & \frac{\partial \Phi_u}{\partial \delta t_u} \\ \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial a_u} & \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial e_u} & \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial I_u} & \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial \omega_u} & \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial \Omega_u} & \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial v_u} & \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial \delta t_u} \\ \frac{\partial \eta_i}{\partial a_u} & \frac{\partial \eta_i}{\partial e_u} & \frac{\partial \eta_i}{\partial I_u} & \frac{\partial \eta_i}{\partial \omega_u} & \frac{\partial \eta_i}{\partial \Omega_u} & \frac{\partial \eta_i}{\partial v_u} & \frac{\partial \eta_i}{\partial \delta t_u} \\ \frac{\partial \delta t_u}{\partial a_u} & \frac{\partial \delta t_u}{\partial e_u} & \frac{\partial \delta t_u}{\partial I_u} & \frac{\partial \delta t_u}{\partial \omega_u} & \frac{\partial \delta t_u}{\partial \Omega_u} & \frac{\partial \delta t_u}{\partial v_u} & \frac{\partial \delta t_u}{\partial \delta t_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_u \\ \Delta e_u \\ \Delta I_u \\ \Delta \omega_u \\ \Delta \Omega_u \\ \Delta v_u \\ \Delta \delta t_u \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde v_u é a anomalia verdadeira do satélite usuário.

As equações da variação temporal da pseudodistância ($i = 1,2,3,4$) para o satélite usuário com respeito ao i -ésimo satélite GPS são dadas por:

$$V_i = \frac{dP_i}{dt} = \frac{\partial P_i}{\partial r_{s_i}} \frac{\partial r_{s_i}}{\partial v_{s_i}} \frac{dv_{s_i}}{dt} + \frac{\partial P_i}{\partial r_u} \frac{\partial r_u}{\partial v_u} \frac{dv_u}{dt} + \frac{\partial P_i}{\partial \Phi_{s_i}} \frac{\partial \Phi_{s_i}}{\partial v_{s_i}} \frac{dv_{s_i}}{dt} + \frac{\partial P_i}{\partial \Phi_u} \frac{\partial \Phi_u}{\partial v_u} \frac{dv_u}{dt}. \quad (5)$$

A linearização da Eq. (5) é feita de modo análogo à Eq. (1) e também foi expressa em função da anomalia verdadeira.

Portanto as equações de medida podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} Z_p \\ Z_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_p \\ H_v \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} Z_p^0 \\ Z_v^0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

onde Z_p e Z_v são a pseudodistância e a variação temporal da pseudodistância, respectivamente; x é o vetor de estado cujos componentes são os elementos orbitais do satélite usuário; e H_p e H_v são as matrizes obtidas pelas equações (3), (4) e (5).

Usando o *software* Mathematica, as equações foram calculadas na forma analítica conforme (Chiaradia, 1996).

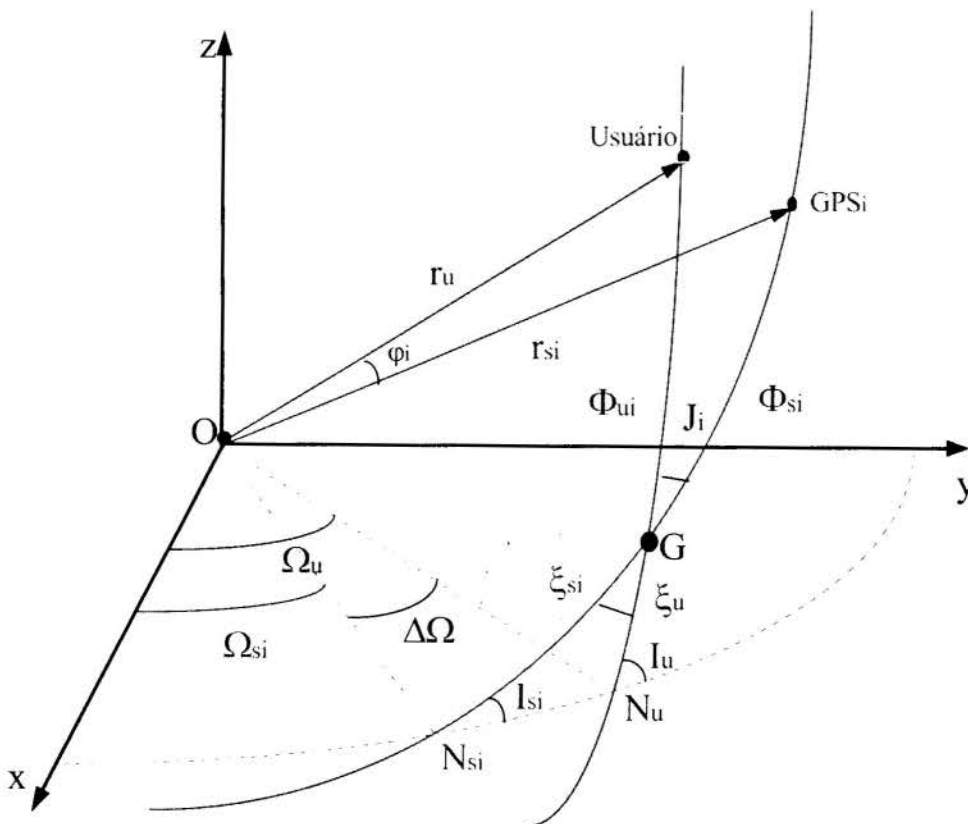


Figura 2: Configuração das órbitas dos satélites GPS e usuário

4. SIMULAÇÃO E TESTES

Para verificar o método proposto foram necessárias simulações da órbita de referência do satélite usuário e das órbitas dos 24 satélites da constelação GPS. O simulador foi baseado no método de Cowell (Kwok, 1987) e as medidas de observação $[z_p \ z_v]^T$ foram também simuladas conforme o equacionamento descrito anteriormente, já que não foi possível obter dados reais de navegação recebida por um receptor a bordo de um satélite usuário real. As órbitas dos satélites GPS foram simuladas incluindo-se as perturbações devido ao geopotencial até a ordem oito, atração luni-solar, pressão de radiação solar e arrasto. As órbitas do satélite usuário foram simuladas: 1) para um caso ideal, onde foi considerado o movimento kepleriano, e 2) um caso crítico, onde foi considerada a perturbação devido ao fator de achatamento terrestre J_2 . Um teste de visibilidade foi também aplicado indicando quais os satélites GPS visíveis durante o intervalo de tempo considerado. A dinâmica da atitude para a visibilidade de antenas e testes de DOP (*Dilution Of Precision*) não foram incluídos no programa, por serem desnecessários nessa fase da pesquisa.

Para estimar a órbita do satélite usuário foi usada a forma seqüencial do filtro estendido de Kalman. O modelo da dinâmica de órbita do filtro de Kalman incorporou, em todos os casos, somente o movimento kepleriano puro.

Para analisar os resultados, a órbita do satélite usuário estimada pelo filtro foi comparada com a órbita de referência simulada.

Para o satélite usuário, foi adotada uma órbita de referência circular, com altitude de 1000km, inclinação de 15° , longitude do nodo ascendente de 45° , argumento do perigeu de 30° e anomalia média de 0° . O filtro de Kalman adotou como estatísticas um desvio-padrão inicial (covariância) de 10km no semi-eixo maior, 0.1 na excentricidade, e 1° nos demais elementos angulares; um ruído dinâmico constante correspondente a um milésimo da covariância inicial, e erros observacionais de 100m e 1m/s no pseudo-range e range-rate.

No caso ideal onde tanto a órbita de referência quanto o estimador usaram o modelo kepleriano puro, foram obtidos os seguintes resultados estatísticos: erro no semi-eixo maior de $7.3 \times 10^{-9} \pm 1.4 \times 10^{-8}$ km, erro em arco ($\omega + M$) de $3.9 \times 10^{-6} \pm 1.5 \times 10^{-5}$ graus, e resíduos da pseudo-distância de $-4.2 \times 10^{-7} \pm 9.1 \times 10^{-4}$ km. Este teste validou o funcionamento do estimador baseado no filtro estendido de Kalman.

Em seguida, o filtro foi submetido a um caso crítico, onde a órbita de referência considerou o efeito de perturbação do fator J_2 , e o modelo dinâmico do filtro continuou com o modelo impreciso correspondente ao movimento kepleriano puro. Foram obtidos os seguintes resultados estatísticos: erro no semi-eixo maior de 0.01 ± 0.42 km, erro em arco ($\omega + M$) de 0.24 ± 0.16 graus, e resíduo da pseudo-distância de 4.89 ± 11.82 km. As figuras 3 e 4 ilustram os erros no semi-eixo maior e os erros em arco, respectivamente, durante dois períodos orbitais do satélite usuário.

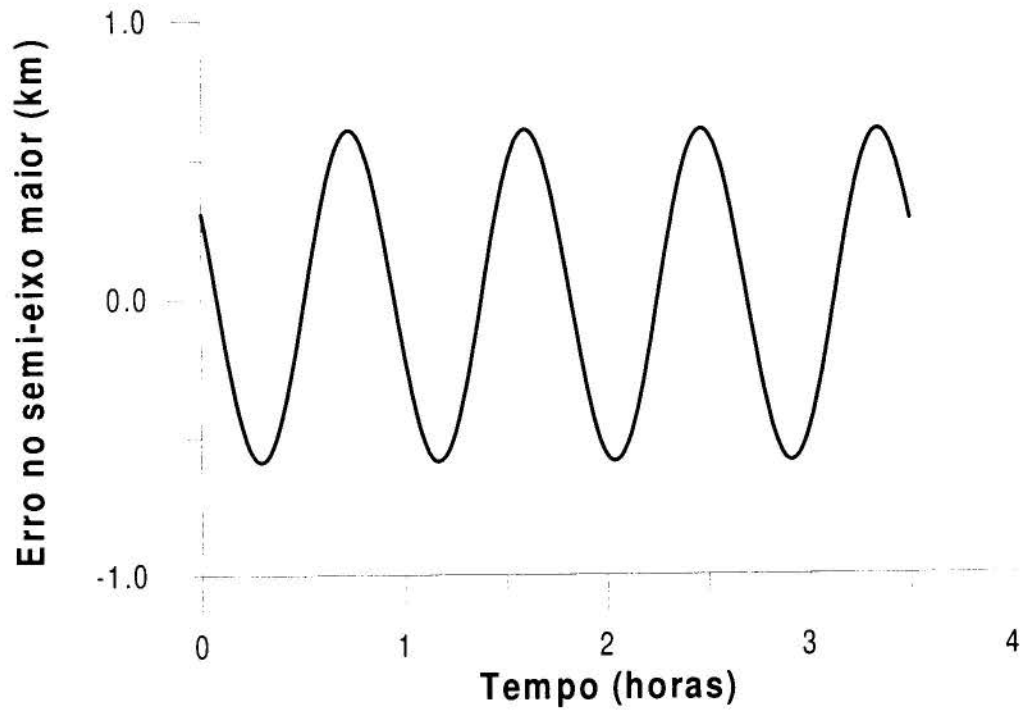


Figura 3: Erro no semi-eixo maior

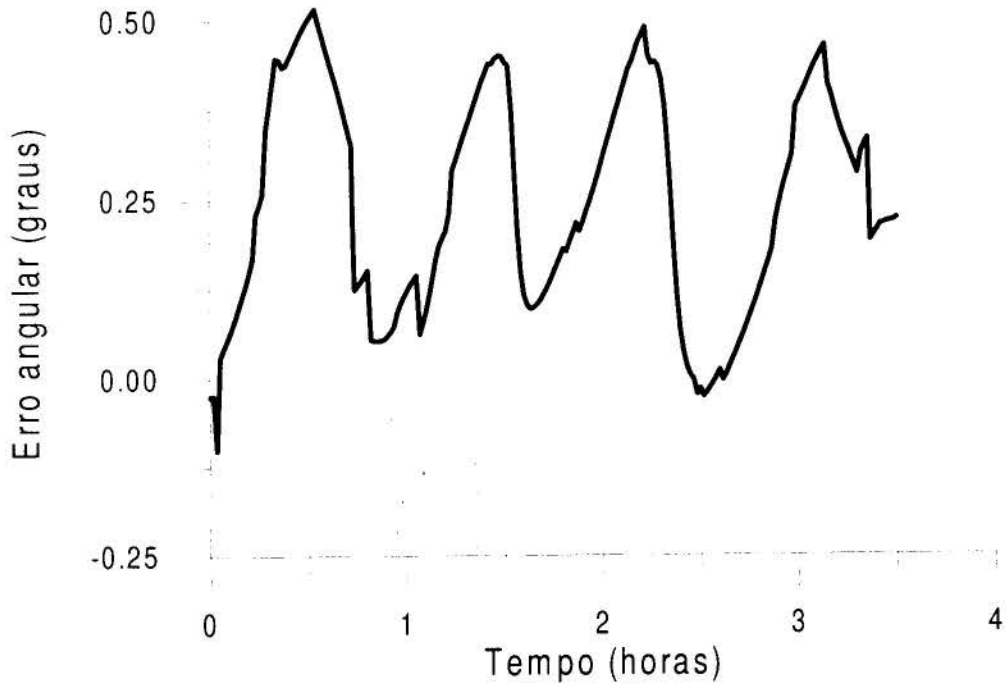


Figura 4: Erro angular

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um método de determinação preliminar de órbita de um satélite artificial usando o sistema GPS. Este método é baseado no filtro estendido de Kalman na forma seqüencial, e na dinâmica do problema dos dois corpos, ou seja, o movimento kepleriano puro. A dinâmica utilizada no filtro corresponde a um modelo simplificado e as medidas simuladas correspondem ao problema principal da teoria de satélites artificiais envolvendo o segundo harmônico zonal, J_2 . No caso crítico apresentado, os resultados obtidos pelo estimador apresentaram uma tendência cíclica no erro do semi-eixo maior e *bias* no erro em arco devido ao J_2 , o que eram esperados para um satélite de baixa altitude. Para estimadores de órbita preliminar em tempo real, o nível de precisão alcançado pode ser considerado satisfatório, para rotinas de operação de centro de controles e rastreamento.

Para trabalhos futuros, serão consideradas a perturbação devido ao J_2 no modelo de dinâmica do estimador de tempo real, que pode ser perfeitamente possível devido ao crescente avanço na velocidade das CPUs embarcadas. Para tornar as simulações mais realísticas, perturbações devidas ao geopotencial até alta ordem dos harmônicos esféricos, arrasto atmosférico, atração luni-solar, e pressão de radiação solar serão incluídas na simulação da órbita do usuário.

6. REFERÊNCIAS

- BERTIGER, W. I. Et al. GPS Precise Tracking of TOPEX/POSEIDON: Results and Implications, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 99, no. C12, pp. 24449-24464, Dec. 1994.
- CHIARADIA, A. P. M., *Aplicação do Sistema GPS para Determinação Preliminar de Órbita de Satélite*, Tese de Mestrado, ITA, São José dos Campos, SP, Brasil, 1996.
- KWOK, J. H., *The Artificial Satellite Analysis Program (ASAP) - Version 2.0*, JET Propulsion Laboratory, EM312/87-153, Abril, 1987.
- LEICK, A., *GPS Satellite Surveying*, John Wiley&Sons, INC., Second Edition, 1995.
- PARKINSON, B. W.; SPILLER, J. J., *Global Positioning System: Theory and applications*, Vol. I e II, Cambridge, MA, *AIAA Vol 163*, Progressin Astronautics and Aeronautis, 1996.
- SEEBER, G., *Satellite Geodesy*, Berlin, Walter de Gruyter, 1993.
- SCHUTZ, B. E.; TAPLEY, B. D.; ABUSALI, P. A. M.; RIM, H. J. Dynamic Orbit Determination using GPS Measurements from TOPEX/POSEIDON. *Geophysical Research Letters*, Vol. 21, no. 19, pp. 2179-2182, Sep. 1994.
- YUNCK, T. P. et al. First Assessment of GPS-based Reduced Dynamic Orbit Determination on TOPEX/Poseidon. *Geophysical Research Letters*, Vol. 21, no. 7, pp. 541-544, Apr. 1994.
- ZHANG, Z.; YANG, X., *A New Method to Determine Low Earth Orbit Using GPS*, AAS Conference, paper 93-273, 1993.



PAPER CODE: COB1347

**UTILIZAÇÃO DA SOLUÇÃO DE NAVEGAÇÃO DO GPS PARA
DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA DE SATÉLITES A BAIXA
ALTITUDE / UTILIZATION OF THE NAVIGATION SOLUTION
FROM THE GPS TO DETERMINE THE ORBIT OF A SATELLITE IN A
LOW ORBIT**

JORGE MARTINS DO NASCIMENTO, HELIO K. KUGA & ANTONIO F. BERTACHINI A. PRADO
*Depto Mecânica Espacial e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais -INPE
Av. dos Astronautas 1758, CEP 12227010, São José dos Campos, Brasil - Email: HKK@DEM.INPE.BR,
PRADO@DEM.INPE.BR*

Abstract

In this work the orbit determination problem of an Earth artificial satellite is analyzed. This problem is solved using the GPS (Global Positioning System). It's assumed that the target satellite will carry a GPS receiver. To perform this mission, one needs to perform the following steps: i) To simulate the motion of the GPS and the target satellites; ii) To calculate all the distances between the GPS satellites and the target satellite; iii) To determine which GPS satellites are visible; iv) To corrupt those data by adding a random error; v) To develop a software that is able to get a navigation solution on each point of the orbit, vi) To develop a new software to get the target satellite state vector (position and velocity) from the navigation solution. This work was motivated by INPE's plans of performing this kind of mission in a near future. It must be emphasized that the goal of this work is not to provide the system maximum accuracy, but a sufficient accuracy to track and control the satellite at a low cost.

Keywords

GPS, Astrodynamics, Orbit Determination

Palavras Chaves

GPS, Astrodinâmica, Determinação de Órbita

1. INTRODUÇÃO

O objetivo principal deste trabalho é apresentar e propor uma solução para o problema da determinação de órbita de um satélite artificial, situado a uma altitude de aproximadamente 1000 km, que possui a bordo um receptor capaz de receber sinais transmitidos por uma constelação de satélites posicionados a uma altitude de aproximadamente 20000 km. Essa constelação é constituída pelos satélites que compõem o Sistema de Posicionamento Global (GPS). Diversos trabalhos foram encontrados na literatura tratando desse assunto, tais como: Wu et alli (1991), Yunck et alli (1994), Zhang et alli (1993).

1.1 SISTEMA GPS

O sistema GPS foi idealizado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América na década de 60, inicialmente com o objetivo de aplicações militares, para disseminação do tempo, determinação de posição, e navegação. Posteriormente foi colocado à disposição para atividades com propósitos civis (Leick, 1994).

O GPS tem como objetivo o auxílio à navegação em três dimensões com elevada precisão nos cálculos de posição, mesmo que o usuário esteja sujeito às mais variadas intensidades de dinâmica, permitindo inclusive informações em tempo real. Apresenta ainda alta imunidade às interferências eletromagnéticas, uma vez que as variações de relevo não tem influência sobre suas transmissões e por operar em altas frequências, estas são mais precisas se comparadas com as transmissões de rádio em baixas frequências. O GPS permite ainda uma cobertura global 24 horas por dia, além de permitir uma rápida obtenção das informações transmitidas por sua constelação.

2. MÉTODO UTILIZADO

Dentre os vários métodos existentes para a determinação de órbita, escolheu-se o mais simples, ou seja, utilizar o método geométrico ou cinemático (Martins do Nascimento, 1997) para gerar uma seqüência de soluções de navegação, e então usar estas soluções para determinar completamente a órbita.

Para o desenvolvimento deste método, utiliza-se como base a teoria dos mínimos quadrados (Kondapalli e Kuga, 1987).

2.1 DESENVOLVIMENTO DO PROBLEMA

A primeira parte deste problema consiste na propagação das órbitas dos satélites GPS e do satélite denominado "usuário". Os dados de entrada do propagador são os elementos keplerianos conhecidos dos 24 satélites que compõem a constelação do GPS e do satélite usuário.

Este método é baseado na obtenção da distância ("pseudo-range") entre o satélite usuário e os satélites GPS, através de um algoritmo computacional. Esses dados são "corrompidos" por uma seqüência numérica aleatória, criando uma medida de distância com um erro aleatório de distribuição gaussiana com desvio-padrão 100 m e média nula. A partir de então elabora-se um algoritmo baseado na teoria de estimação, que dará os parâmetros que definem o modelo da órbita do satélite, dando origem a um "software" capaz de permitir uma série de simulações, provendo resultados numéricos que, comparados com os dados iniciais de órbita, possam validar o método e determinar a precisão da solução do problema.

A partir dos dados fornecidos pelo "software" propagador, foi criada uma rotina em linguagem "FORTRAN", denominada "PROGRAMA SIMULA" que, com a introdução de um erro aleatório com distribuição gaussiana, torna possível conhecer a distância entre o satélite usuário e cada satélite GPS em cada instante de tempo fornecido pelo propagador, em relação ao sistema inercial. Essas distâncias são dadas na forma vetorial pela equação:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} + \mathbf{v} \quad (2.1)$$

onde:

$\mathbf{y} = [\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_n]$ é o vetor de observação, \mathbf{h} é o vetor relativo às observações da solução de navegação e \mathbf{v} é o vetor das medidas dos erros gaussianos.

De posse desses dados, elaborase outra rotina em linguagem "FORTRAN", denominada "PROGRAMA ESTIMA", onde a ferramenta matemática utilizada foi a teoria dos mínimos quadrados, cujo objetivo é encontrar a solução de navegação (x,y,z) do satélite usuário para cada instante de tempo "t" da propagação, também referenciado ao sistema inercial. Este passo simula a obtenção da solução de navegação do receptor GPS. A solução computacional matemática é encontrada através da expansão da série de Taylor de primeira ordem, ou seja:

$$y = h_0 + \left[\frac{\partial h}{\partial \bar{x}} \right]_{x=x_0} \Delta_x + \bar{v} \quad (2.2)$$

cuja solução é dada por:

$$\Delta_x = (H^T W H)^{-1} H^T W \Delta_y \quad (2.3)$$

onde "W" é o inverso da matriz de covariância das medidas dos erros, cuja diagonal é $1/\sigma^2$, $H = \partial h/\partial \bar{x}$, $\Delta_y = y - h_0$

Uma vez obtida a solução de navegação, dada pelo programa ESTIMA, esta é comparada com a solução dada pelo programa SIMULA, ou seja, compara-se a solução estimada com a solução simulada (que é assumida como sendo a solução verdadeira). Essa comparação é feita através do erro de posição, a saber:

$$\Delta r = \left[(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2 + (z - \hat{z})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

onde: (x,y,z) são as componentes da posição atual ou posição simulada e ($\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$) são as componentes da solução de navegação.

Procede-se ainda a uma análise estatística da raiz média quadrática, ou seja, "Root Mean Square" (RMS), do tipo:

$$\text{média} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \Delta r, \quad (2.5)$$

onde: "k" é o número de instantes amostrados na propagação e "σ" é o desvio padrão em função da média das medidas.

Em função da análise estatística acima, pode-se verificar que, para o caso do método adotado para o problema, o erro médio está em torno de 89 m, para uma distribuição gaussiana com desvio-padrão de 100 m para as medidas de "pseudo-range". Portanto a solução de navegação apresenta erros compatíveis com os do receptor GPS. Porém, nota-se ser a média um valor um tanto alto, caracterizando uma certa tendência (média não nula). Esta tendência deverá ser retirada com a introdução de um modelo dinâmico que possibilitará melhorar a estatística da solução de navegação.

A partir do vetor posição (\hat{r}) fornecido pelo estimador e usando a matriz de covariância dada por $(H^T W H)^{-1}$, estabelece-se a "cov (\bar{r})", ou seja:

$$\text{cov}(\bar{r}) = \begin{bmatrix} \sigma_{x^2} & & \\ & \sigma_{y^2} & \\ & & \sigma_{z^2} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

que será da maior importância para o próximo passo do problema.

A parte final desse problema é a determinação de órbita do satélite usuário, a partir da solução de navegação. Esta fase é implementada primeiramente modelando-se o

movimento orbital através das equações diferenciais (Goldstein, 1980) para posição e velocidade, conforme mostrado a seguir:

$$\dot{\bar{\mathbf{r}}} = \bar{\mathbf{v}} \quad (2.7)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{v}}} = -\mu \frac{\bar{\mathbf{r}}}{r^3} + \bar{\mathbf{P}}, \quad (2.8)$$

onde " $\bar{\mathbf{P}}$ " é a perturbação dinâmica a ser introduzida. Essa perturbação inclui o termo de achatamento terrestre referente a " J_2 " (Bate, 1971):

Usando agora uma matriz de transição do tipo:

$$\dot{\phi} = F \phi \quad (2.9)$$

onde:

$$F = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.10)$$

e, " f " sendo o segundo membro das equações diferenciais de movimento, pode-se computar " ϕ " através de rotina "FORTRAN" existente no INPE (Kuga, 1986).

Finalmente, como a ferramenta matemática usada na estimação foi a teoria dos mínimos quadrados, esta é novamente utilizada, no sentido de completar a determinação da órbita.

No passo anterior, usou-se os "pseudo-ranges" como dado de entrada para o estimador, para encontrar a solução de navegação ($\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$). Agora, a partir de uma nova rotina em linguagem "FORTRAN" denominada "PROGRAMA GPSORDET" e, utilizando a solução de navegação, alimenta-se o estimador, conforme o algoritmo matemático abaixo:

$$y = H x + v \quad (2.11)$$

$$y = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix}, e \quad (2.12)$$

$$x = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}} \\ \bar{\mathbf{v}} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

então:

$$y = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}} \\ \bar{\mathbf{v}} \end{bmatrix} + v \quad (2.14)$$

A solução matemática computacional do "GPSORDET" é similar à forma:

$$\Delta x = (H^T W H)^{-1} H^T W \Delta y, \quad (2.15)$$

onde " W " é o inverso da covariância da solução de navegação, ou $\text{cov}(\bar{\mathbf{r}})$ e " H " é computado por:

$$H = H(t) \phi(t, t_0) \quad (2.16)$$

Como se trata de um filtro que utiliza a teoria dos mínimos quadrados e, no nosso problema, partiu-se de um informação inicial para verificar a convergência do mesmo e validar o método como aplicativo para determinação de órbita, utiliza-se a solução com informação a priori conforme mostrado a seguir:

$$\Delta x = P \left(P_0^{-1} \Delta x_0 + H^T \Delta y \right) \quad (2.17)$$

sendo "P" dado pela covariância, ou seja:

$$P = \left(P_O^{-1} + H^T W H \right)^{-1} \quad (2.18)$$

3. TESTES E RESULTADOS

Procede-se inicialmente a um teste de visibilidade. Este teste é feito da seguinte maneira: considera-se o raio da Terra (6378 km), mais 1000 km altitude, ou seja, como o satélite usuário (USU) está a aproximadamente 1000 km de altitude, ele orbita em uma circunferência de raio igual a 7378 km. Utilizando-se a lei dos cossenos:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abc \cos \alpha, \quad (3.1)$$

esta implica em:

$$r_{USU}^2 = r_{GPS}^2 + r_{GPS-USU}^2 - 2r_{GPS}r_{USU} \cos \alpha \quad (3.2)$$

Portanto se "cos α " for maior ou igual a 0, o satélite é visível. Este critério de visibilidade adotado, não é um caso genérico, sendo válido apenas para o objeto deste trabalho.

Para verificar a validade do método adotado, considera-se três diferentes casos como situações de teste. Os critérios de avaliação, ou seja, magnitude de convergência menor ou igual a 10^{-03} e comparação estatística entre a órbita determinada e a órbita real em posição e velocidade são os mesmos para todos os casos, e são dados pelas expressões:

$$\Delta r = \left| \vec{r} - \hat{r} \right| \quad (3.3)$$

$$\Delta v = \left| \vec{v} - \hat{v} \right| \quad (3.4)$$

A órbita nominal para fins de comparação e válida para os testes realizados é dada por:

$$x = 8380909.596 \text{ m}, y = 0 \text{ m}, z = 0 \text{ m}, \dot{x} = 0 \text{ m/s}, \dot{y} = 2914.044 \text{ m/s}, \dot{z} = 2914.044 \text{ m/s}$$

Para todos os testes realizados, foi considerado a seguinte estimativa inicial ("initial guess") para o estimador de época:

$$x = 8380996.232 \text{ m}, y = -19.862 \text{ m}, z = 42.541 \text{ m}$$

$$\dot{x} = -170.904 \text{ m/s}, \dot{y} = 2913.276 \text{ m/s}, \dot{z} = 6250.112 \text{ m/s}.$$

Faz-se também uma avaliação dos resíduos entre a órbita determinada e a órbita estimada.

CASO 1:

Considera-se o modelo completo que abrange a dinâmica kepleriana e a influência da perturbação dada pelo acréscimo do coeficiente J_2 .

Os valores para os quais o estimador converge são (posições em m e velocidades em m/s):

$$x = 8380917.310 \pm 3.086, y = -2.580 \pm 5.167, z = 25.560 \pm 6.804$$

$$\dot{x} = -0.015 \pm 5.2 \times 10^{-03}, \dot{y} = 2914.040 \pm 4.4 \times 10^{-03}, \dot{z} = 6252.124 \pm 2.8 \times 10^{-03}.$$

As figuras 3.1, 3.2 e 3.3, mostram graficamente uma estatística comparativa entre a órbita determinada e a órbita real, em posição e velocidade e os resíduos nas três componentes, respectivamente.

CASO 2:

Para a verificação deste caso, considera-se apenas o modelo com dinâmica kepleriana, sem a influência da perturbação dada pelo acréscimo do coeficiente J_2 .

Os valores para os quais o estimador converge são (posições em m e velocidades em m/s):

$$x = 8380449.730 \pm 3.084, y = -8117.621 \pm 5.168, z = 3927.779 \pm 6.803$$

$$\dot{x} = -0.104 \pm 5.2 \times 10^{-03}, \dot{y} = 2915.576 \pm 4.4 \times 10^{-03}, \dot{z} = 6250.001 \pm 2.9 \times 10^{-03} .$$

As figuras 3.4, 3.5 e 3.6, mostram graficamente uma estatística comparativa entre a órbita determinada e a órbita real e os resíduos nas três componentes, respectivamente.

CASO 3:

Para a verificação deste caso, considera-se o modelo completo que abrange a dinâmica kepleriana e a influência da perturbação dada pelo coeficiente J_2 . Porém, como este caso tem uma aplicação prática e, considerando que o satélite USU está em órbita da Terra a uma altitude de aproximadamente 1000 km, tem-se então um período orbital de aproximadamente 90 minutos. Para esta condição, ele é observável por uma estação durante aproximadamente 15 minutos em cada órbita. Como propaga-se as órbitas por duas horas e meia, tem-se aí compreendido dois períodos de observação ou, pequenos arcos de observação ou arcos truncados. No problema, considera-se como período de observação o instante inicial mais 15 minutos e o instante 90 minutos mais 15 minutos.

Os valores para os quais o filtro converge são (posições em m e velocidades em m/s):
 $x = 8380952.617 \pm 8.093$, $y = -11.116 \pm 7.918$, $z = 35.582 \pm 8.044$

$$\dot{x} = -0.029 \pm 1.29 \times 10^{-02} , \dot{y} = 2914.034 \pm 1.00 \times 10^{-02} , \dot{z} = 6252.099 \pm 7.02 \times 10^{-03} .$$

As figuras 3.7, 3.8 e 3.9, mostram graficamente uma estatística comparativa entre a órbita determinada e a órbita real, em posição e velocidade e os resíduos nas três componentes, respectivamente

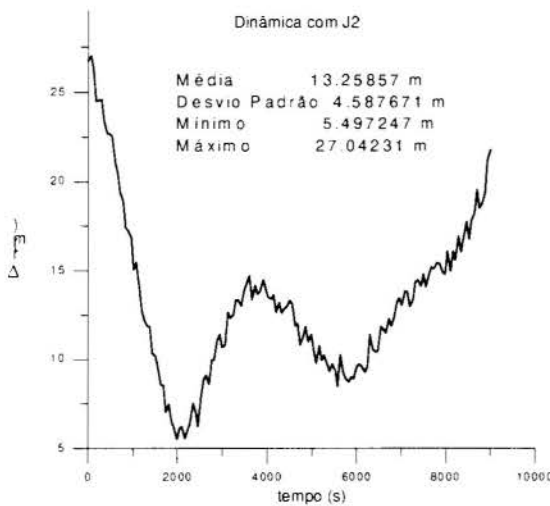


Fig. 3.1 - Diferença em posição entre a órbita determinada e a órbita real.

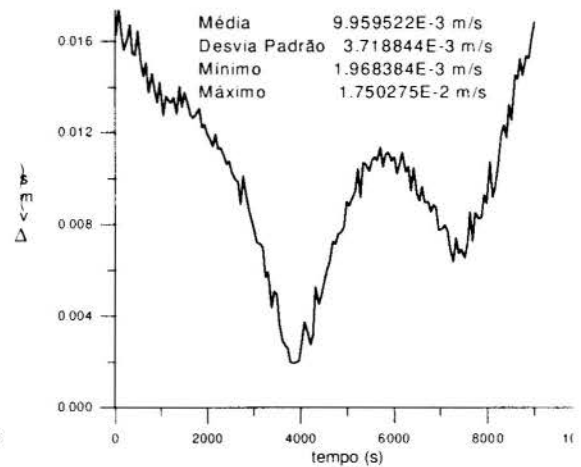


Fig. 3.2 - Diferença em velocidade entre a órbita determinada e a órbita real.

UTILIZAÇÃO DA SOLUÇÃO DE NAVEGAÇÃO DO GPS...

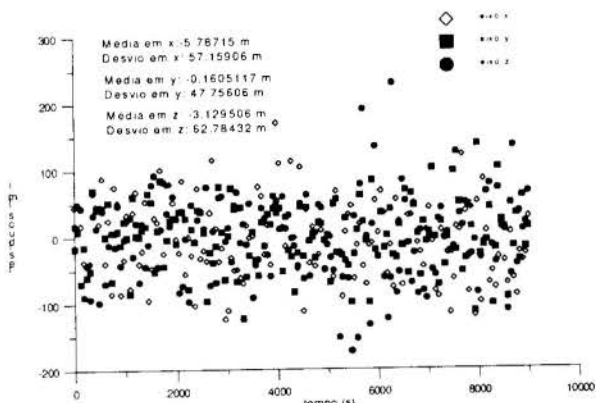


Fig. 3.3 - Resíduos entre a órbita determinada e a solução de navegação.

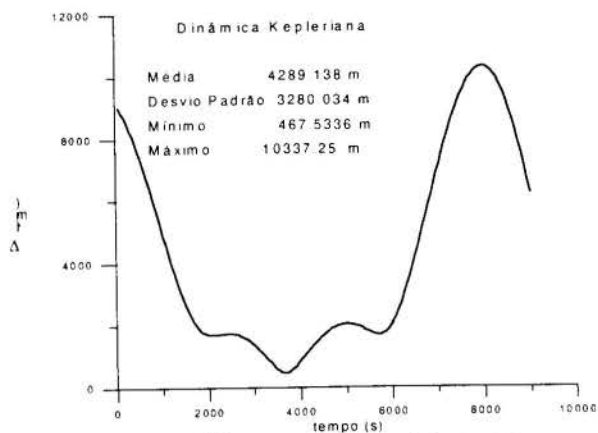


Fig. 3.4 - Diferença em posição entre a órbita determinada e a órbita real.

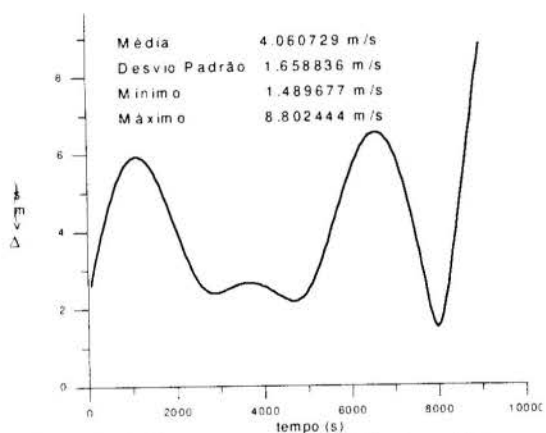


Fig. 3.5 - Diferença em velocidade entre a órbita determinada e a órbita real.

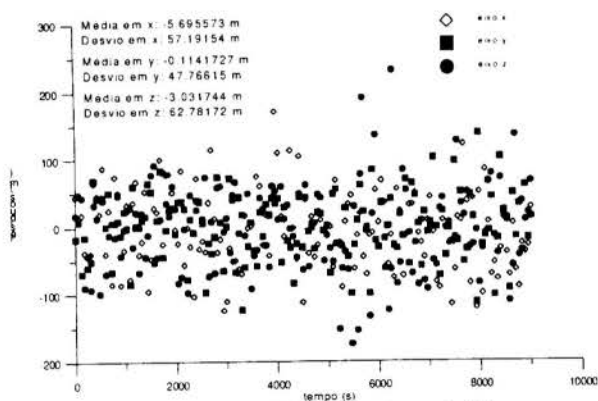


Fig. 3.6 - Resíduos entre a órbita determinada e a solução de navegação.

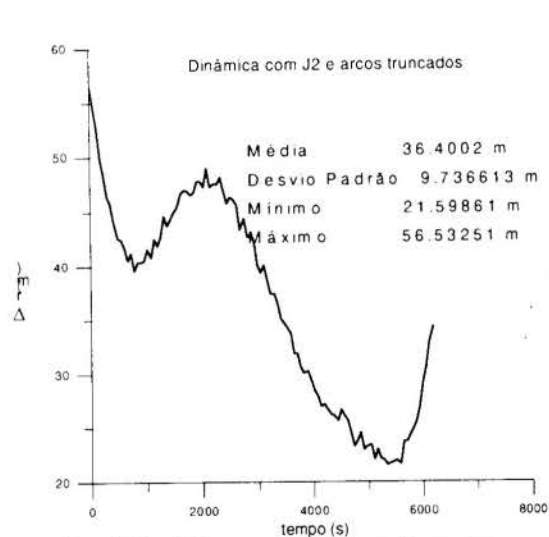


Fig. 3.7 - Diferença em posição entre a órbita determinada e a órbita real.

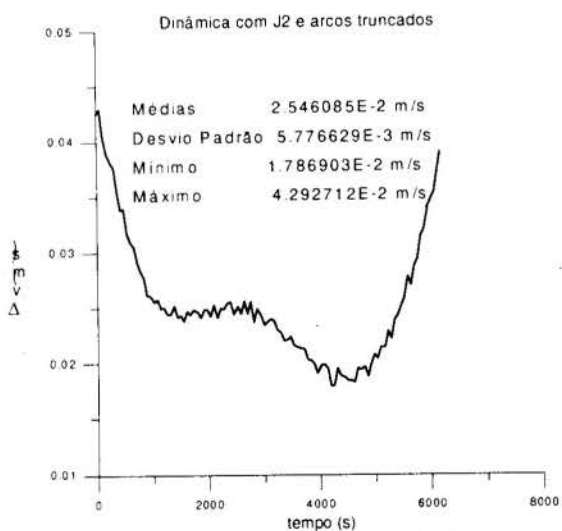


Fig. 3.8 - Diferença em velocidade entre a órbita determinada e a órbita real.

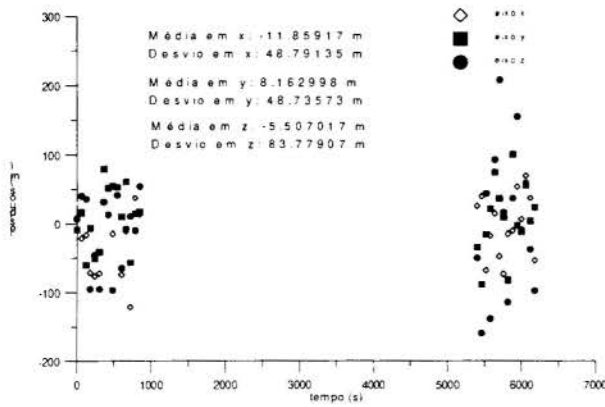


Fig. 3.9 - Resíduos entre a órbita determinada e a solução de navegação.

4.1 CONCLUSÕES

Conforme o critério de convergência adotado, os três tipos de testes realizados convergem no terceiro passo de iteração do integrador. Isso demonstra a robustez do filtro utilizado, ou seja, a teoria de mínimos quadrados aplicada à solução de um problema não linear, como é o caso da determinação de órbita, se mostra altamente eficiente e estável se comparado, por exemplo, ao filtro de Kalman que, embora também eficiente, é bastante sensível em estabilidade.

Pode-se concluir que os testes realizados são suficientes para verificar a funcionalidade do método, não obstante outras situações possam ser verificadas, uma vez que seu comportamento supera as expectativas quanto à minimização dos erros entre a órbita determinada e a órbita real.

5. REFERÊNCIAS

Bate, R. R. *Fundamentals of Astrodynamics*, Dover Publications, New York, 1971.

Goldstein, H. *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, New York, 1980.

Kondapalli, R. R. & Kuga, H.K. *On the Least Squares Correction Method for Orbit Estimation Problem*, INPE, São José dos Campos, 1987.

Kuga, H. K. *Matriz de Transição do Movimento Kepleriano Elíptico*, INPE, São José dos Campos, 1986.

Leick, A. *GPS Satellite Surveying*, John Wiley & Sons, New York, 1994.

Martins do Nascimento, J. *Utilização da Solução de Navegação do GPS para Determinação de Órbita de Satélites a Baixa Altitude*, Dissertação de Mestrado, INPE, São José dos Campos, 1997.

Wu, S.C., Yunck, T.P. & Thornton, C.L. Reduced-Dynamic Technique for Precise Orbit Determination of Low Earth Satellites, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 1, no. 14, pp. 24-30, 1991.

Yunck, T.P., Bertiger, W.I., Wu, S.C., Bar-Sever, E.Y., Christensen, E.J., Haines, B.J., Lichten, S.M., Muellerschoen, R.J., Vigue, Y. & Willis, P. First Assessment of GPS-Based Reduced Dynamic Orbit Determination on TOPEX/POSEIDON, *Geophysical Research Letters*, vol. 7, no. 21, pp. 541-544, 1994.

Zhang, Z. & Yang, X. A New Method to Determine Low Earth Orbit Using GPS, *Advances in the Astronautical Science*, AAS paper 93-273, 1993.



PAPER CODE: COB1352

CHAOS IN SPACECRAFT ATTITUDE MOTION IN EARTH MAGNETIC FIELD

V.V.BELETSKY¹, M.L.PIVOVAROV² & R.V.F.LOPES³

¹*Keldysh Applied Mathematics Institute, Miusskaya 4, Moscow, Russia*

E-mail: beletsky@spp.keldysh.ru

²*Space Research Institute, 117810, Profsoyuznaya 84/32, Moscow, Russia*

E-mail: mpivovar@vml.iki.rssi.ru

³*National Institute for Space Research - INPE, 12.227-010 - S.J. dos Campos - SP - Brazil*

E-mail: rvfl@dem.inpe.br

Abstract

The paper deals with spacecraft attitude motion on polar, circular, Keplerian orbit. It is supposed that the spacecraft is equipped by permanent magnet. The model of Earth magnetic field is the dipole aligned with the Earth rotation axis. The spacecraft rotation is considered under the action of the magnetic torque only. The model is naive, but it includes the main effect which is important for magnetically stabilized spacecraft design and attitude dynamics analysis. The motion obeys a second-order, nonlinear, nonautonomous equation which depends on one parameter only, namely the magnetic moment of the spacecraft. The goal of the paper is the investigation of global phase picture of the problem for a wide interval of magnetic parameter using the numerical implementation of Poincaré point map method. In course of the analysis, new periodic solutions are found, the evolution of the phase picture and bifurcations of periodic solutions dependent on the magnetic parameter are studied, the values of the magnetic parameter which are "dangerous" from standpoint of spacecraft stabilization are discussed.

Keywords

Attitude motion, periodic solutions, chaos.

1. Introduction

Periodic and conditionally periodic motions of mechanical systems are of great importance from standpoint of applications. Nevertheless, starting with classical Poincaré's works and thanks to achievements of modern mathematics and nonlinear mechanics it has been established that, generally speaking, regular motions occupy a restricted part of phase space and are local among essentially unpredictable (chaotic) trajectories.

That is why the efforts of many modern investigations are directed to analysis of global structure of the phase space instead of investigation of the existence or the stability of some isolated solutions only. The development of computer technique gives powerful tool for such analysis.

The paper deals with spacecraft motion around its center of mass on polar, circular, Keplerian orbit. The spacecraft is equipped with permanent magnet in order to provide spacecraft stabilization along the Earth magnetic field line. The magnet axis coincides with a main spacecraft inertia axis and is situated on the orbital plane. The model of Earth magnetic field is right dipole, in other words, the axis of dipole coincides with Earth rotation axis.

We will study the spacecraft attitude motion on orbital plane taking into account the magnetic torque only. The equation of motion in this problem has been obtained independently by Fishell (1961) and Beletsky (1965) and remains the object of a number of investigations. The reason is that, in spite of the assumed simplifications, the problem includes the main effect which is of great importance from the standpoint of applications to magnetically stabilized spacecraft attitude motion.

The paper deals with the investigation of global phase picture of the problem using numerical implementation of the Poincare point map method.

2. Periodic oscillations

The equation of the problem has the following form, Beletsky (1965),

$$\frac{d^2 \varphi}{du^2} + \alpha \sqrt{1 + 3 \sin^2 u} \sin \varphi = \frac{6 \sin 2u}{(1 + 3 \sin^2 u)^2}, \quad (1)$$

where φ is the angle between the satellite magnetic moment vector M and geomagnetic field vector B ; u is the angle between Earth equator plane and radius-vector of spacecraft; the dimensionless constant α depends on the magnitude of magnet and spacecraft inertia moment corresponding to the main axis which is orthogonal to the orbital plane. (See Figure 1).

Starting with the first results obtained by Fishell (1961) and Beletsky (1965) this equation has been investigated in a number of papers. The main results regarding π -periodical oscillations are presented by Beletsky et al. (1965, 1977, 1980, 1985), Hentov (1967), Sarychev & Ovchinnikov (1980, 1985). Some solutions are analytically found by Hentov, but global analysis of existence and stability of periodic solutions can be carried out numerically only. The asymptotic analysis of the problem for large α is presented by Pivovarov (1986, 1991).

Our goal was to extend the results obtained in the mentioned papers to the values of α parameter up to 100. (because the magnetic parameter of actual magnetically stabilized spacecraft is about 70 – 100), and to analyse the stability of all solutions (since this problem has been solved for a few solutions only).

The numerical approach is used. All calculations are carried out using MATLAB package. For each value of α parameter on the interval (0,100) with the step 0.05 initial velocity $\varphi'(0)$ is found which is zero of the following function: $f = (\varphi(\pi))^2 + (\varphi'(\pi) - \varphi'(0))^2$. At the initial moment $\varphi(0) = 0$. For each periodic solution obtained the amplitudes of oscillations are calculated. Fig. 2, 3 show the amplitudes of all π -periodical oscillations (in radians) depending on dimensionless magnetic parameter α . The bold parts of curves correspond to stable solutions. For example, for $\alpha = 80$ there exist nine π -periodical spacecraft oscillation with respect to the magnetic field line. Three of them are stable. All branches of the amplitude curves tend to π when $\alpha \rightarrow \infty$. Some parts of the curves which are close to π are not shown.

The stability of all solutions is investigated using Poincare point map method and will be discussed in Item 3.

It can be seen from Fig. 3, that amplitude curves have small gaps in the vicinity of the values of α 0.6 and 6. These points correspond to period-doubling bifurcation: π -periodic oscillations vanish and 2π -periodic solutions arise. These bifurcations are discussed below.

3. The analysis of global phase space and periodic solutions stability.

This analysis continues the study of regular and chaotic motions in the problem (1) which has been started by Batalova & Mel'nichenko (1983), Beletsky, Pivovarov & Starostin (1995,1996).

The numerical implementation of Poincare point map method is used, Thompson & Stewart (1991), in other words the eq. (1) is integrated numerically using different initial conditions $(\varphi(0), \varphi'(0))$ and the phase points $(\varphi(n\pi), \varphi'(n\pi))$, $n = 1, 2, \dots$ are plotted. Fig. 4-25 show the phase portraits of the system (1) for different values of α parameter. Each picture shows φ' in rad/s against φ in rad.

According to Poincare map method fixed points correspond to periodic solutions, regular curves correspond to conditionally periodic solutions and irregular situated points correspond to chaos, or unpredictable motion. Area of chaos for each figure is the result of 5000 ~ 10000 maps.

All the phase portraits, like a phase portrait of a pendulum, are bounded by regular curves, which correspond to spacecraft rotations with respect to the magnetic field line. The angular velocity of these regular rotations changes from 0.2 rad/s for $\alpha \approx 0.1$ (Fig. 4) to 25 rad/s for $\alpha \approx 100$ (Fig. 24). Periodic oscillations are situated inside this region. It means that Poincare mapping gives the bounds of the initial angular velocity range where periodic oscillations can be found.

The relative size of chaotic region is minimal for very small α values (Fig. 4) and for very high ones (Fig. 24). The chaotic motions dominate for $\alpha \approx 0.8$. On the other hand, very small and maximal values of α correspond to maximum relative size of area of stable π -periodic oscillations. The center of this region has zero x-coordinate. Centers of regions of regular motion with x-coordinate equal π correspond to stable π -periodic rotations with respect to magnetic field line. Taking into account the application to a spacecraft with magnetic stabilization we are interested in π -periodic oscillation, first of all. The islands in chaotic sea correspond to long-periodic solutions. So, for example, Fig. 5 shows 3π -periodic solution around the π -periodic solution, and Fig. 7 shows 11π -periodic solution around 2π -periodic one.

Fig. 6-8 show period-doubling bifurcation, Arnold (1994), in the vicinity of $\alpha = 0.6$. According to scenario of doubling in Hamiltonian systems (the problem (1) is Hamiltonian in some variables) an elliptic periodic trajectory becomes hyperbolic, and alongside it appears a period-doubled, elliptic, periodic trajectory. The same kind of bifurcation in the vicinity of $\alpha = 6$ is shown on Fig. 12,13. The stable π -periodic oscillation vanishes and the stable 2π -periodic solution arises. It is known, Thompson (1991), that such kind of bifurcation leads to growth of chaos.

The intuitive imagination that the increase of α parameter leads to better spacecraft stabilization is true apart only. Indeed, as one can see from Fig. 2 and Fig. 3, there exist the values of α parameter which are the points of birth of new couple of π -periodic solutions: stable and unstable. Safe values of α parameter can be found on their right side. By the other hand, in their left neighborhood, one can easily see that amplitude of π -periodic solutions increase dangerously. That is why these values of the magnetic parameter must be avoided in course of spacecraft stabilization system design. This phenomenon is due to the resonant points approximately analytically found by Beletsky (1977): 2.5; 10; 22.5; 40; 62.5; 90 ... and so on.

The birth of new couple of π -periodic oscillations in the vicinity of $\alpha = 95$ is shown on Fig. 23,24,25. The center of the smallest closed curve on Fig. 25 (it has y-coordinate 1.41...) corresponds to the new stable π -periodic solution. This curve is enveloped by the big one with the "center" in the point with y-coordinate $-3.20...$, which corresponds to another stable π -periodic oscillations. The point with y-coordinate 2.19... ("exit from the bay") corresponds to the new unstable π -periodic solution.

Poincare point map method can serve as a simple but reliable tool for analysis of the stability of periodic solutions. Really, stable solution correspond to fixed points of mapping. The error of initial conditions of the stable solution leads to small closed curve which envelopes the fixed point. On the contrary, the error in determining initial conditions for unstable periodic solution leads to regular curve which envelopes another (stable) fixed point or leads to chaotic motion.

In other words, if in course of a number of mapping the phase points remain in "small" vicinity of the initial point, the initial point corresponds to stable periodic solution. In opposite case the solution is unstable.

This nonstrict approach was successfully used for the analysis of stability of all π -periodic oscillations for $\alpha \in (0, 100)$. The bold parts of curves on Fig. 2.3 correspond to stable oscillations.

4. Acknowledgment.

This work was supported by FAPESP (Process no.1996/3247-0)/INPE.

5. References

ARNOLD, V.I. (ED.) *it Dynamical Systems. Encyclopedia of Mathematical Sciences. Volume 5*, Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg, 1994.

BATALOVA, Z.S.& MEL'NICHENKO, N.A. On the phase space structure and bifurcation of motion of magnetize spacecraft on the plane of polar circular orbit, *Cosmic Research*, vol.21, no.4. 1983. pp.522-535.

BELETSKY, V.V. *Motion of an Artificial Satellite About its Center of Mass*. Nauka, Moscow, 1965, (in Russian).

BELETSKY, V.V. *Studies on the Motion of Space Bodies*. Nauka, Moscow, 1977.

BELETSKY, V.V. *Regulaere and Chaotische Bewegung Starer Koerper*, Teubner-Verlag, Stuttgart, 1995.

BELETSKY, V.V & HENTOV, A.A *Magnetize Spacecraft Rotation*, Nauka, Moscow, 1985, (in Russian).

BELETSKY, V.V. PIVOVAROV, M.L.& STAROSTIN, E.L. Regular and chaotic motions in applied dynamics od a rigid body, *CHAOS*, vol.6, no.2, 1996, pp.155-166.

BELETSKY, V.V. & SHLYAHTIN, A.N. Spacecraft resonant rotation under the action of magnetic and gravity-gradient torques, *Applied Mathematics and Mechanics Institute, Preprint*, no.46. 1980. (in Russian).

FISHELL, R.E. Magnetic and gravity attitude stabilization of Earth satellite, *Space Res.*, no.2. 1961. pp.373-410.

HENTOV, A.A. Passive spacecraft stabilization along the magnetic field line, *Cosmic Research*, vol.5, no.4, 1967, pp.540-553.

OVCHINNIKOV, M.YU. Magnetize spacecraft periodic oscillations on the plane of circular polar orbit, in *Aerophysics and Applied Mathematics*, MFTI, Moscow, 1980, (in Russian).

PIVOVAROV, M.L. Attitude motion of spacecraft with large magnetic moment, *Cosmic Research*, vol.24, no.6, 1986, pp.816-821.

PIVOVAROV, M.L. Magnetically stabilized spacecraft attitude motion and differential equations with slowly changing coefficients. *Proc. of the 3rd International Symposium on Spacecraft Flight Dynamics*, 1991, Darmshtadt, Germany.

SARYCHEV, V.A. & OVCHINNIKOV, M.YU. *Spacecraft Magnetic Stabilization Systems*, VINITI, Moscow, 1985, (in Russian)

THOMPSON, J.M.T. & STEWART, H.B. *Nonlinear Dynamics and Chaos*, John Wiley and Sons, Chishester - New York - Brisbane - Toronto - Singapore, 1991.

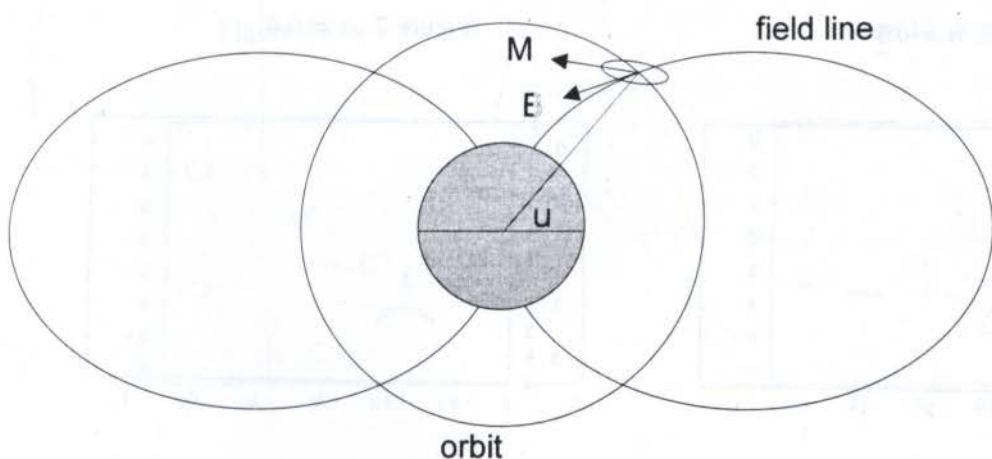


Figure 1: Description of the motion

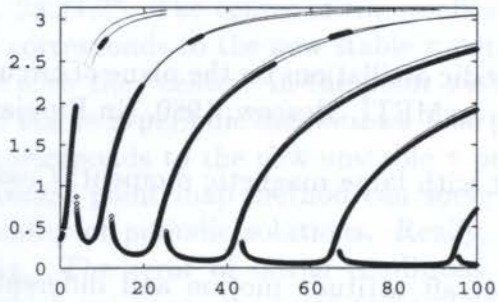


Figure 2: Amplitude curves

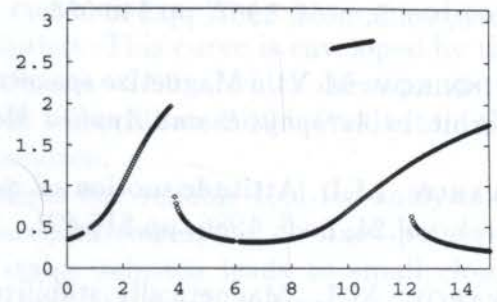


Figure 3: Amplitude curves, fragment

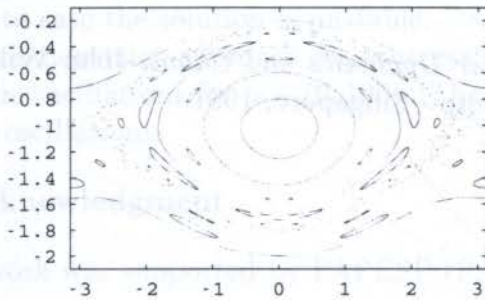


Figure 4: $\alpha = 0.1$

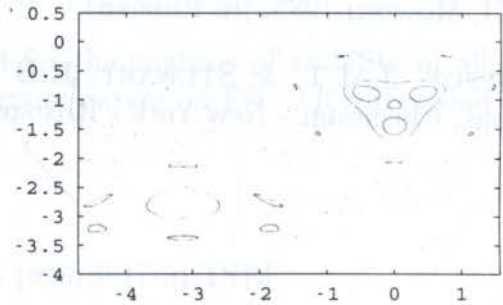


Figure 5: $\alpha = 0.3$

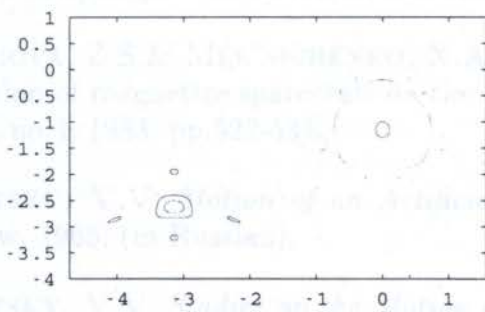


Figure 6: $\alpha = 0.5$

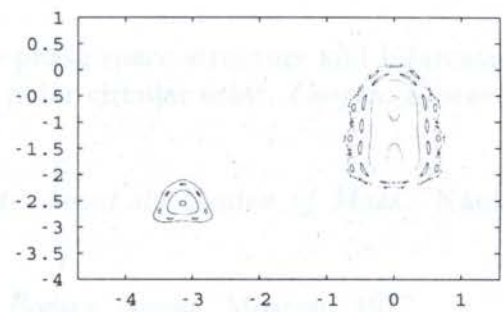


Figure 7: $\alpha = 0.6$

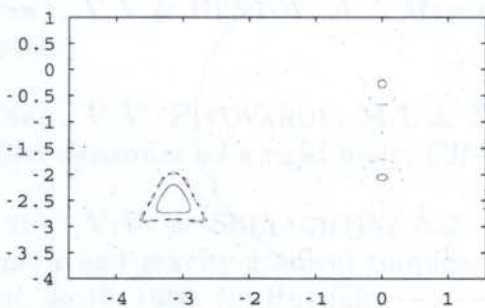


Figure 8: $\alpha = 0.66$

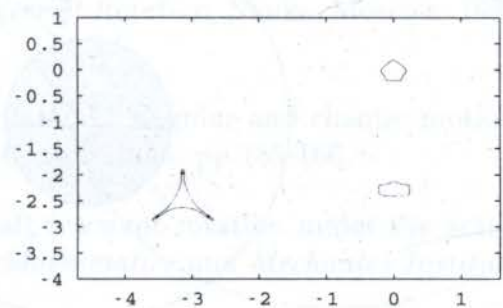


Figure 9: $\alpha = 0.7$

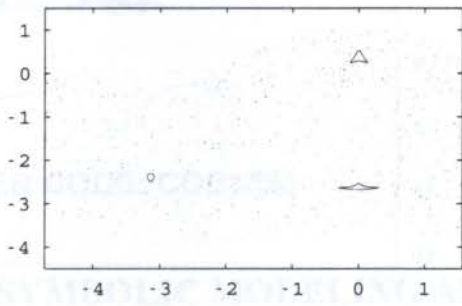


Figure 10: $\alpha = 0.8$

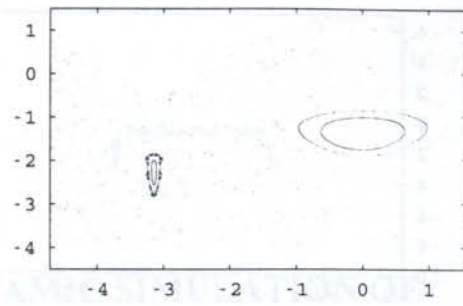


Figure 11: $\alpha = 1$

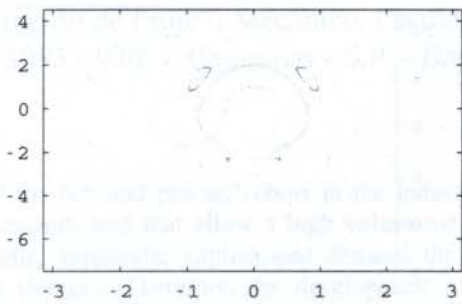


Figure 12: $\alpha = 5.5$

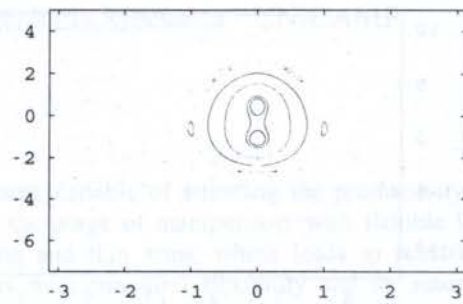


Figure 13: $\alpha = 6$

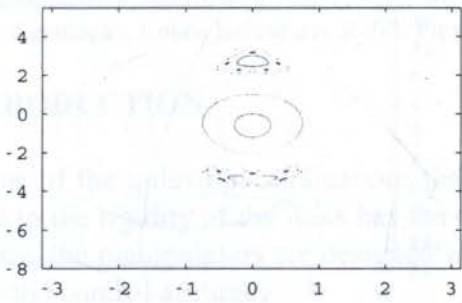


Figure 14: $\alpha = 7$

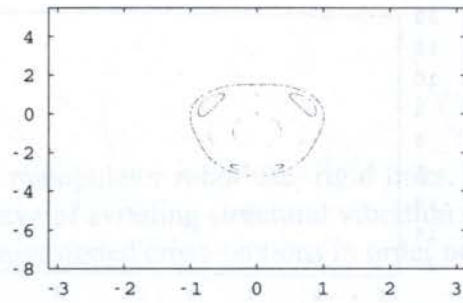


Figure 15: $\alpha = 8$

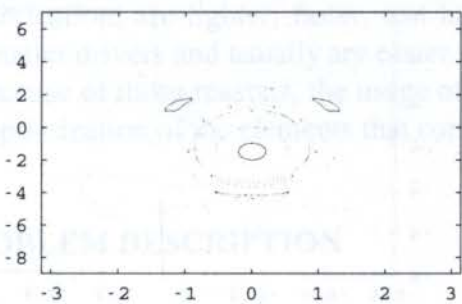


Figure 16: $\alpha = 9$

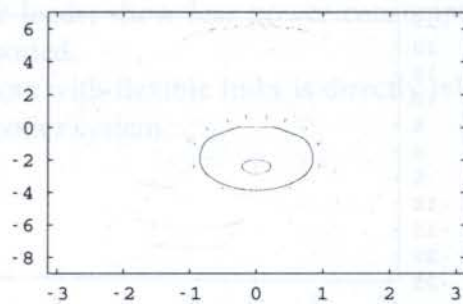


Figure 17: $\alpha = 10$

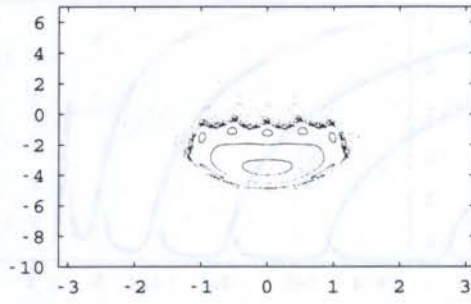


Figure 18: $\alpha = 11$

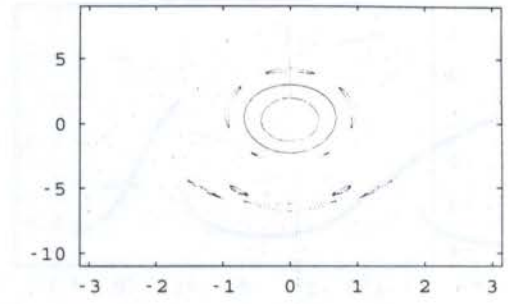


Figure 19: $\alpha = 15$

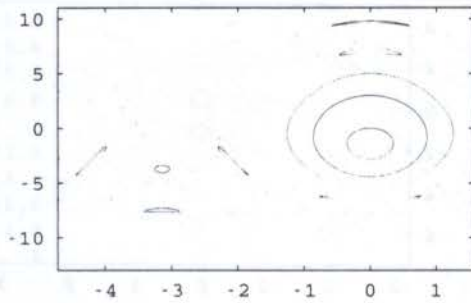


Figure 20: $\alpha = 22.5$

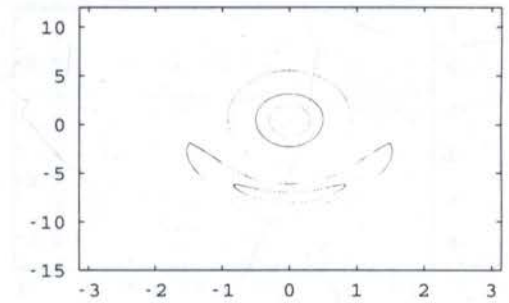


Figure 21: $\alpha = 30$

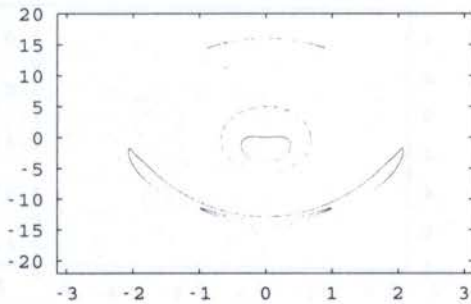


Figure 22: $\alpha = 66$

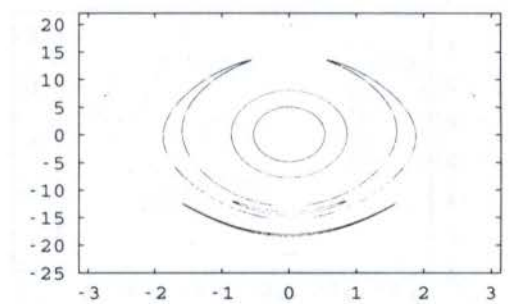


Figure 23: $\alpha = 90$

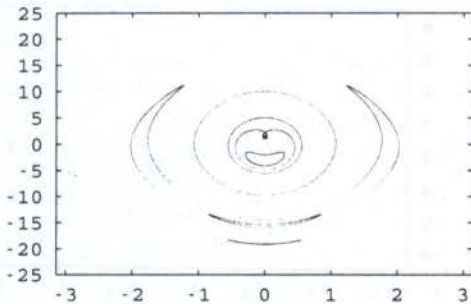


Figure 24: $\alpha = 95.55$

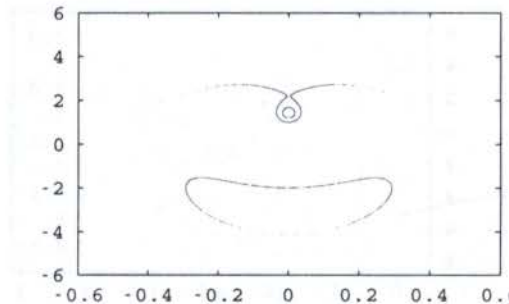


Figure 25: $\alpha = 95.55$, fragment



PAPER CODE: COB1353

SYMBOLIC MODELING AND DYNAMIC SIMULATION OF ROBOTIC MANIPULATORS WITH FLEXIBLE LINKS

SERGIO ADRIANI DAVID & JOÃO MAURÍCIO ROSÁRIO

Departamento de Projeto Mecânico, Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP
CEP - 13083 - 970 - Campinas - S.P. - Brasil

Abstract

The need for fast and precise robots in the industrial environment, capable of attending the productivity and quality demands and that allow a high volume of work, needs the usage of manipulators with flexible links. Besides this, aeronautic applications demand the usage of long and thin arms, which leads to remarkable structural changes. Therefore, the development of manipulators with structural flexibility and its automatic control has become an important research area. The main goal of this work is to model the dynamic behavior of flexible manipulators. It is also presented a comparative study with rigid robots. It is possible to use the model for computer simulations to aid the development of efficient control.

Keywords

Robotics, Simulation, Industrial Robot, Flexible Robot
Robótica, Simulação, Robôs Industriais, Robôs Flexíveis

1 - INTRODUCTION

Most of the industrial applications that involve a manipulator robot use rigid links. The increase in the rigidity of the links has the main objective of avoiding structural vibration. For this reason the manipulators are designed with over-dimensioned cross-sections in order not to degrade the control accuracy.

The practice of increasing the rigidity of the robot manipulators has the drawback of increasing their weight, which consequently requires drivers capable of delivering higher powers.

When flexible link manipulators are compared to rigid link ones, they need less material for their fabrication, are lighter, faster, can handle larger loads, show less power consumption, need smaller drivers and usually are easier to be transported.

Because of those reasons, the usage of manipulators with flexible links is directly related to the optimization of the elements that comprise a robotics system.

2 - PROBLEM DESCRIPTION

A robotics manipulator is a mechanical device that has the function of positioning and orienting its terminal element. This terminal element has the function of handling tools suitable to the work to be performed. Two main parts are to be considered in the design of a manipulator structure. The first part is the arm that comprises at least three degrees of freedom and is used for the positioning of the concentration point and also for the orientation of the referential. The second part is the wrist. It is normally constituted of three rotational degrees of freedom and has the function of orienting the terminal referential.

Not considering the deformation of the joints, the degree of freedom related to the movement of the base of the robot can be treated as rigid, as well as the three degrees of freedom related to the orientation. By this way, one note that the flexibility of the system is related to the two degrees of freedom related to the movement of the two links of the manipulator.

For a flexible manipulator the structure presents a considerable flexibility and therefore an efficient control system must be developed. It is well known that in general a control problem consists of the manipulator dynamic model formulation. This model is further used to establish the control laws that provide the desired performance.

The dynamic behavior can be described by a set of differential equations, the motion equations. The control system is designed according to this set of equations.

In this work the dynamic modeling is performed for a system that contains two flexible links and two rotational joints. For the sake of comparison a rigid structure with two links and two rotational joints is also analyzed. In this case two degrees of freedom are defined.

A convenient parametrization of the terms of the motion equations, which makes it easier to compare the simulation results for the rigid and for the flexible system is also developed. It is shown the possibility of compensating physical effects present in the robot control system. Further details may be found in (David, 1996).

The studied flexible system is assumed to have a planar movement. Even with this assumption, the complexity of the resulting dynamic equations for this system is large when compared to the equations for rigid manipulators.

The Lagrange equations and the assumed modes method (Book, 1984) are applicable in this model. The model is established basically by the superposition of the flexible movement with the movement of an hypothetical rigid body. A convenient mathematical set of equations is developed for this purpose (David, 1996).

The elastic movement of the links is truncated in the second mode, that is, it is considered that the amplitudes of all higher order vibration modes are much smaller than the amplitude of vibration of the first mode. In such a case, a non-linear model with six degrees of freedom is obtained (David, 1996).

We outline the fact that the motion equations are treated with all non-linearities taken into account, without the usage of any simplifying linearization procedure, as found in most of the works present in the literature. This linearization procedure may not to consider small contributions of physical effects that are summed or superimposed and that may significantly influence the system behavior.

For this reason, one of the tasks of this work is to treat the motion equations according to a general approach, without simplifying linearizations, and to assess the system behavior through controlled simulations.

3 - FLEXIBLE SYSTEM: PHYSICAL MODEL

The physical model for the flexible system is established in accordance to the schematic drawing shown in figure 1.

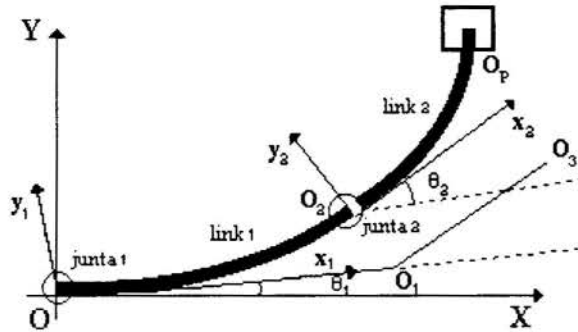


Figure 1: Physical Model

The following assumptions are made: the system has planar movement and the relative movement between the two links is resulting from the torques applied in each joint of the system.

At the terminal of the link 1, a concentrated mass represents both the servo-motor and the joint masses. At the terminal of the link 2, a discrete mass is used to represent the load to be handled between two points of the plane.

In order to describe the movement, three reference systems are defined:

$[O, X, Y]$ - inertial referential system with origin in joint 1;

$[O, x_1, y_1]$ - referential system with origin in O and the x_1 axis tangent to link 1 at point O ;

$[O_2, x_2, y_2]$ - referential system with origin in joint 2 and with the x_2 axis tangent to link 2 at point O_2 .

Two angles are defined:

$\theta_1(t)$ is the angle between the x_1 and x axis;

$\theta_2(t)$ is the angle between the x_1 and x_2 axis.

It is also defined a new system that is formed by the two segments OO_1 and O_1O_3 , with angle θ_2 in O_1 . The global (total) movement may be understood as being the movement of an hypothetical rigid system OO_1O_3 and a flexible movement of the links 1 and 2 with respect to this mobile system.

4 - KINEMATIC DESCRIPTION

The position of any point in the system may be described by a convenient description of a set of coordinates. As shown in figure 2, any point P_i may be specified if a new variable $u_i(x_i, t)$ is defined as being the coordinate of the flexible movement with respect to the reference system $[O, x_i, y_i]$.

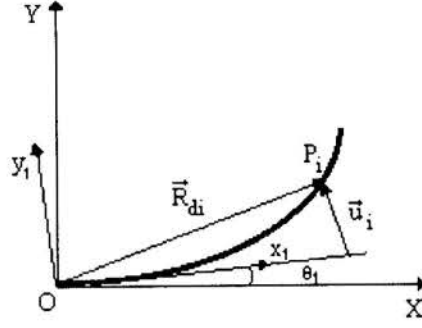


Figure 2: Definition of a coordinates system

The position vector for point P_i will be (David, 1996):

$$\vec{R}_{di} = \{\vec{U}_i\}^T \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \end{Bmatrix} = x_i \vec{u}_{xi} + y_i \vec{u}_{yi} \quad (1)$$

With the aid of this definition, it is possible to express the position vectors - and consequently the velocity vectors - for the links 1 and 2, both for the mass concentrated in joint 2 as well as for the load at the terminal of link 2 (David, 1996).

5 - KINETIC ENERGY

By mean of the velocity vectors previously mentioned, the total kinetic energy of the system may be expressed by the following equation:

$$T = \frac{1}{2} \int_{m_1} \dot{\vec{R}}_{d1} \cdot \dot{\vec{R}}_{d1} dm + \frac{1}{2} \int_{m_2} \dot{\vec{R}}_{d2} \cdot \dot{\vec{R}}_{d2} dm \quad (2)$$

$$+ \frac{1}{2} m_j \dot{\vec{R}}_j \cdot \dot{\vec{R}}_j + \frac{1}{2} m_p \dot{\vec{R}}_p \cdot \dot{\vec{R}}_p + \frac{1}{2} J_p \dot{u}_2^2 E$$

where:

$$\frac{1}{2} \int_{m_1} \dot{\vec{R}}_{d1} \cdot \dot{\vec{R}}_{d1} dm \quad \text{is the kinetic energy of link 1;}$$

$$\frac{1}{2} \int_{m_2} \dot{\vec{R}}_{d2} \cdot \dot{\vec{R}}_{d2} dm \quad \text{is the kinetic energy of link 2;}$$

$\frac{1}{2} m_j \dot{\vec{R}}_j \cdot \dot{\vec{R}}_j$ is the kinetic energy related to the concentrated mass that represents the servo-motor and the joint. The mass is located at point O_2 , in joint 2;

$\frac{1}{2} m_p \dot{\vec{R}}_p \cdot \dot{\vec{R}}_p$ is the kinetic energy related to the mass of the load. This mass is located at the terminal of link 2;

$\frac{1}{2} J_p \dot{u}_E^2$ is the rotational kinetic energy of the load due to its movement around the axis that passes through point O_2 and that is perpendicular to the plane shown in figure 1.

6 - POTENTIAL ENERGY

In the calculation of the total potential energy of the system it is assumed an energy associated to the rigid movement (gravitational potential energy), plus the elastic potential energy of the links.

Ox is taken as reference and the potential energy of the system (assuming u_1 and u_2 sufficiently small) is given by:

$$\begin{aligned}
 V = & m_1 g \frac{L_1}{2} s\theta_1 + m_j g L_1 s\theta_1 + \\
 & + m_2 g \left[L_1 s\theta_1 + \frac{L_2}{2} s(\theta_1 + \theta_2) \right] + \\
 & + m_p g \left[L_1 s\theta_1 + L_2 s(\theta_1 + \theta_2) \right] \\
 & - \frac{1}{2} \int_0^{L_1} E I_1 \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} \right)^2 dx_1 - \frac{1}{2} \int_0^{L_2} E I_2 \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} \right)^2 dx_2
 \end{aligned} \tag{3}$$

where:

g is the gravitational acceleration constant;

L_1 and L_2 are the lengths of the links 1 and 2, respectively;

$E I_1$ and $E I_2$ are the rigidity of the links 1 and 2, respectively, which in this model are assumed to be constants, and

$s \theta_1 = \sin \theta_1$; $s (\theta_1 + \theta_2) = \sin (\theta_1 + \theta_2)$.

7 - EQUATIONS OF MOTION

In order to write down the motion equations of the system it will be used the assumed modes method. This method consists in considering a solution for the flexible movements in the form of a series composed by a linear combination of admissible functions in the spatial coordinates, multiplied by the time dependent function $q_i(t)$.

In the case of the flexible displacements of the links 1 and 2, it is possible to assume

$$u_1 = \sum_{i=1}^n \phi_{1i}(x_1) q_{1i}(t) \tag{4}$$

and

$$u_2 = \sum_{i=1}^n \phi_{2i}(x_2) q_{2i}(t) \quad (5)$$

where the admissible functions $\phi_{ji}(x)$ must satisfy the geometrical boundary conditions with respect to the representation of the links in the reference systems $[Ox_1y_1]$ and $[O_2x_2y_2]$.

Hence the system becomes represented by $(2n + 2)$ degrees of freedom (David, 1996).

If it is assumed that the amplitudes of the higher order vibration modes are very small when compared to the first vibration mode, the system may be truncated with n equal to 2, resulting in a problem involving six degrees of freedom.

Besides this, if it is assumed that $\phi_{ji}(x)$ are eigenfunctions of the problem of a clamped free beam, that is, clamped in one end and free at the other end, the geometrical boundary conditions will be fulfilled and due to the ortogonality of this functions we will have (Book 1984):

$$\int_0^L \phi_r(x) \phi_s(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{se } r \neq s \\ 1 & \text{se } r = s \end{cases} \quad (6)$$

With this equation, one can assess each one of the integrals in the equations for both the kinetic and the potential energy considering $\theta_1, \theta_2, q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22}$ the generalized coordinates and Γ_1, Γ_2 the non-conservative torques acting at the joint of the system, it is possible to write down the equations of the movement - with convenient parametrization of the terms - using the Lagrange equations for non-conservative systems,

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} = Q_r \quad r=1(1)6 \quad (7)$$

where:

Q_r are the time dependent generalized non-conservative forces (or torques).

The equations assume the final form,

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + F_1 \dot{\theta}_1 + \Gamma_{perturb.1} = \tau_1 \quad (8)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + F_2 \dot{\theta}_2 + \Gamma_{perturb.2} = \tau_2 \quad (9)$$

$$J_3 \ddot{q}_{11} + F_3 \dot{q}_{11} + \Gamma_{perturb.3} = 0 \quad (10)$$

$$J_4 \ddot{q}_{12} + F_4 \dot{q}_{12} + \Gamma_{perturb.4} = 0 \quad (11)$$

$$J_5 \ddot{q}_{21} + F_5 \dot{q}_{21} + \Gamma_{perturb.5} = 0 \quad (12)$$

$$J_6 \ddot{q}_{22} + F_6 \dot{q}_{22} + \Gamma_{perturb.6} = 0 \quad (13)$$

where the coefficients are complex and may be found in (David, 1996).

8 - SIMULATION AND RESULTS

This flexible system may be mathematically reduced to the rigid one by vanishing the terms related to system flexibility, which characterizes the possibility of finding a frontier between both systems.

With this fact in mind, mathematical simulations are performed according to the following methodology:

- * initially the rigid system is simulated in a separate manner;
- * following, the flexible system is simulated with all its contributions taken into account;
- * after that, the effects are individually and cumulatively subtracted and the system behavior is analyzed;

* the effects are subtracted until the limit condition in which the flexible system is reduced to a rigid one and the system response converges - as expected - for the case of the rigid system modeled separately.

The results presented in this article correspond to simulations realized for the angular position θ_1 in the following cases:

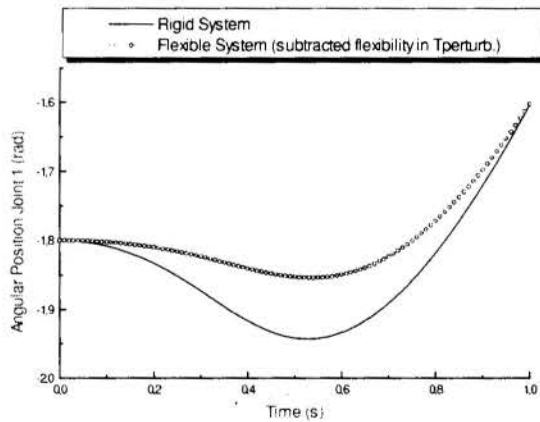
- i-) flexible system, subtracted flexibility in the term $T_{\text{perturb.}}$;
- ii-) flexible system, subtracted flexibility in the term J ;
- iii-) flexible system reduced to a rigid one.

Some situations are presented:

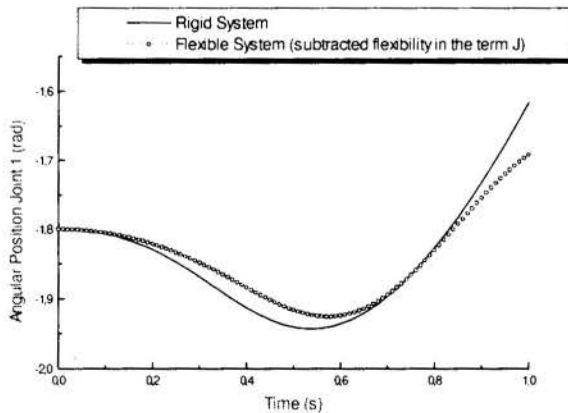
Graphic 1- Flexible system subtracted flexibility in the term $\Gamma_{\text{perturb.}}$

Graphic 2- Flexible system subtracted flexibility in the term J

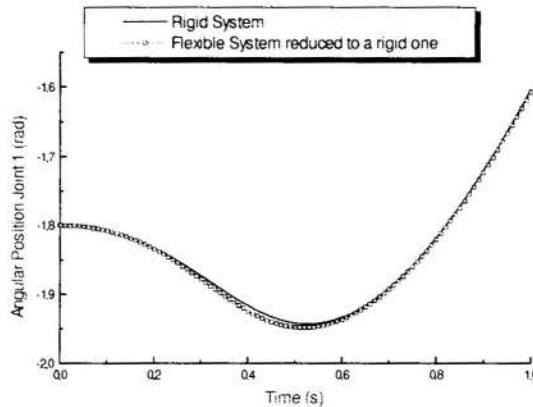
Graphic 3- System reduced to a rigid one from a flexible.



Graphic 1



Graphic 2



Graphic 3

The other simulations may be found in (David, 1996).

9 - CONCLUSIONS

The way in which the motion equations are treated in this paper may allow the monitoring of each contributing factor for the system flexibility. The flexible manipulator may be mathematically reduced to a rigid one by means of vanishing the flexibility related terms. The same procedure may be extended to the simulations, which makes it possible to find a frontier between both systems. It is also possible to consider the development of controllers that compensate the physical effects - which in accordance to dynamic simulations results is relevant for the system flexibility - in order to correct the response of the terminal element of the manipulator with respect to the signals from the control system.

REFERENCES

- Barbieri, E., Ozguner, U.** : "Unconstrained and Constrained Mode Expansions for a Flexible Slewing Link", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 110, December 1988, pp. 416-421.
- Book, W.J.**, "Recursive Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulator Arms", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 3, No. 3, 1984, pp. 87-101.
- Cannon, R.H.Jr., Schmitz, E.**, "Initial Experiments on End-Point Control of a Flexible One-Link Robot", *The International Journal of Robotic Research*, Vol. 3, No. 3, 1984, pp. 62-75.
- Cetinkunt, S., Book, W.J.**, "Performance Limitations of Joint Variable-Feedback Controllers Due to Manipulator Structural Flexibility", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 6, No. 2, April 1990, pp. 219-230.
- David, S.A.** , "Modelagem, Simulação e Controle de Robôs Flexíveis", MSc Thesis, Universidade Estadual de Campinas - São Paulo - Brazil, 1996.
- Garcia, E.**, "On The Modeling and Control of Slewing Flexible Structures", Ph.D. Thesis, State University of New York, August 1989.
- Nathan, P.J.; Singh, S.N.** "Nonlinear Ultimate Boundedness Control and Stabilization of a Flexible Robotic Arm", *Journal of Robotic Systems* 9(3), 301-326 (1992).

Rosário, J.M. "Modelisation Dynamique D'un Robot Industriel". Ministère de l'Education Nationale. Institut Supérieur des Matériaux et de la Construction Mécanique., France, 1987.

Schielen, I.W. "Technische Dynamik". s.l.p. ; s.c.p., s.d.p. 106 pp.



PAPER CODE: COB1398

ROTOR DYNAMICS AND DIAGNOSTICS OF ROTORS

NICOLÒ BACHSCHMID, ANDREA CURAMI, ANDREA VANIA, RICCARDO DELLUPI

Dipartimento di Meccanica

Politecnico di Milano

P.zza L. da Vinci, 32, 20133 Milano, Italy

Phone: ++39-2-23994718, ++39-2-23994831, Fax: ++39-2-70638377

E-mail: bachschm@hp1.mecc.polimi.it, dellupi@hp1.mecc.polimi.it

Abstract

A survey of the most updated techniques for modelling rotor systems composed by rotors, bearings and supporting structures, is presented. Some benchmarking test results of several different codes for rotordynamics calculations and oil film bearing coefficients evaluation are shown. Methods for increasing reliability and accuracy in rotordynamic calculations are proposed, because a higher accuracy is needed for model based diagnostic procedures. Finally also a unified approach for fault modelling is presented, which is particularly suitable for fault identification procedures used in model based diagnostics of rotor systems.

Keywords

Rotordynamics, Model Based Diagnostics, Rotor, Bearing, Foundation.

1. INTRODUCTION

In the field of rotordynamics the computation of the dynamical behaviour of rotors with the aid of a mathematical model of the shaft and of the bearings in industrial environments was confined generally to the evaluation of the critical speeds. Only more recently the evaluation of the dynamical behaviour of the complete train of rotors, coupled by rigid or flexible couplings, may be required: in these cases the frequency response curve due to maximum allowable unbalance has also to be calculated.

The supporting structure, which also may have a great influence on the behaviour of the shaft, is represented simply by springs or at least by simple 'equivalent' mass + spring + damper systems.

An experimental field evaluation of the results computed with the model is impossible to obtain, because the residual (after the balancing procedure) unbalance distribution along the rotor is unknown; further rotors generally experience some thermal distortion, due to the heating by operating fluid (steam or gas) or by the electric current (in case of electrical machines) or just by the friction in air, which sums up to the original unbalance. Finally the exact alignment conditions of bearings and couplings, which also influence the behaviour, are also unknown.

Due to all these facts the real behaviour is hardly simulated by a simple unbalance frequency response; on the other side, a precise correspondence of the in field measured data with the simulated ones is not required nor by the user neither by the manufacturer. The machines are accepted if the overall vibration levels are 'acceptable'.

Only when, during the operation of the machine, its vibrational behaviour changes, a vibration - specialist may be asked to investigate about the reason or cause of the observed behaviour. This can be done with the aid of a model of the system, with which different malfunctions can be simulated. In this case a good agreement between calculated results and experimental results is strongly desired. This can be achieved only if the vibration specialist is able to produce a reliable model of the system and of the malfunctions. The model of the system has to be tuned with experimental results, because the model 'as designed' is rather inaccurate and hardly takes into account the different previously described effects.

It is obvious then that if we want to use the model of the system in an automatic diagnostic procedure, the model has to be as accurate as possible.

In Europe a project, named MODIAROT, which involves researchers from different countries, is running on model based diagnostics of rotor systems, in which roughly two thirds of time and efforts are dedicated to refine the models of the three components of a rotor system — the rotor, the bearings and the supporting structure — and of the most common malfunctions, whilst one third is dedicated to develop the diagnostic procedure.

In this paper we present the state of the art of the different models of the three components of a rotor system. The degree of reliability is also estimated by comparing calculated results obtained with different models and methods.

2. THE MODEL OF THE SHAFT

The model of the shaft is most suitably represented by finite beam elements with 4 d. o. f.'s per node. But in some situations an 'equivalent' beam element has to be defined: in case of an abrupt change of diameter an equivalent stiffness diameter has to be defined. In case of shrink fitted parts stiffness and mass diameters have to be defined. The same happens for bladed disks in turbines or for sections with windings of generators. Different manufacturers have different rules for the definition of equivalent mass and stiffness diameters. E. g. in case of abrupt change in diameter a smooth linear increase in diameter according to different angles, which range from 17° to 60° is proposed for the stiffness diameter by different manufacturers! An investigation made with isoparametric finite 'brick' elements (20 nodes per element) and some experimental tests will show which is the best rule. A similar approach will be used for the case of shrink-fitted annular parts, for which, moreover, the non-linearity in the contact area complicates the computation.

Once equivalent stiffness and mass diameters are defined, the mass and stiffness matrices are build up. Here different methods can be used and different effects can be taken into account. Commercial (available) computer codes can use different approaches. Also the eigenfrequency calculations are made with different routines, so that the results calculated with the same beam element model can be widely spread.

3. EIGENVALUE AND FREQUENCY RESPONSE CALCULATIONS

While the first rotordynamics finite element codes used simply Euler beam elements for modelling the shaft, more recently developed codes take into account also the secondary effect of rotatory inertia of the sections and the deformation of the shaft due to shear for the calculation of the beam stiffness matrix (see Lalanne (1990)), according to Timoshenko beam

theory. The most modern codes take into account also the effects of shear on the mass matrix (see Przemieniecki (1968)). Some codes, moreover, take into account only the gyroscopic effects of lumped disks shrunk on the shaft, while other can take into account also the distributed gyroscopic effects of the beam.

The application of these different beam elements formulations was experimented, by using a simple Matlab code developed for this purpose, on the rotor shown in Figure 1

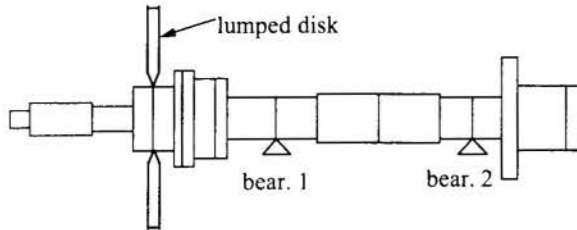


Figure 1- Nelson-Mc Vaughn rotor

(which was studied also by Nelson and McVaugh (1976) and Kim Y. D. and Lee C. W. (1986)). As can be seen in Table 1 and 2, the two Timoshenko shear formulations give very similar results, while they present not negligible differences with respect to the Euler formulation. The addition of the distributed gyroscopic effects also leads, due to the high rotation speed (40000 rpm) to considerable differences.

While the differences between Euler and the Timoshenko theories are bound approximately from 0.1 to 5 % for the eigenfrequencies, they become more important for the damping ratios, where they range from 0.1 to 23 %. The above considerations let conclude that the Timoshenko theory (with distributed gyroscopic effects) should be preferred, because more accurate than the much simpler Euler theory.

Table 1: First 8 eigenfrequencies at 40000 rpm of the rotor of Figure 1, with different beam finite element formulations

mode n.	Euler		Timoshenko (Lalanne)		Timoshenko (Przmieniecki)		Timoshenko + distr. gyr.effect	
	[Hz]	damp. ratio	[Hz]	damp. ratio	[Hz]	damp. ratio	[Hz]	damp. ratio
1	224.1	2.5	222.1	2.4	222.1	2.5	219.0	2.4
2	287.6	2.3	284.6	2.3	284.6	2.3	288.0	2.4
3	675.4	11.5	667.3	11.0	667.3	11.0	665.6	10.8
4	823.3	7.5	805.5	6.9	805.6	6.9	803.5	7.1
5	1086.8	10.8	1052.7	10.4	1053.3	10.5	1033.1	10.8
6	1364.4	9.0	1320.5	9.0	1320.0	9.0	1353.6	8.6
7	2052.4	0.7	1969.9	0.9	1972.0	0.9	1947.1	1.0
8	2089.2	1.5	1993.9	1.5	1995.2	1.5	2028.8	1.5

Table 2: max., min., mean value of the eigenfrequencies [Hz] and of the damping ratios of the rotor of Figure 1 at 40000 rpm, obtained with different codes

mode n.	eigenfrequencies			damping ratios		
	max. value	min. value	% max-min shift	max. value	min. value	% max-min shift
1	224.1	211.2	5.9	2.5	2.2	14.0
2	296.1	285.7	3.6	2.6	2.3	11.5
3	675.5	660.6	2.2	11.6	10.5	10.2
4	823.2	795.0	3.5	7.5	6.8	9.4
5	1085.4	1005.8	7.7	11.2	10.4	7.1
6	1390.4	1345.9	3.2	9.0	8.1	10.4
7	2051.7	1945.2	5.4	0.9	0.8	18.9
8	2090.3	2028.1	3.0	1.7	1.4	15.8

The comparison of the results obtained with 5 different codes, though based on one of the above Timoshenko beam theories, leads to differences, as can be seen in Table 2, depending also on different shear area reduction coefficients and different beam shape functions used in some of the codes, and possibly on the different

mathematical routines used for the eigenvalue calculation. Here again the discrepancies in eigenfrequency seem to be acceptable, but those in damping ratios are more critical.

In Figure 2 (a) the results of the frequency response in vertical direction at disk position, due to an unbalance placed on the disk itself, are summarised by showing the upper and the lower bound of the curves obtained with the different beam formulations (solid line) and, for some speeds, with different codes ('x' marks).

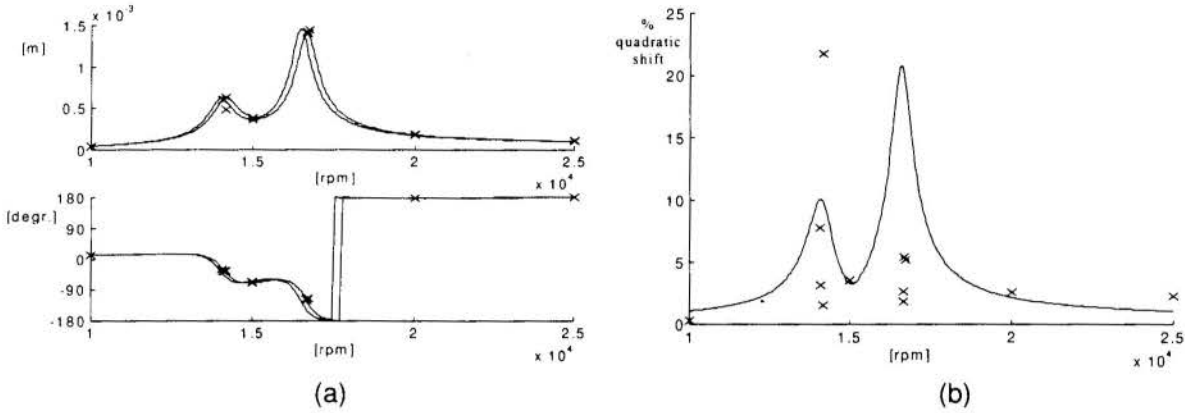


Figure 2: frequency response 10000 - 25000 rpm in vertical direction at the disk of the rotor of Figure 1, due to an unbalance of the disk: (a) upper bound and lower bound of the results obtained with the Matlab code by using different beam formulations (solid line) and with different codes ('x' marks) and (b) related % quadratic shift

The differences between these results can be emphasized calculating the % quadratic shift (calculated as the per cent ratio of standard deviation to mean value) of the vibration vectors, reported in Figure 2 (b). With different beam formulations in the same Matlab code (solid line) the maximum value of the shift is reached at the resonance speeds: this is probably due to the different values of damping already shown, at 40000 rpm, in Table 1. Comparing the results of the different codes, the % shift is generally smaller except some cases, where it

reaches even a maximum value of approximately 22 % in vertical direction and 45 % in horizontal direction.

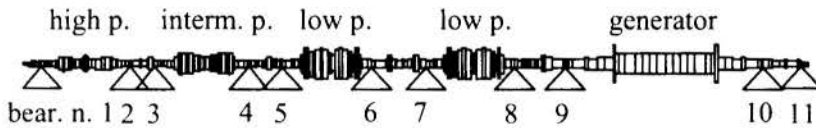


Figure 3: 11-bearings and shaft of a turbogenerator

as shown in Figure 4, is considered. Figures 5 (a) and (b) show the frequency response (in vertical direction) in correspondence of bearing n. 4 due to an unbalance placed near the joint between high pressure and intermediate pressure turbines obtained with different codes. It can be observed that while at low frequency (as can be more easily seen in the semi-logarithmic diagram of Figure 5 (a)) the differences between the codes are fairly small, they become rather large when the speed of 3000 rpm is approached (as can be more clearly seen in the linear diagram of Figure 5 (b)). This behaviour could be also explained in terms of different sensibilities of the mathematical routines used by the codes to a rather ill-conditioned model of the shaft.

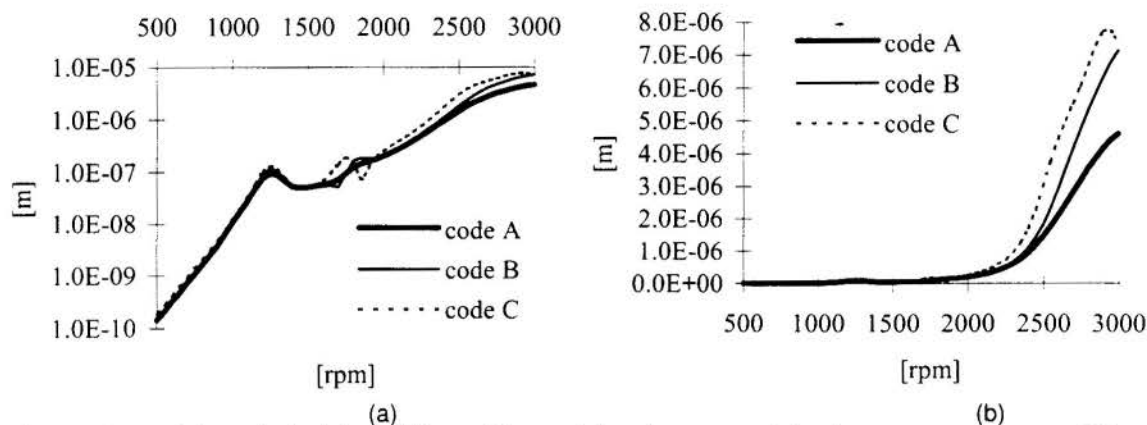


Figure 5: semi-logarithmic (a) and linear (b) modulus diagrams of the frequency response 500 - 3000 rpm in vertical direction in correspondence of bearing n. 4 of the rotor of Figure 4, due to an unbalance placed near the joint between high pressure and intermediate pressure turbines

4. THE MODEL OF THE BEARING

Roller bearings are represented by an equivalent linear stiffness.

Oil-film bearings are represented by 4 stiffness and 4 damping coefficients, which are generally computed by expanding the oil film forces, obtained integrating the Reynolds equation, in a Taylor series, and evaluating numerically the force derivatives. Different methods can be used for solving the Reynolds equation (approximated energy methods, unidimensional finite difference methods, bidimensional finite difference methods), and for the evaluation of the force derivatives. A benchmark of 5 computer codes on a 5 pad journal bearing, and of 3 of them on three other bearings (partial arc, two-lobe and 6 pad) in different operating conditions is being evaluated within the MODIAROT project. As a first draft result it is possible to state that, in normal operating conditions, the results are spread within a standard deviation of a maximum of $\pm 5\%$ (but higher deviations may be found for the damping values). In operating conditions which can be considered extreme (very low statical load, or very high speed) it is possible to find deviations of 50% and more. It is obviously left open how far are the different results from the real behaviour and which codes furnish the best results.

Non linear models for the oil-film force are used only in some research centres. But non linear behaviour of oil-film bearings is commonly observed, both in steady-state running conditions, when the statical load is either very low or very high, and in unstable conditions, in which generally limit cycles are drawn by the shaft inside the bearing. The dynamical load



Figure 7: orbits of a shaft journal simulated with the non linear model of a partial arc circular bearing (radius 127 mm, length 127 mm, radial clearance 170 μm , speed 3000 rpm in anti-clockwise direction, static vertical load 10^5 N) at increasing values of the dynamical load (ratio dynamical to statical load = 0.1 (a), 0.2 (b), 0.3 (c), 0.4 (d), 0.5 (e))

(due to the rotating unbalance), or the instability excitation, force the shaft journal into an orbit, whose centre (or mean position of shaft journal) may be in a different position with respect to the statical position, and whose $1 \times$ revolution component may be different from that one calculated with the linear model, and whose $2 \times$ revolution component may be not negligible. Figure 7, e. g., shows the orbits of the shaft journal in case of high statical load and constant speed, at the increase of the dynamical load,

calculated with the non linear model of a partial-arc circular bearing. At the increase of the dynamical load, the non linear effects become more evident.

The orbit may be stable also when the statical position seems to be unstable, and vice versa.

Therefore the non-linearity should be taken into account if accurate simulation is required, and even more when the model is used for model based diagnostic procedures: this is shown in Bachschmid (1997a) and Bachschmid (1997b), where the non linear forces are used for identification procedures. But for avoiding the need of time-domain integration, which would be necessary with non linear models, for simulating the dynamical behaviour also a simple, approximated method is being developed, which allows to simulate, with a few iterations, the real behaviour of an oil-film bearing.

5. THE SUPPORTING STRUCTURE

As it is well known, the supporting structure dynamical behaviour can strongly influence the behaviour of the rotor: therefore sometimes the behaviour of the rotor can be suitably simulated only if the supporting structure is adequately represented. Commercial rotordynamics codes allow either a mass + spring + damper representation for each support, or a complete finite element representation of the complete supporting structure. Since the geometry of the supporting structure, which includes the foundation (generally of reinforced concrete) and the pedestals (of steel or iron), may be rather complicated, the model will have an extremely large number of d. o. f.'s, which is unsuitable if we consider that the scope is only the simulation of the dynamical behaviour of the rotor. The rotor is connected to the supporting structure only in correspondence of the bearings: therefore the only d. o. f.'s which are of interest in this analysis are two times the number of bearings (horizontal and vertical displacements of each bearing housing).

A modal reduction seem to be the only reasonable way to represent the supporting structure.

A simpler beam element model may be used to generate the modal model: only the modes corresponding to natural frequencies below the $1 \times$ revolution (or $2 \times$ revolution) frequencies of the rotor should be considered, and among these only those modes in which the connecting nodes exhibit larger displacements in horizontal and/or vertical direction. Axial modes can be neglected. Each mode corresponds to one d. o. f., and often only few modes (less than 10) have to be considered.

In Figure 8 (a) a 4-bearing test rig is represented. The supporting structure was modelled with beam elements (with roughly 50 nodes) as shown in Figure 8 (b).

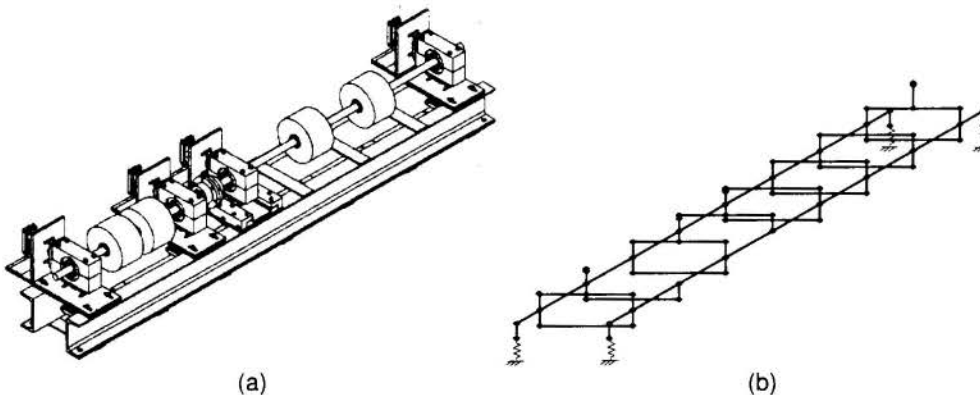


Figure 8: 4-test rig (a) and foundation beam elements model (b)

With this fairly simple model a good agreement was found in the first 6 ÷ 8 natural frequencies with a much more refined brick-element model (several thousand d. o. f.'s), which was created with Pro-Engineer and analysed with ABAQUS. According to the above criteria only 4 modes are retained, and so in practise only 4 d. o. f.'s are left. But they are enough to give a reliable representation of the dynamical behaviour of this structure in the frequency range 0 ÷ 100 Hz. In Figure 9 the frequency response curves in correspondence of bearing 1, due to a

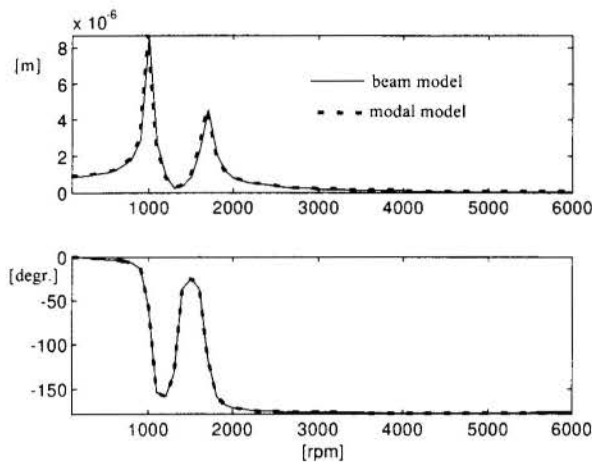


Figure 9: frequency response of the foundation at bearing one in vertical direction due to excitation in the same bearing and same direction obtained with beam model and modal model

bearing forces can be calculated from known geometry of the bearings and from measured relative shaft vibrations. If also the bearing housing vibrations are measured (by means of accelerometers), the forces can be considered as exciting forces applied to the supporting structure, which cause the measured vibrations. This way an identification procedure can be activated (Vania (1996)) which uses the Extended Kalman Filter in the frequency domain; the classical modal analysis cannot be applied due to the multiple non uncorrelated excitation through all the bearings.

6. THE FAULT MODELS AND THE COMPUTATION PROCEDURE

Most fault models can be represented by a system of equivalent forces acting on the rotor.

Let M and K be the mass and stiffness matrices of the (linear) rotor alone, R_t the vector of the oil film forces in the bearings, W the external constant forces (weight) vector, $Ue^{i\Omega t}$ the rotating unbalance (Ω the rotation speed), x_t the total (absolute) displacement vector of the rotor nodes. Following equation holds:

$$M \ddot{x}_t + K x_t = R_t + W + Ue^{i\Omega t} \quad (1)$$

The internal damping of the rotor can be neglected with respect to the external damping introduced by the oil-film forces.

x_t can be split in a statical component x_0 and in a dynamical component x , and also R_t has a constant statical component R_0 and a dynamical component R :

$$x_t = x_0 + x, \quad R_t = R_0 + R \quad (2)$$

Let's consider different faults:

- a blade loss is represented by a change ΔU
- a bearing misalignment is represented by a change ΔR_0 and an oil-film instability by $\Delta R(t)$
- a structural defect (an axial asymmetry or a transversal crack) is represented by a change ΔK in the stiffness matrix of the rotor. ΔK depends on the angle of rotation Ωt and may depend also on the displacement x in the case of a deep crack: but this effect can generally be neglected, therefore $\Delta K = \Delta K(\Omega t)$ for horizontal rotors
- a rigid coupling misalignment or a bow are defined by the rotating permanent statical deformation of the rotor $X_p e^{i\Omega t}$

Both last cases can be transformed in equivalent excitation forces systems. For the structural defect ΔK we get:

$$M \ddot{x}_t + [K + \Delta K(\Omega t)] x_t = R_t + W + U e^{i\Omega t} \quad (3)$$

$$K x_0 = R_0 + W \quad (4)$$

$$M \ddot{x} + K x = R + U e^{i\Omega t} - \Delta K(\Omega t)(x_0 + x) \quad (5)$$

The right hand side last term of Eq. (5) represents the equivalent force vector; when x is small with respect to x_0 , the force vector can be calculated as $\Delta K(\Omega t)x_0$, otherwise an iterative procedure has to be used, being x the unknown vibrational displacement.

For the deformed rotor the dynamical displacement vector x can be split in the rotating statical component $X_p e^{i\Omega t}$ and in the relative vibrational component x_r

$$x = X_p e^{i\Omega t} + x_r \quad (6)$$

Reminding that the elastic forces are proportional to x_r and the inertia forces to x , Eq. (5) yields:

$$M \ddot{x} + K x = R + U e^{i\Omega t} - \Delta K(\Omega t)(x_0 + x) + K X_p e^{i\Omega t} \quad (7)$$

The right hand side last term now represents the exciting force vector due to a bowed rotor (thermal bow or coupling misalignment).

It has been shown that the most common faults can be represented by equivalent systems of forces. In case of simulation of the dynamical behaviour Eq. (7) can be used for calculating x in the frequency domain, if we use, as usual, the linearized oil-film forces $R = -[k_f](x - x_s) - [r_f](\dot{x} - \dot{x}_s)$, where x_s and \dot{x}_s are the displacement and velocity of vibration of the supporting structure modal model, and $[k_f]$ and $[r_f]$ respectively the stiffness and damping matrices of the oil-film bearings.

For diagnostic purposes, x is measured at the bearings, \bar{R}_0 and R can be calculated without the need of linearization, and the different exciting forces can be identified with a least square fitting procedure from Eq. (7). Generally only relative displacements $(x_t - x_{t_s})$ in the bearings are measured (where x_{t_s} is the statical + dynamical foundation displacement), which are used for computing R_t ; in this case in order to reconstruct the absolute displacements x to be used in Eq. (7), x_{t_s} has to be computed by means of the model of the supporting structure, which is excited by the bearing force vector R_t .

7. CONCLUSIONS

A survey of the state of the art in modelling the different parts (rotor, bearings, foundation) which form a rotor system has been presented. For some aspects in commonly used models a satisfactory reliability has not been reached yet, in order to allow an effective model based diagnosis of faults. In the European project MODIAROT several researches are being carried out, which aim to improve the reliability of these models. Models of the most common faults, expressed in terms of equivalent forces acting on the rotors has been also presented. With a model of the rotor system and of commonly arising faults it is possible to carry out model based diagnostic procedures for identifying the faults of the machine. Experimental checks are in schedule, in order to test the effectiveness of the proposed procedures.

8. ACKNOWLEDGEMENTS

This research is supported by the European Community (Brite-Euram contract BRPR-CT95-0022).

For more information on the MODIAROT project visit the internet site <http://www.aston.ac.uk/modiarot/>.

9. REFERENCES

- BACHSCHMID., N., DELLUPI, R. Non linear behaviour of oil film bearings and its relevance in force identification procedures, *ASME Turbo Expo*, Orlando, Florida, 97-GT-70, 1997 a
- BACHSCHMID., N., DELLUPI, R. Malfunction Identification in Rotor Systems from Bearing Measurements Using Partial Models of the System, to be published in *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, 1997 b
- KIM, Y. D., LEE C. W. Finite Element Analysis of Rotor Bearing Systems Using a Modal Transformation Matrix, *Journal of Sound and Vibration*, 111(3), pp. 441-456, 1986
- LALANNE, M., FERRARIS, G. *Rotordynamics in Prediction Engineering*, John Wiley & Sons, 1990
- NELSON, H. D., MCVAUGH, J. M. The Dynamics of Rotor-Bearing Systems Using Finite Elements, *ASME Journal of Engineering for Industry*, p. 593, May 1976
- PRZEMIENIECKI, J. S. *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill, 1968
- VANIA, A. *Identification of the Modal Parameters of Rotating Machine Foundations*, Politecnico di Milano, Department of Mechanics, Internal Report, 1996



PAPER CODE: COB419

DYNAMICALLY COMPENSATED CAMS

LUIZ AUGUSTO MARTIN GONÇALVES*, PASCAL DEGEZELLE & JORIS DE SCHUTTER
Division of Production Engineering, Machine Design and Automation (PMA)
Department of Mechanical Engineering, Katholieke Universiteit Leuven
Celestijnenlaan 300B, B-3001 Leuven, Belgium-E-mail: luiz.goncalves@mech.kuleuven.ac.be

Abstract

In a cam-follower system the dynamics of the follower-train mechanism cause an actual motion which deviates from the desired one. This effect can be compensated by taking into account the inverse dynamic model of the follower-train in the design of the cam motion law. By considering a constant cam velocity, the follower-train has linear dynamics. However, due to the varying transmission ratio, and due to other nonlinear effects, the whole drive train is a nonlinear system, and nonlinear procedures should be used to fit a motion law. A theoretical analysis with only the linear feedforward compensation, supported by simulation results, has shown the potential of this approach, at least in the case of simple follower-train dynamics: a considerable reduction of the motion error, and a good robustness with respect to errors in the estimated resonance frequency and damping ratio of the follower-train. Experiments with a small driving servomotor, as expected, show different results, due to the non-constant angular velocity. The observed cam angular velocity ripple can be taken into account, in future experiments, to design a complete nonlinear feedforward motion law.

Keywords

Cams, cam vibration, tuned cams, dynamically compensated cams, feedforward compensation.

1. INTRODUCTION

In a cam-and-follower system the dynamics of the follower-train mechanism cause to the load an actual motion which deviates from the desired one (Figure 1a and b). Several different approaches to deal with this problem with distinctive degrees of accomplishment have been pointed out since the requirements of increasing production started to impose higher velocity's machines (Chen, 1982).

This paper proposes a new approach to handle with this problem based on the idea (usually applied on system's control) that such an effect can be compensated by taking into account the inverse dynamic model of the follower-train in the design of the cam motion law.

To better explain the adopted procedure it can be seen that the desired motion, which the cam could be machined with if there were no dynamic effects, should rather be applied to the inverse transfer-function of the follower-train to generate the compensated cam motion law (Figure 2a). The compensated cam can then drive the follower-train to achieve the original designed and desired load motion (Figure 2b), assumed a constant cam angular velocity.

By considering a constant cam velocity, the follower-train has linear dynamics. However, due to the varying transmission ratio, and due to other nonlinear effects, the whole drive train is a nonlinear system, and nonlinear procedures should be used to fit an ideal motion law.

*LUIZ AUGUSTO MARTIN GONÇALVES is a lecturer at the "Escola de Engenharia de São Carlos - USP", and has his Ph.D. research at the Katholieke Universiteit Leuven (K.U.Leuven) supported by a scholarship from CNPq.

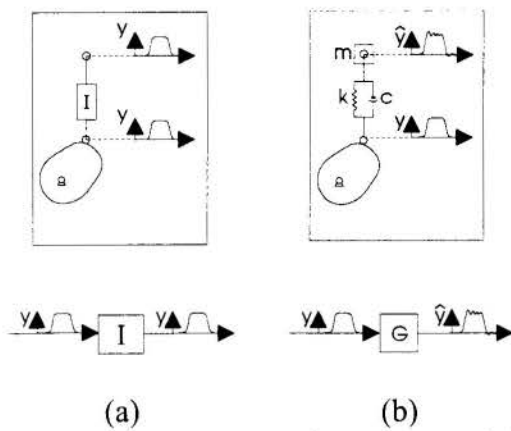


Figure 1 - Follower-train response without dynamic effects (a), and with dynamic effects (b).

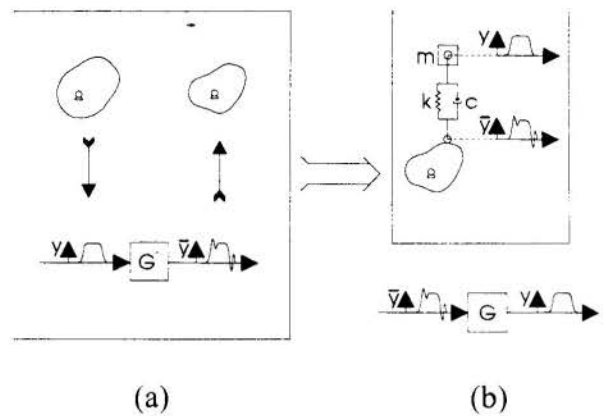


Figure 2: Basic idea of the proposed method (a), and resultant follower-train response (b).

In the present work, to simplify the explanation of the method and to show some robustness aspects of the procedure, the theoretical analysis that follows uses a reduced model, obtained from the systems' nonlinear model by considering the main dynamic effects to be in the follower-train, as if it was in fact a linear one.

The theoretical analysis, supported by simulation results, shows the potential of this new approach, at least in the case of simple follower-train dynamics: a considerable reduction of the motion error, and a good robustness with respect to errors in the estimated resonance frequency and damping ratio of the follower-train mechanism. An initial set of experiments with a small driving servomotor show different results, as expected, mainly due to the lack of power to deliver a constant cam angular velocity. The observed angular velocity ripple can be taken into account, in future experiments, in the design of a complete nonlinear motion law.

2. THEORETICAL ANALYSIS

2.1 Introduction

The sketch at the figure (3) shows an overview of the test set-up where can be seen the driving motor, the cam-and-oscillating-follower system, as well as a flywheel used to backing

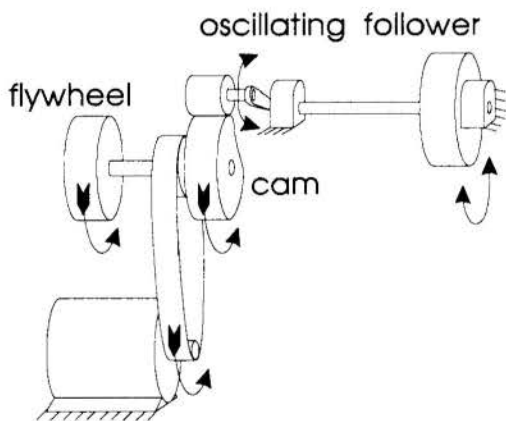


Figure 3: Overview of the test set-up.

the motor to hold established the angular velocity of the system. The figures (4 a) and (4 b) show two different models for the cam-and-follower system. There the parameters related to the rotor of the driving motor get lower index 0, those related to the cam itself get 1, those at the first element of the follower-train (follower) get 2, while that the parameters at the last element of the follower-train (load) get index 3. The only difference is that at the first model, figure (4.a), the input to the system is considered to be a constant torque T_0 delivered by the driving motor to the system, while that at the second model, figure (4.b), the system is

assumed to be driven by a constant angular velocity $\hat{\Theta}_0$.

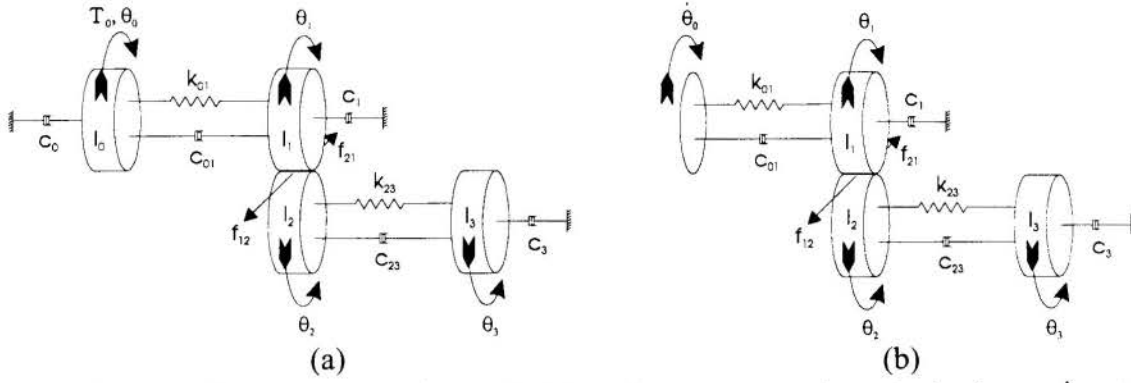


Figure 4: Constant torque input T_0 (a), and constant angular velocity input $\dot{\theta}_0$ (b).

The equations (1) and (2), show the state-space representation for both different models of the system, where the following relations hold:

$$\begin{aligned} \theta_2 &= f(\theta_1) & \Delta\theta_2 &= f'(\theta_1)\Delta\theta_1 \\ \dot{\theta}_2 &= f'(\theta_1)\dot{\theta}_1 & d(\Delta\theta_2)/dt &= f'(\theta_1)d(\Delta\theta_1)/dt \\ \ddot{\theta}_2 &= f'(\theta_1)\ddot{\theta}_1 + f''(\theta_1)\dot{\theta}_1^2 & d^2(\Delta\theta_2)/dt^2 &= f'(\theta_1)d^2(\Delta\theta_1)/dt^2 \end{aligned}$$

In these relations f represents the kinematic function that relates the follower (element 2) to the cam profile (element 1), or the cam motion law itself. Also at the equations (1) and (2) holds the relations $\{I_{1e} = I_1 + I_2[f'(\theta_1)]^2\}$, the equivalent inertia for the elements 1 and 2, and $\{W = (m_1e_1 \sin\theta_1 + m_2e_2 f' \sin f)g\}$, the gravitational effects on the same elements 1 and 2.

• Constant Torque Input (figure 4.a):

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_{01}}{I_0} & -\frac{c_{01}}{I_0} & \frac{k_{01}}{I_1} & \frac{c_{01}}{I_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{k_{01}}{I_{1e}} & \frac{c_{01}}{I_{1e}} & -\frac{k_{23}}{I_{1e}} & -\frac{c_{23} + c_1 + c_{21}f'^2}{I_{1e}} & \frac{k_{23}f'}{I_{1e}} & \frac{c_{23}f'}{I_{1e}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c_{23}f'}{I_3} & -\frac{k_{23}}{I_3} & -\frac{c_{23} + c_1}{I_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_0^2 + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{T_0}{I_0} \\ 0 \\ -\frac{k_{23}f'' + W}{I_{1e}} \\ 0 \\ \frac{k_{23}f'}{I_3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

• Constant Angular Velocity Input (figure 4.b):

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_{01}}{I_{1e}} & -\frac{k_{01}}{I_{1e}} & -\frac{c_{01} + c_1 + c_{21}f'^2}{I_{1e}} & \frac{k_{23}f'}{I_{1e}} & \frac{c_{23}f'}{I_{1e}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c_{23}f'}{I_3} & -\frac{k_{23}}{I_3} & -\frac{c_{23} + c_1}{I_3} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{k_{23}f'' + W}{I_{1e}} \\ 0 \\ \frac{k_{23}f'}{I_3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

2.2 Reduced model

As the main dynamic effects to the system are at the follower-train, due to its relatively

greater flexibility, and to easily explain the proposed procedure to generate the dynamically

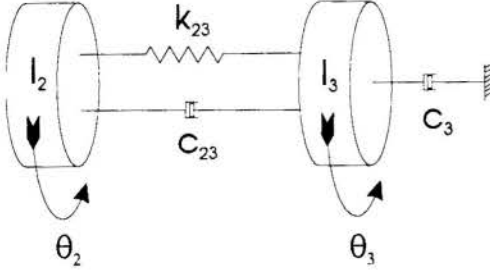


Figure 5: Reduced model with only follower-train dynamics.

compensated cam motion law, it will be used here a reduced model for the cam-and-follower system. This reduced model, where it will be considered only the main dynamic effects related to the follower-train, is then depicted at the figure (5), with the relation between output and input given into the equation (3). This relation (equation (3)) can still be reduced to that one in the equation (4) by considering that the damping effect from the bar linking the two inertias is very small (value expected

to be about 0.01%) in comparison with that one to the bearings at inertia 3 (load).

$$\Theta_3(s) = \frac{\frac{c_{23}}{k_{23}}s + 1}{\frac{I_3}{k_{23}}s^2 + \frac{c_3}{k_{23}}s + 1} \cdot \Theta_2(s) \quad (3) \Rightarrow \Theta_3(s) = \frac{1}{\frac{I_3}{k_{23}}s^2 + \frac{c_3}{k_{23}}s + 1} \cdot \Theta_2(s) \quad (4)$$

As Θ_2 represents the motion imparted by the cam to the follower, it can be considered in this reduced model to represent the original cam motion law, that will produce a motion Θ_3 to the load affected by the follower-train dynamics, as shown by the equation (4). If it is now considered a new $\bar{\Theta}_2$ that results from the application of the inverse transfer-function G^{-1} of the follower-train to the original Θ_2 , as presented in the equation (5), it will produce a new $\bar{\Theta}_3$ that is exactly the same as the original Θ_2 . The equation (6) presents this last relation.

$$\bar{\Theta}_2 = G^{-1} \cdot \Theta_2 \quad (5) \Rightarrow \bar{\Theta}_3 = G \cdot (\bar{\Theta}_2) = G \cdot (G^{-1} \cdot \Theta_2) = \Theta_2 \quad (6)$$

2.3 Robustness verification

To verify the robustness issues of this approach with respect to errors in the estimated damping ratio and natural frequency, as well as to running the system at velocities other than the nominal, let the parameters $\bar{\zeta}$, $\bar{\omega}$, and $\bar{\omega}_n$ represent the real values for the damping ratio, the angular velocity, and the natural frequency. In practice, they can differ from the estimated ones ζ , ω , and ω_n , which were applied to adjust the new motion law, and can be related by the following set of conditions: $\{\bar{\zeta} = \alpha \cdot \zeta, \bar{\omega} = (1/\beta) \cdot \omega, \bar{\omega}_n = \chi \cdot \omega_n\}$. It can be seen that if there are no differences between the real and the estimated parameters, what is equivalent to set $\alpha = \beta = \chi = 1$ into the above relations, the resulting motion $\bar{\Theta}_3$ in the equation (7) is exactly the same as Θ_2 .

$$\bar{\Theta}_3 = \bar{G} \cdot (G^{-1} \cdot \Theta_2) = \frac{(\bar{\omega}_n^2 - \bar{\omega}^2) + 2\bar{\zeta}\bar{\omega}\bar{\omega}_n i}{\left(\frac{\bar{\omega}_n^2}{\omega_n^2} - \frac{\bar{\omega}^2}{\omega^2}\right) + 2\bar{\zeta}\bar{\omega}\bar{\omega}_n i} \cdot \Theta_2 \quad (7)$$

Now, by using the mathematical relation from the equation (8) into the equation (7), it can be easily deduced the equations (9), (10), (11), and (12), that allow to verify the features about the mentioned robustnesses.

$$\frac{a + bi}{A + Bi} = \left(\frac{Aa + Bb}{A^2 + B^2} \right) + \left(\frac{Ab - Ba}{A^2 + B^2} \right) \cdot i \quad (8)$$

$$\left(\bar{\Theta}_3 \right)_{\zeta, \omega, \omega_n} = \left(\frac{[(\omega^2 - \omega_n^2)(\omega^2 - \omega_n^2 \beta^2 \chi^2) + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \alpha \beta \chi] \beta^2 \chi^2}{(\omega^2 - \omega_n^2 \beta^2 \chi^2)^2 (2\zeta\omega\omega_n)^2 (\alpha \beta \chi)^2} + \frac{\{2\zeta\omega\omega_n [(\omega^2 - \omega_n^2)(\alpha \beta \chi - 1) + \omega_n^2 (\beta^2 \chi^2 - 1)]\} \beta^2 \chi^2}{(\omega^2 - \omega_n^2 \beta^2 \chi^2)^2 (2\zeta\omega\omega_n)^2 (\alpha \beta \chi)^2} \cdot i \right) \Theta_2 \quad (9)$$

In order to deduce the equations (10), (11), and (12), it can be used the general equation (9), but now with only one parameter varying at once, that results in the equations (10), (11), and (12), each for each one of the parameters. After doing that, the attribution of numerical values to both the estimated and the real parameters make it easy to see the influence of the misestimation of the parameters values in the behavior of the system.

- **Robustness with respect to the damping ratio**

$$\left(\bar{\Theta}_3 \right)_{\zeta} = \bar{G}_{\zeta} \cdot (G^{-1} \cdot \Theta_2) = \left((\omega_n^2 - \omega^2) + 2\zeta\omega\omega_n \cdot i / (\omega_n^2 - \omega^2) + 2\zeta\alpha\omega\omega_n \cdot i \right) \cdot \Theta_2$$

By applying the relation of the equation (8) it results:

$$\left(\bar{\Theta}_3 \right)_{\zeta} = \left(\frac{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \alpha}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \alpha^2} + \frac{2\zeta\omega\omega_n (\omega^2 - \omega_n^2) (\alpha - 1)}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \alpha^2} \cdot i \right) \Theta_2 \quad (10)$$

- **Robustness with respect to the angular velocity**

$$\left(\bar{\Theta}_3 \right)_{\omega} = \bar{G}_{\omega} \cdot (G^{-1} \cdot \Theta_2) = \left((\omega_n^2 - \omega^2) + 2\zeta\omega\omega_n \cdot i / (\omega_n^2 - (\omega/\beta)^2) + 2\zeta(\omega/\beta)\omega_n \cdot i \right) \cdot \Theta_2$$

By applying the relation of the equation (8) it results:

$$\left(\bar{\Theta}_3 \right)_{\omega} = \left(\frac{[(\omega^2 - \omega_n^2)(\omega^2 - \omega_n^2 \beta^2) + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \beta] \beta^2}{(\omega^2 - \omega_n^2 \beta^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \beta^2} + \frac{[2\zeta\omega\omega_n (\omega^2 + \omega_n^2 \beta) (\beta - 1)] \beta^2}{(\omega^2 - \omega_n^2 \beta^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \beta^2} \cdot i \right) \cdot \Theta_2 \quad (11)$$

- **Robustness with respect to the natural frequency**

$$\left(\bar{\Theta}_3 \right)_{\omega_n} = \bar{G}_{\omega_n} \cdot (G^{-1} \cdot \Theta_2) = \left(-(\omega_n^2 - \omega^2) + 2\zeta\omega\omega_n \cdot i / ((\omega_n \cdot \chi)^2 - \omega^2) + 2\zeta\omega\omega_n \chi \cdot i \right) \cdot \Theta_2$$

By applying the relation of the equation (8) it results:

$$\left(\bar{\Theta}_3 \right)_{\omega_n} = \left(\frac{[(\omega^2 - \omega_n^2)(\omega^2 - \omega_n^2 \chi^2) + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \chi] \chi^2}{(\omega^2 - \omega_n^2 \chi^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \chi^2} + \frac{[2\zeta\omega\omega_n (\omega^2 + \omega_n^2 \chi) (\chi - 1)] \chi^2}{(\omega^2 - \omega_n^2 \chi^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \chi^2} \cdot i \right) \cdot \Theta_2 \quad (12)$$

The figures (6) and (7), magnitude and phase of the transfer-functions in the equations (10), (11) and (12), show the effects caused by errors in (a) the damping ratio, (b) the angular velocity, and (c) the natural frequency, based on the estimated values $\omega = 3\text{Hz}$ and $\omega_n = 15\text{Hz}$.

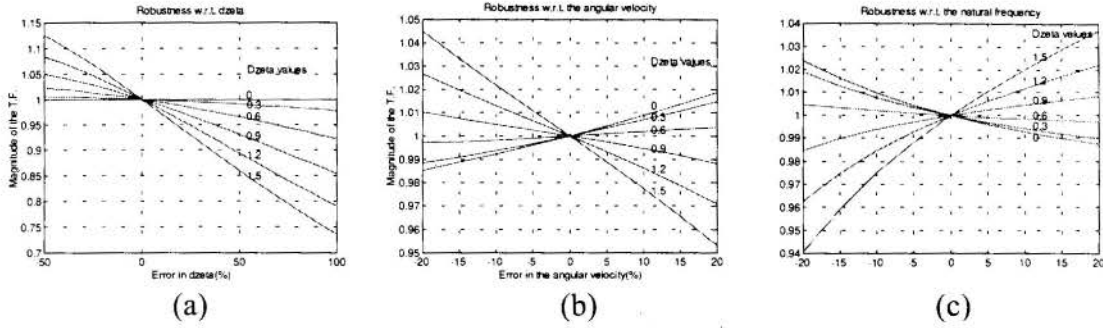


Figure 6: Magnitude of the transfer-function to verify the robustness issues

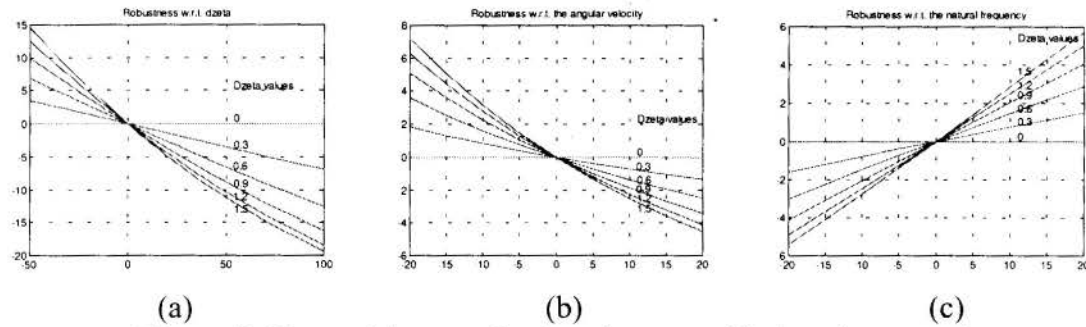


Figure 7: Phase of the transfer-function to verify the robustness issues

Figures (6) and (7), with deviations from -50% to $+100\%$ in the Dzeta value and of $\pm 20\%$ in both angular velocity and natural frequency, show the robustness of the present approach. Results are even better for the smaller values of Dzeta. In addition, the equations (11) and (12) present the same relation between $\bar{\Theta}_3$ and Θ_2 and, as $\bar{\omega} = (1/\beta)\omega$ and $\bar{\omega}_n = \chi\omega_n$, it turns out that the robustness issues concerning the angular velocity or the natural frequency are exactly the same. Equal conclusion comes out from the equation (13), that shows the influence of simultaneous changes in the angular velocity and natural frequency.

$$\left(\bar{\Theta}_3\right)_{\omega, \omega_n} = \left(\frac{\left[(\omega^2 - \omega_n^2)(\omega^2 - \omega_n^2\beta^2\chi^2) + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \beta\chi \right] \beta^2\chi^2}{(\omega^2 - \omega_n^2\beta^2\chi^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \beta^2\chi^2} + \frac{\left[2\zeta\omega\omega_n(\omega^2 + \omega_n^2\beta\chi)(\beta\chi - 1) \right] \beta^2\chi^2}{(\omega^2 - \omega_n^2\beta^2\chi^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2 \cdot \beta^2\chi^2} \cdot i \right) \cdot \Theta_2 \quad (13)$$

The equation (13) also shows that a change in the natural frequency can compensate the same variation in the angular velocity, as the product $(\beta\chi) = 1$ makes the amplitude of the response equal to 1, and the phase equal to zero. Conversely, equal result hold to a change in the angular velocity, that exactly compensates a similar change in the natural frequency.

3. SIMULATION RESULTS

3.1 Introduction

The simulations were performed by using the *SIMULINK model analysis and construction functions* (SIMULINK, 1994), that works under the *MATLAB package* (MATLAB, 1994).

To complete the model (section 2.1) to perform the simulations and the experimentation it was designed a cam based on the *limited harmonic motion law*. The reason for that and some results and discussions derived from simulations with the reduced (linear) and the nonlinear models with linear feedforward compensation are presented in the next sections.

3.2 Limited harmonic motion law

As any motion law of a cam can be represented by an infinite Fourier series, a truncated or limited harmonic motion law (DE FRAINE, 1995) has been chosen to the cam profile under study. The main aim of the limited harmonic motion law is to avoid exciting the natural frequency of the driven machine or component, by skipping those harmonics which could coincide with the resonance frequency, but it also allows, rather than the usual conjugated partial trajectories motion laws, a global rigid body optimisation.

In this case, however, this choice was otherwise to have one of the harmonics just striking the natural frequency of the follower train, in order to stress the problem to be solved. Hence, for a 3 Hz steady-state angular velocity to the cam mechanism, the limited harmonic motion law has the 5th harmonic just equal to the 15 Hz natural frequency of the follower-train.

3.3 Linear and nonlinear model simulation with linear feedforward compensation

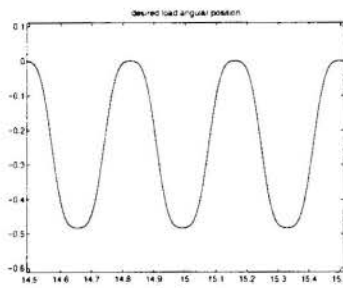
A linear model makes it possible to obtain an exact inverse transfer-function for the system dynamics and then a simulation with the reduced model, with a good parameter estimation, has to produce good results. Figures (6) and (7) also illustrate this, with the magnitudes and phases close to one and zero for small errors. As with a nonlinear model there does not exist an inverse dynamic model, in this step the simulations are performed by "feedforwarding" into the original cam motion law the inverse dynamic model only from the (linear) follower train dynamics, and not that one from the whole system. To compensate the entire system dynamics nonlinear procedures have to be used, but this is beyond the scope of the present article, in which to keep the simplicity is important to better illustrate the proposed approach.

The results of the simulation of the whole system with only the follower dynamics compensation, presented at the figure (9 a), show a great improvement for the load motion in relation to the nominal (without compensation) one (figure (8 b)), when imposed a constant cam angular velocity. By simulating a small servomotor with not enough power to keep constant the cam angular velocity, it gives rise to a velocity ripple (figure (9 b)) that prevents the system to properly perform the compensation.

4. EXPERIMENTAL VERIFICATION

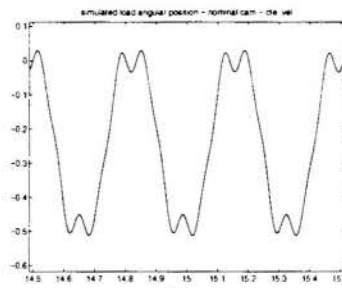
Earlier experiments with a small driving servomotor show results that resemble those from the simulation with a small motor, as expected, mainly due to the lack of power to deliver a constant cam angular velocity. The observed angular velocity ripple (figure (9 c)) resembles that one resulting from the simulation in similar conditions (figure (9 b)). It means that the linear feedforward motion law can only produce good results when the cam angular velocity has not much ripple. This can be seen by comparing the simulated load angular position obtained with a more stable cam angular velocity (figure (9 a)) with the desired load angular position (figure (8 a)).

For the next set of experiments it will be evaluated the possibilities for stabilizing the cam angular velocity. It will also be compared with the results that can be obtained by applying a complete nonlinear compensation, that leads to the nonlinear feedforward cam motion law.



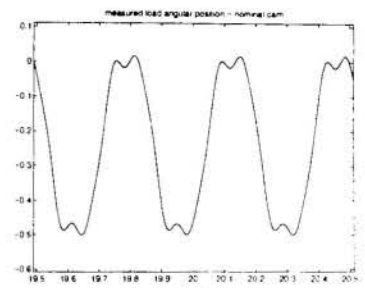
(a)

Figure 8: (a) desired load angular position



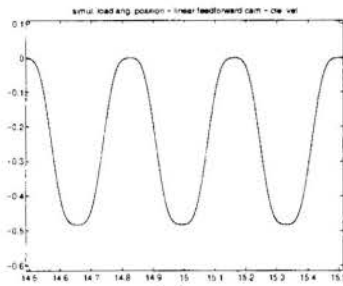
(b)

(b) simulated load angular position - nominal cam - const. vel.



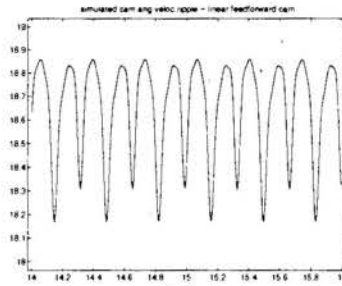
(c)

(c) measured load angular position - nominal cam



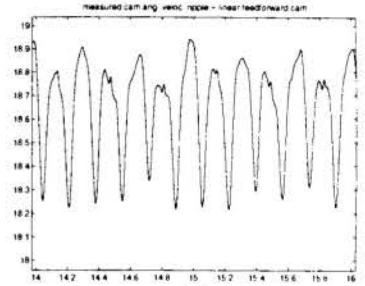
(a)

Figure 9: (a) simulated load angular position - linear feedforward cam - const. vel.



(b)

(b) simulated cam angular velocity ripple - linear feedforward cam



(c)

(c) measured cam angular velocity ripple - linear feedforward cam

5. CONCLUSIONS

To have good results with the linear feedforward cam the angular velocity ripple has to be decreased somehow. To achieve this either a bigger servomotor, or a bigger flywheel, or even other techniques like torque compensation (Nishioka, 1995) have to be used. The observed angular velocity ripple might also be taken into account, in future experiments, in the design of a complete nonlinear motion law. As stated before, nonlinear procedures have then to be applied, once that taking into account the dynamics of the driving system plus the follower-train dynamics makes the whole system nonlinear, and then does not exist anymore an inverse transfer-function.

6. REFERENCES

- CHEN, F.Y., *Mechanisms and Design of Cam Mechanisms*, Pergamon Press Inc., USA, 1982.
- DE FRAINE, J., Anti Vibrations Cam Motion Laws, *Proc. of the 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, IFToMM*, Vol.1, pp.748-750, Milan, Italy, Aug.29-Sept.02, 1995.
- MATLAB, version 4.2a, The MathWorks, Inc., 1994.
- NISHIOKA, M., State of the art of Torque Compensation Cam Mechanisms, *Proc. of the 9th World Congress on the Theory of Mach. & Mech.*, Vol.1, pp.713-717, Milan, Italy, 1995.
- SIMULINK model analysis and construction functions, version 1.3c, The MathWorks, Inc., 1994.



PAPER CODE: COB639

**MODELAGEM AUTOMÁTICA DE SISTEMAS DINÂMICOS VIA
GRAFOS DE SISTEMAS E PROCEDIMENTO SISTEMÁTICO /
AUTOMATIC MODELLING OF DYNAMIC SYSTEMS USING LINEAR GRAPH AND
A SYSTEMATIC PROCEDURE FOR STATE SPACE EQUATIONING**

JOÃO BOSCO GONÇALVES & ALBERTO ADADE FILHO

*Divisão de Engenharia Mecânica-Aeronáutica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA
CEP 12228-900 São José dos Campos SP, Brasil – E-mail: adade@mec.ita.cta.br*

Abstract

This paper discusses an approach to automating mathematical modelling of lumped parameters dynamic systems, utilizing linear graphs as system representation, and a systematic procedure for obtaining the equations. It is presented the main characteristics of the associated developed software (acronym MASD) for automatic state space modelling in symbolic form. An application example, an hydraulic system, is presented in order to clarify, more specifically, some characteristics of MASD. A special motivation for this development is its application as an aid for teaching in the dynamic systems area.

Keywords

modelagem de sistemas/system modelling, grafos de sistemas/linear graphs, manipulação simbólica/symbolic manipulation, procedimento sistemático/systematic procedure

1. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática de um sistema dinâmico é parte essencial do processo de análise uma vez que permite ao engenheiro efetuar estudos preditivos, otimizações e análises qualitativas em geral. A automatização desse processo possibilita maior confiabilidade nos modelos, diminuição do tempo na sua obtenção e maior eficiência no processo de análise como um todo.

A representação por Grafos de Sistemas (Shearer *et al.*, 1969) associada a um procedimento sistemático para obtenção de modelo matemático no espaço de estados é uma alternativa interessante para uma automatização do processo de modelagem matemática, pois permite que sistemas dinâmicos a parâmetros concentrados sejam representados em uma forma compacta e generalizada, que o processo de modelagem matemática seja abordado aplicando-se relações matriciais, além de possibilitar a definição de um vetor de estados mínimo, ou seja, não redundante.

Nessa abordagem um conjunto de ramos conectados, representando os elementos do sistema (ou seu modelo físico), são interligados na forma de grafo. A generalização das chamadas leis de Kirchhoff, aplicadas a circuitos elétricos, é utilizada para impor ao grafo do sistema as restrições de fluxo (Leis dos Nós) e de potencial (Leis das Malhas). Acrescentando-se as relações constitutivas ou equações dos elementos pode-se, então,

escrever as equações dinâmicas (modelagem matemática) associadas a um determinado sistema.

Esta forma de representação (grafo de sistema) associada a um procedimento sistemático para definir variáveis de estado e extrair do grafo relações de restrição, permitem a dedução de uma formulação matricial geral para obtenção do modelo matemático do sistema no espaço de estados; o processo se apresenta propício para automatização explorando-se os modernos recursos computacionais especialmente no que concerne a processamento simbólico. Esses elementos estabelecem a base para o desenvolvimento do logicial descrito neste trabalho.

MASD (Modelagem Automática de Sistemas Dinâmicos), o programa computacional desenvolvido para a modelagem automática de sistemas dinâmicos, utiliza a abordagem descrita acima, impondo-se o seguinte escopo:

- (1) sistemas não lineares, invariantes no tempo, contendo elementos a dois terminais, do tipo RLC (Resistência-Indutância-Capacitância) generalizados;
- (2) sistemas lineares, contendo elementos a dois terminais, do tipo RLC generalizados, indutâncias mútuas e a quatro terminais, do tipo transformador generalizado, admitindo-se ainda que o sistema possa ser variante no tempo.

Em ambos os casos admite-se a presença de fontes independentes.

As equações dinâmicas obtidas para um determinado sistema são explicitadas na forma simbólica e no espaço de estados. Utiliza-se a Analogia de Mobilidade (Firestone, 1933) entre os circuitos elétricos e as demais classes de sistemas físicos, sejam mecânicos, térmicos e/ou fluidos, para tratar-se elementos generalizados.

MASD destaca-se de congêneres ao utilizar ferramentas computacionais modernas, especialmente *software* de manipulação simbólica para a automatização do processo de modelagem e explicitação de modelos analíticos. A base teórica inserida no programa inclui a obtenção de modelos de sistemas dinâmicos contendo elementos generalizados a quatro terminais, do tipo transformador, estendendo os resultados deduzidos em (Kuh e Roher, 1965) e em (Adade F^o, 1992). Desenvolveu-se, também, algoritmos computacionais específicos para resolver as questões relativas à obtenção da *árvore normal* e da matriz de *malhas fundamentais*, entre outros, pertinentes à automatização do processo de modelagem.

Neste trabalho descreve-se sucintamente as principais características do processo de modelagem simbólica, implementado pelo programa MASD; apresenta-se, também, um exemplo de aplicação.

2. AUTOMATIZAÇÃO DO PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 Aspectos gerais do processo de modelagem

A representação de sistemas dinâmicos por meio de grafos de sistemas associado a um especial procedimento sistemático permitem obter modelos simbólicos no espaço de estados na forma padrão:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)) \quad (1)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (2)$$

As equações (1) e (2) referem-se a sistemas não-lineares e lineares, respectivamente. As informações necessárias para a formulação das equações dinâmicas são provenientes das restrições topológicas contidas no grafo orientado do sistema, expressas em termos das matrizes de malhas fundamentais e de conjuntos de cortes fundamentais que encerram em si as leis de Kirchhoff aplicadas generalizadamente, e das características físicas dos elementos idealizados.

Tendo-se o grafo orientado do sistema, o procedimento sistemático utilizado consiste na realização dos seguintes passos:

- (1) definir uma *árvore normal*;
- (2) designar como *variáveis de estados* as variáveis: “entre” ou “através” integradas dos elementos tipo-E (capacitâncias generalizadas) inseridos na *árvore normal*; “através” ou “entre” integradas dos elementos tipo-A (indutâncias generalizadas) inseridos na *co-árvore*;
- (3) expressar as variáveis dos ramos que representam os elementos tipo-D (resistências generalizadas), os elementos tipo-E e tipo-A que não contribuem com uma *variável de estado*, bem como os pórticos de energia do transformador generalizado, em termos das *variáveis de estado*, aplicando-se a *lei das malhas* às malhas fundamentais e a *lei dos nós* aos conjuntos de cortes fundamentais, constituídos por esses ramos;
- (4) aplicar a *lei das malhas* às malhas fundamentais e a *lei dos nós* aos conjuntos de cortes fundamentais para os ramos que representam os elementos tipo-E e tipo-A, que contribuem com uma *variável de estado*.

A *árvore normal* contém todos os nós conectados, porém nenhuma malha, sendo escolhida obedecendo-se a seguinte ordem:

- (1) todas as fontes de variáveis “entre”;
- (2) tantos ramos, representando os elementos tipo-E, quanto possível;
- (3) tantos ramos, representando os elementos tipo-D, quanto possível;
- (4) tantos ramos, representando os elementos tipo-A, quanto possível. Os ramos restantes serão incluídos em um grafo complementar, denominado *co-árvore*.

Este procedimento garante uma escolha não redundante de variáveis de estado para o sistema bem como a manipulação eficiente das equações de restrições nas variáveis “entre” e “através” dos elementos do grafo.

Analisando-se o processo de modelagem matemática em questão, conclui-se que a sua automatização requer: a dedução de um modelo dinâmico generalizado no espaço de estados a partir da aplicação do procedimento sistemático ao grafo do sistema; o desenvolvimento de uma interface com o usuário para definição do sistema; o desenvolvimento de algoritmos computacionais para a seleção da *árvore normal*, para obtenção da matriz de malhas fundamentais, entre outros de menor monta. Face a extensão necessária para deduzir e apresentar todo o aspecto formal relativo à automatização do processo, dar-se-á ênfase apenas à discussão do algoritmo desenvolvido para obtenção da *árvore normal*. Na seção 3 é apresentado um exemplo de aplicação utilizando-se o programa MASD, que deve propiciar uma melhor avaliação do processo e dos recursos que o programa disponibiliza. Maiores detalhes de cunho teórico-computacional podem ser encontrados em (Gonçalves, 1995).

2.2 Sobre a obtenção da árvore normal

O estabelecimento e programação de um algoritmo para a definição da árvore normal é etapa fundamental na automatização do processo de modelagem. A determinação sistemática da árvore normal e de sua respectiva co-árvore tem como base de informação a *matriz de incidência*, cujas linhas representam os nós do grafo, as colunas os ramos e, como elementos, 1, -1 ou 0 definindo, assim, quando um referido ramo está conectado ou não a um determinado nó, bem como o sentido da variável “através” atribuída para o ramo em questão. O algoritmo implementado baseia-se em algoritmo apresentado em (Rich, 1983) e consiste dos seguintes passos:

- (1) começar a busca pelo nó inicial do ramo correspondente à primeira coluna da matriz de incidência, denominá-lo de “bestnod”, atribuindo-lhe peso $f^* = 0$;
- (2) gerar todos os nós sucessores de “bestnod”, atribuindo a cada sucessor gerado um valor adequado de f^* (f^* varia de 0 a 6, identificando o “bestnod” e os diferentes tipos de elementos concentrados); inserir o “bestnod” na lista fechada (lista que conterà todos os nós cujos sucessores já foram gerados) e seus respectivos sucessores na lista aberta (que conterà todos os nós cujos sucessores ainda não foram gerados);
- (3) verificar se houve repetição entre os nós inseridos na lista aberta; se positivo, comparar os valores de f^* entre os nós repetidos, chamar o ramo que possuir o nó com maior valor de f^* de elo e inserir o respectivo nó na lista fechada; caso os ramos sejam do mesmo tipo (quer dizer, os nós possuírem o mesmo valor de f^*) chamar de elo o ramo que pertencer ao nó corrente; prosseguir selecionando na lista aberta o nó que possuir o menor valor de f^* , que passa a ser “bestnod”; se mais de um nó, da lista aberta, possuir o mesmo valor de f^* , designar como “bestnod” o nó de nível mais alto;
- (4) retornar ao passo (2) até que todos os ramos do grafo tenham sido pesquisados.

Vários outros algoritmos foram desenvolvidos e implementados com o intuito de resolver toda a problemática de modelagem automática via grafo de sistemas. Uma discussão mais detalhada desses algoritmos pode ser encontrada em (Gonçalves, 1995) assim como um capítulo especialmente dedicado à validação e avaliação da eficiência do programa MASD e, por consequência, dos algoritmos desenvolvidos. Na seqüência vai-se apresentar os resultados obtidos para um exemplo de aplicação.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA UTILIZANDO-SE O PROGRAMA MASD

Considere-se o sistema hidráulico (Wellstead, 1979), figura 1, e seu respectivo grafo orientado, mostrado na figura 2.

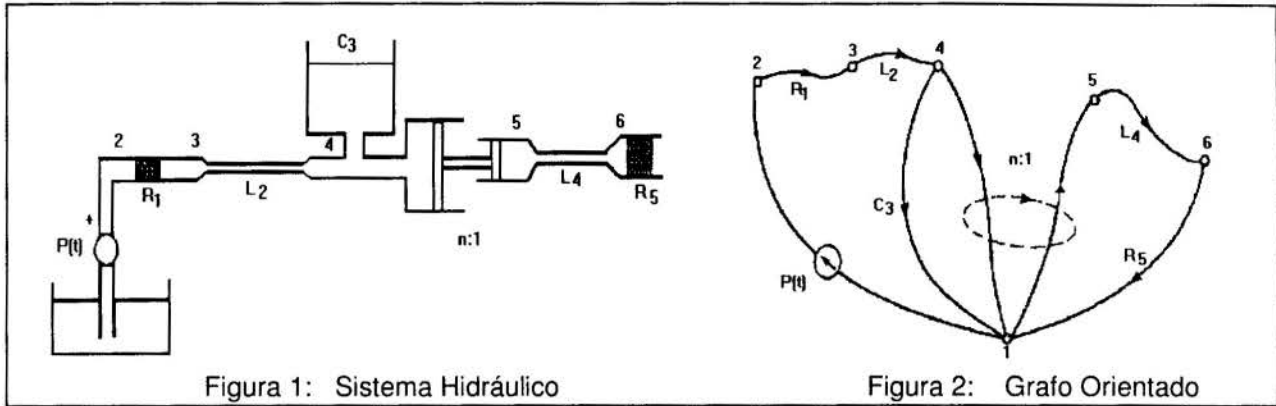


Figura 1: Sistema Hidráulico

Figura 2: Grafo Orientado

Para os elementos concentrados deste sistema, considere-se:

$$\begin{aligned}
 P(t) &= 1.0 \text{ [N/m}^2\text{]}; & C_{f3} &= 4.0 \text{ [m}^5\text{/Ns]}; & L_{f2} &= 0.8 \text{ [Ns}^2\text{/m}^5\text{]}; \\
 L_{f4} &= 1.2 \text{ [Ns}^2\text{/m}^5\text{]}; & R_{f1} &= 0.6 \text{ [Ns/m}^5\text{]}; & R_{f5} &= 0.8 \text{ [Ns/m}^5\text{]}; \\
 n &= 2.
 \end{aligned}$$

O programa MASD, após a entrada requisitada dos dados definindo o sistema, atribui uma nomenclatura específica de acordo com cada tipo de elemento (Cg, Bg, kg para capacitância, resistência e indutância generalizadas; Fe e Fa para as fontes de variáveis “entre” e “através”, Te e Ta para os pórticos de energia do transformador inseridos na árvore normal e na co-árvore, respectivamente), assim como um índice numérico identificando cada elemento. As informações apresentadas a seguir, geradas pelo programa MASD, mostram os elementos indexados e distribuídos em termos da árvore normal e de sua respectiva co-árvore,

Ramos de Árvore

elemento	nó inicial	nó final	magnitude
Te1	1	5	2
Fe1	2	1	1
Cg1	4	1	4
Bg1	2	3	0.6
Bg2	6	1	0.8

Elos (Ramos da co-árvore)

elemento	nó inicial	nó final	magnitude
Kg1	3	4	0.8
Kg2	5	6	1.2
Ta1	4	1	2

Escolhendo-se como o conjunto de variáveis de estados a variável “através” integrada (no caso, volume no reservatório) associado à capacitância fluida Cg_1 e as variáveis “entre” integradas (no caso, momento de pressão) nas inertâncias fluidas kg_1 e kg_2 , respectivamente, o vetor de estados conforme representado, correspondentemente, pelo programa MASD é:

$$x(t) = \{ \{qc[1][t]\}, \{fi[1][t]\}, \{fi[2][t]\} \} \tag{3}$$

O vetor de excitação assumido pelo programa, a partir das fontes externas para o sistema e perante o formalismo matricial adotado, é dado por:

$$u(t) = \{ \{Fe1\}, \{0\} \} \tag{4}$$

Os elementos (i,j) da matriz A(t) do sistema, conforme determinados pelo programa MASD são:

$$\begin{aligned}
 a[1,1] &= 0; & a[1,2] &= Kg1^{(-1)}; & a[1,3] &= -(1/(Kg2*n1)); \\
 a[2,1] &= -Cg1^{(-1)}; & a[2,2] &= -(Bg1/Kg1); & a[2,3] &= 0;
 \end{aligned}$$

$$a[3,1] = 1/(Cg1 \cdot n1); \quad a[3,2] = 0; \quad a[3,3] = -(Bg2/Kg2).$$

Os elementos (i,j) da matriz B(t), conforme obtidos pelo programa MASD são:

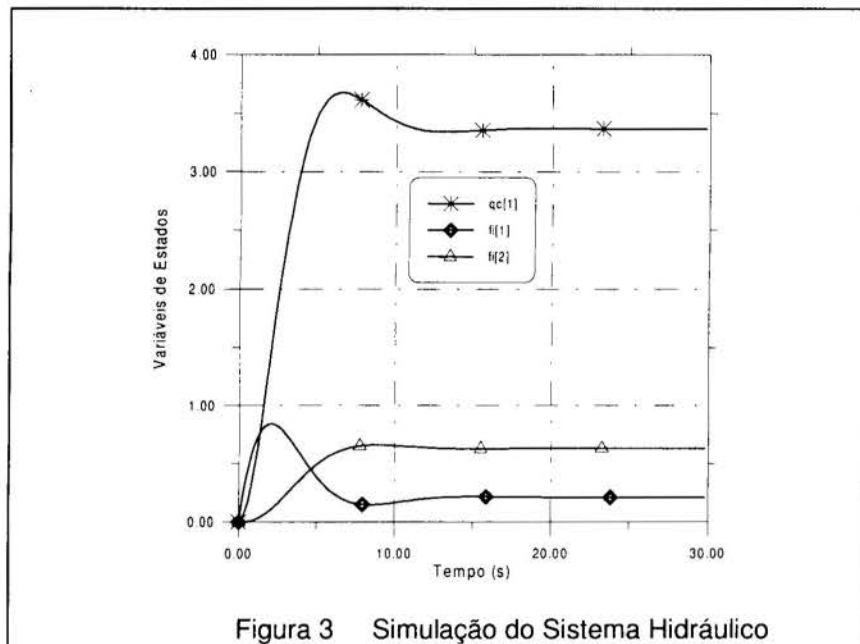
$$b[1,1] = 0, \quad b[1,2] = 0, \quad b[2,1] = 1, \quad b[2,2] = 0, \quad b[3,1] = 0, \quad b[3,2] = 1.$$

Portanto, o modelo obtido fica,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1/L_2 & -1/n \cdot L_4 \\ -1/C_3 & -R_1/L_2 & 0 \\ 1/n \cdot C_3 & 0 & -R_5/L_4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} [P(t)] \quad (5)$$

onde o vetor de variáveis de estado é $x(t) = [q_{C3} \quad \phi_{L2} \quad \phi_{L4}]'$, no qual q denota volume e ϕ denota integral da pressão.

A simulação do sistema (no caso, considerando-se condições iniciais nulas) completa as informações geradas pelo programa, como mostra a figura 3.



4. CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS FINAIS

No desenvolvimento do programa MASD procurou-se assumir hipóteses que impusessem a menor restrição possível ao sistema dinâmico, de modo a generalizar a sua utilização e assim capacitá-lo a tratar casos práticos de engenharia. A entrada de dados é relativa ao grafo orientado do sistema e às características dos elementos concentrados, sendo feita através de interface específica, basicamente através de perguntas e respostas. Os algoritmos referentes à entrada de dados, escolha da *árvore normal*, determinação da *matriz de malhas fundamentais* e todos os outros, ditos intermediários, estão escritos em comandos da linguagem Turbo Pascal V.5.5, e o programa para a modelagem simbólica está escrito em comandos do *software* "Mathematica for Windows®" V.2.1.

A problemática em definir, computacionalmente, a *árvore normal* e a *matriz de malhas fundamentais* foi resolvida utilizando-se uma técnica de pesquisa em árvore, fornecendo suporte ao

desenvolvimento de algoritmos cujas finalidades específicas estão baseadas no procedimento sistemático e na definição de malhas fundamentais, respectivamente.

Em (Gonçalves, 1995) evidencia-se que um modelo dinâmico generalizado literal pode ser diretamente deduzido quando apenas elementos a dois terminais são considerados. A inclusão de elementos a quatro terminais dificulta esta dedução. Tal restrição é de natureza topológica, imposta pelas características desses elementos bem como pelo procedimento sistemático para a escolha da árvore normal.

Modelos dinâmicos em forma simbólica e no espaço de estados constituem um importante resultado, permitindo ao analista ter uma visão qualitativa do sistema, assim como propiciam que modelos alternativos sejam derivados para múltiplas finalidades. Assim, recursos que facilitem a obtenção de modelos confiáveis tornam-se de grande valia à engenharia. Pelas suas características, programas como MASD também podem ser utilizados como suporte ao ensino na área de sistemas dinâmicos.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adade F^O, A. *Análise de Sistemas Dinâmicos*, CTA-ITA-IEMP, São José dos Campos-SP, 1992.
- Firestone, F. A. A New Analogy Between Mechanical and Electrical Systems. *Journal of the Acoustical Society*, p. 249-67, Jan. 1933.
- Gonçalves, J. B. *Modelagem Automática e Simulação de Sistemas Dinâmicos a Parâmetros Concentrados*. Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA-IEM, 1995.
- Kuh, E. S. & Rohrer, R. A. The State-Variable Approach to Network Analysis. *Proceedings of the IEEE*, p. 672-86, July 1965.
- Rich, E. *Artificial Intelligence*. 3rd ed, Mc Graw Hill Book Company, Singapore, 1983.
- Shearer, J. L. et al. *Introduction to System Dynamics*, Addison-Wesley, New Jersey, 1969.
- Wellstead, P. E. *Introduction to Physical System Modelling*, Academic Press, New York, 1979.



PAPER CODE: COB658

**ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS ELASTO-PLÁSTICAS.
UM MODELO ATRAVÉS DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO / DYNAMIC
ANALYSIS OF ELASTIC-PLASTIC BEAMS. A BOND GRAPH APPROACH**

FERNANDO RIBEIRO DA SILVA
Instituto Militar de Engenharia
E-Mail: d4fernan@epq.ime.eb.br

MAURO SPERANZA NETO
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
E-Mail: msn@mec.puc-rio.br

Abstract

In this work we show that using the physical models with lumped parameters representing the basic structural elements, we can obtain the mathematical models of the system where the effects of storage and dissipation of energy must be considered. We consider for the model the effects of the dynamic plasticity for which the modeling process depends on the plasticity mechanisms. To validate the results we show the behavior of an Euler beam.

Keywords

Structures, Bond Graphs, Dynamic Plasticity, Dynamic Simulation.

1. INTRODUÇÃO

A análise de sistemas estruturais incluindo não linearidades físicas tem despertado o interesse de vários pesquisadores no sentido da investigação do comportamento de estruturas submetidas a cargas superiores àquelas que limitam o comportamento do material ao regime elástico.

Vários autores têm apresentado formulações onde o problema é tratado sob a ótica da Teoria da Plasticidade com as curvas representativas das relações constitutivas dos materiais aproximadas por modelos matemáticos simples. Neste caso destacam-se os clássicos comportamentos elasto-plástico ideal e bi-linear com endurecimento cinemático e isotrópico. (Shames e Cozzarelli, 1992).

Modelos mais sofisticados são apresentados por outros pesquisadores onde são mostrados resultados estruturais macroscopicamente comprováveis com experimentos. Do ponto de vista de uma análise tipicamente estrutural os resultados melhoram na mesma proporção do conhecimento das relações constitutivas, isto é, quanto mais representativa a curva do comportamento do material, melhores serão os resultados da análise.

Alguns procedimentos computacionais existentes permitem que a análise seja desenvolvida com o grau de refinamento que se deseje. Particularmente alguns programas que utilizam o método dos elementos finitos admitem a especificação de relações constitutivas que podem chegar ao refinamento da curva de comportamento do material conforme obtida em ensaios experimentais. Estes programas admitem, portanto, o uso de materiais com não-linearidades físicas, o que o exige um processo de solução mais elaborado do ponto de vista numérico.

O problema acima mencionado é agravado na medida em que se deseja analisar o comportamento dinâmico de estruturas, onde suas equações de movimento devem ser integradas, o que para um sistema não linear é bastante oneroso, do ponto de vista computacional. Trata-se de um problema da *Elasto-Plasticidade Dinâmica* (Speranza Neto e Da Silva, 1997).

Neste sentido, este trabalho apresenta uma alternativa na solução de problemas onde a plastificação do material deve ser considerada e o sistema estrutural possa ser representado por elementos discretos, não exigindo o formalismo de uma discretização por elementos finitos.

Com o objetivo de facilitar a modelagem de sistemas maiores onde a estrutura seja um subsistema flexível, utilizou-se a técnica dos Grafos de Ligação, que pelo seu procedimento operacional permite obter-se as equações de estado em função das variáveis de energia do sistema.

Apresenta-se neste trabalho o grafo representativo dos elementos discretos da estrutura, seu correspondente equacionamento e os resultados de simulação para um sistema físico típico. Discute-se também a coerência dos resultados de simulação em relação ao comportamento de uma viga constituída de um material elasto-plástico bilinear com endurecimento cinemático.

2. MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO DO SISTEMA

A Figura 1 mostra o modelo físico uma viga de Euler engastada representado por um sistema discreto de massas e molas.

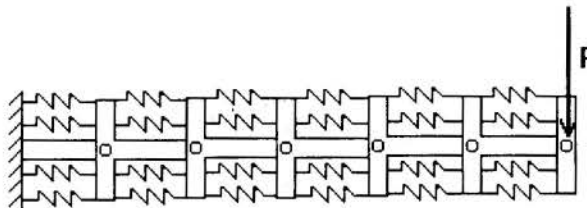


Figura 1 - Modelo Físico de uma Viga de Euler..

Neste modelo considera-se que o contínuo seja representado por seus efeitos de massa, dissipação (não representado) e rigidez discretizados por elementos cujos valores serão determinados a partir das relações de continuidade e equilíbrio, inerentes ao próprio sistema. O modelo considera apenas os efeitos inerciais devido à translação, isto é, despreza-se os efeitos de inércias rotatórias. Observa-se que o efeito da plastificação será detectado pelo modelo, na medida em que várias molas sejam posicionadas no sentido da linha neutra da viga

para as superfícies livres, assim, a caracterização do núcleo-elástico da viga será melhor determinado quanto maior o número de molas para cada seção reta.

A Figura 2 mostra a relação geométrica existente entre as rotações de cada seção e os deslocamentos associados à linha neutra, de onde pode-se escrever:

$$\phi_{i+1} = \frac{\omega_{i+1} - \omega_i}{d} \quad (1)$$

onde d refere-se à discretização da viga.

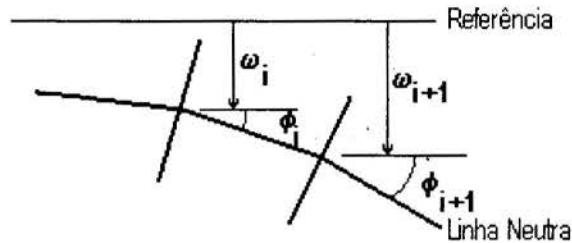


Figura 2 - Compatibilidade de movimentos lineares e angulares.

O Grafo de Ligação considerando-se uma viga engastada com carga aplicada na extremidade livre e discretizada com cinco inércias (vide Figura 1) é representado na Figura 3.

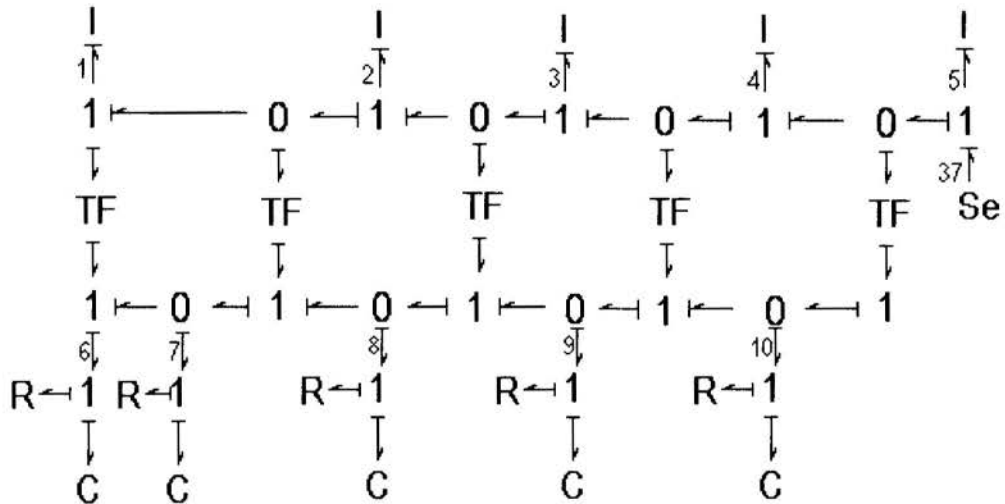


Figura 3 - Grafo de Ligação para viga de Euler (Discretização com cinco massas).

Neste grafo os capacitores C representam o efeito de flexibilidade estrutural para momentos flettores, isto é, são representativos de uma rigidez de flexão. Como a rigidez da viga foi representada por molas lineares, estes capacitores são o equivalente angular do efeito capacitivo das molas colocadas ao longo da altura da viga. Assim, cada um destes capacitores será desmembrado em outros tantos quantas sejam as molas colocadas em cada seção.

A determinação da constante elástica das molas lineares é obtida considerando-se que a plastificação inicia-se na fibra externa da viga (a mais afastada da linha neutra). Neste instante, a força da mola linear é relacionada ao deslocamento na posição em que foi colocada. A relação força deslocamento nesta situação define a constante elástica.

$$k = \frac{2EI}{d a a}$$

onde E é o módulo de elasticidade da viga, I o momento de inércia de sua seção reta, d é um parâmetro definido em função da discretização, $aa = a_1^2 + a_2^2$ sendo a_1 e a_2 as posições das molas em relação à linha neutra.

O valor das inércias é equivalente à massa de um elemento de comprimento d , isto é,

$$I = \rho A d$$

onde ρ é a massa específica do material e A é a área de seção reta da viga.

Os elementos transformadores (TF) na Figura 3, representam as relações existentes entre os deslocamentos lineares e angulares dos elementos de comprimento d , isto é, refletem a Equação 1.

O modelo matemático gerado pelo grafo da Figura 3 conduz a um sistema de equações de estado não linear que pode ser representado por:

$$\dot{X} = f(X, U) \quad (2)$$

onde $X = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5 \ q_6 \ q_7 \ q_8 \ q_9 \ q_{10}]^T$ é o vetor de estado com as variáveis de energia do sistema e U é o vetor com os forçamentos sobre o sistema. Desenvolvendo-se as equações referidas ao grafo da Figura 3 tem-se

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= \frac{1}{d}(2e_7 - e_8 - e_6) \\ \dot{p}_2 &= \frac{1}{d}(2e_8 - e_9 - e_7) \\ \dot{p}_3 &= \frac{1}{d}(2e_9 - e_{10} - e_8) \\ \dot{p}_4 &= \frac{1}{d}(2e_{10} - e_9) \\ \dot{p}_5 &= e_{37} - \frac{e_{10}}{d} \\ \dot{q}_6 &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{i_1} p_1 \right) \\ \dot{q}_7 &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{i_2} p_2 - \frac{2}{i_1} p_1 \right) \\ \dot{q}_8 &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{i_3} p_3 - \frac{2}{i_2} p_2 + \frac{1}{i_1} p_1 \right) \\ \dot{q}_9 &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{i_4} p_4 - \frac{2}{i_3} p_3 + \frac{1}{i_2} p_2 \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{q}_{10} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{i_5} p_5 - \frac{2}{i_4} p_4 + \frac{1}{i_3} p_3 \right)$$

onde p_i e q_i são as variáveis de estado do modelo em termos das quantidades de movimento referidas a cada inércia em translação e das deformações associadas às molas angulares, respectivamente, d é a distância entre cada seção reta no processo de discretização e i_i são as inércias de translação consideradas. Observe que neste modelo não estão consideradas as inércias rotatórias, o que seria bastante simples do ponto de vista do Grafo de Ligação, bastando introduzir-se mais cinco elementos de inércia nas junções referidas às velocidades angulares absolutas de cada seção reta.

O modelo para uma viga Timoshenko também seria relativamente simples bastando considerar-se outros capacitores angulares relacionados ao deslocamento angular das seções retas em relação à linha neutra, conforme sugerido por Karnopp et al. (1990).

As forças e_6, e_7, e_8, e_9 e e_{10} , são referidas aos efeitos de flexibilidade e dissipação entre seções retas, isto é, representam a soma dos momentos das forças das molas bilineares, (avaliadas a cada instante em função da relação constitutiva e de seu histórico individual de deformação) e dos momentos dissipativos. O esforço e_{37} representa a força aplicada à extremidade da viga. Os índices adotados nas variáveis e parâmetros do sistema de equações (3) estão associados à numeração das ligações do grafo da Figura 3 (não representada integralmente).

3. RESULTADOS DO MODELO

O modelo matemático na forma de estado das Equações (3) permite determinar-se o comportamento estrutural do sistema. A integração destas equações foi realizada pelo programa MATLAB (1994) utilizando-se uma rotina de integração baseada no algoritmo de Runge-Kutta de 4ª e 5ª ordem. Assim, procurou-se apresentar alguns resultados de relevância como deslocamentos lineares, esforços nas molas lineares e a relação força deformação para algumas molas do sistema. Com estes resultados pode-se avaliar em cada seção reta que plastifica a dimensão no núcleo elástico.

Foi considerada uma viga de aço com as seguintes características:

Comprimento:	0,40 m
Seção reta quadrada :	1,00 cm ²
Tensão de Escoamento do Material:	300 MPa
Discretização (d):	0,08 m

A título de exemplo, a rigidez angular da viga foi representada por duas molas bilineares, conforme indicado na Figura 4.

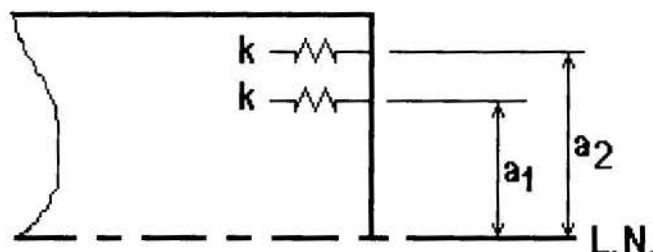


Figura 4 - Molas bilineares posicionadas em relação à Linha Neutra.

A força F na extremidade livre da viga tem a forma de um carregamento em degrau no valor de 300N. A Figura 5 mostra os deslocamentos referentes às cinco inércias consideradas onde pode-se perceber a plastificação ocorrida após a retirada da carga, gerando um deslocamento residual na viga.

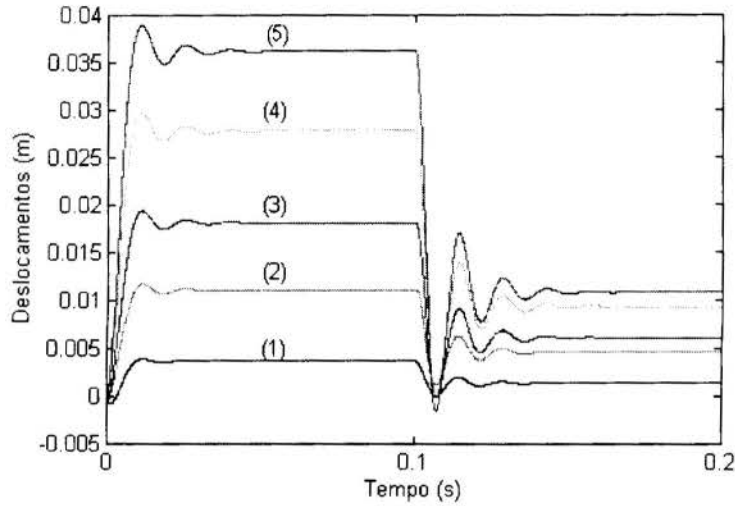


Figura 5 - Deslocamentos das Inércias de Translação.

Na Figura 6 são mostradas as forças nas molas colocadas na seção de engaste, onde pode-se perceber que após a retirada da carga as forças não são nulas, pois para manter-se o equilíbrio de momentos em cada seção é necessário que o momento resultante seja nulo. Assim, as deformações permanentes nas molas geram forças cujos momentos se anulem, caracterizando assim, o clássico diagrama de tensões residuais na seção onde ocorre plastificação (Figura 8).

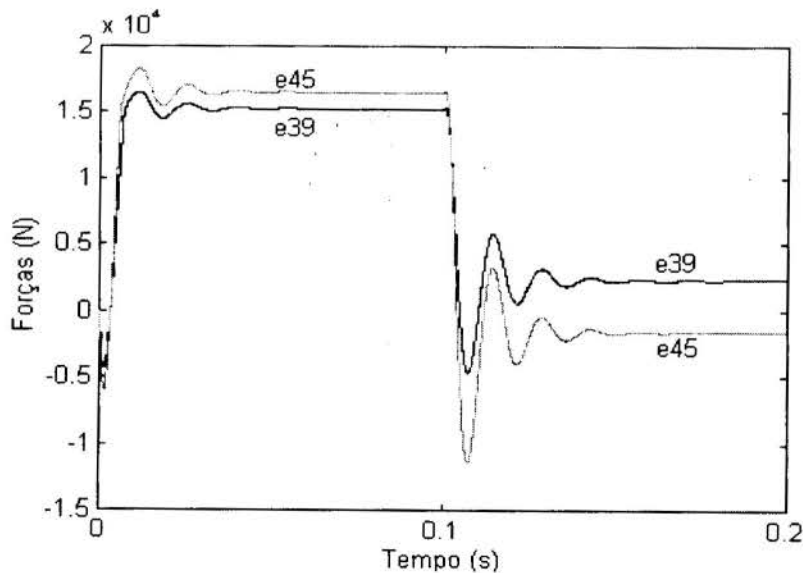


Figura 6 - Forças nas Molas bilineares em uma seção reta.

Na Figura 7 ilustra-se o comportamento do momento resultante na seção de engastamento da viga, calculado pela soma dos momentos gerados pelas forças e39 e e45 do gráfico da Figura 6. A Figura 8 mostra, esquematicamente o diagrama das tensões normais na seção do engaste após o carregamento e após o descarregamento, de acordo com os resultados para as forças e39 e e45 apresentados na Figura 6.

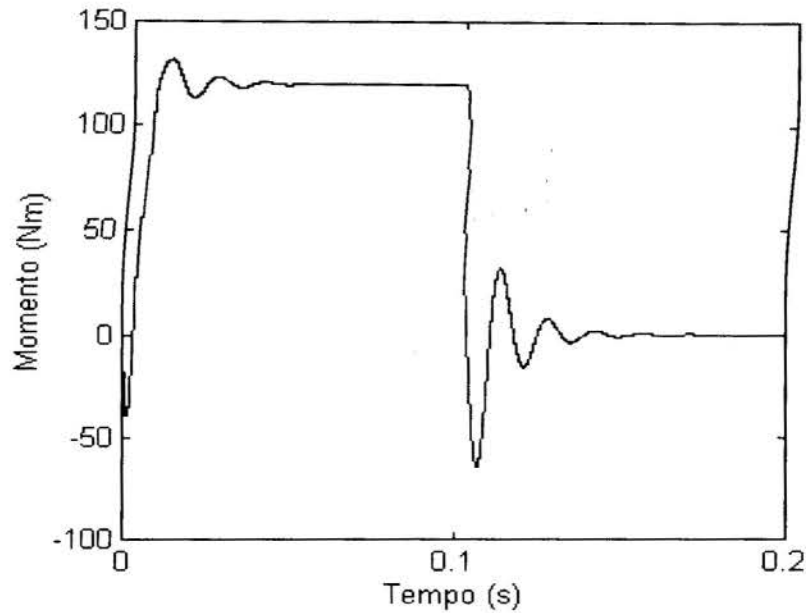


Figura 7 - Momento resultante na seção reta de engaste.

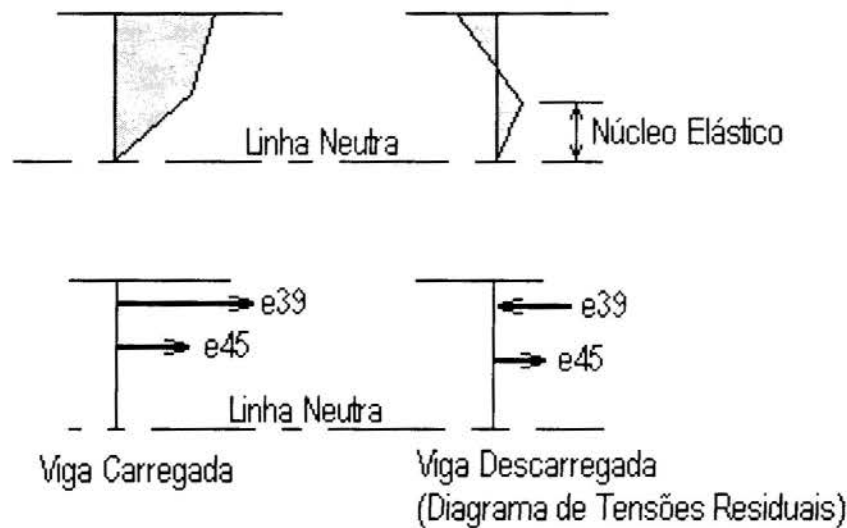


Figura 8 - Diagrama de tensões normais pela teoria clássica e resultados obtidos do modelo.

Finalmente, a Figura 9 apresenta as relações constitutivas das molas bilineares sendo atendidas até a faixa de deslocamentos que sofreram.

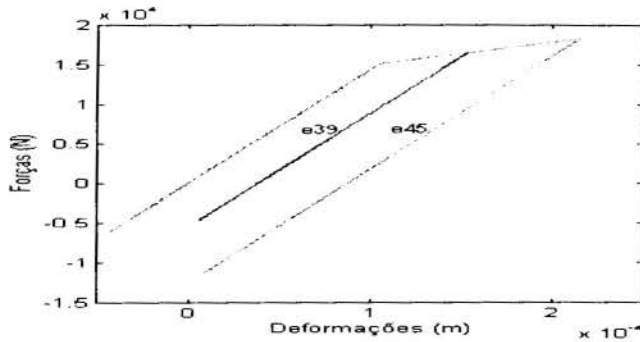


Figura 9 - Relações constitutivas atendidas pelas molas bilineares.

4 COMENTÁRIOS FINAIS

O procedimento apresentado neste trabalho permite concluir que em sistemas onde a flexibilidade de elementos estruturais deva ser considerada, a técnica dos Grafos de Ligação é bastante atrativa, tendo em vista a facilidade de implementação no modelo de efeitos que permitam uma melhor caracterização do sistema. Os efeitos de plastificação podem ser introduzidos na relação constitutiva dos elementos capacitores, não descaracterizando o grafo, isto é, independentemente da relação constitutiva utilizada, o grafo da Figura 3 não se altera.

A representação do modelo da estrutura por elementos discretos pode ser interessante do ponto de vista computacional, tendo em vista a não necessidade da utilização de procedimentos mais sofisticados como por exemplo os preconizados pelo método dos elementos finitos. Evidentemente, na medida da sofisticação da estrutura, outros modelos simplificados de parâmetros concentrados poderão ser utilizados.

Procurou-se com este trabalho mostrar que problemas com relativo grau de complexidade podem ser modelados com ferramentas de análise gerais e operacionais, como o programa MATLAB, conduzindo, a resultados que, dentro de certas aproximações são de grande valor para o engenheiro. Evidentemente, a sofisticação do sistema físico pode exigir uma melhor definição dos elementos representativos da estrutura e, conseqüentemente novos modelos com parâmetros concentrados devem ser desenvolvidos.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

FAHRENTHOLD, E.P. e WU, A, Bond Graph Modeling of Continuous Solids in Finite Strain Elastic-Plastic Deformation, *Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, Vol. 110, pp 284-287, 1988.

KARNOPP, D.C., MARGOLIS, D.L. e ROSENBERG, R.C., *System Dynamics. A Unified Approach*, John Wiley, 1990.

SHAMES, I.H. e COZZARELLI, F.A., *Elastic and Inelastic Stress Analysis*, Prentice Hall, 1992

SPERANZA NETO, M. e DA SILVA, F.R., The Dynamic Behavior of Elastic-Plastic Materials Modeled by Bond Graphs, *DINAME-97*, pp. 34-36, 1997.

_____, MATLAB 4.2, Reference Guide, The Math Work Co., 1994.



PAPER CODE: COB664

**TRANSFORMADORES CINEMÁTICOS. UMA REPRESENTAÇÃO
ATRAVÉS DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO. / KINEMATIC TRANSFORMERS.
A BOND GRAPH REPRESENTATION.**

MAURO R. R. MELO, MAURO SPERANZA NETO & CLÓDIO ALBERTO PASTRO SARZETO.

- Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais - IME

Pç. Gal. Tibúrcio, s.n.^o - Praia Vermelha - CEP 22290-270 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil.

E-mail: d4sarzet@epq.ime.eb.br

- Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-RJ

R. Marquês de São Vicente, 225 - Gávea - CEP 22453-900 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil.

E-mail: msn@mec.puc-rio.br

Abstract

In this paper is presented a procedure for modeling the kinematic of closed-loop mechanisms, known as *Kinematic Transformer*, by *Bond Graph* techniques. The main advantage of *Kinematic Transformer* approach is the assembling of kinematical multi-loop system by means of mathematical connection of *Kinematics Transformers* obtained to each kinematical single-loop. *Bond Graph* is a recent technique that permits the modeling of several physical systems through power flow considerations and, to mechanical systems, the dynamic model can be obtained by kinematic model.

Keywords

Kinematic; Bond Graph; Kinematic Transformer.

Palavras-chave

Cinemática; Grafos de Ligação; Transformador Cinemático.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho está basicamente relacionado com a modelagem de sistemas mecânicos de corpos rígidos, mais especificamente os de cadeia cinemática fechada, através da técnica dos Grafos de Ligação. O procedimento que aqui se apresenta, desenvolvido com maiores detalhes em Melo (1996), está baseado em duas abordagens: abordagem para modelagem de sistemas de corpos rígidos de cadeia cinemática aberta, aplicada vantajosamente para manipuladores robóticos, através dos Grafos de Ligação (Avena, 1992 ; Bos *et al.*, 1985) e a abordagem recentemente desenvolvida (Hiller, 1994) para sistemas de cadeia cinemática fechada simples, ou laços cinemáticos, a partir do tratamento do modelo matemático da transmissão de movimento destes laços como sistemas tipo caixa preta, denominados Transformadores Cinemáticos.

2. TRANSFORMADOR CINEMÁTICO

Como já mencionado, Transformador Cinemático é uma denominação para o modelo matemático da cinemática de um sistema mecânico de corpos rígidos de cadeia cinemática fechada simples, ou laço cinemático, que, após sua obtenção, passará a ser tratado como um sistema tipo caixa-preta. Seu modelo matemático é constituído de equações de restrições cinemáticas. A partir dos Transformadores dos diversos laços cinemáticos que formam um sistema multilaço, conexões podem ser realizadas de forma a compor o sistema completo.

Segundo Hiller (1994) o Transformador Cinemático poderá ser obtido utilizando-se coordenadas de junta, cuja solução do equacionamento denomina-se cinemática relativa e representa o relacionamento das coordenadas de junta dependentes com as independentes, ou seja, o relacionamento entre variáveis de saída e de entrada.

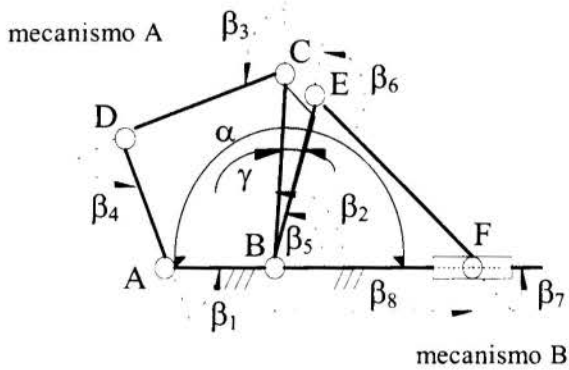


Figura 1 : Acoplamento de mecanismos.

Para exemplificar, na Figura 1 apresenta-se um mecanismo de retorno rápido, formado pelo acoplamento de dois mecanismos planos: A, quatro-barras, e B, cursor-manivela, cada um com um grau de liberdade.

O diagrama de blocos da Figura 2 representa os Transformadores Cinemáticos dos mecanismos apresentados na Figura 1 e, a partir de uma entrada no Transformador A através da coordenada de junta β_1 , coordenada escolhida como independente, obtém-se as demais coordenadas dependentes. Destas coordenadas, β_2 será utilizada

como entrada para o Transformador B, defasada de um ângulo genérico γ , como pode se observar através da relação: $\beta_5 = \beta_2 - \gamma$, sendo α e γ , neste exemplo, ângulos constantes.

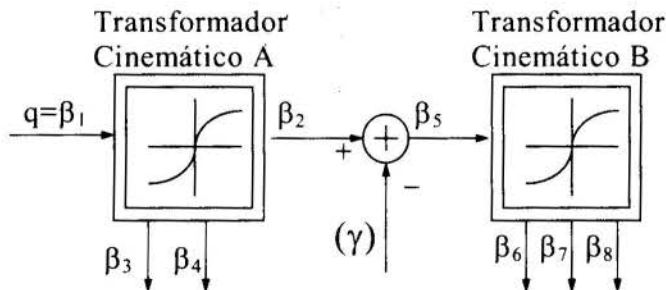


Figura 2 : Acoplamento de Transformadores Cinemáticos.

3. REPRESENTAÇÃO ATRAVÉS DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO

A técnica dos Grafos de Ligação (Karnopp *et al.*, 1990) utiliza-se do fluxo de potência que ocorre entre os diversos elementos para a modelagem dos sistemas dinâmicos. Para tal, emprega-se as variáveis generalizadas esforço e fluxo que em sistemas mecânicos estão relacionadas à força e velocidade, respectivamente, cujo produto a cada instante de tempo resulta em potência.

Ao longo deste trabalho adotou-se a seguinte representação para vetores e matrizes: $r_{i,j}^k$ é a representação do vetor que posiciona o sistema cartesiano $\{i\}$ em relação ao sistema $\{j\}$ representado no sistema cartesiano $\{k\}$; A_n^m é a matriz de transformação do sistema cartesiano $\{n\}$ para o sistema $\{m\}$.

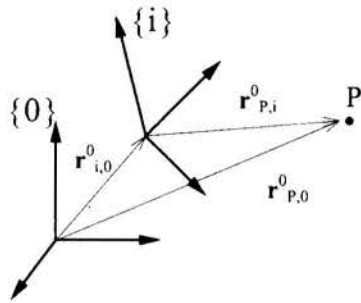


Figura 3 : Sistemas cartesianos.

Para se representar um modelo mecânico através dos Grafos de Ligação necessita-se relacionar as velocidades dos diversos corpos que o constituem. Na Figura 3 são apresentados dois sistemas cartesianos $\{0\}$, inercial, e $\{i\}$, local, que está fixado a um corpo rígido, representando sua configuração no espaço. O vetor que posiciona o ponto genérico P em relação a origem do sistema $\{0\}$ representado no sistema $\{0\}$ é calculado pela Equação 1:

$$r_{P,0}^0 = r_{i,0}^0 + A_i^0 r_{P,i}^i \quad (1)$$

Derivando-se a Equação 1 em relação ao tempo tem-se a conhecida equação de velocidade:

$$\dot{r}_{P,0}^0 = \dot{r}_{i,0}^0 + A_i^0 \tilde{\omega}_{i,0}^i r_{P,i}^i + \dot{r}_{P,i}^i \quad (2)$$

onde $\tilde{\omega}_{i,0}^i$, é a matriz anti-simétrica formada pelo vetor velocidade angular $\omega_{i,0}^i$ do sistema $\{i\}$ em relação ao sistema $\{0\}$ representado no sistema $\{i\}$. A Equação 2, após algumas manipulações, apresenta-se como:

$$\dot{r}_{P,0}^0 = \dot{r}_{i,0}^0 + X(r_{P,i}^i) \omega_{i,0}^i + \dot{r}_{P,i}^i \quad (3)$$

onde $X(r_{P,i}^i) = -\tilde{r}_{P,i}^i$. A Equação 3 é um somatório de velocidades, o que é conveniente à representação pelo Grafo de Ligação. Considera-se agora três sistemas cartesianos: $\{0\}$ inercial, $\{i-1\}$ e $\{i\}$ locais entendidos como fixos em corpos rígidos, representados

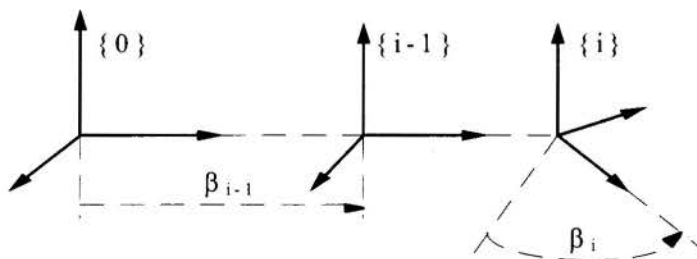


Figura 4 : Relacionamento entre sistemas cartesianos.

na Figura 4. A configuração de um sistema em relação ao anterior, conforme a Figura 4, se fará através de uma coordenada de junta genérica β_j .

Na Figura 5 encontra-se o Grafo Multiligação, associado à relação entre os sistemas cartesianos, que representa, em seus blocos tracejados, a Equação 3. Devido às limitações

deste texto são omitidos detalhes referentes aos Grafos de Ligação, que podem ser encontrados-se em Karnopp *et al.* (1990). Os elementos utilizados no referido Grafo são: fonte de fluxo Sf, representando os vetores velocidades da base ou sistema inercial; multijunção 1, junção cujos elementos a ela conectados possuem fluxos iguais e através da qual, respeitando-se as causalidades atribuídas, representa-se um somatório de esforços; multijunção 0 e junção 0 onde, respeitando-se as causalidades, representa-se um somatório de fluxos, bem como representa-se, através desta junção, que os esforços relacionados aos elementos a ela conectados,

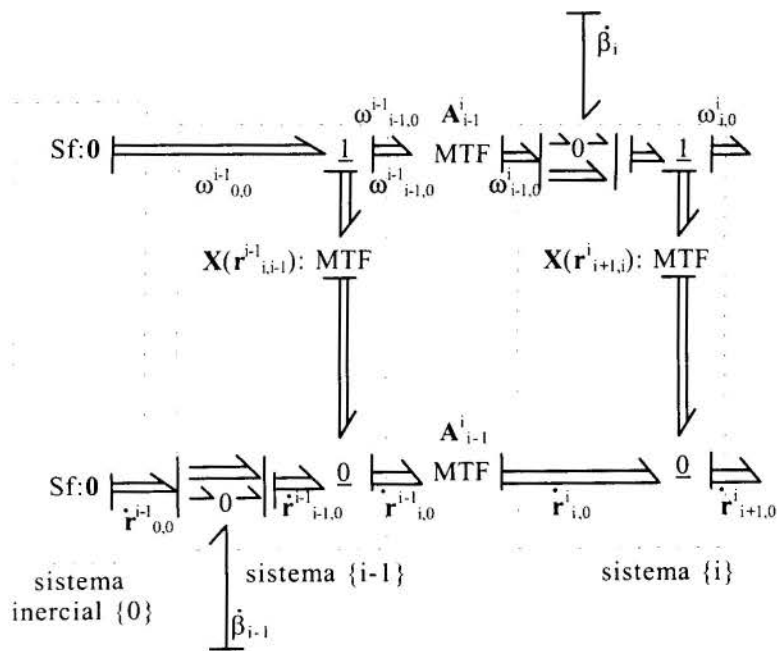


Figura 5 : Grafo Multiligação cinemático.

são iguais; transformadores modulados MTF, cujos módulos são matrizes de transformação.

Referindo-se ao Grafo da Figura 5, o sistema inercial apresenta vetores nulos para suas velocidades. O vetor velocidade $\dot{\mathbf{r}}^{i-1}_{0,0}$, sendo saída do bloco que representa o sistema inercial, tem entrada no bloco tracejado do sistema $\{i-1\}$, onde, através de um processo de soma direta (Avena, 1992; Bos *et al.*, 1985), sofre acréscimo da velocidade $\dot{\beta}_{i-1}$ resultando em $\dot{\mathbf{r}}^{i-1}_{i-1,0}$, ou seja, resultando no vetor velocidade do sistema $\{i-1\}$ em relação ao sistema inercial $\{0\}$ representado no sistema $\{i-1\}$. A multijunção 1, que se encontra na parte superior do bloco do sistema $\{i-1\}$, representa a igualdade das velocidades angulares nos elementos a ela conectados, logo:

$$\omega^{i-1}_{i-1,0} = \omega^{i-1}_{0,0} \tag{4}$$

A velocidade angular $\omega^{i-1}_{i-1,0}$ sofre, posteriormente, duas transformações: através do transformador modulado MTF: \mathbf{A}^i_{i-1} , que faz a representação do referido vetor no sistema $\{i\}$, tornando-o adequado para ser entrada do bloco referente ao sistema $\{i\}$; e através de um segundo transformador modulado MTF: $\mathbf{X}(\mathbf{r}^{i-1}_{i,i-1})$. Esta última transformação permite a obtenção da Equação 5 a partir do somatório de velocidades na multijunção 0 situada na parte inferior do bloco do sistema $\{i-1\}$.

$$\dot{\mathbf{r}}_{i,0}^{i-1} = \dot{\mathbf{r}}_{i-1,0}^{i-1} + \mathbf{X}(\mathbf{r}_{i,i-1}^{i-1}) \boldsymbol{\omega}_{i-1,0}^{i-1} \quad (5)$$

A Equação 5 não apresenta o termo $\dot{\mathbf{r}}_{i,i-1}^{i-1}$ por ser um vetor nulo. Observa-se, assim, que a Equação 5 é similar à Equação 3 confirmando que o Grafo Multiligação apresentado é adequado à representação das equações de velocidades relacionando sistemas cartesianos fixados a corpos rígidos ligados através de juntas com um grau de liberdade.

Obteve-se uma representação generalizada do modelo cinemático de um sistema de corpos rígidos de cadeia cinemática aberta, cujas entradas, representadas pelas velocidades das coordenadas de junta, são todas independentes.

Entretanto, para um sistema de cadeia cinemática fechada, as velocidades das coordenadas de junta que se apresentam na Figura 5 não são todas independentes. Desta forma, necessita-se de uma equação que forneça as velocidades de coordenadas de junta em função de um vetor de entrada. Dentre as abordagens para a modelagem de laços cinemáticos, o *método do par característico de juntas* (Hiller, 1994), que, em linhas gerais, está baseado na divisão de um laço cinemático em duas juntas convenientemente escolhidas, tem como resultado a seguinte equação de restrição completa em função das coordenadas de junta:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}^d(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{q}) \\ \mathbf{g}_{\text{char}}(\boldsymbol{\beta}_{\text{char}}, \mathbf{q}) \\ \mathbf{g}_{\text{comp}}(\boldsymbol{\beta}_{\text{comp}}, \boldsymbol{\beta}_{\text{char}}, \mathbf{q}) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (6)$$

onde: $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \dots, \beta_n]^T$ é o vetor de n coordenadas de junta; $\mathbf{q} = [\beta_{k1}, \dots, \beta_{kf}]^T$ é o vetor de entrada; f é o número de graus de liberdade do laço; $\boldsymbol{\beta}_{\text{char}}$ o vetor contendo coordenadas de junta que não pertençam ao par de juntas escolhido e $\boldsymbol{\beta}_{\text{comp}}$, o vetor contendo as demais coordenadas relativas; \mathbf{g}^d é o vetor de restrições diretoras; \mathbf{g}_{char} e \mathbf{g}_{comp} são equações de restrições cinemáticas.

Derivando-se a Equação 6 em relação ao tempo, tem-se a Equação 7:

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\beta}} \dot{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{W} \dot{\mathbf{q}} \quad (7)$$

onde as matrizes jacobianas são dadas por:

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\beta}} = \partial \mathbf{g} / \partial \boldsymbol{\beta} \quad (8)$$

$$\mathbf{W} = -\partial \mathbf{g} / \partial \mathbf{q} \quad (9)$$

Manipula-se a Equação 7 de forma a explicitar as velocidades, obtendo-se a Equação 10 seguinte:

$$\dot{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{J}_{\boldsymbol{\beta}}^{-1} \mathbf{W} \dot{\mathbf{q}} \quad (10)$$

Observa-se que na Equação 10 o vetor de velocidades entrada, $\dot{\mathbf{q}}$, sofre uma transformação através do coeficiente matricial $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\beta}}^{-1} \mathbf{W}$. Isto será representado pelo Grafo Multiligação na Figura 6, onde os blocos em linha tracejada estão relacionados com o grafo da Figura 5.

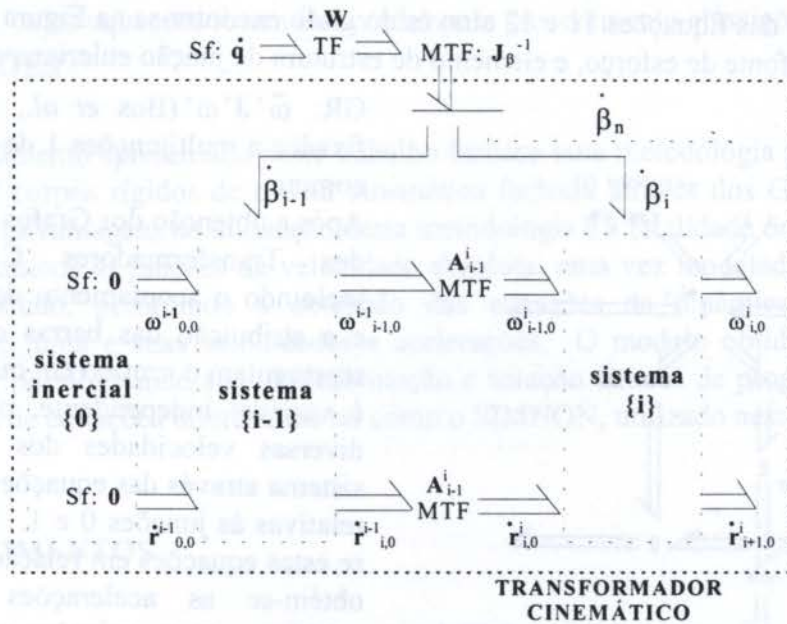


Figura 6 : Grafo Multiligação do Transformador Cinemático.

A conexão de Transformadores Cinemáticos através do Grafo Multiligação se fará pela extração de coordenadas de junta, pelo processo de soma direta de um dos Transformadores para que estas sejam entradas para um segundo Transformador. A Figura 7 apresenta o Grafo Multiligação esquemático do que foi explicado.

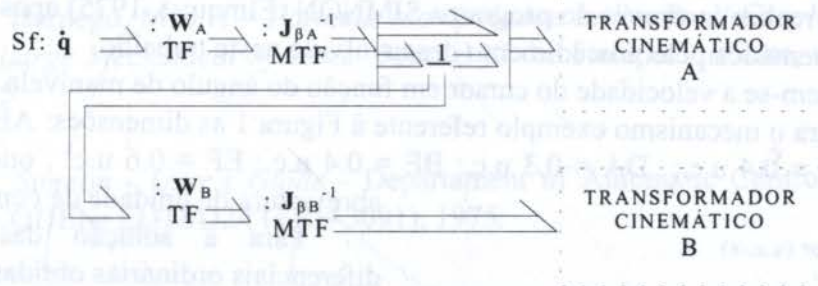


Figura 7 : Grafo Multiligação da conexão de Transformadores Cinemáticos.

O acoplamento de elementos dinâmicos ao sistema, uma vez obtido o Grafo de Ligação cinemático, pode ser realizado com facilidade. As equações de movimento para um corpo rígido, equações de Newton-Euler, são:

$$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}} = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{r}} \quad (11)$$

$$\mathbf{n}' = \dot{\mathbf{h}}' + \tilde{\omega}' \mathbf{h}' = \mathbf{J}' \dot{\omega}' + \tilde{\omega}' \mathbf{J}' \omega' \quad (12)$$

onde a notação linha, \mathbf{h}' , por exemplo, refere-se a representação do mencionado vetor no sistema local genérico.

A representação das Equações 11 e 12 através do grafo encontra-se na Figura 8. Para tal, elementos de inércia, fonte de esforço, e elemento de estrutura de junção euleriana ou Giristor,

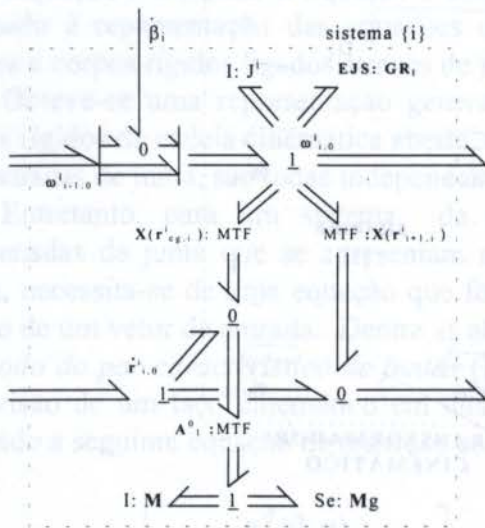


Figura 8 : Grafo Multiligação da dinâmica de corpo rígido.

GR: $\tilde{\omega}' J' \omega'$ (Bos *et al.*, 1985), são fixados a multijunções 1 de velocidade comum.

Após a obtenção dos Grafos de Ligação dos Transformadores Cinemáticos, incluindo o acoplamento da dinâmica, e a atribuição das barras causais que representam o sentido em que o esforço é variável independente, obtém-se as diversas velocidades dos corpos do sistema através das equações restritivas relativas às junções 0 e 1. Derivando-se estas equações em relação ao tempo, obtém-se as acelerações que, em conjunto com as relações constitutivas dos elementos de inércia e fonte de esforço, formam as equações de movimento do sistema estudado.

4. EXEMPLO

A título de exemplificação, será apresentada a simulação do mecanismo de retorno-rápido da Figura 1, realizada através do programa SIMNON (Elmqvist, 1975) após a obtenção das equações da cinemática pelo procedimento desenvolvido neste trabalho.

Na Figura 9 tem-se a velocidade do cursor em função do ângulo de manivela.

Adotou-se para o mecanismo exemplo referente à Figura 1 as dimensões: AB = 0.2 u.c.; BC = 0.4 u.c.; CD = 0.4 u.c.; DA = 0.3 u.c.; BE = 0.4 u.c.; EF = 0.6 u.c. , onde u.c. é a abreviatura de unidade de comprimento.

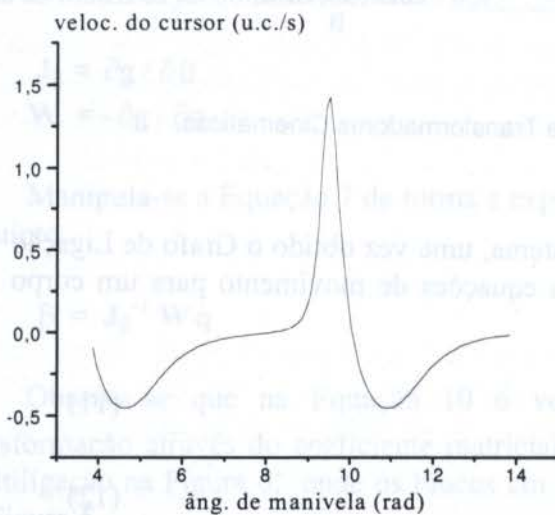


Figura 9 : Ângulo de manivela x velocidade do cursor

Para a solução das equações diferenciais ordinárias obtidas a partir da elaboração de $g(\beta, q)$ e posteriores manipulações matemáticas, as seguintes condições iniciais foram adotadas:

- $\beta_1 = 2.44346$ rad; $\beta_2 = 0.09300$ rad;
- $\beta_3 = 2.64880$ rad; $\beta_4 = 1.09792$ rad;
- $\beta_5 = 0.26180$ rad; $\beta_6 = -0.43521$ rad;
- $\beta_7 = 0.17341$ rad; $\beta_8 = 0.97737$ u.c.

A manivela atuadora foi considerada como a barra DA, Figura 1, e a entrada adotada foi a velocidade de rotação de -1 rad/s aplicada a esta barra, considerando-se a regra da mão direita. Os resultados são os mesmos obtidos por

Sarzeto (1995), cujas equações foram elaboradas pelo procedimento clássico.

5. CONCLUSÕES

O procedimento apresentado neste trabalho fornece uma metodologia para a modelagem de sistemas de corpos rígidos de cadeia cinemática fechada através dos Grafos de Ligação. Uma das grandes vantagens da utilização desta metodologia é a facilidade do acoplamento dos elementos dinâmicos às junções de velocidade absoluta, uma vez modelada a cinemática do sistema em estudo, permitindo a obtenção das equações da dinâmica em função das coordenadas de junta e suas velocidades e acelerações. O modelo obtido apresenta-se na forma fechada, possibilitando sua implementação e solução através de programas comerciais solucionadores de equações diferenciais tal como o SIMNON, utilizado neste trabalho.

6. AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Prof. Bernardo Severo, UERJ, por nos permitir a utilização de sua versão do programa SIMNON.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Avena, Sandra Regina. *Modelos de Manipuladores Robóticos utilizando Grafos de Ligação* - Tese de Mestrado - IME, RJ, 1992.

Bos, A. M. & Tiernejo, M. J. L. *Formula Manipulation in the Bond Graph Modelling and Simulation of Large Mechanical Systems*. Journal of the Franklin Institute, vol. 319, n° 1/2, pp. 51-65, 1985.

Elquimist, H. *Simnon - User's Guide* - Department of Automatic Control, Lund Inst. of Technology. CODEN: LUTFD2/(TFRE-3091), 1975.

Hiller, Manfred. *Kinematics and Dynamics of Multi-Body Mechanical Systems* - (Chapter 3: Modelling of Multi-Loop Kinematic Chains; Chapter 6: Dynamics of Multi-Loop Systems). CISM - Course, Udine - Italy, 1994.

Karnopp, Dean C. , Margolis, D.L. & Rosenberg, Ronald C. *System Dynamics: a Unified Approach*. John Wiley & Sons, N.Y, 1990.

Melo, Mauro R. R. *Representação de Transformadores Cinemáticos através dos Grafos de Ligação* - Tese de Mestrado - IME, RJ, 1996.

Sarzeto, Clódio Alberto Pastro. *Transformadores Cinemáticos para Mecanismos Básicos*. XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - Compact Disc - COBEM - CIDIM , 1995.



PAPER CODE: COB877

SIMULATION OF HELICOPTER YAW MOTION AND BLADE ROTATIONAL SPEED DECREASE AFTER TAIL ROTOR SHAFT FAILURE

OLYMPIO ACHILLES DE FARIA MELLO

*Instituto de Aeronáutica e Espaço, Centro Técnico Aeroespacial
12228-904 - São José dos Campos - SP, Brazil - e-mail: oamello@iconet.com.br*

Abstract

After a helicopter accident with typical tail rotor loss characteristics, an alternate possibility was suggested in that the accident occurred due to pilot's loss of pedal control after he suddenly increased the collective pitch near the ground and delayed applying pedals as needed. In order to investigate this hypothesis, numerical flight dynamics simulations were performed. Simple models of the aircraft yaw dynamics and tail rotor aerodynamics were used. For tail rotor aerodynamics, momentum and blade element theories, supplemented by empirical formulae for vortex ring and turbulent wake states, were used. For tail rotor loss simulations, the blade rotational equation of motion was also established. All equations of motion were time-integrated using a fourth-order Runge-Kutta scheme. Simulation results indicated that pedal control would still be available even with a three second pilot delay in applying the pedals, therefore the hypothesis of loss of pedal control was discarded and the hypothesis of loss of tail rotor was maintained.

Keywords

Helicopter, Simulation, Accident, Tail Rotor.

1. INTRODUCTION

After a helicopter accident[†] with typical tail rotor loss characteristics, the helicopter manufacturer maintained that the accident occurred due to pilot's loss of pedal control after he suddenly increased the collective pitch near the ground and delayed applying pedals as needed. This possibility was apparently supported by marks left on the ground indicating that the tail rotor was still spinning when it hit the ground. The investigation board requested CTA's assistance in establishing the plausibility of both hypotheses, namely loss of pedal control due to excessive pilot delay and loss of tail rotor due to shaft failure.

In order to investigate the first hypothesis, a numerical simulation of aircraft yaw dynamics without loss of tail rotor rotational speed was performed. For this simulation, the helicopter was assumed trimmed in hover with main rotor torque at 45%. The sudden increase in collective pitch was modeled by a corresponding sudden increase in main rotor torque from 45% to 95%, applied during a one second ramp, after which the torque remained constant at 95%.

In order to investigate the second hypothesis, a numerical simulation of aircraft yaw dynamics coupled with tail rotor blade rotation dynamics was performed. For this simulation, the helicopter was assumed trimmed in hover with main rotor torque at 45%. The sudden increase in collective pitch was modeled by a corresponding sudden increase in main rotor

[†] Specific accident details, such as date and aircraft, are not given in order to preserve investigation confidentiality.

torque from 45% to 95%, applied during a one second ramp, after which the torque remained constant at 95%. It was assumed that shaft failure occurred at the same time the increase in collective pitch started.

For these simulations, simple models of the aircraft yaw dynamics and tail rotor aerodynamics were used. In the tail rotor loss case, a model for blade rotation dynamics was also used. These models will be discussed next.

2. MODELS USED IN THE SIMULATION

2.1 Yaw Dynamics

The yaw equation of motion was obtained by considering main rotor torque, aircraft yaw inertia, tail rotor thrust and vertical empennage drag. Fig. 1 illustrates the conventions used in this work.

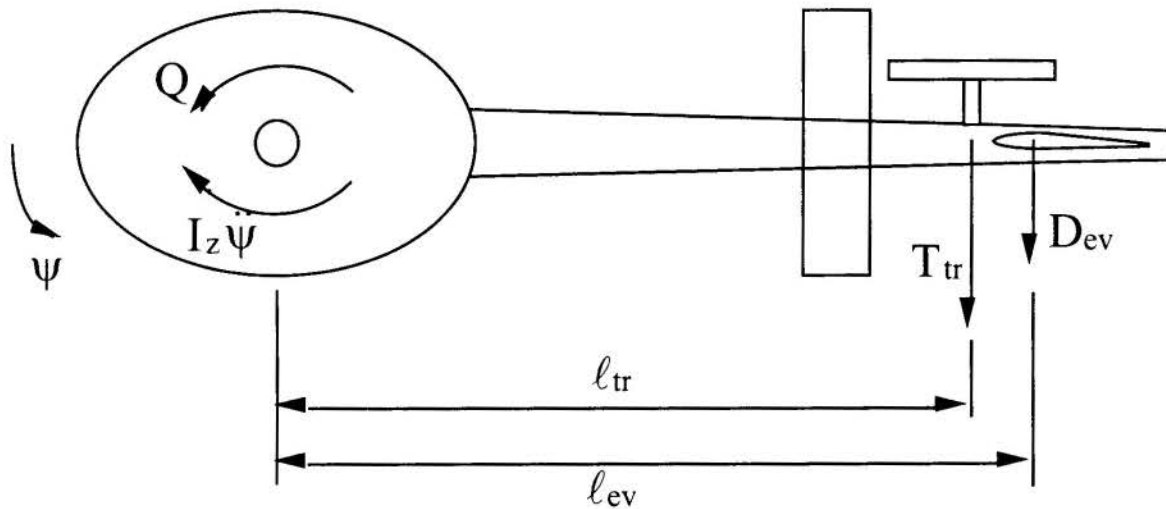


Figure 1 - Contributing Forces and Moments for Yaw Dynamics

The governing equation for yaw dynamics used here is:

$$Q - I_z \ddot{\psi} - T_{tr} l_{tr} - D_{ev} l_{ev} = 0 \tag{1}$$

where $Q = Q(t)$ is the main rotor torque, I_z is the helicopter yaw moment of inertia with respect to the main rotor axis, ψ is the yaw angle, $T_{tr} = T_{tr}(\dot{\psi})$ is the tail rotor thrust, l_{tr} is the distance between the main and tail rotor axes, $D_{ev} = D_{ev}(\dot{\psi})$ is the vertical empennage drag and l_{ev} is the distance between the vertical empennage center of pressure and the main rotor axis. Note that, in the above equation, fuselage drag has been neglected, as the main contribution in terms of yaw moment is due to the vertical empennage drag.

2.2 Main Rotor Torque

The helicopter was assumed initially trimmed in hover with main rotor torque at 45%. The sudden increase in collective pitch was modeled by a corresponding sudden increase in main rotor torque from 45% to 95%, applied during a one second ramp, after which the torque remained constant at 95%, as illustrated in Figure 2.

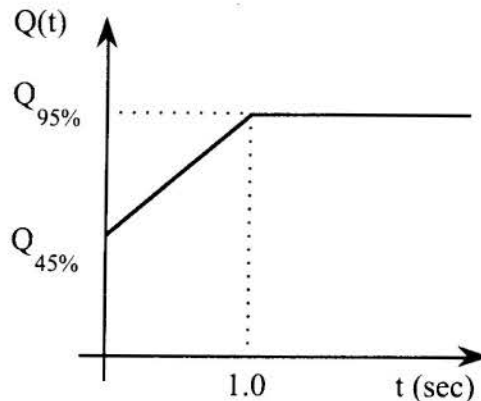


Figure 2 - Main Rotor Torque

2.3 Tail Rotor Thrust

If the pilot increases collective pitch without adjusting the pedals accordingly, the helicopter enters yaw motion due to low tail rotor thrust. In this condition, the tail rotor operates in a way similar to a main rotor in descent. The treatment presented here uses this analogy. An equivalent "vertical" rotor velocity (positive when rotor is climbing) due to the yaw movement is:

$$V = -\ell_{tr} \dot{\psi} \quad (2)$$

The tail rotor operating regime in this equivalent descent depends on this equivalent "vertical" velocity. It may be normal operating state, vortex ring/turbulent wake state or windmill brake state (Gessow & Myers, 1952). The state in which the tail rotor operates may be established from the ratio V/v_h , where v_h is the induced velocity in "hover", which corresponds here to the induced velocity for zero yaw speed, given by:

$$v_h = \Omega R \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (3)$$

where Ω is the tail rotor angular velocity, R is the tail rotor radius and C_T is the tail rotor thrust coefficient. The tail rotor operating state is established as follows:

- (a) if $V/v_h \geq -1$, normal operating state;
- (b) if $-2 < V/v_h < -1$, vortex ring/turbulent wake state;
- (c) if $V/v_h \leq -2$, windmill brake state.

For all tail rotor operating states, a blade element approach is used. The blade is divided into sections (elements), for which aerodynamic forces are calculated and summed up to yield tail rotor thrust and thrust coefficient. In order to compute lift and drag coefficients, the induced velocity v_i at a given section is needed. The computation of this velocity has to be performed in a specific manner for each operating state. For normal operating state, combined momentum and blade element theories give:

$$\lambda = \left(\frac{\lambda_c}{2} - \frac{\sigma a}{16} \right) + \sqrt{\left(\frac{\lambda_c}{2} - \frac{\sigma a}{16} \right)^2 + \frac{\sigma a \theta r}{8}} \quad (4)$$

where $\lambda = (V + v_i)/\Omega R$ is the total inflow ratio, $\lambda_c = V/\Omega R$ is the climb inflow ratio, $\sigma = N_b c/\pi R$ is the solidity ratio, a is the mean blade section lift curve slope, N_b is the number of blades, c is the chord, θ is the tail rotor pitch angle and r is the section radial location. From Eq. (4) and the definition of λ , v_i can be obtained:

$$v_i = \lambda_i \Omega R = (\lambda - \lambda_c) \Omega R \quad (5)$$

where λ_i is the induced inflow ratio.

For vortex ring/turbulent wake state, no theory yields a simple expression for the mean induced velocity. Therefore, the following empirical formula (Johnson, 1980) is used:

$$v_i = v_h \left(\frac{V}{v_h} \right) \left[0.373 \left(\frac{V}{v_h} \right)^2 - 1.991 \right] \quad (6)$$

For windmill break state, momentum theory gives the mean induced velocity as:

$$v_i = -\frac{V}{2} - \sqrt{\left(\frac{V}{2}\right)^2 - v_h^2} \quad (7)$$

Once the induced velocity is computed using either Eq. (5), (6) or (7), depending on the tail rotor operating state, the induced angle ϕ at a given element may be found from:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{U_P}{U_T} \quad (8)$$

where $U_P = V + v_i$ is the velocity normal to the blade and $U_T = \Omega r$ is the velocity tangential to the blade. The blade effective angle of attack is then given by:

$$\alpha = \theta - \phi \quad (9)$$

Section lift (c_l) and drag (c_d) coefficients are obtained from experimental data (Sadler, 1972). From these coefficients, blade element lift, drag and the resulting contribution to normal force may be computed:

$$dF_z = dL \cos \phi - dD \sin \phi = (c_l \cos \phi - c_d \sin \phi) \frac{\rho U^2 c}{2} dr \quad (10)$$

where $U = \sqrt{U_T^2 + U_P^2}$ is the total blade section velocity and ρ is the air density.

Integration of these contributions along the blade gives the total blade normal force and consequently tail rotor thrust and thrust coefficient:

$$T_{tr} = N_b F_z = N_b \int_{r_i}^R dF_z \quad (11)$$

$$C_T = \frac{T_{tr}}{\rho \pi R^2 (\Omega R)^2} \quad (12)$$

where r_i is the blade root cut-out.

2.4 Tail Rotor Pitch

In the computation of tail rotor thrust, the blade pitch is required in Eqs. (4) and (9). The pitch is set by the pilot pedal control. Here, it is assumed that the helicopter is initially at trim in hover, with the pedal adjusted to compensate for main rotor torque at 45%, as described in Section 2.2. In this investigation, the pilot is assumed to have delayed applying the pedals for a time t_θ . After this delay, the pitch would be increased from the initial value θ_0 to the maximum pitch θ_{max} , during a one second ramp, after which the pitch remained constant, as illustrated in Figure 3.

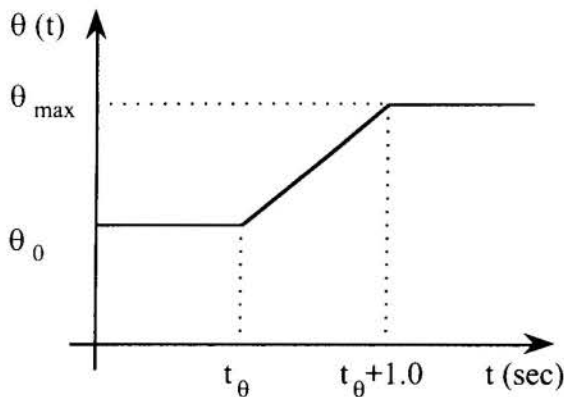


Figure 3 - Tail Rotor Pitch

The initial θ_0 and maximum θ_{max} pitch are determined from the tail rotor thrust which is needed to compensate the initial torque $Q_0 = Q_{45\%}$ and the maximum torque Q_{max} , respectively. The thrust needed to compensate a given torque Q is $T_{tr} = Q/\ell_{tr}$ and the thrust coefficient corresponding to this thrust is

computed from the definition of C_T , Eq. (12). The tail rotor pitch is found from the following expression, derived from combined blade element and momentum theories (Johnson, 1980):

$$\theta = \frac{6C_T}{\sigma a} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (13)$$

2.5 Vertical Empennage Drag

For the purposes of this investigation, the vertical empennage is represented by a plate in stagnation flow. The vertical drag is therefore given by:

$$D_{ev} = \frac{1}{2} \rho V_{ev}^2 A_{ev} c_{D_{ev}} \quad (14)$$

where $V_{ev} = \ell_{ev} \dot{\psi}$ is the velocity normal to the empennage, A_{ev} is the vertical empennage area and $c_{D_{ev}}$ is the plate drag coefficient, estimated to be 1.2 (ESDU, 1978).

2.6 Tail Rotor Rotational Speed

For tail rotor loss simulations, the blade rotational equation of motion is also needed. Neglecting transmission and shaft friction, the contributing moments are blade inertia and tail rotor torque due to aerodynamic forces. Thus the equation for tail rotor angular velocity Ω is:

$$I_b \dot{\Omega} + Q_{tr} = 0 \quad (15)$$

where I_b is the blade moment of inertia with respect to the tail rotor axis and Q_{tr} is the tail rotor torque, obtained from integration of blade element tangential forces dF_x :

$$Q_{tr} = N_b \int_0^R r dF_x \quad (16)$$

where

$$dF_x = dD \cos \phi + dL \sin \phi = (c_d \cos \phi + c_l \sin \phi) \frac{\rho U^2 c}{2} dr \quad (17)$$

2.7 Time Integration

For simulations without loss of tail rotor rotational speed, Eq. (1) is integrated in time using a standard fourth-order Runge-Kutta scheme (Beyer, 1987). For simulations with loss of rotational speed, both Eqs. (1) and (15) are integrated simultaneously using the same scheme.

3. RESULTS

The simulated yaw motion for the hypothesis of constant tail rotor rotational speed, i.e., no shaft failure, is presented in Figure 4. In this figure, three simulations are shown. The first two correspond to pilot delays of 2 and 3 seconds, respectively, in applying the pedals after collective pitch increase. In these simulations, pedals were applied in a one-second ramp. The third simulation corresponds to no pilot pedal adjustment after collective pitch increase.

It is clear from these simulations that even after a three-second delay the pilot is able to adjust the aircraft heading before making a complete turn. Actual pilot delays depend on the disturbance (Kuehnel, 1960) and typically do not exceed 0.25 sec. (Ashkenas & McRuer, 1962; Pedreiro, 1989). Actual time required to apply full controls would take well less than one

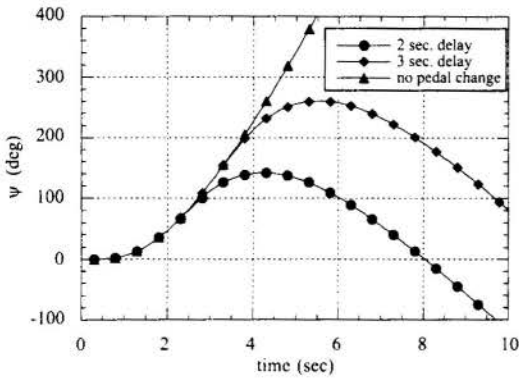


Figure 4 - Yaw Motion without Loss of Tail Rotor

second (Pedreiro, 1989; Etkin, 1982). The pilot delays assumed here are much higher than what might be expected and therefore the hypothesis of loss of directional control due to pilot delay is discarded.

The simulated yaw motion for the hypothesis of loss of tail rotor rotational speed due to shaft failure is presented in Figure 5. In this figure, three simulations are shown. The first corresponds to a pilot delay of 2 seconds in applying the pedals after collective pitch increase. The second simulation corresponds to no pilot pedal adjustment after collective pitch increase. The third simulation corresponds to no collective pitch increase or pedal change. Tail rotor rotational speeds for these simulations are presented in

Figure 6.

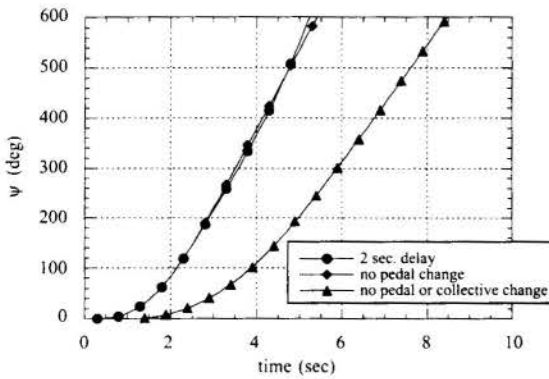


Figure 5 - Yaw Motion after Tail Rotor Shaft Failure

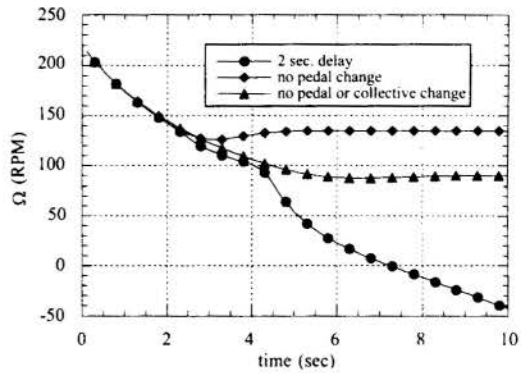


Figure 6 - Tail Rotor Rotational Speed after Tail Rotor Shaft Failure

From these simulations, it is seen that shaft failure quickly causes loss of directional control, as expected. However, if the pedals are not applied the rotational speed eventually reaches a constant value, as the tail rotor enters an autorotative regime in vortex ring/turbulent wake state. If pedals are fully applied, the tail rotor enters windmill brake state and the rotational speed decreases. This implies that the rotational speed on impact depends on when and to what extent the pedals are applied. Therefore, even with loss of tail rotor shaft, it would be possible for the tail rotor to hit the ground at a range of rotational speeds which could account for the marks left on the ground. This result provided the investigators with evidence to support the hypothesis of tail rotor shaft failure.

4. CONCLUSION

Simulations of yaw dynamics with and without tail rotor loss were carried out to support an investigation into a helicopter accident. Simulation results indicated that pedal control would still be available even with a three second pilot delay in applying the pedals, therefore the hypothesis of loss of pedal control was discarded. The simulation also indicated that the rotor blade could have hit the ground within a range of rotational speeds after tail rotor shaft failure, which could account for the marks on the ground, therefore maintaining the hypothesis of tail rotor loss.

5. REFERENCES

ASHKENAS, I. L., & MCRUER, D. T., A Theory of Handling Qualities Derived from Pilot-Vehicle System Considerations, *Aerospace Engineering*, vol. 21, no. 2, pp. 60-61,83-102,

Feb. 1962.

BEYER, W. H., ed., *CRC Standard Mathematical Tables*, 28. ed., CRC, Boca Raton, Florida, 1987.

ESDU - ENGINEERING SCIENCES DATA UNIT, Fluid Forces, Pressures and Moments on Rectangular Blocks. In: ESDU Aeronautical Series, Aerodynamic Sub-Series, Vol. 4b - Aerodynamics of Bodies, Controls and Flaps, Item No. 71016, with Amendments A to C Engineering Sciences Data Unit, London, 1978.

ETKIN, B., *Dynamics of Flight — Stability and Control*, 2 ed., John Wiley & Sons, New York, 1982.

GESSOW, A., & MYERS, G. C., JR. *Aerodynamics of the Helicopter*, Frederick Ungar, 1952. Reprint, College Park Press, College Park, MD, 1985.

JOHNSON, W., *Helicopter theory*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1980.

KUEHNEL, H. A., In-Flight Measurement of the Time Required for a Pilot to Respond to an Aircraft Disturbance. NASA TN D-221, Washington, DC, March 1960.

PEDREIRO, N., Aplicação de um Modelo Matemático do Piloto Humano na Estimativa da Qualidade de Vôo (Application of a Mathematical Model of the Human Pilot in the Estimation of Flight Qualities), M.S. Thesis, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, Brazil, 1989 (in Portuguese).

SADLER, S. G., Main Rotor Free Wake Geometry Effects on Blade Air Loads and Response for Helicopters in Steady Maneuvers; Vol. I: Theoretical Formulation and Analysis of Results. NASA CR-2110, Washington, DC, 1972.



PAPER CODE: COB957

DYNAMIC MODEL FOR CVD PROCESS CONTROL

MANOEL L. M. DE CARVALHO JR.⁽¹⁾, B. WAYNE BEQUETTE⁽²⁾ & HOWARD KAUFMAN⁽³⁾

MEAEM⁽¹⁾, *ChE*⁽²⁾, *ECSE*⁽³⁾
Rensselaer Polytechnic Institute
110 Eighth St.
Troy, NY 12180
USA

E-mail: *carvam2@rpi.edu*⁽¹⁾, *bequeb@rpi.edu*⁽²⁾, *kaufmh@rpi.edu*⁽³⁾

Abstract

This paper presents the development of a lumped parameter dynamic model of a chemical vapor deposition (CVD) reactor for deposition of CdTe film on a GaAs substrate. The model contains the basic elements of the dynamics of the CVD processes, viz., transport delay, diffusion resistance and reaction kinetics. open-loop behavior of the reactor is investigated and simulation results are compared to experimental data to validate the model.

Keywords

chemical vapor deposition, CdTe, control, dynamic, model

1.0 INTRODUCTION

Microelectronic devices are cost-intensive industrial products, some devices being more valuable per weight than precious metals. A great deal of the cost of the devices comes from processing. In order to reduce costs, factories should be equipped with smart and flexible processing systems that can perform their functions with high accuracy and throughput. One way of achieving this goal is the application of closed-loop control on the processes. Chemical vapor deposition (CVD) is a widely used process in the fabrication of microelectronic devices. Presently most CVD processes are operated in an open-loop mode. Many trial runs are needed to arrive at the desired process results and perturbations during the process or introduced by upstream and downstream variations in the production chain cannot be easily corrected. This paper addresses these problems by developing a dynamic model with an ultimate objective of model-based control of a CVD reactor.

CVD can be described as a process in which a mixture of gases reacts at the surface of a substrate, depositing a solid coating and generating gaseous by-products. During the process homogeneous and heterogeneous reactions can occur. CVD is used to deposit a variety of thin films on a varied range of substrates. It is used in the microelectronic industry, production of optical devices, deposition of protective coatings on tools and heat engine components.

In this paper we develop a dynamic lumped parameter model of a reactor for the deposition of a Cadmium Telluride (CdTe) film on a Gallium Arsenide (GaAs) substrate. CdTe films

are deposited on GaAs substrates during the fabrication of infrared sensors. The model is validated via comparison of transient simulation results and experimental results. Finally we discuss the simulation results, analyzing the dynamic behavior of the process.

2.0 PROCESS DESCRIPTION

The chemical vapor deposition (CVD) reactor modeled (Murthy, 1994) consists of a 0.34m long, 0.074m diameter tube (figure 1). The substrate, made of GaAs, is held in place by a heated susceptor inclined 45° in relation to the reactor axis and located 0.10m downstream from the inlet. The susceptor is heated by a resistive heater. The length of the substrate is 0.02m along the flow direction. Its deposition area is $2 \times 10^{-4} \text{m}^2$. The reactants, the organometallics (OM's) dimethylcadmium (DMCd) and diisopropyltelluride (DIPTe), are carried from two bubblers into the reactor through two 1/4 in. separate lines. The carrier gas, and also reactant, used in the bubbling is H_2 . The flow of DMCd is controlled through a mass flow controller actuating on the H_2 flow of the DMCd bubbler. The steady state total flow in the reactor is $2.97 \times 10^{-6} \text{ kmol s}^{-1}$. The total pressure inside the reactor is kept constant at $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$. The partial pressures of DIPTe and DMCd are 47.5Pa and approximately 5Pa at steady state, respectively (Murthy, 1994; Bhat *et al.*, 1994; Bequette *et al.*, 1994). DIPTe, DMCd and H_2 react over the substrate of GaAs, forming a CdTe film. The growth of the CdTe film is monitored by a multiwavelength spectroscopic ellipsometer. This instrument senses the polarization of the a light beam reflected by the surface being coated from a linearly polarized beam. This polarization is a function of the thickness of the film being deposited. The ellipsometer used during the experiments permits on-line measurements of the film growth rate. It has a sampling frequency of 25Hz and data are averaged over 80 samples to filter noise (Murthy, 1994). The measurement is used by the controller to manipulate the flow of DMCd, regulating the film growth rate.

3.0 MODEL

The gas mixture entering the reactor is mainly H_2 . At the reactor temperatures and pressure, 298 to 650K and $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ (Murthy, 1994), we can assume an ideal gas. Based on the mixture composition we also assume an ideal mixture and that all transport properties of the mixture are the properties of the pure H_2 .

We assume that the bulk of the gas flows in the reactor as a plug flow. Diffusion in the flow direction is negligible. Heat transfer from the substrate to the gas before it reaches the substrate is assumed to be negligible. At the preceding conditions flow rate is 0.017 m s^{-1} . The resulting transport lag from the reactor inlet to the substrate is 6s.

The gas flows past the substrate generating a boundary layer. The OM's must diffuse through this boundary layer to reach the surface and react forming the CdTe film. Considering the different phenomena, plug flow and diffusion, we divide the model in two lumps: one lump is the bulk gas flow, which takes place as a plug flow in most of the reactor, called bulk gas flow (BGF); another is the boundary layer dominated by the diffusion of OM's, called boundary layer (BL). Many of the major assumptions in our model are based on the approach of Gevelber *et al.* (1994).

The substrate is maintained at a pre-set temperature, 623K, by the electric heater. Heat loss from the substrate is considered negligible. The BL is considered to be at the same temperature of the substrate due to its proximity. Heat of reaction is also considered negligible in changing substrate and BL temperatures. The transport properties of the H_2 are calculated at

the substrate temperature. The film-forming reaction by-products diffuse easily through the boundary layer. They are considered as passing directly to the BGF.

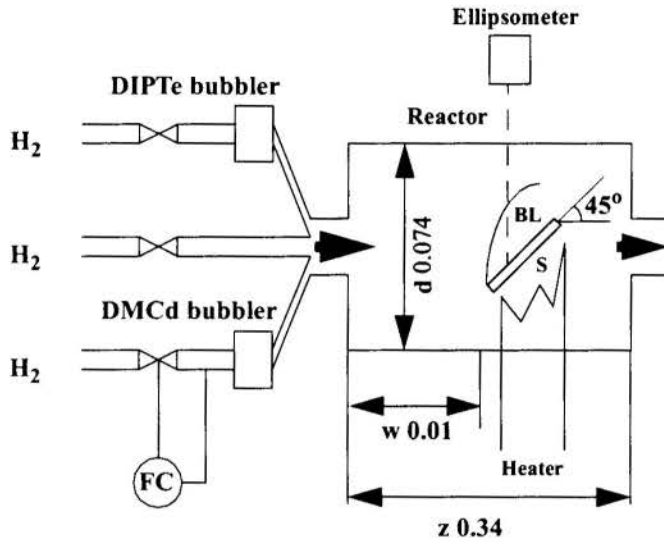
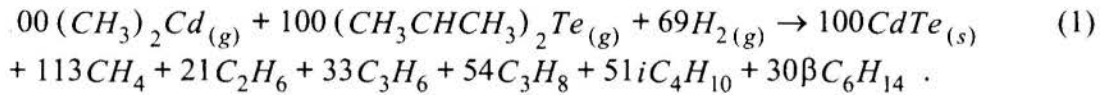


Figure 1: CVD reactor model diagram: BL=boundary layer; d=reactor diameter; w=distance of substrate from inlet; z=reactor length (all dimensions in m).

We start the development of the model with the consideration of the reaction taking place on the surface of the substrate (McDaniel *et al.*, 1995):



All components in this reaction are present in the gaseous state with the exception of CdTe. The mass balance of each component in the BGF is

$$\dot{N}_i = \dot{n}_{ini} + \dot{n}_{reaci} - \dot{n}_{outi} \quad (2)$$

where \dot{N}_i is the rate of change of the molar amount of component i inside the BGF; \dot{n}_{ini} is the flow of component i into the reactor; \dot{n}_{reaci} is the rate of creation of component i due to reaction on the substrate or to diffusion to the BL; \dot{n}_{outi} is the flow of the component i out of the reactor.

The concentrations of the OM's are the only ones in the BL that differ from the concentrations in BGL, thus we need to consider only the mass balance of them in the BL. These are given by:

$$\dot{N}_{BLi} = -\dot{n}_{reaci} - \dot{n}_{si} \quad (3)$$

where for the OM's \dot{N}_{BLi} is the variation of the number of moles of the OM i inside the BL with time; \dot{n}_{reaci} is the flow caused by diffusion of the OM i from BGL into the BL; \dot{n}_{Si} is the flow caused by diffusion of the OM i from the BL to the surface of the substrate. The coupling between the lumps is given by the diffusion equation valid for the OM's, DMCd and DIPTe,

$$\dot{n}_{reaci} = \rho D_i \frac{2(y_{BLi} - y_{BGF_i})}{\delta} A, \quad (4)$$

where ρ is the gas molecular density in the BL; D_i is the diffusivity of the OM i in H_2 inside the BL; y_{BLi} is the molar fraction of the OM i inside the BL; y_{BGF_i} is the molar fraction of the OM i inside the BGF; A is the deposition area of the substrate; δ is the average thickness of the boundary layer. D_i 's are given by Fuller's formula (HEDH, 1983): $D_i = d_i (T^{1.75}/P)$, where d_i is 1.34×10^{-4} for DIPTe and $1.85 \times 10^{-4} m^2 s^{-1} K^{-1.75} Pa$ for DMCd (both calculated admitting the diffusion volumes of Cd and Te are 40); T is the absolute temperature of the substrate and P is the reactor pressure. The boundary layer thickness is given by $\delta = (2/3) \sqrt{\mu L / (\rho v)}$, where L is the substrate length in the flow direction; μ is the viscosity of H_2 ; v is the bulk gas flow velocity. The viscosity is given by $\mu = 1.64 \times 10^{-7} T^{0.7}$ in Pas.

An expression similar to (4) gives the diffusion flow from the BL to the substrate surface:

$$\dot{n}_{Si} = -\rho D_i \frac{2(y_{Si} - y_{BLi})}{\delta} A \quad (5)$$

where y_{Si} is the molar fraction of the OM i near the substrate surface.

The rate of consumption for any component participating in the reaction (1) is

$$\dot{n}_{ci} = \left(\frac{\omega_i \xi_i}{\omega_{CdTe}} \right) \left(\frac{n}{4NA} \right) \left[A_d \exp\left(-\frac{E_d}{RT} \right) \right] \left[1 + \frac{nA_s A_d \exp\left(-\frac{(E_s + E_d)}{RT} \right)}{Nv_{OM} C_{OM}} \right]^{-1}, \quad (6)$$

where ω_i is the stoichiometric coefficient of component i in (1), positive for the products and negative for the reactants; ω_{CdTe} is the stoichiometric coefficient of CdTe in (1); ξ_i is the gas-born factor of component i , zero for CdTe and 1 for all other components; n is number of adsorption sites on the substrate per unit area, $4.8 \times 10^{18} m^{-2}$ (McDaniel *et al.*, 1995); A is the deposition area of the substrate; N is the Avogadro's number; A_d is the frequency factor for desorption of site blocking organic radicals, $0.8 \times 10^9 s^{-1}$ (Irvine *et al.*, 1994); E_d is the activation energy for desorption of site blocking organic radicals, $85.7 \times 10^6 JkMol^{-1}$ (Irvine *et al.*, 1994); R is the universal gas constant; A_s is the frequency factor for adsorption of the OM's, 8.3×10^{13} (Irvine *et al.*, 1994); E_s is the activation energy for adsorption of the OM's, $10^8 JkMol^{-1}$ (Irvine *et al.*, 1994); v_{OM} is the average velocity of the OM molecules, $\sqrt{8RT / (\pi W_{OM})}$; W_{OM} is the molecular weight of the OM; C_{OM} is the molecular concentration of the OM near the substrate surface. It is given by

$$C_{OM} = y_{Si} P / (RT) \quad (7)$$

where y_{Si} is the molar fraction of the OM's near the substrate surface. The diffusion rate of each OM from the BL to the substrate surface must be equal to the rate of consumption of each

OM by the film forming reaction. In order to conform this requirement we must solve (5), (6) and (7) simultaneously for the OM that results in the slowest consumption rate.

We take into account the transport lag by introducing a first order system dynamic in the reactants (Gevlber *et al.*, 1994), H₂, DMCd and DIPTe, inlet flow:

$$\frac{d\dot{n}_{ini}}{dt} = \frac{1}{\tau} (\dot{n}_{bi} - \dot{n}_{ini}), \quad (8)$$

where t is time; τ is the time constant, one third of the 6s obtained in section 3.0, or 2s; \dot{n}_{bi} is the flow of the reactant i coming from the bubbler. \dot{n}_{bi} is the manipulated variable of the system.

The exhaust flows are obtained from the hypothesis that: the pressure inside the reactor is constant and that the composition of the exhaust gases is the same of the gas mixture inside the reactor. Exhaust flows are given by:

$$\dot{n}_{outi} = y_{BGF_i} \left(\sum \dot{n}_{ini} - \sum \dot{n}_{reaci} \right), \quad (9)$$

where \dot{n}_{outi} is the exhaust flow of component i and $y_{BGF_i} = \left(\int \dot{N}_i dt \right) / \left(\sum \int \dot{N}_i dt \right)$.

Equations (2) through (9) constitute the mathematical model of the CVD process.

4.0 SIMULATIONS AND MODEL VALIDATION

Using the model developed above, we adjusted the reaction kinetic parameters in (6) to best match the experimental data (Murthy, 1994; Bequette *et al.*, 1994). We simulated the steady state response of the process to changes in the substrate temperature (figure 2 a). By minimizing the mean square error between the data points and the model results at the data temperatures, we obtained the following parameters: $A_d = 2.2 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$, $A_s = 2.3 \times 10^{14}$, $E_d = 7.2 \times 10^7 \text{ J kMol}^{-1}$, $E_s = 1.4 \times 10^8 \text{ J kMol}^{-1}$. The simulation results with the adjusted parameters are presented in figure 2. It should be noticed that the growth rate presents a maximum around 350°C. This occurs because the deposition process is a competition between two processes: the desorption of site blocking alkyl radicals and the adsorption of the OM's (Irvine *et al.*, 1994). The existence of the maximum indicates that the temperature should be a controlled process variable in order to obtain the fastest growth rate.

The steady state response of the model to changes in the DMCd inlet flow diverges from the experimental results at high inlet flows (figure 2 b). A close analysis of (6) shows that, with the adjusted parameters, the last term of the equation saturates at higher values of C_{OM} . The last term in (6) is known as the surface site coverage fraction. When C_{OM} increases the fraction of sites blocked by sticking OM's approaches the total number of sites existing on the substrate surface, limiting the rate of growth. This model deviation problem could be solved by a parameter adjusting strategy that takes into account inlet flow variations.

The dynamic response of the model to DMCd inlet flow pulses is shown in figure 3. The model response is far slower than the experiments with the original model parameters as shown in figure 3 a. Through simulations with smaller transport lags we verified that the transport lag has small influence on the system response time. Halving the boundary layer thickness makes the response to increases in DMCd flow faster (figure 3 b). Halving the reactor chamber volume speeds up the response to a decrease in DMCd flow (figure 3 b). This indicates that the boundary layer slows down any increase in reaction rate due to the increase of reactants flow,

by difficulting their arrival to the substrate surface. A slight increase in the steady state deposition rate also occurs due to the increase in concentration near the substrate surface. The fall of reaction rate caused by a cut in the reactants inlet flow is governed by the depletion of reactants in the reactor chamber due to the exhaust of gases. Reducing the time constant for this process, speeds up the response. The experimental data do not show differences at all between the responses to increase and decrease of DMCD inlet flow.

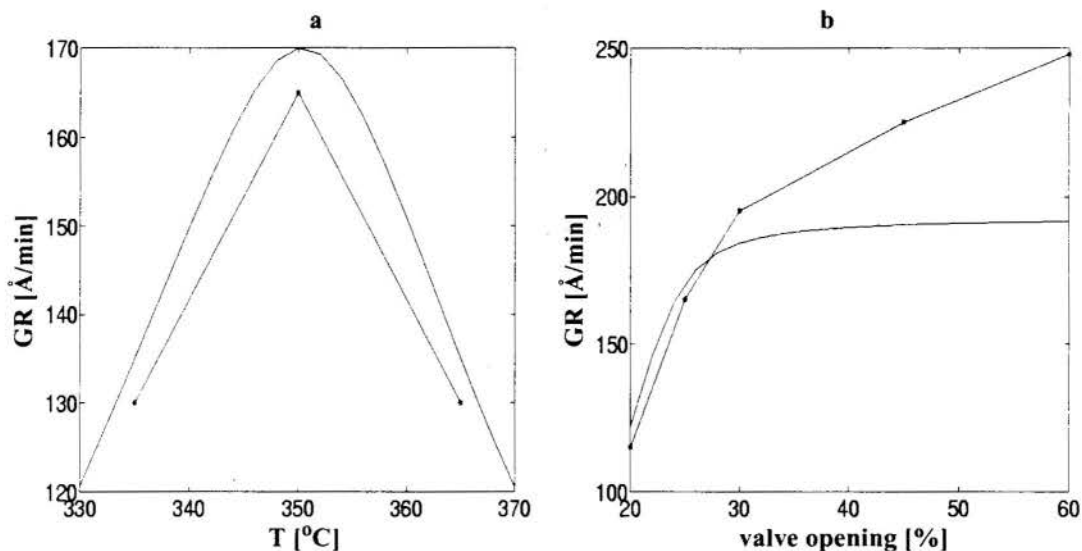


Figure 2: Plot "a" presents the steady state response of the CVD reactor to change in the substrate temperature. Conditions for these results are: $P=1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$, DMCD inlet flow $=1.23 \times 10^{-10} \text{ kMol s}^{-1}$, DIPTe inlet flow $=1.39 \times 10^{-9} \text{ kMol s}^{-1}$, H_2 inlet flow $=2.97 \times 10^{-6} \text{ kMol s}^{-1}$. Plot "b" presents the steady state response of the CVD reactor to the opening of the valve that controls the inlet flow of DMCD. Conditions for these results are: $P=1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$, $T=350^\circ\text{C}$, DIPTe inlet flow $=1.39 \times 10^{-9} \text{ kMol s}^{-1}$, H_2 inlet flow $=2.97 \times 10^{-6} \text{ kMol s}^{-1}$, DMCD inlet flow $=1.48 \times 10^{-10} \text{ kMol s}^{-1}$ at 30% valve opening. In both plots the non-smooth lines are the experimental curves, the black dots are the experimental data and the smooth lines the model simulation results.

5.0 CONCLUSION

A dynamic lumped parameter model of the CVD process for CdTe deposition on GaAs has been developed based on reaction kinetics and conservation principles. The model, after parameter adjustment based on experimental results, shows reasonable agreement with the experimental data. Next research steps involve further refining of the model, the design and closed-loop simulation of a model-based control strategy, and experimental closed-loop control.

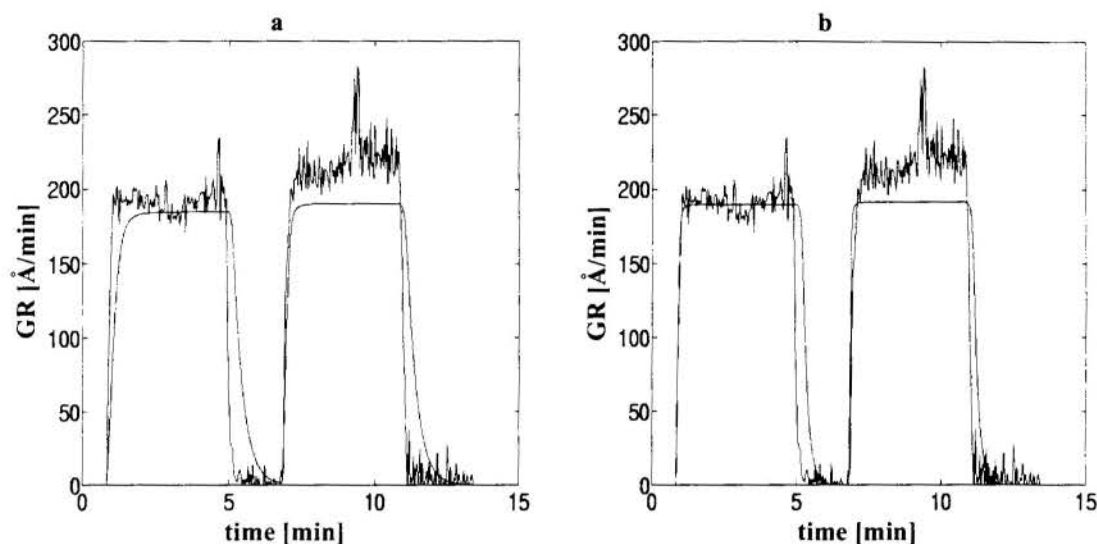


Figure 3: Response of the CVD system to pulses applied on the inlet flow of DM Cd. In plot "a": the first pulse is the response to a pulse from 0 to 30% ($1.48 \times 10^{-10} \text{ kmol s}^{-1}$) and back to 0% of opening of the flow control valve; the second pulse is from 0 to 45% ($2.22 \times 10^{-10} \text{ kmol s}^{-1}$) and back to 0%. This simulation is carried with original model parameters. In plot "b" the response to the same transients is presented but with the reactor volume and boundary layer thickness halved. In all plots $P=1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$, $T=350^\circ\text{C}$, DIPTe inlet flow= $1.39 \times 10^{-9} \text{ kmol s}^{-1}$, H_2 inlet flow= $2.97 \times 10^{-6} \text{ kmol s}^{-1}$. The smooth curves are the model simulation results and the jagged curves the experimental results.

6.0 ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledge Ishwara Bhat for the cession of experimental data and useful discussions.

7.0 REFERENCES

BEQUETTE, B. W.; MURTHY, S. D.; BHAT, I. B.; KAUFMAN, H.; DAS, P. K. Feedback Control of Growth Rate in a CVD Reactor Using Spectroscopic Ellipsometry, *Preprint, Topical Conference on the Synthesis and Processing of Electronic Materials, 1994 AIChE Annual Meeting*, San Francisco, CA, November 1994.

BHAT, I. B.; MURTHY, S. D.; KAUFMAN, H.; BEQUETTE, B. W.; DAS, P. K. In-Situ Control of Semiconductor Growth, *Proceedings of the 4th IEEE Conference on Dual Use Technologies*, Rome, New York, May 1994.

BHAT, I. B.; TASKAR, N. R.; GHANDHI, S. K. On the Mechanism of Growth of CdTe by Organometallic Vapor-Phase Epitaxy, *J. Electrochem. Soc.*, vol. 134(1), pp. 195-198, 1987.

GEVELBER, M. A.; TOLEDO-QUINONES, M.; BROWN, D.; PASSARO, R. Dynamic Modeling Analysis for Control of CVD, *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 2623-2627, Baltimore, Maryland, June 1994.

Heat Exchanger Design Handbook (HEDH), Hemisphere Publishing Corporation, 5.2.5-3, 1983.

IRVINE, S. J. C.; BAJAJ, J. A study of the growth kinetics of II-VI metalorganic vapour phase epitaxy using in situ laser reflectometry, *Journal of Crystal Growth*, vol.145, pp. 74-81, 1994.

LIU, B.; MCDANIEL, A. H.; HICKS, R. F. Modeling of the coupled kinetics and transport in the organometallic vapor-phase epitaxy of cadmium telluride, *Journal of Crystal Growth*, vol. 112, pp. 192-202, 1991.

LYNCH, C. T. *CRC Handbook of Materials Science*, CRC Press, Inc. USA, 1975.

MCDANIEL, A. H.; WILKERSON, K. J.; HICKS, R. F. Chemistry of Cadmium Telluride Organometallic Vapor-Phase Epitaxy, *J. Phys. Chem.*, vol. 99, pp. 3574-3582, 1995.

MCDANIEL, A. H.; LIU, B.; HICKS, R. F. Coupled gas and surface reactions in the organometallic vapor-phase epitaxy of cadmium telluride, *Journal of Crystal Growth*, vol.124, pp. 676-683, 1992.

MURTHY, S. D. *Application of Spectroscopic Ellipsometry to the Study of CdTe and $Hg_{1-x}Cd_xTe$* , M. S. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, August, 1994.

RUSKA, W. S. *Microelectronic Processing: An introduction to the manufacture of integrated circuits*, McGraw-Hill Inc., 1987.



PAPER CODE: COB963

**CONJUNÇÃO DE UM CRITÉRIO UTILIZANDO O TEOREMA DE
NYQUIST PARA SIMULAÇÃO DINÂMICA DE SISTEMAS
MECÂNICOS / THE CRITERION CONJUNCTION UTILISING THE NYQUIST
THEOREM FOR THE DYNAMICS SIMULATION OF THE MECHANICAL
SYSTEMS**

Natanael Victor de Oliveira

*Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciência e Tecnologia, UFPB
CEP 58109-970 Campina Grande, Brasil - E-mail: jornaljc@cct.ufpb.br*

Abstract

This paper examines a criterion for simulation of the mechanical systems making use of the Nyquist Theorem for the efficient sample of the displacements signals in the frequency domain. The errors and/or deviation of the displacements signals, utilizing a excitation signal (force), is obtained to part a synthesis of low - peak factor periodic signals are investigated. An exact solution - steady state utilizing this excitation signal, is then simulated. A conjunction of the search criterion using the Nyquist Theorem for making use of efficient samples of the displacements signals in the frequency domain that measurements is examined. The efficient solution obtained to part of the exact solution utilizing this criterion is then compared with one obtained of the numerical solution considering a generalized acceleration of the Newmark method. Shows that utilizing this search of criterion, the Newmark methods is very efficient if compared with another ones from the literature.

Keywords

Simulation, Dynamic, Criterion, Nyquist Theorem, Conjunction
Simulação, Dinâmica, Critério, Teorema de Nyquist, Conjunção

1. INTRODUÇÃO.

A análise e simulação prévia do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos e estruturas em geral na engenharia, se constitui num processo e/ou procedimento inevitável, como meio de monitorar a performance antecipada de aproximação do comportamento global de sistemas mecânicos e/ou estruturas reais. A utilização de sistemas computacionais altamente potentes nas última década é a possibilidade mais realística deste fato. A exemplo, podemos citar estudos científicos no trato de pesquisas na área espacial, onde a análise prévia do comportamento de naves espaciais, lançamento de mísseis terra-ar, lançamento de satélites para observação da terra, visando o seu controle e monitoramento, são insistentemente estudadas e simuladas pela comunidade científica da área. Mais especificamente na engenharia mecânica, principalmente em simulação de sistema mecânicos, onde procura-se abordar o monitoramento, análise, processamento de sinais e controle de vibrações, controle de trajetórias de robôs manipuladores, identificação de parâmetros, modelamento de rotores de usinas hidroelétricas e dinâmica de rotores e estruturas em geral, para não citar outros tipos de sistemas. Embora alguns sinais sejam

inerentemente digitais, como é o caso de dados de teletipo, saída de computadores, sinais de radar de pulso e sonar, muitos sinais são analógicos. Para que estes sinais possam ser transmitidos digitalmente, inicialmente devem ser amostrados e convertidos a níveis discretos de amplitudes através de um processo de quantização. Como exemplo de sinais analógicos que freqüentemente são transmitidos digitalmente, poderemos citar a voz, TV, faxmille e sinais de telemetria entre outros (Schwartz, 1970). Daí, a ampla utilização de sinais e/ou sistemas digitais se deve a vários fatores: a relativa simplicidade de projetos de circuitos digitais e a facilidade de realizar projetos através de circuitos integrados; o crescente uso e disponibilidade de técnicas de análise e processamento digital de sinais; a ampla utilização de computadores no processamento de todos os tipos de análise de dados; a possibilidade de codificação de sinais digitais, de modo a minimizar os efeitos de interferência e ruído. Dada a complexidade e importância na obtenção de sinais de deslocamento de sistemas em geral, procura-se neste trabalho, abordar um critério de busca para escolha adequada do intervalo de tempo de discretização para simulação dinâmica de sistema mecânicos, utilizando-se o teorema de Nyquist (Lathi, 1968). Intuitivamente, pode-se imaginar que a utilização do teorema de Nyquist, por si só, dependendo do sistema a ser considerado, possa não ser suficiente para a amostragem de sinais que se deseja medir de forma adequada. Daí, propõe-se neste trabalho, um critério que, em conjunção com o teorema de Nyquist, permita a simulação mais eficiente do vetor de estado de sistemas mecânicos em geral.

2. TEORIA BÁSICA DE NYQUIST.

Nesta seção, apresentaremos a teoria básica para estabelecer a essência do teorema de amostragem de Nyquist. Consideremos um sinal $f_s(t)$, variando continuamente no tempo, que desejamos converter à forma digital. Inicialmente, amostramos $f_s(t)$ periodicamente com freqüência de corte f_c amostras por segundo. Admitamos que, por um processo de chaveamento, a função contínua $f(t)$ seja amostrada numa freqüência de corte dada por ($f_c=1/T$) amostras por segundo, tal que a periodicidade de $f(t)$, contínua no tempo τ , seja amostrada em ($\tau \ll T$). Assim, podemos dizer que a saída do sinal $f_s(t)$ será uma versão amostrada de $f(t)$. Se expandirmos a função de saída, $f_s(t)$ periódica, em série de Fourier, temos;

$$f_s(t) = df_s(t) \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen } n\pi d}{n\pi d} \cos 2\pi n f_c t \right] \quad (1)$$

onde $d=\tau/T$ é o ciclo de trabalho. O espectro de freqüência de $f_s(t)$ pode ser obtido, devido a sua linearidade, através de sua transformada de Fourier $F(\omega)$ calculando-se a transformada de cada um dos termos da série da equação (1) e superpondo os resultados. Considerando o termo geral de $f(t) \cos n\omega_c t$, então a transformada de Fourier de $F_c(\omega)$, pode ser obtida de;

$$F_c(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cos n\omega_c t \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (2)$$

Colocando-se o termo em co-seno sob a forma de duas integrais exponenciais na forma simplificada, temos;

$$F_c(\omega) = \frac{1}{2} F(\omega - n\omega_c) + \frac{1}{2} F(\omega + n\omega_c) \quad (3)$$

Notemos que cada uma das integrais na equação (3) é idêntica à transformada de Fourier de $f(t)$, embora monitorada ou deslocada para uma frequência diferente. O processo de multiplicação de $f(t)$ por $\cos n\omega_c t$, resulta em um deslocamento positivo e negativo do espectro do sinal de uma $n\omega_c$. Superpondo todas as transformadas de Fourier da equação (1), obtém-se para a transformada de $f_s(t)$

$$F_c(\omega) = dF(\omega) + d \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \frac{\sin n\pi d}{n\pi d} \cdot F(\omega - n\omega_c) \quad (4)$$

A expressão na equação (4), representa o somatório de transformadas de Fourier de cada componente em frequência, onde cada uma delas é centrada em um múltiplo da frequência de amostragem. Da equação (4) podemos observar que a amplitude de cada componente sucessiva decai com o termo $(\sin(n\pi d)/n\pi d)$. Daí, o efeito de amostrar $f(t)$ foi o de deslocar seu espectro em torno de cada harmônica da frequência de amostragem. A expressão da equação (4), indica a possibilidade de reconstituir o sinal contínuo $f(t)$, sem distorções, a partir de sua versão amostrada de $f_s(t)$. Sistemas que transmitem sinais amostrados são, geralmente, denominados de dados amostrados ou de modulação por pulsos. Na análise e processamento de sinais experimentais, para controle e monitoramento de sinais de deslocamentos, velocidades e aceleração em vibrações de sistemas mecânicos, dinâmica de sistemas mecânicos, controle de trajetória de mísseis e satélites, etc, este conceito é muito utilizado. Da equação (4), se a frequência de chaveamento ω diminui progressivamente, então a frequência de corte f_c e todos os seus harmônicos, tornam-se cada vez mais próximos um dos outros. Como consequência, as componentes espectrais na equação (4) se superporão e se fundirão. Por exemplo, a componente $F(\omega - \omega_c)$, centrada em (mais ou menos f_c), se fundirá com o termo não deslocado $F(\omega)$, centrado na origem. No limite, será então impossível isolar $F(\omega)$ e, em consequência, reconstituir $f(t)$ a partir de $f_s(t)$. A frequência a partir da qual $F(\omega)$ e $F(\omega - \omega_c)$ começam a se superpor, é dada por $(f_c - B = B)$, isto é, $f_c = 2B$, que é tida como a frequência de Nyquist. Isto implica que para frequências de amostragem inferior a f_c , não se consegue reconstituir o sinal $f_s(t)$, como consequência, não se consegue amostrar o sinal de forma adequada.

3. DISCRETIZAÇÃO E TEOREMA DA AMOSTRAGEM.

Para utilizar o teorema de amostragem, ou de Nyquist, na simulação de sistemas mecânicos em geral, precisamos dos sinais resultantes da simulação na sua versão discretizada. Para sinais contínuos, podemos, assumindo valores do intervalo de tempo de discretização constante Δt , obter um sinal discreto $f(n)$ na forma, $f(t) = F(t = n\Delta t)$, onde, $n=0, N-1$. A transformada de Fourier contínua do sinal discreto $f(n)$, pode ser dado por,

$$\bar{X}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n) e^{-i2\pi n \Delta t} \quad (5)$$

podendo-se mostrar que a transformada de Fourier do sinal discreto $f(n)$ na equação (5) é periódica e dado por $\bar{X}(f + Kf_a) = \bar{X}(f)$, (Papoulis, 1977). Sendo $f_a = 1/\Delta t$, a frequência de amostragem e K um número inteiro. A transformada inversa da equação (5), é dada por;

$$f(n) = \frac{1}{f_a} \int_{-f_a/2}^{f_a/2} \bar{X}(f) \cdot e^{i2\pi fn\Delta t} dt \quad (6)$$

A equação (6) podendo ser interpretada como sendo os coeficientes de Euler-Fourier da expansão em série da equação (5). Para estabelecer o teorema da amostragem, podemos considerar que $f(n)$ é a transformada inversa de $X(t)$, na forma;

$$F(n) = \frac{1}{f_a} \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{i2\pi fn\Delta t} dt \quad (7)$$

Algumas transformações e substituições de variáveis, obtém-se;

$$f(n) = \int_{-f_a/2}^{f_a/2} \left[\sum_{r=-\infty}^{\infty} X(f + rf_a) \right] \cdot e^{i2\pi fn\Delta t} dt \quad (8)$$

onde r e n inteiros.

Comparando as equações (6) e (8), obtemos $\bar{X}(f) = f_a \sum_{r=-\infty}^{\infty} X(f + rf_a)$, que representa o teorema de discretização ou amostragem. Para que não haja distorção do sinal na discretização, é necessário que a frequência de amostragem seja no mínimo igual ou maior do que duas vezes a maior frequência contida no sinal. No caso em que o sinal contiver componentes de frequência maior do que a metade da frequência da amostragem, ocorrerá uma distorção do sinal. Esta distorção pode ser interpretada como sendo um rebatimento do espectro devido à discretização, "aliasing" ou uma réplica do sinal original. Nestes casos, é necessário utilizar um filtro passa-baixa ou filtro anti-aliasing, para que este efeito seja contornado. No caso em que a frequência a máxima for menor ou igual à metade da frequência de amostragem temos;

$$F(t) = \frac{1}{f_a} \int_{-f_a/2}^{f_a/2} \bar{X}(f) \cdot e^{i2\pi ft} dt \quad (9)$$

Substituindo a equação (5) na equação (8), podemos chegar a expansão em série discreta conhecida por interpolação de Shanon por;

$$F(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(k) \frac{\text{sen } \pi f_a (t - k\Delta t)}{\pi f_a (t - k\Delta t)} \quad (10)$$

A equação (10), permite reconstituir um sinal contínuo ou analógico a partir do mesmo sinal discretizado, desde que a frequência de amostragem seja no mínimo, maior ou igual ao dobro da maior frequência contida no sinal - Teorema de Nyquist.

4. CRITÉRIO PROPOSTO PARA SIMULAÇÃO DE SISTEMAS MECÂNICOS EM CONJUNÇÃO COM O TEOREMA DE NYQUIST

Seja o sinal no tempo $f(n)$ na sua forma discreta. Admitamos que o sinal $f(n)$ possua um número limitado de componentes harmônicas. Denominemos $\omega_{\text{máx}}$, como sendo a maior frequência contida no sinal. Quando ω_{ny} for igual a no mínimo duas vezes a maior frequência contida no sinal, temos o que chamamos frequência mínima de Nyquist. Seja T_{ny} o período

mínimo de Nyquist para a amostragem $f(n)$ do sinal discreto no domínio do tempo, dado por $T_{ny}=2\pi/\omega_{ny}$. Definamos f_b , como sendo um fator de busca para se obter a melhor de frequência de amostragem. A partir do fator de busca, que poderá ser ou não um número inteiro, podemos admitir, sem perda de generalidade, que a frequência de amostragem de Nyquist assumirá um novo valor dado por $\omega'_{ny} = \omega_{m\acute{a}x} f_b$. Logo, a partir desta relação um novo período será dado por $T'_{ny} = 2\pi/\omega_{m\acute{a}x} f_b$, onde f_b , maior ou igual a 2. Utilizando-se de um critério inicialmente proposto por (Oliveira, 1988), define-se um novo período dado por $T_1 = T'_{ny} N_{pi}$, com $N_{pi} > 0$, e portanto, $T_1 = [2\pi/\omega_{m\acute{a}x} f_b] \cdot N_{pi}$. Definindo T_1 por NDt_1 , onde Dt_1 é um novo intervalo de tempo de discretização a depender dos valores assumidos por N_{pi} , então $Dt_1 = [2\pi / N\omega_{m\acute{a}x} f_b] N_{pi}$. Para que haja uma sincronização adequada do sinal no domínio do tempo e no domínio da frequência, é necessário que a frequência fundamental do sinal assuma o valor ($\omega_0 = 2\pi/NDt_1$). Substituindo o valor de Dt_1 em ω_0 , temos, $\omega_0 = \omega_{m\acute{a}x} f_b / N_{pi}$. Definindo a faixa de frequência por $N\omega_0$, onde N é o número de amostras, finalmente temos;

$$\omega_k = \omega_{m\acute{a}x} \left[f_b / N_{pi} \right] \cdot k, k = 1(1), N \quad (11)$$

De fato, se $\omega_{m\acute{a}x}$ na equação (11), representar a maior frequência natural de um sistema mecânico, e desejarmos amostrar os sinais de respostas em deslocamentos, a escolha do passo de integração e das frequências de excitação, passam a depender das vibrações livres do sistema. Assim, para um número fixo de amostras do sinal no domínio da frequência, podemos observar pela a equação (11), que uma variação em N_{pi} conduzirá a um deslocamento relativo no pico de amplitude máximo do espectro. Deste modo, a escolha adequada do intervalo de tempo de discretização para amostragem eficiente de sinais, não é uma tarefa fácil, e torna-se tediosa na prática, quando não se tem um critério bem definido de busca. A seguir, apresentamos a seqüência que poderá ser utilizada para simulaçãoem geral.

5. MÉTODO PARA SIMULAÇÃO

1. Calcula-se os autovalores do sistema. 2. Identifica-se a maior frequência, se natural ou amortecida, e a faz igual a $\omega_{m\acute{a}x}$. 3. Define-se um número fixo para $f_b \geq 2$. 4. Define-se o número de amostras N , que se deseja representar o sinal, e em seguida, define-se inicialmente ($N_{pi} = N / 2$). 5. Determina-se o intervalo de tempo de discretização a partir da relação dada por ($Dt_1 = [2\pi / (N\omega_{m\acute{a}x} f_b)] N_{pi}$). 6. Determina-se a frequência fundamental a partir da relação dada por ($\omega_0 = 2\pi / NDt_1$). 7. Gera-se o sinal de excitação, utilizando-se a frequência fundamental calculada no item 6. É importante observar que, N_{pi} , fixo, tem o papel de monitorar o deslocamento relativo do pico ou picos máximos de amplitude do sinal no domínio da frequência. Assim, para N_{pi} , fixo, o refinamento, isto é, a melhor resolução em frequência, estará condicionada a uma variação e/ou mapeamento no valor atribuído ao fator de busca f_b .

6. MODELO MATEMÁTICO

Consideremos inicialmente como referência, para testar o critério proposto neste trabalho, o modelo matemático de um sistema simples de um grau de liberdade, massa, mola, amortecedor viscoso (Meirovitch, 1975), e consideremos como fonte de excitação um sinal obtido a partir de síntese de sinais periódicos (Schroeder, 1979). Para efeito de simulação, a solução exata para um sistema de um grau de liberdade, utilizando-se um sinal de excitação

do tipo cossenoidal, é clássica e conhecida. A solução para o mesmo sistema, utilizando-se o sinal obtido a partir de síntese de sinais periódicos, que veremos a seguir, aparentemente, só será possível, utilizando-se métodos numéricos de resolução. Seja o modelo matemático representado pela equação diferencial;

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (12)$$

onde M, K e C são respectivamente, os coeficientes de massa, rigidez e amortecimento. O sinal a ser utilizado é, originalmente apresentado na forma, (Schroeder, 1979);

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \cos(\omega t) \quad (13)$$

onde, β_n é uma série temporal ajustada de acordo com os ângulos de fase que compõe o sinal entre 0 e π . Como a forma original de (13) é um sinal real, a solução da equação diferencial em (12) será consideravelmente simplificada. Considerando o sinal na forma;

$$F(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \cos(\omega t) \cdot e^{i\omega t} \right] \quad (14)$$

A resposta no tempo, regime permanente, é da forma;

$$x(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} X_n e^{i\omega t} \right] \quad (15)$$

onde X_n é amplitude complexa. Das derivadas sucessivas de $x(t)$, substituídas conveniente em (12), temos a solução exata dada por;

$$x(t) = \text{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} |H(\omega)| \cdot \left(\frac{\beta_n}{K} \right) \cdot e^{i(\omega t - \phi_n)} \right]; \quad (16)$$

com $|H(\omega)|$ dado por (Meirovitch, 1975), onde ϕ_n é o ângulo de fase entre o sinal de excitação e a resposta, ω é a frequência de excitação dado por $\omega = n\omega_0$, $n = 1, 2, \dots, N$; ω_0 é a frequência fundamental, que deverá ser determinada e utilizada na geração do sinal de excitação, e K é o coeficiente de rigidez. Gerar o sinal de excitação e, em consequência, determinar a resposta exata (sintetizada) a partir da equação (16), significa buscar séries temporais de comprimento finito, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n+k}$, dado por $\beta_n = [1 - 2(\theta_n / \pi)] \cdot F_0$, onde F_0 é a amplitude do vetor força de excitação, cujos coeficientes de auto-correlação definidos por (17) assumem valores pequenos para $k > 1$.

$$\alpha_k = \left(\frac{1}{N-1} \right) \sum_{n=1}^{N-k} \beta_n \cdot \beta_{n+k} \quad (17)$$

A configuração do sinal gerado no domínio do tempo e o seu respectivo espectro podem ser encontrados em (Oliveira, 1991) e (Silva & Oliveira, 1993).

7. RESULTADOS TEÓRICOS DE SIMULAÇÃO

Para testar o critério aqui proposto e, em consequência, a solução exata dada pela equação (16), apresentamos nas figuras 1 e 2, os resultados de simulação dos sinais de deslocamento no domínio do tempo e o seu respectivo espectro no domínio da frequência.

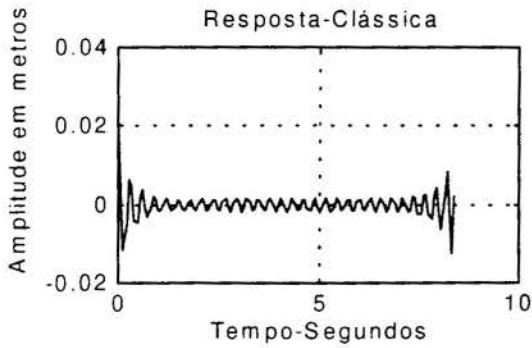


Figura 1. Resposta em Deslocamento

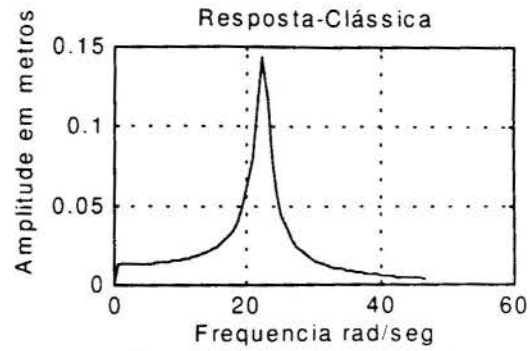


Figura 2. Espectro da Resposta

Como podemos observar e comparar as figuras 1 e 2, a resposta exata utilizando-se o sinal cossenoidal (Meirovitch, 1975), apresenta-se comprimida no tempo. Para testar se a solução exata, utilizando-se o sinal sintetizado apresentado na equação (16), está correta e comparar com a solução clássica, um caminho conveniente de teste seria calcular a transformada de Fourier do sinal de deslocamento- resposta sintetizada. Apresentamos nas figuras 3 e 4, o sinal de deslocamento no domínio do tempo e o seu respectivo espectro.

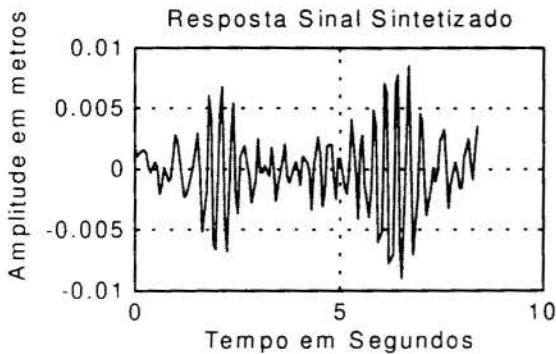


Figura.3- Resposta Sintetizada

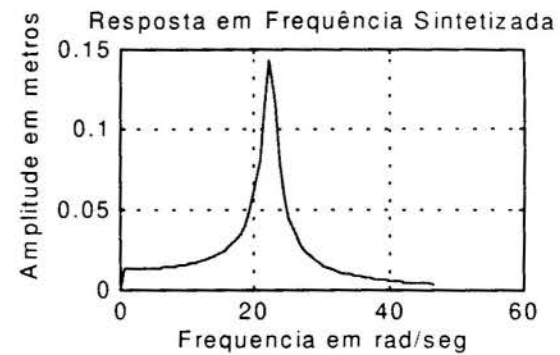


Figura.4-Espectro da Resposta

De fato, podemos observar que os picos de amplitudes máximas de ambos os sinais para a faixa de frequência considerada são exatamente iguais. Isto nos leva a acreditar que a solução exata proposta pela a equação (16) é adequada. Passemos, então, utilizando o método de simulação proposto em conjunção com o teorema de Nyquist, a monitorar a resposta numérica utilizando o método de aceleração generalizada de Newmark, (Bathe, 1982), e compará-la com a solução exata sintetizada, para o mesmo sistema em consideração. Nas figuras 5 e 6, apresentamos os resultados de simulação dos sinais de deslocamento no domínio do tempo e o seu respectivo espectro no domínio da frequência, utilizando o método de resolução de Newmak.

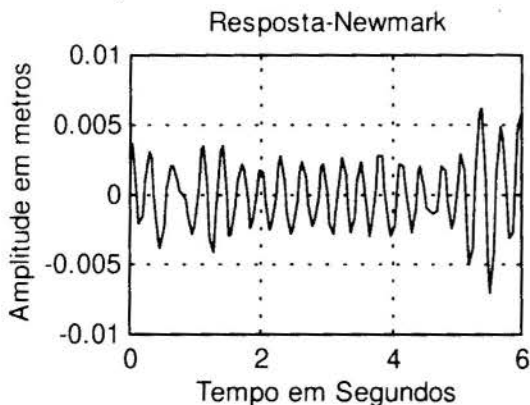


Figura.5- Resposta em Deslocamento

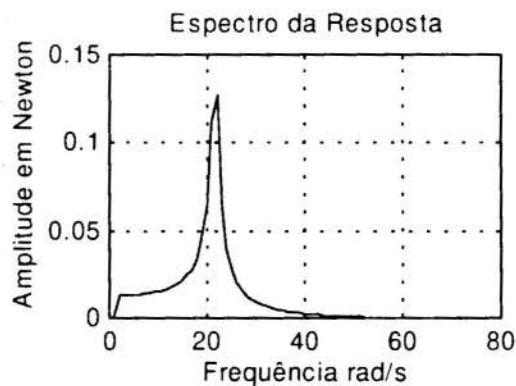


Figura.6.- Espectro da Resposta

8. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Considerou-se como parâmetros de testes de referência para a massa, rigidez e amortecimento respectivamente os valores; $M = 10\text{kg}$, $K = 5000\text{N/m}$, $C = 20\text{Ns/m}$ e $F_0 = 1\text{N}$, $N = 128$ pontos de amostragem, $N_{pl} = N/2$. A frequência natural está em torno de 22.36 rad/s . Utilizou-se como valor, para o parâmetro de fator de busca f_b , o valor de 2.125. Observa-se que, nas figuras 2 e 4, os picos máximos de amplitudes dos espectros encontram-se centrados em torno desta frequência. Pelo método de Newmark, o mapeamento do fator de busca f_b para se obter o pico máximo centrado em torno desta mesma frequência assumiu o valor de 3.0, indicando que de fato, dependendo do valor assumido por f_b e, em conseqüência, do valor para o intervalo de tempo de discretização, há um deslocamento relativo do sinal de deslocamento no tempo e em frequência. Daí, a importância de se utilizar um critério de busca bem definido.

9. BIBLIOGRAFIA

Bathe, K. J. Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982.

Lathi, B.P. Communication Systems, Jonh Willey & Sons, Inc, 1968.

Meirovitch, L. Elements of Vibration Analysis, Mc Graw-Hill Kogakusha, Inc, 1975.

Oliveira, N.V. Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos com Aplicação a Mancais. Tese de Doutorado, Unicamp, Brasil, 1988.

Oliveira, N.V. Identificación Experimental de Fuerzas Bajo Condiciones Controladas en el Dominio de la Frecuencia, Second Pan American Congress for Applied Mechanics, Val Parayso-Chile, pp.183-188, 1991.

Papoulis, A. Signal Analysis, Mc Graw-Hill, Serie International Student, New York, 1977.

Schwartz, M. Information Transmission, Modulation and Noise, Mc Graw-Hill, Inc, 1970.

Silva, A.A., & Oliveira, N.V. Técnicas de Estimacão Aplicada na Identificação de Forças em Sistemas Mecânicos, XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Brasilia-DF, Brasil, Volume III, pp.1209-1212, 1993.

Schroeder, M.R, Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences Low Auto-Correlation , IEEE, Transactions on Information and Theory, pp.85-89, 1970.

8. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Considerou-se como parâmetros de testes de referência para a massa, rigidez e amortecimento respectivamente os valores; $M = 10\text{kg}$, $K = 5000\text{N/m}$, $C = 20\text{Ns/m}$ e $F_o = 1\text{N}$, $N = 128$ pontos de amostragem, $N_{pl} = N/2$. A frequência natural está em torno de 22.36 rad/s . Utilizou-se como valor, para o parâmetro de fator de busca f_b , o valor de 2.125. Observa-se que, nas figuras 2 e 4, os picos máximos de amplitudes dos espectros encontram-se centrados em torno desta frequência. Pelo método de Newmark, o mapeamento do fator de busca f_b para se obter o pico máximo centrado em torno desta mesma frequência assumiu o valor de 3.0, indicando que de fato, dependendo do valor assumido por f_b e, em conseqüência, do valor para o intervalo de tempo de discretização, há um deslocamento relativo do sinal de deslocamento no tempo e em frequência. Daí, a importância de se utilizar um critério de busca bem definido.

9. BIBLIOGRAFIA

Bathe, K. J. Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982.

Lathi, B.P. Communication Systems, Jonh Willey & Sons, Inc, 1968.

Meirovitch, L. Elements of Vibration Analysis, Mc Graw-Hill Kogakusha, Inc, 1975.

Oliveira, N.V. Identificação de Parâmetros de Sistemas Mecânicos com Aplicação a Mancais. Tese de Doutorado, Unicamp, Brasil, 1988.

Oliveira, N.V. Identificacion Experimental de Fuerzas Bajo Condiciones Controladas en el Dominio de la Frecuencia, Second Pan American Congress for Applied Mechanics, Val Parayso-Chile, pp.183-188, 1991.

Papoulis, A. Signal Analysis, Mc Graw-Hill, Serie International Student, New York, 1977.

Schwartz, M. Information Transmission, Modulation and Noise, Mc Graw-Hill, Inc, 1970.

Silva, A.A., & Oliveira, N.V. Técnicas de Estimção Aplicada na Identificação de Forças em Sistemas Mecânicos, XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Brasilia-DF, Brasil, Volume III, pp.1209-1212, 1993.

Schroeder, M.R, Synthesis of Low-Peak Factor Signals and Binary Sequences Low Auto-Correlation , IEEE, Transactions on Information and Theory, pp.85-89, 1970.



PAPER CODE: COB964

**AVALIAÇÃO DE MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA
APLICADA A IDENTIFICAÇÃO DE PERTURBAÇÕES EXTERNAS /
NUMERICAL VALUATION INTEGRATION METHODS APPLIED TO A EXTERNAL
PERTURBATIONS IDENTIFICATION**

Valdemir Mariano

Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia - UFPB / ETFPE - UNED Pesqueira

Natanael Victor de Oliveira

Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia - UFPB

CEP 58109-970 - Campina Grande, Brasil - E - mail: jornaljc@cct.ufpb.br

Abstract

In this work the accuracy of numerical integration methods such as: Central Difference method, Houbolt method, Wilson θ and Newmark methods have been investigated. These methods were applied on a process of external perturbations (force) identification in dynamic systems using least square estimation method. The results obtained from the application of each method were compared with the results obtained by using the numerical integration Runge-Kutta method of 4th order. In this study, a MDOF system of two degree-of- freedom, which consists of an axis-plain cylindrical journal bearing system, was applied. From the results it can be concluded that the Newmark method has an accuracy closer to the Runge-Kutta method than the other methods investigated.

Keywords

Avaliação Numérica, Integração, Identificação, Força.
Numerical Valuation, Integration, Identification, Force.

1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas básicos da ciência é a tarefa de se explicar observações físicas a partir de equações matemáticas. A área relacionada à identificação de sistemas está sendo largamente utilizada e existe uma preocupação evidente em escolher equações matemáticas que descrevam adequadamente relações entre os dados de entradas e saídas para sistemas reais (Oliveira, 1991). Em muitas situações, nem todos os parâmetros do sistema são conhecidos e em alguns sistemas mecânicos, mesmo com o conhecimento prévio de um modelo matemático que retrate aproximadamente o seu comportamento dinâmico, em dadas situações, é praticamente impossível obter-se parâmetros destes modelos de forma direta (rigidez e amortecimento de um filme de óleo, por exemplo) (Lacerda et al., 1996). Nestes casos recorre-se a técnicas de identificação ou estimação de parâmetros que objetivam a determinação dos valores desconhecidos a partir dos sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta) do sistema (Rade et al., 1989). As diversas técnicas de estimação existentes na literatura - mínimos quadrados, variáveis instrumentais, estimação seqüencial, filtro de Kalman estendido, entre outras - apresentam "restrições" que dependendo da natureza e da dinâmica do sistema podem redundar em resultados bastante diferentes daqueles do sistema real. Estes métodos podem, sem perda de generalidade, serem adaptados e adequadamente utilizados para identificação de perturbações (forças) de sistemas mecânicos. As vibrações provocadas por estas perturbações são das mais diversas e variadas natureza, como exemplo tem-se as vibrações síncronas, assíncronas, supersíncronas, aleatórias, para não citar

outras. Em geral são fontes de excitação que podem causar e/ou originar ruídos e tensões dinâmicas, que resultam em fadiga, e em consequência, falha de estruturas. Em geral, a eficiência do estimador depende do método de integração numérica a ser utilizado. Neste trabalho investiga-se os métodos de integração numérica: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ e Newmark (Bathe, 1982). Em seguida, compara-se com o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Os resultados da simulação em termos do vetor de estado é então utilizado para identificar forças no domínio do tempo. O sinal de excitação simulado é do tipo periódico com as mesmas propriedades estatísticas de um ruído branco. (Schroeder, 1970).

2. APRESENTAÇÃO DOS MÉTODOS DE INTEGRAÇÃO DIRETA

As equações do movimento de sistemas mecânicos com n graus de liberdade podem ser resolvidas no domínio do tempo por métodos de integração numérica tais como: Diferença Central, Houbolt, Wilson θ , Newmark e Runge-Kutta de 4ª ordem, entre outros, pela transformação do sistema de equações diferenciais na forma de estado. A escolha do método que melhor se adapta ao processo de simulação, para testar os métodos de identificação de parâmetros, depende essencialmente de fatores como por exemplo: escolha do passo de integração, problemas de instabilidade numérica inerentes ao método a ser escolhido, introdução de amortecimento fictício no sistema, etc.. Estes fatores apresentam efeitos cruciais na simulação do sistema e em particular no processo de identificação de parâmetros (Oliveira, 1991). A equação diferencial genérica representativa da resposta dinâmica de um sistema mecânico pode ser dada por,

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{R\} \quad (1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ representam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez respectivamente; $\{R\}$ é o vetor força de excitação; $\{U\}$, $\{\dot{U}\}$ e $\{\ddot{U}\}$ são os vetores deslocamento, velocidade e aceleração do sistema, respectivamente. Se a relação de equilíbrio (1) é estimada como um sistema de equações diferenciais com coeficientes constantes, implica que algumas convenientes expressões de diferenças finitas para aproximar as acelerações e velocidades em termos de deslocamentos podem ser usadas. Um procedimento que pode ser muito eficaz na solução de alguns problemas é o *Método da Diferença Central*, no qual é assumido que,

$$\{\ddot{U}^t\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{U^{t-\Delta t} - 2U^t + U^{t+\Delta t}\} \quad (2)$$

$$\{\dot{U}^t\} = \frac{1}{2\Delta t} \{-U^{t-\Delta t} + U^{t+\Delta t}\} \quad (3)$$

A solução para o deslocamento no tempo $t + \Delta t$ é obtida considerando (1) no tempo t , ou seja,

$$[M]\{\ddot{U}^t\} + [C]\{\dot{U}^t\} + [K]\{U^t\} = \{R^t\} \quad (4)$$

Substituindo as relações para $\{\ddot{U}^t\}$ e $\{\dot{U}^t\}$ em (2) e (3), respectivamente, na equação (4), obtemos,

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^t\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2}[M]\right)\{U^t\} - \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t-\Delta t}\} \quad (5)$$

a qual pode ser solucionada para $\{U^{t+\Delta t}\}$. O esquema do *Método de Integração de Houbolt* é algo parecido com o método da diferença central apresentado anteriormente, no qual as expressões padrões de diferenças finitas são usadas para aproximar as componentes da aceleração e da velocidade em termos das componentes do deslocamento. As seguintes expressões de diferenças finitas são empregadas no método de integração de Houbolt:

$$\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\} = \frac{1}{\Delta t^2} \{2U^{t-\Delta t} - 5U^t + 4U^{t-\Delta t} - U^{t-2\Delta t}\} \quad (6)$$

$$\{\dot{U}^{t-\Delta t}\} = \frac{1}{6\Delta t} \{11U^{t-\Delta t} - 18U^t + 9U^{t-\Delta t} - 2U^{t-2\Delta t}\} \quad (7)$$

Para a obtenção da solução no tempo $t + \Delta t$, será considerada (1) no tempo $t + \Delta t$ (e não no tempo t conforme o método da diferença central), a qual torna-se,

$$[M]\{\ddot{U}^{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t+\Delta t}\} + [K]\{U^{t+\Delta t}\} = \{R^{t+\Delta t}\} \quad (8)$$

Substituindo (6) e (7) em (8) e arranjando todos os membros conhecidos no lado direito da equação, obtém-se para a solução de $\{U^{t+\Delta t}\}$,

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{\Delta t^2}[M] + \frac{11}{6\Delta t}[C] + [K]\right)\{U^{t+\Delta t}\} &= \{R^{t+\Delta t}\} + \left(\frac{5}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{\Delta t}[C]\right)\{U^t\} - \\ \left(\frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{3}{2\Delta t}[C]\right)\{U^{t-\Delta t}\} &+ \left(\frac{1}{\Delta t^2}[M] + \frac{1}{3\Delta t}[C]\right)\{U^{t-2\Delta t}\} \end{aligned} \quad (9)$$

O **Método Wilson θ** é essencialmente uma extensão do método da aceleração linear no qual é assumido uma variação linear da aceleração desde o tempo t até o tempo $t + \Delta t$. Para o método tornar-se incondicionalmente estável é necessário adotar o parâmetro $\theta \geq 1.37$, e usualmente toma-se $\theta = 1.40$ (Bathe, 1982). Denotando τ o incremento no tempo, onde $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$, tem-se que para o intervalo de tempo t a $t + \theta\Delta t$,

$$\{\ddot{U}^{t+\tau}\} = \{\ddot{U}^t\} + \frac{\tau}{\theta\Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (10)$$

Integrando (10) em relação a τ , obtém-se

$$\{\dot{U}^{t+\tau}\} = \{\dot{U}^t\} + \{\ddot{U}^t\}\tau + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (11)$$

$$\text{e } \{U^{t+\tau}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\tau + \frac{1}{2}\{\ddot{U}^t\}\tau^2 + \frac{1}{6\theta\Delta t}\tau^3 \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}^t\} \quad (12)$$

Tomando (11) e (12) no tempo $t + \theta\Delta t$,

$$\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} + \ddot{U}^t\} \quad (13)$$

$$\{U^{t+\theta\Delta t}\} = \{U^t\} + \theta\Delta t\{\dot{U}^t\} + \frac{\theta^2\Delta t^2}{6} \{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t} + 2\ddot{U}^t\} \quad (14)$$

as quais podem ser solucionadas para $\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ e $\{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\}$ em termos de $\{U^{t+\theta\Delta t}\}$:

$$\{\ddot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - \frac{6}{\theta\Delta t} \{\dot{U}^t\} - 2\{\ddot{U}^t\} \quad (15)$$

$$\text{e } \{\dot{U}^{t+\theta\Delta t}\} = \frac{3}{\theta\Delta t} \{U^{t+\theta\Delta t} - U^t\} - 2\{\dot{U}^t\} - \frac{\theta\Delta t}{2} \{\ddot{U}^t\} \quad (16)$$

Para obter a solução para os deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo $t + \Delta t$, considera-se a equação (1) no tempo $t + \theta\Delta t$.

$$[M]\{\ddot{U}^{t-\theta\Delta t}\} + [C]\{\dot{U}^{t-\theta\Delta t}\} + [K]\{U^{t-\theta\Delta t}\} = \{\bar{R}^{t-\theta\Delta t}\} \text{ onde } \{\bar{R}^{t-\theta\Delta t}\} = \{R^t\} + \theta\{R^{t-\Delta t} - R^t\} \quad (17)$$

Substituindo (15) e (16) em (17), uma equação é obtida na qual $\{U^{t-\theta\Delta t}\}$ pode ser resolvido. A substituição de $\{U^{t-\theta\Delta t}\}$ em (15) permite a determinação de $\{\dot{U}^{t-\theta\Delta t}\}$ que é usado em (10), (11) e (12), todos avaliados em $\tau = \Delta t$ para calcular $\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\}$, $\{\dot{U}^{t-\Delta t}\}$ e $\{U^{t-\Delta t}\}$. O *Método de Integração de Newmark* também pode ser compreendido como uma extensão do método da aceleração linear (Bathe, 1982). As seguintes equações são usadas,

$$\{\dot{U}^{t-\Delta t}\} = \{\dot{U}^t\} + [(1 - \delta)\{\ddot{U}^t\} + \delta\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\}]\Delta t \quad (18)$$

$$\{U^{t-\Delta t}\} = \{U^t\} + \{\dot{U}^t\}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\{\ddot{U}^t\} + \alpha\{\ddot{U}^{t-\Delta t}\}\right]\Delta t^2 \quad (19)$$

onde α e δ são parâmetros que podem determinar a precisão e a estabilidade no processo de integração numérica. O método de Newmark originalmente proposto é um algoritmo incondicionalmente estável para o caso em que $\alpha = 1/4$ e $\delta = 1/2$.

3. MODELO MATEMÁTICO

O modelo adotado foi um sistema MDOF constituído por um mancal hidrodinâmico aplicado em sistemas mecânicos rotativos (Oliveira, 1991), conforme figura (1), regido pelo sistema de equações diferenciais,

$$M\ddot{X}(t) + C_{xx}\dot{X}(t) + C_{xy}\dot{Y}(t) + K_{xx}X(t) + K_{xy}Y(t) = F_x(t) \quad (20)$$

$$M\ddot{Y}(t) + C_{yx}\dot{X}(t) + C_{yy}\dot{Y}(t) + K_{yx}X(t) + K_{yy}Y(t) = F_y(t) \quad (21)$$

onde K_{sx} e K_{sy} são os coeficientes de rigidez do suporte do sistema eixo-mancal hidrodinâmico segundo as direções x e y.

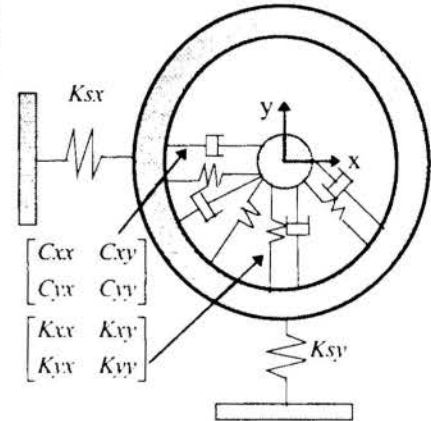


Figura (1): Modelo físico do sistema eixo-mancal hidrodinâmico

4. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS E FORÇAS

Para um sistema SDOF a equação de estado na forma $\dot{X} = AX + BF$ é de conhecimento convencional, no caso do sistema MDOF pode ser representada na seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_{xx}/M & -C_{xx}/M & -K_{xy}/M & -C_{xy}/M \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ K_{yx}/M & -C_{yx}/M & -K_{yy}/M & -C_{yy}/M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{Bmatrix} + \frac{1}{M} \begin{Bmatrix} 0 \\ F_x \\ 0 \\ F_y \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Esta equação representada na forma discreta compacta por, $X(k+1) = (I + ADt)X(k) + DtBF(k)$, onde Dt é o intervalo de tempo de discretização e $X(k)$, o vetor de estado no instante $t = k, k = 1, 2, \dots, N$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} X_1(2) & X_2(2) & X_3(2) & X_4(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k+1) & X_2(k+1) & X_3(k+1) & X_4(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_2(1) & X_3(1) & X_4(1) & F_x(1) & F_y(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_1(k) & X_2(k) & X_3(k) & X_4(k) & F_x(k) & F_y(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{K_{xx}}{M}Dt & 0 & \frac{K_{yx}}{M}Dt \\ Dt & (1-\frac{C_{xx}}{M}Dt) & 0 & -\frac{C_{xy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{K_{xy}}{M}Dt & 1 & -\frac{K_{yy}}{M}Dt \\ 0 & -\frac{C_{yx}}{M}Dt & Dt & (1-\frac{C_{yy}}{M}Dt) \\ 0 & \frac{Dt}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Dt \end{bmatrix} \quad (23)$$

Na forma matricial compacta, tem-se $[X'(k+1)] = [X'(k)][\phi]$, ou ainda $[b] = [A][\phi]$, onde, $[b]$: matriz retangular de ordem $N \times 4$, contendo os vetores de deslocamento e velocidade no instante $t = k+1$; $[A]$: matriz retangular de ordem $N \times 6$, contendo os vetores de entrada (força de excitação); e saída (resposta em termos de deslocamento e velocidade) no instante $t = k$; $[\phi]$: matriz retangular de ordem 6×4 , contendo os parâmetros a serem estimados. O estimador por mínimos quadrados dos parâmetros desconhecidos de ϕ fornece, $\hat{\phi}_{MQ} = [A^T A]^{-1} A^T b$, ficando assim estabelecida a equação para o processo de identificação dos parâmetros de rigidez e amortecimento para o caso em estudo no domínio do tempo. Segue-se ao processo de identificação dos parâmetros do sistema a identificação das perturbações/forças atuantes dada pela seguinte equação:

$$\{\hat{F}(t)\} = [\hat{M}]\{\hat{\ddot{X}}(t)\} + [\hat{C}]\{\hat{\dot{X}}(t)\} + [\hat{K}]\{\hat{X}(t)\} \quad (24)$$

onde, $[\hat{M}]$, $[\hat{C}]$, $[\hat{K}]$ representam as matrizes contendo os valores de massa, amortecimento e rigidez estimados e $\{\hat{\ddot{X}}(t)\}$, $\{\hat{\dot{X}}(t)\}$, $\{\hat{X}(t)\}$ os vetores de resposta do sistema em termos de aceleração, velocidade e deslocamento. Uma alternativa utilizada, ainda em estudo, para a identificação de perturbações/forças do sistema MDOF, oriunda da solução da equação (20) na forma discreta compacta, em termos de $F(k)$, pode ser dada por,

$$\begin{bmatrix} 0(1) & \dots & 0(k) \\ F_x(1) & \dots & F_x(k) \\ 0(1) & \dots & 0(k) \\ F_y(1) & \dots & F_y(k) \end{bmatrix} = \frac{[\hat{M}]}{\hat{D}t} \begin{bmatrix} X_1(2) & \dots & X_1(k+1) \\ X_2(2) & \dots & X_2(k+1) \\ X_3(2) & \dots & X_3(k+1) \\ X_4(2) & \dots & X_4(k+1) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \hat{D}t & 0 & 0 \\ -\frac{\hat{K}_{xx}}{\hat{M}}\hat{D}t & (1-\frac{\hat{C}_{xx}}{\hat{M}}\hat{D}t) & -\frac{\hat{K}_{xy}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{C}_{xy}}{\hat{M}}\hat{D}t \\ 0 & 0 & 1 & \hat{D}t \\ \frac{\hat{K}_{yx}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{C}_{yx}}{\hat{M}}\hat{D}t & -\frac{\hat{K}_{yy}}{\hat{M}}\hat{D}t & (1-\frac{\hat{C}_{yy}}{\hat{M}}\hat{D}t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(1) & \dots & X_1(k) \\ X_2(1) & \dots & X_2(k) \\ X_3(1) & \dots & X_3(k) \\ X_4(1) & \dots & X_4(k) \end{bmatrix}$$

A figura (2) apresenta o diagrama de blocos para o processo de identificação de perturbações/forças no domínio do tempo usando o estimador por mínimos quadrados.

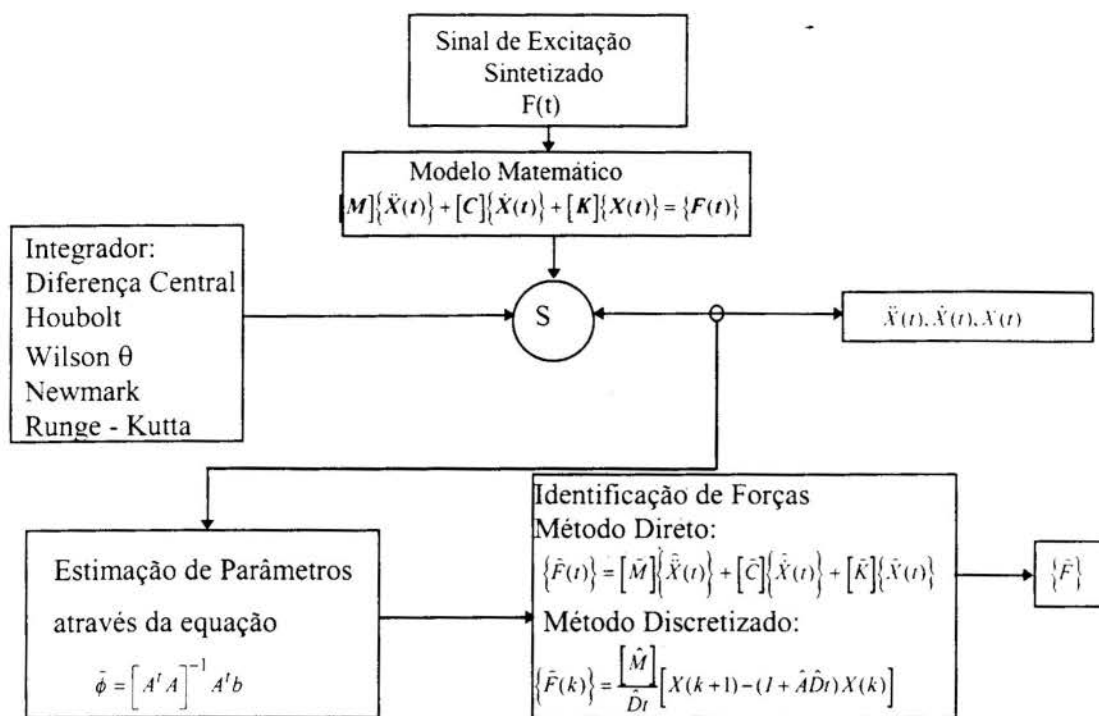


Figura (2): Diagrama de blocos para o processo de identificação de forças

5. RESULTADOS DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO E DISCUSSÕES

Para o sistema MDOF em estudo foram adotados os seguintes valores de massa em [Kg], amortecimento em [Ns/m], rigidez em [N/m] e amplitude de força de excitação em [N],

Tabela 1: Parâmetros adotados para verificação do processo de identificação de forças

M	DIREÇÃO - X				DIREÇÃO - Y				AMPLITUDE	
	Kxx	Cxx	Kxy	Cxy	Kyx	Cyx	Kyy	Cyy	X	Y
14.8	40	20	50	10	20	10	60	30	100	100

O vetor força de excitação utilizado como entrada no sistema dinâmico em consideração corresponde ao sinal obtido a partir de síntese de sinais periódicos. A ilustração seguinte permite visualizar este vetor gerado no tempo e seu espectro pela soma de 256 funções cossenoidais de iguais amplitudes; isto eqüivale a excitar o sistema injetando simultaneamente 256 sinais cossenoidais. A justificativa de utilização deste sinal como fonte de excitação deve-se, entre outras vantagens, a sua característica de manutenção das condições de excitação persistente (Eykhoff, 1974).

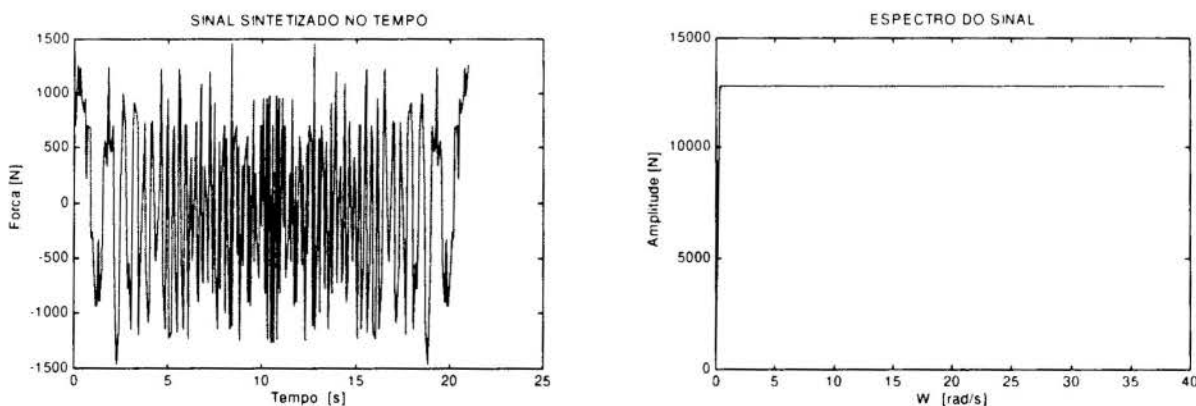


Figura (3): Sinal de excitação sintetizado, no tempo (a) em freqüência (b)

Para 256 pontos de observação no tempo e a relação entre a frequência natural e a frequência fundamental denominada por NPI, como sendo igual a 6 e 2 respectivamente, e, ainda, aplicando a equação (24) referente ao primeiro método proposto, tem-se os seguintes resultados de identificação de forças para os métodos de integração numérica em estudo:

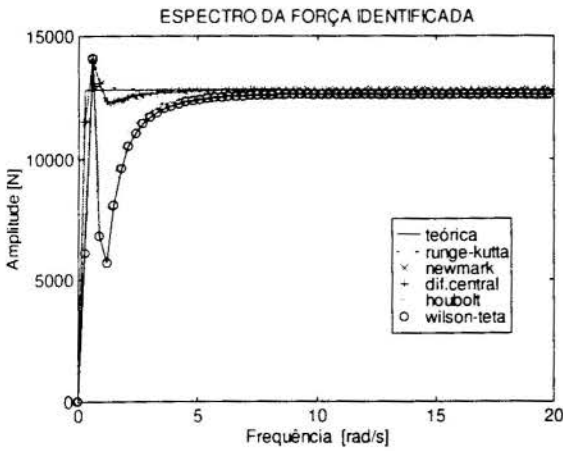


Figura (4): Resultados de identificação de forças pelo método da equação (24) e NPI = 6

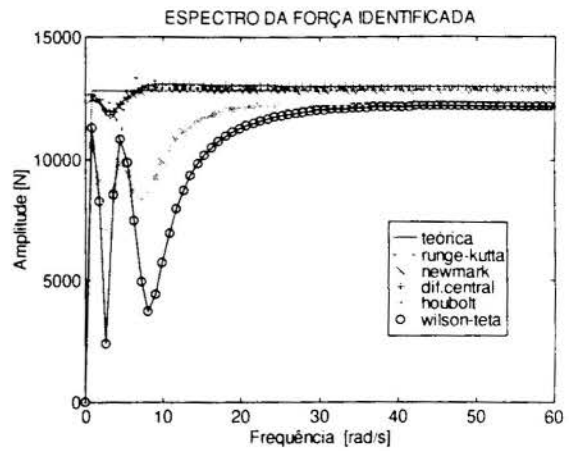


Figura (5): Resultados de identificação de forças pelo método da equação (24) e NPI = 2

Da figura (4) acima exposta, vê-se que os métodos de Newmark e Diferença Central apresentaram uma boa performance no processo de identificação de forças, a ponto do método de Newmark superar o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. Por outro lado, observa-se uma determinada inconsistência dos valores de identificação de forças apresentados pelos métodos de Houbolt e Wilson θ em função da dispersão dos valores das forças identificadas em torno do espectro da força exata.

Para uma nova situação de intervalo de tempo de discretização, controlado por NPI, neste caso igual a 2, com Δt tendo sido reduzido para 0,02728 diferentemente do valor anterior 0,08184, observa-se ainda, uma boa consistência dos valores de identificação de forças apresentados pelos métodos de Newmark e Diferença Central, com os seus resultados bastante próximos, o que pode ser constatado na figura (5). Com relação aos métodos de Houbolt e Wilson θ , houve uma rápida melhora na consistência dos seus valores de identificação de forças apresentados, o que pode ser visualizado comparando-se as figuras (4) e (5). Todos estes resultados foram obtidos via aplicação da equação contínua no domínio do tempo (24).

Para o mesmo número de pontos de observação no tempo e tomando NPI como sendo igual a 6 e 2 respectivamente, entretanto, aplicando a equação (25) referente ao segundo método proposto, o da equação discretizada, tem-se os seguintes resultados de identificação de forças para os métodos de integração numérica em estudo:

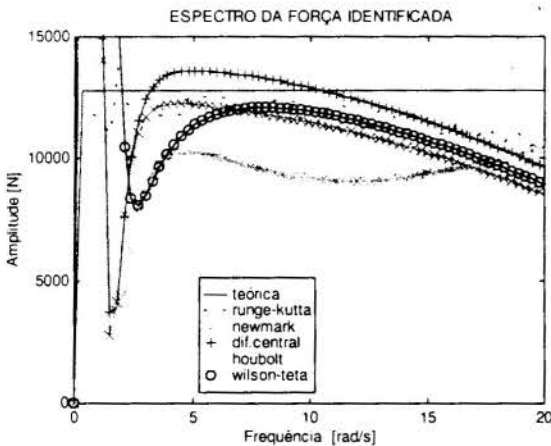


Figura (6) - Resultados de identificação de forças pelo método da equação (25) e NPI = 6

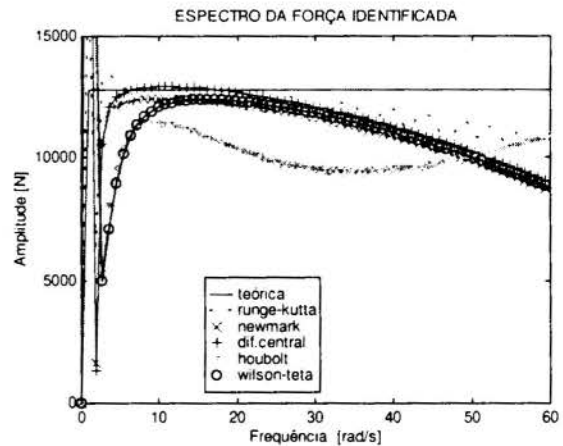


Figura (7) - Resultados de identificação de forças pelo método da equação (25) e NPI = 2

Dos resultados de identificação de forças apresentados pelo segundo método em análise proposto, o da equação discretizada (25), figuras (6) e (7), observa-se uma alta inconsistência para os valores obtidos por todos os métodos de integração numérica, inclusive o integrador de Runge-Kutta, mesmo apresentando menor dispersão em relação aos outros métodos. Para este método, a variação de NPI e concomitantemente de Δt , não surtiu qualquer efeito.

6. CONCLUSÕES

A escolha ótima do passo de integração numérica é fator primordial para uma boa performance dos resultados obtidos pelos métodos analisados e conseqüente consistência dos valores de identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos; deixando bastante evidente que este passo está intrinsecamente relacionado com a dinâmica do sistema e não pode ser tomado como um valor aleatório qualquer. O método da equação dinâmica proposto, apresentou resultados bastante consistentes para o processo de identificação de forças, superando em muito, o segundo método proposto, o da equação discretizada, o que consolida o primeiro, porém, ainda, não invalida o segundo por se encontrar em fase de análise. Fica bastante evidenciada a possibilidade de aplicação dos métodos de Newmark - com destaque pelos seus resultados apresentados -, Diferença Central, Houbolt e Wilson θ no processo de obtenção numérica dos vetores de estado para aplicação na identificação de parâmetros e de forças em sistemas dinâmicos, considerando que para uma bom desempenho destes métodos fatores como: o melhor critério para escolha ótima do intervalo de tempo de discretização, número de pontos adotados, seleção do sinal de excitação e condição de estabilidade numérica do método, não podem ser desprezados.

7. REFERÊNCIAS

- Bathe, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982
- Eykhoff, P. System Identification Parameter and States Estimation, John Wiley & Sons, 1974.
- Lacerda Junior, J. A. Identificação de Parâmetros no Domínio do Tempo Utilizando-se o Filtro de Kalman em Conjunção com o Estimador das Variáveis Instrumentais, Anais do IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, pp.645-650, Recife, 1996.
- Oliveira, N. V. Identificación Experimental de Fuerzas Bajo Condiciones Controladas en el Dominio de la Frecuencia, II Pan American Congress for Applied Mechanics, pp.183-188, Val Parayso, Chile, 1991.
- Rade, D. A., Steffen Jr., V. Identificação de Sistemas Mecânicos no Domínio do Tempo pelo Método das Séries de Fourier, Anais do X Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp.303-305, Rio de Janeiro, 1989.
- Schroeder, M. R. Synthesis of Low-Peak-Factor Signals and Binary Sequences with Low Autocorrelatiom. IEEE Transactions on Information and Theory, pp.85-89, jan 1970.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), de quem recebeu bolsa do programa de Mestrado da UFPB/CCT/CPGEM.



PAPER CODE: COB984

**OTIMIZAÇÃO DO CONSUMO DE COMBUSTÍVEL DE UM
PROCESSO DE DESIDRATAÇÃO UTILIZANDO SECADOR TIPO
TÚNEL CONCORRENTE / OPTIMIZATION OF FUEL CONSUMPTION OF
DEHYDRATION PROCESS BY CONCURRENT TUNNEL DRYER**

VIRGÍNIA MARIA DA SILVA SANTOS & RICARDO LUIZ UTSCH DE FREITAS PINTO
*Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica - UFMG
Av. Antônio Carlos, 6627 - Campus da Pampulha - Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil
CEP: 31270-901 - Email: utsch@vesper.ufmg.br*

Abstract

Values for inlet air temperature and truck speed in a concurrent tunnel dryer are obtained in order to minimize fuel consumption per weight of dehydrated fruit. The mathematical model is composed by non-linear ordinary differential equations numerically integrated by an adaptive method. The quality of dehydrated fruit is guaranteed by an equality constraint in the final moisture content and by an inequality constraint in the maximum temperature of the product throughout the process.

Palavras chaves

Dryers, fuel consumption minimization, process optimization
Secadores, minimização do consumo de combustível, otimização de processos

1. INTRODUÇÃO

A otimização do projeto e da operação de unidades de secagem é um dos objetivos da engenharia de processamento de alimentos. Recentemente grandes esforços têm sido feitos no sentido de diminuir o consumo de energia e aperfeiçoar as condições de operação dos equipamentos (Bertin e Blazquez, 1986; Radajewski *et al.*, 1987; Zang e Litchfield, 1991; Soponronnarit e Prachayawarakorn, 1994; Kiranoudis *et al.*, 1996 e Boxtel e Knol, 1996)

Bertin e Blazquez (1986) apresentaram um modelo unidimensional de desidratação para simular um secador do tipo túnel concorrente, cujos resultados são satisfatórios quando comparados a resultados experimentais.

Neste trabalho apresenta-se um procedimento para minimizar o consumo de combustível por quilo de frutas desidratadas em secadores do tipo túnel com fluxo concorrente (vide Figura 1) baseado no modelo desenvolvido por Bertin e Blazquez (1986), utilizando-se para a integração das equações diferenciais ordinárias um método de integração adaptativo (Bixler, 1989).

A qualidade da fruta é assegurada na otimização impondo-se um valor para o teor final de umidade, e um limite máximo para a temperatura da fruta durante todo o processo (Bertin e Blazquez, 1986).

Resultados para a desidratação de ameixas são obtidos variando-se o comprimento do secador e a razão de recirculação do ar de exaustão.

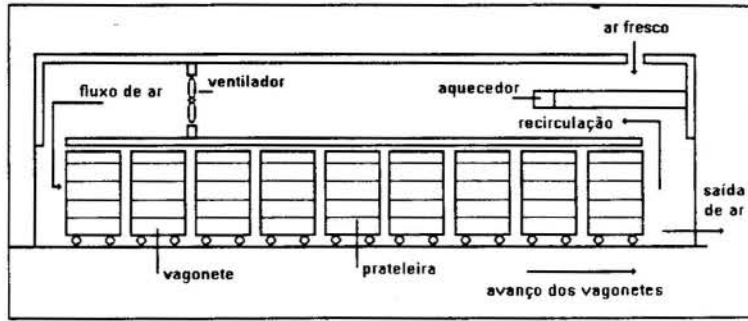


Figura 1 - Esquema de um secador do tipo túnel concorrente.

2. O CONSUMO DE COMBUSTÍVEL

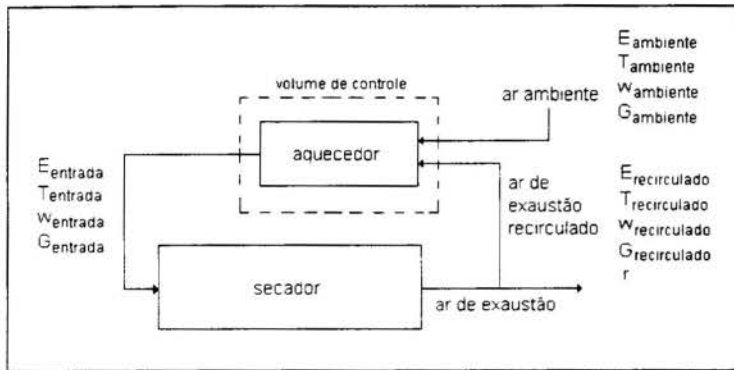


Figura 2 - Volume de controle no aquecedor

A Figura 2 mostra o volume de controle para o aquecedor indicando a entrada do ar ambiente e de uma parcela do ar de exaustão (ar reciclado).

A energia das correntes de ar estão representadas por E .

O consumo de combustível é obtido através do balanço de energia e de massa no aquecedor, sendo expressado por:

$$CC = \frac{E_{\text{aquecedor}}}{pcc} \quad (1)$$

onde pcc representa o poder calorífico do combustível.

Pela aplicação do Princípio de Conservação de Energia e do Princípio de Conservação da Massa obtém-se, respectivamente:

$$E_{\text{aquecedor}} = E_{\text{entrada}} - E_{\text{ambiente}} - E_{\text{reciclado}} \quad (2)$$

$$G_{\text{entrada}} = G_{\text{ambiente}} + G_{\text{reciclado}} \quad (3)$$

Considerando-se que o fluxo de ar seco reciclado é uma porcentagem do fluxo de ar de exaustão do secador tem-se que:

$$G_{\text{ambiente}} = (1 - r) G_{\text{entrada}} \quad \text{e} \quad G_{\text{reciclado}} = r G_{\text{entrada}} \quad (4)$$

onde r denota a razão de recirculação.

Para a energia do ar na entrada do secador, a energia do ar ambiente e a energia do ar reciclado, é possível encontrar:

$$E_{\text{entrada}} = (C_{\text{as}} - C_v w_{\text{entrada}}) T_{\text{entrada}} G_{\text{entrada}} \quad (5)$$

$$E_{\text{ambiente}} = (C_{\text{as}} - C_v w_{\text{ambiente}}) T_{\text{ambiente}} G_{\text{ambiente}} \quad (6)$$

$$E_{\text{recirculado}} = (C_{\text{as}} - C_v w_{\text{recirculado}}) T_{\text{recirculado}} G_{\text{recirculado}} \quad (7)$$

Igualando-se as condições do ar recirculado (presentes na equação (7)) às condições do ar de exaustão e igualando-se as condições do ar de entrada (presentes na equação (5)) às condições iniciais, tem-se:

$$w_{\text{recirculado}} = w_f, \quad T_{\text{recirculado}} = T_{a_f}, \quad w_{\text{entrada}} = w_i \quad \text{e} \quad T_{\text{entrada}} = T_{a_i} \quad (8)$$

3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Baseando-se no modelo de Bertin e Blazquez (1986), pode-se formular a minimização do consumo de combustível por quilo de fruta desidratada em um secador do tipo túnel concorrente através do seguinte problema de otimização:

$$\text{Minimizar} \quad \text{CPQ} = \text{CC}/\text{CP} \quad (9)$$

sujeito às restrições diferenciais (no domínio $0 \leq x \leq \ell$):

$$\dot{\bar{X}} = -\tilde{\beta}_v f(w_{\text{superf}} - w) \quad (10)$$

$$\dot{\bar{T}}_p = [\tilde{\alpha}(T_a - \bar{T}_p) + \Delta\tilde{h}_v \dot{\bar{X}}] / [1 + (\text{Bi}/5)] \quad (11)$$

$$\dot{T}_a = \mu_s \phi [\Delta\tilde{h} \dot{\bar{X}} - \dot{\bar{T}}_p] \quad (12)$$

$$\dot{w} = \mu_s \dot{\bar{X}} \quad (13)$$

às restrições de desigualdade (no domínio $0 \leq x \leq \ell$):

$$\bar{T}_p(x) \leq T_{\text{maxima}} \quad (14)$$

$$T_{\text{superf}}(x) \leq T_{\text{maxima}} \quad (15)$$

onde $T_{\text{superf}} = \bar{T}_p + (\text{Bi}/5\tilde{\alpha})\dot{\bar{T}}_p$

e às restrições de contorno:

$$\bar{X}(0) = \bar{X}_i \quad (16)$$

$$\bar{T}_p(0) = \bar{T}_{p_i} \quad (17)$$

$$w(0) = \frac{0,622 \left[p_{\text{sat}}(T_{a_i}) UR_i \right]}{\left[P - p_{\text{sat}}(T_{a_i}) UR_i \right]} \quad (18)$$

$$\bar{X}(\ell) = \bar{X}_r \quad (19)$$

A Tabela 1 mostra as expressões para as variáveis auxiliares e valores dos parâmetros utilizados nas equações.

Tabela 1: Expressões para as variáveis auxiliares e valores dos parâmetros

$\tilde{\beta}_w = \frac{3\beta_w P}{\rho_{ps} R \bar{u} (0.622 + w)}$	$\mu_s = \frac{M_p \bar{u}}{(1 + \bar{X}_i) \ell G}$	$f = \frac{\{1 + k_1 \bar{X}\}^{-1.3} \bar{X}}{\bar{X}_i}$
$w_{\text{superf}} = \left[p_{\text{superf}} (0.662 + w) \right] / P$	$\tilde{\alpha} = \frac{3\alpha}{\rho_{ps} R C_p \bar{u}}$	$d_w = 0.4 \bar{X} + 0.48 \quad \bar{X} \leq 1.3$ $d_w = 1.0 \quad \bar{X} > 1.3$
$p_{\text{superf}} = p_{\text{sat}}(T_{\text{superf}}) d_w$	$\Delta \tilde{h}_v = \Delta h_v / C_p$	$\Delta \tilde{h} = \Delta h / C_p$
$\Delta h = \Delta h_{v0} + C_v T_a - C_1 \bar{T}_p$	$\varphi = C_p / C_{au}$	$\Delta h_v = \Delta h_{v0} + C_v T_a$
$C_{au} = C_{as} + w C_v$	$C_p = C_{ps} + X C_1$	$\Delta h_{v0} = 2,5 \times 10^6 \text{ J / kg}$
$Bi = \alpha R / \lambda$	$\lambda = 0,546 \text{ W / m}^\circ \text{C}$	$C_{ps} = 1,34 \times 10^3 \text{ J / kg}^\circ \text{C}$
$\beta_w = 4,78 \times 10^{-8} \text{ kg / N seg}$	$\rho_{ps} = 1,4 \times 10^3 \text{ kg / m}^3$	$C_1 = 4,18 \times 10^3 \text{ J / kg}^\circ \text{C}$
$C_{as} = 1,0 \times 10^3 \text{ J / kg}^\circ \text{C}$	$\rho_1 = 1,0 \times 10^3 \text{ kg / m}^3$	$P = 1,013 \times 10^5 \text{ N / m}^2$
		$C_v = 1,84 \times 10^3 \text{ J / kg}^\circ \text{C}$
$\alpha = \begin{cases} 180,3 & x < 1\text{m} \\ -14,3x + 194,6 & x > 1\text{m} \end{cases} \text{ W / m}^2 \text{ }^\circ \text{C}$		$k_1 = \frac{\rho_{ps}}{\rho_1}$
$p_{\text{sat}}(T) = \exp \left[\left(\sum_{k=0}^5 a_k T^{k-1} \right) + a_6 \ln(T) \right]$ $a_0 = -7,51152 \times 10^3, \quad a_1 = 9,65389644 \times 10^1$ $a_2 = 2,3998970 \times 10^{-2}, \quad a_3 = -1,1654551 \times 10^{-5},$ $a_4 = -1,2810336 \times 10^{-8}, \quad a_5 = 2,0998405 \times 10^{-11},$ $a_6 = -1,2150799 \times 10^1 \quad \text{Pakowski et al. (1991)}$		$CP = \left[\frac{M_p (1 + \bar{X}_r) n}{(1 + \bar{X}_i) \ell} \right] \bar{u}$

Para a obtenção dos resultados, os valores de R, G, M_p , ℓ e UR são fixados. Os parâmetros T_a e \bar{u} são as grandezas a serem otimizadas.

4. PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Para a solução numérica, o problema de otimização é reescrito na seguinte forma:

$$\text{Minimizar a função} \quad f_0(T_{a_i}) = CPQ = \frac{CC(T_{a_i})}{CP(\bar{u}(T_{a_i}))} \quad (20)$$

sujeito às restrições de desigualdade (14)–(15), onde $\bar{u}(T_{a_i})$ é obtido como solução do seguinte problema:

Problema Acessório: Integrar as equações diferenciais (10)–(13), com as condições de contorno (16)–(19).

5. ALGORITMO DE DETERMINAÇÃO DE T_{a_i} E \bar{u} ÓTIMOS

◇ O valor ótimo de T_{a_i} é obtido como o menor entre dois valores,

$$T_{a_i \text{ ótimo}} = \text{Menor}(A, B)$$

onde :

A é o máximo valor de T_{a_i} que permite a satisfação das restrições de desigualdade (14)–(15);

B é o valor de T_{a_i} que minimiza a função objetivo independente da satisfação ou não das restrições (14)–(15).

◇ Para a solução do Problema Acessório, necessária a cada valor arbitrado de T_{a_i} , realiza-se uma busca direta para a determinação de $\bar{u}(T_{a_i})$ baseada no Método da Bissecção, até que o vínculo em $\bar{X}(\ell)$ seja obedecido dentro de uma precisão desejada.

◇ Neste processo, para cada \bar{u} arbitrado, as equações diferenciais são integradas pelo método proposto por Bixler (1989).

O valor de A é obtido por um procedimento de busca direta que, após o rompimento de alguma das restrições (14)–(15), utiliza o Método da Bissecção.

O valor de B é obtido por um procedimento de busca direta baseado no Método da Seção Áurea (Luenberger, 1984).

6. RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE DESIDRATAÇÃO

Resultados para o consumo ótimo de combustível por quilo de ameixas desidratadas foram obtidos considerando-se : $R = 0,01560\text{m}$, $\bar{X}_i = 2,7 \text{ b.s.}$, $\bar{X}_f = 0,3 \text{ b.s.}$, $G = 6,3 \text{ kg/s}$, $UR_i = 0,15$, $T_{\text{máxima}} = 74^\circ\text{C}$, variando-se ℓ de 10 a 20 m (com $r = 0,85$) e variando-se r de 0,70 a 1,0 (com $\ell = 12 \text{ m}$), para três valores de M_p (600, 800 e 1000 kg), conforme mostrado nas Figuras 3 a 8. Considerou-se o querosene como sendo o combustível

responsável pelo fornecimento de energia ao aquecedor (Bertin, 1984), cujo poder calorífico é $pcc = 10^4$ kcal / kg de combustível.

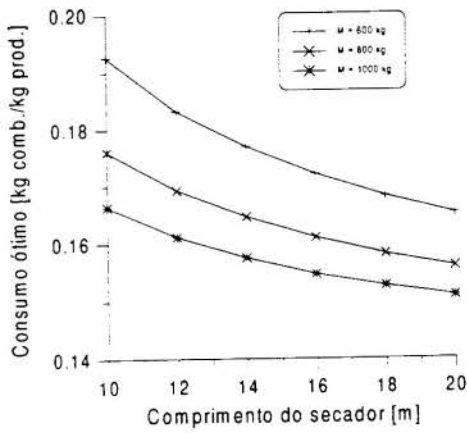


Figura 3 - Efeito do comprimento no consumo ótimo.

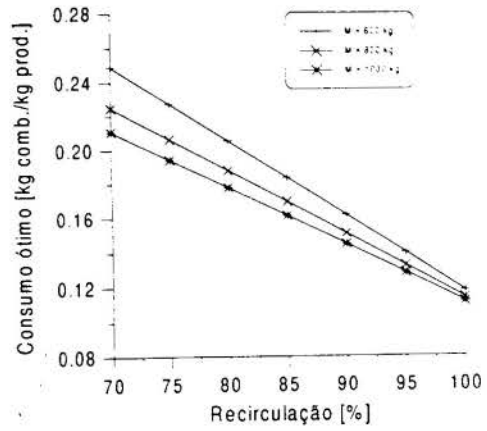


Figura 4 - Efeito da recirculação no consumo ótimo.

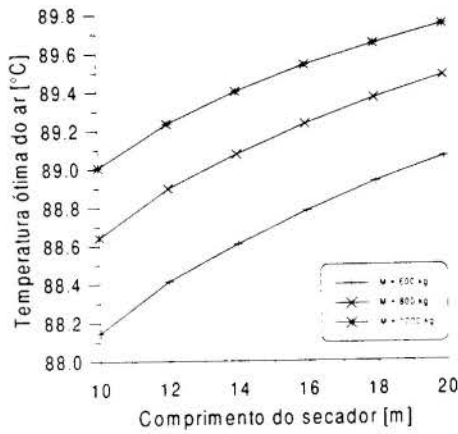


Figura 5 - Efeito do comprimento na temperatura ótima

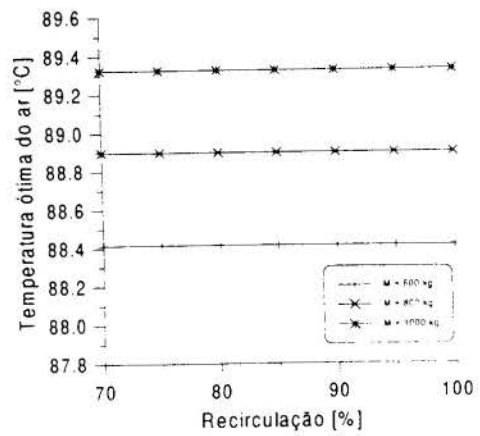


Figura 6 - Efeito da recirculação na temperatura ótima.

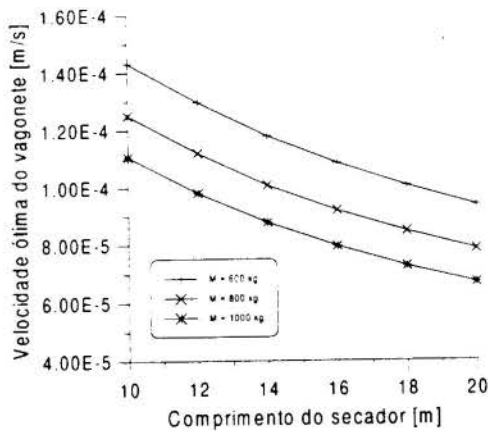


Figura 7 - Efeito do comprimento na velocidade ótima

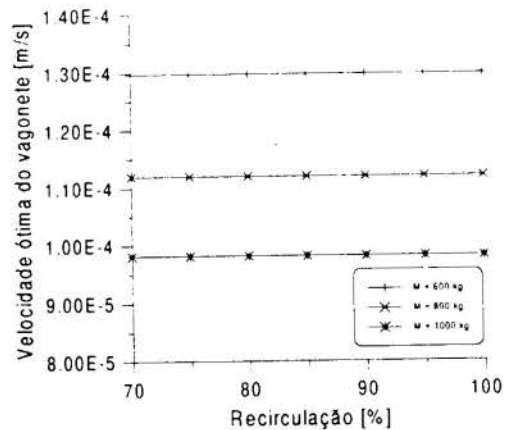


Figura 8 - Efeito da recirculação na velocidade ótima

7. COMENTÁRIOS

- i) A temperatura do produto (ou na superfície ou no interior) para as soluções de consumo mínimo atingem o valor máximo permitido (no caso 74°C) em algum ponto durante o processo de desidratação, ou seja, uma das restrições de desigualdade é ativa.
- ii) O fato da temperatura da superfície do produto (ou do seu interior) atingir o valor máximo permitido durante o processo ótimo de desidratação, faz com que as soluções de consumo mínimo para a ameixa coincidam com as soluções de máxima produção (vide Santos (1997)). Esta particularidade dos resultados obtidos é uma peculiaridade do produto estudado (ameixas) e, mais especificamente, do limite permitido para $T_{\text{máxima}}$ (74°C). Por exemplo, é possível verificar que, no caso de $T_{\text{máxima}}$ igual a 86°C, as soluções de máxima produção e de mínimo consumo de combustível por quilo de ameixa desidratada não mais coincidem.

8. CONCLUSÃO

Neste trabalho desenvolveu-se um procedimento numérico para a minimização do consumo de combustível gasto na produção de frutas desidratadas em um secador do tipo túnel concorrente.

Utilizou-se um modelo matemático que descreve o processo de desidratação através de um sistema composto por quatro equações diferenciais ordinárias não lineares acopladas, integradas por um método adaptativo.

Valores ótimos para a velocidade de avanço dos vagonetes, para a temperatura do ar de entrada e para o consumo de combustível por quilo de fruta desidratada foram determinados para três carregamentos do vagonete variando-se, separadamente, o comprimento do secador e a recirculação do ar de exaustão.

Para o caso de desidratação de ameixas com temperatura máxima permitida de 74°C, as soluções de mínimo consumo de combustível por quilo de produto coincidem com as soluções de máxima produção.

9. REFERÊNCIAS

- Bertin, R. *Analyse, Modélisation, Identification et Optimization de Processus de Séchage*. Thesis University of Bordeaux I, 1984.
- Bertin, R. & Blazquez, M.: Modeling and Optimization of Dryer. *Drying Technology*, Vol. 4, No.1, pp. 45-66, 1986.
- Bixler, N. E. An Improved Time Integrator for Finite Element Analysis. *Communications in Applied Numerical Methods*, Vol.5, pp. 69-78, 1989.
- Kiranoudis, C. T., Maroulis, Z. B. & Marinos-Kouris, D. Modeling and Optimization of a Tunnel Grape Dryer. *Drying Tecnology*, Vol. 14, No. 7 e 8, pp. 1695-1718, 1996.
- Luenberger, D. G. *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley Publishing Company, Second Edition, 1984.
- Pakowski, Z., Bartczak, Z., Strumillo, C. & Stenstrom, S. Evaluation of Equations Approximating Thermodynamic and Transport Properties of Water, Steam and Air for Use in CAD of Drying Processes. *Drying Tecnology*, Vol. 9, No. 3, pp. 753-773, 1991.
- Radjewski, W., Jolly, P. & Abawi, G. Y. Optimization of Solar Grain Drying in a Continuous Dryer. *Journal of Agricultural Engineering Research*, Vol. 38, pp.127-144, 1987.

Santos, V. M. S. *Simulação e Otimização de Secagem de Frutas em Secador Tipo Túnel Concorrente*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica, 1997.

Soponronnarit, S. & Prachayawarakorn, S. Optimum Strategy for Fluidized Bed Paddy Drying. *Drying Technology*, Vol. 12, No. 7, pp. 1667-1686, 1994.

Van Boxtel, A. J. B. & Knol, L. A Preliminary Study on Strategies for Optimal Fluid-Bed Drying. *Drying Technology*, Vol. 14, No. 3 e 4, pp. 481-500, 1996.

Zang, Q. & Litchfield, J. B. An Optimization of Intermittent Corn Drying in a Laboratory Scale Thin Layer Dryer. *Drying Technology*, Vol. 9, No.1, pp. 233-244, 1991.

SIMBOLOGIA

Bi	número de Biot	w	umidade absoluta do ar [kg kg ⁻¹]
C	calor específico [J kg ⁻¹ °C ⁻¹]	x	coordenada espacial [m]
CC	consumo de combustível [kg h ⁻¹]	X	teor de umidade do produto [b.s.]
CP	capacidade de produção [kg h ⁻¹]	<i>sub-escrito</i>	
CPQ	consumo de combustível por quilo de fruta desidratada [kg kg ⁻¹]	a	ar
E	energia das correntes de ar [kJ seg ⁻¹]	f	final
d _w	coeficiente de desorção	i	inicial
f	fator de contração volumétrica	l	água líquida
f ₀	função objetivo	p	produto
G	fluxo de massa de ar seco [kg seg ⁻¹]	s	seco
k _l	razão de densidade	sat	saturado
ℓ	comprimento do secador [m]	superf	superfície
M _p	massa de produto por vagonete [kg]	v	vapor
n	número de vagonetes	entrada	ar de entrada no secador
p	pressão parcial [Pa]	recirculado	ar recirculado
P	pressão total [Pa]	ambiente	ar ambiente
r	razão de recirculação	<i>superescrito</i>	
T	temperatura [°C]	—	valor médio
u	velocidade do vagonete [m seg ⁻¹]	~	valor agrupado
UR	umidade relativa do ar	·	derivada primeira
<i>letras gregas</i>			
α	coeficiente de transferência de calor [W m ⁻² °C ⁻¹]		
ρ	densidade [kg m ⁻³]		
λ	condutividade térmica [W m ⁻¹ °C ⁻¹]		
β _w	coeficiente de transferência de massa [kg N ⁻¹ seg ⁻¹]		
Δh _v	calor latente de vaporização [J kg ⁻¹]		
Δh _{v,0}	calor latente de vaporização à zero grau Celsius [J kg ⁻¹]		
Δh	diferença de entalpia [J kg ⁻¹]		
φ	razão entre os calores específicos do produto e do ar		



PAPER CODE: COB987

SIMULAÇÃO DA DINÂMICA DE UMA PESSOA NUM BALANÇO/SIMULATION OF THE DYNAMIC OF A SWINGER

Hugo Mário Tavares Júnior

Departamento de Física, Instituto de Ciências Exatas-UA

Av. Gen. Rodrigo Octávio Jordão Ramos, 3000

Japiim-Manaus-AM-CEP 69.077-000 - e-mail: hugojr@fua.br

Abstract

The pumping of a playground swing from the seated position is modeled as a system of particles. The model consists of four masses attached to each others in a particular fashion. One of these masses represents the legs of the swinger; the others, their body. The methods of Maggi-Kane and Lagrange are employed to get the equations of motion. Based on analysis of the Maggi-Kane's equations it is concluded that the mechanism is driven by two terms: gyroscopic coupling and generalized external torques. Numerical results are presented to simulate the movement when the motion is started up by the oscillation of the legs.

Keywords

Maggi-Kane's equations, Lagrange's equations, oscillation, gyroscopic coupling, operator split.

Palavras Chaves

Equações de Maggi-Kane, equações de Lagrange, oscilação, acoplamento giroscópico, decomposição de operadores.

1. INTRODUÇÃO

A dinâmica de uma pessoa brincando num balanço pode ser modelada, como em Case & Swanson (1990), considerando-se três massas distintas para representar o corpo da pessoa, ligadas convenientemente por barras sem massa e inextensíveis. A formulação lagrangeana pode ser empregada para se obter as equações do movimento, como por exemplo, foi estabelecida no referido artigo.

A experiência mostra que há basicamente dois modos de por o mecanismo em movimento. No primeiro deles, o movimento pode ser conseguido com ajuda do contato da pessoa com o exterior, por exemplo, impulsionando suas pernas contra o chão. No segundo, o movimento é obtido através da oscilação do corpo da pessoa, ora abaixando, ora elevando. Uma variante desse segundo modo, é empregar as pernas para executar o movimento oscilatório ao invés de usar o corpo. Por ser este movimento imposto ao sistema, o grau de liberdade do sistema é reduzido de uma unidade.

Embora muito bem explorado, o movimento das pernas da pessoa não é considerado no

referido artigo, nem, tão pouco, um tratamento não-linear das equações do movimento.

Neste trabalho propõe-se simular numericamente a dinâmica de uma pessoa no balanço, considerando-se um modelo um pouco mais realista do que o de Case & Swanson (1990), com quatro massas, sendo que uma delas representará o movimento das pernas da pessoa, as demais representarão o corpo da pessoa. O movimento do sistema, desta vez, será inicializado pela oscilação das pernas da pessoa. Neste caso, o sistema poderá ter dois de graus de liberdade, se o corpo da pessoa estiver livre para se inclinar, ou um grau de liberdade, caso contrário. Além disso, emprega-se a formulação de Maggi-Kane (Tavares Jr. & Sampaio 1993) para se obter as equações não-lineares do movimento do sistema e esquemas numéricos baseados na decomposição de operadores (operator split).

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Um modelo para uma pessoa brincando num balanço está representado na figura (1). As massas concentradas representam uma possível distribuição da massa do corpo e das pernas da pessoa. As massas m_1 , m_2 e m_3 estão rigidamente conectadas por uma barra rígida e sem massa. A massa m_4 representa as pernas da pessoa. As distâncias entre as massas descritas por l_2 , l_3 e l_4 encontram-se representadas na figura. O balanço é modelado por uma barra rígida, de comprimento l_1 , sem massa e, rotulada no ponto O e no ponto de sustentação da pessoa, localizado na posição da massa m_1 (assento do balanço).

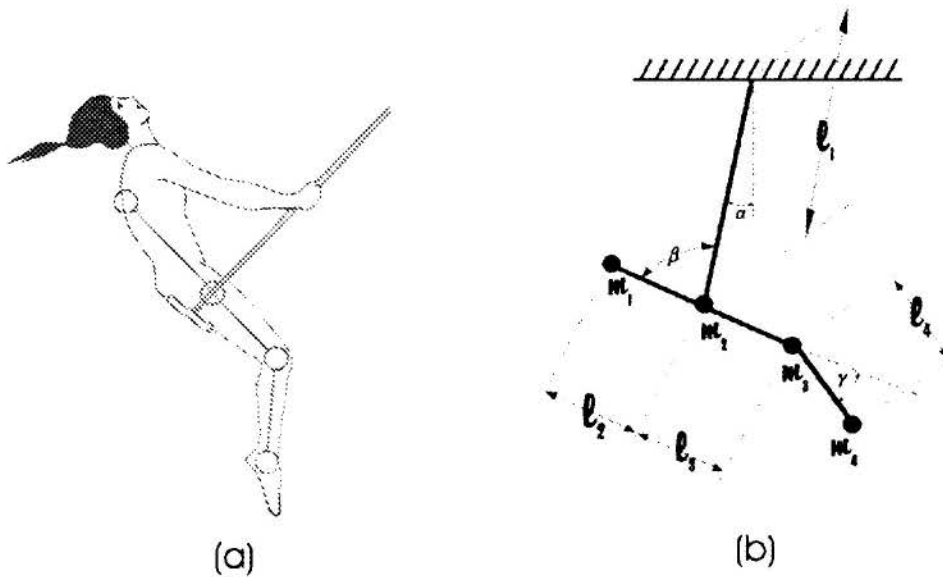


Figura 1: (a) Modelo para uma Pessoa num Balanço. (b) Descrição do Modelo.

2.1 Equacionamento via Método de Maggi-Kane

Sejam as coordenadas generalizadas: $q = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$, constante na figura 1 (b) e as velocidades generalizadas: $w = [w_1 \ w_2 \ w_3]^T$ de modo que $w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \dot{q}$.

Empregando o roteiro dado em Tavares Jr. & Sampaio (1993), devidamente adaptado para um sistema de partículas, obtém-se as seguintes equações do movimento de Maggi-Kane:

$$[M(q)]\dot{w} = G_1(q, w) + G_2(q) \quad (1)$$

com

$$[M(q)] = \begin{bmatrix} I_1 & -Nl_1 \cos \beta & Jl_1 \cos(\beta + \gamma) \\ -Nl_1 \cos \beta & I_2 & Jl_3 \cos \gamma \\ Jl_1 \cos(\beta + \gamma) & Jl_3 \cos \gamma & Jl_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$G_1(q, w) = \begin{bmatrix} 0 & -Nl_1 \sin \beta & Jl_1 \sin(\beta + \gamma) \\ Nl_1 \sin \beta & 0 & Jl_3 \sin \gamma \\ -Jl_1 \sin(\beta + \gamma) & -Jl_3 \sin \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

e

$$G_2(q) = \begin{bmatrix} -Mgl_1 \sin \alpha \\ Ng \sin(\alpha + \beta) \\ -Jg \sin(\alpha + \beta + \gamma) \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde $M = m_1 + m_2 + m_3 + m_4$, $I_1 = Ml_1^2$, $I_2 = m_2l_2^2 + (m_3 + m_4)l_3^2$, $J = m_4l_4$, $N = m_2l_2 - (m_3 + m_4)l_3$ e g representa a aceleração da gravidade.

E o problema consiste em determinar $q, w : [0, T] \rightarrow IR^3$ tal que satisfaça o sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares:

$$\left. \begin{aligned} \dot{w} &= [M]^{-1}(G_1 + G_2) \\ \dot{q} &= [A]^{-1}w \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

com condições iniciais $q(0) = [\alpha_o \ \beta_o \ \gamma_o]^T$ e $w(0) = [w_{1o} \ w_{2o} \ w_{3o}]^T$. Além disso, como o movimento das pernas é imposto, admite-se que $\gamma = \gamma(t)$ é uma função periódica no tempo.

2.2 Comparação com o Método de Lagrange

As equações de Lagrange para este problema formam o seguinte sistema:

$$[S]\ddot{q} = F \quad (6)$$

A matriz $[S]$ é dada por

$$[S] = [S_1] + [S_2] + [S_3] \quad (7)$$

sendo

$$[S_1] = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 - 2Nl_1 \cos \beta & I_2 - Nl_1 \cos \beta & Jl_1 \cos(\beta + \gamma) \\ I_2 - Nl_1 \cos \beta & I_2 & Jl_3 \cos \gamma \\ Jl_1 \cos(\beta + \gamma) & Jl_3 \cos \gamma & Jl_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[S_2] = \begin{bmatrix} 2Jl_1 \cos(\beta + \gamma) & Jl_1 \cos(\beta + \gamma) & Jl_3 \cos \gamma \\ Jl_1 \cos(\beta + \gamma) & 2Jl_3 \cos \gamma & Jl_4 \\ Jl_3 \cos \gamma & Jl_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

e

$$[S_3] = \begin{bmatrix} 2Jl_3 \cos \gamma + Jl_4 & 2Jl_3 \cos \gamma + Jl_4 & Jl_4 \\ 2Jl_3 \cos \gamma + Jl_4 & Jl_4 & 0 \\ Jl_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

E o vetor F é o somatório de F_1 e F_2 , com

$$F_1 = \begin{bmatrix} -Nl_1(2\dot{\alpha} + \dot{\beta})\dot{\beta} \sin \beta + Jl_1(2\dot{\alpha} + \dot{\beta} + \dot{\gamma})(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \sin(\beta + \gamma) \\ [Nl_1 \sin \beta - Jl_1 \sin(\beta + \gamma)]\dot{\alpha}^2 + Jl_3(2\dot{\alpha} + 2\dot{\beta} + \dot{\gamma})\dot{\gamma} \sin \gamma \\ -Jl_1\dot{\alpha}^2 \sin(\beta + \gamma) - Jl_3(\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (11)$$

e

$$F_3 = \begin{bmatrix} Jl_3(2\dot{\alpha} + 2\dot{\beta} + \dot{\gamma})\dot{\gamma} \sin \gamma - Mgl_1 \sin \alpha + Ng \sin(\alpha + \beta) - Jg \sin(\alpha + \beta + \gamma) \\ +Jl_3(2\dot{\alpha} + 2\dot{\beta} + \dot{\gamma})\dot{\gamma} \sin \gamma + Ng \sin(\alpha + \beta) - Jg \sin(\alpha + \beta + \gamma) \\ -Jl_3(\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \sin \gamma - Jg \sin(\alpha + \beta + \gamma) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Qual das equações (5) ou (6) é a mais adequada para prosseguir no caminho da obtenção de uma solução, provalmente numérica? A resposta definitiva está longe de ser alcançada. Mas, pode-se fazer as seguintes considerações: o sistema (5) é mais adequado para a utilização de métodos numéricos para equações de 1^a ordem, enquanto que o sistema (6) é mais apropriado para os métodos da família de Newmark. É verdade que o sistema (6) pode ser transformado num sistema de 1^a ordem, entretanto, (5) tem a vantagem de ser expresso em variáveis físicas, que nesse caso representam as velocidades angulares das partículas do sistema. Além dessas razões, acrescenta-se a seguinte:

Como relatado em Case & Swanson (1990), após razoáveis aproximações (linearização e

técnica de perturbação) nas equações de Lagrange (6), obtém-se um novo sistema de equações cuja principal característica é a presença de termos correspondentes a um oscilador harmônico forçado e a um oscilador paramétrico. Comparando-se as equações resultantes desse procedimento com as equações não-lineares de Maggi-Kane, observa-se que o movimento do sistema é governado por dois termos G_1 , acoplamento giroscópico, e G_2 , conjugado generalizado das forças externas, não apresentando as características acima mencionadas

3. SIMULAÇÃO

Há bastante parâmetros que podem ser variados para fins de simulação. Entretanto, para se manter próximo à realidade física consideram-se os seguintes dados: $m_1 = 30 \text{ kg}$, $m_2 = 10 \text{ kg}$, $m_3 = 20 \text{ kg}$, $m_4 = 10 \text{ kg}$, $l_1 = 2 \text{ m}$, $l_2 = l_3 = 0,5 \text{ m}$ e $l_4 = 0,7 \text{ m}$. No modelo, a posição correspondente a situação da pessoa sentada no balanço é a posição de equilíbrio no instante de tempo $t = 0$: $\alpha_o = -3,9936203 \times 10^{-2} \text{ rd}$, $\beta_o = \frac{\pi}{6} \text{ rd}$, $\gamma_o = -\frac{\pi}{9} \text{ rd}$. Considera-se o sistema partindo do repouso: $w_{1o} = w_{2o} = w_{3o} = 0 \text{ rd.s}^{-1}$. O movimento das pernas da pessoa é descrito pela seguinte função periódica:

$$\gamma = \begin{cases} \gamma_o \cos(\omega t + \delta) & \text{se } 0 \leq t \leq 1 \\ -\gamma_o \cos(\omega t + \delta) & \text{se } 1 \leq t \leq 2 \end{cases} \quad (13)$$

com $\omega = \frac{\pi}{2} \text{ rd.s}^{-1}$ e $\delta = 0$. Pode-se descrever este movimento, dizendo que posição das pernas varia desde a posição γ_o até a posição de alinhamento com o corpo $\gamma = 0$ em 1 segundo, retornando em seguida à posição original também em 1 segundo e repentinando-se ciclicamente este movimento.

Para resolver numericamente o sistema (5) implementaram-se duas rotinas: uma empregando Runge-Kutta de 4ª ordem e, a outra, um esquema numérico baseado na decomposição de operadores (Marchuck 1975). Ambas forneceram boas concordâncias quando comparadas entre si, apresentando um erro global de 1,5%, nas simulações particulares empregadas para testar o funcionamento dos programas.

4. ANÁLISE DO MOVIMENTO

A seguir, retrata-se a situação em que $\beta = \beta_o$, durante todo o movimento (sistema com 1 grau de liberdade).

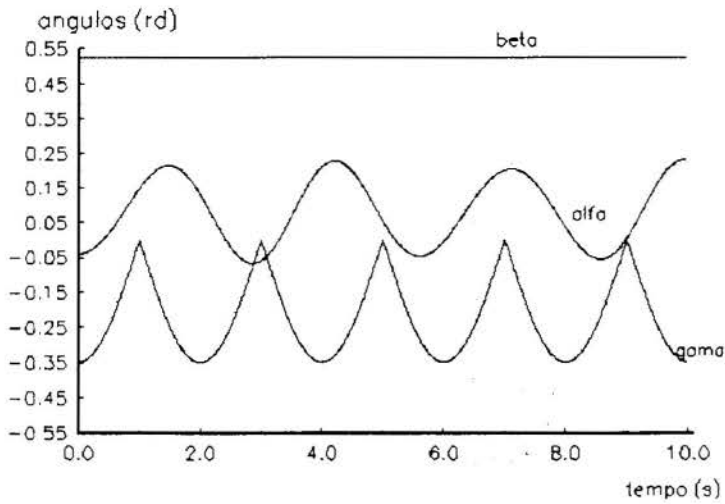


Figura 2: Gráfico do ângulos α , β e γ versus tempo

A figura (2) mostra o comportamento dos ângulos α , β e γ com o tempo no intervalo $[0, 10]$. Como se pode observar da figura (2) β é constante, γ é a função periódica definida pela expressão (13) e α representa o movimento oscilatório do balanço.

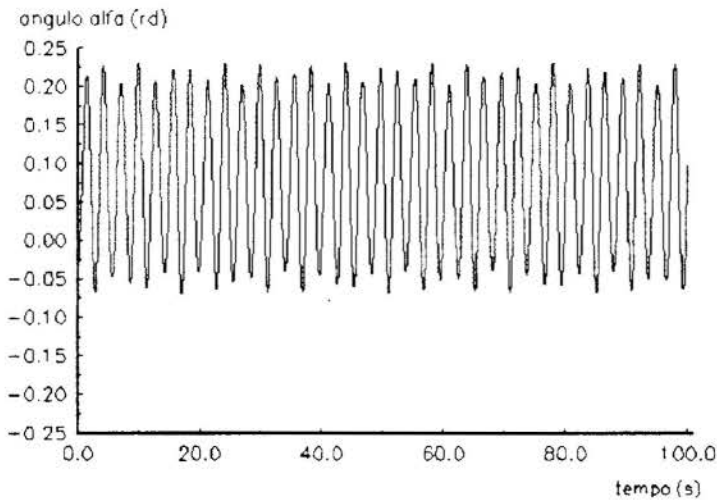


Figura 3: Gráfico do ângulo α versus tempo

A figura (3) mostra o comportamento do ângulo α no intervalo de tempo $[0, 100]$. Observa-se do gráfico constante da figura (3) que α é limitada. Atribui-se a limitação de α a não presença de termos que representem um oscilador harmônico forçado na equação do movimento.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se a simulação da dinâmica de um pessoa num balanço. Mostrou-se, usando as equações de Maggi-Kane, que tal problema, reconhecido ser de instabilidade paramétrica (Arnold 1978), é, na realidade, governado por dois termos: um de acoplamento giroscópico e, outro, de conjugado generalizado das forças externas.

Uma das constatações que se poderia fazer na análise do problema é o do Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento Angular, em que o subsistema consistindo de $\Sigma' = \{m_1, m_2, m_3\}$ poderia ser posto em movimento de rotação devido à rotação do subsistema $\Sigma'' = \{m_4\}$, sem a introdução de qualquer agente externo ao sistema (no caso, oscilação das pernas da pessoa). Entretanto, não há conservação de quantidade de movimento angular, como se poderia prever a priori. As equações de Maggi-Kane deixam claro isto e, novamente, atribui-se o movimento do subsistema $\Sigma' = \{m_1, m_2, m_3\}$ à presença dos termos acima descritos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arnold, V. I. *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Springer-Verlag, New York, 1978.

Case, W. B. & Swanson, M. A. The Pumping of a Swing from the Seated Position, *American Journal of Physics*, vol 58, no. 5, pp 463-467, 1990.

Marchuk, G. I. *Methods of Numerical Mathematics*, Springer-Verlag, Berlin, 1975.

Tavares Jr., H. M & Sampaio, R. Método de Maggi-Kane: Uma Sistemática de Construção de Bases para o Espaço dos Movimentos Virtuais, *Anais do XII COBEM*, pp 65-68, 1993.

Tema 61

Análise Modal e Ajuste de Modelos



PAPER CODE: COB203

**COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS NUMÉRICOS E
EXPERIMENTAIS DA ANÁLISE MODAL DE CONES DE ALTO-
FALANTES/COMPARISON BETWEEN NUMERICAL AND EXPERIMENTAL
RESULTS FROM MODAL ANALYSIS OF LOUDSPEAKER CONES**

André L. Goldstein & Samir N. Y. Gerges

*Laboratório de Vibrações e Acústica, Depto.de Engenharia Mecânica - UFSC -CP: 476,CEP 88040-900
Florianópolis, SC, Brasil-E-mail: andre@gva.ufsc.br , gerges@mbox1.ufsc.br*

Abstract

Numerical techniques are a powerful tool for predicting the behavior of structures that can't be modeled in a closed analytical form. However, if the computational model is to be used with confidence, it must be validated by comparison, for example, with experimental measurements. This paper presents the modeling of the vibrational behavior of a loudspeaker cone with modal analysis by the finite element method (FEM) and the comparison with results of experimental modal analysis. The experimental results show the existence of non-axisymmetric modes that can't be calculated by the ideal axisymmetric loudspeaker model and that are well predicted by the tridimensional FEM model. The existence of complex mode shapes in the experimental tests, that implies in non-proportional damping, suggests the limitation of the proportional damping model used by the FEM.

Keywords

Alto-falantes, Método de Elementos Finitos, Análise Modal Experimental
Loudspeakers, Finite Element Method, Experimental Modal Analysis

1. INTRODUÇÃO

A utilização efetiva de técnicas numéricas para análise de problemas físicos sem solução analítica conhecida, implica na validação dos resultados computacionais através, por exemplo, da comparação com resultados de medições experimentais. Além disso, esta comparação permite obter informações de modo a melhorar o modelo teórico, como por exemplo, obter valores de amortecimento estrutural, que podem ser utilizadas posteriormente no modelo de elementos finitos para a realização de análise da resposta harmônica da estrutura.

Neste trabalho são discutidos procedimentos teóricos e experimentais utilizados na determinação do modelo modal da vibração de cones de alto-falantes. A análise modal experimental das vibrações de cones de alto-falantes já foi apresentada por Struck (1990), enquanto que a análise modal teórica por elementos finitos de um modelo tridimensional foi apresentada por Kim et al. (1996). Neste artigo são apresentadas comparações entre resultados da análise modal teórica e experimental de um cone de alto-falante de 12". A análise modal teórica é feita pelo método de elementos finitos (FEM), utilizando o software ANSYS, para

um modelo tridimensional, de modo a possibilitar a predição de modos de vibração não axissimétricos do cone. A análise modal experimental é realizada a partir da medição de funções de resposta em frequência empregando um transdutor de velocidade sem contato (LASER) nas medições de vibração do cone. A extração dos parâmetros modais do modelo experimental é feita utilizando o software CADA-PC,

2. ANÁLISE MODAL TEÓRICA

Do ponto de vista teórico, o modelo modal é obtido pela solução da equação de movimento do sistema para vibração livre. Esta é considerada como sendo uma equação diferencial de segunda ordem, que para um sistema com múltiplos graus de liberdade (MDOF) não amortecido, é do tipo

$$[M]. \{\ddot{x}\} + [C]. \{\dot{x}\} + [K]. \{x\} = \{f\}$$

onde,

- [M] é a matriz de massa
- [C] é a matriz de amortecimento
- [K] é a matriz de rigidez
- {x} é o vetor de deslocamentos
- {f} é o vetor de forças

O modelo modal é obtido pela solução de um problema de autovalores, resultante de se buscar uma solução harmônica para a equação acima, sendo dado pelas matrizes de autovalores e autovetores que fornecem as frequências naturais, amortecimentos e configurações deformadas (modos de vibração).

Como o principal interesse desta análise foi o de visualizar as configurações deformadas do cone, foi construído um modelo da estrutura inteira sem a utilização de planos de simetria, empregando elementos tipo casca com 8 nós com funções de interpolação quadráticas e propriedades de materiais isotrópicos apresentadas na Tabela 1 abaixo.

TABELA 1: Parâmetros dos Materiais Utilizados no Modelo do Alto-falante

Componente	Material	Densidade ρ (Kg/m ³)	Módulo de Young (N/m ²)	Espessura (mm)	Coefficiente de Poisson
Bobina	Cobre	6100,0	$1,10 \times 10^{11}$	1,300	0,30
Cilindro	Kapton	1392,0	$2,50 \times 10^9$	0,125	0,34
Cone	Papel	550,00	$2,0 \times 10^9$	0,700	0,30
Borda	Espuma	690,00	$3,15 \times 10^6$	1,100	0,30

A análise modal realizada revelou um grande número de frequências naturais para a cone e suspensão externa do alto-falante, que aparecem mesmo em baixas frequências. Estes modos de vibração, na maioria envolvendo ondas se propagando circularmente no cone e muitos envolvendo somente vibrações na suspensão externa, chegaram ao redor de 100 na faixa de frequências de 20 a 1000 Hz, considerando as frequências repetidas correspondentes a modos simétricos. Alguns dos modos obtidos estão apresentados na Figura 1 (a-d).

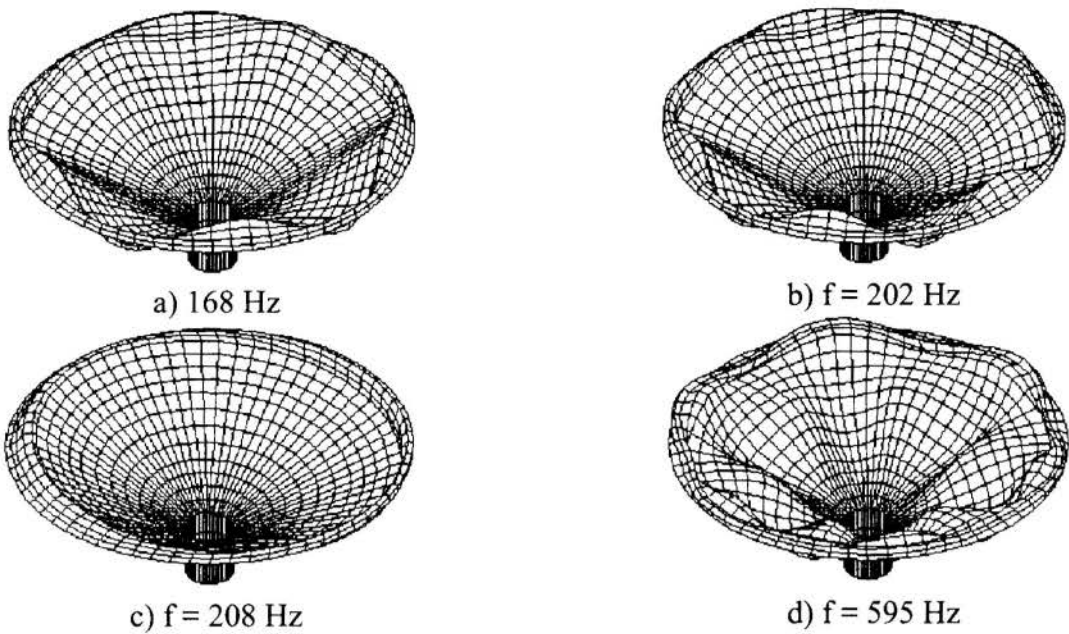


Figura 1: Modos de Vibração Obtidos por FEM

3. ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Resolvendo-se a equação de movimento do sistema para uma resposta forçada, pode-se obter um conjunto de funções de resposta em frequência (FRF), que descrevem o movimento do sistema para uma dada excitação. A FRF do tipo mobilidade (força/velocidade), $Y(\omega)$ tem a seguinte forma :

$$[Y(\omega)] = i\omega\{x\}/\{f\}$$

onde cada elemento da matriz de mobilidade $[Y(\omega)]$ é dado por (Ewins, 1986)

$$Y_{jk} = \sum_{r=1}^N \frac{i\omega \cdot A_{jk}^r}{\omega_r^2 - \omega^2 + i\eta_r \omega_r^2}$$

onde,

j, k são as coordenadas do ponto

A é a constante modal

N é o número de graus de liberdade do sistema

η é o fator de perda do modo r

Do ponto de vista experimental, o teste modal consiste na obtenção de um conjunto de FRF em pontos determinados na estrutura, pela medição simultânea da excitação e da resposta do sistema. A partir deste conjunto de FRF, medidos em diversos pontos da estrutura, pode-se obter os parâmetros modais. A extração destes parâmetros envolve um ajuste dos coeficientes de uma expressão teórica (como a expressão acima) da função resposta em frequência, de modo a conseguir uma aproximação da curva experimental.

A análise das FRFs experimentais e obtenção do modelo modal do alto-falante foi feita com o auxílio do *software* CADA-PC (*Computer Aided Dynamic Analysis on Personal*

Computer), específico para a realização de ajuste de curvas e extração de parâmetros modais. Foi utilizado um método de extração de múltiplos graus de liberdade (MDOF), devido ao grande número de modos com influência mútua, especificamente o Método das Exponenciais Complexas por Mínimos Quadrados para cálculos dos parâmetros modais e do Método dos Mínimos Quadrados no domínio da frequência para cálculo dos resíduos. O método das exponenciais complexas é um método de ajuste no domínio do tempo, que realiza a transformada de Fourier inversa de um conjunto de dados espaçados em intervalos iguais de frequência, baseando-se num modelo de amortecimento viscoso e tendo como vantagem não necessitar de uma estimativa inicial dos parâmetros modais.

A excitação do cone do alto-falante foi realizada aplicando um sinal de ruído branco na bobina do mesmo, sendo que para a obtenção da força aplicada na estrutura, foram medidos valores de tensão em um pequeno resistor na saída do amplificador de potência, em série com o alto-falante. A tensão no resistor é proporcional à corrente passando na bobina do alto-falante, que é por sua vez, é proporcional à força. As medições de resposta utilizaram de um transdutor de velocidade a LASER, já que a utilização de transdutores de contato (acelerômetros), não é possível no caso da medição da vibração no cone do alto-falante, por este ser uma estrutura muito leve e flexível, sujeita portanto, a efeitos de carregamento de massa.

A montagem experimental utilizada para a realização do ensaio de análise modal é apresentada na Figura 2, tendo sido medidas 84 funções de resposta em frequência em diferentes pontos do cone conforme esquematizado na Figura 3.

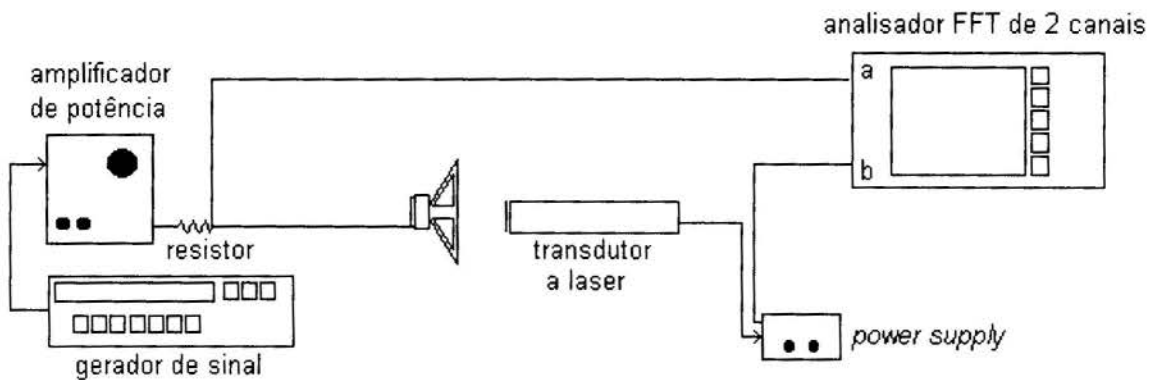


Figura 2 : Esquema da Montagem do Experimental do Ensaio de Análise Modal

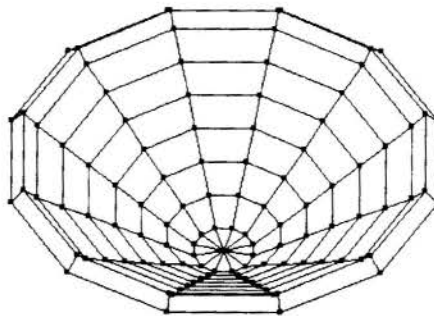


Figura 3: Geometria da Estrutura Mostrando Pontos de Medição

Após medidas todas as curvas de FRF, estas são transferidas para um computador PC e associadas aos nós da geometria da estrutura ensaiada (Figura 3). A validade do modelo extraído a partir dos dados experimentais é verificada pela síntese das funções de resposta e

freqüência e observando a qualidade dos ajustes de curvas obtidos, podendo-se então adquirir informações importantes à respeito da vibração do cone do alto-falante.

Através da animação dos modos obtidos, foi possível notar a existência de vibrações não axissimétricas ao contrário do que acontece no modelo axissimétrico idealizado, como é observado nos desenhos da Figura 4. A excitação de modos de vibração não axissimétricos pode ser atribuída a assimetria na estrutura, causada por exemplo, por diferenças de espessura e densidade na suspensão de espuma prensada, não uniformidade do material no cone e também à não axissimetria perfeita da força excitadora. Além disso, foi observado no modelo modal experimental a existência de modos de vibração complexos, devido a características de amortecimento viscoso não proporcional.

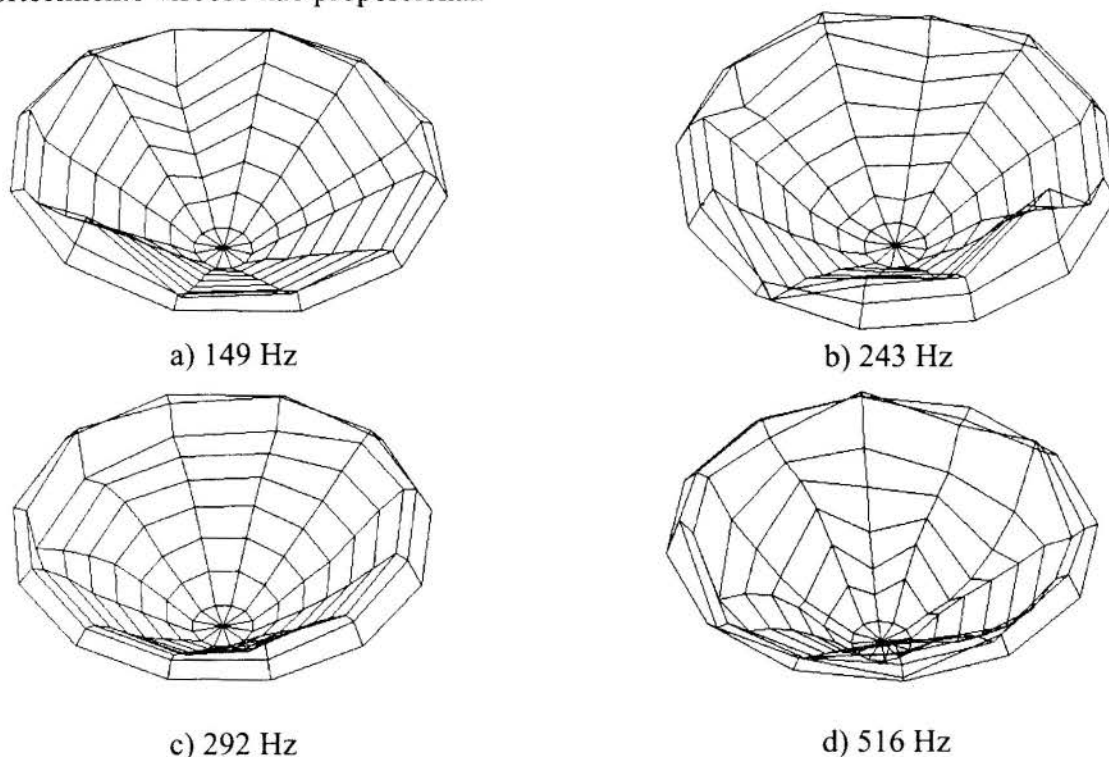


Figura 4. Modos de Vibração Obtidos Experimentalmente

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste trabalho, as características vibratórias do cone de um alto-falante de 12 polegadas, foram investigadas através de simulações utilizando o método de elementos finitos e ensaios experimentais de análise modal, buscando assim obter indicações sobre a validade e limitações do modelo teórico utilizado, além de possivelmente obter informações para melhorar a qualidade do modelo. Pode-se dizer que estes objetivos foram parcialmente alcançados, devido principalmente, às seguintes questões:

1. Possível existência de comportamento não-linear da estrutura e não uniformidade dos materiais do cone, que não são considerados pelo modelo teórico de elementos finitos e ou pelo modelo modal.
2. O amortecimento estrutural muito grande, dificultando a identificação clara dos modos de vibração.
3. Incerteza nos valores das propriedades dos materiais do cone e suspensão utilizados nas simulações, além de possível variação destes parâmetros com a freqüência.

No entanto, a realização das medições foi importante no sentido de verificar a limitação do modelo teórico, sendo que uma análise dos resultados, revela a simplicidade do modelo de elementos finitos evidenciada por :

1. Existência de modos de vibração não axissimétricos no cone do alto-falante real demonstrado pelas medições, evidenciando não uniformidade dos materiais, assimetrias na construção ou força aplicada. As simulações consideraram um modelo axissimétrico e uniforme (materiais isotrópicos)
2. Presença de amortecimento estrutural não proporcional, evidenciado pela determinação de modos complexos. O método de análise modal por elementos finitos utilizado calcula as frequências naturais para um modelo sem amortecimento, enquanto que a resposta forçada é calculada considerando amortecimento do tipo proporcional.

Além de evidenciar limitações do modelo teórico pode-se fazer uma comparação qualitativa dos resultados, podendo-se observar modos de vibração experimentais similares a modos calculados no modelo tridimensional de elementos finitos. A similaridade entre os modos de vibração teóricos e experimentais pode ser observado nas Figuras 1 e 5 apresentadas acima.

5. CONCLUSÕES

A análise das vibrações do cone de alto-falantes utilizando o método de elementos finitos para um modelo em três dimensões, permite a obtenção de informações sobre os modos de vibração não axissimétricos que podem ser excitados no alto-falante real, mesmo em baixas frequências. No entanto, a validação do modelo teórico é limitada por incertezas nas propriedades dos materiais, na modelagem das características de amortecimento estrutural, além de não uniformidades e assimetria da estrutura real.

A análise modal experimental possibilitou obter informações importantes sobre as vibrações da estrutura real, podendo-se verificar a validade dos modelos teóricos e avaliar a qualidade de um produto final. Devem no entanto, ser tomados cuidados com relação à precisão dos dados experimentais, que dependem de cuidados na fixação da estrutura, transdução e análise. Além disso, consiste de um ensaio trabalhoso, devendo-se medir um grande número de pontos, de modo a representar razoavelmente a estrutura ensaiada.

6. REFERÊNCIAS

EWINS, D.J., *Modal Testing: Theory and Practice*, Research Studies Press, England, 1986.

KIM, J.H., KIM, J.T ET AL., Vibroacoustic Analysis of a Loudspeaker Cone, *Anais do 25º Congresso da InterNoise*, pp.1359-1362, Liverpool, 1996.

STRUCK, C.J., Investigation of the Non Rigid Behavior of a Loudspeaker Diaphragm Using Modal Analysis, *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.38, n°:9, sept. 1990.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a empresa Selenium S.A. pelo fornecimento do alto-falante ensaiado, além do empréstimo do transdutor de velocidade a LASER.



PAPER CODE: COB413

PROBLEMAS EXPERIMENTAIS PARA A ANÁLISE MODAL EM PLACAS DE MATERIAL COMPOSTO

Alessandro B. de S. Oliveira & Fernando J. R. Neves
Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Tecnologia - UnB
CEP 70910-900 Brasília - Brasil - E-mail : *fernando@orion.enm.unb.br*

Abstract

This work is centered on the experimental problems related to modal testing of composite material plates. The results presented show the effects of non uniformity of properties of the plate along its surface. A carbon fiber sandwich plate with aluminium honeycomb core was used in the tests.

Keywords

Análise Modal, Materiais Compostos, Elementos Finitos, Caracterização Dinâmica, Resposta em Frequência.

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho são tratados aspectos referêntes a realização de teste modais, com placas construídas com material composto em uma condição de contorno livre.

Os testes modais foram realizados com a utilização de um martelo excitador e resposta a excitação medida com acelerômetro mantido em uma posição fixa. Em virtude de estar se trabalhando com uma painel construído em material composto, a interação entre a ponta do martelo excitador e a superfície mostrou-se bastante relevante nos resultados experimentais, e desta forma serão abordados aspectos do efeito da não uniformidade das propriedades ao longo da superfície, e a influência das características da placa no ensaio modal.

Os parâmetros modais experimentais foram determinados através da utilização de um "software" comercial de análise modal, *STAR*, produzido pela "Structural Measurement Systems Inc."

2. CARACTERÍSTICAS DA ESTRUTURA TESTADA

A estrutura testada, cujos resultados são mostrados neste trabalho, é uma placa tipo Sandwich de material composto com três camadas. A placa tem uma camada de fibra de carbono/epóxi com orientação de 45° em relação a borda da placa, a segunda camada formada por colmeia de alumínio e a terceira camada de fibra de carbono/epóxi, também disposta a 45° . Na figura 1 tem-se uma representação esquemática da placa testada.

As dimensões da placa são de 32.0 x 32.0 cm sendo sua massa de 122.5 g

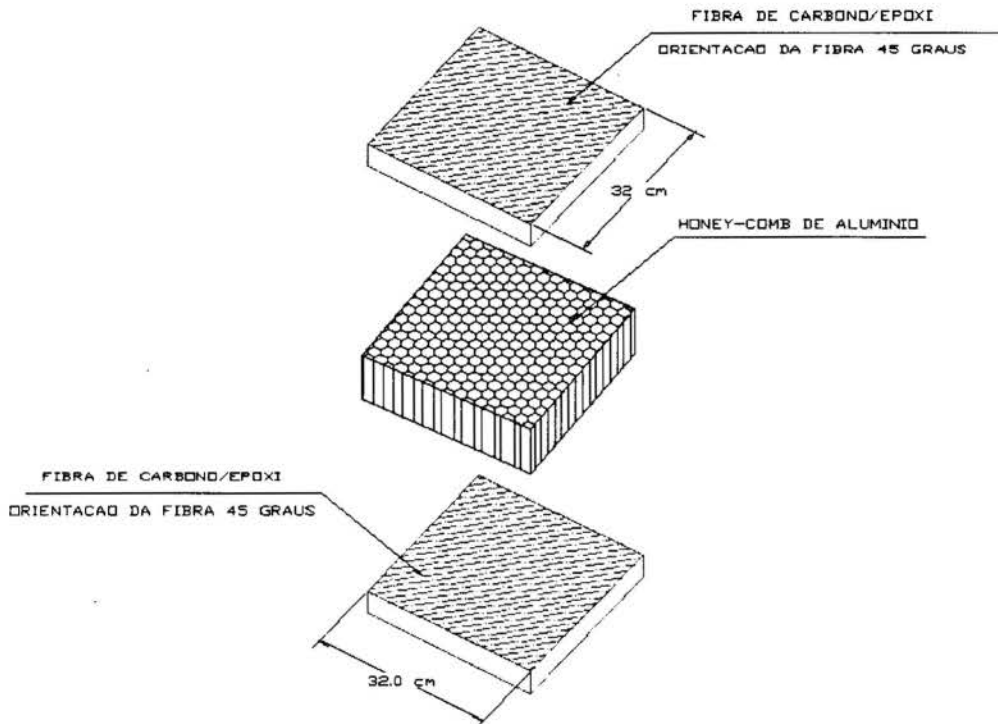


Figura 1 - Representação Esquemática da Placa de Fibra de Carbono.

3. EFEITO DA NÃO UNIFORMIDADE DAS PROPRIEDADES AO LONGO DA SUPERFÍCIE NO ENSAIO MODAL

Estruturas de materiais compostos apresentam um elevado índice de resistência e rigidez por unidade de peso. Em termos gerais, os materiais compostos consistem de uma matriz polimérica, reforçada com fibras de elevada rigidez. No caso da placa construída, tem-se duas camadas de Epóxi reforçadas com fibra de carbono, formando um sanduíche com Honey-comb de alumínio. O processo de fabricação da placa por mais elaborado que seja, resulta em uma pequenas variações de comportamento mecânico ao longo da superfície o que se deve a basicamente dois fatores:

- A forma de alvéolos da colméia resulta em descontinuidade na interface entre a camada de fibra de Carbono/Epóxi.

- Falta de uniformidade na distribuição da resina na camada de fibra Carbono/Epóxi, e também na camada de interface entre a camada de Carbono/Epóxi e a da colméia de alumínio.

4. INTERAÇÃO DO MARTELO COM A ESTRUTURA.

Os testes de análise modal realizados com martelo excitador apresentam, para o caso presente, peculiaridades em relação aos ensaios realizados em estruturas convencionais. Os ensaios mostraram variações, ao longo da superfície, tanto do sinal de excitação, quanto dos níveis de coerência apresentados.

Os resultados apresentados fazem parte de um teste, em que a placa foi ensaiada com malha de 25 pontos equidistantes, como pode ser visto no modelo geométrico mostrado na figura 2. Quanto maior o número de pontos a serem ensaiados, menor será o risco de não identificar certos modos devido a medições em linhas nodais (linhas de deslocamento nulo) e também maior será a precisão das formas modais determinadas (Patrick, 1985).

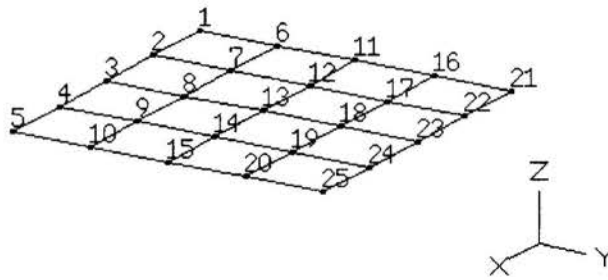


Figura 2 - Modelo geométrico da placa.

Os ensaios de impacto do martelo nas bordas da placa são mais difíceis de se realizar em virtude do movimento de corpo rígido.

A fim de compreender melhor o problema apresentado, de maneira resumida serão apresentados três combinações entre a qualidade do sinal de impacto do martelo e a coerência apresentada para o ensaio. Os pontos 13, 19 e 21 foram escolhidos de forma a contemplar as combinações de qualidade de medições citadas. Aqui estabeleceu-se como sendo um sinal de entrada qualitativamente bom, aquele que se aproxima de um pulso na forma de metade de uma função Seno. Quanto a coerência, esta é qualitativamente melhor quando apresenta valores próximos da unidade ao longo do espectro de frequência.

Conforme mostrado na tabela 1 tem-se a qualificação do sinal de excitação e de coerência para os três pontos mostrados.

Tabela 1 - Qualificação dos Sinais de Excitação e Coerência.

Ponto Testado	Sinal do Martelo Excitador	Coerência
19	Bom	Ruim
21	Ruim	Boa
13	Bom	Boa

Na figura 3 apresentam-se os sinais de força do martelo excitador, para três repetições do ensaio de impacto, utilizado para obter-se a função de resposta em frequência entre o ponto 19 e o ponto 5. Na seqüência a figura 4 mostra o espectro de potência do sinal do martelo para as respectivas três repetições realizadas.

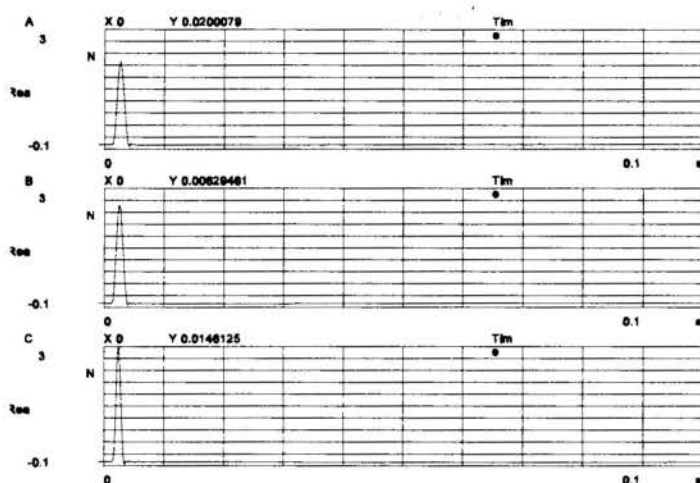


Figura 3 - Sinal de excitação do martelo no ponto 19 no domínio do tempo.

Analisando os gráficos da figura 4 tem-se que existe uma significativa diferença entre cada um dos sinais de excitação. Para cada um dos sinais a atenuação de 20 dB ocorre em uma frequência significativamente diferente. Esta observação pode ser explicada pela variação da rigidez superficial local da placa em torno do ponto 19. Para este ponto tem-se uma faixa de espectro de frequência mais estreita devido à menor rigidez local da placa

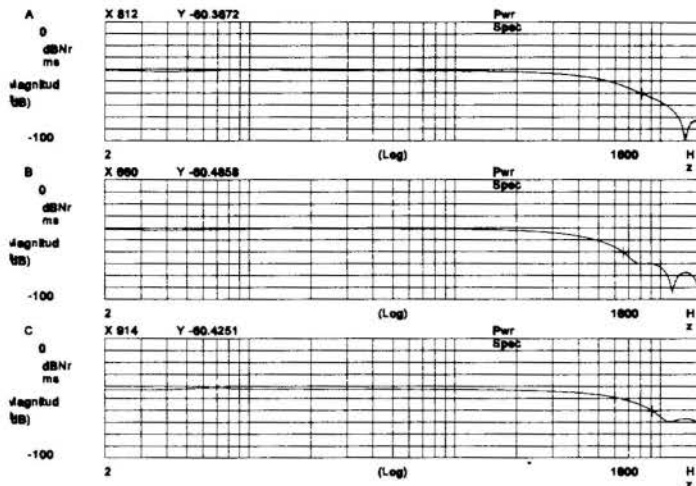


Figura 4 - Espectro de Potência do Sinal do Martelo excitador no ponto 19.

A variação de rigidez local da placa, pode ser explicada pelo tipo de construção da mesma. A placa tem somente uma camada de fibra de carbono sobre a colméia e o impacto realizado na região dos alvéolos do Honey-Comb, estão mais sujeitas a deflexão do que aquelas que o impacto do martelo é realizada na região da parede do alvéolo de chapa de alumínio.

Nas figuras 5 e 6 tem-se os mesmos gráficos mostrados para o ponto 21 que se encontra junto a borda da placa.

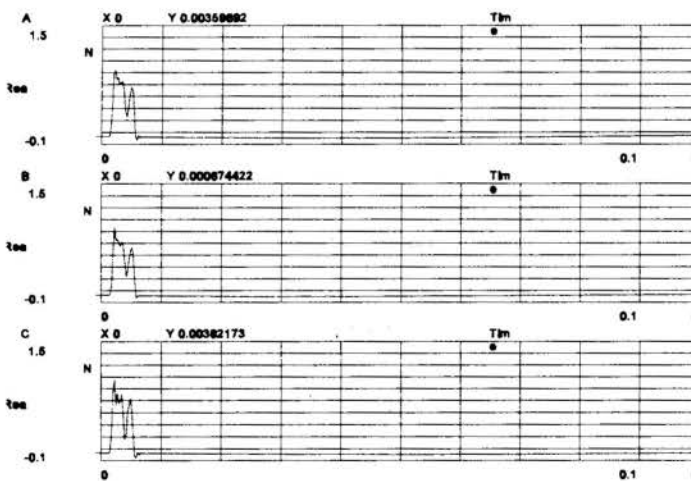


Figura 5 - Sinal de Excitação do Martelo no Ponto 21 no domínio do tempo.

Observando o comportamento do sinal de excitação do martelo no domínio do tempo, tem-se a presença repetitiva do perfil de força imposto a estrutura. Deve-se notar que os vários picos apresentados não representam um duplo impacto causado pelo operador do martelo.

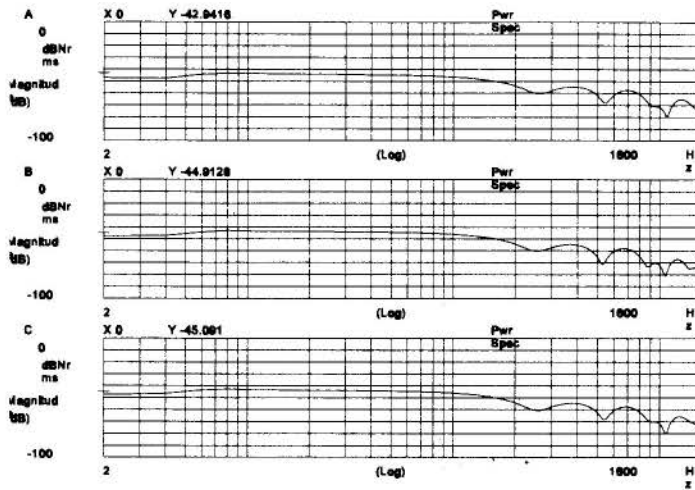


Figura 6 - Espectro de potência do sinal do martelo excitador para o ponto 21..

Os gráficos de espectro de potência do sinal do martelo excitador mostram-se repetitivos, assim como a aparência global do sinal de excitação na base de tempo. Deste modo justifica-se a boa coerência que pode ser observada na figura 9.

Tem-se nas figuras 7 e 8 respectivamente os sinais de excitação e espectro de potência obtidos no ponto 13.

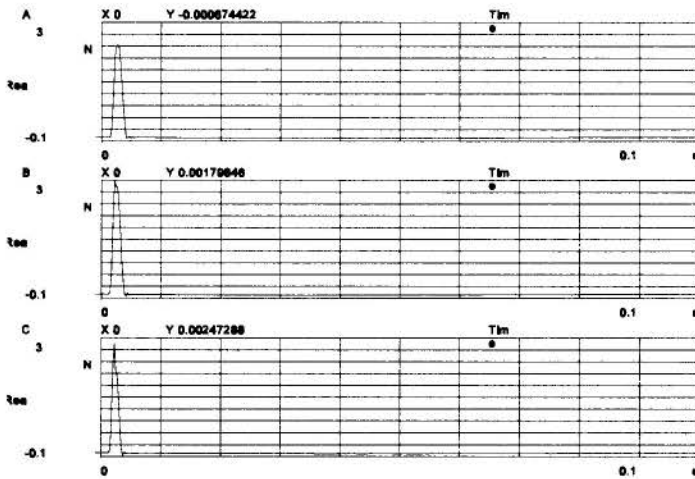


Figura 7 -- Sinal de Excitação do Martelo no Ponto 13.

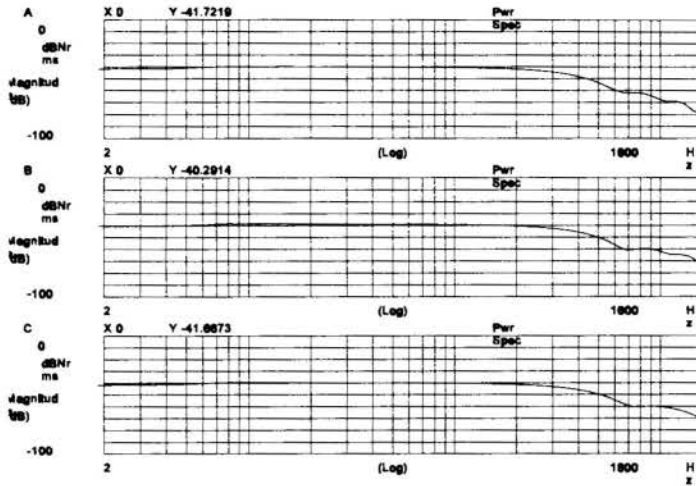


Figura 8 - Espectro de Potência do Sinal do Martelo excitador para o ponto 13 .

No caso do ponto 13 os sinais de excitação e as respectivas curvas de espectro de potência apresentaram um comportamento similar ao encontrado quando se realizam testes modais em estruturas convencionais simples com materiais isotrópicos, ou seja , comportamento do sinal de excitação repetitivo e altos níveis de coerência.

Na figura 9 tem-se os gráficos de coerência para os três pontos tomados para o estudo do comportamento da interação entre o martelo excitador e a superfície da placa.

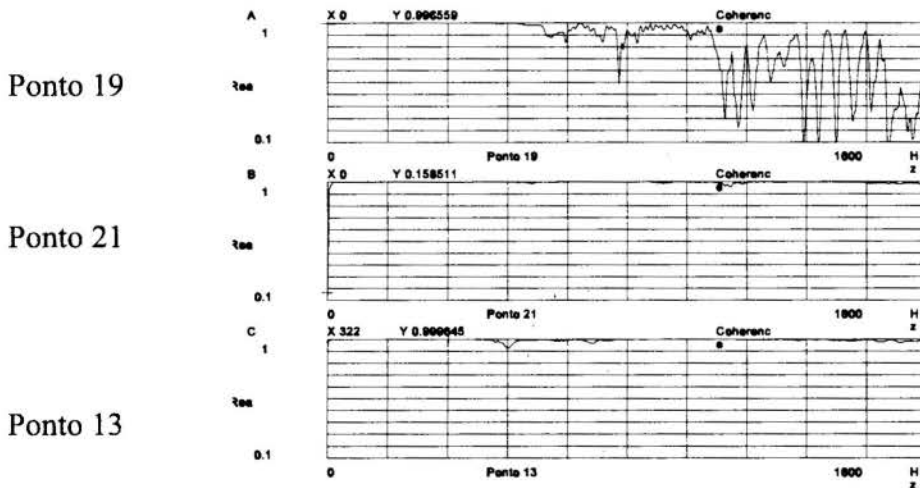


Figura 9 -Gráficos de Coerência das funções de resposta em frequência dos pontos abordados em relação ao ponto 5.

Analisando os resultados do ponto 19 tem-se, que apesar da aparente uniformidade do

sinal de excitação, ou seja, o sinal de excitação se aproxima do que pode ser considerado subjetivamente de boa qualidade, existe uma falta de repetitividade da condição de entrada para se obter a resposta em frequência deste ponto. A variação da máxima frequência alcançada, para uma atenuação de 20 dB, indica que existe em torno do ponto 19 significantes mudanças de rigidez superficial. Esta mudança provavelmente deve ser devido a pequenos desvios do ponto de impacto, sendo este realizado algumas vezes sobre a parede do alvéolo do Honey-Comb e em outras no vazio próximo a parede do Honey-Comb.

O ponto 21 apresenta resultados interessantes, visto que o sinal de excitação apresenta um sinal repetitivamente deformado. Em função do sinal de excitação ser repetitivo, o que pode ser comprovado pela semelhança no espectro de potência das varias excitações realizadas, tem-se uma ótima coerência da função de resposta em frequência. Conforme observado por Clark & Thwaites (1995) , a deformação permanente na célula de Honey-Comb sob uma delaminação resulta em frequências mais elevadas, em uma vibração repetitiva da camada delaminada. Desta forma pode-se supor que a deformação apresentada no sinal de excitação seja resultado do movimento vibratório da camada de fibra de Carbono/Epóxi , contudo isto deve ser melhor investigado.

4. REFERÊNCIAS

CLARK, N. H. & THWIATES, S. - Local Phase Velocity Measurements In Plates , Journal of Sound and Vibration, v187, n2, pp 241-252, 1995.

OLIVEIRA, A.B.S - Caracterização por análise modal experimental do comportamento dinâmico de painéis solares de satélites, Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica ,DM024,UnB, 1997.

PATRICK,G.B. - Practicalities of acquiring Valid Data During Modal Tests, Sound and Vibration, October, pp22-24, 1985.

PAPER CODE: COB445

**IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS DE UMA VIGA NO
DOMÍNIO DO TEMPO : TÉCNICA EXPERIMENTAL / MODAL
PARAMETERS IDENTIFICATION IN A CANTILEVER BEAM IN TIME DOMAIN :
EXPERIMENTAL TECHNIQUE**

LUIZA YOKO TANEGUTI & MARIO FRANCISCO MUCHERONI

*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos – USP – São Carlos
CEP 13560-250 São Carlos, SP Brasil – E-mail : taneguti@sc.usp.br*

Abstract

In the last decade several methods in time domain have been developed to identify modal parameters of a mechanical structure. Usually these methods require data from the impulse response function or free decay responses. In this paper the Ibrahim Time Domain Method – ITD was used to obtain a unique set of modal parameter of natural frequencies, damping factors and mode shapes from a set of free vibration measurements in a single analysis. The applicability of this method was verified by one experiment using a cantilever beam. A technique for acquisition of the responses at measurement points was used for minimization of the amount of instrumentation required.

Palavras chaves

Identificação, parâmetros modais, domínio do tempo, método ITD, viga engastada / identification, modal parameters, time domain, ITD method.

1. INTRODUÇÃO

A identificação de parâmetros modais é um estágio posterior à aquisição dos dados experimentais. Este estágio pode ser realizado com dados obtidos a partir de medidas de respostas no domínio do tempo ou no domínio da frequência.

Os métodos de identificação e as técnicas experimentais correspondentes, tanto do domínio do tempo como no da frequência, têm se desenvolvido rapidamente nestes últimos anos. Tem sido utilizados com sucesso para a validação de modelos teóricos assim como para avaliação de alguns parâmetros característicos de fenômenos de modelagem complexa, como por exemplo, os relativos ao amortecimento de estruturas. Esta explosão de trabalhos na área se deve ao desenvolvimento de equipamentos para a análise rápida de sinais (Ewins, 1984).

Os métodos de identificação de parâmetros modais no domínio do tempo tem se tornado muito populares recentemente. Alguns destes métodos são baseados no método das aproximações exponenciais de Prony (Fröberg, 1965) e no método da exponencial complexa (Brown *et al.*, 1979). Ambos são baseados em funções da resposta ao impulso, que podem ser obtidas diretamente a partir dos dados das respostas no domínio do tempo ou indiretamente através da transformada inversa de Fourier das respostas em frequência. O método utilizado neste trabalho, denominado método de Ibrahim no domínio do tempo - ITD, pode ser considerado um dos métodos clássicos na teoria da análise modal no domínio do tempo. Ele se baseia na resposta livre do sistema e não requer nenhuma transformada desta resposta para

a identificação dos parâmetros modais do sistema (Ibrahim & Mikulcik, 1977), (Pappa & Ibrahim, 1981).

Este trabalho realiza a identificação dos parâmetros modais utilizando-se de dados experimentais realizados em uma viga engastada. Foram realizados ensaios experimentais para a obtenção de respostas livres, com a técnica do martelo de impacto. Na técnica proposta são necessários equipamentos simples, considerando que o método ITD requer medidas simultâneas em múltiplos sensores. Devido ao custo dos equipamentos multicanais necessários para se medir dados simultaneamente, foi utilizada uma técnica de aquisição acessível aos equipamentos existentes, com dois pontos de medida, utilizando apenas dois acelerômetros. Um deles foi mantido numa posição fixa, como referência, enquanto que o outro foi colocado sucessivamente nas várias posições de medida selecionadas.

2. ASPECTOS GERAIS – MÉTODO ITD

A identificação de parâmetros modais através do método de Ibrahim no domínio do tempo (ITD) é baseada na solução de um sistema de equações diferenciais ordinárias acopladas. Algumas considerações teóricas essenciais para o entendimento do método ITD serão realizadas (Pappa & Ibrahim, 1981). Um sistema com n graus de liberdade é descrito pela seguinte equação

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (1)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são matrizes $n \times n$ de massa, amortecimento e rigidez, $\ddot{\mathbf{u}}$, $\dot{\mathbf{u}}$ e \mathbf{u} são vetores n dimensionais de aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente. A solução geral é composta por todas as soluções linearmente independentes do tipo $\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\phi} e^{\lambda t}$, onde $\boldsymbol{\phi}$ são autovetores do sistema e λ os correspondentes autovalores. Esta solução é a resposta do sistema e consiste da soma de contribuições feitas por todos os modos. Para uma coordenada u_i (ponto de medida, no caso experimental) e para um instante de tempo t_j :

$$u_i(t_j) = u_{ij} = \sum_{k=1}^{2n} \phi_{ik} e^{\lambda_k t_j} \quad (2)$$

onde ϕ_{ik} e λ_k são números complexos. Os vetores da resposta livre representados para s instantes de tempo e por $2n$ pontos de medida, na forma matricial podem ser escritos como:

$$[\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_s] = [\boldsymbol{\phi}_1 \quad \boldsymbol{\phi}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{\phi}_{2n}] \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t_1} & e^{\lambda_1 t_2} & \cdots & e^{\lambda_1 t_s} \\ e^{\lambda_2 t_1} & e^{\lambda_2 t_2} & \cdots & e^{\lambda_2 t_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{\lambda_{2n} t_1} & e^{\lambda_{2n} t_2} & \cdots & e^{\lambda_{2n} t_s} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ou

$$\mathbf{U} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Lambda} \quad (4)$$

onde \mathbf{U} é uma matriz $2n \times s$ de dados da resposta medida, $\boldsymbol{\Phi}$ é a matriz modal $2n \times 2n$ e $\boldsymbol{\Lambda}$ é a matriz $2n \times s$ cujos elementos são funções exponenciais dos autovalores do sistema.

Para a coordenada u_i e para o instante de tempo $t_j + \Delta t$ a resposta é dada por :

$$u_i(t_j + \Delta t) = \sum_{k=1}^{2n} \phi_{ik} e^{\lambda_k(t_j + \Delta t)} = \sum_{k=1}^{2n} (\phi_{ik} e^{\lambda_k \Delta t}) e^{\lambda_k t_j} = \sum_{k=1}^{2n} \phi_{ik}^{\Delta} e^{\lambda_k t_j} \quad (5)$$

ou na forma matricial,

$$\mathbf{U}^{\Delta} = \Phi^{\Delta} \Lambda \quad (6)$$

onde \mathbf{U}^{Δ} , Λ são matrizes $2n \times s$ e Φ^{Δ} é uma matriz $2n \times 2n$.

As matrizes Φ e Φ^{Δ} estão relacionadas através das equações (4) e (6). Eliminando-se Λ a partir destas equações, obtém-se :

$$\mathbf{A} \Phi = \Phi^{\Delta} \quad (7)$$

onde as matrizes \mathbf{A} , Φ e Φ^{Δ} são quadradas de ordem $2n$ e

$$\mathbf{U}^T \mathbf{A}^T = \mathbf{U}^{\Delta T} \quad (8)$$

onde as matrizes \mathbf{U}^T e $\mathbf{U}^{\Delta T}$ são de dimensões $s \times 2n$.

A partir da equação (5), o sistema completo pode ser representado pelo auto-problema :

$$\mathbf{A} \phi_k = e^{\lambda_k \Delta t} \phi_k \quad (9)$$

A matriz \mathbf{A} é caracterizada como matriz do sistema e contém informações sobre os parâmetros modais do sistema. As frequências naturais (amortecidas) e os fatores de amortecimento são determinados a partir dos autovalores de \mathbf{A} , dados por $a_k + ib_k = e^{\lambda_k \Delta t}$ através das relações

$$\omega_{dk} = 2\pi f_k = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1}(b_k/a_k) \quad \text{e} \quad \zeta_k = \frac{\sigma_k}{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_{dk}^2}}, \quad \sigma_k = \frac{1}{2\Delta t} \ln(a_k^2 + b_k^2) \quad (10)$$

3. APLICAÇÃO PRÁTICA – TÉCNICAS DE AQUISIÇÃO

O método ITD possui algumas características significativas quando trata-se da aplicação prática. Algumas técnicas foram desenvolvidas para melhorar a qualidade das medidas com uma minimização dos efeitos dos ruídos na identificação dos parâmetros. Uma técnica para solucionar o problema da aquisição simultânea, devido à eventual indisponibilidade de analisadores de sinais com múltiplos canais, foi proposta em Ibrahim (1977) e utilizada neste trabalho. Minimizou-se a quantidade de sensores de aquisição, utilizando-se apenas *dois* acelerômetros, mantendo um deles imóvel (como referência) e o outro móvel nos outros pontos de aquisição. *Doze* pontos de medida (estações) e *dois* pontos de referência foram utili-

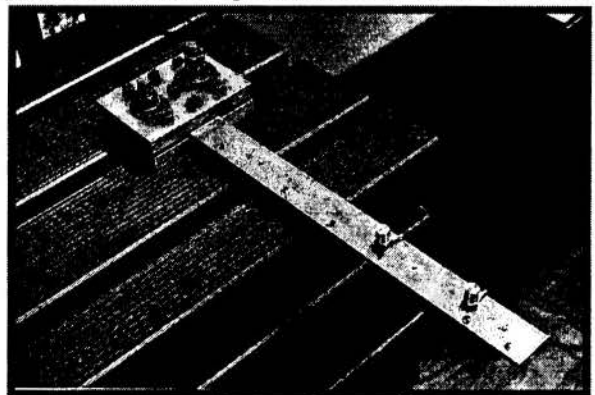


Figura 1 – viga ensaiada

zados. Ensaiou-se uma viga fina engastada, como mostra a Figura 1, com as seguintes dimensões físicas: 470 mm de comprimento, 44.4 mm de largura e 6.3 mm de espessura. Foi aplicada uma excitação impulsiva, com um martelo de impacto em *três* pontos, sem medida da excitação, segundo a Figura 2. Um cuidado tomado foi a aplicação da força de impacto do martelo diretamente em esferas de rolamentos de cerca de 3 mm , coladas à viga, para facilitar a excitação e evitar ruído ou impactos múltiplos. Tanto os impactos quanto as medidas foram efetuadas no eixo longitudinal e sobre a parte superior da viga. Na faixa de frequência utilizada, de 0 a 800 Hz , diversos ensaios foram realizados para a obtenção da resposta livre. Muitos ensaios foram realizados combinando pontos de medida com pontos de excitação e de referência.

Diversas combinações destes ensaios foram agrupadas para formar conjuntos de respostas para serem inseridas diretamente no procedimento computacional. O número de pontos de medidas variou de *seis* a *doze* para cada conjunto. Foram realizadas *dezoito* combinações e conseqüentemente foram processadas *dezoito* identificações. Um esquema geral dos equipamentos utilizados é mostrado na Figura 3.

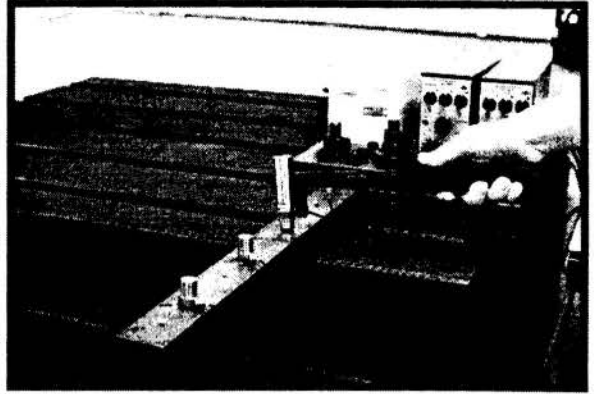


Figura 2 – Excitação



Figura 3 – Esquema geral

4. RESULTADOS

A realização de ensaios com dois acelerômetros possibilitou a economia de equipamentos e a obtenção indireta de medidas simultâneas, como o método exige.

Os resultados experimentais foram obtidos a partir da identificação dos parâmetros modais no domínio do tempo, como as frequências naturais, fatores de amortecimento e modos de vibrar da viga a partir de dados de resposta livre, conseguidas a partir de ensaios experimentais. Esses ensaios experimentais foram realizados numa faixa de frequência, que contém várias frequências naturais da viga.

A Tabela 1 ilustra os conjuntos de ensaios e os resultados das frequências naturais obtidas na identificação realizadas na faixa de frequência de 0 a 800 Hz . A localização dos pontos na viga é mostrada na Figura 4. Deve-se notar que os pontos P8 e P12 são tanto pontos de medida de resposta como pontos de referência.

A Tabela 2 mostra uma comparação entre os valores teóricos e médios identificados das frequências naturais e a Figura 5 mostra a comparação entre os modos do modelo teórico e os modos identificados, na faixa de frequência ensaiada. A representação dos modos foi realizada através de uma rotina baseada na transformação dos modos complexos em modos normais (Ibrahim, 1983), utilizando-se do ensaio E800.15.

Uma comparação com os resultados da identificação dos fatores de amortecimento não é possível uma vez que não há valores teóricos para estes parâmetros modais da viga.

Tabela 1 Descrição dos ensaios e frequências naturais identificadas na faixa de 0 – 800 Hz

Ensaio	Excitação	Referência	Pontos de Captações	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)	ω_3 (Hz)	ω_4 (Hz)
E800.1	P2	P8	P1, P4, P6, P8, P11, P13	21.90	132.57	379.08	756.23
E800.2	P2	P8	P3, P5, P7, P9, P12, P15	21.89	131.31	377.94	759.01
E800.3	P10	P8	P1, P4, P6, P8, P11, P13	22.87	138.79	382.09	760.44
E800.4	P10	P8	P3, P5, P7, P9, P12, P15	20.34	136.00	380.02	757.05
E800.5	P14	P8	P1, P4, P6, P8, P11, P13	20.32	136.01	380.00	758.22
E800.6	P14	P8	P3, P5, P7, P9, P12, P15	20.06	134.95	377.34	758.22
E800.7	P2	P12	P1, P4, P6, P8, P11, P13	20.30	134.00	377.88	757.16
E800.8	P2	P12	P3, P5, P7, P9, P12, P15	21.93	135.29	379.01	756.04
E800.9	P10	P12	P1, P4, P6, P8, P11, P13	21.54	135.00	379.20	754.90
E800.10	P10	P12	P3, P5, P7, P9, P12, P15	20.00	136.20	378.29	755.33
E800.11	P14	P12	P1, P4, P6, P8, P11, P13	20.35	136.21	378.47	755.14
E800.12	P14	P12	P3, P5, P7, P9, P12, P15	21.65	135.55	377.14	755.85
E800.13	P2	P8	P1, P3, ..., P13, P15*	21.43	133.99	377.11	755.77
E800.14	P2	P12	P1, P3, ..., P13, P15*	20.33	136.93	380.58	757.82
E800.15	P10	P8	P1, P3, ..., P13, P15*	21.09	138.82	384.14	761.73
E800.16	P10	P12	P1, P3, ..., P13, P15*	20.98	137.79	381.01	759.29
E800.21	P14	P8	P1, P3, ..., P13, P15*	22.01	137.81	380.03	759.96
E800.20	P14	P12	P1, P3, ..., P13, P15*	20.39	137.00	379.46	754.39

* Todos os doze pontos

Tabela 2 Comparação entre as frequências naturais teóricas e identificadas

	Frequência Naturais			
	1	2	3	4
Teórico	23.61	147.60	413.41	810.10
Identificado*	21.29	139.89	384.11	761.77

* Valores médios da Tabela 1.

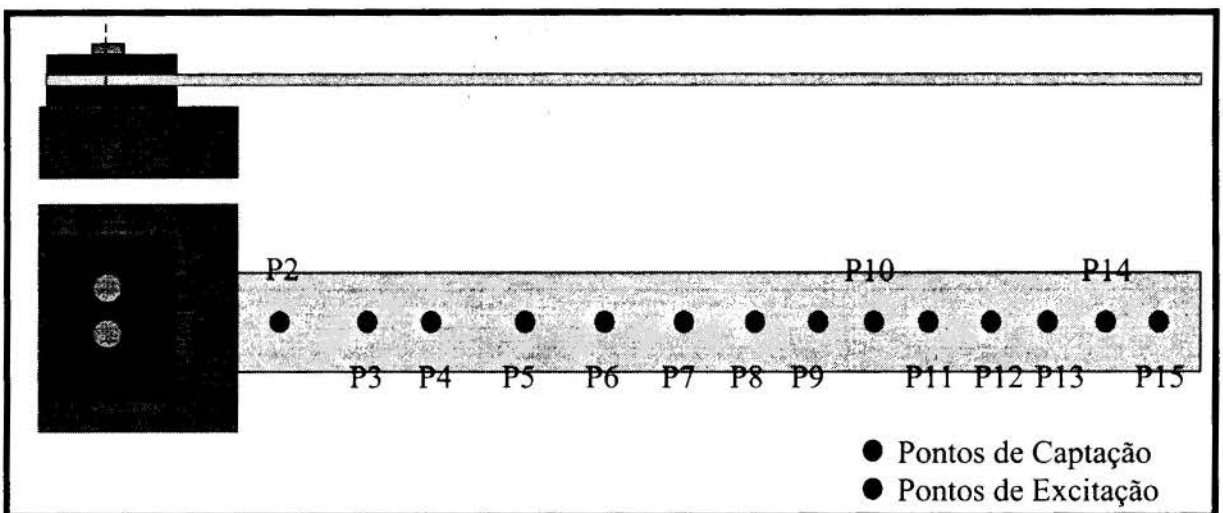


Figura 4 – Disposição dos pontos na barra

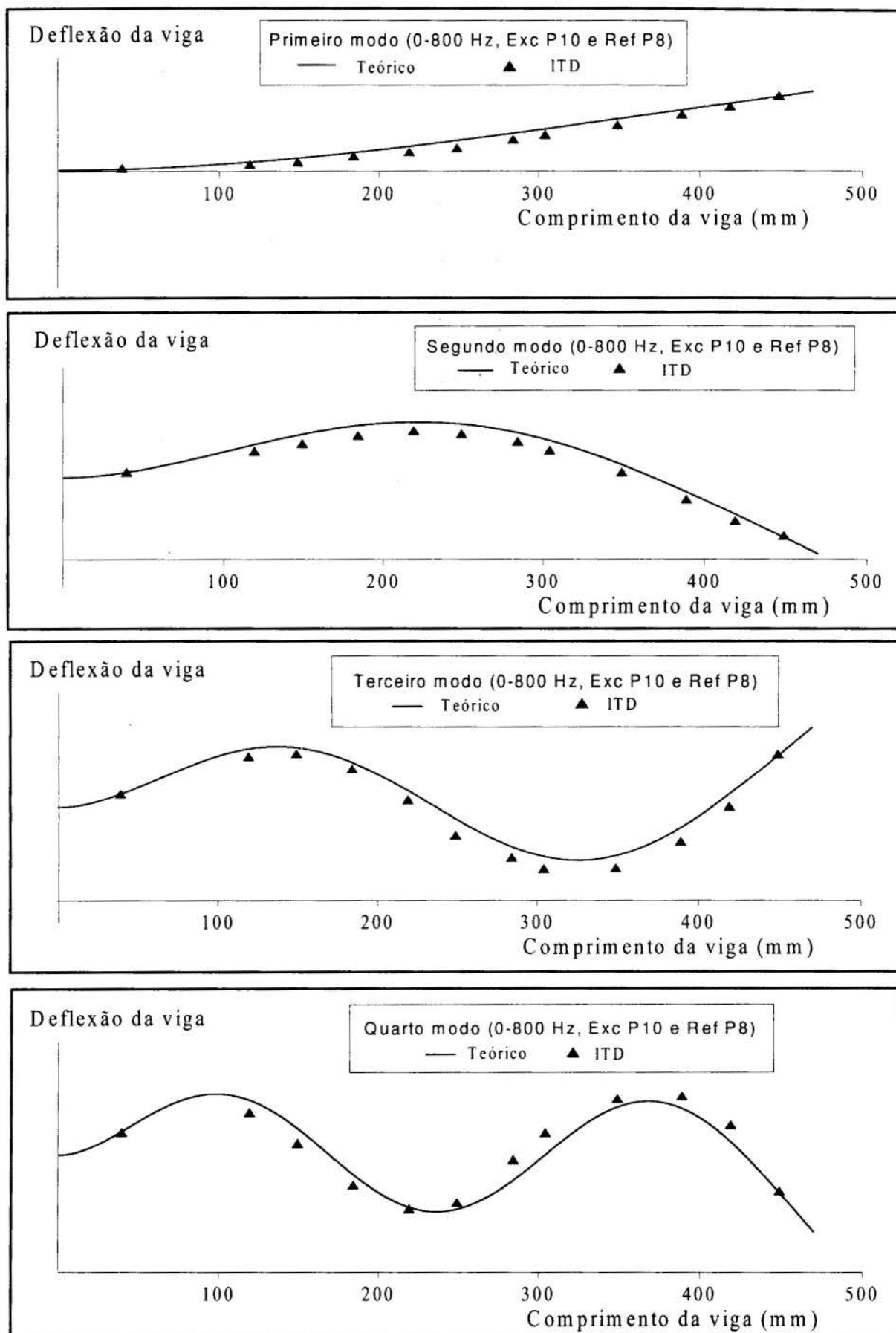


Figura 5 – Modos de vibrar Teórico e identificado para o intervalo 0 – 800 Hz

5. CONCLUSÕES

Foram apresentados neste trabalho os aspectos experimentais de uma técnica de identificação no domínio do tempo, em particular, quanto ao requisito de obtenção de respostas simultâneas.

A aquisição indireta de respostas simultâneas, com a utilização de uma posição como referência, apresentou-se como uma boa solução para contornar as limitações de equipamentos não disponíveis, como analisadores de múltiplos canais e inúmeros sensores de sinais. Esta técnica pode ser também aplicada sem o uso de analisadores de sinais, através da aquisição direta de dados em PC, bastando para isso que esse equipamento possua placa de aquisição de dados do domínio do tempo. Estes dados não necessitam de qualquer transformação para o domínio da frequência, nem para o próprio domínio do tempo, exceto uma normalização através de fatores de escala, obtidos através do acelerômetro de referência. Pode-se concluir portanto, que esta técnica proporciona economia e simplicidade na aquisição e na montagem dos equipamentos.

O método ITD aplicado neste trabalho a dados obtidos com equipamentos simples proporcionou bons resultados, como mostrado nas Tabelas 1 e 2, e nas curvas da Figura 5. O sucesso na identificação se deve também ao algoritmo de identificação utilizado, desenvolvido pelos autores, assim como a alguns cuidados tomados durante a realização dos ensaios.

O resultado da identificação de frequências naturais e de modos de vibrar na faixa de frequência 0 a 800 Hz, aqui relatado, é uma amostra parcial da eficiência do método ITD. Outras identificações foram realizadas em outros intervalos de frequência com resultados de mesma qualidade que os aqui relatados.

6. REFERÊNCIAS

- BROWN, D. L.; ALLEMANG, R. J.; ZIMMERMAN, R. E MERGEAY, M. *Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis*, SAE paper n.790221, p. 828-846, 2279.
- EWINS, D.J., *Modal Testing: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, 2284.
- FRÖBERG, C. E. *Introduction to Numerical Analysis* Addison-Wesley Publishing, 2265.
- IBRAHIM, S. R. AND MIKULCIK, E. C. *A Method for the Direct Identification of Vibration Parameters from Free Response*, The Shock and Vibration Bulletin, vol. 47, p. 203-228, 2277.
- IBRAHIM, S. R. *Computation of Normal Mode from Identified Complex Modes*, AIAA Journal, Vol. 21, No. 6, p. 446-451, 2283.
- PAPPA, R. S. & IBRAHIM, S. R., *A Parametric Study of the Ibrahim Time Domain Modal Identification Algorithm*, Shock and Vibration Bulletin, No. 51, p. 43-72, 2281.



PAPER CODE: COB452

Investigation on the use of the wavelet transform in the solution of the model updating problem

Mauro J. Atalla, Ph.D. *
State University of Campinas
FEM - Department of Mechanical Design
15083-970 Campinas, SP Brazil
E-mail: mjatalla@vt.edu

Abstract

Existing model updating techniques, based on modal data or frequency responses use data experimentally obtained to update the model of the structure with the implicit assumption that the experimental data is correct. However, noise present in the experimental data is known to effect the computation of the updated parameters. In particular, the Fourier transform used to compute the frequency response functions averages the noise over the duration of the signal, smearing its effect over the frequency axis. An alternative to the Fourier transform is the wavelet transform, which has been successfully used in the electrical engineering and computer science fields to filter noise and compress data. This paper investigates the use of the wavelet transform in the solution of the model updating problem, and presents a formulation analogous to the Fourier-based formulation. Numerical results show the feasibility of this approach in updating models based on noisy measurements.

Keywords

Model updating, Wavelet transform, *Ajuste de modelos*, *Transformada wavelet*

1. Introduction

Model updating of mechanical systems has been an active field of research during the last two decades. The increasing design competitiveness and the development of faster computers has allowed engineers to develop larger and more complex models in an attempt to better model a structure and reduce time spent in the design stage of the production cycle. The mathematical model of a structure is verified by building a prototype of the structure, testing it, and comparing experimental and analytical responses. Since these responses often do not agree, the mathematical

*Current address: Pontifical Catholic University of Minas Gerais
IPUC - Mechanical Engineering Department
30535-610 Belo Horizonte, MG Brazil

model must be modified until a good agreement is achieved. Having a reliable mathematical model allows the engineer to investigate variations of the original design and choose the best option. It also allows the design of high performance control laws based on an accurate model of the structure. The process of modifying a mathematical model in order to achieve a good agreement with measured data is called model updating. Model updating differs from system identification in the sense that updating requires a good initial model of the structure and can yield mathematical models that are physically realizable. System identification techniques do not require, nor do they yield a physically plausible model of the structure. This fact can be well observed in the identification of reduced models. For the engineer investigating variations of the initial design it is very important that the structure represented by the model is physically realizable.

The model updating problem is usually solved using frequency responses of the system or modal data extracted from these frequency responses. The system's behavior in the frequency domain is usually obtained by using the Fourier transform, defined by

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (1)$$

where $f(t)$ is the time domain signal being analyzed, ω is the natural frequency, and $\mathcal{F}(\omega)$ is the Fourier transform of $f(t)$. The signal $f(t)$ can be recovered from $\mathcal{F}(\omega)$ by using the inverse Fourier transform, described by the expression

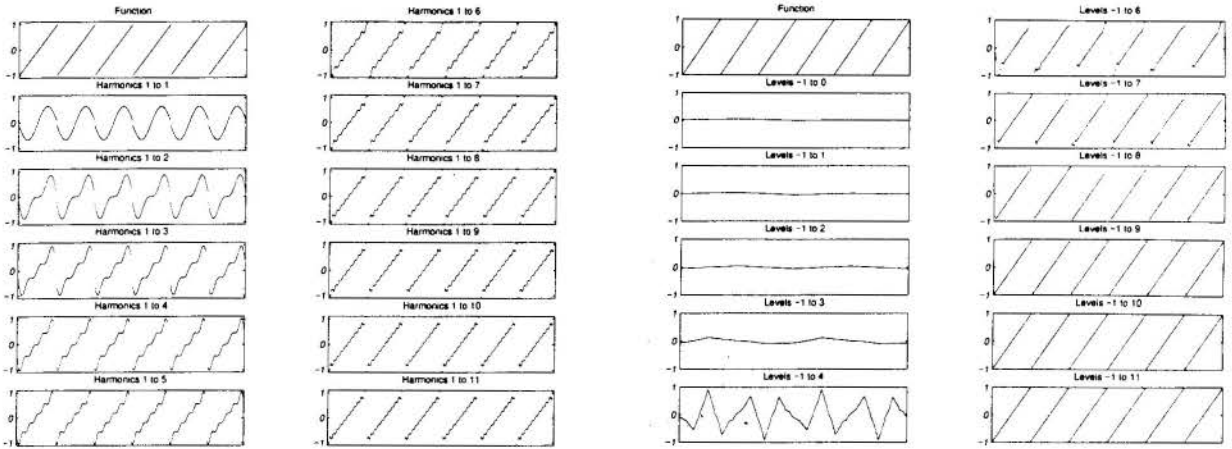
$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}(\omega)e^{i\omega t} d\omega. \quad (2)$$

This conventional spectral analysis results in averaged values that are time-independent. This representation is valid and sufficient if the signal $f(t)$ is stationary so that its frequency content remains constant over time. However, many signals are not stationary. For example, experimental data becomes non-stationary when noise is present, and the response of mechanical systems subjected to variations of structural parameters is also non-stationary. Model updating techniques that use frequency domain data rely on low-noise measurements and implicitly assume the stationarity of the signal, since the Fourier transform decomposes the signal $f(t)$ into a sum of functions ($e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i * \sin(\omega t)$) with global support $[-\infty, \infty]$. This characteristic of the Fourier transform makes it impossible to detect local phenomena present in the signal.

The wavelet transform uses a different approach decomposing the signal in a series of functions with local support. These functions are called wavelets, each being described by its position in the time axis and its duration, allowing the resolution of different frequency components. The saw-tooth function is used to illustrate the difference between the Fourier and wavelet transforms (figs.1(a),1(b)). The level of a wavelet is related to its frequency content, similar to frequencies of different Fourier harmonics. The wavelet used in this figure belongs to the Daubechies family of wavelets [1] with $N=3$, being this one among many existing families of wavelets. The families of orthogonal wavelets functions are of special interest since they form orthogonal basis and are suitable for implementation in the form of fast and efficient computer algorithms.

2. Wavelets

This section covers only the fundamentals of wavelet analysis necessary for the understanding of the proposed technique. Readers interested in a more comprehensive text are referred to [1, 3, 4, 5]. This introduction to wavelet analysis is somewhat based on the works of Newland [3, 4].



(a) Fourier transform.

(b) Daubechies wavelet transform (N=3).

Figure 1: Comparison between Fourier and wavelet transforms of a saw-tooth wave.

An introduction to wavelet analysis often starts with the most simple wavelet function, the Haar wavelet, defined by

$$w(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ +1 & \text{if } \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases} \quad (3)$$

The wavelet defined above and shown in figure (2(a)) is part of a family of similar wavelet functions obtained through the dilation and translation of (eq.3). Other wavelet functions belonging to the Haar family are $w(2x)$, $w(2x - 1)$, $w(4x)$, $w(4x - 1)$, $w(4x - 2)$, and $w(4x - 3)$, all shown in figure (2(a)). The level of a Haar wavelet is determined by the number of wavelets contained in the interval $[0, 1]$. At the 0^{th} level there are only $2^0 = 1$ wavelets, while at the 2^{nd} level there are $2^2 = 4$ wavelets, and so on.

It is possible to decompose an arbitrary function $f(x)$ into its wavelets components. The procedure is similar to the decomposition of a function into its harmonic components. Instead of using harmonic functions of different frequencies wavelets of different levels and positions along the x-axis are used to decompose the function (fig.2(a)). An arbitrary signal is described as function of its wavelet components by

$$\begin{aligned} f(x) &= a_0 + a_1w(x) + a_2w(2x) + a_3w(2x - 1) + a_4w(4x) + a_5w(4x - 1) + \dots \\ &= a_0 + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{2^j-1} a_{2^j-1} w(2^j x - k) \quad \text{for } 0 \leq x < 1. \end{aligned}$$

It can be shown that the series above converges under the same convergence conditions imposed on a Fourier series [1].

Despite the fact that the Haar wavelet has been known for a long time, only during the past ten years have other wavelets been developed. Among the existing wavelets there are the orthogonal and non-orthogonal type. The former are most often used since they provide orthogonal basis of transformation. The orthogonal wavelets are further divided into dilation [1] and harmonic wavelets [3, 4, 5]. This work considers the harmonic wavelets since they can be computed from a formula, unlike dilation wavelets that are computed through an iterative scheme.

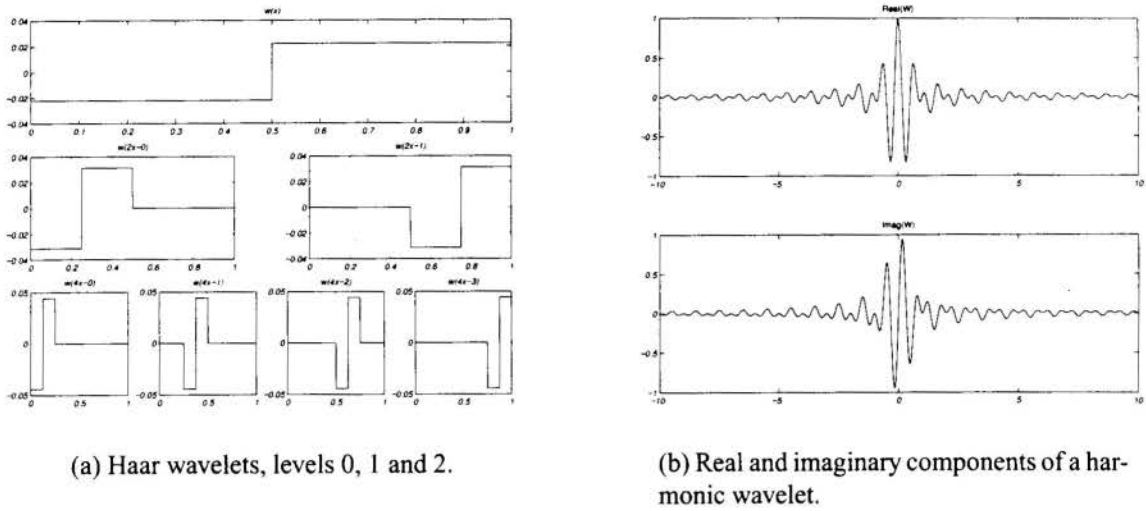


Figure 2: Haar and harmonic wavelet functions.

Harmonic wavelets were developed by D. E. Newland when searching for a wavelet with limited and rectangular spectrum over a desired frequency range, that is

$$W(\omega) = \frac{1}{2\pi} 2^{-j} e^{-i\omega k 2^j}, \text{ for } \begin{cases} 2\pi 2^j \leq \omega < 2\pi 2^{j+1} \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

Computing the inverse Fourier transform of $W(\omega)$ one obtains the harmonic wavelet, given by

$$w(2^j x - k) = \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) e^{i\omega x} d\omega = \frac{e^{i4\pi(2^j x - k)} - e^{i2\pi(2^j x - k)}}{i2\pi(2^j x - k)}, j = 0, \dots, \infty, k = -\infty, \dots, \infty. \quad (5)$$

This wavelet is a complex function of its argument x , meaning that $w(x)$ is actually the sum of two wavelets, an even function of x (the real part) and an odd function (the imaginary part), as shown on figure (2(b)). The index k is an integer translation index while j is an integer level index.

It can be shown that this wavelet family is orthogonal and that it satisfies all the conditions to be called a wavelet [3]. The disadvantage of using this wavelet is its limited spectrum. The wavelet time decay is slow, proportional to x^{-1} , resulting in wavelets of wide support. However, the advantage of using a harmonic wavelet is that, as mentioned earlier, they can be computed from a formula (eq.5), unlike other wavelet functions, and they have a limited rectangular spectrum.

To illustrate the time localization qualities of the wavelet transform a sinusoidal wave is corrupted with noise of short duration and small amplitude (fig.3). The Fourier transform of the signal, taken with help of a Hanning window in order to minimize the effect of noise, shows the smearing of the noise in the frequency domain. This corrupts the entire spectrum. It is not possible with a Fourier analysis, to determine if the noise was present during the duration of the whole signal, if it had a short duration, or if this is the correct spectrum of the signal being analyzed. This does not happen with the wavelet transform. The coefficients obtained from the wavelet transform are shown in such a way that the x -axis corresponds to the time variable, the y -axis corresponds to the wavelet levels (related to the frequency variable), and the amplitude of the coefficients is plotted in the form of a contour graphic. Each level covers the frequency

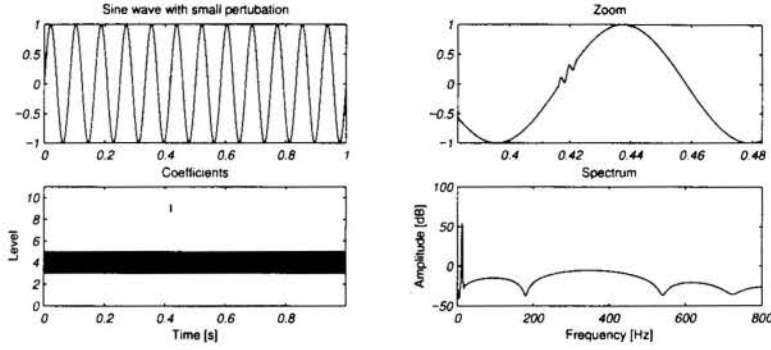


Figure 3: Sinusoidal wave corrupted with noise of short duration. Wavelet and Fourier transforms of the signal.

interval $2\pi 2^j \leq \omega < 4\pi 2^j$. It is now clear the localization of the noise making the task of filtering easier.

3. Model Updating

A linear mechanical system has its behavior described by

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t).$$

In order to update the model, the equation above is usually rewritten such that the matrices M , C , and K become explicit functions of the parameters p_i being updated. This can be accomplished by a linear Taylor series expansion of these matrices about the nominal values of p_i , resulting in the following linear equations on the parameters p_i

$$M = M_0 + \sum p_i \frac{\partial M}{\partial p_i}, \quad C = C_0 + \sum p_i \frac{\partial C}{\partial p_i}, \quad K = K_0 + \sum p_i \frac{\partial K}{\partial p_i}.$$

Combining the two equations above yields

$$(M_0 + \sum p_i \frac{\partial M}{\partial p_i})\ddot{x} + (C_0 + \sum p_i \frac{\partial C}{\partial p_i})\dot{x} + (K_0 + \sum p_i \frac{\partial K}{\partial p_i})x = f(t), \quad (6)$$

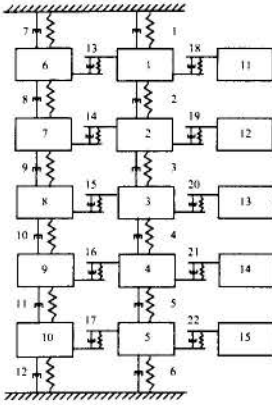
that is the equation of motion parameterized with respect to p_i . Developing a procedure similar to the ones used by frequency domain methods [2], one can write the equation above in the wavelet domain. In order to do so, one has to compute the harmonic wavelet transform of $x(t)$ and its derivatives. The real signal $x(t)$ is written as a function of its harmonic wavelet components according to the expression

$$x(t) = a_0 + \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_{j,k} w(2^j x - k) + \bar{a}_{j,k} \bar{w}(2^j x - k)), \quad (7)$$

where $\bar{(\cdot)}$ represents the complex conjugate, $w(2^j x - k)$ is given by (eq.5), and the coefficients $a_{j,k}$ are given by

$$a_{j,k} = \int_{2\pi 2^j}^{4\pi 2^j} \mathcal{F}(\omega) e^{i\omega k/2^j} d\omega. \quad (8)$$

Therefore, once measured $x(t)$, the transforms of its derivatives $\dot{x}(t)$ and $\ddot{x}(t)$ are easily computed by substituting $\mathcal{F}(\omega)$ by $i\omega \mathcal{F}(\omega)$ and $-\omega^2 \mathcal{F}(\omega)$ respectively, in the expression above. Rewriting (eq.6) in the wavelet domain yields



Parameters	Value
m_1 to m_{10}	0.0259 lbs
m_{11} to m_{15}	0.001295 lbs
k_1 to k_{18}	1000 lbs/in
k_{19}	1100 lbs/in
k_{20}	900 lbs/in
k_{21}	1200 lbs/in
k_{22}	800 lbs/in
c_1 to c_{12}	0.1 lbs.s/in
c_{13} to c_{22}	0.01 lbs.s/in

Figure 4: Diagram and nominal values of the system used in [6]

$$(M_0 + \sum p_i \frac{\partial M}{\partial p_i})\mathcal{W}(\ddot{x}) + (C_0 + \sum p_i \frac{\partial C}{\partial p_i})\mathcal{W}(\dot{x}) + (K_0 + \sum p_i \frac{\partial K}{\partial p_i})\mathcal{W}(x) = \mathcal{W}(f) \Rightarrow \quad (9)$$

$$(M_0\mathcal{W}(\ddot{x}) + C_0\mathcal{W}(\dot{x}) + K_0\mathcal{W}(x)) + \sum p_i \left(\frac{\partial M}{\partial p_i}\mathcal{W}(\ddot{x}) + \frac{\partial C}{\partial p_i}\mathcal{W}(\dot{x}) + \frac{\partial K}{\partial p_i}\mathcal{W}(x) \right) = \mathcal{W}(f) \quad (10)$$

$$\text{or, } (B_0 + \sum B_i p_i) = F \Rightarrow \sum B_i p_i = F - B_0 . \quad (11)$$

The method consists of selecting the coefficients $a_{j,k}$ of greater magnitude and using them to compute the updated parameters, reducing the effect of noise present in the signal, usually represented by small magnitude coefficients. For each degree-of-freedom the largest magnitude coefficients are selected. The levels and translation indices of the selected coefficients are organized by removing the repeated ones. The matrices B_i are assembled with the coefficients of all degrees-of-freedom corresponding to the selected levels and translation indices, having the dimensions $n \times m$ where n is the number of degrees-of-freedom and m is the number of selected wavelet coefficients. This is one of the advantages of using the wavelet transform: the levels and positions corresponding to the most relevant components of the signal are used to update the model, resulting in better models since the noise is eliminated before the updated parameters are computed.

4. Example

A numerical example is used to show the advantages and limitations of the method presented above. The system in this example (fig.4) is a discrete lumped parameter system used by Yang & Brown [6] to illustrate the model updating technique proposed in that paper. This system has six of its parameters updated (the stiffness coefficients $k_1, k_4, k_6, k_7, k_{12}$ and k_{18}). The nominal values of the system parameters are also shown in figure (4), and were chosen by the authors such that the response of the system resulted in high modal density, high damping and repeated modes.

The response of the system was computed and then transformed using harmonic wavelets. The parameters updated had their nominal values multiplied by the following constants: $k_1 = 0.80, k_4 = 1.25, k_6 = 0.90, k_7 = 1.15, k_{12} = 0.73, \text{ e } k_{18} = 1.09$. The system was excited by

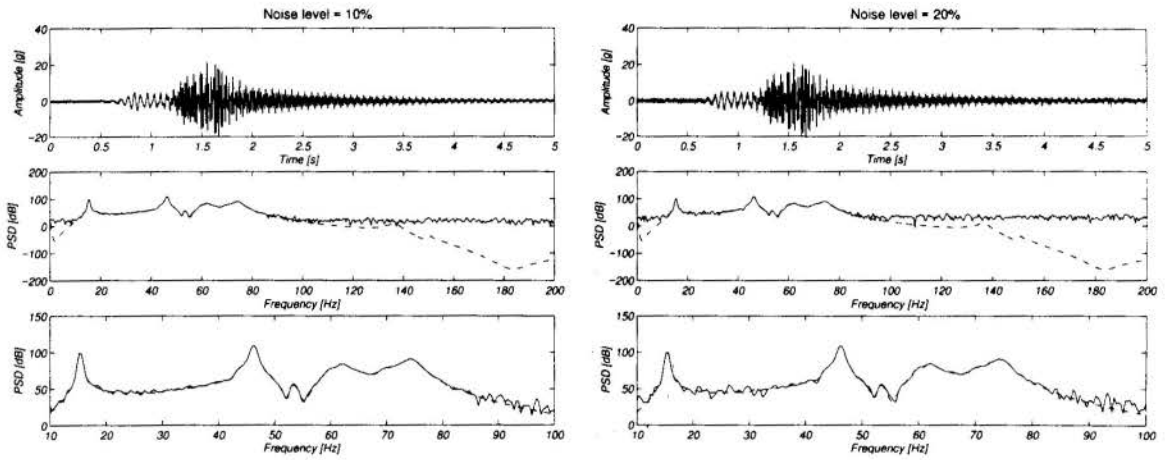


Figure 5: Cases with 10% and 20% noise contamination.

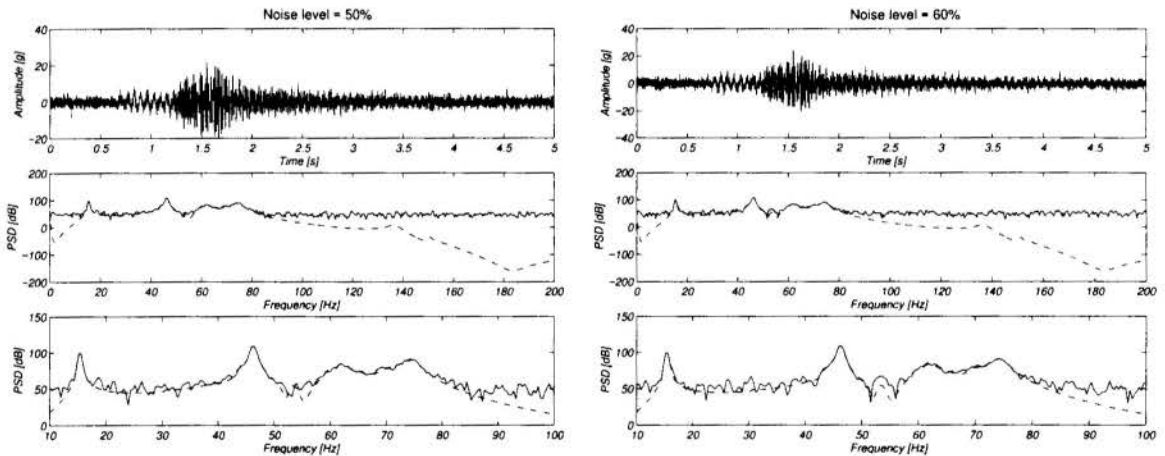


Figure 6: Cases with 50% and 60% noise contamination.

a quadratic chirp ($U = \sin(2\pi t^2)$) acting on mass 1, and the response of all degrees-of-freedom were measured. The displacement, velocity and acceleration signals were then corrupted with noise such that the noise RMS value was a specified fraction of the RMS value of the signal. Figures (5(a),5(b)) show in the first graphic the corrupted acceleration of mass 13, then in the next graphic its power spectral density, and at the bottom a zoom on the region where the signal to noise ratio is higher. These figures are repeated for different noise levels.

The results from the numerical simulations are summarized in table (1). The seven largest coefficients $a_{j,k}$ of each degree-of-freedom were used in updating the model (eq.11). It can be seen that the results are close to the desired values even with high noise levels. This shows that the wavelet transform can be used in the solution of the model updating problem as an alternative to the Fourier transform.

5. Conclusions

The use of the wavelet transform in the solution of the model updating problem was inves-

Parameter	Value	10%	20%	30%	40%	50%	60%
k_1	0.800	0.814	0.816	0.836	0.850	0.711	0.845
k_4	1.250	1.251	1.249	1.249	1.251	1.249	1.249
k_6	0.900	0.881	0.886	0.843	0.842	0.954	0.778
k_7	1.150	1.115	1.125	1.069	1.083	1.339	0.997
k_{12}	0.730	0.770	0.714	0.898	0.854	0.650	1.026
k_{18}	1.090	1.075	1.118	1.048	1.074	1.105	0.938

Table 1: Solution of the model updating problem with varying noise levels

tigated and a procedure was developed to use this transform in updating linear system models. A numerical example with high damping and modal density was used to illustrate the potential of the technique when applied to noisy signals. The method presented has the disadvantage that it requires the measurement of every degree-of-freedom present in the model, a condition rarely satisfied in practice. The next step is the development of a model reduction technique compatible with the wavelet transform, since none of the existing model reduction methods can be used in this case. If such a transform is found, then only a few degrees-of-freedom will need to be measured in order to update a model. In this case, this technique proposed becomes equivalent to the existent Fourier transform based methods, with the advantages of being tolerant to high noise levels and able to deal with situations where the behavior of the structure is non-stationary.

6. Acknowledgements

The author would like to thank the Research Foundation of the State of São Paulo – FAPESP for funding this research under grant number 96/6771-1.

References

- [1] Ingrid Daubechies. *Ten Lectures on Wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.
- [2] M. I. Friswell and J. E. Mottershead. *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [3] D. E. Newland. *Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. Longman, Harlow and John Wiley, New York, 3 edition, 1993.
- [4] D. E. Newland. Wavelet analysis of vibration, part i: Theory. *Journal of Vibration and Acoustics*, 116:409–416, 1994.
- [5] D. E. Newland. Wavelet analysis of vibration, part ii: Wavelet maps. *Journal of Vibration and Acoustics*, 116:417–425, 1994.
- [6] Michael Yang and David Brown. An improved procedure for handling damping during finite element model updating. In *14th International Modal Analysis Conference*, pages 576–584, Dearborn, Michigan, 1996.

PAPER CODE: COB91

**ANÁLISE TEÓRICA DO USO DE JANELA EXPONENCIAL NA
AQUISIÇÃO DE DADOS EM TESTE DE IMPACTO/ THEORETICAL
ANALYSIS OF EXPONENTIAL WINDOWING IN IMPACT TEST**NEWTON S. SOEIRO¹, GUSTAVO D. P. SILVA² & SAMIR N.Y. GERGES²*1 Departamento de Engenharia Mecânica, UFPA - Belém**CEP 66075-900 Pará, Brasil - E-mail: soeiro@mbox1.ufsc.br**2 Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC - Florianópolis**CEP 88040-900 Santa Catarina, Brasil - E-mail: gustavo@mbox1.ufsc.br e gerges@mbox1.ufsc.br***Abstract**

Impact excitation is one of the most common methods for experimental modal analysis. It is versatile, mobile and produces reliable results. In the other hand, when a structure is lightly damped the response to the hammer impact may be sufficiently long that it is impractical to capture the entire signal. To suppress the truncation of response signal a common practice is to artificially force it to decay within the data capture window by multiplying it by an exponential function. However, the application of the exponential window must be considered carefully since it may adversely affect the estimated spectra. The purpose of this paper is to examine the effects of the exponential window over the modal parameters and estimated spectra from the experimental modal analysis developed by impulse excitation technical. Thus, the characteristics of impact test procedure are examined with analytical functions developed for an idealized test and to examine the influence of the exponential window over the closely spaced modes.

Keywords

Análise Modal, Excitação por Impacto, Janela Exponencial, Modal Analysis, Impact Excitation, Exponential windowing

1. INTRODUÇÃO

A Análise Modal Experimental através da utilização do teste de impacto, juntamente com a técnica de processamento de sinal FFT, apresenta alguns aspectos importantes de aquisição de dados que devem ser considerados para assegurar que as Funções Resposta em Freqüência medidas sejam estimadas de forma precisa. Dentre outros aspectos, esta observação deve-se ao fato de que enquanto o sinal de excitação, provocado pelo impacto do martelo na estrutura, tem uma duração curta, o sinal de resposta, para uma estrutura levemente amortecida, geralmente tem uma duração longa o que leva a um truncamento do sinal de resposta por parte do sistema de medição usado. O efeito desse truncamento se manifesta em termos de um erro espectral sistemático que afeta de forma adversa o espectro medido.

Na prática, como os equipamentos de processamento FFT apresentam um número limitado de comprimento de captura de dados ou faixas de freqüência disponíveis para seleção, é bastante provável que um tempo de captura não apropriado possa ser usado provocando assim o truncamento do sinal e, em conseqüência, a introdução de erros no espectro estimado. Para suprimir o truncamento do sinal de resposta, a prática comum é

força-lo a decair artificialmente, dentro da janela de captura de dados, multiplicando-se o sinal, que decai lentamente, por uma função exponencial. Contudo, a aplicação da janela exponencial deve ser considerada com cuidado visto que ela pode afetar de forma adversa os espectros medidos.

2. FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA SISTEMA COM 1 GL EXCITADO POR IMPACTO

Suponha um sistema de um grau de liberdade com amortecimento viscoso sobre o qual é aplicada uma excitação de impacto representada por um impulso meio seno, como segue:

$$f(t) = \begin{cases} F_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{T_a} t\right) & 0 \leq t \leq T_a \\ 0 & t > T_a \end{cases} \quad (1)$$

A resposta de vibração do sistema para esta força, segundo Rao(1992) é dada por:

$$0 \leq t \leq T_a \\ x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \{A \operatorname{sen}(\omega_d t) + B \operatorname{cos}(\omega_d t)\} + C \operatorname{sen}(\omega_f t) - B \operatorname{cos}(\omega_f t) \quad (2)$$

$$t > T_a$$

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \{A \operatorname{sen}(\omega_d t) + B \operatorname{cos}(\omega_d t)\} + e^{-\zeta\omega_n(t-T_a)} \{A \operatorname{sen}[\omega_d(t-T_a)] + B \operatorname{cos}[\omega_d(t-T_a)]\}$$

onde:

$$A = \frac{F_0 \omega_f [\omega_f^2 m + c \zeta \omega_n - k]}{\omega_d [(k - \omega_f^2 m)^2 + (c \omega_f)^2]} \quad B = \frac{c \omega_f F_0}{(k - \omega_f^2 m)^2 + (c \omega_f)^2} \quad C = \frac{F_0 (k - \omega_f^2 m)}{(k - \omega_f^2 m)^2 + (c \omega_f)^2}$$

A Função Resposta em Frequência do sistema pode ser determinada diretamente a partir das expressões analíticas da excitação $f(t)$ e da resposta $x(t)$ como:

$$H(i\omega) = \frac{X(i\omega)}{F(i\omega)} \quad (3)$$

Na prática, $X(i\omega)$ e $F(i\omega)$ só podem ser avaliadas para uma duração finita, uma vez que a representação digital das formas de onda existem para uma duração finita. A duração T , sobre a qual as amostras de dados de excitação e resposta são adquiridas, pode exercer um profundo efeito sobre a transformada de Fourier e a sua escolha não é direta uma vez que, durante a execução do teste de impacto, o operador seleciona a faixa de frequência de interesse definindo assim a duração da coleta de dados, de acordo com a seguinte equação:

$$T = \frac{N}{f_{\text{anal}}} = \frac{1}{\Delta f} \quad (4)$$

onde N é o número de linhas espectrais, f_{anal} é a frequência de análise e Δf é a resolução no domínio da frequência. A Eq (4) permite ter a certeza de que quanto maior o valor de Δf menor será o tempo de duração da coleta de dados.

A Transformada de Fourier para uma amostra de duração finita de um sinal no tempo $y(t)$ é expressa como:

$$Y(i\omega, T) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{ret}(t) \cdot y(t) \cdot e^{-i\omega t} dt = \int_0^T y(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad (5)$$

onde

$$W_{ret}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}$$

assim, o efeito de truncamento do sinal sobre as funções no domínio da frequência, para um teste de impacto idealizado, pode ser avaliado aplicando a Eq. (5) às Eq.'s (1) e (2).

Assumindo que a duração do impacto é pequena ($T_a < T$), a transformada de Fourier da força de impacto é:

$$F(i\omega, T_a) = \frac{F_o \omega_f}{\omega_f^2 - \omega^2} [1 + e^{-i\omega T_a}] \quad (6)$$

de onde conclue-se que o espectro da força não depende de T e, neste caso, não é afetado pela duração da janela, ou seja o sinal de impacto inteiro é capturado. Por outro lado, a transformada de Fourier da resposta é:

$$\begin{aligned} X(i\omega, T) = & \frac{C_1 e^{i\theta}}{[-\zeta\omega_n - i(\omega_d + \omega)]} \{-1 + e^{[-\zeta\omega_n - i(\omega_d + \omega)]T}\} \\ & + e^{[-\zeta\omega_n - i(\omega_d + \omega)]T + (\zeta\omega_n + i\omega_d)T_a} - e^{-i\omega T_a} \} \\ & + \frac{C_1 e^{-i\theta}}{[-\zeta\omega_n + i(\omega_d - \omega)]} \{-1 + e^{[-\zeta\omega_n + i(\omega_d - \omega)]T}\} \\ & + e^{[-\zeta\omega_n + i(\omega_d - \omega)]T + (\zeta\omega_n - i\omega_d)T_a} - e^{-i\omega T_a} \} \\ & + \frac{C_2 e^{-i\phi}}{i(\omega_f + \omega)} [e^{-i(\omega_f + \omega)T_a} - 1] - \frac{C_2 e^{-i\phi}}{i(\omega_f - \omega)} [e^{i(\omega_f - \omega)T_a} - 1] \end{aligned} \quad (7)$$

onde:

$$C_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{[F_o \omega_f (\omega_f^2 m + c\zeta\omega_n - k)]^2 + (\omega_d c \omega_f F_o)^2}{\{\omega_d [(k - \omega_f^2 m)^2 + (c\omega_f)^2]\}^2}} \quad C_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_o}{\sqrt{(k - \omega_f^2 m)^2 + (c\omega_f)^2}}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{\omega_f^2 m + c\zeta\omega_n - k}{c\omega_d}\right)$$

$$\phi = \arctg\left(\frac{k - \omega_f^2 m}{c\omega_f}\right)$$

e é função dos parâmetros do sistema (m , c e k), das características da força (F_o , T_a) e da duração da coleta (T).

Na prática, a Função Resposta em Frequência é estimada a partir do espectro cruzado e o autoespectro dos sinais, objetivando diminuir o ruído existente na cadeia de instrumentação através do processo de média. Entretanto, visto que os sinais neste estudo são livres de ruído e determinísticos a FRF pode ser determinada diretamente a partir das Eq.'s (3), (6) e (7).

A Função Resposta em Freqüência real e que servirá de base para comparação com aquela obtida da forma descrita acima, pode ser determinada diretamente dos parâmetros do sistema de um grau de liberdade como dado por Gerges(1995):

$$H(i\omega) = \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2 + i2\zeta\omega\omega_n} \quad (8)$$

3. EFEITO DO TRUNCAMENTO SOBRE AS FRF

A figura 1 mostra os sinais de excitação e resposta no domínio do tempo, para um sistema com 1 GL, onde a duração do impulso de força de 1 N é de 10 ms e os valores de m, k e c são colhidos tais que a freqüência natural e o fator de amortecimento sejam aproximadamente iguais a 16 Hz e 0,099, definindo uma constante de tempo do sistema igual a 1 s. Percebe-se desta figura que, enquanto o sinal de impulso tem uma duração curta, o sinal de resposta do sistema apresenta um decaimento lento requerendo, assim, um tempo longo para que sua amplitude seja negligenciada o que torna impraticável uma duração de captura desta ordem.

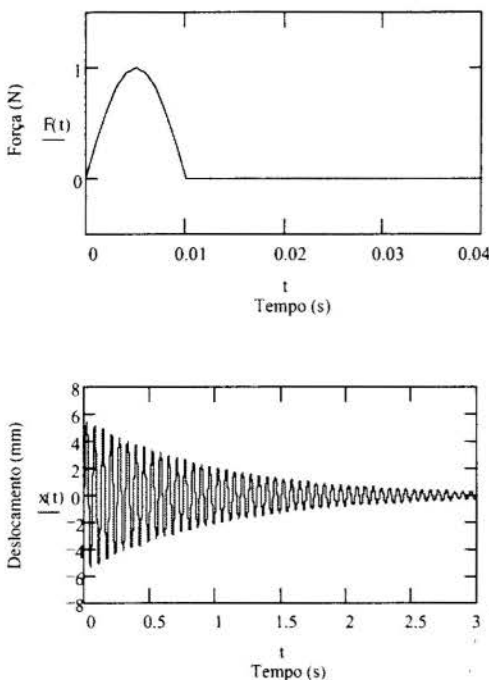


Figura 1 - Sinais de Excitação e Resposta para o Sistema com 1 GL

elevado, diminui drasticamente com o aumento do tempo de aquisição para cinco constantes de tempo e a partir de seis constantes de tempo permanece praticamente constante.

O erro sistemático na FRF é induzido unicamente por uma captura insuficiente do sinal de vibração, o qual decai lentamente. Assim, as condições para que o erro seja significativo existem quando o amortecimento é fraco e a relação entre a freqüência de análise e a freqüência natural é alta, dificultando a manutenção de um tempo de captura maior ou igual a seis vezes a constante de tempo do sistema.

As FRF's teórica e estimada, para tempos de aquisição de dados diferentes, são comparadas na figura 2. A análise da figura permite concluir que a FRF estimada apresenta desvios tanto de magnitude quanto de fase. O efeito do truncamento do sinal de resposta manifesta-se sobre a magnitude da FRF na forma do aparecimento de lóbulos laterais e um alargamento do pico, correspondente a freqüência natural, acompanhado por uma diminuição de sua amplitude. A fase oscila em torno do valor teórico, concorda relativamente bem na freqüência natural, mas desvia nas freqüências em torno dela. Portanto, fica claro que o tempo de aquisição influencia fortemente a precisão da FRF estimada.

A figura 3 apresenta uma estimativa do erro percentual na magnitude da FRF estimada em função do tempo de aquisição, tomado como um múltiplo da constante de tempo do sistema de um grau de liberdade. É fácil concluir desta figura que o erro percentual é alto para graus de truncamento

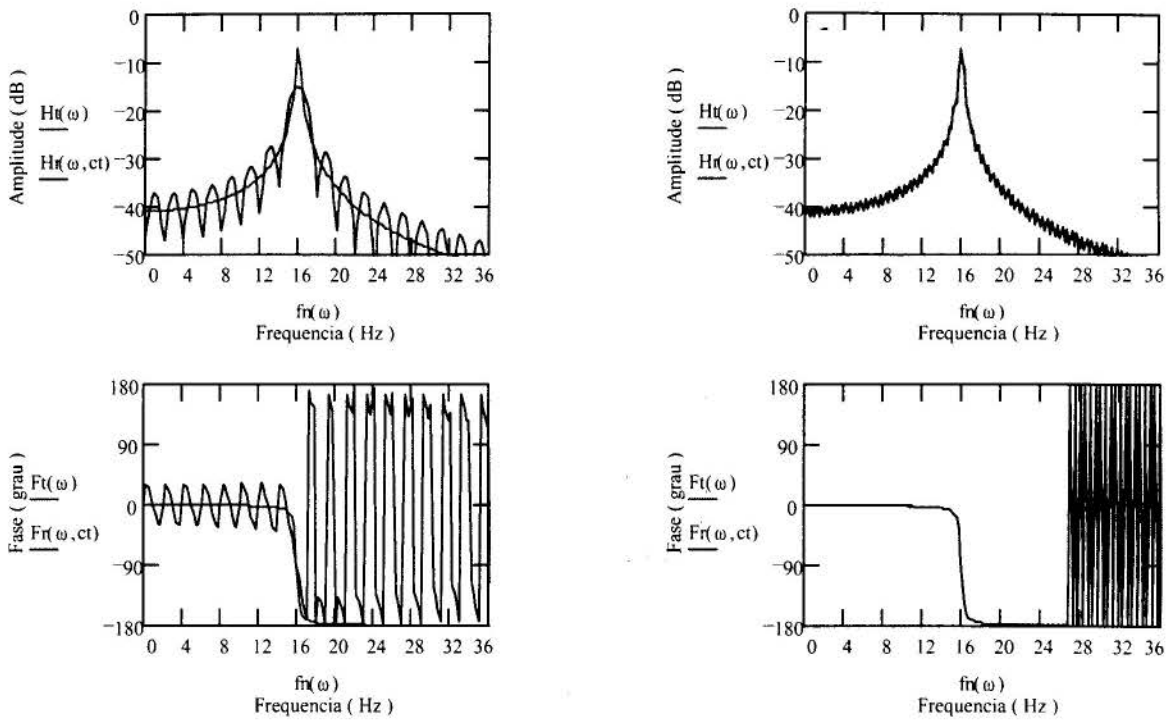


Figura 2 - Amplitude e Fase das FRF's Teórica e Estimada com Janela Retangular, para um Tempo de Aquisição igual a $\frac{1}{2}$ e 2 Constantes de Tempo.

4. EFEITOS DA JANELA EXPONENCIAL SOBRE A FRF

Quando não é possível estabelecer um tempo de aquisição dos dados maior ou igual a seis vezes a constante de tempo do sistema, pode-se aplicar uma janela exponencial à resposta do sistema forçando-a a decair mais rapidamente. Uma janela exponencial é definida por:

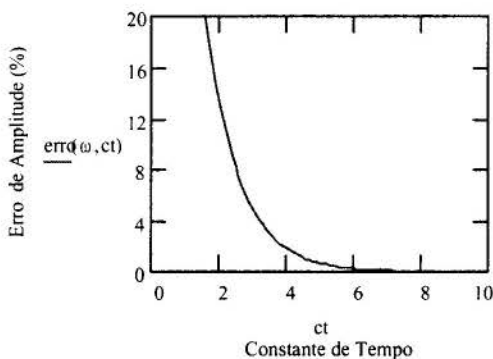


Figura 3 - Erro Percentual de Amplitude para a FRF estimada pela Janela Retangular

$$W_{\text{exp}} = \begin{cases} e^{-at} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t \geq T \end{cases} \quad (9)$$

onde o valor de a é selecionado pelo operador. Frequentemente, sua seleção se dá tal que a vibração seja forçada a decair para $B\%$ de sua amplitude inicial e, neste caso, a é determinado por:

$$a = -\frac{\ln\left(\frac{B}{100}\right)}{T} \quad (10)$$

Agora, a transformada de Fourier do sinal de resposta é determinada a partir da Eq. (5), com a janela retangular trocada pela janela exponencial:

$$X(i\omega, T) = \int_{-\infty}^{\infty} W_{\text{exp}}(t) \cdot x(t) \cdot e^{-i\omega t} dt = \int_0^T x(t) \cdot e^{-i(\omega - ia)t} dt \quad (11)$$

Portanto, $X(i\omega, T)$ pode ser avaliada diretamente da Eq. (7) fazendo-se a seguinte substituição de variável $\omega = \omega - ia$ e, em conseqüência, a FRF estimada, usando janela exponencial, é determinada da mesma forma que no caso da janela retangular.

A figura 4 mostra as FRF's estimadas por janelas exponenciais de 1 % e 10 %, para um tempo de aquisição de $\frac{1}{2}$ constante de tempo do sistema. As janelas exponenciais diminuíram o aparecimento dos lóbulos laterais existentes na FRF estimada pela janela retangular, em toda a faixa de freqüência, e reduziram a magnitude em torno da freqüência natural de

aproximadamente 20 dB e 15,5 dB, respectivamente, enquanto que as fases foram as mesmas, mas mostraram uma inclinação mais baixa de queda indicando, assim, o aumento de amortecimento induzido pela aplicação da janela exponencial e a necessidade de se obter um amortecimento corrigido, dado por:

$$\zeta_c = \zeta_m - \frac{a}{\omega_n} \quad (12)$$

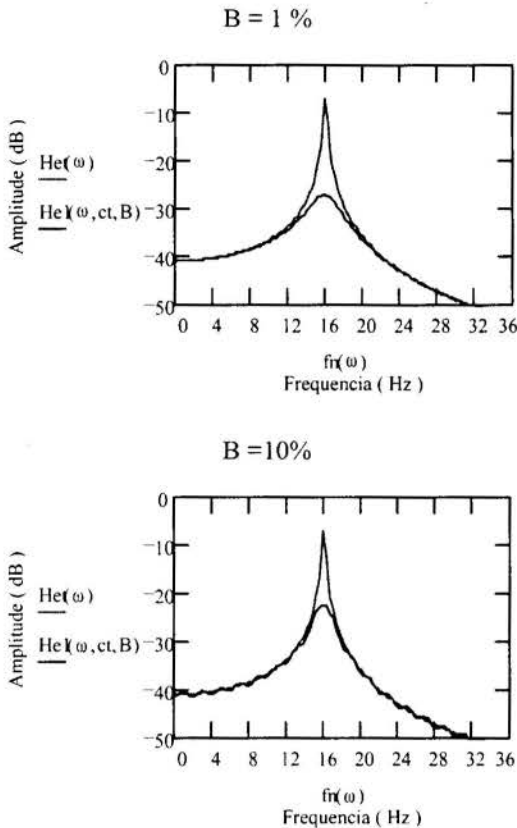


Figura 4 - FRF's teórica e estimadas para Janelas Exponenciais de 1 % e 10 %

especificado em 16 Hz com $\zeta = 0,0099$ e $R=0,4521$ enquanto que o segundo em 18 Hz, $\zeta = 0,0034$ e $R = 3,399$.

A figura 5 apresenta uma comparação da FRF teórica com as FRF's estimadas, usando janelas retangular e exponenciais de 10% e 1%, para um tempo de aquisição de $2CT$ relativa ao modo de 16 Hz. Novamente, as mesmas observações feitas para o sistema de um grau de liberdade são válidas aqui, ou seja, a FRF estimada com a aplicação da janela retangular apresenta o efeito de vazamento, caracterizado pelos lóbulos laterais, enquanto que aquelas estimadas pela aplicação das janelas exponenciais de 10% e 1%, apresentam uma redução das amplitudes de pico, com uma característica adicional, que é a tendência de misturar os picos próximos, a medida em que se aumenta o amortecimento artificial imposto pela janela exponencial.

O algoritmo de extração modal das exponenciais complexas, conforme descrito por Allemang et al(1979), foi usado para as FRF's do sistema de 2 GL estimadas a partir da aplicação das janelas retangular e exponenciais de 1% e 10%, para tempos de coleta de $2CT$ e $6CT$. Os resultados estão apresentados na tabela 1. Desta tabela, verifica-se que a rotina de

extração modal estima valores de frequência com boa concordância para todos os casos. Em relação aos valores dos fatores de amortecimento e resíduos, as estimativas dependem do tipo de janela e do tempo de aquisição. Por exemplo, para o caso 2, a concordância com os valores teóricos não é boa, entretanto ocorre o oposto em relação ao caso 3. Esse comportamento pode ser explicado pelo forte truncamento provocado pelo tempo de aquisição de 2 CT, o que não ocorre para o tempo de aquisição de 6 CT. Essa tendência é mantida para o caso da janela exponencial de 10% com a correção aplicada pela Eq. (12), ou seja, somente os dados correspondentes a um tempo de aquisição de 6 CT concordam com os valores teóricos, muito embora, o caso 6 forneça resultados melhores que o caso 2. Por outro lado, os valores estimados para os dados correspondentes a janela exponencial de 1%, apresentam uma boa concordância com os valores teóricos, independentemente dos valores do tempo de aquisição.

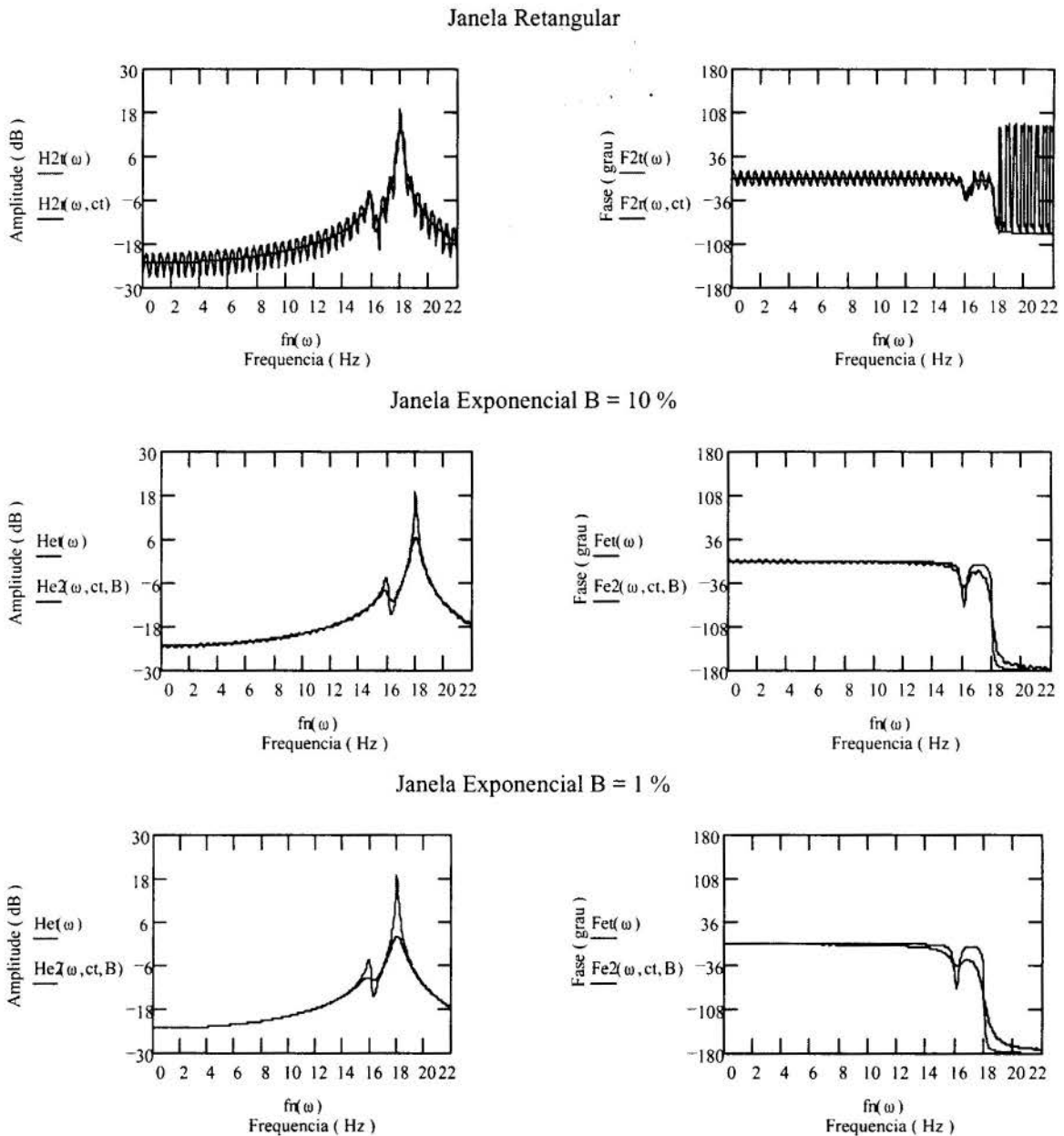


Figura 5 - FRF's Teórica e Estimada para um Tempo de Aquisição de 2CT

6. CONCLUSÃO

O estudo mostrou que, embora a técnica de impacto seja um método capaz de excitar uma banda larga de frequências com um mínimo de equipamentos, os dados espectrais podem estar submetidos a erros sistemáticos associados com uma coleta inadequada do sinal de resposta que seja levemente amortecido. A análise indicou que quando as FRF's são obtidas através da aplicação de uma janela retangular, com tempo de coleta de pelo menos seis constantes de tempo, elas representam uma boa estimativa espectral e, em consequência levam a uma determinação precisa dos parâmetros modais que descrevem o comportamento dinâmico da estrutura ensaiada. Por outro lado, se o decaimento do sinal de resposta é suficientemente longo, tal que esse critério não possa ser satisfeito, a estimativas dos parâmetros modais é pobre e, neste caso, uma janela exponencial pode ser empregada para aumentar artificialmente o amortecimento do sinal de resposta e, desse modo, reduzir os efeitos do truncamento do sinal. Entretanto, o decaimento dessa janela deve ser escolhido com critério, uma vez que a janela exponencial introduz outros problemas em termos de vazamento espectral, tais como a redução dos picos e a tendência de misturar os modos próximos, o que torna mais difícil a extração dos parâmetros modais.

Tabela 2: Valores dos Parâmetros Modais para o Sistema de 2GL.

Nº	FRF	f (Hz)	ζ_m (%)	ζ_c (%)	R
1	<i>Teórica</i>	16,00	0,99	-----	0,4521
		18,00	0,34	-----	3,3990
2	<i>Janela Retangular 2 CT</i>	15,90	1,69	-----	0,5437
		18,01	1,44	-----	5,7210
3	<i>Janela Retangular 6 CT</i>	16,00	1,00	-----	0,4512
		18,00	0,34	-----	3,3620
4	<i>Janela Exp. 2 CT, B=1%</i>	15,99	3,26	0,99	0,4528
		18,00	2,36	0,33	3,3820
5	<i>Janela Exp. 6 CT, B=1%</i>	16,00	1,76	1,00	0,4522
		18,00	1,02	0,34	3,4000
6	<i>Janela Exp. 2 CT, B=10%</i>	15,94	2,13	0,99	0,5872
		17,99	1,67	0,65	3,7500
7	<i>Janela Exp. 6 CT, B=10%</i>	16,00	1,37	0,99	0,4554
		18,00	0,68	0,34	3,5000

7. REFERÊNCIAS

ALLEMANG, R. J.; BROWN, D. L. and MERGEAY, M., Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis, Society of Automotive Engineers, Inc, paper 790221, 1979.

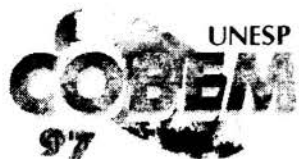
GERGES, S. N. Y., Análise Digital de Sinais I, Universidade Federal de Santa Catarina - Departamento de Engenharia Mecânica, Florianópolis, 1995.

HARRIS, F. J., On the use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform, Proceedings of the IEEE, Vol. 66 N° 1, January, 1978.

RAO, S. S., Mechanical Vibration, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1992.

Tema 62

Mecanismos



PAPER CODE: COB80

SIMULAÇÃO DE FLUTUAÇÃO DE VÁLVULA EM MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA / VALVE FLUTATION SIMULATION IN INTERNAL COMBUSTION ENGINES

RAFAEL ANTÔNIO COMPARSI LARANJA, GUSTAVO MÜLLER MARTINS & ROGÉRIO JOSÉ MARCZAK
Departamento de Engenharia Mecânica, Grupo de Mecânica Aplicada, Escola de Engenharia - UFRGS - Rua Sarmiento Leite, 425, Porto Alegre, RS, Brasil, CEP 90050-170 - E-mail: comparsi@vortex.ufrgs.br, rato@vortex.ufrgs.br

Abstract

This work presents some results obtained with a numerical simulation of the valves behavior in internal combustion's engines. The mathematical model used is simple and consider all the subsystems which influence in valve works, how as: cam, push road, spring, lifter, etc. The governing equations are solved using the finite difference method for a wide range of operational parameters. By monitoring the contact forces between two components in the kinematics chain it is possible to detect the rotation bands which produce the valve flotation. Several graphs are presented to help the designer to avoid such phenomenon.

Keywords

Internal combustion engines, valve flotation, numerical simulation, cam, lifter.
Motores de combustão interna, comando de válvulas, flutuação de válvulas.

1. INTRODUÇÃO

O objetivo do presente trabalho é apresentar a simulação computacional de um sistema de comando de válvulas de motores de combustão interna a gasolina tipicamente utilizados em V8 ou V6. O modelo matemático utilizado permite prever a faixa de rotação do came que leva ao fenômeno da flutuação. Esta análise foi baseada nos valores de força de contato entre elementos que transmitem o movimento. Especificamente, analisou-se o comportamento destas variáveis entre o tucho e haste do comando bem como a força de contato dinâmico do seguidor.

Nos motores de quatro tempos, escolhidos para esta simulação, a abertura e fechamento de válvulas é geralmente realizado por um eixo com excêntricos (comes). A válvula se compõe de duas partes: a cabeça, que serve para fechar o orifício de passagem dos gases e a haste, que se serve para guiar o movimento e para transmitir à cabeça a carga de fechamento do orifício. O encosto da válvula no fechamento se efetua sobre uma superfície geralmente tronco-cônica da periferia da cabeça. Esta superfície é apoiada sobre um assento que possui sua superfície cônica ligeiramente mais estreita que a da válvula, assegurando assim um fechamento hermético. A válvula se mantém fechada por ação da força da mola e é aberta pelo deslocamento gerado pelo came. Tendo em vista que a válvula é aberta e fechada uma vez a

cada ciclo do came, este deve efetuar uma volta para admissão e outra para exaustão a cada ciclo do motor.

2. PERDA DE CONTATO - FLUTUAÇÃO DA VÁLVULA

Segundo Giacosa (1988), a um determinado número de revoluções do came ocorrem fenômenos que modificam o deslocamento da válvula em relação ao movimento gerado pelo came. Para fins de análise numérica, o movimento oscilatório do came pode ser considerado aproximadamente senoidal, o que é corroborado por medições experimentais.

O movimento vibratório do conjunto came-válvula pode provocar perturbações de notável magnitude, sendo comum o ruído e, em casos graves, a flutuação. A flutuação comumente origina instabilidade na potência do motor e, prolongando-se este estado, pode levar à quebra de componentes como as válvulas, guias, balancins, etc.

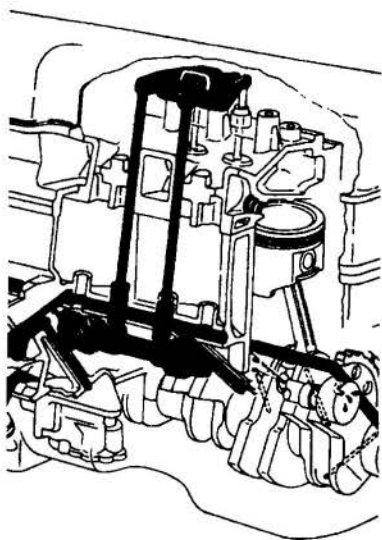


Figura A: Sistema de comando de válvulas de um motor.

Os métodos geralmente utilizados para solucionar este problema são com freqüência baseados em argumentos empíricos, ou se reforçando os componentes ou ainda limitando as velocidade de abertura e fechamento da válvulas, ocasionando assim uma redução do rendimento volumétrico.

As oscilações do movimento na faixa de aceleração negativa (durante o fechamento da válvula) são de essencial importância. Nesta faixa podem ocorrer picos de aceleração de magnitude suficiente para originarem forças de inércia superiores a carga da mola, provocando assim a interrupção do contato entre os componentes do sistema em algum ponto da cadeia cinemática. No caso de acelerações positivas ocorre somente um aumento da força que atua no sentido de fechar a cadeia cinemática.

São também importantes as oscilações que ocorrem durante o movimento de fechamento da válvula, onde pode-se verificar velocidades de impacto da válvula contra o assento muito mais elevadas que os valores teóricos correspondentes ao perfil do came. Em alguns casos, os choques contra o assento podem ser tão violentos a ponto de provocar o rebote da válvula.

3. MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático utilizado no presente trabalho faz uso de sistemas discretizados do tipo RBSM-Rigid Body Spring Model (Craig, 1982). O modelo físico utilizado é o mesmo desenvolvido por Chen (1986) e modificado por Méndez-Adriani (1989). Tal modelo é bastante robusto pela sua simplicidade e leva em consideração todos os componentes relevantes do sistema. Vale destacar que o modelo desenvolvido utiliza um tucho maciço ao invés de um hidráulico. A Figura 2 exhibe esquematicamente o sistema mecânico utilizado e a Figura 3 ilustra o RBSM correspondente.

Para a utilização das equações foi definido um came harmônico com amplitude h e velocidade angular ω , como fonte de excitação do modelo. Um tucho maciço é ativado pelo came e este se desloca pela coordenada y (Figura 3). A massa do tucho está indicada por m_2 , sua rigidez por k_2 , seu amortecimento por c_2 e deformação a que este é submetido por δ_2 .

O movimento do tucho é transmitido através da haste de comando (vareta) com uma força de fricção (força de Coulomb) F (Pisano, 1986) sobre a válvula. O movimento que a vareta aplica sobre o balancim é dado pela variável x , e este é resistido pela retenção da mola de constante elástica k com um amortecimento c entre o sistema articulado (balancim) e o ajustador.

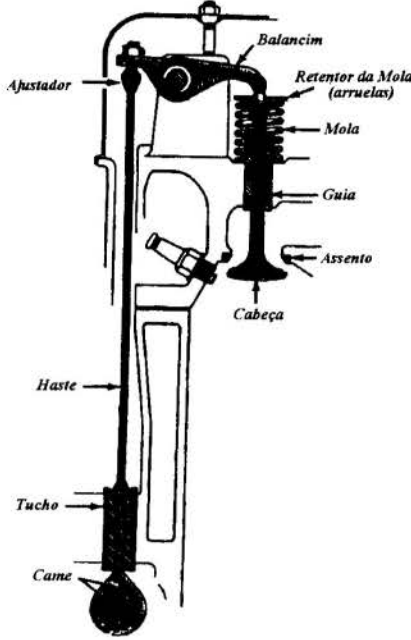


Figura B: Sistema mecânico modelado.

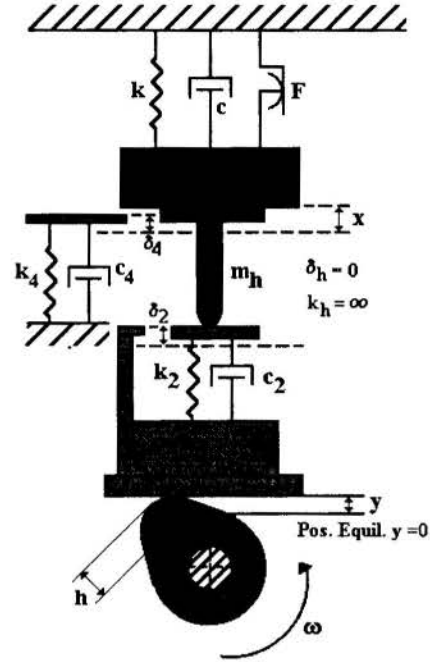


Figura C: RBSM utilizado na modelagem do sistema.

Considerando uma unidade de alavanca composta pelo balancim, válvula, mola e arruelas [1], a massa deste subsistema é:

$$m' = m_v + m_b + m_a + \frac{m_m}{3} \quad (1)$$

onde a massa da válvula é m_v , a massa do balancim é m_b , a massa dos retentores da mola (arruelas) é m_a e a massa da mola é m_m (Tesar e Matthew, 1976). A massa da unidade de alavanca m' foi ainda adicionada à massa da haste m_h , formando assim a massa total do subsistema m . Seguindo uma recomendação de Pisano e Freudenstein (1983), pode-se assumir que o assento da válvula comporta-se como um material viscoelástico sem massa, sofrendo uma deformação δ_4 a partir da posição de equilíbrio. O assento da válvula foi representado por uma mola de constante k_4 em paralelo a um amortecedor c_4 .

A análise de forças, considerando-se um contato permanente entre o seguidor e o came, fornece a equação diferencial do movimento do sistema, dada por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} - F\text{sign}(\dot{x}) + kx - (k_4x + c_4\dot{x})u(\delta_4 - x) - [k_2(y - x) + c_2(\dot{y} - \dot{x})]u(\delta_2 + y - x) = 0 \quad (2)$$

onde as derivadas são em relação ao tempo e $u(a)$ é a função de Heaviside de passo a que restringe as equações de acordo com o movimento da haste.

A força na haste com o tucho é dada por:

$$p = [k_2(\delta_2 + y - x) + c_2(\dot{y} - \dot{x})]u(\delta_2 + y - x) \quad (3)$$

enquanto a força de contato dinâmico entre o seguidor e o came é dada por:

$$P = P_0 + m_2 \ddot{y} + [k_2(y - x) + c_2(\dot{y} - \dot{x})]u(\delta_2 + y - x) \quad (4)$$

onde P_0 é a força de contato inicial no seguidor, isto é, é o pré-aperto da mola. Utilizando, por simplicidade, a hipótese de que existe um contato permanente entre o tucho e o came, o pulo do seguidor inicia-se quando a carga mínima na haste provocada pelo tucho torna-se nula ($p=0$). Considerando o movimento do came harmônico, seu deslocamento é então definido por:

$$\bar{y} = \frac{h}{2} [1 - \cos(\omega t)] \quad y = \bar{y} u(\bar{y} - h') \quad (5)$$

onde h' é a menor amplitude do came necessária para iniciar a abertura da válvula ou fechá-la completamente. Pela derivada segunda do deslocamento do came obtém-se a aceleração do mesmo:

$$\ddot{\bar{y}} = \frac{h}{2} \omega^2 \cos(\omega \cdot t) \quad \ddot{y} = \ddot{\bar{y}} \cdot u(\bar{y} - h') \quad (6)$$

4. COLETA DE DADOS

A fim de analisar o modelo matemático proposto em uma simulação computacional, torna-se necessário um levantamento de valores realísticos para as variáveis envolvidas. Através de amostras de componentes comerciais, foi possível fazer um apanhado geral de massas dos componentes, da rigidez do tucho e das molas, da força de pré-aperto e da altura máxima de deslocamento do came. O levantamento dos dados utilizados foi baseado em catálogos comerciais de fabricantes e algumas amostras destes, para testes experimentais.

Uma simples inspeção nos dados obtidos permitiu algumas conclusões prévias. Por exemplo, alguns valores praticamente não variam de fabricante para fabricante, mesmo quando para utilização em motores de fabricantes diversos. Nestes casos, optou-se pela utilização de valor médio da variável. Após experimentos numéricos preliminares, verificou-se que variações de massa (com exceção da massa da válvula) de até 25% e variações de forças de pré-aperto de até 10% não influem significativamente nos resultados. Estes testes comprovam então a validade do uso de valores médios para estas variáveis. Os valores médios utilizados para as massas dos componentes estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Massa dos componentes.

Componentes	Símbolo	Valor
massa haste	m_h	0,055 kg
massa balancim	m_b	0,120 kg
massa tucho	m_t	0,075 kg
massa arruelas	m_a	0,045 kg

A menor amplitude do came necessária para iniciar a abertura da válvula ou seu fechamento completo é (Internet URL: www.edelbrock.com): $h' = 0,00127$ m. A altura do came h , tomada como referência a válvula de escape, é a média das alturas de maior valor utilizadas comercialmente. Valores de alturas do

came menores que os utilizados no presente trabalho não oferecem problemas, como no caso das válvulas de admissão que estão abaixo destes. Para valores maiores do que os apresentados não se recomenda a utilização dos ábacos apresentados no decorrer deste trabalho. Para motores de baixa rotação - veículos convencionais (até 5500 rpm) a altura do came utilizada é: $h = 0,007466$ m. Para motores de alta rotação - veículos de alta performance e veículos de competição (até 7500 rpm), utilizou-se: $h = 0,008396$ m. O deslocamento no acento da válvula está baseado em valores usuais. No presente trabalho utilizou-se: $\delta_4 = 0,0001$ m.

Tabela 2: Dados das molas, rigidez, massa e força de pré-aperto utilizadas (classe 1: veículos convencionais, classe 2: veículos de competição).

Classe	Mola	k (N/m)	m_m (kg)	P_0 (N)
1	1	37.236	0,073	534
	2	54.372	0,105	425
	3	239.431	0,117	515
	4	428.690	0,191	445
2	5	55.047	0,115	530
	6	457.474	0,214	445

Na medida da deflexão do tucho, foi utilizada a deformação máxima do material quando em regime elástico: $\delta_2 = 1,00 \times 10^{-6}$ m. Já a rigidez do tucho foi obtida experimentalmente a partir de ensaios realizados com várias amostras. Através da instalação de acelerômetros piezoelétricos acoplados a um analisador de Fourier, é possível obter-se uma estimativa da primeira frequência natural

do tucho. A rigidez pode então ser estimada usando a conhecida relação: $\omega^2 = k_2/m_2$. Assim obteve-se a seguinte média da rigidez entre as amostras experimentadas: $k_2 = 98,9 \times 10^4$ N/m.

A força de pré-aperto e as dimensões das molas foram adquiridas em catálogos comerciais de fabricantes. O método de Shigley (Shigley, 1988) foi utilizado para avaliar a rigidez das molas através de valores como dimensões, forma e material utilizado na fabricação. A Tabela 2 apresenta os valores de rigidez (k), massa (m_m) e a força de pré-aperto (P_0) de cada uma das molas utilizada para implementação computacional do presente trabalho.

As molas de número 1 a 4 são molas utilizadas em veículos convencionais de baixa rotação (classe 1) e as de número 5 a 6 em veículos de competição em que se exige uma rotação mais elevada do motor (classe 2). Pela dificuldade em se determinar valores, como constantes de amortecimento, forças de atrito e a rigidez do assento da válvula, estas foram retiradas da bibliografia [1,6], e resumidas na Tabela 3.

Tabela 3: Valores de k_4 , F e amortecimentos.

k_4	F	c	c_2	c_4
[N/m]	[N]	[N.s/m]	[N.s/m]	[N.s/m]
$9,81 \cdot 10^4$	9,81.10	$9,81 \cdot 10^2$	$9,81 \cdot 10^3$	$9,81 \cdot 10^3$

A simulação numérica foi então realizada utilizando-se diversos parâmetros operacionais. Os valores utilizados para a massa da válvula foram de 0,08 kg a 0,38 kg, com uma variação de 0,02 kg.

5. IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

As equações de movimento do modelo, eqs.(2-8) foram resolvidas numericamente através do método das diferenças finitas centrais (MDFC), utilizando-se um programa comercial. A fim de melhorar o desempenho numérico da formulação em relação ao MDFC convencional foram utilizados preditores de Adams-Bashforth (Ralston, 1986).

Conforme citado na seção anterior, o objetivo principal do presente trabalho é permitir a detecção de flutuação da válvula e a identificação da faixa de rotação do came em que este fenômeno ocorre. Obviamente, mesmo em casos de funcionamento normal do sistema o modelo aqui apresentado pode ser utilizado e, com efeito, constitui uma excelente ferramenta para previsão do comportamento deste tipo de sistema mecânico.

A fim de ilustrar resultados tipicamente obtidos nas diversas simulações realizadas com o modelo proposto, as Figuras 4 a 5 apresentam o histórico no tempo de deslocamento do came (curva 1), deslocamento da haste (curva 2), força na haste provocada pelo tucho (curva 3) e a força de contato dinâmico entre o came e tucho (curva 4). Efetivamente, uma análise destas variáveis mostrou-se suficiente para detectar flutuação na válvula. Entretanto, outras variáveis como acelerações, velocidades e deslocamentos destes ou outros componentes do sistema podem ter facilmente seu comportamento levantado a fim de fornecer maiores subsídios para projeto e análise.

Para um detecção segura da faixa de rotação que provoca flutuação da válvula, critérios consistentes devem ser utilizados. Neste trabalho utilizou-se os históricos ilustrados nas

Figuras 4 a 5 com principal critério. Nestas figuras, a título de exemplo, foram utilizadas uma mola de rigidez $k = 638.223 \text{ N/m}$ e massa da válvula $m = 0,12 \text{ kg}$, correspondentes a um motor de alta performance.

Uma análise qualitativa apenas da haste que transmite o movimento do seguidor (tucho) ao balancim, permite concluir que, que para o funcionamento normal do motor, deve ocorrer alternadamente tração e compressão em dois pontos: no ponto de contato entre o came e o tucho e no ponto de contato entre a haste o tucho. Este comportamento está claramente demonstrado na Figura 4 (curvas 3 e 4) onde os picos abaixo da linha neutra indicam compressão nos pontos citados e os picos acima indicam tração. Com um incremento maior da rotação do came as forças tornam-se completamente positivas, indicando assim tração permanente, significando que a haste não corresponde ao movimento do came. Isto é, o movimento de abertura e fechamento da válvula não segue o deslocamento imposto pelo came. Caracteriza-se assim a chamada flutuação da válvula. Conforme mostrado na Figura 5.

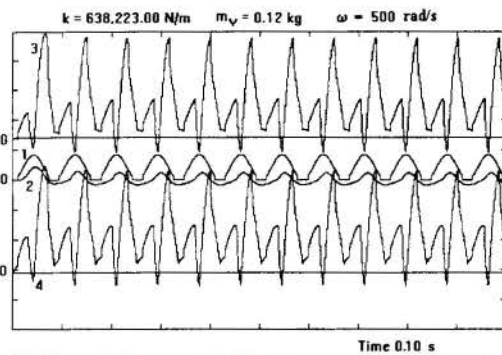


Figura D: Came a media rotação - $\omega = 500 \text{ rad/s}$ ($\sim 6250 \text{ rpm}$ /motor). Funcionamento normal.

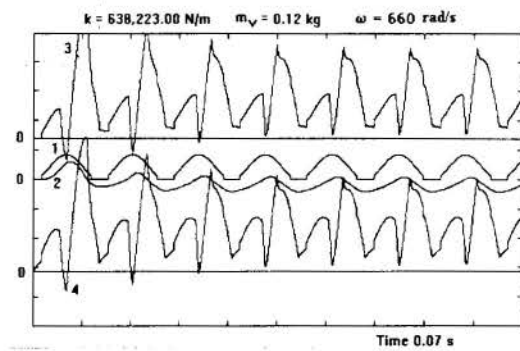


Figura 5: Came a 660 rad/s ($\sim 8250 \text{ rpm}$ do motor). Flutuação completa da válvula.

6. ÁBACOS

A determinação experimental de faixas operacionais para uma diversificada gama de motores é algo extremamente caro e trabalhoso. Como o objetivo principal do presente trabalho é justamente facilitar o projeto de sistemas de comando de válvulas, através da detecção dos parâmetros operacionais que levam à flutuação, os autores optaram por resumir os resultados obtidos na forma gráfica. Assim, os ábacos apresentados a seguir ilustram claramente as situações que devem ser evitadas pelo projetista a fim de garantir um funcionamento adequado do motor.

Os ábacos a seguir foram construídos da seguinte forma. O eixo horizontal representa a razão adimensionalizada da massa da válvula pela massa de um outro componente (com exceção da massa do tucho). Além da vantagem da exclusão de unidades esse meio oferece uma intercambialidade entre componentes, isto é, pode-se utilizar a razão da massa da válvula pela massa de outro componente que for disponível. Na realidade, a variável m_c utilizada nos eixos horizontais dos ábacos pode ser qualquer das três últimas variáveis do lado direito da eq.(1). O eixo vertical utiliza a rotação do came. Sobre estes eixos foram construídas três curvas. A curva inferior caracteriza a faixa operacional da válvula, isto é, rotações de igual ou menor valor não oferecem risco de ocorrer flutuação. Já a curva intermediária, representa uma faixa intermediária de "zona de perigo", isto é, uma faixa de iminência de flutuação. Finalmente, a curva superior define a faixa cujas rotações de igual ou maior valor apresentarão o fenômeno de flutuação. Assim, é aconselhável que o projetista trabalhe na faixa inferior do ábaco, pois nesta não há riscos de flutuação da válvula.

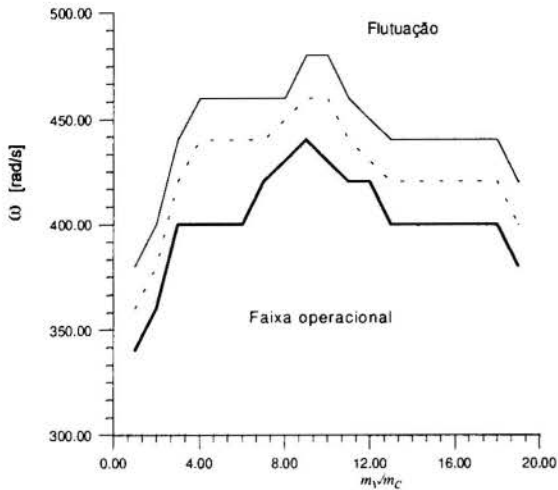


Figura 6: $k = 37.2 \text{ kN/m}$ e $P_0 = 534 \text{ N}$.

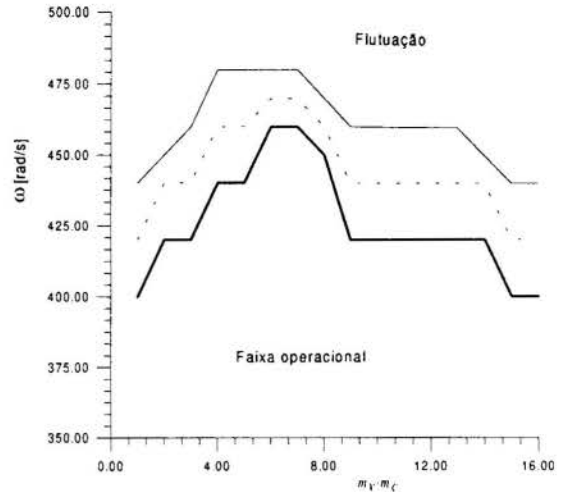


Figura 7: $k = 54.4 \text{ kN/m}$ e $P_0 = 425 \text{ N}$.

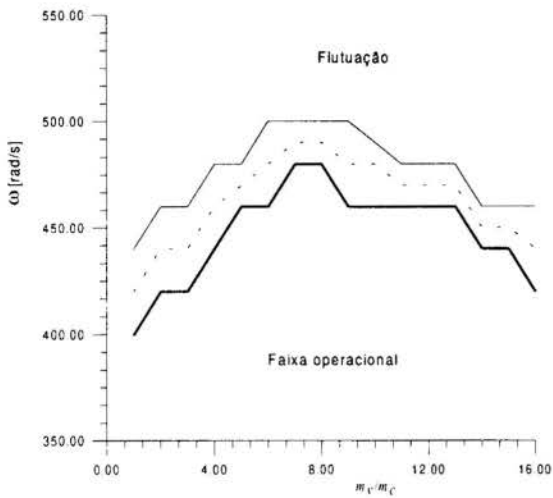


Figura 8: $k = 239.4 \text{ kN/m}$ e $P_0 = 515 \text{ N}$.

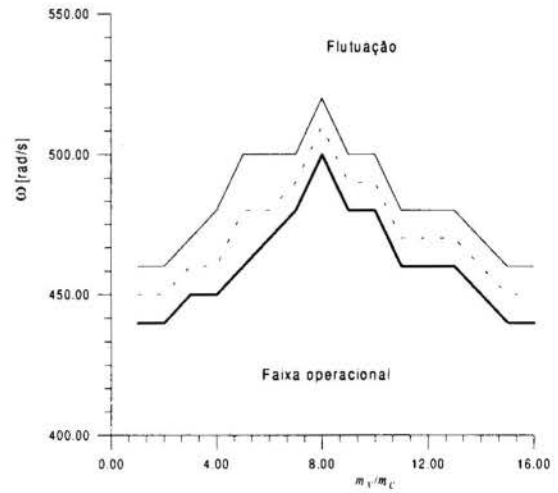


Figura 9: $k = 428.7 \text{ kN/m}$ e $P_0 = 445 \text{ N}$.

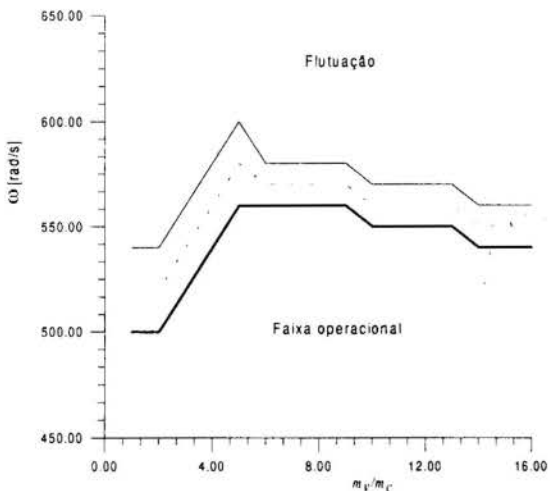


Figura 10: $k = 55.0 \text{ kN/m}$ e $P_0 = 530 \text{ N}$.

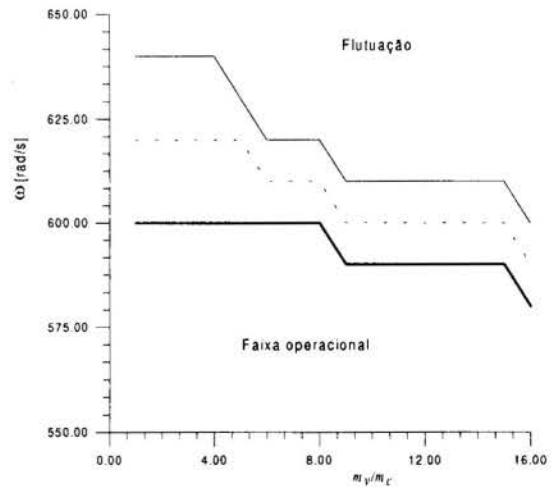


Figura 11: $k = 457.5 \text{ kN/m}$ e $P_0 = 445 \text{ N}$.

Ao total estão apresentados seis ábacos, ilustrados nas figuras 6 a 11, cada um utilizando um valor para a rigidez k da mola e uma força correspondente de pré-aperto P_0 . Os primeiros quatro ábacos referem-se a molas para motores de baixa rotação e os dois restantes para motores de alta rotação.

7. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um modelo matemático extremamente simples para simulação de sistemas de comandos de válvula de motores de combustão interna. O modelo é robusto, de fácil implementação, considera todos os elementos relevantes e permite ainda a representação de diversas situações práticas com relativa facilidade. Uma especial atenção foi dedicada à possibilidade de detecção de perda de contato entre dois componentes da cadeia cinemática, a fim de verificar as faixas de rotação em que ocorre flutuação da válvula. Utilizando-se um critério apropriado, foram construídos ábacos para consulta rápida das faixas operacionais seguras para uma variada gama de características. Tais resultados foram obtidos após centenas de simulações. Espera-se que estes resultados possam auxiliar o projetista a evitar situações indesejáveis, reduzindo assim o custo e o tempo despendido no anteprojeto de sistemas deste tipo.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CHEN, F.Y., *Mechanics and Design of Cam Mechanisms*, Pergamon Press, 1986.
- CRAIG, R. R., *Structural Dynamics*, McGraw-Hill, 1982.
- EDELBROCK AUTOMOTIVE PARTS DEALER, URL Internet: <http://www.edelbrock.com/>, 1996.
- GIACOSA, D., *Motores Endotérmicos*, Ediciones Omega S.A., Barcelona, 1988.
- MÉNDEZ-ADRIANI, J.A., *Dynamic model for an automotive overhead valve-gear system*, Appl Mech Rev, Vol. 42, nº 11, Part 2, 1989.
- PISANO, A.P. & FREDENSTEIN, F., *An experimental and analytical investigation of the dynamic response of high-speed cam-follower system*, ASME Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 105, 1983.
- PISANO, A.P., *Cam systems with Coulomb friction: comparison of two models and experiment*, ASME Paper nº 86, DET'96 - Design Engineering Technical Conference, Columbus, Ohio, 1986.
- RALSTON, A., *A First Course in Numerical Analysis*, McGraw-Hill, 1965.
- SARSTEN, A., VALLAND, H., *Computer-aided design of valve cams*, Internal Combustion Engines Conference, Bucharest, Tech. Academy of The Socialist Republic of Romania, 1967.
- SHIGLEY, J. E. & MISCHKE, C. R.; *Mechanisms - a mechanical designers' workbook*, McGraw-Hill, 1988.
- SMITH, P.H., *Valve Mechanisms for High-speed Engines: Their design and development*, G T Foulis & Co LTD, 1967.
- TESAR, D. E MATTHEW, G. K., *The dynamic synthesis, analysis and design of modeled cam systems*, Helth, 1976.
- TUTSIM 6.55 - *User's Manual*, Meerman Automatizing, 1989.

PAPER CODE: COB181

ANÁLISE DINÂMICA DE MECANISMOS FLEXÍVEIS PLANOS /
DYNAMIC ANALYSIS OF FLEXIBLE MECHANISMS

ARMANDO MORADO FERREIRA & CLODIO ALBERTO PASTRO SARZETO

*Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia - IME - Praça Gen Tiburcio 80, Praia Vermelha, Rio de Janeiro, CEP 22290-270. E-mail: d4sarzet@epq.ime.br***Abstract**

This work describes a formulation for the dynamic analysis of planar mechanisms with rigid or flexible bodies. The flexible bodies are subjected to small deformations and large translational and/or rotational displacements, and to each one reference and elastic coordinates are associate. The reference coordinates are referred to a global inertial frame, and the elastic coordinates are referred to a proper local floating reference frame. The flexible bodies are discretized by the finite element method, and the joints are modeled by kinematic constraints equations, which leads to a system of differential-algebraic equations of motion. Results for a slider-crank mechanism with a flexible rod are shown and confronted to other similar experimental and numerical results.

Keywords

Flexible Mechanisms, Multibody Systems, Mecanismos Flexíveis, Sistemas Multicorpos.

1. INTRODUÇÃO

Para um corpo flexível a possibilidade de deslocamentos relativos entre pontos do corpo demanda uma revisão dos conceitos de posição e orientação do corpo, sendo empregado um referencial não necessariamente com ligação rígida ao corpo, mas que descreve a parte de corpo rígido do movimento e no qual são definidos os deslocamentos elásticos (Shabana, 1989; e Ferreira, 1997).

Este referencial flutuante deve atender a certas condições consistentes com as restrições cinemáticas, de tal maneira que as suas posição e a orientação absolutas, ditas coordenadas de referência, junto com coordenadas locais associadas aos deslocamentos elásticos, ditas coordenadas elásticas, formam um conjunto de coordenadas generalizadas com o qual se determina a posição absoluta de qualquer ponto do corpo.

As coordenadas elásticas são obtidas a partir da discretização do domínio de cada corpo flexível pelo método de elementos finitos. A posição local de cada nó resulta da soma da posição na configuração não deformada com o respectivo deslocamento elástico. Como a posição na configuração não deformada é constante, o deslocamento elástico nodal, ou coordenada elástica, é a incógnita a ser determinada.

As posições nodais são interpoladas para obtenção da posição de um ponto qualquer do elemento através de funções que dependem exclusivamente da posição do ponto na configuração não deformada e são agrupadas em uma matriz N^{ij} , denominada matriz de forma

do elemento j do corpo i , de tal modo que a posição local de um ponto qualquer fica determinada por

$$\mathbf{u}_p^{ij} = \mathbf{N}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i), \quad (1)$$

onde \mathbf{q}_0^i é o vetor de coordenadas nodais na configuração não deformada, \mathbf{q}_f^i é o vetor de coordenadas elásticas nodais e \mathbf{B}_2^i é uma matriz que impõe as condições de referência.

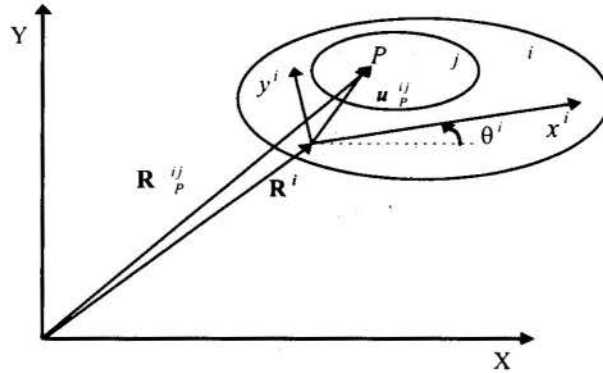


Figura 1 - Posição de um ponto de um corpo flexível.

Assim a posição absoluta de um ponto genérico pode ser expressa por

$$\mathbf{R}_p^{ij} = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \mathbf{N}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i), \quad (2)$$

onde \mathbf{A}^i é uma matriz de transformação do referencial local para o referencial global, função da orientação θ^i .

Define-se o vetor de coordenadas generalizadas para o corpo i como

$$\mathbf{q}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^i \\ \theta^i \\ \mathbf{q}_f^i \end{bmatrix}. \quad (3)$$

2. EQUAÇÕES DE RESTRIÇÃO

As técnicas para modelagem de restrições em corpos rígidos são extensíveis a corpos flexíveis, como se pode constatar na literatura (Song&Haug, 1980; e Géradin *et al.*, 1994).

Restrições holonômicas são expressas através de equações algébricas não lineares envolvendo o tempo e as coordenadas generalizadas, incluindo as coordenadas elásticas dos corpos flexíveis, convencionalmente escritas sob a forma da equação vetorial

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}. \quad (4)$$

A derivada do vetor Φ de restrições holonômicas em relação ao vetor \mathbf{q} de coordenadas generalizadas é representada pela matriz $\Phi_{,q}$, dita jacobiana da equação de restrição,

$$\Phi_q \ddot{\mathbf{q}} = -[(\Phi_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} + 2\Phi_{q_t} \dot{\mathbf{q}} + \Phi_{tt}] \equiv \gamma. \quad (5)$$

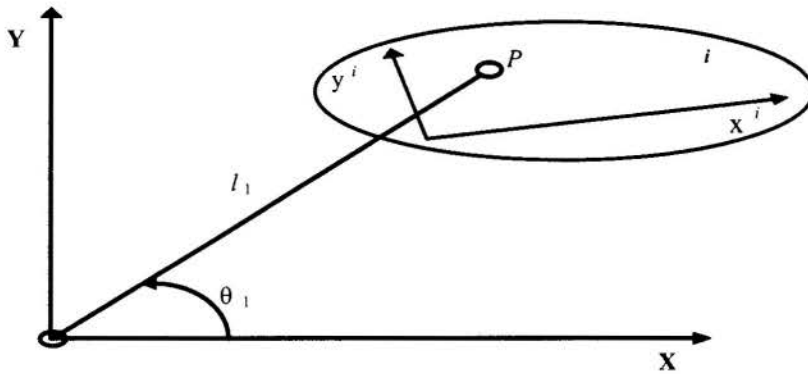


Figura 2 - Restrição diretora de posição absoluta.

A Figura 2 ilustra uma restrição diretora de posição absoluta sobre o ponto P , expressa por

$$\Phi^{P(t)} = \mathbf{R}^i + \mathbf{A}^i \mathbf{N}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i) - \begin{bmatrix} l_1 \cos(\theta_1) \\ l_1 \sin(\theta_1) \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (6)$$

onde l_1 e θ_1 são funções do tempo que representam as coordenadas polares do ponto P .

A jacobiana desta equação de restrição em relação às coordenadas generalizadas do corpo i assume a mesma forma encontrada para a restrição de posição absoluta constante,

$$\Phi_q^{P(t)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_\theta^i \mathbf{N}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + \mathbf{B}_2^i \mathbf{q}_f^i) & \mathbf{A}^i \mathbf{N}^{ij} \mathbf{B}_2^i \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Observa-se que, para l_1 constante, a restrição diretora de posição pode modelar cinematicamente uma manivela rígida; e que se θ_1 também for constante, a mesma reduz-se a uma restrição de posição absoluta constante.

3. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO

Considerando as restrições impostas aos corpos de um mecanismo, a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais leva à seguinte forma geral de sistema de equações de movimento para mecanismos flexíveis (Shabana, 1989; e Ferreira, 1997):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_e + \mathbf{Q}_v - \mathbf{Kq} \\ \gamma \end{bmatrix}, \quad (8)$$

As matrizes e vetores presentes na equação (8) acima referem-se ao mecanismo como um todo, e são obtidos a partir do agrupamento das equações para cada corpo; e dentro dos corpos para cada elemento.

O vetor λ é composto por escalares associados às forças de restrição e denominados multiplicadores de Lagrange.

Os seguintes invariantes estruturais relativos a um elemento são definidos:

$$I_m^{ij} = I \int_{V^{ij}} \rho^{ij} dV^{ij}; \quad (9)$$

$$\bar{S}^{ij} = \int_{V^{ij}} \rho^{ij} N^{ij} dV^{ij}; \quad (10)$$

$$\tilde{S}^{ij} = \int_{V^{ij}} \rho^{ij} N^{ijT} \tilde{I} N^{ij} dV^{ij}; \quad (11)$$

$$S_{ff}^{ij} = \int_{V^{ij}} \rho^{ij} N^{ijT} N^{ij} dV^{ij}. \quad (12)$$

A matriz de massa de um elemento j pode então ser expressa como

$$M^j = \begin{bmatrix} I_m & A_0^i \bar{S}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + B_2^i \mathbf{q}_f^i) & A^i \bar{S}^{ij} B_2^i \\ (\mathbf{q}_f^{iT} B_2^T + \mathbf{q}_0^T) \bar{S}^{ijT} A_0^{iT} & (\mathbf{q}_f^{iT} B_2^T + \mathbf{q}_0^T) S_{ff}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + B_2^i \mathbf{q}_f^i) & (\mathbf{q}_f^{iT} B_2^T + \mathbf{q}_0^T) \tilde{S}^{ij} B_2^i \\ B_2^{iT} \bar{S}^{ijT} A^{iT} & B_2^{iT} \tilde{S}^{ijT} (\mathbf{q}_0^i + B_2^i \mathbf{q}_f^i) & B_2^{iT} S_{ff}^{ij} B_2^i \end{bmatrix}. \quad (13)$$

O vetor \mathbf{Q}_e é um vetor de forças externas generalizadas, e \mathbf{Q}_v é um vetor de efeitos inerciais, denominado vetor de velocidades quadráticas¹¹, que no caso plano resulta da soma de um vetor de efeitos de Coriolis,

$$\mathbf{Q}_{cor}^{ij} = \begin{bmatrix} -2A_0^i N^{ij} B_2^i \dot{\mathbf{q}}_f^i \\ -2(\mathbf{q}_f^{iT} B_2^T + \mathbf{q}_0^T) N^{ijT} N^{ij} B_2^i \dot{\mathbf{q}}_f^i \\ 2B_2^{iT} N^{ijT} \tilde{I} N^{ij} B_2^i \dot{\mathbf{q}}_f^i \end{bmatrix} \dot{\theta}^i; \quad (14)$$

com um vetor de efeitos centrífugos,

$$\mathbf{Q}_{cent}^{ij} = \begin{bmatrix} A^i \bar{S}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + B_2^i \mathbf{q}_f^i) \\ 0 \\ B_2^{iT} S_{ff}^{ij} (\mathbf{q}_0^i + B_2^i \mathbf{q}_f^i) \end{bmatrix} (\dot{\theta}^i)^2. \quad (15)$$

A matriz de rigidez generalizada, K^i é obtida a partir da matriz de rigidez convencional do método de elementos finitos K^i de tal forma que

$$\mathbf{K}^i \mathbf{q}^i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_2^{iT} K^i B_2^i \end{bmatrix} \mathbf{q}^i. \quad (16)$$

Para o caso particular de um mecanismo cursor-manivela com manivela rígida, biela flexível e cursor modelado por massa concentrada, sendo l_m e ω_m , respectivamente o comprimento e a velocidade angular constante da manivela, o sistema de equações de movimento é obtido substituindo-se as equações (13) a (16) para cada corpo e para cada elemento no subsistema da primeira linha das equações (8) e é dado por

$$\begin{bmatrix} I_m & A_\theta \bar{S} (\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) & A \bar{S} B_2 \\ (\mathbf{q}_f^T B_2^T + \mathbf{q}_0^T) \bar{S}^T A_\theta^T & (\mathbf{q}_f^T B_2^T + \mathbf{q}_0^T) S_{ff} (\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) & (\mathbf{q}_f^T B_2^T + \mathbf{q}_0^T) \tilde{S} B_2 \\ B_2^T \bar{S}^T A^T & B_2^T \tilde{S}^T (\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) & B_2^T S_{ff} B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathbf{q}}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [I & A_\theta N(\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) & ANB_2]_{\xi=0} \\ [0 & 1] [I & A_\theta N(\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) & ANB_2]_{\xi=1} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_2^T K B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \theta \\ \mathbf{q}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A \bar{S} (\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) (\dot{\theta})^2 - 2A_\theta \bar{S} B_2 \dot{\mathbf{q}}_f \dot{\theta} \\ -2(\mathbf{q}_f^T B_2^T + \mathbf{q}_0^T) S_{ff} B_2 \dot{\mathbf{q}}_f \dot{\theta} \\ B_2^T S_{ff} (\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) (\dot{\theta})^2 + 2B_2^T \tilde{S} B_2 \dot{\mathbf{q}}_f \dot{\theta} \end{bmatrix}; e \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} [I & A_\theta N(\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) & ANB_2]_{\xi=0} \\ [0 & 1] [I & A_\theta N(\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) & ANB_2]_{\xi=1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathbf{q}}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0_{2 \times 2} & (A_{\theta\theta} N(\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) \dot{\theta} + A_\theta N B_2 \dot{\mathbf{q}}_f) & A_\theta N B_2 \dot{\theta}]_{\xi=0} \\ [0 & 1] [0_{2 \times 2} & (A_{\theta\theta} N(\mathbf{q}_0 + B_2 \mathbf{q}_f) \dot{\theta} + A_\theta N B_2 \dot{\mathbf{q}}_f) & A_\theta N B_2 \dot{\theta}]_{\xi=1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\mathbf{q}}_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_m (\omega_m)^2 \cos(\omega_m) \\ l_m (\omega_m)^2 \sin(\omega_m) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Os sistemas de equações de movimento acima descritos são do tipo diferencial-algébrico, demandando algoritmos específicos para essa classe de problemas (Shabana, 1989).

No algoritmo empregado neste trabalho (Ferreira, 1997), um pré-processador avalia características estruturais invariantes, e admitindo uma partição de variáveis pré-determinada entre variáveis dependentes e independentes faz-se uma redução para primeira ordem das equações diferenciais, empregando-se um método de Runge-Kutta para o processo de integração, juntamente com um algoritmo de Newton-Raphson para correção das coordenadas dependentes e de suas velocidades.

4. RESULTADOS PARA UM MECANISMO CURSOR-MANIVELA

Para exemplificar a aplicação da formulação resumidamente descrita acima, são apresentados resultados da análise dinâmica de um mecanismo cursor-manivela com biela flexível.

Tais resultados são comparados com outros teóricos e experimentais encontrados na literatura (Golebiewski & Sadler, 1976), referentes à tensão normal no ponto central da biela.

As propriedades geométricas e do material (alumínio para a biela) são as seguintes:

- comprimento da manivela, $l_m = 0,0762\text{m}$;
- comprimento da biela, $l_b = 0,3048\text{m}$;
- altura da seção reta da biela, $h_b = 0,00206\text{m}$;
- largura da seção reta da biela, $b_b = 0,0254\text{m}$;
- módulo de elasticidade longitudinal, $E = 69 \times 10^9 \text{N/m}^2$;
- massa da biela, $M_b = 0,04418\text{kg}$;
- massa do cursor, $M_c = 4,95 \times M_b = 0,218675\text{kg}$; e
- massa do *strain-gage*, $M_s = 0,05 \times M_b = 0,002209\text{kg}$.

O mecanismo está inicialmente alinhado na horizontal, com a junta biela/manivela entre a junta base/manivela e a junta biela/cursor, sem deformação, e condições iniciais de velocidade correspondentes a uma velocidade angular da manivela de $10\pi \text{ rad/s}$, que é mantida constante ao longo da simulação.

A biela é discretizada por seis elementos de viga com possibilidade de cargas axiais. São impostas condições de referência de viga simplesmente apoiada, como ilustra a Figura 3, e emprega-se para a integração um passo de $5,0 \times 10^{-6} \text{ s}$.

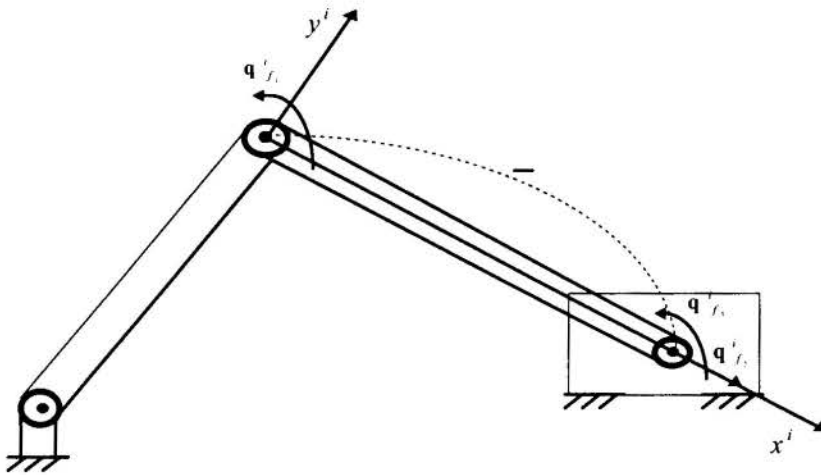


Figura 3 - Mecanismo cursor-manivela com biela flexível.

Tanto no estudo citado quanto neste trabalho a tensão normal foi aproximada pela tensão decorrente da flexão, desprezando-se os efeitos do carregamento axial e do amortecimento estrutural.

Como ilustra a Figura 4, há concordância, a menos de uma diferença de fase, entre o resultado obtido segundo a formulação ora descrita e o do trabalho referenciado, que emprega um método diferente e particular. As duas soluções numéricas fornecem uma boa aproximação do resultado experimental, concluindo-se pela validade da formulação dada ao problema.

O mecanismo é excitado por uma frequência de $10\pi \text{ rad/s}$, correspondente a 5Hz , e a primeira frequência natural da biela é próxima de 47Hz . Estas frequências foram aproximadas pela solução numérica, conforme o espectro de frequências ilustrado na Figura 5, com resultados numéricos de $5,08\text{Hz}$ e $50,83\text{Hz}$ respectivamente.

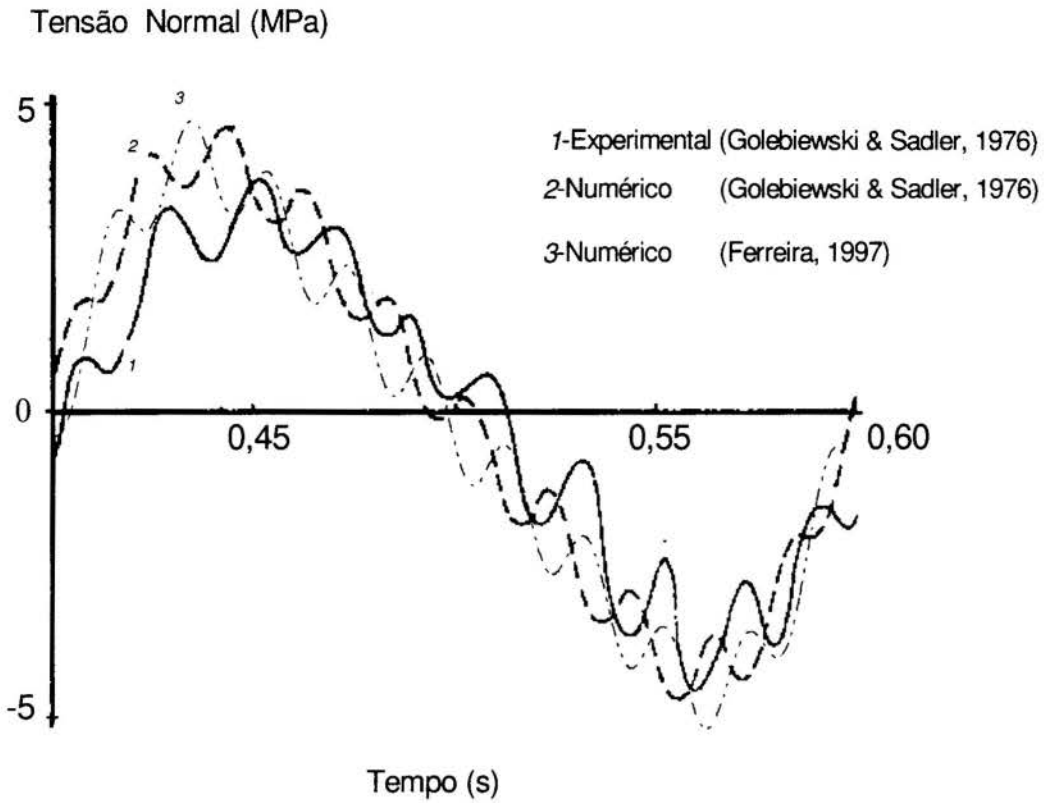


Figura 4 - Tensão normal no centro da biela durante o terceiro ciclo.

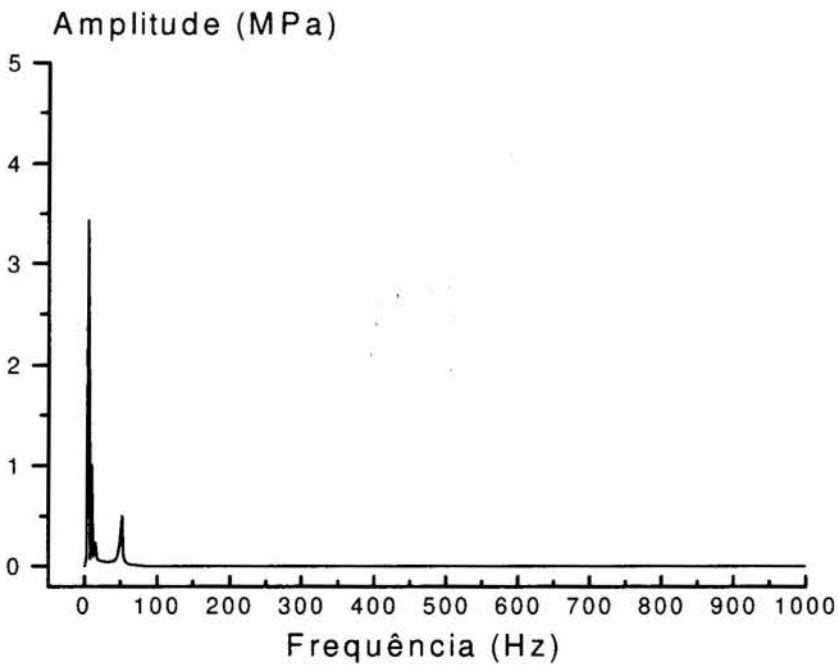


Figura 5 - Espectro de frequências da tensão normal no centro da biela.

5. REFERÊNCIAS

SHABANA, A. A. *Dynamics of Multibody System*, John Willey & Sons, Nova Yorque, 1989.

FERREIRA, A. M. *Análise Dinâmica de Mecanismos Flexíveis Planos*, Tese de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia-IME, Rio de Janeiro, 1997.

SONG, J.O. & HAUG, E. J. Dynamic Analysis of Planar Flexible Mechanisms, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 24, pp. 359-381, 1980.

GÉRADIN M. *et al.* Analytical and Experimental Investigation of Elastic Slider-Crank Mechanisms, *Computer Aided Analysis of Rigid and Flexible Mechanical Systems*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht., pp. 233-284, 1994.

GOLEBIEWSKI, E. P. & SADLER, J.P. Analytical and Experimental Investigation of Elastic Slider- Crank Mechanisms, *ASME Journal of Engineering for Industry*, vol. 98, pp. 1266-1271, 1976.



PAPER CODE: COB1454

OTIMIZAÇÃO NO BALANCEAMENTO DE MECANISMOS ESPACIAIS DO TIPO "RSSR" / OPTIMUM BALANCING OF SPATIAL "RSSR" MECHANISMS

TARCISIO ANTONIO HESS COELHO & VALTER FRANCISCO ARRUDA ALVES

*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica - USP
CEP 05508-900 São Paulo, SP - Brasil - E-mail: TARCHES@USP.BR*

Abstract

The Generalized Reduced Gradient method of numerical optimization was successfully applied in obtaining the reduction of moments and forces transmitted by a spatial RSSR mechanism to its base. Such a modification of dynamical behavior of the mechanism, or balancing, was achieved by the addition of counter-weights attached to the movable links in an off-line position. The evaluation of the obtained optimum configuration has been performed by comparing the measured vibration levels of the base of physical models of the balanced and unbalanced mechanism.

Keywords

Mecanismos, balanceamento, otimização / Mechanisms, balancing, optimization.

1. INTRODUÇÃO

O objetivo primário do balanceamento de um sistema mecânico, entendendo-se neste contexto um sistema mecânico como sendo um rotor ou um mecanismo, é remover ou reduzir o movimento que ele transmite para a sua base ou fundação (Wiederrich; Roth, 1976). Isso se deve a que um sistema mecânico, particularmente aquele que funcione em alta rotação, gera esforços variáveis nas suas fundações. Estes esforços podem causar ruído, vibração, desgaste desnecessário, e fadiga (Elliot; Tesar, 1977).

O que se pode observar da revisão da literatura sobre o assunto (Coelho; Alves, 1997), é que a pesquisa se concentrou principalmente nos mecanismos planos, sendo que a maioria dos artigos trata do quadrilátero articulado (Berkof; Lowen, 1969), (Wiederrich; Roth, 1976), (Sinha; Riley, 1990). As técnicas de balanceamento mais utilizadas se baseiam na redistribuição de massa, recorrendo-se a uma mudança na forma original das peças, ou empregando-se contra-pesos. A abordagem mais utilizada ainda é a analítica, mas notou-se, a partir da década de 80, um interesse crescente pelos métodos numéricos de otimização (Zobairi et al., 1986), (Abouelwafa et al., 1989). Por fim, observa-se também que há poucos trabalhos experimentais publicados sobre balanceamento de mecanismos (Shemin; Jihong, 1995).

2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O objetivo deste trabalho é estudar o balanceamento de mecanismos espaciais do tipo RSSR. O critério de balanceamento prevê a redução das forças e dos momentos transmitidos para a base. Admite-se que as peças do mecanismo sejam corpos rígidos. A técnica de balanceamento se baseará na redistribuição interna de massa com acréscimo de contra-pesos nas peças móveis numa distribuição de massa "off-line" (baricentro situado fora da linha que passa pelos centros dos pares cinemáticos). Utilizar-se-á o método numérico conhecido como "Método do Gradiente Reduzido Generalizado", para otimização da geometria do mecanismo de modo a atender ao critério de balanceamento. Para verificação dos resultados teóricos, o mecanismo considerado balanceado pelo programa de otimização foi construído e ensaiado na condição de operação.

3. MODELAGEM E EQUACIONAMENTO

O mecanismo espacial RSSR é formado por 4 pares cinemáticos e 4 peças. O nome "RSSR" decorre da sequência em que os pares cinemáticos aparecem na estrutura do mecanismo. As letras "R" e "S" definem, respectivamente, os pares de revolução e esféricos. As 4 peças são uma base, duas alavancas e um acoplador montado entre estas duas alavancas. A base é geralmente considerada como peça fixa, ou seja, considera-se esta peça como um referencial fixo e os movimentos das demais peças são relativos a ela. Se uma das alavancas realizar um deslocamento angular de 360 graus em torno de seu eixo de rotação, esta alavanca passa a se chamar manivela. O esquema cinemático do mecanismo RSSR pode ser visto na figura 1.

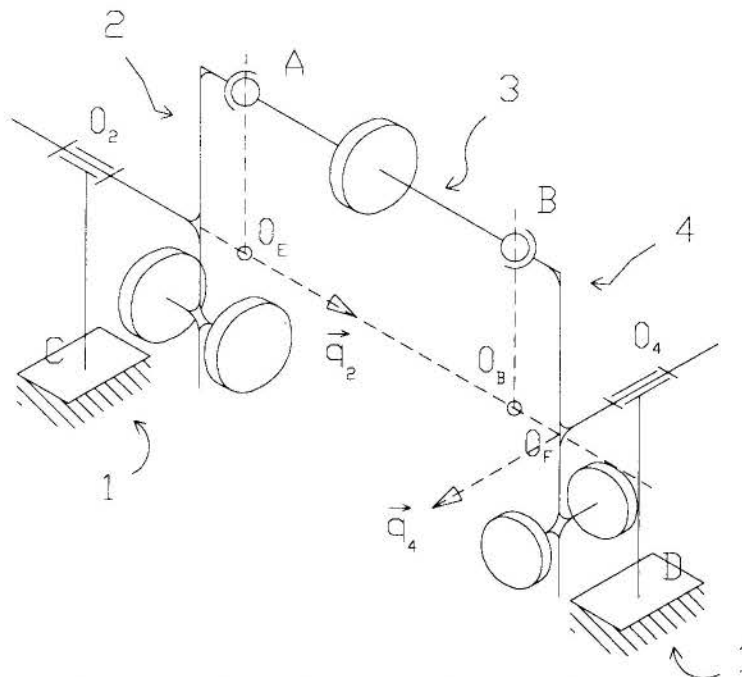


Figura 1 - Mecanismo RSSR com indicação do número das peças, dos pares cinemáticos e dos vetores que definem a direção de rotação das alavancas.

Para determinação dos esforços transmitidos para a base do mecanismo, que são os responsáveis pelo seu desbalanceamento, deve-se proceder à análise cineto-estática (Erdman; Sandor, 1984). Inicialmente, assume-se que o movimento seja conhecido, ou seja, admite-se

que a manivela motora gire a rotação contante. A seguir, para cada posição ocupada pela manivela, determina-se as posições, velocidades e acelerações dos baricentros e de outros pontos notáveis do mecanismo (Suh; Radcliffe, 1978). Uma vez que essas variáveis sejam determinadas, constrói-se os diagramas de corpo livre das peças do mecanismo.

A partir dos diagramas, aplica-se o teorema da Resultante e do Momento Angular a cada uma das peças móveis, desenvolvendo-se um grupo de equações (Coelho; Alves, 1997) que permitem a determinação das forças $\vec{F}_{21}, \vec{F}_{32}, \vec{F}_{43}$ e \vec{F}_{14} , e dos momentos \vec{M}_{21} e \vec{M}_{14} . Isto pode ser realizado pela construção de um sistema linear de 18 equações a 18 incógnitas, sendo que estas incógnitas, são as componentes dos esforços envolvidos nas peças móveis.

Com relação aos esforços presentes na peça fixa, a base, estes podem ser definidos da seguinte maneira:

- a resultante das forças de reação presentes na peça fixa, \vec{F}_{base} será chamada de **força transmitida para a base ("shaking force")**. Sua expressão é apresentada a seguir

$$\vec{F}_{base} = \vec{F}_{21} - \vec{F}_{14} \quad (1)$$

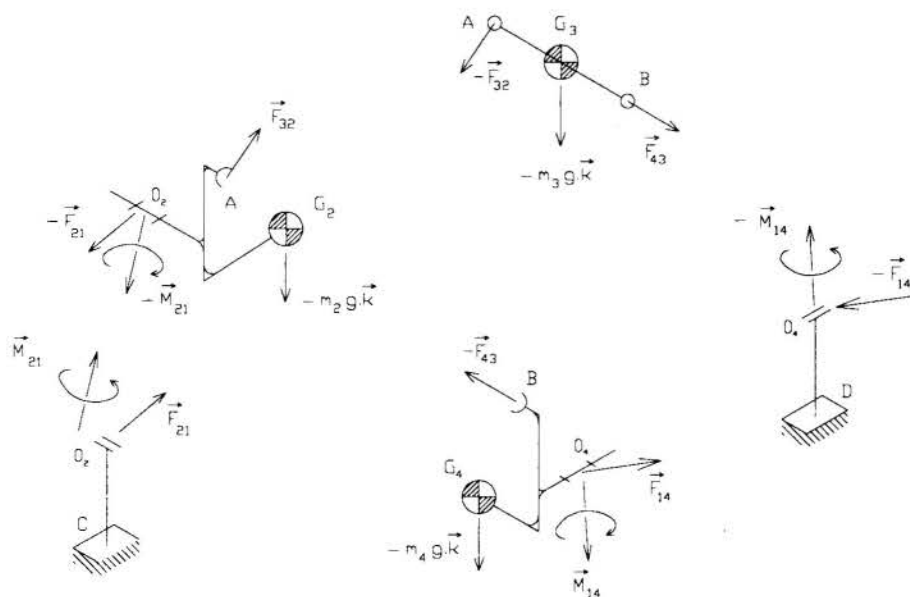


Figura 2 - Diagramas de corpo livre das peças do mecanismo.

- a resultante dos momentos de reação presentes na peça fixa será chamada de **momento transmitido para a base ("shaking moment")**. Sua expressão, em relação ao pólo C é apresentada a seguir

$$\vec{M}_{base}^C = (O_2 - C) \wedge \vec{F}_{21} + \vec{M}_{21} + (O_4 - C) \wedge (-\vec{F}_{14}) - \vec{M}_{14} \quad (2)$$

4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

A técnica de balanceamento utilizada neste trabalho se serve de contra-pesos a serem acrescentados às peças móveis de tal maneira que o mecanismo modificado, ou seja, com uma nova distribuição de massa, apresente as resultantes das forças e dos momentos transmitidos para a base, em intensidades menores do que na sua configuração inicial. Primeiramente, será definida a forma geométrica dos contra-pesos e a seguir, será explicado de que modo se fará o acréscimo destes nas peças móveis do mecanismo.

Os contra-pesos serão discos. Cada disco será definido por uma espessura e um diâmetro. Neste trabalho, a espessura de todos os discos será a mesma, não sendo permitida a sua variação, sendo, portanto, apenas um parâmetro. Quanto à sua posição em cada peça móvel,

ela será definida a partir da posição de seu baricentro em relação a um sistema de coordenadas local fixo em cada peça.

Na peça 2 será permitida a introdução de dois contra-pesos ocupando posições fixas e distintas. As variáveis de projeto associadas à essa peça serão os diâmetros de cada um dos contra-pesos. Estas observações feitas para a peça 2 são igualmente válidas para a peça 4. No caso da peça 3, será permitida a introdução de um único contra-peso e as variáveis de projeto serão o seu diâmetro e a sua posição ao longo da barra AB.

Desta maneira, o vetor \bar{x} , vetor das variáveis de projeto, possuirá seis componentes apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= d_{CP_{2,1}} = \text{diâmetro do 1.º contra-peso fixo à peça 2.} \\
 x_2 &= d_{CP_{2,2}} = \text{diâmetro do 2.º contra-peso fixo à peça 2.} \\
 x_3 &= d_{CP_{4,1}} = \text{diâmetro do 1.º contra-peso fixo à peça 4.} \\
 x_4 &= d_{CP_{4,2}} = \text{diâmetro do 2.º contra-peso fixo à peça 4.} \\
 x_5 &= d_{CP_3} = \text{diâmetro do único contra-peso fixo à peça 3.} \\
 x_6 &= g_{CP_3} = \text{escalar que define a posição do contra-peso na peça 3 em relação} \\
 &\quad \text{ao seu sistema de coordenadas local.}
 \end{aligned}$$

A função-objetivo $f(\bar{x})$ escolhida considera a somatória da resultante das forças e da resultante dos momentos transmitidos para a base, calculada nas diferentes posições ocupadas pelo mecanismo no seu ciclo de movimento, e ponderadas pelos fatores w_1 e w_2 , que além disso adimensionalizam a expressão de $f(\bar{x})$.

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n \left[w_1 \cdot \|\bar{F}_{base}\|_i + w_2 \cdot \|\bar{M}_{base}^C\|_i \right] \quad (3)$$

O índice i refere-se a uma posição qualquer ocupada pelo mecanismo. O número n representa o número total de posições representativas do ciclo de movimento do mecanismo. A rotina de otimização empregada se baseia no método do Gradiente Reduzido Generalizado, e foi desenvolvida pela Universidade de Missouri-Rolla (Gabriele; Ragsdell, 1989).

5. PROBLEMA DE APLICAÇÃO

A seguir, apresentam-se algumas tabelas contendo os dados do mecanismo RSSR desbalanceado. A rotação de funcionamento do mecanismo será constante e igual a 75,4 rad/s (12 Hz) na direção e sentido de \hat{q}_2 .

Tabela 1 - Coordenadas de pontos notáveis do mecanismo

	x (m)	y (m)	z (m)
O ₂	0	-0,1398	0
O ₄	-47,5.10 ⁻³	0,4986	0
O _B (pos. inicial)	0	0,48	0
O _E	0	0	0
O _F	0	0,4986	0
A (pos. inicial)	0	0	0,1
B (pos. inicial)	0	0,48	0,1
C	0	-0,1398	-0,1845

Tabela 2 - Componentes dos versores \hat{q}_2 e \hat{q}_4

	x	y	z
\hat{q}_2	0	1	0
\hat{q}_4	1	0	0

Tabela 3 - Massas parciais das peças móveis

	(kg)
$m_{p,2}$	3,25
$m_{p,3}$	0,08456
$m_{p,4}$	0,583

Tabela 4 - Momentos parciais de inércia de massa das peças móveis

	(kg.m ²)
$J_{p2.G_{p2}\hat{q}_2}$	$5,894 \cdot 10^{-3}$
$J_{p3.G_{p3}X}$	$2,7844 \cdot 10^{-3}$
$J_{p3.G_{p3}Y}$	$1,317 \cdot 10^{-6}$
$J_{p3.G_{p3}Z}$	$2,7844 \cdot 10^{-3}$
$J_{p4.G_{p4}\hat{q}_4}$	$2,093 \cdot 10^{-3}$

Tabela 5 - Valores iniciais das componentes do vetor das variáveis de projeto

	(m)
$x_1^{(0)} = d_{CP_{2,1}}^{(0)}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$x_2^{(0)} = d_{CP_{2,2}}^{(0)}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$x_3^{(0)} = d_{CP_{4,1}}^{(0)}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$x_4^{(0)} = d_{CP_{4,2}}^{(0)}$	$1 \cdot 10^{-3}$
$x_5^{(0)} = d_{CP_3}^{(0)}$	$9,7 \cdot 10^{-3}$
$x_6^{(0)} = g_{CP_3}^{(0)}$	0,24

6. RESULTADOS TEÓRICOS

A tabela e as figuras mostradas a seguir correspondem aos resultados obtidos com a otimização. A tabela 6 contém o vetor ótimo das variáveis de projeto. Nas figuras 3 e 4, são apresentadas as curvas dos esforços transmitidos para a base em função do tempo. Em cada gráfico aparecem duas curvas: uma correspondente ao mecanismo desbalanceado e a outra correspondente ao balanceado.

Tabela 6 - Resultados da otimização: vetor ótimo das variáveis de projeto

	(mm)
$x_1^{(12)} = d_{CP_{2,1}}^{(12)}$	29,35
$x_2^{(12)} = d_{CP_{2,2}}^{(12)}$	26,89
$x_3^{(12)} = d_{CP_{4,1}}^{(12)}$	11,85
$x_4^{(12)} = d_{CP_{4,2}}^{(12)}$	11,84
$x_5^{(12)} = d_{CP_3}^{(12)}$	9,525
$x_6^{(12)} = g_{CP_3}^{(12)}$	462

7. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para verificação experimental dos resultados da otimização, construiu-se e montou-se uma bancada de ensaios. Esta análise experimental envolveu a comparação entre os níveis de vibração da base do mecanismo desbalanceado e balanceado. A variável escolhida como critério de comparação foi a velocidade nas direções "x" e "z" da peça fixa do par cinemático

O₂ . Na figura 5, pode-se observar os sub-sistemas integrantes da bancada de ensaios, bem como o seu arranjo físico. Os sub-sistemas da bancada são listados a seguir:

- a - Sub-sistema mecânico ;
- b - Sub-sistema de acionamento do mecanismo ; e
- c - Sub-sistema de medição .

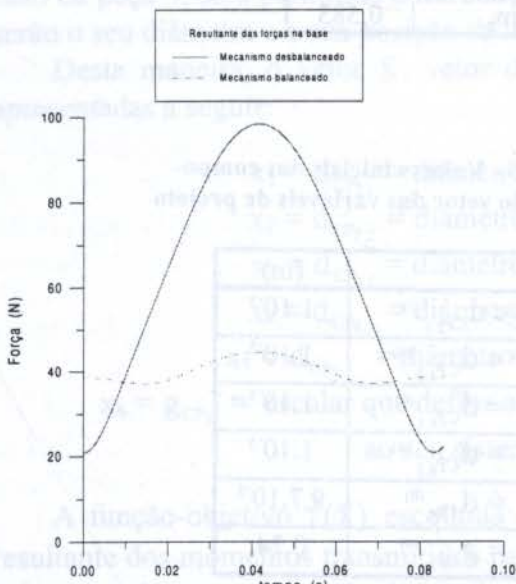


Figura 3 - Módulo do vetor resultante das forças transmitidas para a base.

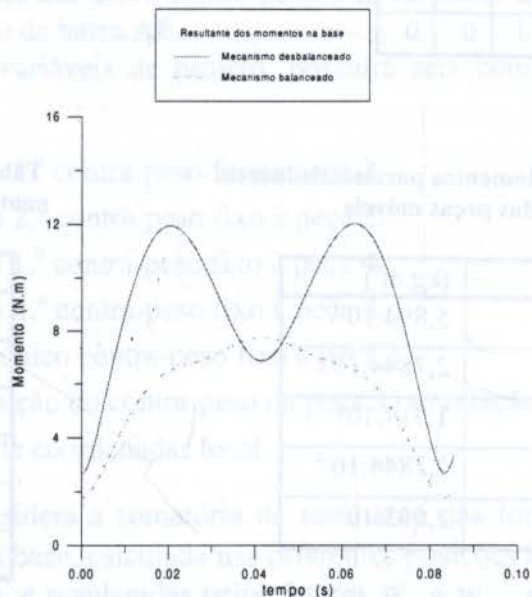


Figura 4 - Módulo do vetor resultante dos momentos transmitidos para a base.

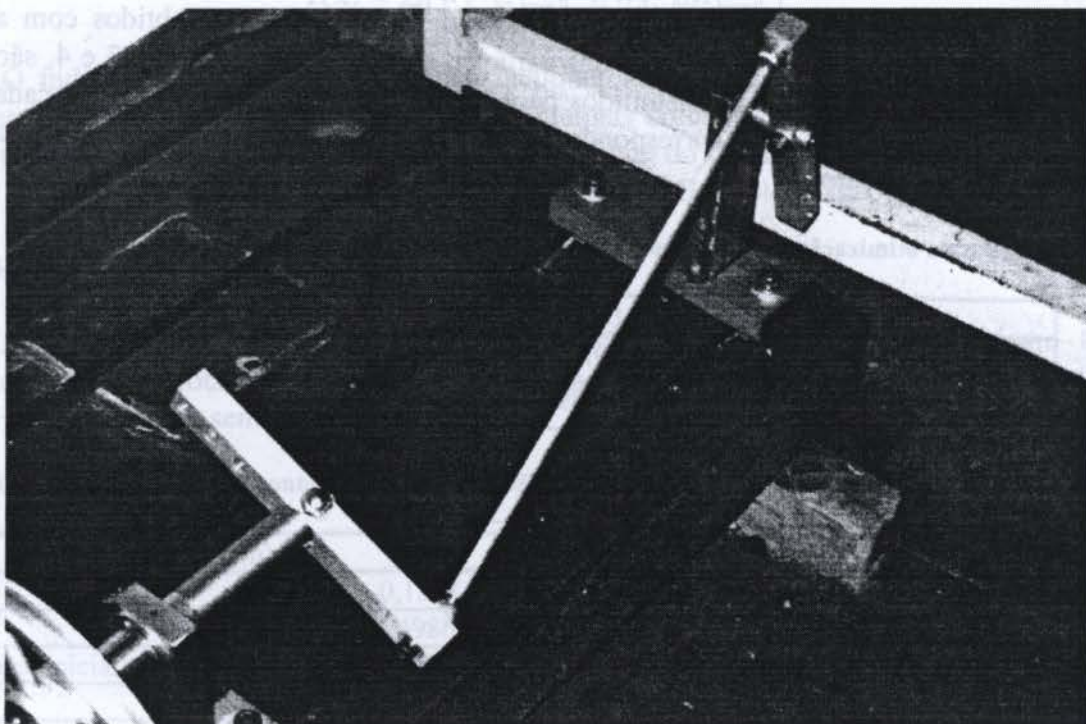


Figura 5 - Bancada de ensaios

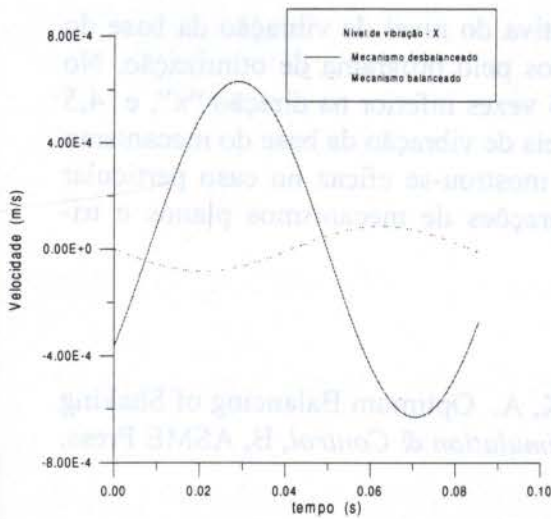


Figura 6 - Nível de vibração na direção “x” na frequência fundamental (12 Hz).

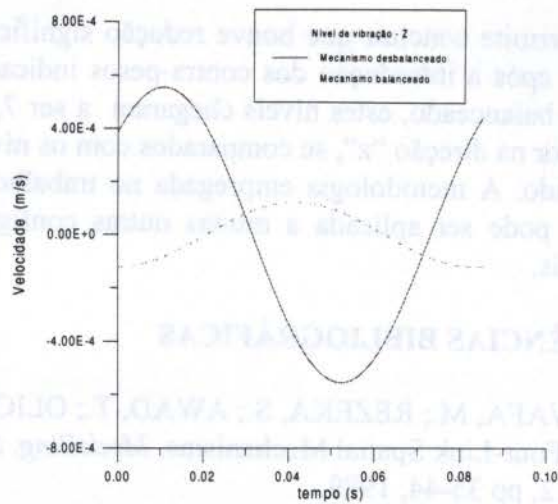


Figura 7 - Nível de vibração na direção “z” na frequência fundamental (12 Hz).

Fazem parte do sub-sistema mecânico, um protótipo do mecanismo RSSR com características idênticas àquelas definidas na seção 5; um volante de inércia, para que a manivela motora mantenha velocidade angular constante; e um acoplamento elástico, para transmissão de potência entre o motor e o mecanismo. Integram o sub-sistema de acionamento do mecanismo, um motor elétrico e um conversor de frequência para controle da rotação do motor.

A função do sub-sistema de medição é obter os valores das velocidades nas direções “x” e “z” da peça fixa do par cinemático O_2 em função do tempo. Além disso, é necessário que junto aos valores medidos esteja implícita de alguma forma a posição angular da manivela, ou seja, deve haver um registro de uma eventual defasagem entre os sinais medidos. Para realização desta tarefa, determinou-se que o sub-sistema de medição fosse formado por dois transdutores, um acelerômetro e um tacômetro; um amplificador; um filtro; e um elemento de apresentação de dados. Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 6 e 7.

8. CONCLUSÕES

Desenvolveu-se o modelo computacional para análise cineto-estática do mecanismo RSSR, assumindo: que suas peças móveis fossem rígidas; que a peça 3 tivesse seção circular constante ao longo de todo seu comprimento, e simetria axial em relação ao eixo que passa pelos pares cinemáticos que a conectam às peças 2 e 4; que suas peças móveis sofressem ação da força da gravidade; que os efeitos do atrito nos pares cinemáticos fossem desprezíveis.

Com relação à otimização, estudou-se o mecanismo RSSR somente na configuração em que os eixos de rotação das peças 2 (manivela) e 4 (alavanca) fossem ortogonais. O mecanismo otimizado, ou balanceado, cujos diâmetros dos contra-pesos foram especificados pelo programa de otimização, apresentou significativa redução dos esforços transmitidos para a base. O nível de redução alcançou os seguintes valores: 2,3 vezes inferior para a resultante das forças na base, e 1,6 vezes inferior para a resultante dos momentos na base. Utilizou-se o método do Gradiente Reduzido Generalizado, recomendado pela literatura, que revelou-se adequado e eficaz na busca da configuração ótima para o balanceamento do mecanismo.

Para verificação dos resultados teóricos, o mecanismo considerado balanceado pelo programa de otimização foi construído e ensaiado na condição de operação. A análise das

medições permite concluir que houve redução significativa do nível de vibração da base do mecanismo após a introdução dos contra-pesos indicados pelo programa de otimização. No mecanismo balanceado, estes níveis chegaram a ser 7,5 vezes inferior na direção “x”, e 4,5 vezes inferior na direção “z”, se comparados com os níveis de vibração da base do mecanismo desbalanceado. A metodologia empregada no trabalho mostrou-se eficaz no caso particular estudado e pode ser aplicada a muitas outras configurações de mecanismos planos e tri-dimensionais.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABOUELWAFI, M.; REZEKA, S.; AWAD, T.; OLICK, A. Optimum Balancing of Shaking Effects for Four-Link Spatial Mechanisms, *Modelling, Simulation & Control*, B, ASME Press, vol. 25, No.2, pp 35-44, 1989.

BERKOF, R. S.; LOWEN, G. G. A New Method for Completely Force Balancing Simple Linkages, *Journal of Engineering for Industry*, Transactions of the ASME, vol. 91, Series B, pp 21-26, 1969.

COELHO, T.A.H.; ALVES, V.F.A. *Otimização no balanceamento de mecanismos tri-dimensionais do tipo “RSSR”*, tese de doutorado apresentada no Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica da USP, 1997.

ELLIOT, J. L.; TESAR, D. The Theory of Torque, Shaking Force and Shaking Moment Balancing of Four-Link Mechanisms, *Journal of Engineering for Industry*, Transactions of the ASME, vol. 99, series B, pp 715-722., 1977.

ERDMAN, A. G.; SANDOR, G. N. *Mechanism Design: Analysis and Synthesis*, vol.1, Prentice-Hall, New Jersey, 1984.

GABRIELE, G. A.; RAGSDALL, K. M. *OPT3.2 - A nonlinear programming code in fortran implementing the Generalized Reduced Gradient Method. User's manual*, Design Productivity Center, University Missouri-Rolla, 1989.

SHEMIN, Z.; JIHONG, C. The Optimum Balance of Shaking Force and Shaking Moment of Linkage, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 30, No. 4, pp 589-597, 1995.

SINHA, R.; RILEY, D. R. Optimal Design of Compliance Elements to Supplement inertia-counterweights in balancing problems, paper presented at the conference *Flexible Mechanism, Dynamics and Robot Trajectories*, ASME, Chicago, IL, USA, pp 245-250, 1990.

SUH, C. H.; RADCLIFFE, C. W. *Kinematics and Mechanism Design*, John Wiley & Sons, New York, 1978.

WIEDERRICH, J. L.; ROTH, B. Moment Balancing of Four-Bar Linkages, *Journal of Engineering for Industry*, Transactions of the ASME, vol. 98(4), pp 1289-1295, 1976.

ZOBAIRI, M. A. K.; RAO, S. S.; SAHAY, B. Kineto-elastodynamic Balancing of 4R-Four Bar Mechanisms combining kinematic and dynamic stress considerations, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 21, No. 4, pp 307-315, 1986.

Tema 63

Veículos



PAPER CODE: COB491

CONTROLE SEMI-ATIVO DE SUSPENSÕES AUTOMOTIVAS.

RICARDO M. PICADO

UNICAMP - DMC, UNICAMP/DMC/FEM, CP. 6122, Cep 13081-970, Campinas(SP),
Fone (013)237-4829, Fax (013)788-3722, E-Mail: rmpicado@fem.unicamp.br

Abstract

The development of semi-active controlled suspensions is, nowadays, an area of research poorly explored for automotive suspension applications. Only a small number of models, which are very simple, has been manufactured by the automotive industry. The semi-active control principle, analyzed in this work, is based on the adjustment, by an actuator, of the damping coefficient of the damper. The actuator is responsible for opening or closing the damper's dissipative valve. An important drawback for the passive suspensions is that they are optimized for a fixed condition, due to the fixed damping coefficient of its dampers. The semi-active system offers different regulations for different excitation conditions. This means that the semi-active suspension may be optimized for different work conditions. Another advantage of the semi-active suspensions lies in its low energy consumption if compared to the active controlled suspensions. Finally, if we compare the passive and the active control suspensions to the semi-active controlled suspensions, as we will see in the following sections in this work, good results for the minimization of the body acceleration can be achieved.

Keywords

Control, semi-active, suspension, automotive, digital.

1. Introdução.

O desenvolvimento de suspensões ativas teve início nos anos 30, mas a o avanço mais significativo se deu a partir dos anos 50. As suspensões semi-ativas foram propostas no início dos anos 70 [4], e mostraram que poderiam alcançar performances comparáveis as das suspensões totalmente ativas, porém com a vantagem do baixo consumo de energia para a realização da ação de controle.

Estudos analíticos e experimentos foram realizados no sentido de melhorar a segurança e o conforto com a utilização de sistemas semi-ativos para suspensões [4], [7], [3]. Estes estudos levaram à conclusão de que as suspensões ativas e semi-ativas podem elevar bastante a performance de sistemas passivos otimizados de suspensões automobilísticas e que as suspensões semi-ativas podem ser levadas a patamares de desempenho próximos aos das suspensões totalmente ativas.

Apesar do melhor desempenho proporcionado pela suspensão ativa [10], quando comparada com a semi-ativa, há várias desvantagens que devem ser ressaltadas, tais como a necessidade de grandes quantidades de energia externa, maior complexidade, maior custo de implementação e de manutenção e menor confiabilidade. As suspensões semi-ativas combinam as vantagens de ambas, ativa e passiva otimizada. Ou seja, elas proporcionam ótima performance quando comparadas às suspensões passivas otimizadas e, além disso, são

Controle Semi-Ativo de Suspensões automotivas.

econômicas, seguras, não requerem grandes quantidades de energia para os atuadores e sua montagem é razoavelmente simples.

Uma limitação importante para a implementação de suspensões semi-ativas decorria do tempo de processamento das informações. Esse problema levou à tentativa de implementação de controladores pré-informados. Em trabalhos como [9], [2], [1] e [6] uma tentativa de implementação de controles preditivos só seria justificada em casos muito específicos, onde a exigência de alta performance pudesse justificar o alto custo de implantação.

Nenhuma referência foi encontrada para a implementação de um controlador em tempo discreto para o problema do controle semi-ativo para suspensões automotivas. Esse fato em combinação com o avanço da tecnologia digital motivaram o desenvolvimento deste trabalho. Uma implementação teórica do controle semi-ativo em tempo discreto e uma comparação do desempenho do controlador semi-ativo com relação ao sistema puramente passivo e com controle ativo serão feitas nas próximas seções.

2. Modelo de Suspensão Semi-Ativa e Leis de Controle.

Nesta seção, será apresentado um modelo para uma suspensão semi-ativa. Modelos como o bilinear apresentado por [5] e o trabalho apresentado por [7], foram os tomados como referência para a elaboração deste trabalho. O modelo considerado foi o de um quarto de veículo, que é mostrado na figura 1.

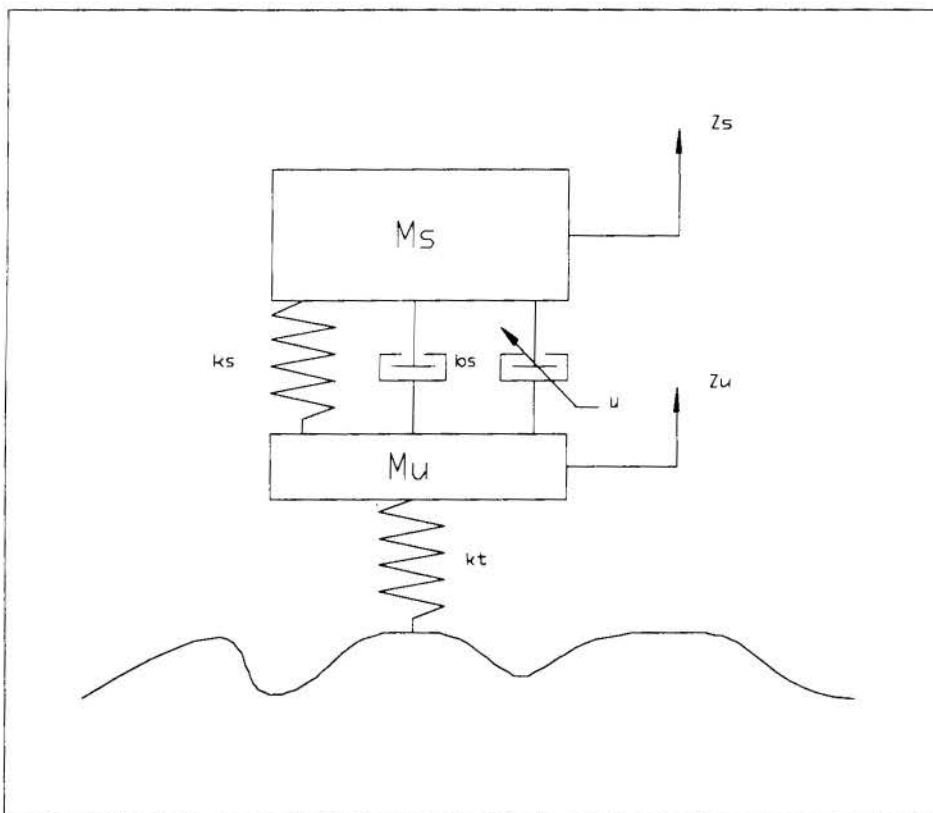


Figura 1. Modelo de quarto de veículo com controle semi-ativo.

Onde:

k_s = rigidez da mola = 16812 N/m.

k_t = rigidez do pneu = 100000 N/m.

b_s = coeficiente de amortecimento passivo = 2800 N s/m.

u = ação de controle.

$z_s = x_s$ = posição do centro de massa do veículo.

$z_u = x_u$ = posição do eixo da suspensão.

m_s = massa do veículo = 5475 kg.

m_u = massa do eixo = 590 kg.

As equações de movimento desse sistema ficam da seguinte forma:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{x}_s &= -k_s x_s + k_s x_u - b_s \dot{x}_s + b_s \dot{x}_u \\ m_u \ddot{x}_u &= -k_s x_u + k_s x_s - b_s \dot{x}_u + b_s \dot{x}_s + Uk_t - x_u k_t \end{aligned}$$

A ação de controle será um aumento ou uma diminuição do diâmetro da válvula de dissipação de energia do amortecedor. Essa ação pode ser executada por um atuador elétrico instalado no amortecedor controlado. A não linearidade da força de acionamento do controlador não será discutida neste trabalho. Uma estimativa baseada em dados fornecidos por fabricantes de válvulas tipo agulha pode ser utilizada para um futuro trabalho experimental. Nesta abordagem, só uma estimativa de uma ação de controle baseada em técnicas de controle ótimo quadrático, ou seja, a definição de um fator u ótimo, será considerada.

Partindo do modelo de controle em tempo contínuo, podemos definir o vetor de estados da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_s \\ x_2 &= \dot{x}_s \\ x_3 &= x_u \\ x_4 &= \dot{x}_u \end{aligned}$$

Sendo o sistema representado, na forma de espaço de estados como segue:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A * x + D * x * u + E * U \\ y &= C * x \end{aligned}$$

onde:

A = matriz dinâmica do sistema.

D = matriz que pondera a ação de controle.

E = matriz que pondera a excitação externa (relevo do terreno)

x = vetor de estados.

U = Irregularidade do terreno.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k_s}{m_s} & \frac{-b_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & \frac{b_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{b_s}{m_u} & \frac{-(k_t + k_s)}{m_u} & \frac{-b_s}{m_u} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & m_s & 0 & m_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & m_u & 0 & m_u \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_r \\ m_u \end{bmatrix}$$

Utilizando conhecimentos de controle ótimo, pode-se estimar a força ótima que deve ser aplicada a m_s para controlar o sistema. Deve-se então calcular o ganho ótimo k , que multiplicado pelo vetor de estados, fornecerá a força ótima. O ganho ótimo é calculado a partir do funcional J . O funcional é montado para que a ação de controle minimize a aceleração de m_s .

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [\rho_1 \ddot{x}_s^2 + \rho_2 \dot{x}_s^2 + \rho_3 x_u^2 + \rho_4 \dot{x}_s^2 + \rho_5 \dot{x}_u^2] dt$$

A definição do fator de amortecimento ótimo é feita através da força ótima que seria empregada no controle ativo dividida pela velocidade relativa entre as massas m_u e m_s .

Devemos, porém, levar em conta as restrições do amortecedor controlado, que pode oferecer um coeficiente mínimo e um coeficiente máximo (u_{max} = válvula fechada e u_{min} = válvula totalmente aberta). Então o coeficiente ótimo de amortecimento deve ser escolhido como segue:

$$u^* = \begin{cases} u_{min} & u^* < u_{min}, u_{min} = 1000 \frac{N_s}{m} \\ u^* & u_{min} < u^* < u_{max} \\ u_{max} & u^* > u_{max}, u_{max} = 6000 \frac{N_s}{m} \end{cases}$$

onde,

k = constante de ganho ótimo quadrático linear para controle com realimentação de estado.

3. Resultados

Para a simulação, o sistema será discretizado com frequência de amostragem de 200 Hz e um obstáculo em forma de degrau de 0.10 metros de altura será imposto ao modelo de quarto de veículo. As equações do sistema discretizado, bem como um diagrama de blocos do sistema em tempo discreto podem ser, respectivamente, vistos a seguir:

$$x(k+1) = G * x(k) + H * x(k) * u + E * U(k)$$

$$y = C * x(k+1)$$

$$C = [0 \ 1 \ 0 \ 0] * G$$

onde :

G = forma discretizada da matriz dinâmica do sistema.

H = forma discretizada da matriz que pondera a atuação de controle.

U = irregularidades do terreno.

Figura 2 - Diagrama de Blocos do Sistema em tempo discreto

Após a discretização das equações, obtém-se a curva de acelerações mostrada no gráfico da figura 3. Se os resultados do controle semi-ativo forem comparados com os resultados da suspensão passiva otimizada e ativa, nota-se a eficiência do controle semi-ativo (Figura 4).

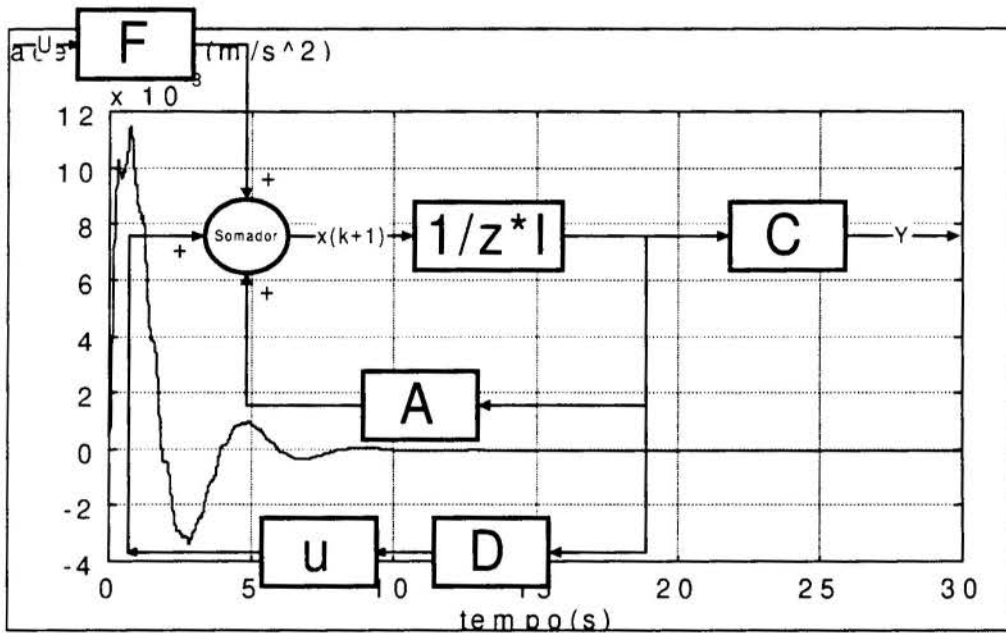


Figura 3 - Aceleração para o sistema com controle Semi-Ativo.

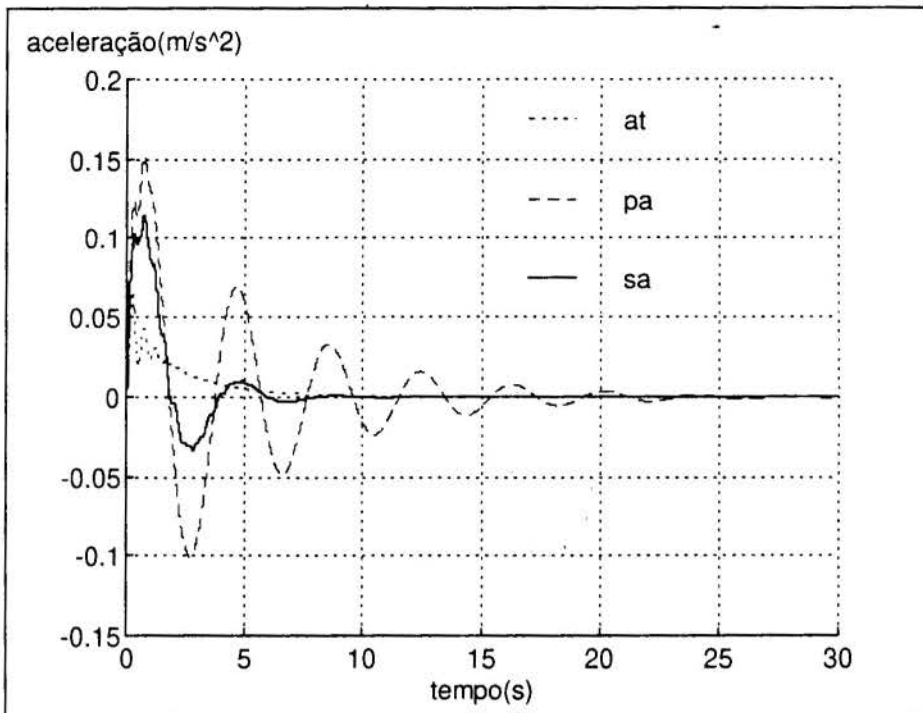


Figura 4. Comparação entre os controles Semi-Ativo, passivo otimizado e Ativo.

4. Conclusão.

Os resultados numéricos comprovam a eficiência das suspensão semi-ativa quando comparada com a passiva a passiva otimizada e mostram que a suspensão semi-ativa tem desempenho aquém da suspensão ativa. Isso pode ser visto na figura 4, onde a curva *pa* representa o sistema passivo otimizado, a curva *at* corresponde ao sistema com controle ativo e a curva *sa* corresponde ao controle semi-ativo. Porém, devemos levar em conta que o controle semi-ativo necessita de quantidades de energia muito menores que o controle ativo e apresenta resultados muito superiores se comparado com a suspensão passiva otimizada. Uma análise de custo benefícios deve ser feita e fatores como o desempenho, o custo máximo permitido para o sistema de suspensão, dentre outros, devem ser utilizados. Deve-se ressaltar também, a simplicidade e a confiabilidade da suspensão semi-ativa se comparada com a ativa.

5. Referências.

- [1] Balzer, L.A., "Optimal control with parcial preview of disturbances and rate penalties and its aplication to vehicle suspension" *International Journal of Control*, 33(2):323-345, 1981
- [2] Bender, E. K., "Optimum linear preview control with application to Vehicle suspension", *Journal of Basic Engenneering*, pp.213-221, 1968
- [3] D.N.L. Horton and Crolla, D.A., "Theoretical analysis of semi-active suspension fitted to an off-road vehicle", *V.S.D.*, 15, (1986), pp.351-372
- [4] K Yi, M. Wargelin e J.K. Hendrik, "Semi-Active Suspensions to reduce pavement damage: Theoretical design and Inplementation", *Third Int. Symp. On Heavy Vehicle Weights and dimensions*, 1992.

- [5] Kimbrough, S., " Bilinear Model and Regulator of Variable Component Suspensions", *ASME WAM, AMD-Vol. 80*, 1986
- [6] Langlois, R.G.,Anderson, R.J.,"Preview control Algorithms for the Active Suspension of an Off Road Vehicle", *V.S.D.*,24, pp.65-97,1995
- [7] Sharp, R. S. , Hassan, S. A. "An evaluation of passive automotive suspension systems with variable stiffness and damping parameters.", *V.S.D.*,15(1986),pp335-350
- [8] Sharp, R.S., Hassan, S.A., "The fundamentals of passive automotive suspension system design", *Proceedings of the Society of Enviromental Engeneers Conference on Dynamics in Automotive Engeneering*, pp.104-115,1995
- [9] Sheridan, T.B., "Three models of preview control", *IEEE Transactions on Human Factors in Electronics*, HFE-7(2), pp.91-102,1966
- [10] Thompson, A. G., "An active suspension with optimal linear state feedback" , *Vehicle System Dynamics* , pages 187-203, 1976



PAPER CODE: COB476

**VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE ATRITO EM SAPATAS
FERROVIÁRIAS E SUA INFLUÊNCIA SOBRE O
PROCESSO DE FRENAGEM / VARIATION OF THE FRICTION
COEFFICIENT IN RAILROAD BRAKE SHOES AND ITS INFLUENCE ON
THE BRAKING PROCESS.**

AUTELIANO A.DOS SANTOS JR., LEOPOLDO C. ROZA & FAUSTO RODRIGUES F^o
*Laboratório Ferroviário - Departamento de Projeto Mecânico
Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP
CEP. 13100-970 - Campinas (SP) - Brasil - E.mail: aute@fem.unicamp.br*

Abstract

The objective of this work is to present the results of the tests in railroads brake shoes realized in the Railroad Laboratory of State University of Campinas, Brazil. The tests show the influence of parameters do not considered in normal operation of brasilians railroads enterprises: velocity, wear, normal application force, temperature and diferences in the materials. The tests followed the Association of American Railroad standard M-926, when possible. The influence of these parameter is analysed and the possible influence on the braking process in a real railroad is discussed. Recommendations are done for the new brake shoes bought by the railroads.

Keywords

Railroad brake shoes, railroad braking systems, brake heating

1. INTRODUÇÃO

A frenagem ferroviária em vagões de carga consiste na aplicação de uma sapata sobre a superfície de rolamento da roda, visando retardar o movimento do veículo (figura 1). O operador (maquinista) define a intensidade de aplicação dos freios através de um complexo sistema de válvulas pneumáticas e atuadores de força. A partir de uma redução de pressão controlada na canalização pneumática que liga todos os vagões à locomotiva, o maquinista faz com que os reservatórios localizados em cada veículo liberem pressão para a aplicação das sapatas sobre todas as rodas. Devido a características de projeto, os vagões possuem apenas um reservatório e um cilindro para a aplicação das oito sapatas do vagão. A transmissão se dá por um conjunto de alavancas que são ligadas de forma a causar a mesma força normal de aplicação em todas as rodas. Embora o objetivo seja obter sempre a mesma força de frenagem em cada roda, distribuindo igualmente os esforços ao longo da composição, isso quase nunca é possível. Fatores que vão desde a deformação plástica das alavancas até a falta de

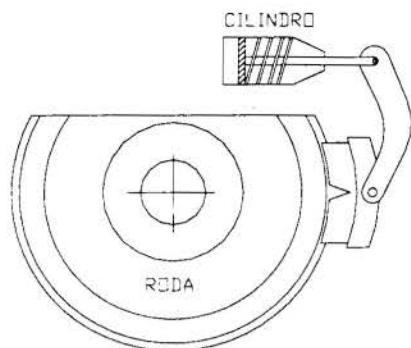


Figura 1 - Sistema de Freios em Vagões

manutenção nos pinos de ligação, passando pela não uniformidade da distribuição de pressão, fazem com que a contribuição de cada roda ao processo de frenagem seja diferente. Rodrigues (.....) mostrou que a dispersão da força normal em composições das ferrovias paulistas chega a valores preocupantes. Descontados os dados não válidos, foram encontrados forças 60% mais altas que a média da composição e até 40 % acima da média do próprio vagão.

A maior fonte de variação na contribuição de cada roda à frenagem da composição, no entanto, está no coeficiente de atrito. Embora forças normais com 25% de dispersão em relação à média sejam possíveis, variações ainda maiores podem ocorrer no coeficiente de atrito sapata-roda e, portanto, no torque de frenagem. Se uma sapata freia com intensidade superior às demais é de se esperar que o desgaste seja maior, já que esse é proporcional ao trabalho específico de atrito (Juvinal, 1990). Além disso, a potência de frenagem gerada é maior, o que aquece as superfícies e torna o desgaste ainda mais significativo, podendo também levar a falhas por superaquecimento em rodas (Santos, 1992). Embora o desgaste seja inerente ao processo de frenagem, deve-se buscar uma taxa economicamente viável para que este ocorra.

As ferrovias nacionais normalmente têm se utilizado de critérios pouco coerentes para a aquisição de sapatas. A maioria delas define padrões de desgaste tidos como adequados pelo uso ao longo do tempo (históricos) e só aceita novos produtos e fornecedores se o desempenho em operação for melhor do que estes. A avaliação consiste em colocar as sapatas em um ou mais vagões de uma composição e medir o percurso até a falha. Depois definir uma relação custo por quilometro e compará-la com os seus próprios padrões. Assim, uma sapata de coeficiente de atrito menor (não freia) seria aprovada. Caso um fabricante resolva grafite (lubrificante sólido) em quantidade elevada na composição das sapatas que fornece, certamente para aumentará a vida útil, mas sua contribuição a frenagem da composição diminuirá. A maioria das ferrovias ainda reluta em realizar ensaios em laboratório para verificação da qualidade dos materiais de atrito.

Este trabalho tem por objetivo apresentar os resultados de ensaios para obtenção do coeficiente de atrito e sua variação, realizados em sapatas de freio utilizadas por ferrovias nacionais. Serão analisados os principais fatores que influenciam no valor do coeficiente de atrito. O mais importante deles, obviamente, é o tipo de material de atrito. A variação com a temperatura no ensaio, com o desgaste, com a força normal aplicada e com a velocidade de deslizamento também são analisadas. Com aplicação deste trabalho, é analisado o efeito da variação obtida sobre um caso típico de frenagem na Estrada de Ferro Carajás (Companhia Vale do Rio Doce).

2. CARACTERIZAÇÃO DOS ENSAIOS

Os ensaios para a determinação do coeficiente de atrito foram realizados no Laboratório Ferroviário (Unicamp). A medição foi feita na Máquina de Ensaio de Sapatas, dinamômetro construído como resultado de convênios com ferrovias nacionais e posto em operação no final de 1995.

A Máquina de Ensaio de Sapatas é um dinamômetro capaz de ensaiar rodas e sapatas ferroviárias em escala real. É formado por um motor Garret C.C. (134 CV, 1800 rpm) com conversor de potência, torquímetro, redutor Sauer (5:1), eixo de rodas e cilindro de freios,

conforme mostrado na figura 2. A instrumentação acoplada é composta de medidor de pressão pneumática, temperatura e velocidade, além do torquímetro. Todos os ensaios são feitos utilizando um sistema de aquisição e controle de dados baseado em um equipamento HP 3852 A e controlado por um programa desenvolvido no próprio Laboratório Ferroviário (Resende, 1996). A força normal aplicada à sapata é controlada por uma válvula pneumática proporcional, que permite a variação da pressão em função da tensão elétrica de controle. Todos os sistemas de medida foram calibrados, ou aferidos, adequadamente antes da realização dos ensaios.

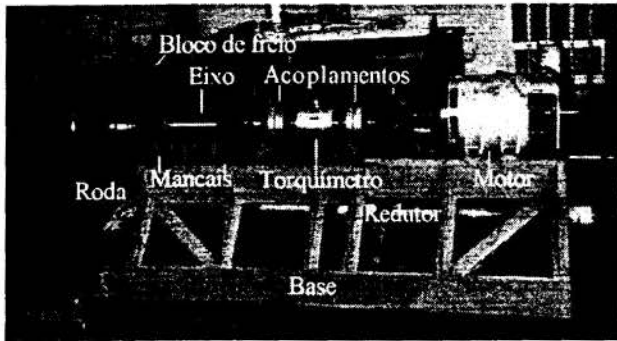


Figura 2 - Máquina de Ensaio de Sapatas

medida do termopar marcada com a letra A.

Foram ensaiados três tipos de materiais de sapata, aqui denominados A, B e C. Embora uma grande quantidade de ensaios tenha sido feita, optou-se por apresentar os resultados que representam o comportamento médio dos materiais analisados, por serem suficientes para os propósitos desse trabalho.

3. METODOLOGIA

Os testes realizados atualmente seguem a norma M-926 da Associação Americana de Ferrovias (A.A.R., 1992). Consistem basicamente na medição de atrito e desgaste em três situações: frenagem constante, frenagem de parada e atrito estático. Esses ensaios foram definidos a partir da capacidade do dinamômetro do atualmente chamado "Transportation Technological Center", em Pueblo (CO), nos Estados Unidos da América. No Brasil, existe apenas um dinamômetro capaz de realizar os ensaios descritos nessa norma, apesar de não utilizar inércias mecânicas; o do Instituto de Pesquisas Tecnológicas (Sisdelli, 1987). Está em fase final de instalação o segundo banco para ensaios de sapatas no país, localizado no Laboratório Ferroviário\DPM\FEM, na Unicamp. Os ensaios de frenagem constante normalizados utilizam dois níveis de força normal pré-definidos: 4120,2 e 6376,5 N (420 e 650 kgf). A velocidade padrão de ensaio é de 32,5 km/h. Em cada ensaio o dispositivo permanece freiando durante 45 minutos.

Para execução deste trabalho foram realizados apenas ensaios de frenagem constante, segundo a M-926, com variação nos parâmetros de interesse quando necessário, já que a M.E.S. não permite variação de velocidade durante o ensaio.

4. RESULTADOS E ANÁLISE

4.1 Influência do Tipo do Material

O desenvolvimento de materiais de atrito para a aplicação na confecção de sapatas de freio ferroviárias normalmente é feito separadamente pelos diversos fornecedores das operadoras. Isso faz com que as propriedades de cada material e seu comportamento sejam diferentes para sapatas adquiridas de fabricantes distintos. Essas diferenças de comportamento dificultam a utilização de sapatas de origens diferentes em composições ferroviárias. Seria desejável que todas as sapatas apresentassem valores de atrito e desgaste dentro de uma faixa estreita, o que permitiria que o fornecimento pudesse ser feito por diversas empresas dentro do mesmo padrão de qualidade.

A figura 3 mostra o comportamento do material de atrito uma sapata de um fabricante nacional. Para este trabalho esta sapata será denominada de sapata A1.

Nesse gráfico pode ser visto que o coeficiente de atrito varia entre 0,25, no início do ensaio e 0,46 a cerca de 16 minutos. Embora o valor da força de frenagem tenha permanecido constante, a força de atrito variou a quase o dobro durante o ensaio.

A figura 4 mostra a variação do coeficiente de atrito de uma sapata de fabricante nacional denominada B1. Para esse caso o coeficiente de atrito variou entre 0,3 (início) e 0,26 (final). O valor máximo atingido foi de 0,36 (entre 3 e 12 min.). A única diferença entre os dois ensaios foi o diâmetro da roda, que no segundo caso foi de 40 pol. (1016 mm).

O material de atrito de sapatas de um terceiro fabricante nacional foi ensaiado durante 35 minutos e os resultados são mostrados na figura 5. Aos 27 minutos houve uma interrupção de 3 minutos na aquisição de sinais para verificações nos dispositivos. O coeficiente de atrito desse material permanece entre 0,33 e 0,43 ao longo de todo o ensaio. Essa sapata foi denominada C1 e o ensaio foi realizado com força normal de 420 kgf.

Os resultados apresentados mostram a variação no coeficiente de atrito de sapatas conhecidas pelo bom desempenho. Mesmo assim os valores variam significativamente, embora todos estejam dentro de uma faixa entre 0,25 e 0,46. O que dizer de sapatas de fabricantes com menores possibilidades de desenvolvimento? Poderiam produzir sapatas cujos valores de coeficiente de

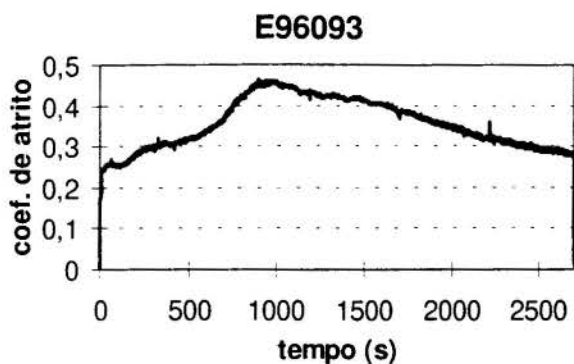


Figura 3 - Ensaio E96093 - Sapata A1

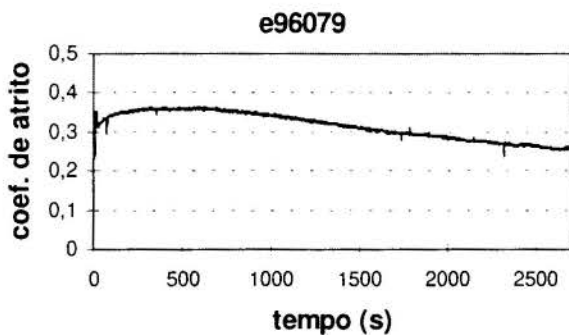


Figura 4 - Ensaio E96079 - Sapata B1

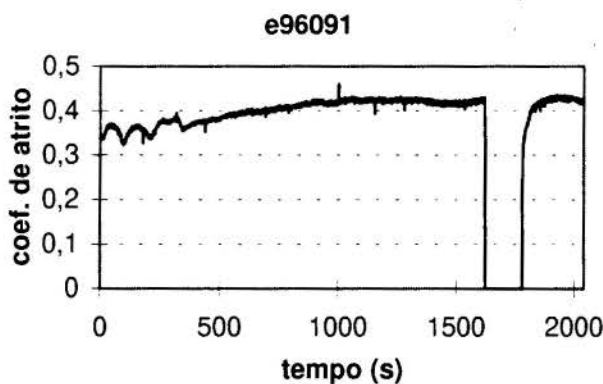


Figura 5 - Ensaio E96091 - Sapata C1

atrimento fossem muito mais estáveis. No entanto, poderiam produzir também sapatas com uma variação ainda maior no coeficiente de atrito, e mesmo assim o desgaste e a frenagem da composição como um todo poderiam ser aproximadamente os mesmos de sapatas mais estáveis.

4.2 Influência do Desgaste

Outro fator de influência pode ser o desgaste. Sapatas novas podem não freiar como sapatas desgastadas. A figura 6 mostra os resultados de ensaio para a sapata A2, do mesmo tipo de material de atrito da sapata A1. A única diferença entre elas é que a sapata A1 foi ensaiada mais de 30 vezes antes do ensaio mostrado e a sapata A2 foi ensaiada pela primeira vez. Pode-se notar que, nesse caso, o valor máximo do coeficiente de atrito é menor (0,43) e

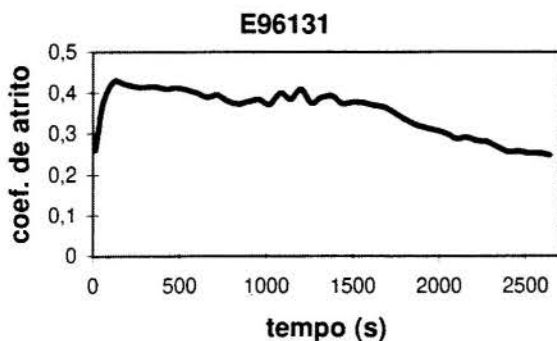


Figura 6 - Ensaio E96131 - Sapata A2

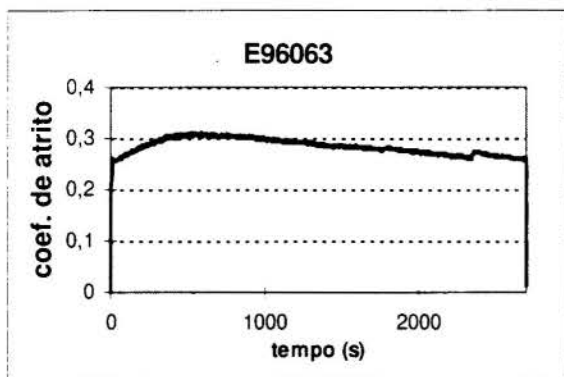


Figura 7- Ensaio E96063 - Sapata B2

ocorre em um tempo bem menor do que o da sapata A1, a cerca de 3 minutos do início do ensaio. Além disso, os valores finais são menores para a sapata A2.

A figura 7 mostra uma sapata do mesmo tipo de material de atrito da sapata B1. Essa sapata (B2) foi assentada em roda cilíndrica, mas havia sido anteriormente desgastada em serviço. Conforme pode ser visto o coeficiente de atrito varia entre 0,26 e 0,31.

Os resultados apresentados para sapatas desgastadas mostram uma tendência inicial de aumento no coeficiente de atrito, seguida de queda. Esse fenômeno também pode ser observado nas sapatas novas, mas os valores do coeficiente a cada instante são maiores do que no material pré-utilizado. Essa tendência parece se manter em todas as sapatas ensaiadas dos tipos A e B e isso permite concluir que esses materiais perdem coeficiente de atrito com o uso.

Nas considerações anteriores não foi analisada a rugosidade superficial das rodas. Todas foram usinadas para a forma

cilíndrica e não é esperado que haja influência significativa desse parâmetro.

4.3 Influência da Temperatura

A temperatura atingida pela sapata está diretamente ligada ao tempo de frenagem. Quanto maior este último, mais potência é gerada e uma parte dessa deverá ser dissipada na forma de calor através da sapata.

A figura 8 mostra o efeito da temperatura sobre o coeficiente de atrito da sapata A1. A temperatura apresentada é a média obtida entre os valores medidos a 2 mm da superfície, no centro da parte superior e inferior da sapata. A parte superior corresponde a região de entrada da roda na sapata durante o processo de frenagem (região energizada). Pode-se notar uma

tendência em praticamente todos os ensaios com esse tipo de material de atrito: o aumento inicial do coeficiente de atrito seguido de diminuição com o aumento da temperatura de ensaio. Até o momento não foram ensaiadas outras sapatas para a verificação da variação com a temperatura.

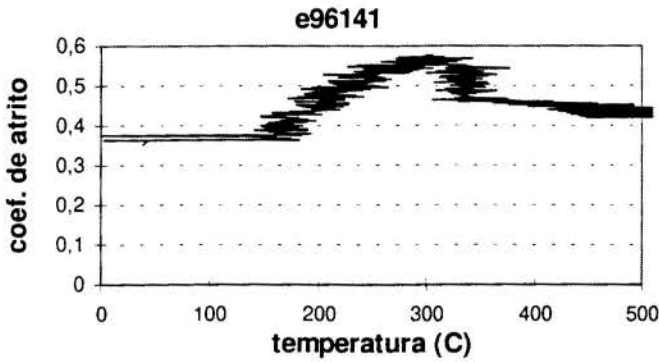


Figura 8 - Ensaio E96141 - Sapata A1

Uma importante constatação sobre o tipo de material da sapata A1 é que o valor máximo de coeficiente de atrito é alcançado sempre que a temperatura atinge um patamar, no caso cerca de 260 °C. A partir deste valor o atrito cai, invertendo a tendência inicial. Esse fenômeno foi observado em outras sapatas do mesmo material e também, de forma menos pronunciada, em algumas sapatas de outros fabricantes.

4.4 Influência da Velocidade de Deslizamento

A velocidade de deslizamento influencia significativamente os valores do coeficiente de atrito sapata-roda. Essa influência pôde ser comprovada através de ensaios com a sapata A1, mostrados na figura 9. Conforme pode ser visto, o coeficiente de atrito cai em até 40% quando a velocidade aumenta de 20 para 35 km/h. Essas diferenças são mais pronunciadas quando as temperatura atingem valores mais elevados.

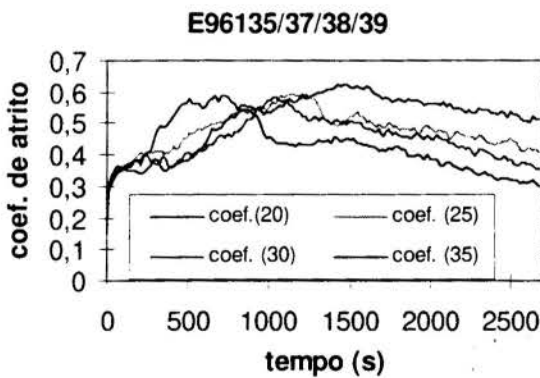


Figura 9 - Ensaio E96035/37/38/39 - Sapata A1

Até o momento não foram realizados ensaios com variação de velocidade durante a aplicação do freio. É de se esperar que os valores do coeficiente de atrito sigam a mesma tendência apresentada na figura 9. No entanto, pode haver instabilidades quando houver um aumento de velocidades ao mesmo tempo que ocorre o aumento da temperatura. Os dois efeitos se somarão e poderá haver perda na capacidade de frenagem de toda a composição.

4.5 Influência da Força Normal de Acionamento

A influência da força normal de acionamento depende do tipo de material de atrito em contato com a roda. A figura 10 mostra os resultados de ensaio para a sapata A1 nos dois tipos de ensaio de frenagem constante sugeridos pela norma M-926 (M-926, 1992). Nesse pode ser visto que o comportamento do coeficiente de atrito nos dois ensaios pesados consecutivos (10 e 12) não difere significativamente. Já os valores para o ensaio leve (09) são sempre maiores do que os anteriores. Como esse tipo de material de atrito é extremamente poroso pode ser que

essa característica tenha influenciado nos resultados. Também é possível que essa tendência se mantenha ao longo de novos ensaios a serem realizados em outras sapatas.

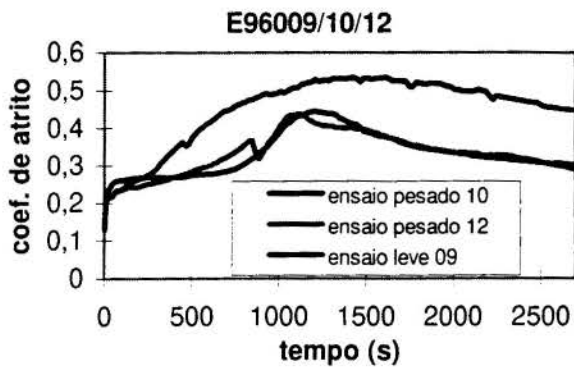


Figura 10 - Ensaios E96009/10/12

rodas de um vagão, por exemplo por material de atrito diferente, o aquecimento será diferente e o problema se agravará devido ao aumento de temperaturas. A manutenção falha também pode causar diferenças entre as forças normais em cada roda, o que novamente influenciará no coeficiente de atrito, na temperatura máxima atingida e na contribuição para a frenagem.

A velocidade também é um fator importante, já que os testes de desgaste e frenagem constante são realizados à 32,5 km/h e o coeficiente de atrito pode assumir outros valores diferentes do obtido por ensaio, influenciando na eficiência do sistema de freio, já que este é projetado para valores padronizados. Além de tudo, o desgaste normal em operação causa variações não levadas em conta durante os ensaios, feitos com sapatas novas.

Durante uma frenagem como a da Estrada de Ferro Carajás, com vagões de 120 ton., rampas de 1% e velocidades que variam de 25 a 80 km/h, em trechos críticos (Santos, 1995), o coeficiente de atrito pode variar de 0,25 a 0,45, desde que sejam utilizados materiais semelhantes aos analisados, conforme visto pelos resultados mostrados. Isso significa que o maquinista poderá necessitar de uma aplicação quase duas vezes maior se o coeficiente variar entre os extremos do intervalo ao longo de toda a composição. Como isso raramente ocorre, o problema está em que as sapatas se desgastam de forma desigual quando freiam de forma desigual. Talvez o maior problema sejam os esforços nos engates, pois quando um vagão não freia, os demais têm que suprir a deficiência no resultado final e a diferença entre as contribuições de cada vagão é transmitida aos demais através dos engates. Por isso é necessário superdimensionar os engates.

6. Conclusões e Recomendações

Neste trabalho foi apresentada a variação do coeficiente de atrito com os seguintes parâmetros: tipo de material, desgaste, força normal de aplicação, temperatura e velocidade. Os resultados foram obtidos através de ensaios realizados na Máquina de Ensaio de Sapatas, dinamômetro do Laboratório Ferroviário/DPM/FEM, da UNICAMP. A principal contribuição está em mostrar que a variação do coeficiente não é desprezível durante a operação normal, o que pode causar problemas nos engates, rodas, além de desgaste excessivo das sapatas.

O resultado apresenta novos parâmetros para a análise da confiabilidade dos sistemas de freio utilizados atualmente, além de auxiliar na explicação de anormalidades em serviço.

Em vista dos resultados apresentados recomenda-se que sejam realizados ensaios em condições controladas de laboratório para verificação da susceptibilidade dos materiais de atrito de sapatas aos parâmetros apresentados e outros que forem identificados. A segurança do sistema ferroviário certamente não pode prescindir do conhecimento do comportamento dos materiais utilizados na frenagem das composições.

7. Referências

- A.A.R., Association of American Railroads. *Brake shoes: high friction composition type - M-926*. Washington, 1992.
- JUVINAL, R. C., MARSHECK, K. *Fundamental of Machine Components Design*. Singapore : John Wiley & Sons, 1991.
- RESENDE, W.A.A.M.C. *Aquisição de dados e controle automático de ensaios de frenagem*. Dissertação de Mestrado, FEM\UNICAMP. Campinas, 9 de agosto de 1996.
- SANTOS, A.A. e RODRIGUES F^O, F. *Aquecimento em rodas ferroviárias durante e após frenagens contínuas prolongadas*. XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM. Belo Horizonte, dezembro de 1995.
- SANTOS, A.A. Jr. *Problemas causados pelo aquecimento em rodas ferroviárias - o ensaio krauss*. Dissertação de Mestrado, FEM\UNICAMP. Campinas (SP), 31 de março de 1992. 168 p.
- SISDELLI, Armando. *Estudos para o desenvolvimento de normas para ensaio de sapatas de freio em dinamômetro*. In: 27a. REUNIÃO TÉCNICA DO SCB 6:08. Rio de



PAPER CODE: COB461

DINÂMICA NÃO LINEAR DE SUSPENSÕES ATIVAS/*NON* *LINEAR DYNAMICS OF ACTIVE SUSPENSIONS*

ILMAR FERREIRA SANTOS & GUSTAVO CAMPOS PADOVESE

Dep. de Projeto Mecânico, Fac. de Engenharia Mecânica - UNICAMP
CEP 13083-970 Campinas, Brasil - E-mail: ilmar@dpm.fem.unicamp.br

Abstract

This paper gives a theoretical contribution to the problem of modeling an independent active suspension using the Newton-Euler's Method, taking into account the constraint equations between the vehicle and the road profile, and including the dry friction between the tyre and the road. After the method's application, one obtains 33 non linear equations: 29 equations which describe the reaction forces among the multiple bodies that composes a quarter of independent suspension, and 4 movement equations, which describe the motion of the car's main mass, the oil flow passing through the servovalve and the pressions acting on the active damper. These equations are numerically solved and the results discussed for various operation conditions.

Keywords

Multibody dynamics/*Dinâmica de múltiplos corpos*, dry friction/*atrito seco*, Newton-Euler/*Newton-Euler*, hydraulic systems/*sistemas hidráulicos*, output control/*controle de saída*.

1. INTRODUÇÃO

Muitos autores vêm estudando o comportamento dinâmico de suspensões ativas, baseado em modelos mecânicos planos, extremamente simplificados com poucos graus de liberdade. Esses modelos são obtidos com auxílio da dinâmica de partículas, ou seja, com massas concentradas (Gordon 1991, Alleyne 1993, Thompson 1996). Outros autores utilizam em suas análises modelos mecânicos planos que misturam corpos rígidos e partículas (Yoshimura 1993), levando em consideração as não linearidades provenientes da rigidez dos pneus (Ray 1995) ou das forças amortecedoras (Moran 1993). A grande vantagem de se trabalhar com esses modelos mecânicos simplificados e/ou reduzidos (Lohmann 1993) reside na facilidade de se projetar um sistema de controle ótimo para estas suspensões (Tobata 1993). Recentemente alguns autores vem se preocupando com uma modelagem matemática mais completa, realista e consistente para o veículo, levando-se em consideração seus movimentos espaciais e a interação com as suspensões ativas e semi-ativas (Crolla 1991, Esmailzadeh 1997). No entanto, existe uma lacuna no que diz respeito às

forças dinâmicas de reação em suspensões ativas. A inclusão destas reações dinâmicas na modelagem matemática viabiliza, por exemplo a elaboração de sistemas de controle utilizando extensômetros para a construção da malha de realimentação. Neste contexto o trabalho em questão apresenta o levantamento das equações não lineares de movimento para um quarto de suspensão considerando os vínculos cinemáticos da mesma e as forças de atrito lateral entre o pneu e a via. O acoplamento das equações de movimento do mecanismo de quatro barras (suspensão independente), do amortecedor ativo e da servoválvula é mostrado com detalhes. Com auxílio dos princípios postulados por Newton e Euler e das relações não lineares entre pressão e vazão, chega-se a um sistema de 33 equações, o qual permite a realimentação de sinais de deslocamento, velocidade, aceleração e força.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

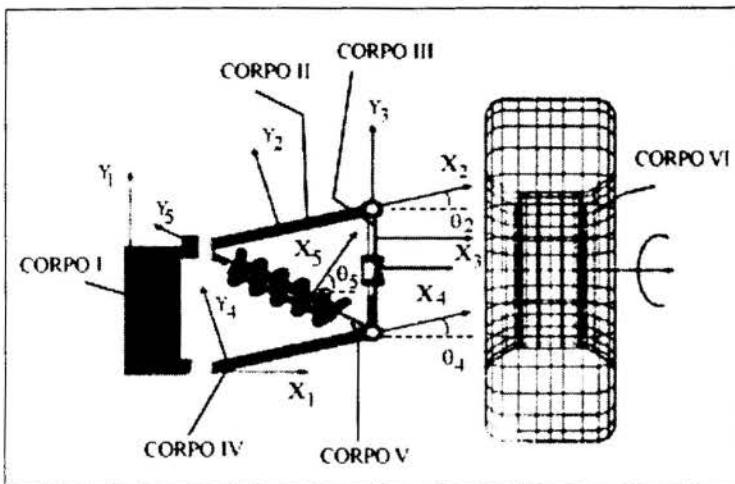


Figura 1 - Sistemas de Referência

Resume-se a seguir as etapas para se obter as equações de movimento para um sistema mecânico composto por N corpos rígidos:

(a) Definição de sistemas de referência inercial I e móveis B_1, B_2, \dots, B_N , sendo os sistemas móveis sempre solidários aos corpos 1, 2 ... N . Caso o sistema mecânico seja composto por N corpos, N sistemas móveis de referência são utilizados, ou seja, $X - Y - Z, X_1 - Y_1 - Z_1, X_2 - Y_2 - Z_2, \dots, X_N - Y_N - Z_N$.

Para os sistemas de referência definem-se os seus respectivos versores $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}), (\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1, \mathbf{k}_1), \dots, (\mathbf{i}_N, \mathbf{j}_N, \mathbf{k}_N)$. No caso da suspensão independente, define-se uma base inercial fixa e mais 5 bases móveis solidárias a cada um dos corpos do sistema.

(b) Definição das matrizes de transformação de coordenadas dos sistemas móveis para o inercial \mathbf{T}_i e vice-versa \mathbf{T}_i^T , com $(i = 1, 2, \dots, N)$ - A primeira matriz \mathbf{T}_{θ_1} é a que realiza a transformação da base inercial para a base móvel B_1 . Como não ocorre rotação da base móvel mas somente translação, a base B_1 é paralela e portanto a matriz de transformação de coordenadas é \mathbf{I} . As demais matrizes realizam a transformação da base inercial para as bases móveis. Pelas características geométricas do sistema, todas elas realizam uma rotação em torno do eixo Z e portanto são descritas da seguinte forma:

$$\mathbf{T}_{\theta_n} = \begin{bmatrix} \cos\theta_n & \sin\theta_n & 0 \\ -\sin\theta_n & \cos\theta_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow {}_{B_n}\mathbf{s} = \mathbf{T}_{\theta_n} \cdot {}_I\mathbf{s} ; \quad n = 2, 3, 4, 5$$

onde ${}_{B_n}\mathbf{s}$ é um vetor genérico descrito na base móvel B_n ; ${}_I\mathbf{s}$ é o mesmo vetor, descrito na base inercial e \mathbf{T}_{θ_n} é a matriz de transformação de coordenadas de um sistema para o outro.

(c) Determinação dos vetores de posição e das equações de vínculo - Depois de definidas as bases e suas matrizes de transformação de coordenadas, é necessário obter os vetores de posição e as equações de vínculo. Essas são equações genéricas que permitem conhecer a todo instante os ângulos $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$, o deslocamento lateral da roda s e a deflexão da mola r_{EF} , em função do perfil da pista dado h e do movimento vertical da massa do veículo y . As equações vetoriais fechadas representam as equações de vínculo do sistema em questão:

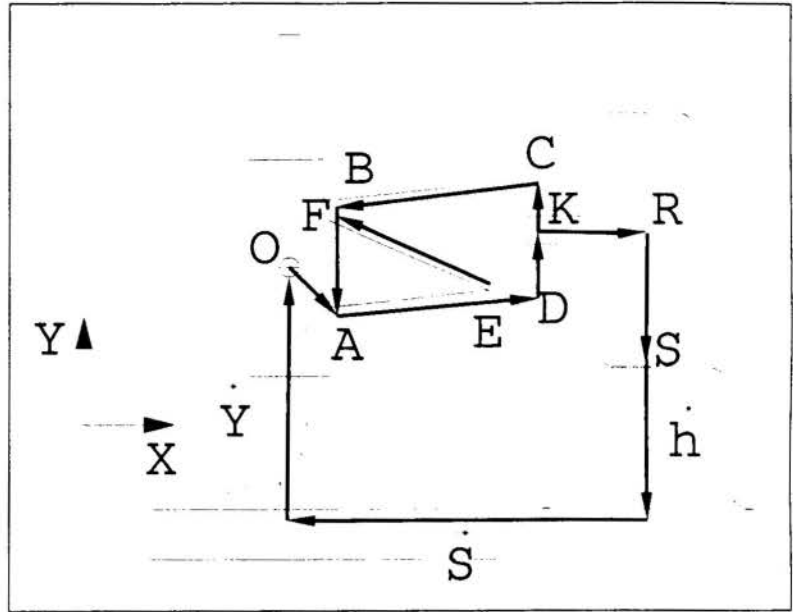


Figura 2 - Equações de Vínculo.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{I} \cdot {}_{B1} \mathbf{r}_{OA} + \mathbf{T}_{\theta_4}^T \cdot {}_{B4} \mathbf{r}_{AD} + \mathbf{T}_{\theta_3}^T \cdot {}_{B3} \mathbf{r}_{DK} + \mathbf{T}_{\theta_3}^T \cdot {}_{B3} \mathbf{r}_{KR} + \mathbf{T}_{\theta_3}^T \cdot {}_{B3} \mathbf{r}_{RS} + {}_I \mathbf{h} + {}_I \mathbf{s} + {}_I \mathbf{y} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{\theta_4}^T \cdot {}_{B4} \mathbf{r}_{AD} + \mathbf{T}_{\theta_3}^T \cdot {}_{B3} \mathbf{r}_{DC} + \mathbf{T}_{\theta_2}^T \cdot {}_{B2} \mathbf{r}_{CB} + \mathbf{I}_{B1} \cdot \mathbf{r}_{BA} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_{\theta_4}^T \cdot {}_{B4} \mathbf{r}_{AE} + \mathbf{T}_{\theta_5}^T \cdot {}_{B5} \mathbf{r}_{EF} + \mathbf{I}_{B1} \cdot \mathbf{r}_{FA} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

onde ${}_{B1} \mathbf{r}_{OA} = \{r_{OA_x} - r_{OA_y} 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto O e término no ponto A descrito na base móvel $B1$, ${}_{B4} \mathbf{r}_{AD} = \{l_4 0 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto A e término no ponto D descrito na base móvel $B4$, ${}_{B3} \mathbf{r}_{DK} = \{0 r_{DK} 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto D e término no ponto K descrito na base móvel $B3$, ${}_{B3} \mathbf{r}_{KR} = \{r_{KR} 0 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto K e término no ponto R descrito na base móvel $B3$, ${}_{B3} \mathbf{r}_{RS} = \{0 - r_{RS} 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto R e término no ponto S descrito na base móvel $B3$, ${}_I \mathbf{h} = \{0 - h 0\}^T$ é o vetor que descreve o perfil da pista descrito na base inercial, ${}_I \mathbf{s} = \{-s 0 0\}^T$ é o vetor de deslocamento lateral da roda descrito na base inercial, ${}_I \mathbf{y} = \{0 y 0\}^T$ é o vetor posição do centro de massa da massa principal descrito na base inercial, ${}_{B3} \mathbf{r}_{DC} = \{0 l_3 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto D e término no ponto C descrito na base móvel $B3$; ${}_{B2} \mathbf{r}_{CB} = \{-l_2 0 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto C e término no ponto B descrito na base móvel $B2$, ${}_{B1} \mathbf{r}_{BA} = \{0 - l_1 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto B e término no ponto A descrito na base móvel $B1$, ${}_{B4} \mathbf{r}_{AE} = \{r_{AE} 0 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto A e término no ponto E descrito na base móvel $B4$, ${}_{B5} \mathbf{r}_{EF} = \{0 r_{EF} 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto E e término no ponto F descrito na base móvel $B5$, ${}_{B1} \mathbf{r}_{FA} = \{0 - r_{FA} 0\}^T$ é o vetor com origem no ponto F e término no ponto A descrito na base móvel $B1$.

Como o sistema de equações 1 é não-linear, faz-se necessário resolvê-lo pelo método numérico de Newton-Raphson.

(d) Cálculo dos vetores de velocidade linear e angular absoluta dos corpos - Derivando-

se a eq.(1) e reescrevendo-a de forma matricial, tem-se

$$\mathbf{A}_1(t) \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{b}_1(t) \quad (2)$$

onde $\dot{\mathbf{x}}(t) = \{\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5, \dot{s}, \dot{r}_{EF}\}^T$

As velocidades angulares $\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4, \dot{\theta}_5$ e lineares \dot{s} e \dot{r}_{EF} ficam então definidas em função do perfil da pista h e da velocidade de veículo e dos movimentos vibratórios da massa principal \dot{y} .

(e) Cálculo dos vetores de aceleração linear e angular absoluta dos corpos - Derivando-se a eq.(2), chega-se às acelerações $\ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_4, \ddot{\theta}_5, \ddot{s}$ e \ddot{r}_{EF} :

$$\mathbf{A}_1(t) \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{b}}_1(t) - \dot{\mathbf{A}}_1(t) \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) \quad (3)$$

O passo seguinte é a determinação das acelerações lineares absolutas do centro de massa de cada um dos corpos que compoem o sistema. A aceleração linear absoluta do centro de massa(*) de um corpo é dada segundo a seguinte expressão :

$${}_{Bn} \mathbf{a}_n^* = {}_{Bn} \mathbf{a}_{On} + {}_{Bn} \boldsymbol{\Omega}_n \times {}_{Bn} \boldsymbol{\Omega}_n \times {}_{Bn} \mathbf{r}_n^* + {}_{Bn} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_n \times {}_{Bn} \mathbf{r}_n^* + 2 \cdot {}_{Bn} \boldsymbol{\Omega}_n \times \frac{d}{dt}({}_{Bn} \mathbf{r}_n^*) + \frac{d^2}{dt^2}({}_{Bn} \mathbf{r}_n^*) \quad (4)$$

com $n = 1, 2, 3, 4, 5$

(f) O DCL para o sistema em questão é mostrado na Fig.(3). Para cada corpo tem-se a disposição 6 equações, 3 provenientes do equilíbrio de forças e 3 do equilíbrio de momentos. Sendo assim tem-se um total de 30 equações, das quais uma é equação de movimento \ddot{y} da massa principal na direção y e 29 são reações dinâmicas, a saber: $G_x, G_z, M_{Gx}, M_{Gy}, M_{Gz}, A_x, A_y, A_z, B_x, B_y, B_z, A'_x, A'_y, B'_x, B'_y, C_x, C_y, C_z, M_{Cy}, D_x, D_z, R_x, R_y, R_z, M_{Ry}, M_{Rz}, N, F_z, e T$.

(g) As forças de mola e de amortecimento, são descritas na base $B5$, portanto sabe-se a todo instante sua direção através da matriz de transformação de coordenadas. Suas intensidades são dadas por: ${}_{B5} \mathbf{F}_M = k \cdot ({}_{B5} \mathbf{r}_{EF} - {}_{B5} \mathbf{r}_{EF0})$ e ${}_{B5} \mathbf{F}_A = d \cdot {}_{B5} \dot{\mathbf{r}}_{EF}$, onde os vetores ${}_{B5} \mathbf{r}_{EF}$ e ${}_{B5} \dot{\mathbf{r}}_{EF}$ são obtidos através das equações de vínculo e sua derivada primeira.

(h) Cálculo das equações diferenciais de movimento e das reações dinâmicas pelo Método de Newton-Euler (corpos rígidos) - Utilizando-se a equação de Newton para cada um dos 5 corpos que compõem o sistema em estudo:

$$\sum_{n=1}^5 {}_{Bn} \mathbf{F} = m \cdot {}_{Bn} \mathbf{a}_n^* \quad (5)$$

e a equação de Euler descrita no sistema móvel Bn ($n = 1, \dots, 5$), solidário a cada um dos 5 corpos tem-se:

$$\sum_{n=1}^5 {}_{Bn} \mathbf{M}_{On} = {}_{Bn} \mathbf{I}_{On} \cdot \frac{d}{dt}({}_{Bn} \boldsymbol{\omega}_n) + {}_{Bn} \boldsymbol{\Omega}_n \times ({}_{Bn} \mathbf{I}_{On} \cdot {}_{Bn} \boldsymbol{\omega}_n) \quad (6)$$

onde On é o centro de massa do n -ésimo corpo.

Dependendo do valor de Q_V as câmaras do amortecedor ativo ficam acopladas com a pressão de trabalho P ou com a pressão do reservatório R (retorno), resultando nas seguintes equações não lineares, onde β_K é o módulo de compressibilidade do óleo; V_{Lo} é o volume de óleo contido na canalização e nas câmaras; ΔP_S é a diferença de pressão na entrada da servoválvula e A_{pistao} é a área do pistão do amortecedor. É importante ressaltar que além de incluir estas novas equações no sistema, é necessário também incluir a força controle proporcionada pela diferença de pressão entre as câmaras do amortecedor, ou $F_A = (P_1 - P_2) \cdot A_{pistao}$.

$$\boxed{Q_V(t) > 0}$$

$$\dot{P}_1(t) = \frac{\beta_K}{V_{Lo}} \cdot \left[Q_V(t) \cdot \sqrt{\frac{P - P_1(t)}{\Delta P_S}} - A_{pistao} \cdot \dot{x}_{EF}(t) \right]$$

$$\dot{P}_2(t) = \frac{\beta_K}{V_{Lo}} \cdot \left[-Q_V(t) \cdot \sqrt{\frac{P_2(t) - R}{\Delta P_S}} + A_{pistao} \cdot \dot{x}_{EF}(t) \right]$$
(9)

$$\boxed{Q_V(t) < 0}$$

$$\dot{P}_1(t) = \frac{\beta_K}{V_{Lo}} \cdot \left[Q_V(t) \cdot \sqrt{\frac{P_1(t) - R}{\Delta P_S}} - A_{pistao} \cdot \dot{x}_{EF}(t) \right]$$

$$\dot{P}_2(t) = \frac{\beta_K}{V_{Lo}} \cdot \left[-Q_V(t) \cdot \sqrt{\frac{P - P_2(t)}{\Delta P_S}} + A_{pistao} \cdot \dot{x}_{EF}(t) \right]$$

(j) Definição da malha de realimentação de controle – Com o modelo global pode-se fazer o controle da suspensão através do sinal elétrico que atua na entrada da servoválvula. Esse sinal pode ser feito proporcional ao deslocamento, à velocidade, à aceleração ou até mesmo a alguma reação dinâmica que se deseja minimizar:

$$U_V(t) = G_1 \cdot y(t) + G_2 \cdot \dot{y}(t) + G_3 \cdot \ddot{y}(t)$$
(10)

3. RESULTADOS TEÓRICOS

A Fig.(5) ilustra o comportamento da suspensão operando na sua forma passiva quando uma condição de deslocamento inicial não nula na massa do veículo é dada. No caso (a) o atrito lateral entre a roda e a pista é de $\mu = 0.02$ e no caso (b) é desprezível. Em ambos os casos, a suspensão tende para a sua posição de equilíbrio, no caso (a) quase sem oscilações e no caso (b) oscilando e amortecendo. No caso (a) quase toda energia é dissipada no atrito seco entre a roda e a pista.

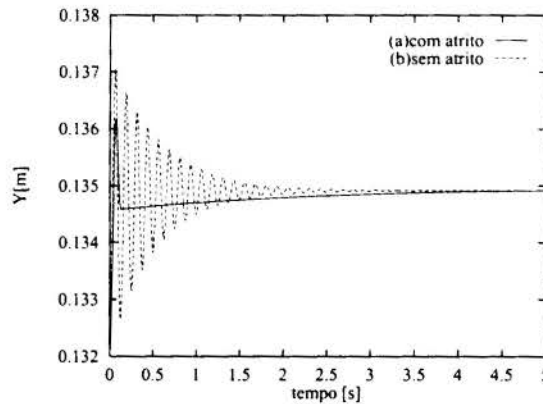


Figura 5 – (a) Gráfico da posição do centro de massa do corpo I (y) em função do tempo com atrito (b) Gráfico da posição do centro de massa do corpo I (y) em função do tempo sem atrito.

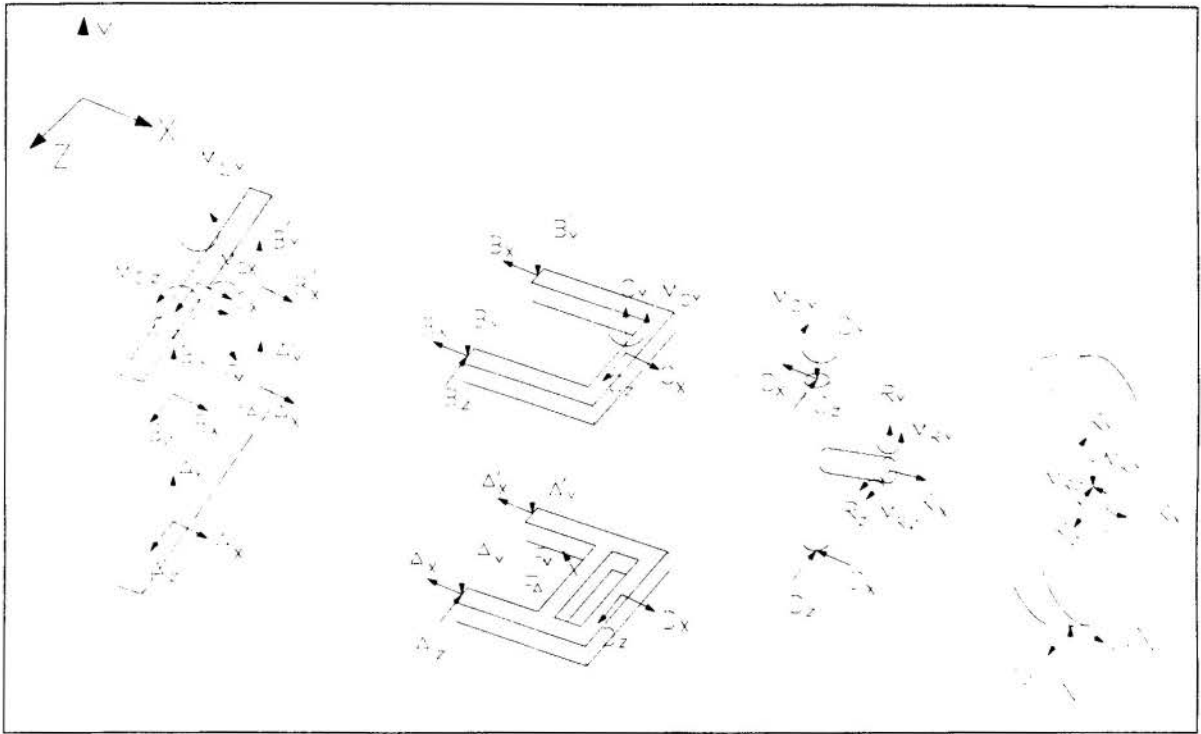


Figura 3 – Diagrama de corpo livre do sistema.

Deste modo, chega-se a 30 equações que agrupadas de forma matricial resulta em:

$$\mathbf{A}_2(t) \cdot \mathbf{p}(t) = \mathbf{b}_2(t)$$

onde $\mathbf{A}_2(t)$ é uma matriz 30×30 , $\mathbf{b}(t)$ é um vetor 30×1 e $\mathbf{p}_{30 \times 1}(t) = \{\ddot{y} \ G_x \ G_z \ M_{G_x} \ M_{G_y} \ M_{G_z} \ A_x \ A_y \ A_z \ B_x \ B_y \ B_z \ A'_x \ A'_y \ B'_x \ B'_y \ C_x \ C_y \ C_z \ M_{C_y} \ D_x \ D_z \ R_x \ R_y \ R_z \ M_{R_y} \ M_{R_z} \ N \ F_z \ T\}^T$. Acoplando-se as equações de vínculo com as equações de equilíbrio dinâmico chega-se a

$$\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{A}_2 \ 30 \times 30(t) & \mathbf{A}_{12} \ 30 \times 6(t) \\ \hline \mathbf{A}_{21} \ 6 \times 30(t) & \mathbf{A}_1 \ 6 \times 6(t) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{p}(t) \\ \ddot{\mathbf{x}}(t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{b}_2^*(t) \\ \mathbf{b}_1^*(t) - \dot{\mathbf{A}}_1(t) \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) \end{array} \right\} \quad (7)$$

A eq.(7) representa o comportamento dinâmico do sistema na sua forma passiva.

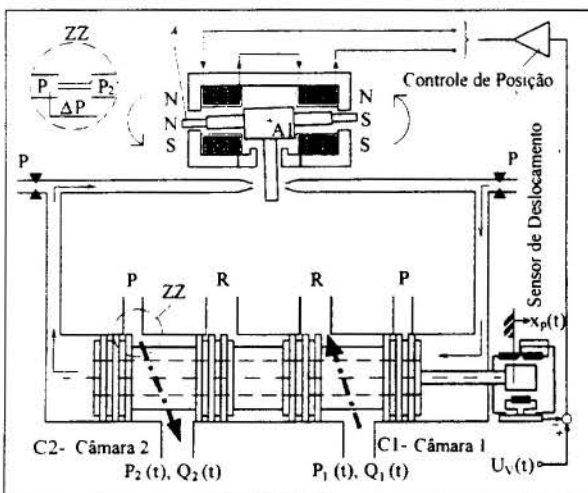


Figura 4 – Desenho esquemático de uma servoválvula.

(i) Inclusão da dinâmica dos atuadores – Para poder representar o sistema completo, ou seja, com o sistema de controle acoplado é necessário incluir as equações da servoválvula. Modelando a servoválvula, chega-se a mais três equações cujas incógnitas são a vazão de óleo $Q_V(t)$ na servoválvula e as pressões $P_1(t)$ e $P_2(t)$ nas câmaras do amortecedor ativo. A eq.(8) descreve a dinâmica das servoválvulas em função da vazão de óleo através da servoválvula Q_V , o coeficiente de amortecimento da mesma ξ_V , da sua frequência natural ω_V , da constante de proporcionalidade K_V e do sinal de controle U_V :

$$\ddot{Q}_V(t) = -2 \cdot \xi_V \omega_V \cdot \dot{Q}_V(t) - \omega_V^2 \cdot Q_V(t) + \omega_V^2 \cdot K_V \cdot U_V(t) \quad (8)$$

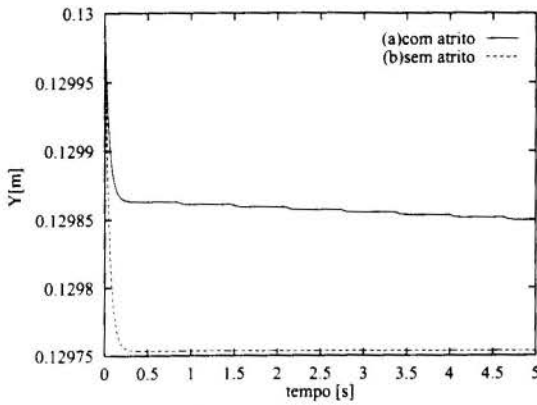


Figura 6 – (a) Gráfico da posição do centro de massa do corpo I (y) em função do tempo com atrito e com controle (b) Gráfico da posição do centro de massa do corpo I (y) em função do tempo com controle e sem atrito.

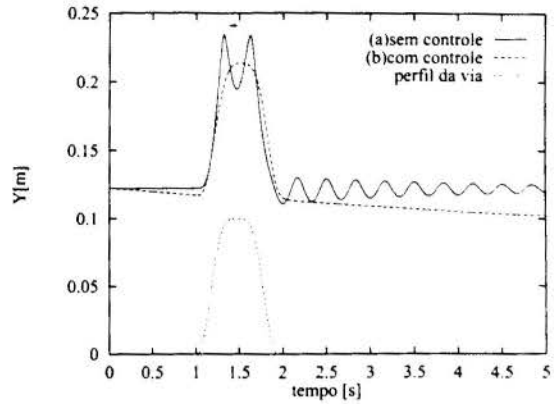


Figura 7 – (a) Gráfico da posição do centro de massa do corpo I (y) em função do tempo sem controle (b) Gráfico da posição do centro de massa do corpo I (y) em função do tempo com controle.

A Fig.(6) ilustra o comportamento da suspensão operando na sua forma ativa, quando a malha de realimentação é projetada com os seguintes ganhos: $G_1 = 0$ [V/m], $G_2 = -0.99$ [V/(m/s)], $G_3 = -0.99$ [V/(m/s²)]. Observa-se no caso (b), onde o atrito entre a roda e a via é desprezível, que a suspensão torna-se mais flexível, pois o novo ponto de equilíbrio acontece a 0.12975 e sem controle em 0.135 (vide Fig.(6)(b)).

Além disto com o sistema de controle aumenta-se artificialmente o nível de amortecimento do conjunto. Isto pode ser visto claramente ao se comparar as fig.(5)(b) e fig.(6)(b). Após 0.5 segundos a massa do veículo já atingiu sua posição de equilíbrio sem oscilações transientes, quando com controle. Analisando-se agora a fig.(6)(a), onde o atrito seco entre o pneu e a via é considerado, observa-se que a massa demora muito mais tempo para voltar a posição de equilíbrio. Além disto ocorre a presença de oscilações com pequenas amplitudes decorrentes das mudanças de sentido da força de atrito, as quais influenciam os sinais de aceleração realimentados.

A Fig.(7) ilustra o comportamento da massa principal quando a roda interage com uma lombada, com a suspensão operando na forma passiva (a) e na forma ativa (b). Com os ganhos mencionados anteriormente acrescido de $G_1 = -0.99$ [V/m], reduz-se ligeiramente o pico máximo de deslocamento da massa e elimina-se as oscilações após a passagem pela lombada.

4. CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS

Quando os sinais de aceleração vertical do veículo são utilizados para construir a malha de realimentação do sistema de controle, é fundamental a inclusão do atrito seco na modelagem, pois, grandes alterações na resposta do sistema são verificadas. A inclusão deste atrito é viabilizada através do formalismo apresentado. Além disto o mesmo permite que a estrutura do sistema de controle possa ser realizada com sinais de força e extensômetros. Em etapas futuras da pesquisa os fenômenos de *stick-slip* sobre o sistema de controle deverão ser investigados. Além disto, testes experimentais com uma bancada de testes em fase final de construção deverão validar a modelagem matemática apresentada.

5. BIBLIOGRAFIA

- ALLEYNE, A., HENDRICK, J. K., Nonlinear Adaptive Control of Active Suspensions, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol.3, n.1, p.94-101, 1995.
- ALLEYNE, A., NEUHAUS, P. D., HEDRICK, J. K., Application of Nonlinear Control Theory to Electronically Controlled Suspensions, Vehicle System Dynamics, vol.22, n.5-6, p.309-320, 1993.
- CROLLA, D. A., ABDEL-HADY, M. B. A., Semi-Active Suspension Control for a Full Vehicle Model, SAE (Society of Automotive Engineers) Transactions, vol.100, sec.6, p.1660-1666, 1991.
- DUNWOODY, A. B., Digital Active Suspension, SAE (Society of Automotive Engineers) Transactions, vol.100, sec.6, p.1649-1659, 1991.
- ESMAILZADEH, E., FAHIMI, F., Optimal Adaptive Active Suspensions for o Full Car Model, Vehicle System Dynamics, vol.27, n.2, p.89-107, 1997.
- GORDON, T. J., MARSH, C., MILSTED, M. G., A Comparison of Adaptive LQG and Nonlinear Controllers for Vehicle Suspension Systems, Vehicle System Dynamics, vol.20, n.6, p.321-340, 1991.
- LOHMANN, B., Application of Model Order Reduction to a Hydropneumatic Vehicle Suspension, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol.3, n.1, p.102-109, 1995.
- MORAN, A., NAGAI, M., Optimal Preview Control of Rear Suspension Using Nonlinear Neural Networks, Vehicle System Dynamics, vol.22, n.5-6, p.321-334, 1993.
- RAJAMANI, R., HENDRICK, J. K., Adaptive Observers for Active Automotive Suspensions: Theory and Experiment, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol.3, n.1, p.86-93, 1995.
- RAY, L. R., Nonlinear State and Tire Force Estimation for Advanced Vehicle Control, IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol.3, n.1, 117-124, 1995.
- THOMPSON, A. G., CHAPLIN, P. M., Force Control in Electrohydraulic Active Suspensions, Vehicle Systems Dynamics, vol.25, n.3, p.185-202, 1996.
- TOBATA, H., FUKUYAMA, K., KIMURA, T., FUKUSHIMA, N., Advanced Control Methods of Active Suspensions, Vehicle System Dynamics, vol.22, n.5-6, p.347-358, 1993.
- YAMAMOTO, M., Active Control Strategy for Improved Handling and Stability, SAE (Society of Automotive Engineers) Transactions, vol.100, sec.6, p.1638-1648, 1991.
- YOSHIMURA, T., EDOKORO, K., ANANTHANARAYANA, N., An Active Suspension Model for Rail/Vehicle Systems with Preview and Stochastic Optimal Control, Journal of Sound and Vibration, vol.166, n.3, p.507-519, 1993.



PAPER CODE: COB454

**PLATAFORMA ORBITAL RECUPERÁVEL PARA
EXPERIMENTAÇÃO EM AMBIENTE DE MICROGRAVIDADE**
*RECOVERABLE ORBITAL PLATFORM FOR
EXPERIMENTS IN MICRO-GRAVITY ENVIRONMENT*

PAULO MORAES JR.

*Divisão de Sistemas Espaciais, Instituto de Aeronáutica e Espaço/Centro Técnico Aeroespacial
12228-904 São José dos Campos-SP, Brasil*

HANS-ULRICH PILCHOWSKI

*Divisão de Mecânica Espacial e Controle, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
CP 515, 12201-970 São José dos Campos-SP, Brasil*

Abstract

To perform experiments in a microgravity environment, a recoverable orbital system is proposed. The system comprises a capsule shaped orbital platform, which after satelization will remain in orbit until the experiments are carried out, being later returned to Earth and recovered at ground.. The proposed system concerns an affordable alternative when compared with usual systems, which are quiet expensive if experiment duration and capability are considered. The system under study is based on a return-on-request concept, innovative for users of small scientific and technological experiments. It is expected that a such system would offer a better opportunity to scientific and academic laboratories in performing low cost microgravity experiments. It also seems to be realistic for the purposes and technological domain of the participating institutions, CTA/IAE and INPE. The present paper summarizes and discusses the specification, concept and preliminary design of the system.

Keywords

plataforma orbital, plataforma recuperável, microgravidade
orbital platform, recoverable platform, micro-gravity

1. INTRODUÇÃO

Para a realização de experimentos em ambiente de microgravidade vem sendo utilizados os mais diferentes meios:

- torres de queda livre,
- aeronaves em vôo parabólico,
- foguetes de sondagem,
- plataformas espaciais.

Em função dos custos e do tempo necessário para realização dos experimentos, cada um destes meios encontra sua aplicação. Torres de queda livre permitem experimentos com duração em torno de alguns segundos, aeronaves em vôo parabólico até 30 s, foguetes de sondagem entre 5 e 15 min, enquanto que as plataformas espaciais (MIR e similares), praticamente não tem limites.

Os custos dos experimentos variam desde US\$ 10,000 por cada quilograma e cada hora de experimento, até US\$ 10, dependendo da plataforma utilizada. As condições de microgravidade também podem variar, no entanto são bastante similares para os sistemas acima citados. Portanto, cada experimento, em princípio, encontrará seu meio mais adequado, dependendo da duração necessária para execução do mesmo e dos recursos existentes para sua realização.

Experimentos científicos, em geral de interesse de laboratórios de universidades ou institutos de pesquisa, não tem sido em geral bem atendidos, visto que estes laboratórios não dispõem de recursos suficientes para financiar seus experimentos, de pequena a média duração, em plataformas espaciais. E são estes laboratórios, existentes em grande quantidade, que passam a representar uma demanda crescente de utilização de um sistema, acessível em termos de custo e atraente em termos de duração e facilidade de utilização. O que de uma outra forma também restringe a utilização de plataformas de grande porte para realização de pequenos experimentos, é que, uma vez transportados às estações, aguarda-se semanas ou até meses, até que uma segunda espaçonave traga os resultados dos experimentos à estação em terra. Como consequência disso, os materiais processados nos experimentos tem que ser guardados e mantidos no espaço, até que os mesmos sejam transportados à Terra. Para alguns experimentos estes períodos são longos, e as suas oportunidades de realização deixam de ser atraentes.

O sistema proposto e em estudo, e apresentado no presente artigo, representa uma alternativa de concepção do tipo *return-on-request*, inovadora e realista, para os usuários de experimentos científicos e tecnológicos de pequeno porte, e para os propósitos e domínio tecnológico das instituições participantes, Centro Técnico Aeroespacial (CTA)/Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) e Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE).

O presente artigo resume as atividades desenvolvidas em um estudo de viabilidade técnica, o qual tinha por objetivo maior, coletar informações sobre as diversas tecnologias e conhecimentos envolvidos. Para tanto foram formadas equipes no CTA/IAE e no INPE, as quais realizaram pesquisas bibliográficas, fizeram simulações, estudaram concepções, com o objetivo de identificar essas tecnologias e conhecimentos.

2. ESPECIFICAÇÃO DO SISTEMA

A concepção preliminar do sistema proposto é definida como sendo:

um satélite de pequenas dimensões (micro-satélite), operando em órbita baixa, com capacidade de transportar experimentos científicos ou tecnológicos de pequeno porte, com permanência orbital de até 10 dias, sendo posteriormente conduzido à Terra, recuperado em solo, e reutilizado sem necessidade de retrabalho em sua estrutura básica.

Esta definição preliminar, elaborada inicialmente com o objetivo de nortear as atividades no desenrolar do Anteprojeto, indicava já uma necessidade de estudos e desenvolvimentos em algumas áreas. Exemplificando:

satélite de pequenas dimensões:

satélite de pequena massa que pudesse ser transportado com veículos lançadores de pequeno porte;

operando em órbita baixa:

necessidade de controle de atitude em órbita;

recuperado em solo:

desenvolvimento de sistema de recuperação seguro e preciso;

reutilizado sem necessidade de retrabalho em sua estrutura básica:

especificação e desenvolvimento de materiais de proteção térmica que resistam ao aquecimento severo na fase de reentrada atmosférica do satélite.

MICROSAT - R/R
SARA / Reentrada

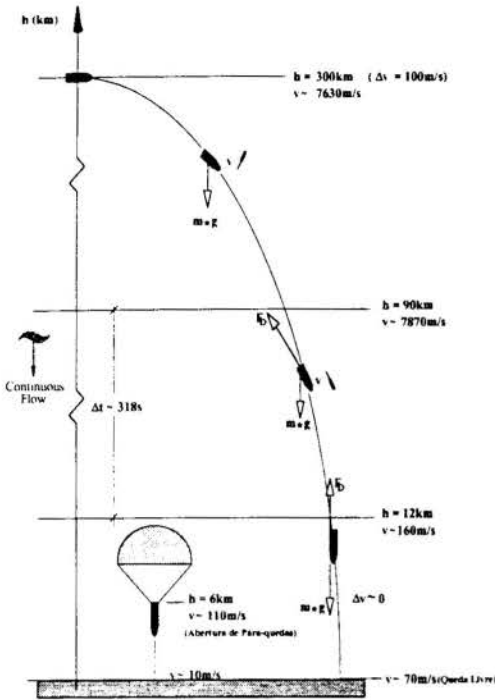


Figura 1 - Reentrada e Recuperação

Preliminarmente a plataforma proposta apresenta os seguintes dados globais:

- .. massa total do satélite: 150 kg
- .. carga útil: 25 kg
- .. órbita: 300 km
- .. subsistemas embarcados:
 - .. telemetria
 - .. escudo térmico,
 - .. controle de atitude,
 - .. módulo de carga útil,
 - .. sistema de recuperação,
 - .. motor de indução de reentrada,
 - .. provimento de energia (bateria).

Considerando que os custos de lançamento e operação do satélite devam ser competitivos, seu tempo de desenvolvimento minimizado e seu custo acessível, fez-se opção primeiramente por utilizar toda tecnologia e meios já existentes no país. Desta forma identificou-se como meio provável de transporte em órbita, o VLM - Veículo Lançador de Microsatélites (Silva et al., 1994) ora em desenvolvimento no CTA/IAE.

3.1 Sistema Lançador

O requisito básico inicial para escolha do sistema veículo lançador é que este seja capaz de colocar 150 kg em uma órbita equatorial de 300 km de altitude. Em seguida, é requerido que o sistema lançador seja de baixo custo e de fácil operacionalidade. Supõe-se portanto, que tanto o VLS - Veículo Lançador de Satélites (Bosco, 1991), como o VLM - Veículo Lançador de Microsatélites, possam ser utilizados para lançamento da plataforma.

A Figura 2, mostra o VLM (Versão 20) em sua configuração preliminar, utilizando a coifa principal do VLS. Trata-se de um veículo de 4 estágios, cujos propulsores dos primeiros estágios encontram-se em processo de qualificação. O propulsor do 4^o estágio (S-33) é um novo desenvolvimento, e pode portanto considerar ainda alterações que venham a melhorar seu desempenho propulsivo.

Conforme a referência (Silva et al., 1994) este veículo deverá ter um custo de aprox. 2,5 milhões de dólares americanos, tornando-se assim bastante atrativo e acessível para lançamento de microsatélites. Também em função da sua configuração simplificada, em relação p.ex. ao VLS, sua infra-estrutura de lançamento poderá ser simplificada, reduzindo desta forma os custos de lançamento. O seu escalonamento e satelitização em baixa altitude, deve permitir seu lançamento do Centro de Lançamento de Alcântara e a utilização das estações de rastreamento já existentes no país.

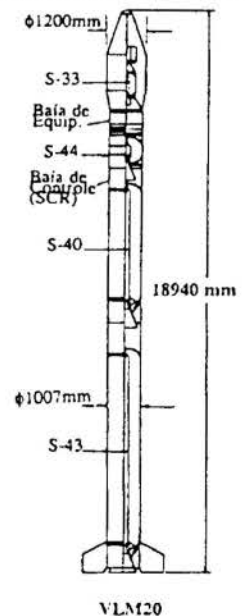


Figura 2 - VLM - 20

3.2 Infra-estrutura de Lançamento

A colocação em órbita da Plataforma poderá ser realizada a partir do Centro de Lançamento de Alcântara, o qual está sendo equipado para lançamentos de veículos lançadores de satélites.

Sua posição geográfica é das mais adequadas para atender os requisitos de orbitalização da plataforma recuperável, principalmente no que diz respeito a órbita equatorial. Assim nenhum investimento seria necessário fazer, a não ser, a disponibilização de uma mesa de lançamento adequada a configuração do VLM-20.

3.3 Infra-estrutura de Recuperação

O sistema da plataforma recuperável prevê sua recuperação em solo, não devendo exigir logística e infra-estrutura sofisticada.

A recuperação dar-se-á através da utilização de um sistema de pára-quadras, não-pilotado, levando o Satélite a um campo de aterrissagem com diâmetro máximo de 25 km. Este local deve ser despovoado ou com baixíssima densidade populacional, apresentar topografia quase plana, sem vegetação alta, e ser de fácil acesso, por terra ou ar.

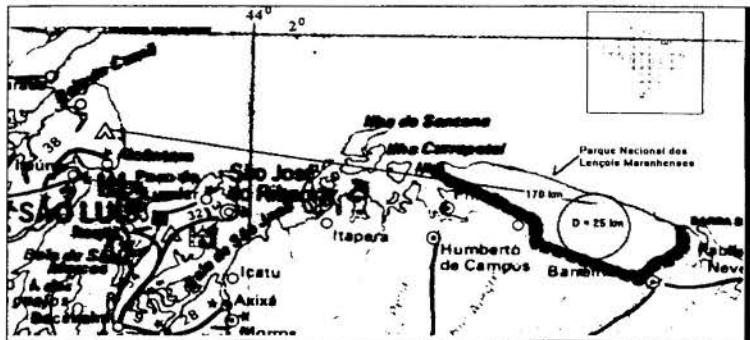


Figure 3 - Região de Aterrissagem do Satélite

A oeste da ilha de São Luís encontra-se uma região litorânea coberta de dunas, com dimensões adequadas para recuperação do Satélite. Esta região é denominada de *Lençóis Maranhenses*, sendo *Barreirinha* sua cidade mais próxima. Uma grande vantagem da utilização desta região para aterrissagem do Satélite é a sua proximidade com o Centro de Lançamento de Alcântara, Figura 3.

3.4 Interface Plataforma - Lançador

Tomando a configuração do VLM-20, veículo inicialmente considerado para transporte do Satélite, foi estabelecida uma concepção externa preliminar para o sistema. Esta é ainda objeto de modificações, principalmente em função de considerações aerodinâmicas e das proteções térmicas.

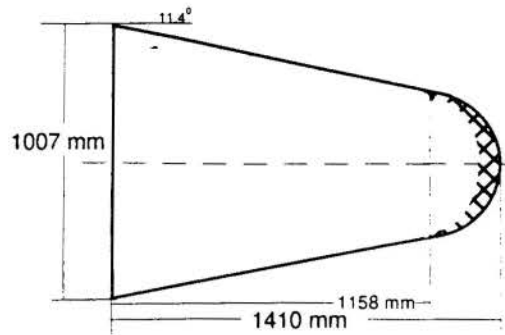
Sem ainda portanto estabelecer definitivamente a forma e as dimensões da coifa (carenagem da carga-útil), a qual na realidade é agora o próprio satélite (plataforma recuperável), foi escolhida a opção SARA 70 para que possam ser feitas as primeiras estimativas de massa, de concepção estrutural e de acomodação dos sistemas embarcados. A notação SARA 70 diz respeito ao arredondamento de 70 % do nariz da coifa.

Considerando uma estrutura similar à da coifa principal do Veículo Lançador de Satélites (VLS), metálica, e aplicando-se um fator de redução de massa, uma vez que uma estrutura em material composto é mais adequada para o sistema em questão, obtém-se um valor de aproximadamente 55 kg para sua estrutura. Deduz-se assim a seguinte distribuição de massa:



- estrutura: 55 kg
- sistema de recuperação: 15 kg
- escudo térmico: 15 kg
- sistema de pilotagem: 15 kg
- motor de reentrada: 15 kg
- baterias: 5 kg
- módulo de carga útil: 5 kg
- carga útil: 25 kg

.... **Total:** 150 kg



Esta no entanto continua sendo uma estimativa inicial, e portanto poderá aumentar ou ser reduzida. Somente no desenrolar de uma fase preliminar de projeto, quando cálculos mais precisos serão realizados, é que ficará estabelecida a massa total do sistema.

4. CONCEPÇÃO DA MISSÃO E DO SISTEMA

Para a concepção de uma missão que efetue experimentos de microgravidade, a primeira fase, fundamentalmente, será a análise de missão, devendo esta atender:

- Objetivos da Missão

Desenvolvimento de Plataforma Orbital Recuperável, de curta permanência em órbita, durante a qual deverão ser realizados experimentos em ambiente de microgravidade. Recondução da plataforma à Terra com recuperação em solo.

- Características da Missão

Lançamento em órbitas baixas, circulares, com vida útil de 10 dias, gerando ambiente de microgravidade (10^{-4} g). Estabelecimento de janelas e corredores de reentrada, frenagem e reentrada na atmosfera, recuperação por pára-quedas em solo.

- Avaliação da Missão

- Requerimentos de Guiagem:

Plataforma estabilizada em três eixos, capacidade de realização de manobras de órbita e de atitude e de manobras de recuperação.

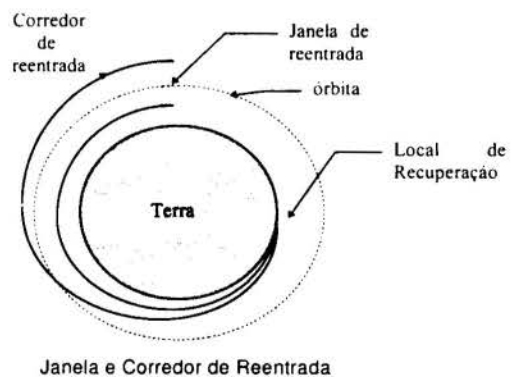
- Análise da Utilidade da Missão:

Identificação, nos meios científicos e na indústria, de usuários, que queiram efetuar experimentos de microgravidade.

- Geometria Espacial da Missão

- Órbita:

Definição da órbita a ser adotada, em função do lançador, da missão, determinação, simulação e propagação da órbita. Estabelecimento de condições "nominais": local de lançamento (Alcântara), tempo de vida útil ($t=10$ dias), excentricidade da órbita ($e = 0,0$), Inclinação da órbita ($i = 15^\circ$), semi-eixo da órbita ($240\text{km} \leq \text{Altitude} \leq 300\text{km}$), ascensão reta do nodo ascendente ($\Omega = 0^\circ$), Argumento do Perigeu (nominal: $M = 340^\circ$).



($\omega = 0^\circ$) e Anomalia Média

- **Atitude:**
Definição da atitude a ser adotada, em função da comunicação, da missão, sua determinação, previsão e propagação.
- **Janela de reentrada:**
Definição da janela de reentrada, em função do local de recuperação e da órbita.
- **Corredor de reentrada:**
Definição do corredor de reentrada, em função da janela de reentrada e do local de recuperação.
- **Trajatória:**
Definição da trajetória de reentrada em função da órbita, da janela e do corredor de reentrada, do local de recuperação, da época e de outros parâmetros impostos pela missão. Portanto, devem ser estabelecidos: altitude de abertura do pára-quedas (nominal: $h = 6$ km), precisão na recuperação (área de raio nominal: $r = 12,5$ km), velocidade máxima de Impacto (nominal: $V_{imp} \leq 6$ m/s).
- **Dinâmica Particular da Missão**
Na dinâmica particular da missão, devem ser considerados: Forças Perturbadoras: Potencial Gravitacional e Forças Aerodinâmicas, Forças de Controle, Forças dos Propulsores de Atitude e Forças do Retro-propulsor e as Equações do Movimento.
- **Definição e Dimensões do Satélite**
A definição e as dimensões do satélite são estabelecidos a partir das seguintes premissas: dimensões, massa e forma (em função do tipo de Lançador), distribuição da Massa (em função da estabilidade aerodinâmica) e finalmente, a potência do Retro-propulsor (em função da massa e da velocidade da plataforma),
- **Configuração e Subsistemas do Satélite**
 - **Estrutura:**
Compreende o projeto, a fabricação, a integração do satélite, a adaptação entre o projeto estrutural do Lançador e o projeto estrutural Satélite, e sua arquitetura eletro-eletrônica.
 - **Arquitetura eletro-eletrônica:**
Compreende a arquitetura eletro-eletrônica do satélite, e a definição de: antenas(s), receptor(es), transmissor(es), transponder(s), cabos, conectores e conversores DC/DC, GPS, etc.
 - **Subsistema escudo térmico:**
Condições ambientais de reentrada: temperatura de 117 a 1800 K; fluxo térmico ≤ 3 MW/m²; carga térmica ≤ 682 MJ/m²; pressão aerodinâmica ≤ 40 kPa; NPS ≤ 166 dB.; materiais de proteção térmica, ablativos e permanentes.
 - **Propulsão:**
O sistema propulsivo de controle de atitude é constituído por dois tanques de gás comprimido e dois propulsores duplos, os quais se encontram no plano horizontal

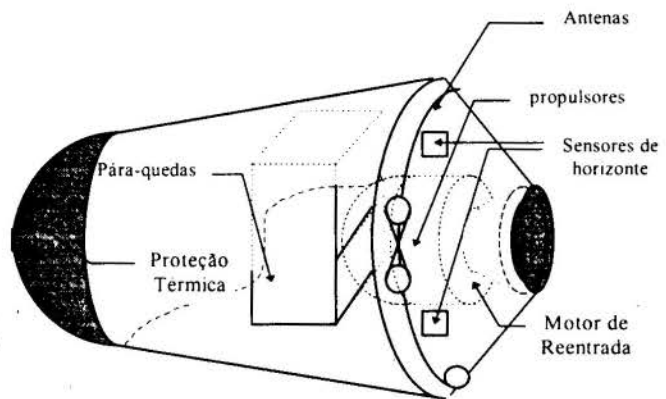


Figura 4 - Plataforma Orbital Recuperável

do centro de massa da plataforma, perfazendo, em cada propulsor duplo, um ângulo de 90° , encontrando-se os dois conjuntos em posições opostas.

- Módulo da carga útil:
Tipo gaveta para encaixar e abrigar a carga útil.
- Carga útil:
Espaço a ser fornecido ao usuário interessado em fazer experimentos de microgravidade, capacidade estipulada em 25 kg.
- Motor de reentrada:
Motor-Foguete com 6 kg de massa de propelente sólido e empuxo de 200 N.
- Recuperação:
Recuperação do satélite por pára-quadras com eletrônica adequada a seu controle.
- Fornecimento de energia:
Uma bateria fornecerá a energia, do princípio ao final da missão, sendo dimensionada para fornecer 130-350 W-h/Kg, tarefa para a qual foi escolhida uma Bateria de Lithium Sulfur Dioxide de 3litros=200x150x100mm com massa de 5 kg.
- Controle:
O *hardware* do sistema de controle compreende 2 Sensores de Horizonte, um Giro e um Magnetômetro em três eixos, para determinação da atitude e um Sistema de Propulsão a jato de gás frio para manter, e ou obter, a atitude desejada.
- Comunicação:
Exige, tanto um sistema de telemetria (TM/TC) quanto um sistema de telecomando, assim necessita-se de um diplexer e duas antenas microstrip, dois receptores e dois transmissores, sendo que este conjunto deverá formar o sistema de telemetria e o transponder simultaneamente, e um GPS.
- Computador de bordo:
O controle exige um microcomputador de Bordo supervisor do sistema e controlador de atitude, tudo interligado por barramentos e interfaces padrão. Além do software, que gerenciará o modelo de controle através do computador de bordo e o da estação de controle.
- Plataforma de aquisição de atitude:
Definida em função dos subsistemas anteriores e do controle. Compreende 2 Sensores de Horizonte, um Giro e um Magnetômetro em três eixos, para determinação da atitude.

4.1 Configuração do Satélite

O Satélite, como descrito anteriormente, é constituído de diversos equipamentos e sistemas embarcados, sendo a distribuição destes no veículo de enorme importância, por questões de estabilidade aerodinâmica, acionamento do motor de impulsão em reentrada, necessidade de manobras, abertura de para-quadras, impacto em solo, etc.

A definição do sistema exige, portanto, que sejam consideradas diversas concepções e configurações, envolvendo conceitos de distribuição dos equipamentos e sub-sistemas embarcados, com objetivo de proporcionar a solução mais adequada.

Um estudo detalhado de concepções e configurações foi feito e é descrito em (Villas Bôas, 1996). Neste trabalho foram estudadas várias configurações, nas quais foi variada a localização dos principais componentes e sub-sistemas embarcados.

As configurações foram analisadas, com respeito a critérios como:

- facilidade de balanceamento e distribuição de equipamentos,
- amortecimento e impacto em solo da plataforma,
- acesso aos equipamentos e componentes,
- retardo e perturbações no acendimento do propulsor de frenagem,
- necessidade de manobra para reentrada, etc.

No quadro a seguir são apresentadas as concepções consideradas mais adequadas, em atendimento aos requisitos anteriormente mencionados:

OPÇÃO / DESCRIÇÃO

<p>7</p> <p>Carga útil dianteira Baterias dianteiras Propulsor traseiro Para-quadras traseiro</p> 	<p>8</p> <p>Carga útil dianteira Baterias dianteiras Propulsores traseiro Para-quadras lateral traseiro</p> 	<p>9</p> <p>Carga útil dianteira Baterias dianteiras Propulsores traseiros laterais Para-quadras traseiro</p> 
---	---	--

DESVANTAGENS

<p>Manobra para reentrada Ejeção do propulsor para abertura do para-quadras</p>	<p>Manobra para reentrada Manobra de abertura do para-quadras Impacto descentrado em solo Balanceamento do para-quadras e componentes eletrônicos</p>	<p>Manobra para reentrada Manobra de abertura do para-quadras Eventual retardo de acendimento</p>
---	---	---

Conclui-se e recomenda-se que a solução a ser adotada esteja entre essas 3 opções, ou derivações delas, sendo que a decisão final deve ser feita em função do estudo de dimensionamento dos propulsores, a ser realizado na próxima fase do projeto.

4.2 Sistema de Recuperação

O Satélite será recuperado em solo com auxílio de um sistema de para-quadras, sistema este designado por SARA - Sistema Auxiliar de Recuperação Aerodinâmica, conforme descrito nas referências (Morgenstern, 1995) e (Moraes, 1997).

A definição do sistema de recuperação exige que sejam consideradas diversas concepções e configurações, envolvendo parâmetros que bem definem a altitude e a velocidade de abertura do para-quadras. Também o tipo de para-quadras a ser utilizado deve ser cuidadosamente analisado, considerando aspectos tais como, peso, materiais e custo. Um estudo detalhado de concepções e configurações foi feito e é descrito em (Koldaev, 1996).

O sistema de para-quadras, figura 5, será aberto à aprox. 6 km de altitude quando a carga útil encontra-se com uma velocidade de aprox. 120 m/s.

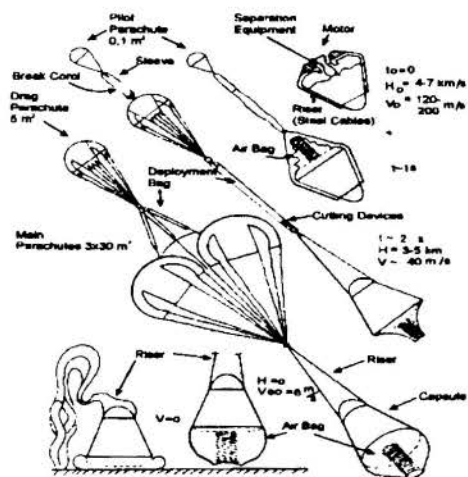


Figura 5 - Sistema de Recuperação

A abertura do para-quadras principal é antecedida pela abertura de um para-quadras piloto e de um de arrasto. Basicamente o sistema de recuperação é constituído por:

- para-quadras piloto,
- para-quadras de arrasto,
- para-quadras principal e
- *air bag*.

O *air bag* tem aqui por função absorver parte da energia de impacto do veículo com o solo. O protótipo do para-quadras será exaustivamente testado em solo e através de lançamentos de aeronaves e balões.

5. CONCLUSÕES

Para a realização de experimentos em ambiente de microgravidade foi apresentada uma proposta de um sistema orbital recuperável. O sistema, constituído de plataforma em forma de cápsula, permanece em órbita pelo tempo necessário para realização de experimentos, sendo em seguida redirecionada à Terra, onde é recuperada em solo.

O sistema proposto representa uma alternativa de concepção do tipo *return-on-request*, inovadora e realista, para os usuários de experimentos científicos e tecnológicos de pequeno porte, e para os propósitos e domínio tecnológico das instituições participantes do projeto.

O presente artigo resumiu e discutiu as atividades desenvolvidas e os resultados obtidos em um estudo de viabilidade técnica, o qual teve por objetivo maior, coletar informações sobre as diversas tecnologias e conhecimentos envolvidos. Conclui-se deste estudo que o desenvolvimento de tal sistema é viável e que parte das tecnologias e conhecimentos envolvidos são já existentes no país, não obstante a necessidade de desenvolvimento de novos materiais de proteção térmica e da tecnologia de recuperação em solo. O artigo também resumiu e apresentou a especificação e a concepção do sistema.

6. REFERÊNCIAS

- Boscov J. & Palmério, A. F., *The Brazilian Satellite Launcher, 42nd Congress of the International Astronautical Federation*, Montreal, Montreal, Canadá, 5-11 Oct 91
- Koldaev, V., *Concepção, Descrição e Dimensionamento Preliminar de um Sistema de Recuperação por Para-quadras*, CTA/IAE, NT-127/ASE-N/96, Nov 1996
- Moraes, P. Jr., *Concepção Preliminar de Plataforma Orbital para Experimentação em Ambiente de Microgravidade*, CTA/IAE, NT-132/ASE-N/95, Mar 1997
- Morgenstern, A. Jr. et al., *Microsat-RR/SARA Relatório de Atividades - Anteprojeto - Fase 1*, CTA/IAE, NT-101/ASE-N/95, Set 1995
- Pilchowski, H.-U., *Relatório PTMREC - Posicionamento e Trajetória de Micro-Satélite Recuperável*, INPE, Ago 1995
- Silva, C. M. R. et al., *Veículos Lançadores para Micro-Satélites, 2^o Simpósio Brasileiro de Tecnologia Aeroespacial*, São José dos Campos-SP, 17-21 Out 1994
- Villas Bôas, D. J., *Estudo de Concepções e Lay-out's para o Sistema SARA*, CTA/IAE, NT-107/ASE-N/96, Abr 1996



PAPER CODE: COB227

DESIGN OF AN AUTONOMOUS VEHICLE FOR DISABLED PEOPLE

MARCELO BECKER & FRANCO GIUSSEPE DEDINI

*Department of Mechanical Design, Faculty of Mechanical Engineering - UNICAMP
CEP 13083-970 Campinas - SP Brazil - e-mails: becker@fem.unicamp.br
dedini@dpm.fem.unicamp.br*

Abstract

The objective of this work is to study the constructive forms more viable to build an autonomous vehicle for disabled people (AVD) for use indoors. This article presents the dynamic models of two different configurations of tricycle AVDs. The first configuration has rear driving wheels and front steering wheel and the second, front driving and steering wheel. We used these configurations because they have a good psychological impact on people and on user's self-image. The equations of motion governing the behavior of vehicle are obtained with the Newton and Euler's equations. Through the dynamic equations, the analyses of dynamic stability and dirigibility for the configurations are made for different kinds of driving and steering. This work shows that with careful design, the tricycle configuration with rear driving and front steering are more stable and dirigible. Considering the results of stability and dirigibility, a fuzzy controller for navigation, obstacle avoidance and velocity control is design. The fuzzy controller was simulated and the results indicate that it is better use the velocity control only on final approach to goal position.

Keywords

Autonomous Vehicle for Disabled, dynamic behavior, fuzzy controller, self-image, comfort.

1. INTRODUCTION

Nowadays, the applications of robotic systems in the various specialties of rehabilitation, while diverse, share a common feature: the technology is there to serve people. The sensory and computational requirements of these robotic systems are more stringent than industrial robots due to the nature of human-machine interaction. The relationship between robots and people is very direct, with technology working along side an individual, feeding and serving drinks to an individual, acting as a smart exercise partner, or giving mobility assistance. Manipulators as a technical assistance for the disabled have been widely studied for a few years (Napper & Seaman, 1989). Recently, many researchers have turned their attention to producing automatic guidance systems that are able to assist users with the navigation of powered wheelchairs (Yoder *et al.*, 1996).

Wakaumi *et al.* (1992) developed an autonomous wheelchair that follows guide tracks that are embedded in the floor, as an AGV (*Automatic Guided Vehicle*) used in the industrial field. The use of guide tracks can resolve factory automation problems, but may be impractical and difficult to implement and maintain due to the variety of complex paths that are required for household or office navigation and the need for an easily reconfigured system. Yoder *et al.*

(1996) used two cameras and drive-wheel rotation information to obtain information about AVD's position and environment. Today, the use of cameras as localization sensors has economic restriction, not because of their actual cost, but because of the computer structure required to treat their information. Bourhis & Pino (1996) used ultrasonic transducers and infrared transmitters/ receivers to estimate the AVD position and model the environment.

The last work, as an AMR (*Autonomous Mobile Robot*), added autonomous mobility for the vehicles but, in all cases a conventional wheelchair configuration (with four wheels) was used. This article studies the dynamic behavior of a tricycle AVD. We used this configuration because it is not a conventional configuration for wheelchairs and this has a psychological influence on the users. Socially, both with children and adults, the tricycle configuration has a good impact and the effect of this, on user's self-image are to make them positive about their abilities.

Autonomous vehicles are usually driven by some guidance systems (energized wire loop, optical sensors, ultrasonic, laser, etc.). Conventional controls are not suitable for navigation in complex and dynamically changing environments where unknown obstacles may be located on a priori planned path (conflict of objectives: go to goal position x obstacle avoidance). To resolve these problems we used a fuzzy logic controller for the navigation and obstacle avoidance based on Baxter & Bumby (1995) previous work.

2. DYNAMIC EQUATIONS

Tricycle vehicles are commonly employed for AGVs, AMRs and passenger transport units. One of the problems associated with these vehicles is their peculiar handling characteristics that make them prone to overturning during ordinary maneuvers. Thanks to automobile industry, research and development in four wheeler dynamics are well established. But, low overturning stability is generally not associated with this configuration. For this reason, automobile research has largely concentrated on developing better steering control, road characteristics and ride comfort. In contrast, three wheeled vehicles have not been researched and developed as extensively (Raman *et al.*, 1995).

But, with proper design, the vehicles' mass center position can be located near to rear axle, and the problems can be minimized. Preliminary results about the influence of mass center position on rollover and lateral stability are shown on Becker & Dedini (1996). This work is based in Chang & Lee (1990) and Raman *et al.* (1995) previous studies about stability of three and four wheeled vehicles, and shows only the equations for vehicles without castor wheels and with non-differential transmission.

The castor wheel can provoke a stability problem on normal turning and obstacle avoidance due the inclined steering column. The inclination on wheel column causes an align-torque and modified the position of mass center. The tire's model used in this work is a linear elastic model based in Huston *et al.* (1982). This model is used because through it is possible to compare the behavior of the configurations for the same input power $P(t)$, acceleration and velocity.

The equations of motion governing the behavior of vehicles are obtained with the Newton and Euler's equations. The following assumptions are made: the configurations are modeled as rigid bodies represented by a triangular plane, the gravity centers are sufficiently low so that the pitch and rolling motion can be neglected, the Air friction is neglected and the vehicles are symmetrical along longitudinal axis.

After these simplifications, the vehicles' motion can be considered as a rigid body motion on a plane surface. Only longitudinal, lateral and yaw motions need to be considered. The motors supplies power to wheels (W_i) and with the rolling friction causes longitudinal forces

(U_i) . The frictional resistance at the wheels is directly proportional to normal reactions (P_i) . Vehicle maneuvering is achieved by turning the steering wheels through the steering input angle $\delta(t)$. While turning, lateral ground forces (S_i) are developed at the wheel road contact points which are perpendicular to the planes of the wheels (W_i) . The lateral forces are functions of the slip angles alone (ψ_i) which are defined as the angles between the plane of the wheels and their actual direction of motion. The mass moment of inertia of the configurations is given by I_z .

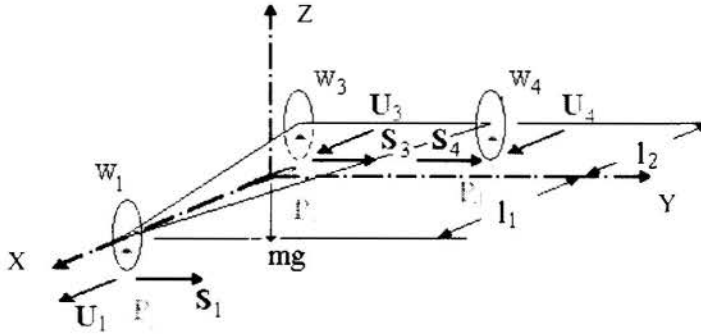


Figure 1 - Free-body diagram of Tricycle AVDs.

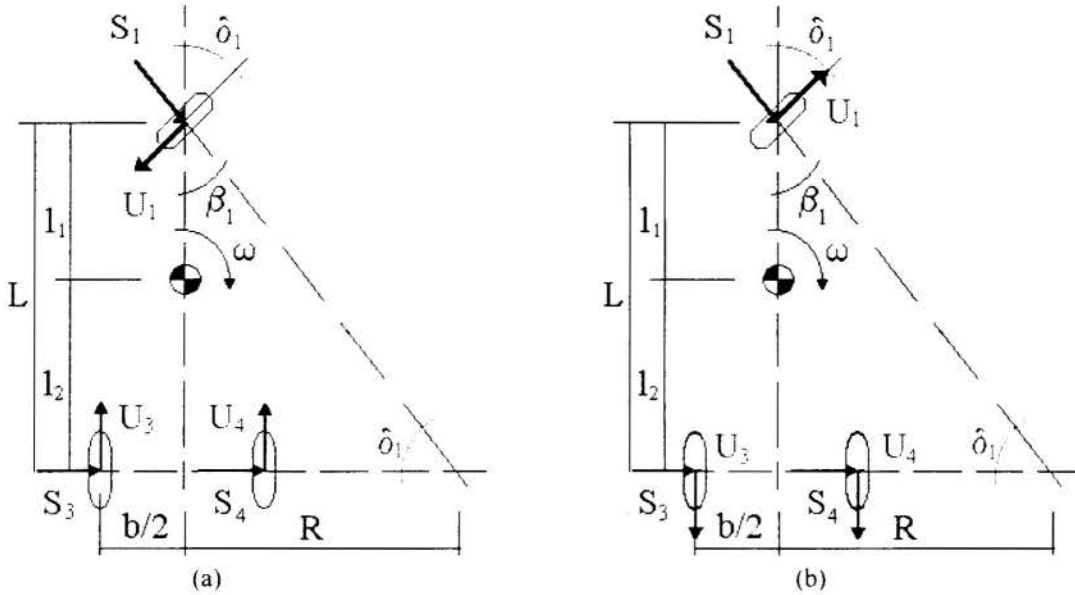


Figure 2 - Free-body diagrams of Tricycle AVDs: (a) rear driving wheels and front steering wheel and (b) front driving and steering wheel.

Through the Newton and Euler's equations, a set of differential equations is obtained for each configuration. The full equations can be found in Becker (1997), we will show here only the final equations. The Newton-Euler's equations, for the AVD configuration with rear driving wheels and front steering wheel (fig. 2 - a), are:

$$\sum F_x = ma_x = m(\dot{V}_x - V_y \omega_z) = U_3 + U_4 - U_1 \cos \delta_1 - S_1 \cos \beta_1 \quad (1)$$

$$\sum F_y = ma_y = m(\dot{V}_y + V_x \omega_z) = S_3 + S_4 + S_1 \sin \beta_1 - U_1 \sin \delta_1 \quad (2)$$

$$\sum M_z = I_z \dot{\omega}_z = \frac{b}{2} (U_3 - U_4) - l_1 U_1 \sin \delta_1 + l_1 S_1 \sin \beta_1 - l_2 (S_3 + S_4) \quad (3)$$

The lateral forces on tires (S_i) are considered directly proportional to slip angles (ψ_i), Raman *et al.* (1995), and the longitudinal forces can be obtained summing rolling friction forces and driving forces. Thus, the dynamic behavior of the vehicle is governed by the follows three second orders, coupled ordinary differential equations:

$$\dot{V}_x = V_y \omega_z - \frac{\mu g}{L} (l_2 \cos \delta_1 + l_1) + \frac{V_x P(t)}{m \left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} - \frac{C_{\psi} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) \quad (4)$$

$$\dot{V}_y = -V_x \omega_z - \frac{2V_x C_{\psi l}}{m} \left(\frac{V_y - l_2 \omega_z}{\left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} \right) - \frac{\mu g l_2}{L} \sin \delta_1 + \frac{C_{\psi} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) \quad (5)$$

$$\dot{\omega}_z = -\frac{\mu m g l_1 l_2}{L I_z} \sin \delta_1 + \frac{\omega_z b^2 P(t)}{4 I_z \left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} + \frac{2V_x l_2 C_{\psi l}}{I_z} \left(\frac{V_y - l_2 \omega_z}{\left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} \right) + \dots \quad (6)$$

$$\frac{C_{\psi} l_1 \sin \beta_1}{I_z} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x + \frac{b}{2} \omega_z} \right)$$

As the same way, for the AVD configuration with front driving and steering wheel (fig. 2 - b), the Newton-Euler's equations are:

$$\sum F_x = m a_x = m (\dot{V}_x - V_y \omega_z) = - (U_3 + U_4) + U_1 \cos \delta_1 - S_1 \cos \beta_1 \quad (7)$$

$$\sum F_y = m a_y = m (\dot{V}_y + V_x \omega_z) = S_3 + S_4 + S_1 \sin \beta_1 + U_1 \sin \delta_1 \quad (8)$$

$$\sum M_z = I_z \dot{\omega}_z = \frac{b}{2} (U_4 - U_3) + l_1 U_1 \sin \delta_1 + l_1 S_1 \sin \beta_1 - l_2 (S_3 + S_4) \quad (9)$$

And the set of differential equations are:

$$\dot{V}_x = V_y \omega_z - \frac{\mu g}{2L} (l_2 \cos \delta_1 + l_1) + \frac{P(t)}{m K_1} \cos \delta_1 - \frac{C_{\psi} \cos \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) \quad (10)$$

$$\dot{V}_y = -V_x \omega_z + \frac{P(t)}{m K_1} \sin \delta_1 - \frac{\mu g l_2}{L} \sin \delta_1 + \frac{C_{\psi} \sin \beta_1}{m} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) - \dots \quad (11)$$

$$\frac{2V_x C_{\psi l}}{m} \left(\frac{V_y - l_2 \omega_z}{\left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} \right)$$

$$\dot{\omega}_z = -\frac{\mu m g l_1 l_2}{L I_z} \text{sen } \delta_1 + \frac{P(t) l_1}{I_z K_1} \text{sen } \delta_1 + \frac{C_{\psi i} l_1 \text{sen } \beta_1}{I_z} \left(\delta_1 - \frac{V_y + l_1 \omega_z}{V_x} \right) + \dots \quad (12)$$

$$\frac{2 V_x l_2 C_{\psi T}}{I_z} \left(\frac{V_y - l_2 \omega_z}{\left(V_x^2 - \frac{b^2}{4} \omega_z^2 \right)} \right)$$

Where: $K_1 = V_x \cos \delta_1 + (V_y + l_1 \omega_z) \text{sen } \delta_1$ and $C_{\psi i}$ is the cornering stiffness of each tire.

As these sets of equations are strongly nonlinear and complicated, the MatLab's function 'ode45' is adopted for the numerical solution procedure. The simulations show the behaviors of the configurations for different maneuvers (see item 4 - Results).

3. FUZZY CONTROLLER

The use of fuzzy logic in control is well documented in literature. Initially the input variables are fuzzified and linked, via a set of linguistic rules, to the fuzzy output during the composition and encoding stages. The fuzzy output is then defuzzified to produce a crisp output value. The development of the fuzzy controller is conveniently divided into two parts: navigation control, and obstacle avoidance control. An important principle is adopted at the outset: the obstacle avoidance structure should always be active but should not affect the normal operation of the AVD unnecessarily. This principle requires that the navigation control and obstacle avoidance be a carefully integrated control structure so as to prevent conflicts between the navigation control and obstacle avoidance control.

In order to prevent stability problems during normal maneuvers, the limits obtained in previous work about mobile robots (Becker & Dedini, 1996) are used to design the fuzzy rule sets and to decide the maximum velocity. A cruiser velocity is used during the path and the fuzzy velocity controller is used only in the final approach. In other words, the controller slows the AVD down only as it approaches the goal position: "IF distance to goal position is SMALL then velocity is SLOW". The controller uses max-min inference and the correlation minimum encoding technique to give a wide range of output values.

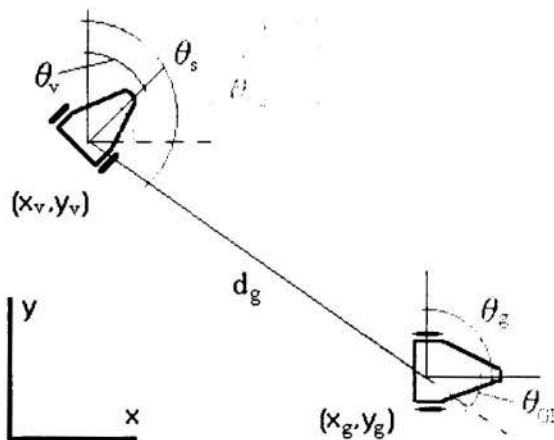


Figure 3 - State variables and global coordinate system.

The following equations derive the values of the state variables from the global coordinates of the AVD and its goal:

$$\theta_s = \arctg\left(\frac{y_f - y_r}{x_f - x_r}\right), \theta_{fe} = \theta_s - \theta_f, \theta_{he} = \theta_r - \theta_s \text{ and } \theta_{oe} = \theta_r - \theta_f \quad (13)$$

The basic navigation controller is responsible for moving the AVD from start position to its goal position defined in terms of (x_f, y_f, θ_f) . To achieve this control, five principles were adopted in the development of the navigation control sets, Baxter & Bumby (1995):

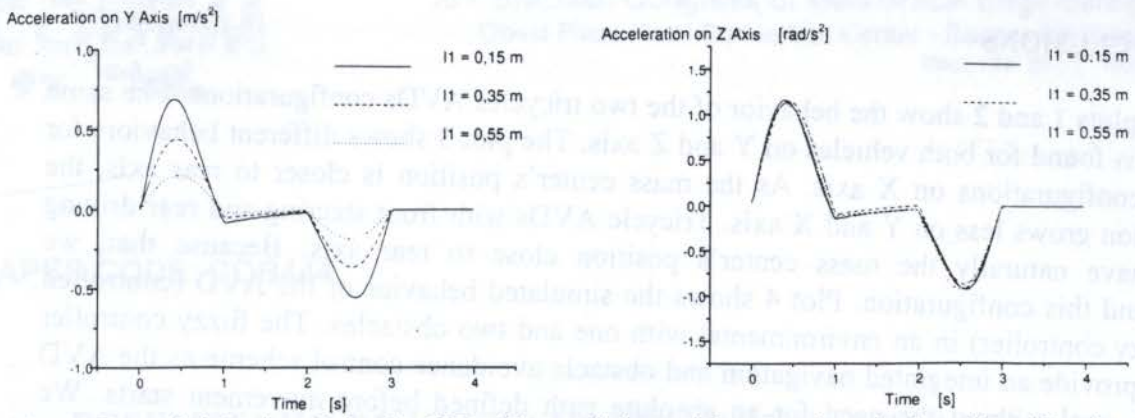
- I. If the AVD is *long way* from the goal position, steer so as to head straight towards it, that is: $\theta_{he} \rightarrow 0$;
- II. If the AVD is a *medium distance* from the goal attempt to move the vehicle to line up behind the goal heading towards it, that is $\theta_{fe} \rightarrow 0$;
- III. If the AVD is a *small distance* from the goal position, try to line up directly with the center-line, that is: $\theta_{he} \text{ e } \theta_{fe} \rightarrow 0$;
- IV. If the AVD is *not orientated to succeed* steer away from the goal for a new approach;
- V. If the AVD is *almost on top of the goal position* try to achieve the demanded final orientation, that is: θ_{oe} or $\theta_{he} + \theta_{fe} \rightarrow 0$.

The obstacle avoidance is added to controller by a set of inhibitive rules of the form: "IF obstacle is AHEAD LEFT then DO NOT steer ZERO, NEGATIVE SMALL, ...". This type of rule set reduces the activation of an output set rather than increasing it, as would be the case if a positive avoidance rule were used, and is generally preferred as it produces a better control action, Baxter & Bumby (1995). The aim of the inhibitive rules is to produce a mask vector that, when multiplied by the fuzzy vector, give an overall output vector. The mask vector contains values indicating how acceptable each possible steering angle set is in view of the proximity of obstacles.

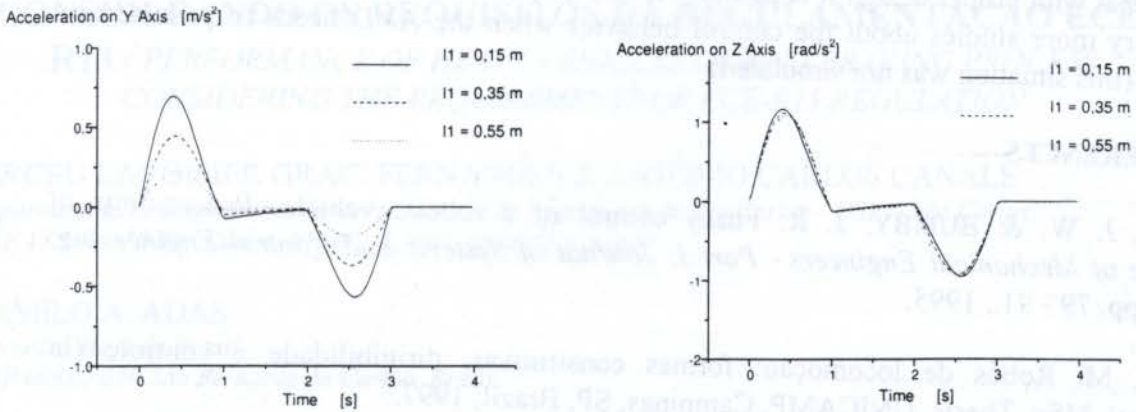
The input sets for the obstacle avoidance controller are linked to particular areas of the certainty grid relative to the vehicle. The area covered by a set is the area that the vehicle would occupy if a particular output set was activated. Each rule links one or more of these input sets to a degree of inhibition of the corresponding output steering angle set which ranges from 0, total inhibition, to 1, no inhibition. Sets covering areas close to the vehicle have the greatest inhibitive effect and prevent any activation of their linked output set, while more distant sets merely reduce the activation. But, there are some problems with using inhibitive rules and center of gravity defuzzification: the resultant output would still be to steer straight on as compromise between going left or right round the obstacle. To guarantee that the defuzzified output will not fall within one of inhibited sets, sliding window defuzzification is used. To provide alternative suggestions, in the situation when all the output sets activated by the navigation controller are inhibited by the obstacle avoidance rules, a technique called rule spreading is used, Baxter & Bumby (1995).

4. RESULTS

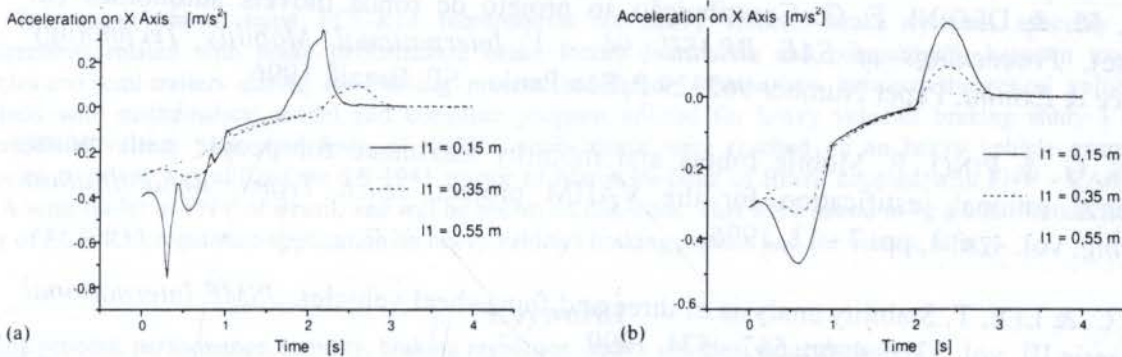
The MatLab's function 'ode45' is used for the numerical solution of the dynamic equations (item 2), for radius of curvature $\rho = 1.0$ m. The most important results are shown on plots 1 to 3. The plot 4 shows the fuzzy controller in two different environments (1 obstacle and 2 obstacles presents), with velocity control on final approach. The pertinent data for the simulations are: $m = 150$ kg, $L = 0.75$ m, $b = 0.375$ m, $P(t) = 100$ W, $\delta = 5.73^\circ$ and $\mu = 0.1$.



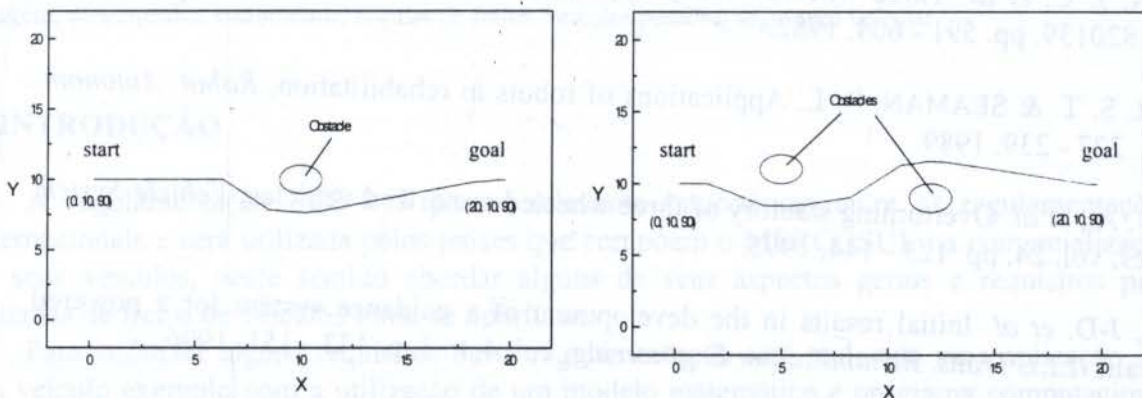
Plot 1 - Dynamic behavior of tricycle AVD with rear driving and front steering wheels on Y and Z axis.



Plot 2 - Dynamic behavior of tricycle AVD with front driving and steering wheel on Y and Z axis.



Plot 3 - Dynamic behavior of tricycle AVDs: (a) rear driving wheels and (b) front driving wheel, on X axis.



Plot 4 - Simulation of the fuzzy controller on open-loop in two different environments (1 obstacle and 2 obstacles presents).

5. CONCLUSIONS

The plots 1 and 2 show the behavior of the two tricycles AVDs configurations. The same behavior is found for both vehicles on Y and Z axis. The plot 3 shows different behaviors for the two configurations on X axis. As the mass center's position is closer to rear axis, the acceleration grows less on Y and X axis. Tricycle AVDs with front steering and rear driving wheels have naturally the mass center's position close to rear axis. Because that, we recommend this configuration. Plot 4 shows the simulated behavior of the AVD (controlled by a fuzzy controller) in an environmental with one and two obstacles. The fuzzy controller seeks to provide an integrated navigation and obstacle avoidance control scheme as the AVD moves to goal without the need for an absolute path defined before movement starts. We conclude that with proper design it is possible to use tricycle configurations for AVDs. But, it is necessary more studies about the control behavior when the AVD needs to pass narrow doorways (this situation was not simulated).

6. REFERENCES

- BAXTER, J. W. & BUMBY, J. R. Fuzzy control of a robotic vehicle, *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers.- Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 209, pp. 79 - 91., 1995.
- BECKER, M. Robôs de locomoção: formas construtivas, dirigibilidade e controle (in portuguese), MSc. Thesis, UNICAMP, Campinas, SP, Brazil, 1997.
- BECKER, M. & DEDINI, F. G. Contribuição ao projeto de robôs móveis autônomos (in portuguese), *Proceedings of SAE BRASIL 96 - V International Mobility Technology Conference & Exhibit*, Paper Number 962329 P, São Paulo - SP, Brazil, 1996.
- BOURHIS, G. & PINO, P. Mobile robots and mobility assistance for people with motor impairments: rational justification for the VAHM project, *IEEE Trans. Rehabilitation Engineering*, vol. 4, n. 1, pp. 7 - 12, 1996.
- CHANG, C. & LEE, T. Stability analysis of three and four wheel vehicles, *JSME International Journal*, serie III, vol. 33, n. 4, pp. 567 - 574, 1990.
- HUSTON, J. C. *et al.* Three wheeled vehicle dynamics, *SAE Transactions*, vol. 91, Paper Number 820139, pp. 591 - 604, 1982.
- NAPPER, S. T. & SEAMAN, R. L. Applications of robots in rehabilitation, *Robot. Autonom. Syst.*, pp. 227 - 239, 1989.
- RAMAN, A., *et al.* Overturning stability of three wheeled motorized vehicles, *Vehicle System Dynamics*, vol. 24, pp. 123 - 144, 1995.
- YODER, J-D. *et al.* Initial results in the development of a guidance system for a powered wheelchair, *IEEE Trans. Rehabilitation Engineering*, vol. 4, n. 3, p. 143 - 151, 1996.
- WAKAUMI, H. *et al.* Development of an automated wheelchair guided by a magnetic ferrite marker lane, *Journal of Rehabilitation Research and Development*, vol. 29, n. 1, pp. 27 - 34, 1992.



PAPER CODE: COB444

**DESEMPENHO DE VEÍCULOS PESADOS NA FREAGEM
CONSIDERANDO OS REQUISITOS DA REGULAMENTAÇÃO ECE-
R13 / PERFORMANCE OF HEAVY VEHICLES DURING BRAKING PROCESS
CONSIDERING THE REQUIREMENTS OF ECE-R13 REGULATION**

DIRCEU LAVOISIER GRACI FERNANDES & ANTÔNIO CARLOS CANALE
*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos – USP – São Carlos
CEP 13.560-250 São Carlos, Brasil – E.mail: canale@sc.usp.br*

CAMILO A. ADAS
*Mercedes-Benz do Brasil
CEP 09880-050 São Bernardo do Campo, Brasil*

Abstract

This paper shows some ECE-R13 requirements for heavy vehicles brake systems, specially the requirements related with brake performance, brake forces distribution and compatibility between towing vehicles and semi-trailers during the braking process. Satisfactory comparison between theoretical values (obtained with mathematical model and computer program utilized for heavy vehicles braking study) and experimental values, from road tests, of braking performance were reached on an heavy vehicle example application, where was utilized the LS 1941 tractor of Mercedes-Benz of Brazil coupled with FNV - CARGA SECA semi-trailer of FNV of Brazil, and will be shown on this work. This work intend to be a contribution to the study of ECE-R13 regulation application on heavy vehicles braking process and for vehicle safety.

Keywords

braking process, performance, stability, braking regulation, heavy vehicles, vehicular safety

Palavras-chave

freagem, desempenho, estabilidade, normas de freios, veiculos pesados, segurança veicular.

1. INTRODUÇÃO

A regulamentação ECE-R13 possui relevante importância entre as regulamentações internacionais e será utilizada pelos países que compõem o MERCOSUL na comercialização de seus veículos, neste sentido abordar alguns de seus aspectos gerais e requisitos para sistemas de freios de veículos torna-se oportuno.

Para enfatizar alguns requisitos desta regulamentação será realizada uma aplicação em um veículo exemplo com a utilização de um modelo matemático e programa computacional decorrente, desenvolvidos para a obtenção do desempenho de veículos pesados na freagem e mostrados em detalhes por Fernandes (1994).

Comparações entre valores teóricos e experimentais de desempenho do veículo pesado na freagem e alguns requisitos da ECE-R13 relacionados também serão mostrados neste trabalho.

2. ASPECTOS GERAIS DA ECE-R13

A *Economic Commission for Europe* é uma organização das Nações Unidas, com sede em Genebra, responsável pela elaboração de regulamentações que visam promover o livre comércio na Europa, facilitar o estabelecimento de relações comerciais e eliminar barreiras comerciais entre os países.

Neste sentido, a regulamentação ECE-R13 estabelece requisitos uniformes para a aprovação de diversos veículos quanto à freagem, sendo os veículos classificados em categorias.

O veículo combinado exemplo que será utilizado é o veículo trator LS 1941 (da Mercedes-Benz do Brasil) acoplado ao semi-reboque FNV-CARGA SECA (da FNV do Brasil), estes veículos pertencem as categorias N₃ e O₄ conforme a ECE-R13. Portanto, neste trabalho serão enfocados principalmente os requisitos para os veículos das categorias N e O.

A categoria N₃ considera os veículos motorizados com quatro rodas ou mais, utilizados para o transporte de mercadorias e com massa máxima superior a doze toneladas. Na categoria O₄ estão os reboques e semi-reboques com massa máxima maior que dez toneladas.

A ECE-R13 é elaborada pelo grupo de trabalho *Working Party 29* (WP29) indicado pelos Comitês Governamentais e que delega a preparação e o desenvolvimento de propostas técnicas e emendas para diversos *Meetings of Experts*, como o GRRF que trata de freios e outros sistemas veiculares.

Para que um veículo e/ou sistema/componente esteja de acordo com a ECE-R13 é necessária a obtenção de um Certificado de Aprovação de um órgão autorizado a realizar a certificação e do reconhecimento governamental do país onde o veículo e/ou sistema/componente é comercializado. Em alguns países como o Brasil admite-se a auto-certificação, onde a verificação do cumprimento das exigências legais é realizada pelo próprio fabricante, que posteriormente obtém o reconhecimento e certificação do governo.

O esquema descrito anteriormente, chamado *type-approval*, torna o fabricante responsável por cumprir os requisitos legais de construção e desempenho do veículo e/ou sistema/componente e, ao mesmo tempo, compromete as autoridades a confirmar se a interpretação e aplicação da regulamentação no veículo e/ou sistema/componente está satisfeita.

A certificação também compele o fabricante a manter controle de qualidade adequado para verificar que todos veículos/componentes da linha de produção estejam conforme o *type-approval*, o que é chamado de Conformidade de Produção (COP).

Quaisquer modificações introduzidas no veículo e/ou sistema/componente, que podem afetar o projeto, o desempenho e a confiabilidade do produto já aprovado, devem ser notificadas as autoridades de aprovação, que podem indicar uma nova verificação parcial ou total do produto segundo as exigências da regulamentação. Isto pode tornar a introdução de modificações nos veículos e/ou sistemas/componentes mais lenta e complexa.

As autoridades tem o direito de inspecionar a produção periodicamente e checar se os veículos e/ou sistemas/componentes estão em Conformidade de Produção, caso não estejam podem ser aplicadas penalidades por não Conformidade de Produção.

A concepção da ECE-R13 permite que a aprovação e o reconhecimento sejam recíprocos, ou seja, a aprovação de um veículo em um país que adota a ECE-R13 garante o reconhecimento em outros países que também utilizam a ECE-R13. Isto pode facilitar a

existência de regulamentação internacionalmente aceita e comum a vários países, além de ajudar a eliminar as barreiras comerciais entre estes.

3. REQUISITOS CONSTRUTIVOS E FUNCIONAIS DA ECE-R13

Entre os requisitos para materiais dos freios destaca-se o que estabelece que os materiais das guarnições dos freios não devem conter asbestos, que são prejudiciais para o meio ambiente. A ECE-R13 estabelece diversas especificações construtivas para o freio de serviço, para o freio secundário e para o freio de estacionamento dos veículos, algumas destas são descritas a seguir.

Quanto ao freio de serviço, este deve possuir ação graduada em todas as rodas, com segurança, rapidez e eficácia em qualquer velocidade, carga e a lve e declive, ter controle independente do freio de estacionamento, possuir ação residual de freagem (mesmo após ocorrer falha) com continuidade de funcionamento indefinida, apresentar circuitos de freio duplos nos veículos com freio a ar comprimido e circuitos de freio separados para o veículo trator e reboque/semi-reboque, que podem ter componentes em comum com o freio secundário e de estacionamento, etc.

O freio secundário deve apresentar ação graduada nas rodas em que atuar, pode ter o mesmo controle do freio de serviço, ter continuidade de funcionamento indefinida, garantir 50 % do desempenho do freio de serviço em caso de falha deste, não pode coincidir com o freio de estacionamento, etc.

O freio de estacionamento dos veículos deve possuir ação mantida mecanicamente, ser capaz de manter o veículo estacionado em a lve e declive (dentro de certos limites de inclinação), permitir o seu acionamento com o veículo em movimento (quando os freios de serviço e secundário possuem o mesmo controle), pode permitir o acionamento do freio de estacionamento do reboque/semi-reboque de fora da cabina, etc.

4. REQUISITOS DE DESEMPENHO DA ECE-R13

O Anexo 4 da ECE-R13 trata dos testes de freagem e do desempenho dos sistemas de freio de serviço, secundário e de estacionamento.

Os critérios distância de freagem (S) e *Mean Fully Developed Deceleration* (MFDD) obtidos durante a freagem permitem avaliar o desempenho do veículo durante a freagem com a aplicação do freio de serviço ou com a aplicação do freio secundário.

A distância de freagem é o espaço percorrido pelo veículo desde a aplicação do sistema de freios pelo motorista até a parada total do veículo, com velocidade inicial no momento da aplicação dos freios não menor que 98 % da velocidade prescrita para o teste.

O parâmetro MFDD pode ser entendido como a desaceleração média atingida com relação a distância percorrida no intervalo das velocidades V_b e V_e , sendo obtido através da equação:

$$MFDD = (V_b^2 - V_e^2) / (25,92 (S_e - S_b)) \quad (1)$$

Embora existam dois parâmetros de desempenho, a distância de freagem é o parâmetro mais utilizado e, muitas vezes, o controverso parâmetro MFDD não é medido.

Na ECE-R13 existem vários requisitos que os freios de serviço, secundário e de estacionamento dos veículos das categorias N_3 e O_4 , as quais o LS 1941 da Mercedes-Benz do Brasil e o FNV - CARGA SECA da FNV respectivamente pertencem. A seguir serão

destacados alguns destes requisitos, sendo que o cumprimento destes pelo veículo exemplo será verificado posteriormente através de valores teóricos, obtidos com o modelo matemático e programa computacional que serão utilizados neste trabalho, e de valores experimentais obtidos em testes de campo.

Para veículos da categoria N₃ (como o LS 1941 da Mercedes-Benz do Brasil) a regulamentação ECE-R13 indica que durante a realização do teste *Type-O*, o desempenho atingido com a aplicação do freio de serviço, motor desengatado e velocidade inicial de 60 km/h, deve ser :

$$S \leq 36,7 \text{ m (obtido da equação } S = 0,15 v + (v^2 / 130) \text{) .}$$

$$\text{MFDD} \geq 5 \text{ m/s}^2 \text{ (obtido da equação (1)) .}$$

O teste *Type-O* para o desempenho na freagem dos veículos da categoria N₃ deve ser conduzido com os freios frios (temperatura destes menor que 100 °C) e veículo vazio e carregado.

Este teste deve ser conduzido em trecho retilíneo e nivelado, em pista com boa aderência e quando a ação do vento não é capaz de afetar os resultados dos testes, além disso, os valores de desempenho deste teste devem ser alcançados sem o veículo apresentar bloqueio total das rodas, desvio de sua trajetória inicial e vibrações anormais.

A ECE R13 estabelece que os veículos nos quais podem ser acoplados semi-reboques, o freio de estacionamento destes veículos deve ser capaz de manter o veículo combinado, na condição operacional carregado, estacionado em aclave ou declive com 12 % de inclinação.

Para os veículos da categoria O₄ equipados com freio pneumático (como é o semi-reboque FNV - CARGA SECA da FNV), a ECE-R13 determina que o freio de serviço deve proporcionar forças de freagem na periferia das rodas freadas de pelo menos 45 % da carga estática máxima nestas mesmas rodas, sem que a pressão na linha de fornecimento exceda 7 bar durante o teste.

5. COMPARAÇÕES TEÓRICO-EXPERIMENTAIS DE DESEMPENHO

Os resultados teóricos que são apresentados neste trabalho foram obtidos utilizando-se um modelo matemático e programa computacional desenvolvidos pela Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo e pela Mercedes-Benz do Brasil. Este modelo matemático e programa computacional são mostrados em detalhes por Fernandes (1994) e Fernandes (1995a).

Neste modelo matemático, o desempenho do veículo combinado exemplo na freagem é obtido com a aplicação da técnica do *passeio do centro de gravidade*, proveniente da Engenharia Aeronáutica, que permite conhecer todas as posições possíveis e admissíveis que o centro de gravidade do veículo pode ocupar, respeitando os limites geométricos do veículo e os limites de peso nos eixos impostos pela legislação em vigor no Brasil e pelo fabricante do veículo. A aplicação desta técnica é mostrada em detalhes por Fernandes (1994) e Fernandes *et al.*(1995b).

Portanto, conhecendo-se o *passeio do centro de gravidade* pode-se obter o desempenho do veículo em qualquer condição operacional, incluindo qualquer carregamento e posicionamento da carga no veículo possível e admissível, e em qualquer pista.

Neste trabalho será mostrada apenas uma das comparações teórico-experimentais realizadas para aferir o modelo matemático e programa computacional. Esta comparação foi realizada na condição de veículo combinado totalmente carregado com 41.500 kgf (ou 415.000 N), que coincide com uma condição operacional de teste exigida pela ECE-R13 para verificação do desempenho do veículo.

Nesta condição operacional o centro de gravidade longitudinal do semi-reboque está a 5.253 mm (5,253 m) da quinta-roda e o semi-reboque está com 33.980 kgf (ou 339.800 N) de peso total.

Os resultados experimentais mostrados neste trabalho foram obtidos com a realização de testes de campo com o veículo exemplo conforme exigências de ECE-R13 (1994).

A Tabela 1 a seguir, mostra os valores de desempenho teórico, experimental e exigido pela ECE-R13, para o veículo carregado freando com velocidade inicial de 60 km/h em pista seca e com o motor desengatado (teste *Type-O*).

Esta tabela inclui os valores teóricos e experimentais (com a diferença percentual entre ambos *diferença %*) de pressão no sistema de freios (p), espaço de freagem (S), desaceleração média (d), valor este que não representa a MFDD da ECE-R13 por ser obtido de outra forma, e o(s) eixo(s) com bloqueio total das rodas durante a freagem, além dos valores exigidos pela regulamentação ECE-R13. Observa-se na Tabela 1 que o veículo exemplo satisfaz o limite de espaço de freagem da ECE-R13.

Tabela 1: Desempenho teórico, experimental e da ECE-R13 para o veículo exemplo.

desempenho	p [bar / kPa]	S [m]	MFDD [m / s ²]	d [m / s ²]	eixo(s) com bloqueio total
teórico	5,8 / 580	34,0	-	4,1	<i>semi-reboque</i>
experimental	5,4 / 540	36,6	5,6	4,0	<i>semi-reboque</i>
diferença %	6,90	7,65	-	2,44	-
ECE-R13	-	36,7	5,0	-	-

Outro requisito de desempenho da ECE-R13 para o semi-reboque utilizado neste trabalho, que pode ser obtido com o modelo matemático e programa computacional, é aquele que determina que o freio de serviço deve proporcionar forças de freagem na periferia das rodas freadas de pelo menos 45 % da carga estática máxima nestas mesmas rodas, sem que a pressão na linha de fornecimento exceda 7 bar durante o teste.

Teoricamente, com a aplicação dos freios instalados no semi-reboque obteve-se uma força de freagem de 156.591 N com a pressão de 7 bar (que representa 61,6 % da força de freagem do veículo combinado). Considerando que a carga estática nas rodas do semi-reboque totalmente carregado é de 255.000 N (valor que coincide com o limite de peso estático nas rodas do semi-reboque segundo a legislação brasileira), a força de freagem do semi-reboque representa 62,84 %, valor que ultrapassa o mínimo exigido pela ECE-R13 de 45 %. Portanto, o veículo satisfaz este requisito da ECE-R13.

O requisito sobre o freio de estacionamento da ECE R13 que estabelece que os veículos nos quais podem ser acoplados semi-reboques (como é o LS 1941 da Mercedes-Benz do Brasil), o freio de estacionamento destes veículos deve ser capaz de manter o veículo combinado (neste caso, o LS 1941 acoplado ao semi-reboque FNV), na condição operacional carregado, estacionado em aclave ou declive com 12 % de inclinação.

Experimentalmente, o veículo combinado carregado suporta o limite de 12 % de inclinação de aclave ou declive com a aplicação do freio de estacionamento do LS 1941, conforme ECE-R13.

Através do programa computacional, obteve-se um limite de 19,9 % para o veículo combinado carregado estacionado em aclave e de 15,7 % para o mesmo veículo estacionado em declive, ambos obtidos somente com a aplicação do freio de estacionamento do LS 1941.

6. COMPATIBILIDADE ENTRE VEÍCULO TRATOR E SEMI-REBOQUE

A regulamentação ECE-R13 contém requisitos específicos de distribuição de forças de freagem e de compatibilidade entre veículos trator e reboques / semi-reboques no Anexo 10. O conceito destes requisitos está baseado na dinâmica veicular durante o processo de freagem, que indica que quanto mais próximas estiverem a distribuição de forças de freagem e a distribuição dos pesos dinâmicos, melhores serão o nível de desaceleração alcançado e o aproveitamento da adesão disponível entre pneumáticos e pista, o que colabora para a obter melhor eficiência durante a freagem.

Existe uma relação entre eficiência da freagem e probabilidade de ocorrência de bloqueio das rodas de algum eixo veicular durante o processo de freagem mostrada por Gillespie (1992), onde maior eficiência significa menor probabilidade de freagens com ocorrência de bloqueio total das rodas.

Além disso, existe também uma relação intrínseca entre a ocorrência de bloqueio total das rodas de qualquer eixo veicular e o acontecimento de acidentes, conforme mostra Fernandes *et al.* (1995c).

Portanto, melhorar o desempenho significa não só obter menores valores de espaço de freagem e maiores valores de desaceleração, mas também elevar a eficiência da freagem, permitindo reduzir a probabilidade de ocorrer bloqueio total das rodas de qualquer eixo veicular, e por conseqüência o número de acidentes causados desta forma, o que se traduz em melhor segurança veicular.

No Anexo 10 da ECE-R13 encontram-se requisitos para veículos com dois eixos veiculares como o LS 1941, onde em uma determinada faixa de desacelerações, para todas as condições de carregamento, as curvas de aderência utilizada pelo eixo dianteiro devem estar situadas acima das mesmas curvas para o eixo traseiro, com algumas exceções. Isto garante que o bloqueio total das rodas do eixo dianteiro ocorra antes que o bloqueio total das rodas do eixo traseiro, o que por razões de segurança e segundo Dorion *et al.* (1989) pode ser menos perigoso.

Para o veículo combinado existem critérios de compatibilidade que cada parte deve satisfazer. Segundo a ECE-R13 a compatibilidade para o veículo trator e o semi-reboque está verificada se o veículo trator satisfaz o Diagrama 3 do Anexo 10 e o semi-reboque satisfaz o Diagrama 4A do mesmo Anexo. Estes diagramas estabelecem regiões para a relação entre o quociente da força de freagem / peso estático (T_r / P_r) e a pressão nos freios durante a freagem.

As Figuras 1 e 2 possuem representações do Diagrama 4A do Anexo 10 da ECE-R13, obtidas através do programa computacional utilizado neste trabalho.

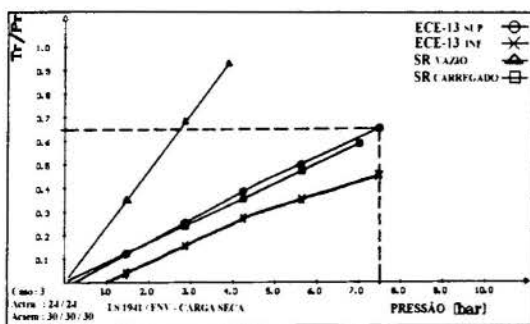


Figura 1: Diagrama 4A da ECE-R13 para o semi-reboque FNV na configuração de série.

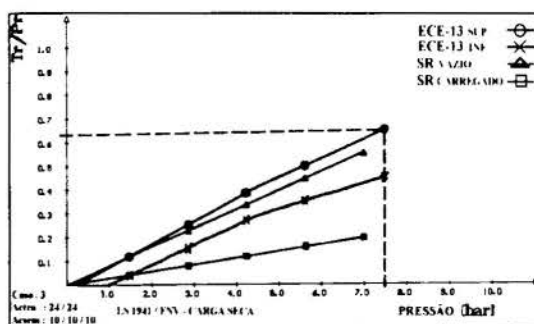


Figura 2: Diagrama 4A da ECE-R13 para o semi-reboque FNV na configuração com redução da potência dos freios.

Nestas figuras, a região entre as curvas de limite superior (curva *ECE-R13 sup*) e de limite inferior (curva *ECE-R13 inf*) define onde as curvas de Tr / Pr para o semi-reboque vazio e carregado devem estar para que o veículo satisfaça a ECE-R13. Estas curvas são corrigidas para cada semi-reboque, conforme algumas de suas características, tais como peso, altura do centro de gravidade e outras.

Na Figura 1, as curvas de Tr / Pr foram obtidas com o semi-reboque FNV nas condições vazio (curva *SR vazio*) e totalmente carregado (curva *SR carregado*) com o semi-reboque na configuração de série, com os cilindros de roda dos freios dos seus eixos com 30 pol^2 ($0,019 \text{ m}^2$) de área transversal. Nesta Figura, pode-se perceber que enquanto o semi-reboque carregado satisfaz a ECE-R13, pois a curva *SR carregado* se encontra dentro da região definida pelas curvas *ECE-R13 sup* e *ECE-R13 inf*, o semi-reboque vazio não satisfaz a ECE-R13, pois a curva *SR vazio* não se encontra dentro da mesma região.

As curvas de Tr / Pr da Figura 2 foram obtidas com o semi-reboque FNV nas condições vazio (curva *SR vazio*) e totalmente carregado (curva *SR carregado*) com o semi-reboque na configuração com redução da potência dos freios, conseguida com a instalação de cilindros de roda dos freios dos seus eixos com 10 pol^2 ($0,006 \text{ m}^2$) de área transversal. Nesta Figura, pode-se perceber que o semi-reboque vazio satisfaz a ECE-R13, pois a curva *SR vazio* se encontra dentro da região definida pelas curvas *ECE-R13 sup* e *ECE-R13 inf*, mas o semi-reboque carregado não satisfaz a ECE-R13, pois a curva *SR carregado* não se encontra dentro da mesma região.

As Figuras 1 e 2 mostram como é complexo o processo de definição do sistema de freios de um veículo combinado, neste caso por exemplo, pode-se solucionar o problema de compatibilidade nas curvas de Tr / Pr para o semi-reboque vazio e carregado com o auxílio de válvulas sensíveis ao carregamento, que podem proporcionar a distribuição adequada das forças de freagem nos eixos nas condições vazio e carregado.

7. CONCLUSÕES

Foram obtidos resultados satisfatórios nas comparações teórico-experimentais, mostradas anteriormente neste artigo e em detalhes por Fernandes (1994), que validaram o modelo matemático adotado para o sistema de freios e análise do desempenho do veículo combinado durante a freagem.

O modelo matemático e programa computacional desenvolvidos podem ser utilizados pelo engenheiro automotivo em diferentes fases do desenvolvimento / definição do sistema de freios de um veículo, que podem ter prioridades como melhor desempenho e eficiência, redução de custos, melhor visualização do processo de freagem e outras.

Como instrumento para alcançar melhor desempenho e eficiência, o programa computacional pode ser considerado uma contribuição efetiva para a segurança veicular no Brasil.

Como instrumento de apoio na definição do sistema de freios dos veículos pesados da Mercedes-Benz do Brasil, o mesmo programa já traz uma redução no tempo e quantidade de testes de campo realizados pela Mercedes-Benz do Brasil de 50 % aproximadamente.

Atualmente, a Mercedes-Benz do Brasil utiliza o modelo matemático e programa computacional desenvolvidos na definição dos freios de seus veículos pesados, sendo considerado que ambos trazem ao engenheiro automotivo uma ampla visão do processo de freagem.

Através de uma pesquisa informal, realizada entre os fabricantes de veículos trator e os fabricantes de semi-reboques no Brasil, foi comprovado que existe uma falta de interação entre ambos, o que pode trazer dificuldades na definição do sistema de freios destes veículos.

Desta forma, este trabalho indica que esta integração se faz necessária, pois além do desempenho do veículo combinado ser afetado por sistemas, sub-sistemas e dispositivos instalados no veículo trator e no semi-reboque, estes podem levar a redução da eficiência quando juntos (formando um veículo combinado), o que pode afetar a segurança veicular.

Além disso, a regulamentação ECE-R13 indica que caso os veículos não cumpram os requisitos de desempenho do Anexo 4 e de distribuição de forças de freagem e compatibilidade entre veículo trator e semi-reboque do Anexo 10 simultaneamente, devem ser instalados sistemas automáticos nos freios dos veículos como o sistema *ABS* (*Antilock Brake System*), conforme o Anexo 13 da ECE-R13.

Além disso, uma integração entre os fabricantes de veículos trator e de semi-reboques pode permitir a otimização dos sistemas de freio do veículo combinado e um esforço menor de ambas as partes para que seus veículos cumpram os requisitos de regulamentações internacionais, como os da ECE-R13 que foram abordados neste trabalho.

Este trabalho pretende trazer uma discussão oportuna dos requisitos da regulamentação ECE-R13, visto que esta regulamentação será adotada pelos países que compõem o MERCOSUL para o comércio de seus veículos.

8. NOMENCLATURA

V_0 : velocidade inicial do veículo, km/h.	S_b : distância percorrida entre V_0 e V_b , m.
V_b : velocidade do veículo a $0,8 V_0$, km/h.	S_e : distância percorrida entre V_0 e V_e , m.
V_e : velocidade do veículo a $0,1 V_0$, km/h.	v : velocidade inicial do veículo, km/h.

9. REFERÊNCIAS

Dorion, S.L.; Pickard, J.G.; Vespa, S. Are anti-jackknife devices feasible? *Automotive Engineering*, vol.97, n.11, pp.39-41, November 1989.

Economic Commission For Europe. ECE-R.13. Geneva, Switzerland, ECE. Anexos 4, 10 e 13, 1994.

Fernandes, D.L.G. *Estudo da freagem de autoveículos rodoviários articulados pesados*. São Carlos, Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994, 153p.

Fernandes, D.L.G. et al. Uma Descrição de um Sistema Computacional para o Estudo do Desempenho na Freagem de Veículos Pesados, *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Belo Horizonte, 1995a.

Fernandes, D.L.G. et al. Estudo do desempenho na Freagem de Veículos Pesados Usando a Técnica do Balanceamento Estático ou Passeio do Centro de Gravidade, *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Belo Horizonte, 1995b.

Fernandes, D.L.G. et al. A Study of the Influence of Brake Force Distribution on the Directional Stability of Heavy Vehicles During the Braking Process. *SAE Technical Paper Series*, n.952213-E, pp.1-7, 1995c.

Gillespie, T.D. *Fundamentals of vehicle dynamics*. 2ed. Warrendale, U.S.A., SAE, 1992, 495p.

Tema 64

Análise Estrutural

PAPER CODE: COB1153

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE PRENSAS EXCÊNTRICAS EM "C" / STRUCTURAL OPTIMISATION OF "C" SHAPED EXCENTRICAL PRESSES

PAULO CARLOS KAMINSKI

*Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da USP - São Paulo
 Av. Prof. Mello Moraes, 2231 - CEP 05508-900 - São Paulo - Brasil
 e-mail: pckamins@usp.br*

Abstract

This paper reports the structural optimisation made on C-Shaped Excentric Presses done together with a private enterprise. Its focus is practical and not theoretical and the criterion used on the optimisation was the minimisation of structure building costs of the press, including the reduction of the material (steel) and the elimination, as far as possible, of the components which were difficult to build. The first step was the development of a simplified model in order to define the main stresses the press is exposed to. Then, a global model of finite elements was made. This model was "validated" by experimental data of displacement, press opening. From the global analysis, regions with the highest levels of stress/deformation were identified and local models of finite elements were created for them. From these models, several alternatives of changes were analysed searching an standardisation of the stress levels and the elimination of the components that were hard and costly to be built. The result achieved was satisfactory, mainly in terms of rationalisation of the components, which will be built without losses in the efficiency of the press, offering a world level competitive advantage to the enterprise involved with the project.

Keywords

mechanical press, structural optimisation, finite elements / *prensa mecânica - otimização estrutural - elementos finitos - solicitações*

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho relata a otimização estrutural realizada em prensas excêntricas em forma de "C" em conjunto com a empresa Prensa Jundiá. Tem um enfoque aplicado e não teórico, cujo critério utilizado na otimização é a minimização do custo de fabricação da estrutura da prensa englobando a redução de material (aço) e a eliminação ou substituição, o tanto quanto possível, de componentes de difícil fabricação.

Prensas excêntricas em "C" (figura 1) são indicadas para serviços gerais de estampagem, com estrutura em chapa soldada proporcionando um grande acesso à área de trabalho oferecendo precisão, flexibilidade e alta performance. Prensas

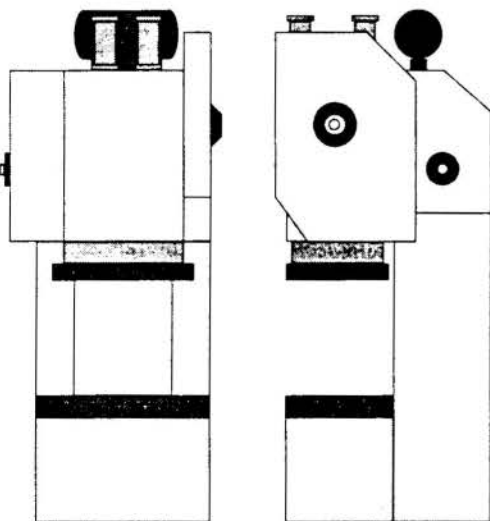


Figura 1 - Prensa mecânica em "C"

com maior capacidade (2.000 a 4.000 kN) operam usualmente numa faixa de 30 a 50 golpes por minuto.

O passo inicial foi o desenvolvimento de um modelo simplificado para a determinação dos esforços principais a que o corpo da prensa está sujeita. Em seguida foi feito um modelo global, baseado na tecnologia de elementos finitos, utilizando-se de propriedades devido a simetria estrutural e de esforços presentes na referida estrutura.

Este modelo foi *ajustado* através de dados experimentais de deslocamento, *abertura* da prensa. Notar que o parâmetro *abertura* está diretamente ligado com a qualidade de acabamento dos componentes a serem fabricados com prensas em "C". A partir da análise global foram identificadas regiões com maiores níveis de tensão/deformação para as quais foram realizados modelos de elementos finitos locais, para uma melhor quantificação das tensões envolvidas.

A partir destes modelos foram analisadas várias alternativas de alterações procurando uma uniformização do nível de tensões e eliminação ou substituição de componentes de difícil fabricação.

2. DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS

No presente estudo o excêntrico da prensa mecânica localiza-se transversalmente ao corpo da mesma. Adotou-se o excêntrico com movimento de rotação com sentido conforme o indicado na figura 2 (anti-horário com a abertura para o lado esquerdo).

O modelo para o mecanismo que aciona o martelo da prensa é mostrado na figura 3.

A avaliação das tensões/deformações serão realizadas para a posição mais crítica, ou seja quando o braço (m) for mínimo. O ângulo α_{max} comumente adotado é de 30° .

Da geometria do mecanismo para a posição mais crítica obtém-se as seguintes relações em função de α , l e e (parâmetros conhecidos):

$$\text{sen } \beta = \frac{e \cdot \text{sen } \alpha}{l} \quad (1)$$

$$\gamma = 180^\circ - \beta - \alpha \quad (2)$$

$$m^2 = e^2 + l^2 - 2 \cdot e \cdot l \cdot \text{cos } \gamma \quad (3)$$

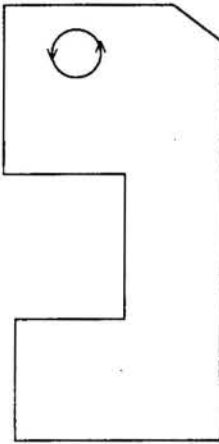


Figura 2 - Rotação do excêntrico

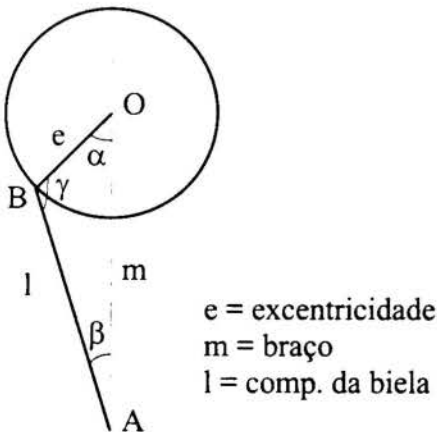


Figura 3 - Mecanismo de acionamento do martelo

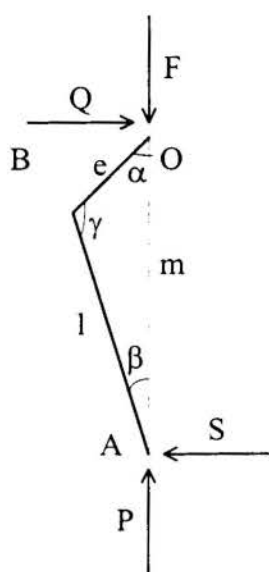


Figura 4 - Diagrama de corpo livre do mecanismo

O Diagrama de Corpo Livre (DCL), mostrando as forças envolvidas, considerando o mecanismo como um todo, é mostrado na figura 4.

Considerando as leis de Newton e desprezando as forças de inércia devido ao movimento nas direções horizontal e vertical temos o equilíbrio das forças na vertical e na horizontal. Tomando por hipótese ainda que o corpo rígido AB é bi-articulado, obtém-se:

$$F = P \quad (4)$$

$$S = P \cdot \tan \beta \quad (5)$$

$$Q = S \quad (6)$$

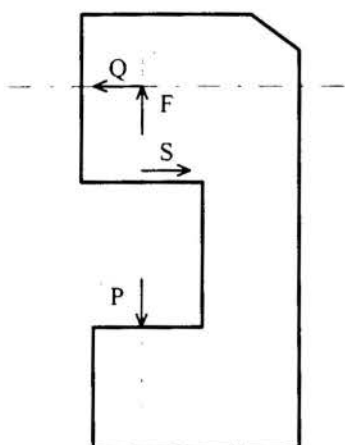


Figura 5 - Esforços no corpo da prensa

Pelo princípio da ação e da reação os esforços aplicados no corpo da prensa são os mostrados na figura 5.

A força S é a força que o mecanismo de acionamento aplica no corpo da prensa através da guia do martelo. A força P é transmitida do mecanismo de acionamento ao martelo que por sua vez é transmitido à mesa da prensa.

É importante notar no diagrama de esforços que se o excêntrico girar no sentido inverso ao aqui adotado o momento aplicado na guia do martelo também se altera indo contra a segurança. Isto porque para este caso haverá uma tendência de abertura do "C", o que não é desejado.

3. ELABORAÇÃO DOS MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

Através de uma análise preliminar do comportamento estrutural do corpo da prensa, nota-se que as regiões críticas da prensa são os cantos internos superior e inferior do "C". Assim sendo foram criados três modelos tridimensionais, usando elementos finitos do tipo "placa". Várias simplificações geométricas foram adotadas nos modelos por não afetarem o comportamento estrutural do corpo da prensa. Ainda como a estrutura (corpo da prensa) é simétrica em relação a um plano vertical passando pelo centro da mesma, bem como o carregamento e condições de contorno, os modelos representam meio corpo da prensa, adicionando-se os vínculos respectivos devido a condição de simetria. Assim os três modelos elaborados são:

- modelo 1 - modelo global do corpo da prensa (figura 6);
- modelo 2 - modelo local do canto interno superior do "C" conforme figura 7;
- modelo 3 - modelo local do canto interno inferior do "C" conforme figura 7.

Os modelos (locais) 2 e 3 apresentam uma discretização maior da região analisada. As condições de contorno são obtidas pela imposição dos deslocamentos dos nós da fronteira "não livre", a partir dos obtidos do modelo global (modelo 1). Estes nós da fronteira têm o mesmo posicionamento que no modelo global, facilitando a transposição dos deslocamentos.

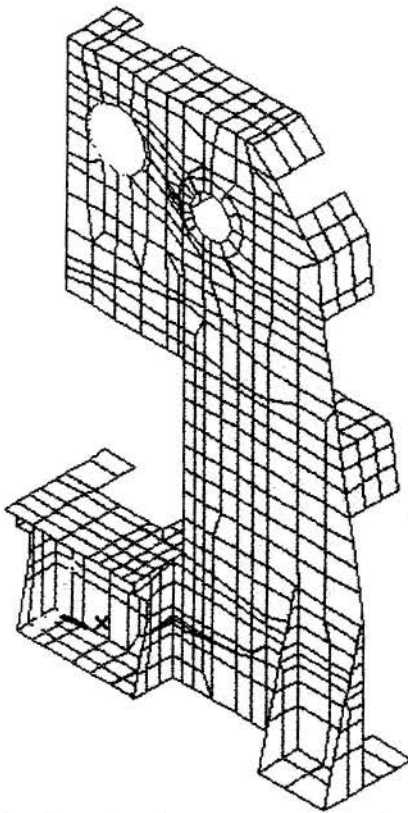


Figura 6 - Modelo global de elementos finitos

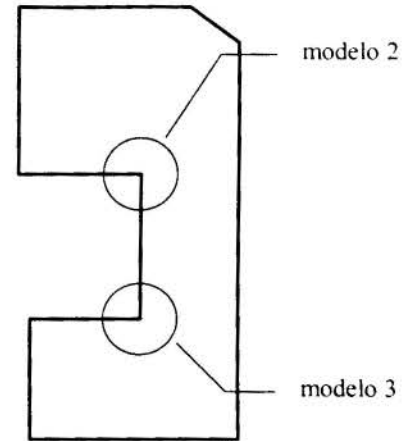


Figura 7. Modelos locais

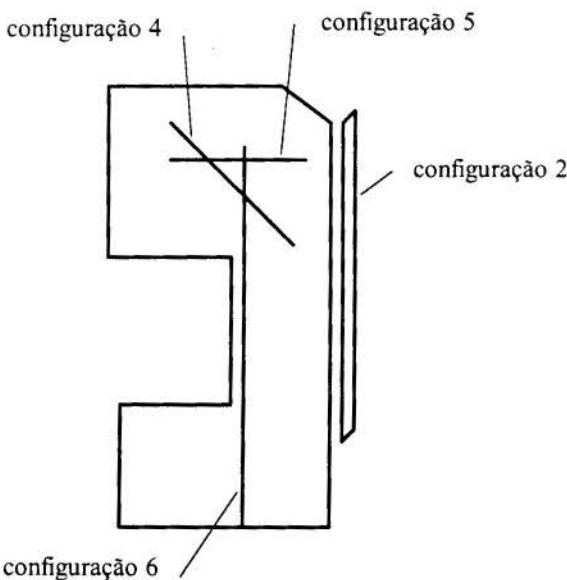


Figura 8 - Diagrama esquemático das alterações

4. CONFIGURAÇÕES ANALISADAS E RESULTADOS OBTIDOS

Foram analisados os três modelos para várias configurações diferentes de projeto, além da configuração padrão. Abaixo são apresentadas algumas das principais alternativas analisadas.

- *configuração 1* - mesma configuração do padrão com carregamento simulando a inversão da rotação do excêntrico;
- *configuração 2* - adição de um reforço externo na parte posterior da prensa conforme figura 8.
- *configuração 3* - configuração dois com o dobro de espessura no reforço.

- *configuração 4* - adição de um reforço em diagonal conforme figura 8.
- *configuração 5* - adição de um reforço horizontal conforme figura 8.
- *configuração 6* - eliminação de chapa em formato de "C" e adição de um reforço conforme figura 8.

A análise da configuração 6 é importante economicamente devido ao alto custo de fabricação do componente (chapa em "C"). Para a prensa analisada esta peça é uma chapa de espessura 63,5mm (2,5"), sendo a união executada com solda tipo "bujão", necessitando portanto, ainda um acabamento posterior.

Os resultados numéricos foram simulados para uma prensa de capacidade de 3.000 kN ($e = 100$ mm; $l = 850$ mm). A figura 9 apresenta as dimensões básicas (em mm) da geometria da prensa analisada. O material é o aço estrutural ($E = 210$ Gpa e $\nu = 0,3$). A tabela 1 é uma consolidação dos resultados obtidos na simulação por elementos finitos para as sete configurações apresentadas. Notar que a coluna abertura indica o valor do aumento da distância vertical das pontas internas do "C" da prensa. A coluna tensão equivalente - modelo 1 deve ser avaliada com o cuidado de que os máximos ocorreram em regiões não suficientemente discretizadas; e portanto, sem maior interesse para a análise dos resultados. Assim sendo, para avaliar o nível de tensões máximo, devem ser analisadas as colunas referentes aos modelos 2 e 3 respectivamente. As figuras 10 e 11 apresentam a tensão equivalente, para a configuração padrão, para a chapa principal do corpo da prensa (modelo global e modelo 2 respectivamente).

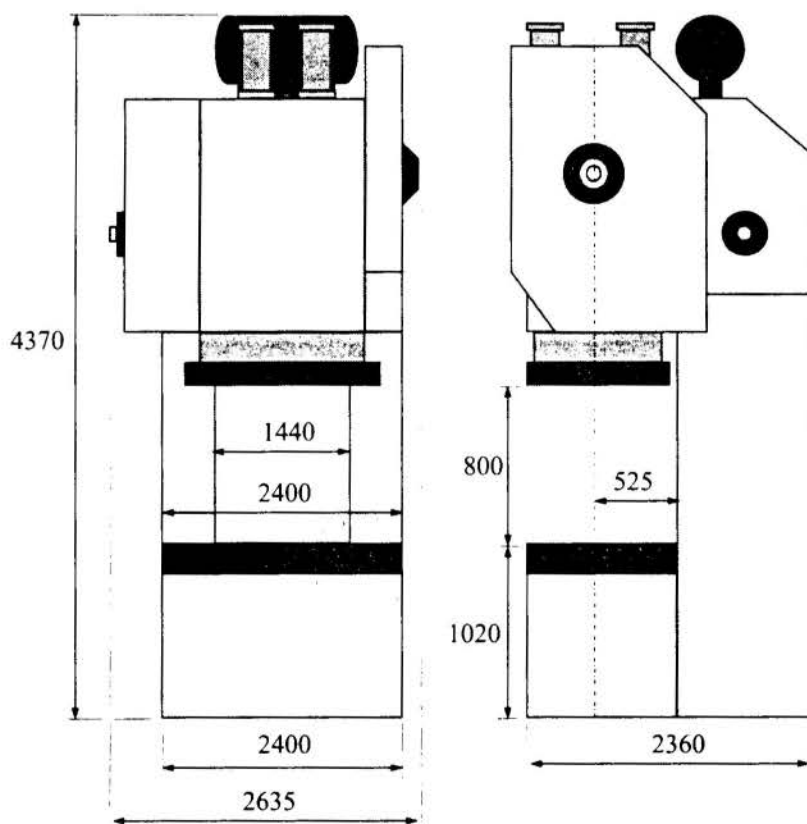


Figura 9. Dimensões características da Prensa de 3.000 kN



Figura 10 - Tensão equivalente - modelo global

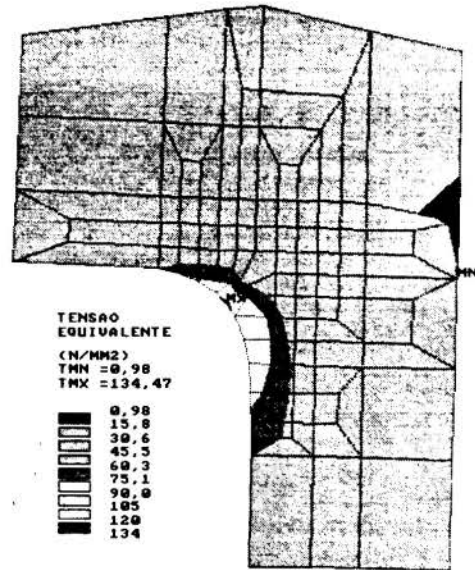


Figura 11 - Tensão equivalente - modelo 2

Tabela 1 - Resultados obtidos para uma Prensa de 3.000 kN.

	Tensão Equivalente (N/mm ²)			Abertura mm	Variação %
	modelo 1	modelo 2	modelo 3		
Configuração padrão	80,6	134,5	106,2	1,53	0,00
Configuração 1	89,0	152,7	122,2	1,73	+13,1
Configuração 2	78,8	129,5	104,0	1,43	-6,5
Configuração 3	77,4	125,5	102,5	1,41	-7,8
Configuração 4	80,4	131,1	105,8	1,53	0,0
Configuração 5	80,6	133,9	106,2	1,53	0,0
Configuração 6	80,4	130,2	89,9	1,52	-0,1

* Tensão equivalente - $T_{eq} = \frac{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}}{\sqrt{2}}$;

* A coluna variação apresenta a variação percentual da abertura quando comparada com a abertura na condição padrão;

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Analisando os resultados da configuração 1, pode-se notar que ao inverter o sentido de rotação do excêntrico há uma piora do comportamento estrutural do corpo da prensa. Assim sendo deve-se tomar o cuidado para sempre utilizar este tipo de prensa na condição mais favorável. Pode haver um aumento de aproximadamente 15% na abertura para a condição mais crítica de carregamento.

Quanto às configurações 2 e 3 nota-se que um reforço na região especificada melhora toda a distribuição de tensões, inclusive na região do canto superior e inferior, diminuindo também a abertura da prensa. Através dos resultados quantitativos entre 3 e 4 pode-se ter uma idéia da sensibilidade da "melhora" em função da espessura do reforço proposto.

Os reforços correspondentes às configurações 4 e 5 não apresentaram maiores benefícios.

A alternativa correspondente à configuração 6 não trouxe um benefício significativo do ponto de vista estrutural, porém permitiu a eliminação de um componente de fabricação bastante caro devido ao processo de união necessário, por um componente bem mais barato. Assim sob o aspecto econômico esta alternativa é muito significativa, sendo portanto adotada.

Em suma este trabalho procurou mostrar o procedimento adotado para realizar uma otimização estrutural num componente real e de aplicação imediata. Notar que o processo de otimização é iterativo sendo *dirigido* pelo engenheiro analista através da elaboração e análise de alternativas. Embora a função objetivo seja única (redução do custo por qualidade) os parâmetros envolvidos são vários e de difícil modelagem (como modelar a dificuldade de fabricação de um determinado componente?).

O autor acredita ser este um procedimento adequado, dentro das tecnologias atualmente disponíveis e a custos permissíveis para realizar uma otimização estrutural de máquinas e/ou componentes comumente fabricados pelas indústrias. Este procedimento, embora aplicado para o estudo de uma prensa mecânica, pode ser utilizado com pequenas modificações para outros itens.

6. BIBLIOGRAFIA

- Bathe, K.J. *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, 1996.
- Beer, F.P.; Johnston, E.R. *Resistência dos Materiais*, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1982.
- Catálogo Técnico - série TCI*, Prensa Jundiaí S.A, Jundiaí, 1997.
- Mäkelt, H. *Mechanical Presses*, Edward Arnold (Publishers) Ltd., 1968.
- Nagamatsu, A. et all Vibration analysis and structural optimization of a press machine, *Finite Elements in Analysis and Design*, 14, 297-310, 1993.
- Zienkiewicz, O.C. *Basic Formulation and Linear Problems*, vol.1, McGraw Hill, 1989.

7. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi realizado em parceria com a empresa Prensa Jundiaí S.A., sediada em Jundiaí, São Paulo.



PAPER CODE: COB1508

VIRTUAL MEASUREMENTS IN EXPERIMENTAL STRUCTURAL ANALYSIS

RANDALL J. ALLEMANG, PhD

Structural Dynamics Research Laboratory (UC-SDRL), University of Cincinnati
Cincinnati, Ohio 45221-0072, U.S.A. E-Mail: Randall.Allemang@UC.EDU

Abstract

One of the most interesting advances in experimental structural analysis over the past twenty years is the extensive use of linear transformations to formulate virtual measurements. Simply stated, virtual measurements are linear transformations of physical measurements where certain characteristics of the data are preserved or enhanced. In experimental structural analysis, virtual measurements result from linear transformations that are based upon theoretical estimates of the modal vectors, experimental estimates of the modal vectors and/or vectors derived from singular value decomposition (SVD) or eigenvalue decomposition (ED) of analytical or experimental information. Principal force analysis, the enhanced frequency response function (eFRF) and Kalman filtered order tracking are discussed as examples of the use of virtual measurements in experimental structural analysis.

Keywords

Virtual, Measurements, Experimental, Structural, Analysis

1. Introduction

Experimental structural analysis is defined as the process of using experimental methods for the determination of the characteristics or operating conditions of a structure or structural system. This specifically includes the development of time or frequency domain models (modal, impedance or general matrix multiple input, multiple output (MIMO)) of the structural system as well as the development of models for the operational response of the structural system (load path analysis, rotational response, noise source detection, etc.). Over the last fifteen years, the use of linear transformations to generate virtual measurements has

become an important analysis tool in the area of experimental structural analysis. A virtual measurement results from a linear transformation (weighted average) of the physical measurements. The linear transformation is a vector that is estimated, from analytical or experimental information, to preserve or enhance information in the original physical measurements. Theoretically, the use of the matrix of modal vectors to perform the linear transformation between physical coordinates and modal coordinates is the most common example of a linear transformation used to formulate a virtual measurement. Virtual measurements such as virtual coherence (Price, et al, 1986) and principal forces (Rost, 1985, Rost, et al, 1985) have already become commonly used.

2. Virtual Measurements

Virtual measurements are utilized in experimental structural analysis in a number of areas. The primary utilization of virtual measurements has been in the area of multiple input, multiple output (MIMO) data analysis where partial correlation between inputs causes confusion in the interpretation of conventional physical measurements. Specifically, the user is interested in understanding the relationship between response of a structural system and the inputs that caused the response. Since multiple inputs that are partially correlated confuse the interpretation of conventional input-output relationships, the response caused by virtual inputs that have been linearly transformed from the measured inputs (to remove the partial correlation) provide more meaningful data.

Virtual measurements are generally developed in order to reduce a large amount of redundant data to a more reasonable amount or to enhance a particular characteristic in the data.

- **Data Reduction:** In many measurement situations, there is a large amount of redundant data based upon measuring multiple input, multiple output (MIMO) data over a limited frequency range where a finite number of operating conditions or modal contributions are involved. The measured data is reduced by approximating the data by the superposition of a set of significant vectors. The number of significant vectors is equal to the amount of independent measured data. This set of vectors is used as a linear transformation to approximate the important or dominant characteristics in the measured data. In this case, direct correspondence between the weighting vectors and the modal vectors of the system is not necessary.
- **Data Enhancement:** In many measurement situations, it is desirable to determine characteristics of a structural system that are a function of the modes of vibration. Linear transformation methods that enhance the characteristics in the measured data that are relative to a single mode of vibration are generally referred to as modal filters. Modal filters are spatial linear transformations that can be used to weight and combine the physical measurements into a virtual measurement with information from only one mode of vibration. For example, by adding the corresponding frequency response function (FRF) data from two symmetric input degrees-of-freedom (exciter locations) for a given response degree-of-freedom, a virtual FRF for that response degree-of-freedom is developed which enhances the symmetric modes of vibration. In this case, direct correspondence between the weighting vectors and the modal vectors of the system is necessary.

Singular value decomposition (SVD) and eigenvalue decomposition (ED) methods are frequently used for the general case of virtual measurements that preserves the dominant information in the physical measurements without necessarily enhancing a single mode of

vibration. These techniques are readily available and have excellent numerical precision but do require computational speed and memory.

Modal filtering methods may utilize SVD or ED approaches but the added requirement of isolating the characteristics of a single mode of vibration requires that the modal filter must have, in addition to independence, orthogonal characteristics with respect to the other modal vectors of the system. The attractiveness of modal filtering is that the method is insensitive to changes in frequency and damping and requires only that the modal vectors of the system do not change substantively.

It is important to note that linear transformation methods can only enhance information that already exists in the initial data. If information is not available in the initial data, the linear transformation will yield non-specific results. All linear transformation procedures tend to weight information which is well represented in the measured data. This can be a problem when trying to extract information about the structural system or its operating conditions which are not well excited in the data. This concept is most evident in the area known as modal modeling (Pomazal, et al, 1971, Hallquist, et al, 1973, Hallquist, 1973, Luk, et al, 1984) where the modal properties of a modified structural system are determined from the modal properties of the original structural system via a linear transform involving the matrix of original modal vectors. If the matrix of original modal vectors is not complete, modal vectors of the modified system will not be accurate.

3. General Linear Transformation

Virtual measurements are often formulated from general linear transformations when large amounts of redundant data needs to be reduced to a more manageable level. This technique has been used extensively in modal parameter identification (Lembregts, 1988, Dippery, 1993, Dippery, et al, 1994). The large amount of redundant data arises when the number of physical coordinates (typically a function of N_o and/or N_i) is much larger than the number of contributing modal frequencies ($2N$). For this situation, the numerical procedures are developed as a function of N_o or N_i . This can be very time consuming and is unnecessary. The number of physical coordinates (for example, N_o) can be reduced to a more reasonable size (N_e) by using a decomposition transformation from physical coordinates (N_o) to the approximate number of effective modal frequencies (N_e). Currently, singular value decompositions (SVD) or eigenvalue decompositions (ED) are used to preserve the principal modal information prior to formulating the linear equation solution for unknown matrix coefficients. In most cases, even when the spatial information must be condensed, it is necessary to use a model order greater than two to compensate for distortion errors or noise in the data and to compensate for the case where the location of the transducers is not sufficient to totally define the structure. Equation (1) is the statement of the basic linear transformation:

$$[H'] = [T] [H] \quad (1)$$

where:

- $[H']$ is the transformed (condensed) frequency response function matrix .
- $[T]$ is the transformation matrix.
- $[H]$ is the original FRF matrix.

In this case, the $[H']$ matrix represent the virtual measurements. The difference between the two techniques lies in the method of finding the transformation matrix, $[T]$. The advantage of this approach to the determination of virtual measurements is that, once $[H]$ has

been condensed, the virtual measurements can be utilized in any analysis procedure that can be applied to the physical measurements (for example, modal parameter identification). Ideally, this linear transformation preserves the important or dominant information in the physical data while removing the insignificant information (noise?). Note that the transformation matrix also provides an expansion back to the physical characteristics, if necessary.

3.1 Eigenvalue Decomposition

In the eigenvalue decomposition method (sometimes referred to as Principal Component Analysis (Joliffe, 1986)), the $[T]$ matrix is composed of the eigenvectors corresponding to the N_e largest eigenvalues of the power spectrum of the FRF matrix as follows:

$$[H(\omega)]_{N_o \times N_i N_s} [H(\omega)]_{N_i N_s \times N_o}^H = [V]_{N_o \times N_o} [\Lambda]_{N_i N_s \times N_i N_s} [V]_{N_o \times N_o}^H \quad (2)$$

The eigenvalues and eigenvectors are then found, and the $[T]$ matrix is constructed from the eigenvectors corresponding to the N_e largest eigenvalues:

$$[T]_{N_e \times N_o} = \left[\left\{ v_1 \right\} \left\{ v_2 \right\} \cdots \left\{ v_k \right\} \cdots \left\{ v_{N_e} \right\} \right]^T \quad (3)$$

where:

- $\{v_k\}$ is the $N_o \times 1$ eigenvector associated with the k -th eigenvalue.

This technique may be adapted for condensing on the input space, as well. The power spectrum matrix is again found, but the FRF matrix must be reshaped (transposed) so that it is an $N_i \times N_o$ matrix for each spectral line:

$$[H(\omega)]_{N_i \times N_o N_s} [H(\omega)]_{N_o N_s \times N_i}^H = [V] [\Lambda] [V]^H \quad (4)$$

The eigenvalues and eigenvectors are again found as before, and the transformation matrix $[T]$ becomes:

$$[T]_{N_e \times N_i} = \left[\left\{ v_1 \right\} \left\{ v_2 \right\} \cdots \left\{ v_k \right\} \cdots \left\{ v_{N_e} \right\} \right]^T \quad (5)$$

3.2 Singular Value Decomposition

The singular value decomposition condensation technique is similar to the eigenvalue-based technique, but operates on the FRF matrix directly instead of the power spectrum of the FRF matrix. The basis for this technique is the singular value decomposition (), by which the matrix $[H]$ is broken down into three component parts, $[U]$, $[\Sigma]$, and $[V]$:

$$[H]_{N_o \times N_i N_s} = [U]_{N_o \times N_o} [\Sigma]_{N_o \times N_i N_s} [V]_{N_i N_s \times N_i N_s}^H \quad (6)$$

The left-singular vectors corresponding to the N_e largest singular values are the first N_e columns of $[U]$. These become the transformation matrix $[T]$:

$$[T]_{N_e \times N_o} = \left[\left\{ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_k \\ \dots \\ u_{N_e} \end{matrix} \right\} \right]^T \quad (7)$$

where:

- $\{u_k\}$ is the k -th column of $[U]$, which is associated with the k -th singular value.

This technique may also be adapted for condensing the input space, as long as the FRF matrix $[H]$ is reshaped (transposed) to an $N_i \times N_o$ matrix at each spectral line. The SVD operation then becomes

$$[H]_{N_i \times N_o N_s} = [U]_{N_i \times N_i} [\Sigma]_{N_i \times N_o N_s} [V]_{N_o N_s \times N_o N_s}^H \quad (8)$$

The transformation matrix $[T]$ is still composed of the left singular vectors corresponding to the N_e largest singular values,

$$[T]_{N_e \times N_i} = \left[\left\{ \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_k \\ \dots \\ u_{N_e} \end{matrix} \right\} \right]^T \quad (9)$$

4. Specialized Linear Transformations

Modal filtering can be viewed as a special case of general linear transformations where the goal of the transformation is to highlight the information associated with one of the natural frequencies of the structural system while at the same time eliminating the information from all other natural frequencies of the structural system.

In the early 80's, the modal filter concept was introduced in the control community for dealing with the control spillover problem in the control of distributed-parameter systems, in particular, of large flexible space structures (Mierovitch, et al, 1982, 1985). One approach behind the estimation of a discrete modal filter from experimental data is based upon estimating reciprocal modal vectors, which are defined to be a set of vectors which are orthogonal to the measured modal vectors. The reciprocal modal vectors can either be determined in the same modal identification procedure as other modal parameters (frequencies, damping factors and modal vectors) or determined by combining a known modal model with a set of frequency response functions separately obtained (Zhang, et al, 1989, Shih, et al, 1989, Shelley, 1991).

The development of a simple modal filter for a proportionally damped system follows directly from the orthogonality condition. If the orthogonality condition is stated as:

$$\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\} = 1 \quad (10)$$

$$\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_s\} = 0 \quad (11)$$

The reciprocal modal vector and, therefore, a modal filter for mode r , can be defined as follows:

$$\{\phi_r\} = [M] \{\psi_r\} \quad (12)$$

where:

- $\{\phi_r\}$ is the r -th reciprocal modal vector.
- $\{\psi_r\}$ is the r -th modal vector.

The vector $\{\phi_r\}$ is a modal filter since it enhances mode r while canceling all other modes of the system. The modal filter is applied to a set of physical measurements, in the time or frequency domain, as follows:

$$\eta_r = \{\phi_r\}^T \{x\} \quad (13)$$

The above equation transforms the physical measurements $\{x\}$ into a virtual measurement η_r involving only the system response due to mode r . While the above approach demonstrates the concept very simply, there are a number of significant problems to this approach. Generally, the mass matrix may be unknown, the modal vectors may be inaccurate with respect to the actual system, modal vectors may be missing and/or important degrees of freedom in the modal vectors may be missing (not measured).

Note that the r -th reciprocal modal vector $\{\phi_r\}$ satisfies the following orthogonality relationship:

$$\{\phi_r\}^T \{\psi_s\} = \begin{cases} 1, & r = s \\ 0, & r \neq s \end{cases} \quad (14)$$

Therefore:

$$[\Phi]^T [\Psi] = [I] \quad (15)$$

$$[\Phi]^T = [\Psi]^{-1} \quad (16)$$

The discrete modal filters consist of the reciprocal modal vectors defined above. The orthogonal property of the reciprocal modal vector filters out the contribution of all but the r -th mode from the system output vector which is based on discrete sensor measurements. The reciprocal modal vectors can be determined directly from Equation (16) utilizing analytical or experimental modal vectors.

A more useful approach is based upon measured frequency response functions. A vector of frequency response functions with respect to reference p can be defined as:

$$\{H(\omega)\}_p = \sum_{r=1}^N \frac{Q_r \psi_{pr}}{j\omega - \lambda_r} \{\psi_r\} + \frac{Q_r^* \psi_{pr}^*}{j\omega - \lambda_r^*} \{\psi_r^*\} \quad (17)$$

where:

- ψ_{pr} is the p -th element of the r -th modal vector.
- λ_r and $\{\psi_r\}$ are the r -th complex eigenvalue and the associate modal vector.
- Q_r is the modal scaling factor for mode r .
- * denotes complex conjugate.

From Equation (14), the dot product of the modal filter and the frequency response function vector yields:

$$\{\phi_r\}^T \{H(\omega)\}_p = \frac{Q_r \psi_{pr}}{j\omega - \lambda_r} + \{\phi_r\}^T \{\psi_r^*\} \frac{Q_r^* \psi_{pr}}{j\omega - \lambda_r^*} \quad (18)$$

Equation (18) is a fundamental equation which relates the modal filter vector to the frequency response function and the corresponding modal vector. If the modal vector $\{\psi_r\}$ and the complex eigenvalue λ_r are known, the reciprocal modal vector $\{\phi_r\}$ can be determined by using this relationship. The computation of $\{\phi_r\}$ from Equation (18) is straightforward using either a direct least squares approach or a recursive least squares approach (Shelley, 1991).

Several comments about such the discrete modal filter are in order. First of all, discrete modal filters, as developed and applied to real structural systems, do not yield complete separation. Nevertheless, even significant reduction in adjacent mode contributions can be extremely useful. Secondly, since the modal vectors for any structural system are generally incomplete in number or in resolution (spatial information), the modal filter estimate is always somewhat limited. Since the modal filter is generally sensitive to the modal vector estimates, if several modal vectors of a structural system are similar (due to incomplete estimation of the modal vectors), the modal filter for one mode will enhance characteristics associated with all modes that are spatially similar. Third, while the concept of a modal filter is based upon a proportionally damped system, the experimental techniques are not contingent upon this. A reasonable modal filter can be estimated even for a non-proportionally damped system (Shelley, 1991).

5. Virtual Measurements via Linear Transformations

There are a number of virtual measurement situations in experimental structural analysis that are built upon either the general linear transformation described in Section 3 or the specialized linear transformation described in Section 4. This section briefly discusses three virtual measurement techniques: principal force analysis, enhanced frequency response function and Kalman filtered order tracking.

5.1 Principal Force Analysis

Principal force analysis is a virtual measurement technique that is used to determine whether the partial correlation that exists between excitation forces in a MIMO FRF measurement situation will cause a numerical problem. This approach involves principal component analysis to determine the number of contributing independent forces to the $[GFF]$ matrix. In this approach, the matrix that must be evaluated is:

$$[GFF] = \begin{bmatrix} GFF_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & GFF_{1N_i} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ GFF_{N_i1} & \cdot & \cdot & \cdot & GFF_{N_iN_i} \end{bmatrix} \quad (19)$$

where:

- $GFF_{ik} = GFF_{ki}^*$ (Hermitian Matrix)
- $GFF_{ik} = \sum F_i F_k^*$

- *GFF* is the power spectrum of a given input.

Principal component analysis involves an eigenvalue decomposition of the [*GFF*] matrix. Since the eigenvectors of such a decomposition are unitary, the eigenvalues should all be of approximately the same size if each of the inputs is contributing. If one of the eigenvalues is much smaller at a particular frequency, one of the inputs is not present or one of the inputs is correlated with the other input(s). The magnitudes of the eigenvalues at each frequency become the magnitudes of the virtual forces.

$$[GFF] = [V] [\Lambda] [V]^H \quad (20)$$

Since the eigenvectors of such a decomposition are unitary, the eigenvalues should all be of approximately the same size if each of the inputs is contributing. If one of the eigenvalues is much smaller at a particular frequency, one of the inputs is not present or one of the inputs is correlated with the other input(s). [Λ] represents the eigenvalues of the [*GFF*] matrix. If any of the eigenvalues of the [*GFF*] matrix are zero or numerically insignificant, then the [*GFF*] matrix is singular. Therefore, for a three input test, the [*GFF*] matrix should have three eigenvalues. (The number of eigenvalues is the number of uncorrelated inputs). This concept is shown graphically in Figure 1 for the auto power spectra for a three input case. It is difficult to determine if the inputs are mutually correlated from these plots. Figure 2 shows the principal force plots for the same case. At the frequencies where the third principal/virtual force drops (lowest curve), this indicates that the inputs are mutually correlated at those frequencies. This is not apparent from Figure 1.

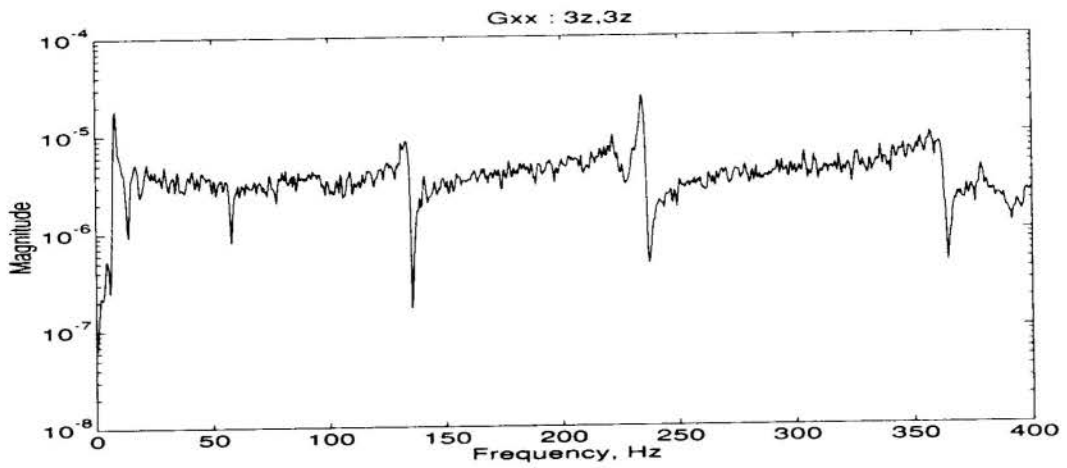
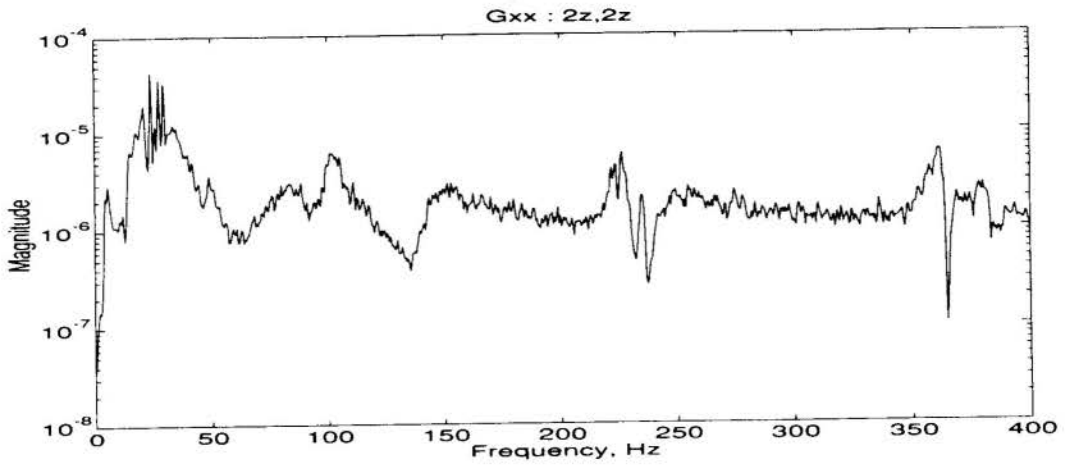
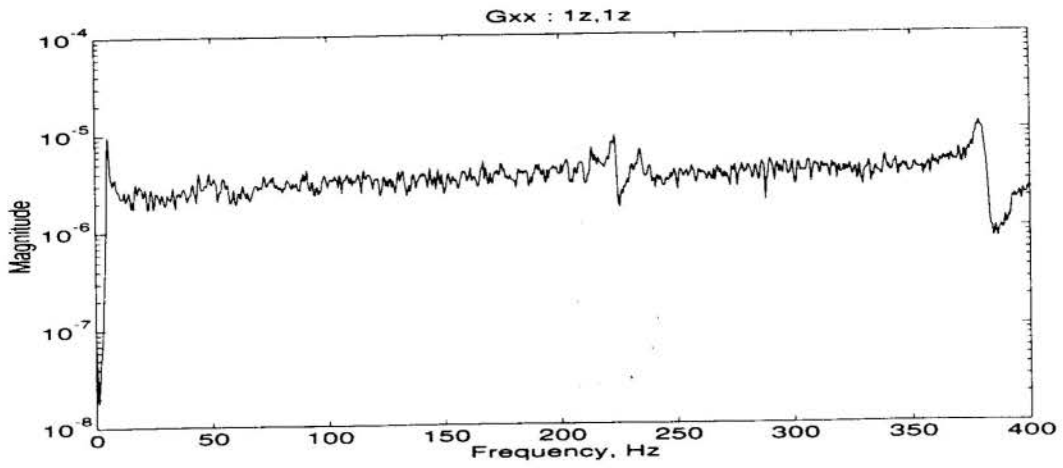


Figure 1. AutoPower Spectrum of Input Forces

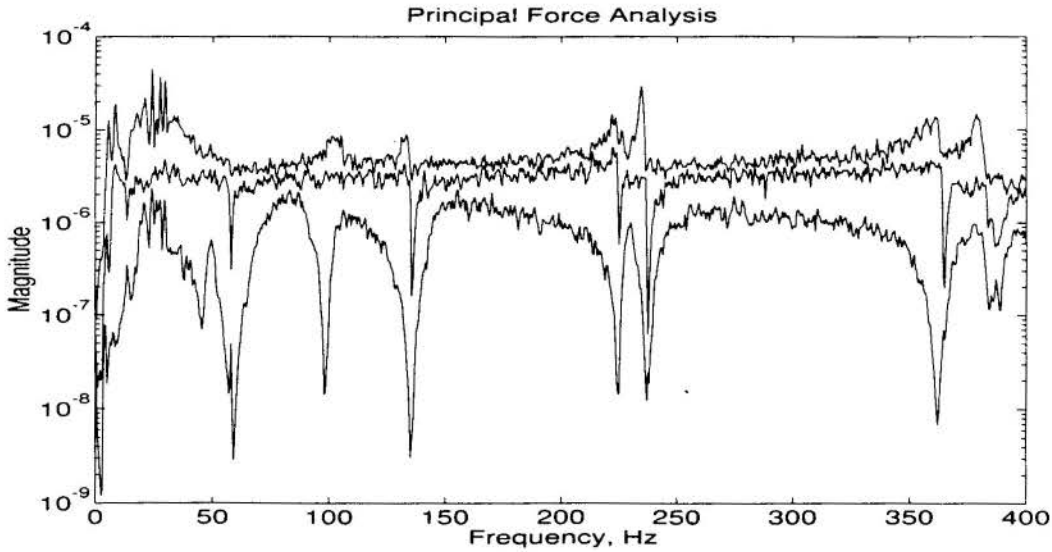


Figure 2. Principal (Virtual) Force Spectrum

5.2 Enhanced Frequency Response Functions (eFRF)

The concept of physical to modal coordinate transformation is used to manipulate frequency response functions (FRFs) so as to enhance a particular mode of vibration yielding a virtual FRF known as an enhanced frequency response function (eFRF). Starting with:

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^{2N} \frac{Q_r \psi_{pr} \psi_{qr}}{j\omega - \lambda_r} \quad (21)$$

Redefining:

$$H_{pq}(\omega) = \sum_{r=1}^{2N} \psi_{pr} \frac{Q_r \psi_{qr}}{j\omega - \lambda_r} \quad (22)$$

The enhanced frequency response function (eFRF) for mode r can now be defined:

$$eFRF_r(\omega) = \frac{Q_r \psi_{qr}}{j\omega - \lambda_r} \quad (23)$$

The eFRF has only to do with the column (or row) reference location and is constant for a given column (or row) of the FRF matrix. The eFRF can be formulated from measured frequency response function data in the following manner:

$$\{H(\omega)\} = \sum_{s=1}^{2N} \{\psi_s\} \frac{Q_s \psi_{qs}}{j\omega - \lambda_s} \quad (24)$$

$$eFRF_r(\omega) = \{\psi_r\}^T [M] \{H(\omega)\} = \{\psi_r\}^T [M] \sum_{s=1}^{2N} \{\psi_s\} \frac{Q_s \psi_{qs}}{j\omega - \lambda_s} \quad (25)$$

From the orthogonality conditions:

$$\{\psi_r\}^T [M] \{\psi_r\}_s = M_r \quad \{\psi_r\}^T [M] \{\psi_s\} = 0 \quad (26)$$

$$eFRF_r(\omega) = M_r \frac{Q_r \psi_{qr}}{j\omega - \lambda_r} \quad (27)$$

The above equation indicates that the enhanced frequency response function (eFRF) requires an estimate of the modal vector and an estimate of the mass matrix. Under the assumption that the modal vector is based upon the measured data and that the mass distribution is nearly uniform, an eFRF can be estimated in any situation. If a modal filter is estimated according to Equation (16) or (18), the eFRF can be estimated without the need of the mass matrix.

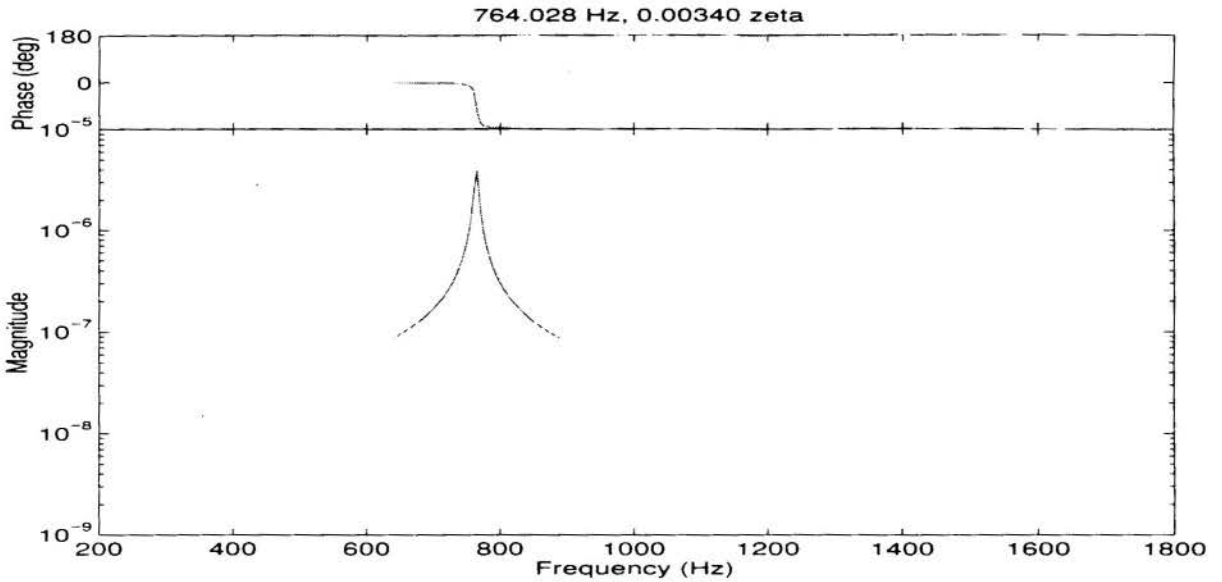


Figure 3. Enhanced Frequency Response Function

The eFRF can be used, together with single degree-of-freedom modal parameter estimation methods, to estimate the frequency and damping of the associated modal frequency.

Frequently, the eFRF is estimated from the singular vector(s) associated with the peaks in the Complex Mode Indicator Function (CMIF) (Shih, et al, 1988, Fladung, et al, 1997). The CMIF is formulated by plotting the singular values of the economical SVD of the frequency response function matrix $[H]$ on a frequency by frequency basis.

$$[H]_{N_o \times N_i} = [U]_{N_o \times N_e} [\Sigma]_{N_e \times N_e} [V]_{N_e \times N_i}^H \quad (28)$$

where:

- N_e is the number of effective modes. The effective modes are the modes that contribute to the response of the structure at this particular frequency ω .
- $[U(\omega)]$ is the left singular matrix of size $N_o \times N_e$ (unitary).
- $[\Lambda(\omega)]$ is the eigenvalue matrix of size $N_d \times N_e$ (diagonal) matrix.

- $[\Sigma(\omega)]$ is the singular value matrix of size $N_e \times N_e$ (diagonal) matrix.
- $[V(\omega)]$ is the right singular matrix of size $N_d \times N_i$ (unitary) matrix.

Most often, the number of input points (reference points), N_i , is less than the number of response points, N_o . If the number of effective modes is less than or equal to the smaller dimension of the FRF matrix, ie. $N_e \leq N_i$, the singular value decomposition leads to approximate mode shapes (left singular vectors) and approximate modal participation factors (right singular vectors). The singular value is then equivalent to the scaling factor Q_r divided by the difference between the discrete frequency and the modal frequency $j\omega - \lambda_r$. For a given mode, since the scaling factor is a constant, the closer the modal frequency is to the discrete frequency, the larger the singular value will be. Therefore, the damped natural frequency is the frequency at which the maximum magnitude of the singular value occurs. If different modes are compared, the stronger the mode contribution (larger residue value), the larger the singular value will be.

In order for the eFRF to also be used to estimate the modal scaling (modal mass and/or modal A), the correct scaling (correct magnitude and phase) of the eFRF must be accounted for. If the CMIF approach is used, since the right and left singular vectors in the singular value decomposition are unitary and scaled consistently as a set, the unitary scaling of the left and right singular vectors must be accounted for in the eFRF computation.

The eFRF is scaled by utilizing the values of the left and right singular vectors, associated with the significant singular value, at the driving point location as follows:

$$SF_{eFRF} = \{v(drvPt)\}_{1 \times N_{drvPt}}^+ \{u(drvPt)\}_{N_{drvPt} \times 1} \quad (29)$$

$$eFRF = SF_{eFRF} * \{u\}_{1 \times N_o}^T [H]_{N_o \times N_i} \{v\}_{N_i \times 1} \quad (30)$$

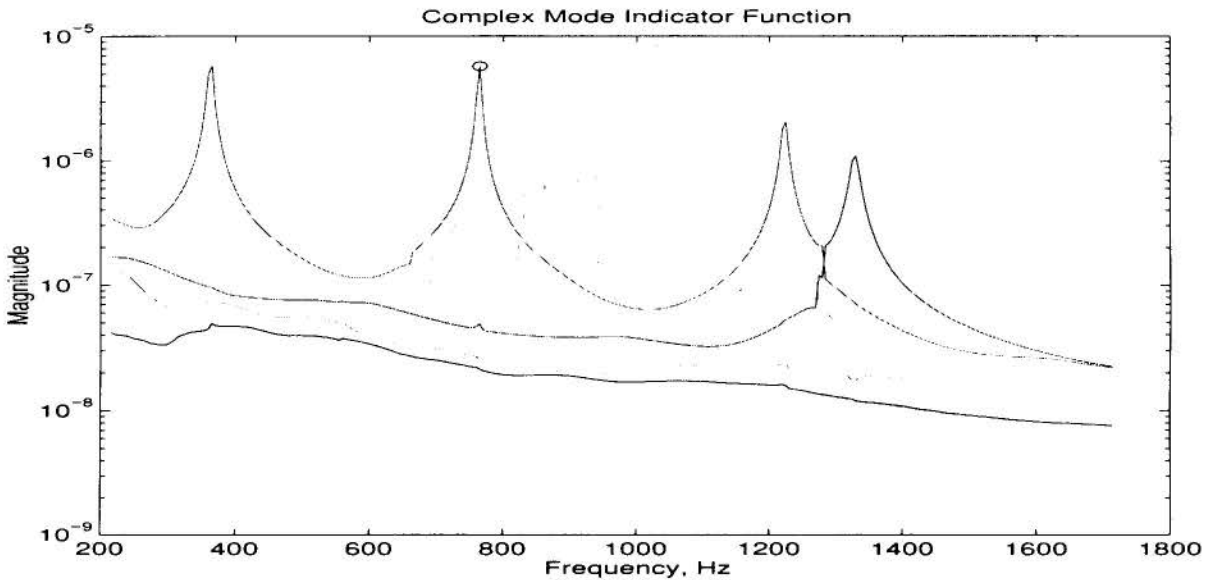


Figure 4. Complex Mode Indicator Function

5.3 Kalman Filtered Order Tracking

Recent advances in order tracking in rotating systems where the rotation speed is rapidly changing (high slew rate) has taken advantage of Kalman filtering. While the procedure for the development of the linear transformation is quite different, the result is a virtual measurement that enhances one order from a physical measurement composed of all of the orders that are being excited by the rotation of the system. Due to the complexity of the numerical approach, the details of the development can be found in several references (Vold, et al, 1993, 1997, Leuridan, et al, 1995) and is not repeated here.

Kalman filtering yields a single channel of time information that tracks one specific order relationship regardless of the frequency. Since only one order is present, simplified digital signal processing methods (not restricted to fast Fourier transform (FFT) parameters) can be used to determine instantaneous frequency, magnitude and phase information.

Figure 5 is a plot of response data that includes several different orders in the response. Figure 6 is the virtual measurement involving only one order of the response for the same time period. Note that in this case, over the period of time shown, the rotating speed of the system increased by 50 RPM. Once the response to various orders is determined in this procedure, the response due to a specific order can be removed from the original response or altered and put back in the original response to evaluate possible system changes (sound quality applications, for example).

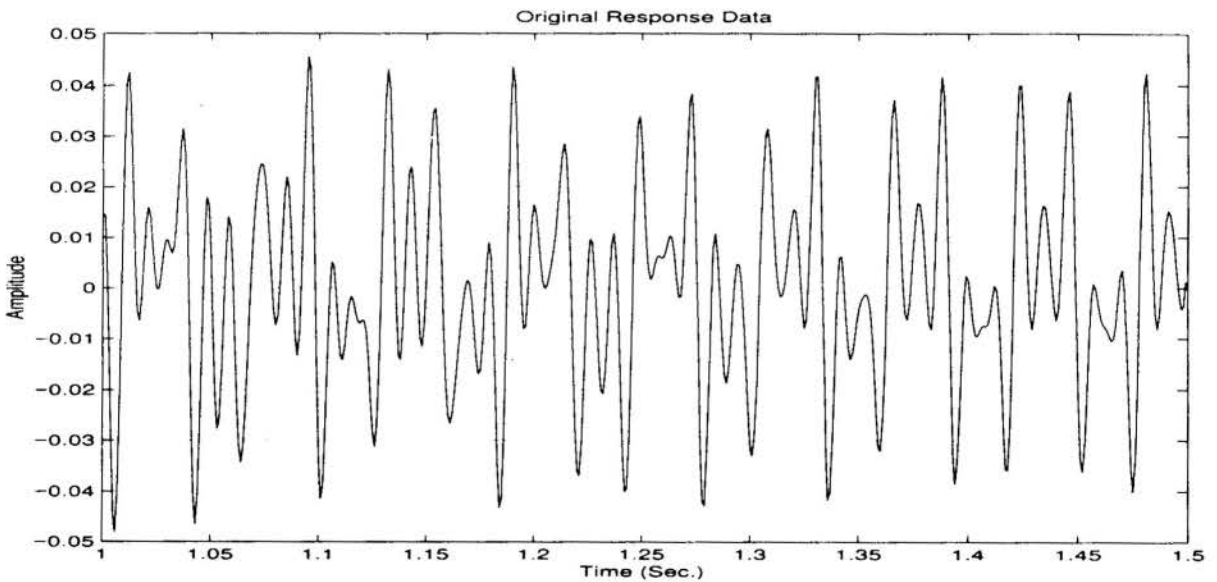


Figure 5. High Slew Rate Response Data

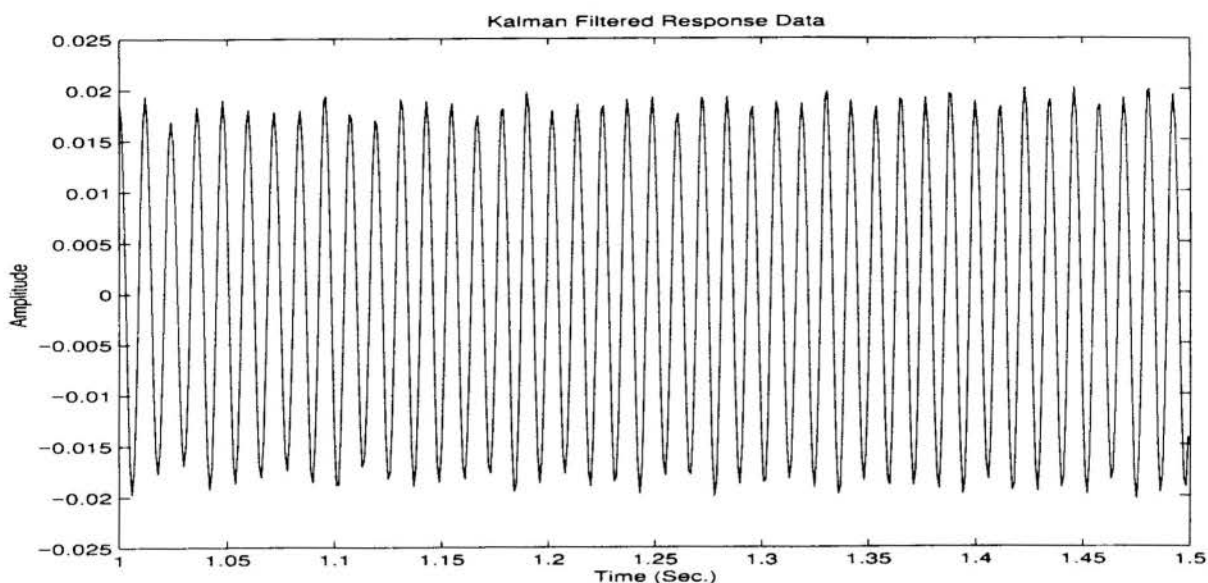


Figure 6. Kalman Filtered Response Data

6. Summary - Future Trends

Virtual measurements have become increasingly important to the analysis of structural systems via experimental data, particularly in situations involving multiple inputs where the inputs are partially correlated. In the past, virtual measurements have almost always been developed by way of post processing measured data. For this reason, most virtual measurements have been formulated as frequency domain measurements. These approaches have been very successful and have become a vital part of experimental structural analysis.

With the lower cost and increasing availability of multi-channel (8-256) data acquisition systems, implementation of virtual measurement methods are now practical directly in the data acquisition hardware. The future possibilities of virtual measurements in the time domain provides numerous possibilities. One such possibility, the application of virtual measurements to flight flutter testing, is currently being evaluated.

7. References

- ALLEMANG, R. J., "Investigation of Some Multiple Input/Output Frequency Response Function Experimental Modal Analysis Techniques", Doctoral Dissertation, University of Cincinnati, 1980, 358 pp.
- ALLEMANG, R.J., BROWN, D.L., "Modal Parameter Estimation" Experimental Modal Analysis and Dynamic Component Synthesis, USAF Technical Report, Contract No. F33615-83-C-3218, AFWAL-TR-87-3069, Vol. 3, 130 pp., 1987.
- ALLEMANG, R.J., BROWN, D.L., FLADUNG, W., "Modal Parameter Estimation: A Unified Matrix Polynomial Approach", Proceedings, International Modal Analysis Conference, pp. 501-514, 1994.
- BENDAT, J.S.; PIERSOL, A.G., **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1971, 407 pp.

DIPPERY, K.D., "Methods of Reducing the Size of the Low Order Matrix Polynomial Frequency Domain Parameter Estimation Problem in Modal Analysis", Master of Science Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Cincinnati 220 pp., 1993.

DIPPERY, K.D., PHILLIPS, A.W., ALLEMANG, R.J., "An SVD Condensation of the Spatial Domain in Modal Parameter Estimation", Proceedings, International Modal Analysis Conference, 1994, 7 pp.

DIPPERY, K.D., PHILLIPS, A.W., ALLEMANG, R.J., "Spectral Decimation in Low Order Frequency Domain Modal Parameter Estimation", Proceedings, International Modal Analysis Conference, 1994, 6 pp.

FLADUNG, W.D., PHILLIPS, A.W., BROWN, D.L., "Specialized Parameter Estimation Algorithms for Multiple Reference Testing", Proceedings, International Modal Analysis Conference, pp. 1078-1087, 1997.

HALLQUIST, J.O., SNYDER, V.W., "Synthesis of Two Discrete Vibratory Systems Using Eigenvalue Modification", AIAA Journal, XI, 1973.

HALLQUIST, J.O., "Modification and Synthesis of Large Dynamic Structural Systems", Doctoral Dissertation, Michigan Tech. University, 1974.

JOLLIFFE, I.T., **Principal Component Analysis** Springer-Verlag New York, Inc., 1986, 271 pp.

LAWSON, C.L., HANSON, R.J., **Solving Least Squares Problems**, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1974, 340 pp.

LEMBREGTS, F., "Frequency Domain Identification Techniques for Experimental Multiple Input Modal Analysis", Doctoral Dissertation, Katholieke University of Leuven, Belgium, 213 pp., 1988.

LEURIDAN, J., KOPP, G.E., MOSHREFI, N., VOLD, H., "High Resolution Order Tracking Using Kalman Tracking Filters - Theory and Applications", SAE Paper Number 951332, Proceedings, SAE Noise and Vibration Conference, pp. 803-809, 1995.

LUK, Y.W., MITCHELL, L.D., "System Modeling and Modification Via Modal Analysis", Proceedings, International Modal Analysis Conference, pp. 423-429, 1982.

MEIROVITCH, L. BARUH, H., "Control of self-adjoint distributed-parameter systems", Journal of Guidance Control and Dynamics, 5(1), pp. 60-66, 1982.

MEIROVITCH, L., BARUH, H., "The implementation of modal filters for control of structures", Journal of Guidance Control and Dynamics, 8(6), pp. 707-716, 1985.

POMAZAL, R.J., SNYDER, V.W., "Local Modifications of Damped Linear Systems", AIAA Journal, Volume IX, 1971.

PRICE, S., BERNHARD, R., "Virtual Coherence: A Digital Signal Processing Technique for Incoherent Source Identification", Proceedings, International Modal Analysis Conference, pp. 1256-1262, 1986.

ROST, R.W., "Investigation of Multiple Input Frequency Response Function Estimation Techniques for Experimental Modal Analysis", Doctoral Dissertation, Department of Mechanical Engineering, University of Cincinnati, 219 pp., 1985.

ROST, R.W., LEURIDAN, J., "A Comparison of Least Squares and Total Least Squares for Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions", ASME Paper Number 85-DET-105, 6 pp., 1985.

ROST, R.W., LEURIDAN, J., "Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions: Diagnostic Techniques for the Excitation", ASME Paper Number 85-DET-107, 5 pp., 1985.

SHELLEY, S.J., "Investigation of Discrete Modal Filters for Structural Dynamic Applications, Doctoral Dissertation, Department of Mechanical Engineering, University of Cincinnati, 269 pp., 1991.

SHIH, C.Y., TSUEI, Y.G., ALLEMANG, R.J., BROWN, D.L., "Complex Mode Indication Function and Its Application to Spatial Domain Parameter Estimation", Mechanical System and Signal Processing, Vol. 2, No. 4, pp. 367-377, 1988.

STRANG, G., **Linear Algebra and Its Applications, Third Edition**, Harcourt Brace Jovanovich Publishers, San Diego, 1988, 505 pp.

VOLD, H., LEURIDAN, J., "High Resolution Order Tracking at Extreme Slew Rates, Using Kalman Tracking Filters", SAE Paper Number 931288, Proceedings, SAE Noise and Vibration Conference, pp. 219-226, 1993.

VOLD, H., MAINS, M., BLOUGH, J., "Theoretical Foundations for High Performance Order Tracking with the Vold-Kalman Tracking Filter", SAE Paper Number 972007, Proceedings, SAE Noise and Vibration Conference, pp. 1083-1088, 1997.

ZHANG, Q., SHIH, C.Y., ALLEMANG, R.J., "Orthogonality Criterion for Experimental Modal Vectors", Vibration Analysis - Techniques and Application, ASME Publication DE, Volume 18-4, pp. 251-258, 1989.

PAPER CODE: COB465

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EM PROBLEMAS ELASTOSTÁTICOS LINEARES/ *SENSITIVITY ANALYSIS AND STRUCTURAL OPTIMIZATION OF LINEAR ELASTIC PROBLEMS*

CLÁUDIO A. DE CARVALHO SILVA & MARCO LÚCIO BITTENCOURT

*Departamento de Projeto Mecânico, Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP
CEP: 13083-970 Campinas/SP - Brasil - E-mail: mlb@fem.unicamp.br*

Abstract

Structural optimization has features, such as high structural analysis and gradient evaluation costs besides the intense flux of data between analysis and optimization codes, that make it more complex than common mathematical programming problems. This work shows an interior point optimization algorithm and the continuous formulation of the sensitivity analysis taking into account those features, implemented using object-oriented programming techniques.

Keywords

Optimization, sensitivity analysis, finite elements, object-oriented programming, C++, otimização, análise de sensibilidade, elementos finitos, programação orientada por objetos.

1. INTRODUÇÃO

A síntese estrutural, formulada como um problema de otimização, pode ser definida como a evolução de uma configuração estrutural em termos de um funcional de performance sujeito a um conjunto de restrições. Nesse trabalho, consideram-se procedimentos para a otimização de espessura em problemas de tensão plana, formulados pelo método de elementos finitos.

Praticamente todos os algoritmos básicos de programação matemática foram desenvolvidos durante as décadas de 60 e 70. Entretanto, tais métodos foram aplicados principalmente em pesquisa operacional, causando certas dificuldades para torná-los ferramentas eficientes e confiáveis para o projeto estrutural. Em primeiro lugar, como muitos parâmetros estruturais não são conhecidos com grande precisão, a busca de um ótimo matematicamente preciso significa muito pouco do ponto de vista da engenharia. Em segundo, o custo de análise de um determinado projeto pode ser muito alto, envolvendo a solução de sistemas lineares de altas ordens. Belegundu e Arora (1985) demonstraram a necessidade de dispensar atenção especial às características específicas dos problemas de otimização estrutural, mostrando que não é possível relacionar a performance de um algoritmo num problema de programação matemática com o seu comportamento em otimização de projetos. A razão é que problemas de programação matemática consistem

de funcionais explícitos, de pequena dimensão e sem grande número de mínimos locais, ou seja, são em geral triviais em termos do tempo computacional de uma análise. Já em problemas de otimização estrutural, somente duas características são relevantes: *convergência global* (se o algoritmo e sua implementação são confiáveis em atingir um mínimo aproximado a partir de um ponto inicial arbitrário) e *eficiência* (se o programa realiza o menor número possível de avaliações das funções do problema e de seus gradientes).

A forma geral do problema de otimização estrutural é a seguinte,

$$\text{Minimizar } f(\mathbf{p}, \mathbf{u}(\mathbf{p})) \quad \text{sujeito à} \quad \begin{aligned} g_i(\mathbf{p}, \mathbf{u}(\mathbf{p})) &\leq 0 & i = 1, \dots, m \\ h_j(\mathbf{p}, \mathbf{u}(\mathbf{p})) &= 0 & j = 1, \dots, p \end{aligned} \quad (1)$$

onde f é a função objetivo do problema; g_i e h_j são os funcionais de restrição. O vetor de deslocamentos nodais \mathbf{u} satisfaz a equação de equilíbrio de elementos finitos $\mathbf{K}(\mathbf{p})\mathbf{u} = \mathbf{F}$, sendo \mathbf{p} o vetor das variáveis de projeto com dimensão n , $\mathbf{K}(\mathbf{p})$ é a matriz de rigidez da estrutura e \mathbf{F} é o vetor de carregamentos. Como se observa em (1), as funções f , g_i e h_j são implícitas nas variáveis de projeto, ou seja, dependem do vetor de deslocamentos \mathbf{u} que por sua vez depende de \mathbf{p} . Não há restrições quanto à forma destes funcionais, sendo em geral altamente não-lineares e podendo envolver ainda um grande número de variáveis de projeto. Exige-se apenas que as primeiras derivadas dos funcionais existam em todos os pontos de Ω . Dessa forma, o problema de otimização estrutural é caracterizado pelos altos custos de análise e avaliação de gradientes, aliada à necessidade de intensa troca de dados entre os módulos de elementos finitos e de otimização. Em resumo, a eficiência global de um programa de otimização estrutural depende não só das características de convergência, eficiência e confiabilidade do algoritmo de otimização, mas também de técnicas eficientes para o cálculo de gradientes e troca de dados entre os módulos envolvidos. Neste artigo, consideram-se aspectos de uma algoritmo de minimização, análise de sensibilidade de parâmetros, alguns exemplos e a implementação de um programa em C++. Estas são algumas das características de um trabalho em desenvolvimento visando a implementação de um ambiente computacional para a otimização de parâmetros e forma em problemas elásticos (Silva, 1997).

2. ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

O método de Pontos Interiores de Herskovits (1986) consiste de um algoritmo de pontos interiores para otimização não-linear sujeita a restrições de igualdade e desigualdade. Devido à sua característica de convergência global com taxa superlinear (Panier *et al.*, 1988), além de gerar uma seqüência de pontos viáveis, tem sido aplicado com sucesso em problemas estruturais (Herskovits, 1989; Fancello, 1993). O algoritmo emprega uma técnica iterativa de ponto fixo na solução direta do sistema de equações e inequações não-lineares obtidas das condições necessárias de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker. A cada iteração, determina-se a *direção de busca* resolvendo dois sistemas lineares de mesma matriz. O decréscimo da função objetivo e a viabilidade é garantida através de uma *busca linear imprecisa*, aumentando a eficiência global do processo. Consideram-se as seguintes definições: $f(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ (função objetivo); $\mathbf{g}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ (vetor de restrições de desigualdade); $\mathbf{G}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m \times m}$ (matriz diagonal onde $G_{ii}(\mathbf{p}) = g_i(\mathbf{p})$); $\mathbf{C}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ (gradiente de f , ou seja, $C_i(\mathbf{p}) = \partial f / \partial x_i$); $\mathbf{A}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$ (gradiente de $\mathbf{g}(\mathbf{p})$, ou seja, $A_{ij}(\mathbf{p}) = \partial g_i / \partial x_j$); $\mathbf{h}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ (vetor de restrições de igualdade); $\mathbf{L}(\mathbf{p}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{p \times n}$ (gradiente de $\mathbf{h}(\mathbf{p})$, ou seja, $L_{ij}(\mathbf{p}) = \partial h_i / \partial x_j$); $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^m$ (multiplicadores de Lagrange das restrições de desigualdade); $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^p$ (multiplicadores

de Lagrange das restrições de igualdade). A partir daí, as condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker consistem do seguinte sistema de equações e inequações:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(\mathbf{p}) + \mathbf{A}^T(\mathbf{p}) \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{L}^T(\mathbf{p}) \boldsymbol{\mu} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{G}(\mathbf{p}) \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{p}) &= \mathbf{0} \\ g_i(\mathbf{p}) &\leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ \lambda_j &\geq 0 \quad j = 1, \dots, m \end{aligned}$$

O algoritmo de Herskovits é constituído dos seguintes passos (Herskovits, 1986; Herskovits *et al.*, 1989):

Passo 1. Inicialização. Assumir valores convenientes para os parâmetros $(\alpha, \xi, \nu, \eta, \gamma, \delta) \in (0, 1)$, $\bar{\rho} > 0$, $\epsilon > 0$. Escolher um projeto inicial viável, ou seja, $\mathbf{p}^{(0)} \in \Omega$ e um conjunto de multiplicadores $\lambda_i > 0$ ($i = 1, \dots, m$), por exemplo $\lambda_i = -1/g_i(\mathbf{p})$. Escolher uma matriz real positiva definida \mathbf{Q} de ordem $n \times n$ como estimativa da matriz Hessiana do Lagrangeano. Na ausência de maior informação, pode-se assumir $\mathbf{Q} \equiv \mathbf{I}$ como estimativa inicial.

Passo 2. Cálculo da Direção de Busca.

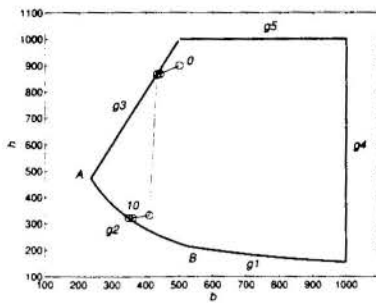
1. Contruir a matriz $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T & \mathbf{L}^T \\ \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{A} & \mathbf{G} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ e resolver os sistemas $\mathbf{R} \mathbf{u}_0 = \mathbf{b}_0$ e $\mathbf{R} \mathbf{u}_1 = \mathbf{b}_1$ onde $\mathbf{u}_0 = [\mathbf{d}_0 \ \lambda_0 \ \boldsymbol{\mu}_0]^T$, $\mathbf{b}_0 = [-\mathbf{C} \ \mathbf{0} \ -\mathbf{h}]^T$, $\mathbf{u}_1 = [\mathbf{d}_1 \ \lambda_1 \ \boldsymbol{\mu}_1]^T$ e $\mathbf{b}_1 = [\mathbf{0} \ -\boldsymbol{\lambda} \ -\boldsymbol{\mu}]^T$.
2. $\varphi = f + \sum_{j=1}^p c_j h_j$, $c_j > 0$. Se $\mathbf{d}_1 \cdot \nabla \varphi > 0$, $\rho = \frac{(\alpha - 1) \mathbf{d}_0 \cdot \nabla \varphi}{\mathbf{d}_1 \cdot \nabla \varphi}$; senão $\rho = \bar{\rho}$.
3. Calcular a direção de busca pela expressão $\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 + \rho \mathbf{d}_1$ e $\bar{\boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{\lambda}_0 + \rho \boldsymbol{\lambda}_1$.

Passo 3. Busca Linear Imprecisa. Determinar um tamanho de passo t que respeite a condição de decréscimo de Armijo $\varphi(\mathbf{p}^{(k)} + t_0 \mathbf{d}) \leq \varphi(\mathbf{p}^{(k)}) + \eta \mathbf{d}^T \nabla \varphi(\mathbf{p}^{(k)}) t_0$ e a viabilidade do novo projeto, ou seja, $g_i(\mathbf{p}^{(k)} + t_0 \mathbf{d}) \leq 0$ ($i = 1, \dots, m$) e $h_j(\mathbf{p}^{(k)} + t_0 \mathbf{d}) \leq 0$ ($j = 1, \dots, p$). Primeiro se faz uma estimativa linear para a saturação das restrições. Se esta estimativa falhar, faz-se uma interpolação quadrática das restrições violadas.

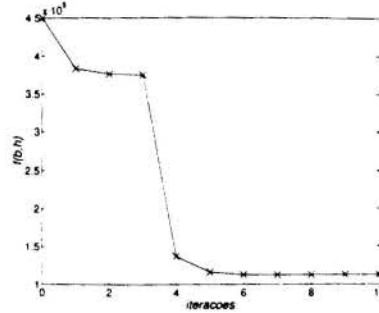
Passo 4. Teste de Convergência. Se $\|\mathbf{d}_0\|^2 > \xi$ e $\left\| \frac{f(\mathbf{p}^{(k+1)}) - f(\mathbf{p}^{(k)})}{f(\mathbf{p}^{(k)})} \right\| > \xi$ ir para o passo 5. Senão encerre o processo, sendo $\mathbf{p}^{(k+1)}$ a solução ótima obtida pelo algoritmo para o problema.

Passo 5. Atualizações.

1. Calcular os gradientes $\mathbf{C}(\mathbf{p}^{(k+1)})$, $\mathbf{A}(\mathbf{p}^{(k+1)})$ e $\mathbf{L}(\mathbf{p}^{(k+1)})$ no novo ponto.
2. Atualizar a matriz \mathbf{Q} pela regra BFGS.



(a) Evolução da solução na região viável.



(b) Valor da função objetivo nas iterações.

Figura 1: Otimização do volume de viga com restrições de desigualdade.

3. Se $\|\mathbf{d}_0\|^2 \geq \delta$ então $\lambda_i = -1/g_i(\mathbf{p})$ ($i = 1, \dots, m$); senão $\lambda_i = \sup [\lambda_{0i}; \epsilon \|\mathbf{d}_0\|^2]$, ($i = 1, \dots, m$).
4. Se $\|\mathbf{d}_0\|^2 < \gamma$ então $\gamma = \|\mathbf{d}_0\|^2$.
5. $k = k + 1$.
6. Ir para o passo 2.

2.1 Resultados Numéricos

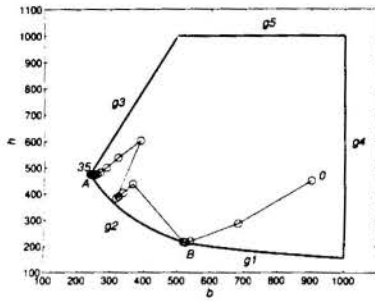
O algoritmo anterior foi aplicado na minimização do volume de uma viga de seção retangular constante (base b e altura h) submetida a um momento fletor $M = 4 \times 10^4$ kN·mm e a um esforço cortante $V = 75$ kN (Arora, 1989). As condições de contorno da viga são tais que as tensões máximas de flexão e de cisalhamento são, respectivamente, $6M/bh^2$ e $3V/bh$. Exige-se que as tensões não ultrapassem 10 MPa na flexão e 2 MPa no cisalhamento (restrições g_1 e g_2). Além disso, a altura h não deve exceder o dobro da largura (restrição g_3). Impondo-se ainda os limites $10 \text{ mm} \leq b, h \leq 1000 \text{ mm}$ (restrições g_4 a g_7), tem-se, na forma (1),

$$\begin{aligned} \min f(b, h) &= bh \\ \text{sujeita à} \quad g_1(b, h) &= \frac{2.4 \times 10^7}{bh^2} - 1.0 \leq 0 & g_4(b, h) &= \frac{b}{1000.0} - 1.0 \leq 0 \\ g_2(b, h) &= \frac{1.125 \times 10^5}{bh} - 1.0 \leq 0 & g_5(b, h) &= \frac{h}{1000.0} - 1.0 \leq 0 \\ g_3(b, h) &= \frac{h}{2b} - 1.0 \leq 0 & g_6(b, h) &= 1.0 - \frac{b}{10.0} \leq 0 \\ & & g_7(b, h) &= 1.0 - \frac{h}{10.0} \leq 0 \end{aligned}$$

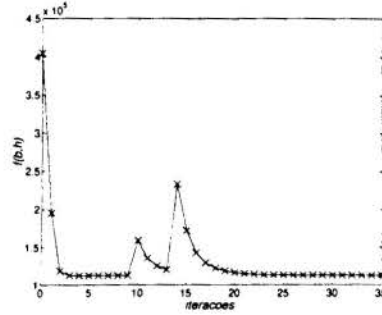
cuja solução é qualquer ponto viável com a restrição g_2 ativa (linha $A - B$ da Figura 1a)), onde $f(b, h) = 112500.000 \text{ mm}^2$. Os resultados nas Figuras 1a) e 1b) mostram, respectivamente, a evolução da solução na região viável e a seqüência de valores da função objetivo nas iterações de otimização. Convertendo g_3 numa restrição de igualdade, a solução é o ponto A da Figura 2a). A solução é mostrada nas Figuras 2a) e 2b).

3. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Como observado no algoritmo anterior, é necessário determinar os gradientes dos funcionais a cada iteração. Como tais funcionais dependem da solução numérica de uma equação de estado, os gradientes também devem ser obtidos de maneira numérica. A



(a) Evolução da solução na região viável.



(b) Valor da função objetivo nas iterações.

Figura 2: Otimização do volume de viga com restrições de desigualdade e igualdade.

formulação de análise de sensibilidade fornece a base teórica e computacional para o cálculo de gradientes de funcionais que dependem implicitamente das variáveis de projeto de maneira mais precisa e eficiente, comparando-se com a aplicação de uma técnica de diferenças finitas. Isto porque a análise de sensibilidade não requer a especificação de um passo para a avaliação da sensibilidade — o qual se for muito grande ou pequeno dá origem a imprecisões. Exige-se apenas a resolução de um sistema linear por funcional ativo (que é no máximo igual ao número de variáveis) ao invés de um sistema linear por variável no caso de diferenças finitas. De acordo com Haug, *et al.* (1986), a formulação contínua da análise de sensibilidade obtém as derivadas dos funcionais diretamente das equações da mecânica do contínuo sem a necessidade de discretização.

Considere a formulação variacional do problema de elasticidade linear definido num domínio $\mathcal{B} \in \mathbb{R}^3$:

Determinar o campo de deslocamentos $u \in \mathcal{V}$ tal que

$$a_{\mathbf{p}}(u, v) = l_{\mathbf{p}}(v) \quad \forall v \in \mathcal{V}$$

onde $a_{\mathbf{p}}(u, v) = \int_{\mathcal{B}} \mathbf{T}(u) \cdot \mathbf{E}(v) dV$; $l_{\mathbf{p}}(v) = \int_{\partial\mathcal{B}} \mathbf{t} \cdot v dA + \int_{\mathcal{B}} \mathbf{b} \cdot v dV$; \mathbf{T} é o tensor de tensões; \mathbf{E} é o tensor de deslocamentos; \mathbf{t} é o carregamento superficial; \mathbf{b} é o carregamento distribuído no volume; \mathcal{V} é o conjunto das soluções cinematicamente possíveis. Neste tipo de problema, a maioria dos funcionais pode ser colocada na seguinte forma geral (Haug, *et al.*, 1986),

$$\psi(\mathbf{p}) = \int_{\mathcal{B}} \mathcal{G}(u, \nabla u, \mathbf{p}) dV \quad u = u(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \quad \mathbf{x} \in \mathcal{B} \quad (2)$$

onde

$$\dot{\psi}(\mathbf{p}) = \int_{\mathcal{B}} (\mathcal{G}_{,u} \cdot \dot{u} + \mathcal{G}_{,\nabla u} \cdot \nabla \dot{u} + \mathcal{G}_{,\mathbf{p}} \cdot \delta \mathbf{p}) dV \quad (3)$$

Diferenciando a equação variacional tem-se,

$$a_{\mathbf{p}}(\dot{u}, v) = \dot{l}_{\mathbf{p}}(v) - \dot{a}_{\mathbf{p}}(u, v) \quad (4)$$

cuja solução fornece \dot{u} . Para evitar a necessidade de determinar numericamente $\nabla \dot{u}$, introduz-se o seguinte problema adjunto:

Determinar o campo de deslocamentos ς tal que

$$a_{\mathbf{p}}(\varsigma, v) = \int_{\mathcal{B}} (\mathcal{G}_{,u} \cdot v + \mathcal{G}_{,\nabla u} \cdot \nabla v) dV \quad \forall v \in \mathcal{V} \quad (5)$$

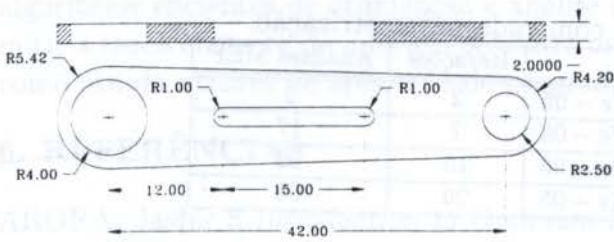


Figura 3: Dimensões do componente.

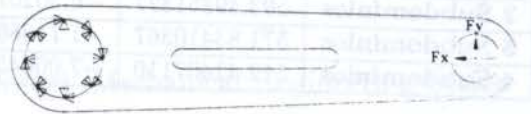
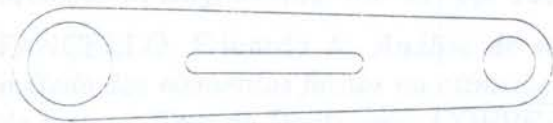
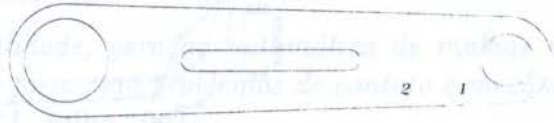


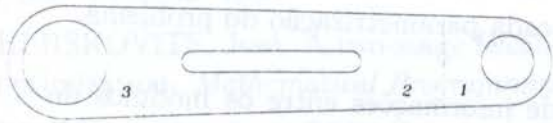
Figura 4: Condições de contorno.



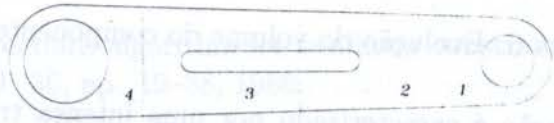
(a) Componente original.



(b) Divisão em 2 subdomínios.



(c) Divisão em 3 subdomínios.



(d) Divisão em 4 subdomínios.

Figura 5: Componente original de espessura única e divisões em subdomínios de espessuras independentes. ($E = 2.1 \times 10^6 \text{ kN/cm}^2$; $\nu = 0.3$)

Solucionando (5), obtem-se a sensibilidade da seguinte forma,

$$\dot{\psi}(\mathbf{p}) = \dot{l}_{\mathbf{p}}(\zeta) - \dot{a}_{\mathbf{p}}(u, \zeta) + \int_B \mathcal{G}_{,\mathbf{p}} \cdot \delta \mathbf{p} \, dV \quad (6)$$

Uma vez implementada esta técnica de análise de sensibilidade, o algoritmo de otimização anterior pode ser aplicado na determinação de espessuras ótimas em problemas de tensão plana.

3.1 Resultados Numéricos

A técnica de análise de sensibilidade foi utilizada juntamente com o algoritmo de pontos interiores de Herskovits na minimização do volume do componente mostrado na Figura 3, sujeito às condições de contorno da Figura 4 (Silva, 1997). Foram consideradas as situações de espessura constante em todo domínio e subdivisões em 2, 3 e 4 subregiões com espessuras independentes, como ilustrado na Figura 5. Considerando como restrição de tensão que a média da tensão de von Mises em cada elemento não deve ultrapassar 2500 kN/cm^2 (funcional ψ) são obtidos os resultados da Tabela 1 e da Figura 6.

4. IMPLEMENTAÇÃO

Os algoritmos de otimização e análise de sensibilidade foram implementados em C++ utilizando recursos de programação orientada por objetos (Silva, 1997). O problema de

Tabela 1: Resultados da otimização com cada parametrização.

	Volume _{final}	ψ_{final}	Iterações	Análises MEF
Original	657.01902580	-1.606058e - 05	2	2
2 Subdomínios	593.49351327	-6.302077e - 06	7	17
3 Subdomínios	571.83410367	-1.716869e - 06	16	52
4 Subdomínios	512.41437110	-7.006431e - 05	20	61

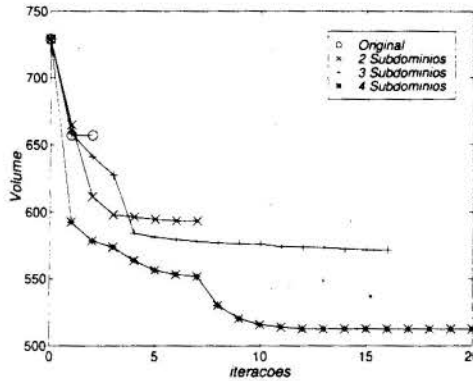


Figura 6: Evolução do volume do componente em cada parametrização do problema.

otimização é caracterizado por uma intensa troca de informações entre os módulos de análise, de avaliação de funcionais e gradientes e otimização, sendo fundamental permitir trocas de dados eficientes. Nesse sentido, um objeto da classe implementando o método de elementos finitos é declarado como dado de uma classe de gerenciamento de funcionais, disponibilizando em memória todas as informações e métodos do modelo de elementos finitos. Os funcionais de performance são implementados como classes derivadas de uma classe base genérica que, através do recurso de funções virtuais, torna o código independente do tipo específico de funcional utilizado. Assim, os tipos de funcionais da análise são definidos apenas em tempo de execução. Além disso, novos tipos de funcionais podem ser incluídos sem a necessidade de revisar nenhuma parte do programa. Todos os procedimentos de análise de sensibilidade são definidos como funções internas da classe, tornando a sua interface de utilização bastante simples. Por último, o algoritmo de otimização é implementado como uma classe derivada da classe de gerenciamento de funcionais, herdando suas características e tendo acesso em memória a seus dados. Essa construção modular facilita a extensão e atualização dos códigos.

5. CONCLUSÃO

A construção de um código eficiente de otimização estrutural deve-se iniciar com a identificação das características específicas dos problemas estruturais e a adoção de um algoritmo mais conveniente segundo estas características. O algoritmo de pontos interiores de Herskovits tem conduzido a resultados bastante satisfatórios, pois apresenta convergência global superlinear, fornecendo sempre uma solução viável para o problema. A formulação contínua da análise de sensibilidade permite obter a expressão analítica dos funcionais de performance de problemas estruturais, através da formulação de um problema adjunto (com a mesma matriz da equação de estado), de maneira mais eficiente e precisa que aplicar diretamente uma técnica de diferenças finitas. O mesmo problema adjunto também pode ser utilizado na análise de sensibilidade à forma. Além da adoção de

algoritmos eficientes de otimização e análise de sensibilidade, a implementação deve permitir a troca eficiente de informações entre os módulos de otimização e análise estrutural, como obtida através de aplicação de programação por objetos.

6. REFERÊNCIAS

ARORA, Jasbir S. *Introduction to Optimum Design*. Mechanical Engineering Series. McGraw-Hill, New York, 1989.

BELEGUNDU, Ashok D., ARORA, Jasbir S. A study of mathematical programming methods for structural optimization. part i: Theory. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 21, pp. 1583-1599, 1985.

FANCELLO, Eduardo A. *Análise de sensibilidade, geração automática de malhas e o método dos elementos finitos na otimização de forma em problemas de contato e mecânica da fratura*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Julho 1993.

HAUG, Edward J., CHOI, Kyung K., KOMKOV, Vadim. *Design sensitivity analysis of structural systems*, volume 177 of *Mathematics in Science and Engineering*. Academic Press, Orlando, 1986.

HERSKOVITS, José. A two-stage feasible directions algorithm for nonlinear constrained optimization. *Mathematical Programming*, vol. 36, pp. 19-38, 1986.

HERSKOVITS, José, COELHO, C. A. B. An interior points algorithm for structural optimization problems. In BREBBIA, C. A., HERNANDEZ, S., editor, *Computer Aided Optimum Design of Structures: Recent Advances - Proceedings of the First International Conference, Southampton, June, 1989*, pp. 231-241, Southampton, June 1989. Computational Mechanics Publications - Springer Verlag.

PANIER, Eliane R., TITS, André L., HERSKOVITS, José. A qp-free, globally convergent, locally superlinear convergent algorithm for inequality constrained optimization. *SIAM Journal of Control and Optimization*, vol. 26, n. 4, pp.788-810, July 1988.

SILVA, Cláudio A. de C. *Otimização estrutural e análise de sensibilidade orientadas por objetos*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Setembro 1997.



PAPER CODE: COB483

ON THE MODELING AND DYNAMICS OF FLEXIBLE SLEWING STRUCTURES. II: SOME COMPARISONS BETWEEN SMALL AND LARGE DEFLECTIONS (CONTRIBUTIONS)

ANDRÉ FENILI⁽¹⁾, JOSÉ M. BALTHAZAR⁽²⁾, DEAN T. MOOK⁽³⁾ & JOÃO M. ROSÁRIO⁽¹⁾

(1) *Department of Mechanical Design of the Faculty of Mechanical Engineering - UNICAMP
POBOX 6122 - 13800-970 - Campinas - SP - Brazil*

(2) *Department of Applied Mathematics of the State University of São Paulo - UNESP
POBOX 178 - 13500-200 - Rio Claro - SP - Brazil*

(3) *Department of Engineering and Sciences and Mechanics - VPI&SU - Blacksburg, VA, 24060, USA*

Abstract

In this work is studied the dynamical behavior of flexible structures in slewing motion. Nondimensional equations of motion are obtained for large deflections. A small parameter appears multiplying the nonlinear terms in the equations of motion, so the influence of the nonlinearities in the system behavior can be verified. We also analysed the differences between the contributions of small and large deflections nonlinearities on the dynamics of slewing flexible structures. The known Crespo da Silva and Glynn theory for flexible beams is obtained from the one discussed here making some particularizations.

Keywords

Slewing Flexible Structures, Assumed Modes Method, Large Deflections, Small Parameter, Nonlinear Oscillations.

1. INTRODUCTION

The slewing flexible structures were first considered in literature by Book, Maizza-Neto and Wintney (1975). An excellent review of this subject was done by Junkins and Kim (1993). Fenili (1997) analysed some aspects concerning the modeling and dynamics of slewing flexible structures. Fenili et al. (1997) analysed the dynamic behavior of flexible structures under small deflections. Practical applications of this theory can be found in the analysis of the dynamic behavior of solar panels (Juang et al. (1986)), rotor blades, light robotic manipulators, satellites (Yang et al. (1994)) as some examples. The interaction between the actuator and the slewing structure is also an important field of research (Sah (1990)).

Depending on the assumptions done in the modeling of nonlinear systems as treated here, the governing equations of motion may be very complex or not. Otherwise, these equations can represent real systems or not. Here we should discuss some differences between small and large deflections in these special kind of structures. An schematic of the class of systems this research are working with is presented in figure 1a. The associated model is showed in figure 1b.

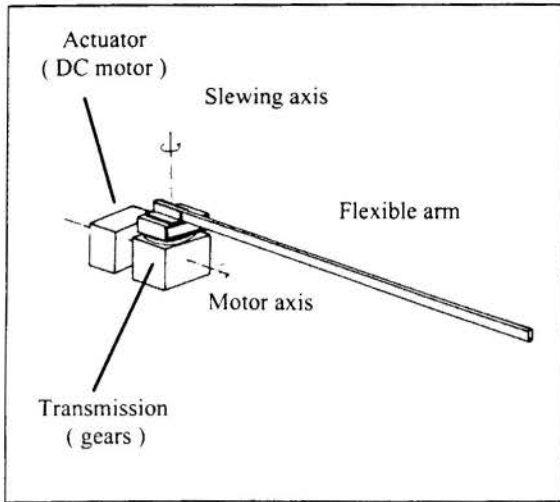


Figure 1a: Flexible Manipulator

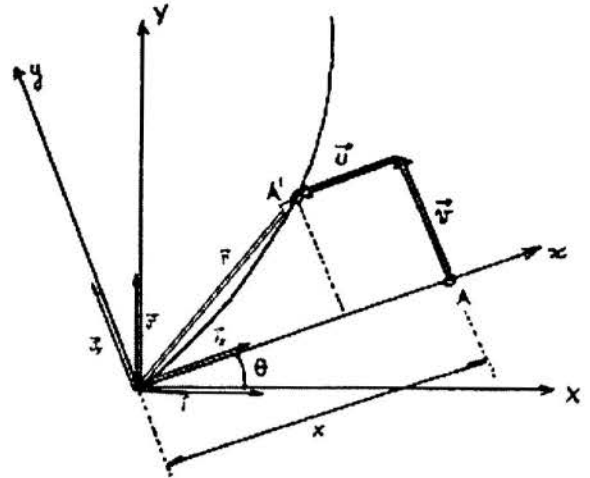


Figure 1b : Associated Model

2. ON MATHEMATICAL FORMULATION: LARGE DEFLECTIONS

Consider a slewing flexible structure under large deflections and moved by a torque applied in the slewing axis of the system by an actuator. Here is assumed the Euler-Bernoulli model for the beam like structure. Two coordinate systems are required to study this system. The actuator is assumed to be fixed in global XYZ coordinates and its only degree of freedom is the Z-rotational motion designed as θ . The second coordinate system is the local coordinate system for the structure and rotates together with the structure. The structure is "clamped" to the actuator (the slope of the structure at the root ($x = 0$) is always zero). The Z and the z coordinate axes are coincident.

Following Fenili (1997), one can obtain the Lagrangean function L in order to use the Extended Hamilton Principle. The Lagrangean function is defined as $L = K - V$ where K is the kinetic energy stored in the structure during its slewing motion and V is the total strain energy (transversal plus longitudinal) stored in the flexible structure after deflection defined as :

$$K = \frac{1}{2} \rho \int_0^L \{ (\dot{\theta} v + \dot{u})^2 + [\dot{\theta}(x-u) + \dot{v}]^2 \} dx \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} \{ EI \int_0^L [(v'')^2 + 2u''v'' + 3u'(v'')^2 - \frac{5}{2}(v')^2(v'')^2] dx + EA \int_0^L (-u' + \frac{1}{2}v'^2)^2 dx \} \quad (2)$$

where ρ represents the density of the material per unity length, E represents the elasticity modulus (or Young modulus) and I represents the cross sectional moment of inertia of the structure.

Applying the Extended Hamilton Principle one can obtain the nondimensional differential equations of motion for the flexible structure under large deflections. The independent nondimensional space variable will be defined as $x^* = x / L$, where L represents a characteristic

length of the system, by an example, the original length of the beam. The independent nondimensional time variable will be defined as $t^* = t / T$, where T represents a characteristic time defined as the period of the transversal vibration of the clamped-free undamped unforced linear beam by $T = \sqrt{\frac{\rho L^4}{EI}}$. Making all the nondimensionalisation substitutions, one can verify the appearing of a small term defined as :

$$\epsilon = \frac{r^2}{L^2} \quad (3)$$

This small parameter is obtained from the equation for longitudinal variable u , according to Fenili (1997). For a typical beam, $\epsilon \ll 1$. The dependent dimensional variables can be expressed as function of the dependent nondimensional variables by the relations : $v = \epsilon L v^*$; $u = \epsilon^2 L u^*$; $\theta = \epsilon \theta^*$. For simplicity will be dropped the (*) for the representation of the nondimensional parameters. The terms of $O(\epsilon^3)$ and of (ϵ^4) will be neglected. The nondimensional governing equations of motion for large deflections can finally be written as :

$$-\ddot{\theta} x^2 - \ddot{v} x + \epsilon^2 (-\ddot{\theta} v^2 - 2\dot{\theta}\dot{v} - \ddot{u}v + \ddot{v}u + 2\ddot{\theta}ux + \dot{\theta}\dot{u}x) = \Gamma \quad (4a)$$

$$\ddot{v} + v^{iv} + \ddot{\theta}x + \epsilon^2 (-\dot{\theta}^2 v - 2\dot{\theta}\dot{u} - \ddot{\theta}u + u^{iv}v' + 4u'''v'' + 6u''v''' + 3u'v^{iv} - 10v'v''v''' - \frac{5}{2}v''^3 - \frac{5}{2}v'^2v^{iv}) - \epsilon (-v''u' - v'u'' + \frac{3}{2}v'^2v'') = 0 \quad (4b)$$

$$\epsilon (\ddot{u} + \dot{\theta}^2 x + \ddot{\theta}v + 2\dot{\theta}\dot{v} - 2v'v^{iv}) - 2 (u' - \frac{1}{2}v'^2)' = 0 \quad (4c)$$

where $\Gamma = (Ng L K_m K_b / E I L_m) U - (Ng^2 L K_m K_b / E I R_A T) \dot{\theta}$ with Ng = gear ratio, L = length of the structure, K_m = constant of torque of the DC motor, K_b = constant of tension of the DC motor, L_m = DC motor inductance, R_A = armature resistance and U = potencial function of the actuator. The nondimensionalised boundary conditions are :

$$\theta(0) = 0 \quad (5a) , \quad \dot{\theta}(0) = 0 \quad (5b) , \quad u(0,t) = 0 \quad (5c) , \quad v(0,t) = 0 \quad (5d) , \quad v'(0,t) = 0 \quad (5e) ,$$

$$u'(1,t) - \frac{1}{2}v'(1,t)^2 + \epsilon [-\frac{1}{2}v''(1,t)^2 - 2v'(1,t)v'''(1,t)] = 0 \quad (5f) ,$$

$$-2v'''(1,t) + \epsilon [-2u'(1,t)v'(1,t) + v'(1,t)^3] + \epsilon^2 [5v'(1,t)v''(1,t)^2 - 2u'''(1,t)v'(1,t) - 6u''(1,t)v''(1,t) - 6u'(1,t)v'''(1,t) + 5v'(1,t)^2v'''(1,t)] = 0 \quad (5g) ,$$

$$\epsilon [v'(1,t)v''(1,t)] = 0 \quad (5h) , \quad v''(1,t) + \epsilon^2 [u''(1,t)v'(1,t) + 3u'(1,t)v''(1,t) - \frac{5}{2}v'(1,t)^2v''(1,t)] = 0 \quad (5i) .$$

From the equation (4c) and boundary conditions, one can write :

$$u' = \frac{1}{2}v'^2 + O(\epsilon) \quad (6)$$

$$u'' = v'v'' + O(\epsilon) \quad (7)$$

$$u''' = v''^2 + v'v''' + O(\epsilon) \quad (8)$$

$$u^{iv} = 3v''v''' + v'v^{iv} + O(\epsilon) \quad (9)$$

The expressions (6) and (7) in (5i) leads to $v''(1,t) = 0$ and the expressions (6) - (9) in (5g) leads to $v'''(1,t) = 0$.

Making θ and its derivatives equal to zero in equations 4, using expressions (6)-(9) and introducing the longitudinal nonlinear inertia, one easily obtain the Crespo da Silva and Glynn equations for the beam as a particular case (Balthazar et al. (1997)). We remarked that in the present approach the inextensibility condition appears naturally. In Crespo da Silva and Glynn (1978), this same condition was considered as a holonomic constraint via lagrange multipliers in Extended Hamilton Principle. Here we are interested in analysing the most general case ($\theta \neq 0$).

Using (6), expanding v through the assumed modes method as described by Garcia (1989) and Fenili et al. (1997) and integrating related to x , one can obtain expressions for u and its temporal derivatives \dot{u} and \ddot{u} . After it, these expressions must be substituted in the equations 4. The resulting expression for v is then multiplied for the ortogonal mode ϕ_i . In this way, the equations for the variable of deflection will be decoupled in space and coupled only in time. Then, the expression are integrated from $x = 0$ to $x = 1$. Therefore, the final governing equations of motion for the temporal generalized coordinates θ e q_i finally turns :

$$\ddot{\theta} + \sum_{i=1}^N \Xi_i \ddot{q}_i + \epsilon^2 \left[\ddot{\theta} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \vartheta_{ij} (q_i q_j) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N A_{ijk} \left(\dot{q}_i \dot{q}_j q_k + \frac{1}{2} q_i q_j \dot{q}_k \right) - \right. \\ \left. - \ddot{\theta} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta_{ij} (\dot{q}_i q_j) \right] = (Ng L K_m K_b / E I L_m) U - (Ng^2 L K_m K_b / E I R_A T) \dot{\theta} \quad (10a)$$

$$\ddot{q}_\ell + w_\ell^2 q_\ell + \alpha_\ell \ddot{\theta} + \epsilon^2 \left[-\dot{\theta}^2 \sum_{i=1}^N \beta_{i\ell} q_i - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\varrho_{ij\ell} \dot{\theta} q_i \dot{q}_j + \lambda_{ij\ell} \ddot{\theta} q_i q_j) - \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \Lambda_{ijk\ell} q_i (\dot{q}_j \dot{q}_k + q_j \ddot{q}_k) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \Gamma_{ijk\ell} q_i q_j q_k \right] = 0 \quad (10b)$$

where:

$$\Xi_i = \int_0^1 3(x\phi_i) dx, \quad \vartheta_{ij} = \int_0^1 3(\phi_i \phi_j - xR_{ij}) dx, \quad R_{ij} = \int_0^x \phi'_i(\xi) \phi'_j(\xi) d\xi, \quad A_{ijk} = \int_0^1 3(\phi_k R_{ij}) dx, \\ \Delta_{ij} = \int_0^1 3(2\phi_i \phi_j - xR_{ij}) dx, \quad \alpha_i = \int_0^1 x\phi_i dx, \quad \beta_{i\ell} = \int_0^1 \left(\phi_i + x\phi'_i + \frac{1}{2} x^2 \phi''_i \right) \phi_\ell dx, \\ \varrho_{ij\ell} = \int_0^1 (2R_{ij} + 2\phi_i V_j + 2\phi'_i \phi_j) \phi_\ell dx, \quad \lambda_{ij\ell} = \int_0^1 \left(\frac{1}{2} R_{ij} + \phi_i V_j + \phi'_i \phi_j \right) \phi_\ell dx, \\ \Lambda_{ijk} = \int_0^1 (S_{jk} \phi''_i + R_{jk} \phi'_i) \phi_\ell dx, \quad \Gamma_{ijk\ell} = \int_0^1 \left[3\phi'_i \phi'_j \phi''_k + \frac{3}{2} \phi'_i \phi''_j \phi''_k + w_j^2 (\phi'_i \phi_j \phi'_k + W_{ij} \phi''_k) \right] \phi_\ell dx$$

$$S_{ij}(x) = -\int_x^1 \left[\int_0^\eta \phi_i'(\xi) \phi_j'(\xi) d\xi \right] d\eta \quad V_i(x) = -\int_x^1 \phi_i(\xi) d\xi \quad W_{ij}(x) = -\int_x^1 \phi_i'(\xi) \phi_j(\xi) d\xi \quad (11)$$

and the boundary conditions : $\theta(0) = 0$; $\dot{\theta}(0) = 0$; $v(0,t) = 0$; $v'(0,t) = 0$; $v''(1,t) = 0$; $v'''(1,t) = 0$.

3. ON NUMERICAL SIMULATIONS RESULTS

The equations of motion for small and large deflections were simulated in a structure with constant length of 1.2m and various rectangular cross section. The dimensions of the cross section were chosen so the deflection of the structure occurs in the same plane of the movement. Varying the dimensions of the cross section one can obtain different values for the small parameter ϵ . In this work the values considered for simulations are :

Table 1: The physical parameters of the aluminium beam

Cross section (m)	Length (m)	ϵ	Mass (Kg)
0.020 X 0.015	1.2	0.000013020	0.9720
0.010 X 0.007	1.2	0.000002835	0.2268

The values of the motor parameters utilized in the simulations are: $K_m = 0.0549$ Nm/A , $R_A = 1.1000 \Omega$, $K_b = 0.0555$ Vs/rad , $\omega_m = 62.832$ rad/s and $N_g = 120$.

Substituting the numerical values, the governing equations utilized in the simulations considering **large deflections** are :

$$\ddot{\theta} + 1.713230 \ddot{q}_1 + \epsilon^2 \left[0.507941 \ddot{\theta} q_1^2 + 4.514290 \left(\dot{q}_1^2 q_1 + \frac{1}{2} q_1^2 \ddot{q}_1 \right) - 3.531470 \dot{\theta} \dot{q}_1 q_1 \right] = \left(\frac{2.725 \cdot 10^{-9}}{I} \right) U - \left(\frac{4.884 \cdot 10^{-9}}{I} \right) \dot{\theta} \quad (12a)$$

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 + 0.571076 \ddot{\theta} + \epsilon^2 \left[-2.354410 \dot{\theta}^2 q_1 - 6.761390 \dot{\theta} q_1 \dot{q}_1 - 2.628320 \ddot{\theta} q_1^2 + (-10.4228 + \omega_1^2 (4.21444)) q_1^3 - 2.826790 \left(\dot{q}_1^2 q_1 + q_1^2 \ddot{q}_1 \right) \right] = 0 \quad (12b)$$

The equations for **small deflections** according to (Fenili et al. , 1997) can be stated as:

$$\ddot{\theta} + 1.713230 \ddot{q}_1 + \epsilon^2 [6.048080 \dot{\theta} \dot{q}_1 q_1 + 3.023520 \ddot{\theta} q_1^2] = \left(\frac{2.725 \cdot 10^{-9}}{I} \right) U - \left(\frac{4.884 \cdot 10^{-9}}{I} \right) \dot{\theta} \quad (13a)$$

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 + 0.571076 \ddot{\theta} - \epsilon^2 [1.007840 \dot{\theta}^2 q_1] = 0 \quad (13b)$$

where the shape of the nondimensional U is showed in Figure 2.

Obviously, the value of I alters with the cross section (length is constant here). Note that if $\epsilon = 0$ in equations (12) and (13) (unperturbed motion), their solution is the simplest motion possible. Carrying out the numerical integrations ($\epsilon \neq 0$: perturbed motion) of the equations (12) and (13) utilizing a predictor-corrector algorithm (Burden & Faires, 1993), considering just one mode in the expansion of v and taking the first nondimensional natural frequency for the linear case equal to 1.8780 from (Garcia, 1989) and (Fenili, 1997), one can obtain the behavior of the parameters of the system, θ and q_1 . In Fenili et al. (1997) we analysed the behavior of θ and q_1 for small deflections. Here we added the behavior of θ and q_1 for large deflections. In the figures 3 and 4 we show the different behavior in both situations (small and large deflections).

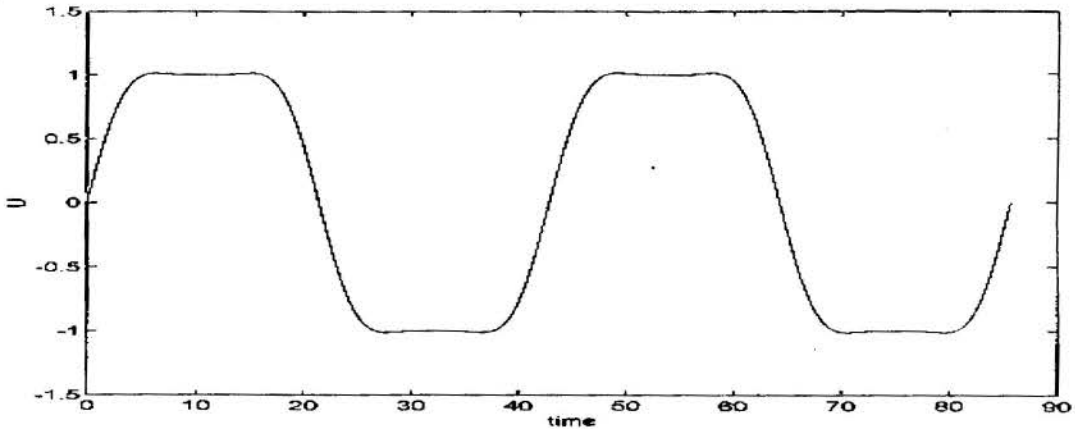


Figure 2: Prescribed Potential Profile

6. Figures

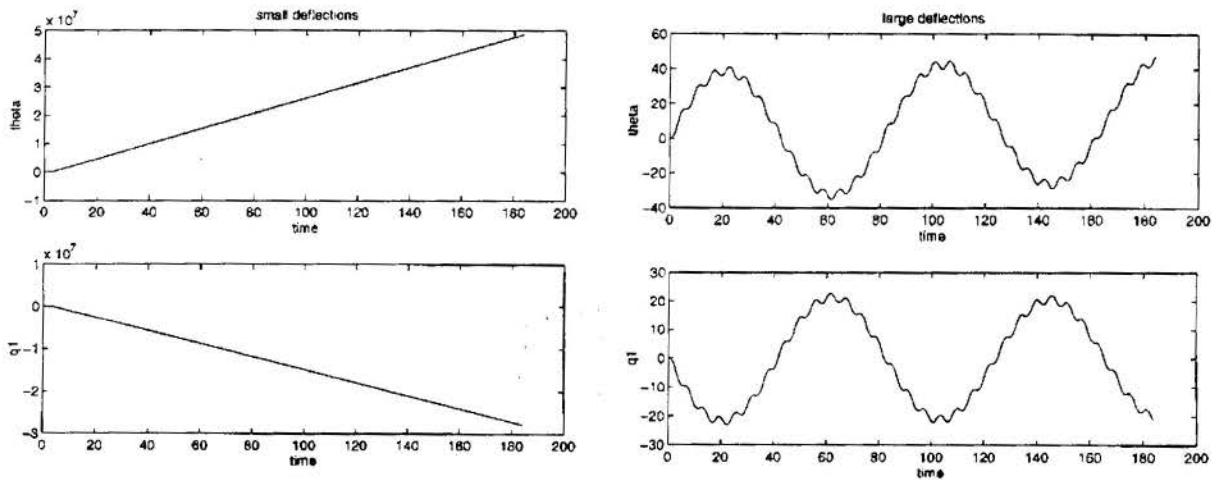


Figure 3 : Comparison between the angular displacement θ and temporal component of the deflection (q_1) for small and large deflections ($\epsilon = 0.000002083$).

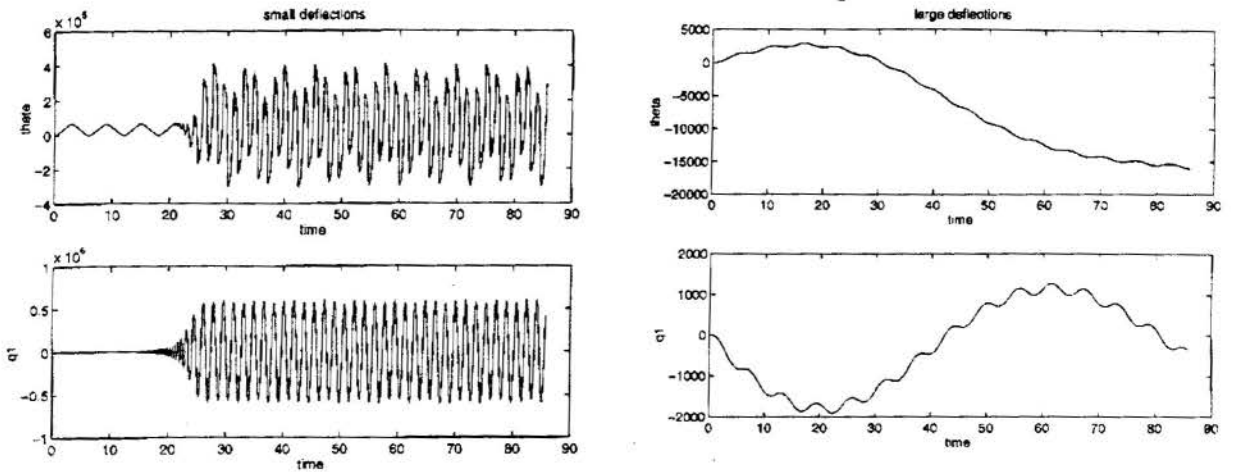


Figure 4 : Comparison between the angular displacement θ and temporal component of the deflection (q_1) for small and large deflections ($\epsilon = 0.000001446$).

4. SOME CONCLUDING REMARKS

The theory developed in this paper can be a good approximation the smaller the ratio between the thickness and the length of the cantilever beam (or ϵ). If the beam is short enough, effects not treated here must be considered (shear effects and rotatory inertia of the cross section). Another important observation is that the cross section of the beam like structure must be so that the deflections during the motion (tip load is not considered) can be restricted to the plane of motion. In this work, the cross sections considered are not so thin. We observed the difference between the two models and noted the influence of the nonlinear contributions. An important aspect to be quoted is the difference in amplitude in both cases.

The Crespo da Silva and Glynn theory of beams is easily obtained in the particular case of θ and its derivatives equal to zero. The advantage of the approach presented here is that the inextensibility condition appears naturally.

5. ACKNOWLEDGEMENTS

The first and second authors thanks to FAPESP for the financial supports in several grants, in order to develop the scientific researches on non-ideal problems and their applications.

7. BASIC REFERENCES

Book, W. J. , Maizza-Neto, O. , Whitney, D. E. , *Feedback Control of Two Beam, Two Joint Systems with Distributed Flexibility*, J. Of Dynamic Systems, Measurement and Control, pp:429-431,1975.

Burden, R.L., Faires, J.D., *Numerical Analysis*, fifth edition, PWS Publishing Company, 1993.

- Fenili, A., *Sobre a Modelagem e Dinâmica de Estruturas Flexíveis de Rastreamento (Pequenas e Grandes Deflexões)*, Master degree thesis, Faculty of Mechanical Engineering , Unicamp, Brazil, 1997.
- Fenili, A., Balthazar, J. M., Rosário, J. M., *On the Modeling and Dynamics of a Slewing Flexible Structure. I : Small Deflections*, Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, 1997.
- Fenili, A., Balthazar, J. M., Mook, D. T., *Dynamical Characteristics of Flexible Slewing Structures*, preprint, 1997.
- Garcia, E., *On the Modeling and Control of Slewing Flexible Structures*, Ph. D. thesis, Faculty of the Graduate School of the State University of New York at Buffalo, USA, 1989.
- Junkins, J. L. , Kim, Y. , *Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures*, AIAA Education Series, J. S. Przemieniecki - Series Editor in Chief, 1993.
- Juang, J. N., Horta, L. G., Robertshaw, H. H., *A Slewing Control Experiment for Flexible Structure*, Journal of Guidance and Control, USA, 1986.
- Yang, L. F., Chew, M. S., Juang, J. N., *Concurrent Mechanism and Control Design for the Slewing of Flexible Space Structures*, Transactions of the ASME, vol. 116, USA, 1994.
- Crespo da Silva, M. R. M., Glynn, C. C., *Nonlinear Flexural-Flexural-Torsional Dynamics of Inextensional Beams. I. Equations of Motion*, Journal of Struct. Mech., USA, 1978.
- Balthazar, J. M., Fenili A., Mook D. T., *A Note on Crespo da Silva and Glynn theory of Beams*, Nonlinear Dynamics, 1997, submitted.
- Sah, F. J. J., *On the Interaction Between Actuator and Slewing Structure*, Phd thesis, Faculty of the Graduate School of the State University of New York at Buffalo, June, 1990.



PAPER CODE: COB624

A DOMAIN DECOMPOSITION METHOD FOR STRUCTURAL DYNAMIC PROBLEMS

ALEXANDRE SANTOS HANSEN & FERNANDO ALVES ROCHINHA
Mechanical Engineering Department, EE-COPPE-UFRJ
Cx. Postal 68503, CEP 21945-970, RIO DE JANEIRO-BRAZIL

Abstract

We present . for structural dynamic problems, a Domain Decomposition method based on an augmented Lagrangian formulation. This method uses the Inexact Uzawa algorithm to solve the linear system required at any time increment. A three dimensional elasticity dynamic problem is solved by the method and the number of iterations is compared with the unpreconditioned FETI method.

Keywords

domain decomposition; dynamics; inexact uzawa; parallel processing.

1 INTRODUCTION

The combination of implicit time-integration methods with the Finite Element method reduces the structural dynamic problems to a solution of large and sparse linear systems which can be hard to solve on conventional computers. The efficient solution of these systems by parallel and vector computers depends on the construction of algorithms that explore the resources of parallel processing. Domain Decomposition techniques (Le Tallec, 1994, Farhat, 1991) can accomplish it because they generate a natural way of parallelizing the resulting problem.

Most of finite element commercial codes uses a direct method for solving the resulting linear system. However, for large-scale three-dimensional structural problems, direct solvers entail memory and CPU requirements that rapidly overwhelm even the large resources currently available. As a result, even low-frequency dynamic problems are often solved with explicit methods which do not require the factorization of the matrix for every time step increment. By the way, the use of explicit codes entails a strong time step restriction. As an alternative, iterative solvers are used and , in the parallel computation context, the Domain Decompositon methods provide very robust iterative schemes.

In the present work, we will present and study, for structural dynamic problems, a domain decomposition method based on an augmented Lagrangian formulation which uses the Inexact Uzawa algorithm (Bramble, Elman & Gollub, 1994, Hansen, 1997) to solve the linear system. This algorithm is interesting, for parallel and vector applications, because it doesn't need scalar products and has less operations by iteration than the FETI method (Farhat, 1994, 1995). A numerical example is presented in order to get an insight of the main features of the proposed algorithm. In particular, the issue of the scalability of the algorithm is also addressed.

2 TIME DISCRETIZATION AND DOMAIN DECOMPOSITION

The transient response of an undamped structure is governed by the equation of motion which is cast into the variational form below

$$(v, \rho \ddot{u}) + b(v, u) = (v, f) \quad \forall v \in V(\Omega) \quad (1)$$

where u and \ddot{u} stands, respectively, for the displacement and acceleration fields, ρ is the mass density, f is the forcing field, v is a vector field belonging to $V(\Omega)$ the space of virtual displacement fields, $(\)$ stands for the integral over Ω the domain occupied by the body and b is the Elasticity operator.

After time discretization using the Newmark method (Geradin, 1993) ($\beta = 1/4$ and $\gamma = 1/2$), the solution of (1) is reduced to a sequence of elliptic problems with the displacement vector field as unknown, namely ¹.

For $n = 0, 1, 2, \dots$

$$a(v, u_{n+1/2}) = (v, \bar{f}_{n+1/2}) \quad \forall v \in V(\Omega) \quad (2)$$

where $(\)_n$ stands for the numerical approximation of the function $(\)$ computed in time t_n , in particular $(\)_{n+1/2} = \frac{1}{2}[(\)_{n+1} + (\)_n]$,

$$a(v, u_{n+1/2}) = (v, \rho u_{n+1/2}) + \frac{\Delta t^2}{4} b(v, u_{n+1/2})$$

$$(v, \bar{f}_{n+1/2}) = \frac{\Delta t^2}{4} (v, f_{n+1/2}) + (v, \rho u_n) + \frac{\Delta t}{2} (v, \rho \dot{u}_n)$$

¹The problem can be modified to obtain a sequence to determine the accelerations or the velocities

As the bilinear form $a(.,.)$ is symmetric and positive definite the variational equation (2) is equivalent to a minimization problem on the space $V(\Omega)$.

The main idea of a Domain Decomposition method is to divide the original domain Ω into sub-domains, like, for instance, the situation depicted in figure 1 for the case of two sub-domains. After that, the problem is solved independently in each sub-domain and the influence of one into another is computed through the interface I .

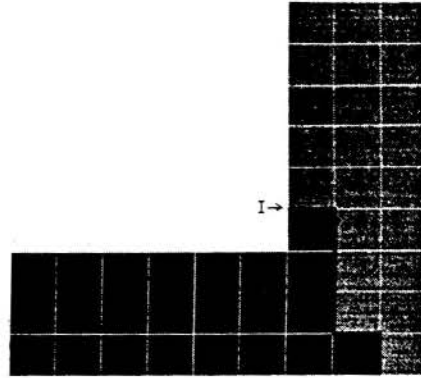


Figure 1 - Domain Decomposition

Replacing $V(\Omega)$ by $V^h(\Omega)$, a finite element space, and rewriting $V^h(\Omega) = \{(u_1, u_2) \in V^h(\Omega_1) \times V^h(\Omega_2) \mid u_1|_I = u_2|_I\}$ ², where Ω_1 and Ω_2 are the two sub-domains(figure 1), we have a finite constrained minimization problem, which can be rewritten on the augmented Lagrangian formulation below

For $n = 0, 1, 2, ..$ find a saddle point of

$$L(u, r, \lambda) = \frac{1}{2}Au.u + \frac{r}{2}Bu.Bu + \lambda_{n+1/2}.Bu - \bar{F}.u \tag{3}$$

where

$$u = \begin{bmatrix} u_{n+1/2}^1 \\ u_{n+1/2}^2 \end{bmatrix} \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} \bar{f}_{n+1/2}^1 \\ \bar{f}_{n+1/2}^2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} M^s + \frac{\Delta t^2}{4}K^s & 0 \\ 0 & M^s + \frac{\Delta t^2}{4}K^s \end{bmatrix}$$

u^s, \bar{f}^s, M^s, K^s are respectively the displacement vector, force vector, mass and stiffness matrices associated to the sub-domain s . Also, we have B as the restriction matrix enforcing the continuity of the displacement on the interface, such that $Bu_{n+1/2} = 0$.

Thus, the optimality conditions for this Lagrangian (Farhat, 1994b) yields the linear system below:

$$(A + rB^TB)u + B^T\lambda_{n+1/2} = \bar{F} \tag{4}$$

$$Bu = 0 \tag{5}$$

The pair $(u, \lambda_{n+1/2})$ that satisfies these conditions can be found by the Uzawa algorithm (Bramble) for which we can prove(Hansen, 1997) that the convergence is improved for higher values of the parameter r . Nevertheless, B^TB is not a block diagonal matrix like A , which would entail major difficulties on parallelizing the algorithm. To circumvent this problem, we propose to solve the linear system by the Inexact Preconditioned Uzawa algorithm, which is written for the present problem as:

²For two sub-domains, the extension to n sub-domains is straightforward

given $\lambda_{n+1/2}^0, u^0, \dots$, for $i = 0, 1, \dots$

$$u^{i+1} = u^i + Q_{\bar{A}}^{-1}(\bar{F} - (\bar{A}u^i + B^T \lambda_{n+1/2}^i)) \tag{6}$$

$$\lambda_{n+1/2}^{i+1} = \lambda_{n+1/2}^i + Q_b^{-1} B u^{i+1} \tag{7}$$

where

$$\bar{A} = A + r B^T B$$

$Q_{\bar{A}}$ and Q_b are, respectively, \bar{A} and $B\bar{A}^{-1}B^T$ preconditioners properly chosen.

The convergence for this algorithm is guaranteed when $A, Q_a, Q_b, (4Q_{\bar{A}} - 2A - B^T Q_b^{-1} B)$ are all symmetric and positive definite (Hansen, 1997).

At this time we propose to use $Q_{\bar{A}} = A + 2r DB^T B$ where $DB^T B$ is the block diagonal part of $B^T B$ and $Q_b = \alpha I$ where I is the identity matrix and α a positive constant.

The remaining issue is to find the parameters r and α for which the algorithm has the best convergence speed. Until this moment we could not find an analytical solution for this problem, but we will show by the examples that for suitable choices of r and α the algorithm has good convergence properties.

3 NUMERICAL RESULTS

The problem considered here is a three dimensional linear elastic parallelepiped with dimensions 1m x 1m x 2m and material properties $E=207\text{Gpa}$ (Young's Modulus) and $\nu=0.3$ (Poisson's ratio). The discretization was made with eighth-node hexahedral finite elements, as we can see in figure 2 for a sixteen sub-domain decomposition.

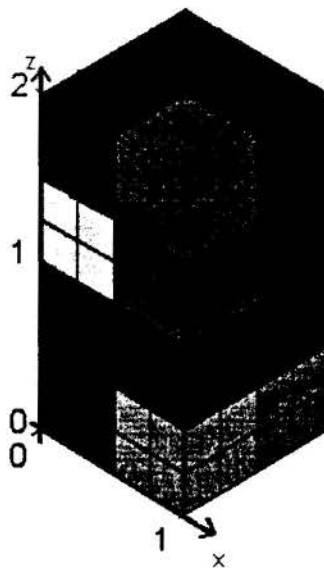


Figure 2 - Sixteen Sub-Domain Decomposition

In this problem the degrees of freedom on the plane $z = 0$ are constrained, a force per unit of length in the y direction ($F = 4 * 10^7 * \sin(1250t)$) was applied on the edge $z = 2$

$y = 0$. The time step used was $\Delta t = 0.00025s$ and the convergence criterion adopted was

$$\frac{\|\bar{A}\bar{u}_{n+1/2}^i - \bar{F}_{n+1/2}\|}{\|\bar{F}_{n+1/2}\|} < 1. \times 10^{-6}$$

where $\bar{u}_{n+1/2}^i$ is the displacement vector projection over the sub-domains compatibility constraints and $\|\cdot\|$ is an assembled norm which has the same value as the norm for the problem without domain decomposition.

On table 1, we show the average number of iterations, on four time increments, along with the respective element size and number of sub-domains. We observe that the number of iterations is not sensitive with respect to the mesh-parameter h , the largest side of the hexaedral. On the other hand, the number of sub-domains strongly affects the convergence of the iterative process. This is probably due to the absence of a coarse mesh grid problem (Farhat, 1994b) which might be introduced. The choice of parameters r and α entails also some difficulties and, in present work, a number of numerical tests were requested in order to achieve satisfactory parameters.

Table 1 - Comparison of the algorithms

h	N. Sub-domains	Inexact Uzawa	FETI
1/4	2	25.50	17.25
	16	60.75	52.00
1/6	2	25.25	19.25
1/8	2	27.50	20.00
	16	70.75	63.50

The results above were not obtained from a parallel computer, indeed all computations were performed with the aid of Matlab 4.0 .

4 FINAL REMARKS

A new domain decomposition algorithm for solving structural dynamics problems was presented . The algorithm is derived combining an augmented Lagrangian formulation with the Inexact Uzawa method which improves it for implementation on parallel and vector machines.

In all results we can observe that the presented algorithm has needed a few more iterations than the unpreconditioned FETI method to satisfy the convergence criterion. On the other hand this new algorithm makes less operations which makes us believe that the execution time will be smaller than the required by the unpreconditioned FETI algorithm under the same circumstances. The next step in the present work is the construction of a preconditioner which accomplishes a coarse mesh grid in order to eliminate the negative effect of the number of sub-domains in the convergence.

5 REFERENCES

- Bramble, J.H. ,Pasciak, J.E. & Apostol, T.V. Analysis of the Inexact Uzawa Algorithm for Saddle Point Problems, Private Communication.
- Elman, H.C. & Golub, G.H. Inexact and Preconditioned Uzawa Algorithms for Saddle Point Problems, *Siam J. Numer. Anal.*, Vol. 31, No. 6, pp.1645-1661, 1994.
- Farhat, C. & Roux, F.X. A Method of Finite Element Tearing and Interconnecting and Its Parallel Solution Algorithm, *Int. J. Numer. Methods Eng.* Vol. 32, pp.1205-1226, 1991.
- Farhat, C. Mandel, J. & Roux. F.X. Optimal Convergence Proprieties of the FETI Domain Decomposition Method, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* , Vol. 115, pp. 365-385, 1994.
- Farhat, C. & Crivelli, L. A Transient FETI Methodology for Large-Scale Parallel Implicit Computations in Structural Mechanics, *Int. J. Numer. Methods Eng.* Vol. 37, pp.1945-1975,1994.
- Farhat, C., Chen, P. & Mandel, J. A Scalable Lagrange Multiplier Based Domain Decomposition Method for Time-Dependent Problems, *Int. J. Numer. Methods Eng.* Vol. 38, pp.3831-3853,1995.
- Geradin,M. & Rixen, D. *Théorie des Vibrations Application a la Dynamique des Structures*, Masson,Paris,1993.
- Hansen, A.S.H. *Decomposição de Domínio em Dinâmica de Estruturas*, Tese de Mestrado, PEM/COPPE, defesa prevista para julho de 1997.
- Le Tallec,P. Domain Decomposition Methods in Computational Mechanics, *Comput. Mech. Adv.* Vol. 1 No. 2, pp.121-220,1994.
- Le Tallec,P. & Sassi,T. Domain Decomposition With Nonmatching Grids: Augmented Lagrangian Approach, *Math. Comput.* Vol. 64 No. 212, pp.1367-1396,1995.



PAPER CODE: COB95

ANÁLISE DAS CAUSAS DO APARECIMENTO DE TRINCAS NA CARROCERIA DE UM TREM METROPOLITANO / CAUSES OF STRUCTURAL CRACKS IN A METROPOLITAN TRAIN

FRANCISCO GASTAL, DARIO KLEIN e JOÃO CAMPAGNOLO
Laboratório de Ensaios e Modelos Estruturais (LEME) do Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil (CPGEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)
Porto Alegre - RS - Brasil - E-mail: LEME10@VORTEX.UFRGS.BR

Abstract

This work presents the results of a numerical and experimental study on the fixing region of the anchor of the traction system for the metropolitan trains of Porto Alegre. The study is part of an investigation to elucidate the causes of structural cracks detected in the mentioned region. The methodology used in the complete study, static and dynamic numerical analysis and tests and a fracture analysis of the cracked region, are described. The experimental tests, obtained with the instrumentation of the component parts of the traction system, allow the evaluation of the behaviour of the structure when submitted to loads representing passengers and vehicle traction forces. The results of the static and dynamic tests were used as information for the numerical analyses.

Keywords

Train anchor system, Numerical analysis, Experimental Tests, Structural Cracks.
Sistema de Tração, Análise Numérica, Análise Experimental, Trincas Estruturais, Trem Metropolitano.

1. INTRODUÇÃO

Durante inspeções de rotina, os técnicos da Empresa de Trens Urbanos de Porto Alegre - TRENSURB, detectaram o aparecimento de trincas localizadas nas regiões de engastamento das âncoras dos sistemas de tração, nas carrocerias dos vagões de todas as composições. A empresa fabricante dos veículos, a NIPPON SHARYO, sugeriu a colocação de um reforço nas zonas danificadas, o que foi prontamente executado.

Não obstante, a TRENSURB solicitou ao laboratório LEME uma investigação com respeito às possíveis causas do aparecimento das trincas, assim como uma análise da eficácia das modificações sugeridas pela empresa japonesa.

2. DESCRIÇÃO DO VEÍCULO

Os Trens Unidade Elétricos (TUE's) são compostos por quatro vagões, denominados MB, RB, RA e MA, ligados entre si por barras de união. As composições trafegam na direção norte-sul, sendo os carros motores MB e MA, sempre localizados nos extremos norte e sul, respectivamente. Abaixo apresentam-se algumas características técnicas dos (TUE's):

- peso próprio dos carros motores = 273,00 KN

- peso próprio dos dois truques por vagão	= 294,00 KN
- carga de passageiros por vagão - 450 pass. x 0,65 KN/pass.	= 292,50 KN
- velocidade máxima em sua operação	= 90,00 Km/h
- força de tração longitudinal	= 42,41 KN
- aceleração	= 1,10 G

3. OBJETIVOS E METODOLOGIA DO ESTUDO

Os principais objetivos do estudo foram o de analisar as causas do aparecimento de trincas estruturais nas regiões de engastamento das âncoras nas carrocerias dos TUE's e o de analisar a eficácia da solução de reforço sugerida pelo fabricante dos veículos.

Para a obtenção de tais objetivos foi adotado um plano de trabalho, envolvendo análises numéricas e experimentais, estáticas e dinâmicas e uma análise de fratura, obedecendo a seguinte metodologia:

- a) Modelagem numérica da região comprometida, discretizada em elementos de casca poliédrica, com a geração de malhas de elementos finitos para a obtenção de um modelo numérico compatível. Levantamento das características físico-geométricas dos elementos e material e estabelecimento das condições de vinculação e hipóteses de carregamento.
- b) Instrumentação e calibragem dos elementos de tração (âncora e biela) para medições "in loco", nas condições reais de serviço, da força transmitida à carroceria. Instrumentação da região reforçada, com extensômetros elétricos e deflectômetros em pontos definidos pela análise numérica.
- c) Ensaio estático dos elementos de tração e da região reforçada para sua calibração e a do modelo numérico.
- d) Análise numérica estática da região reforçada, considerando o efeito das ações determinadas experimentalmente para as hipóteses de carregamento definidas no item (a). Cálculo das tensões e sollicitação, com sua representação através de isolinhas para deslocamentos e tensões.
- e) Análise de fadiga dos elementos localizados na região, a partir das tensões, para a determinação da vida útil das peças. A análise é procedida para o sistema de tração, com e sem o reforço executado.
- f) Análise dinâmica da região, considerando o efeito de ações dinâmicas obtidas através de medições experimentais. Medição e registro, em condições de serviço, da força de tração no ensaio dinâmico através das bielas e das deformações em pontos instrumentados na região reforçada. Medição de vibrações, através do uso de acelerômetros, no extremo do elemento de tração (âncora). Tais medições objetivam obter amostras de valores representativos de forças de aceleração na situação de arrancada do veículo, forças de frenagem, registros com velocidades uniformes em vários níveis, incluindo a máxima, e com diferentes níveis de carregamento da composição. Processamento dos resultados para a obtenção de valores médios, rms e de pico, para a situação estacionária (velocidade constante) e de curvas força-tempo, do tipo transiente, em situações de aceleração e frenagem.
- g) Análise de fratura da região sob os carregamentos indicados pelas análises numéricas e experimentais. Determinação dos valores do fator de intensidade de tensão "K" para as diversas configurações de trincas. Emprego do elemento tipo "quarter point" e integral "J". Esta análise objetiva prever a resistência residual e a probabilidade de propagação de trincas.

4. ANÁLISE EXPERIMENTAL ESTÁTICA

4.1 Instrumentação e Calibração

O sistema de tração, composto pelas bielas e âncoras vistas na figura 1, foi instrumentado com extensômetros elétricos e calibrado. Os cilindros e bielas foram calibrados em uma prensa de tração/compressão e as âncoras nos ensaios abaixo descritos.

As regiões de engastamento das âncoras, à esquerda e à direita do carro motor, foram instrumentadas para a medição de deformações e também de deslocamentos verticais, nos pontos de contorno da região e nos parafusos de fixação destas à carroceria, como visto nas figuras 2 e 3.

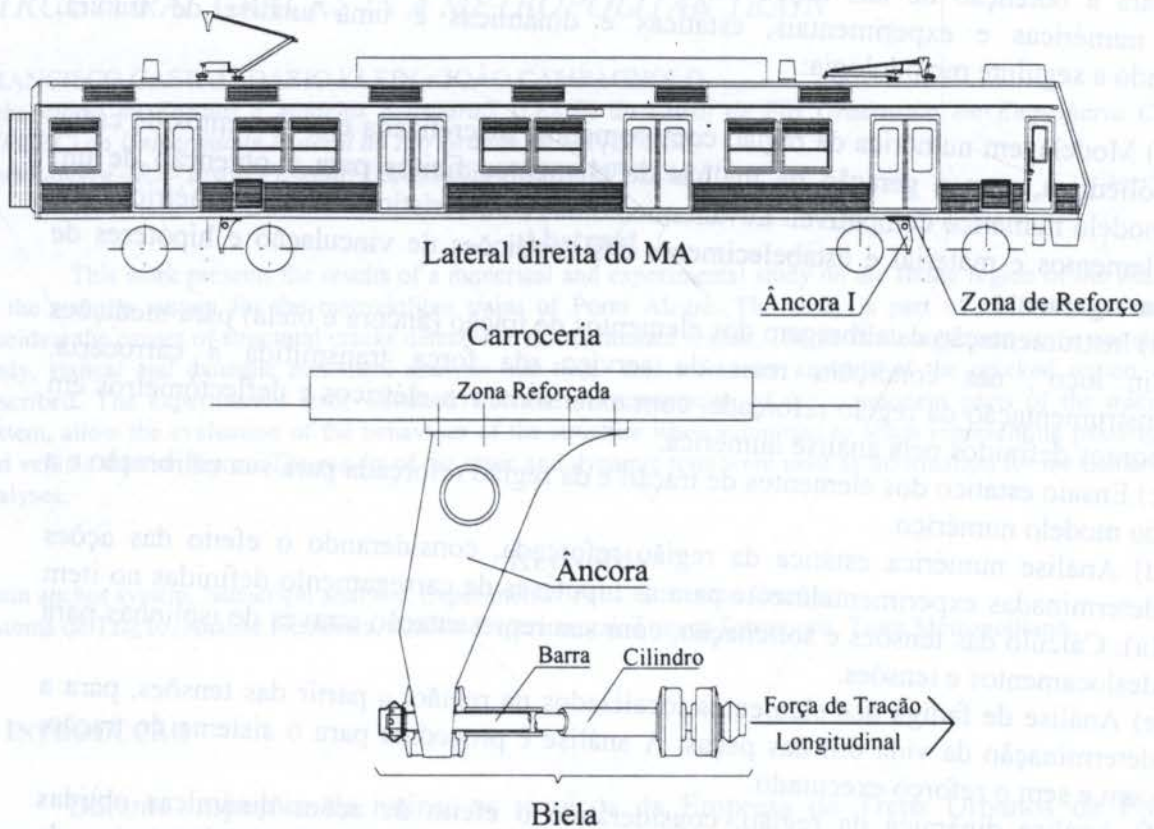


Figura 1 - Vista lateral direita do carro motor e região de engastamento da âncora com a nomenclatura adotada.

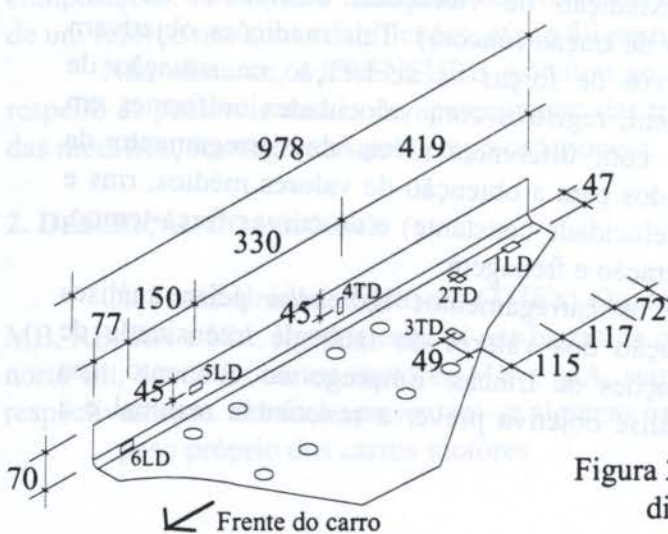


Figura 2 - Chapa de reforço do lado direito, com a disposição dos extensômetros elétricos (unidades em mm).

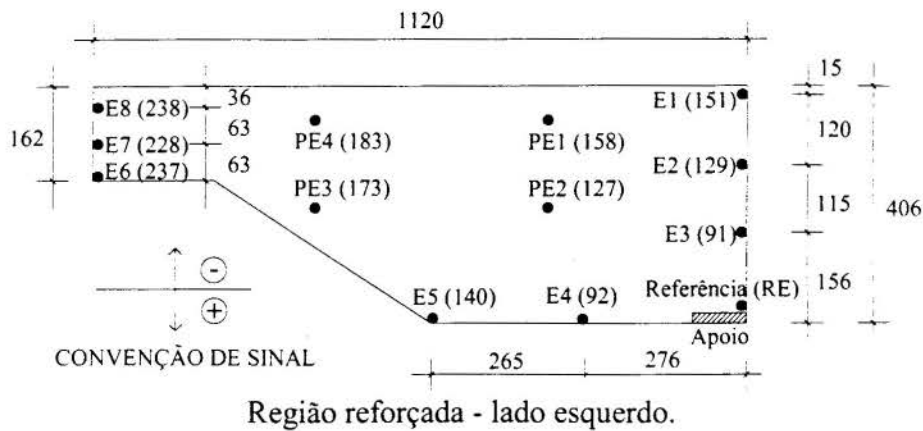


Figura 3 - Posição dos deflectômetros e valores máximos dos deslocamentos verticais para o ensaio de flexão combinado com o ensaio de tração longitudinal (unidades em mm e deslocamentos em 10^{-2} mm).

4.2 Ensaios Estáticos de Calibração

Conhecidas as curvas de calibração dos cilindros e bielas, três ensaios distintos foram realizados, no próprio veículo, para a calibração das âncoras, conforme ilustram as figuras 6 a 10.

- Ensaio de Tração Longitudinal (ETL): aplicação progressiva de forças longitudinais (F_L) às bielas, em etapas de 10 KN, através de um cilindro hidráulico e uma célula de carga. Medição de deformações e deslocamentos nas âncoras e nas regiões de reforço.
- Ensaio de tração Transversal (ETT): aplicação progressiva de forças transversais (F_T) às bielas, em etapas de 2 KN, com procedimento semelhante ao ensaio anterior, objetivando a calibração das âncoras para eventuais forças transversais introduzidas à carroceria, quando do veículo em operação.
- Ensaio Combinado de Flexão (EF) com Tração Longitudinal (ETL): o ensaio de flexão constituiu-se da aplicação progressiva de uma carga distribuída no interior do veículo, com 975 sacos de areia de 0,30 KN cada, simulando o carregamento produzido por 54 passageiros sentados e 396 em pé, conforme especificações de projeto. Para que a região reforçada fosse examinada sob os efeitos de uma combinação de esforços, este ensaio de flexão foi superposto ao de tração longitudinal. Para cada etapa de carga distribuída "q", foram aplicados quatro estágios da força longitudinal (0,20,40 e 50 KN), originando combinações do tipo EF2ETL4 (ensaio de flexão com 50% da carga distribuída "q" e com 40 KN de força longitudinal aplicada às bielas).

Os resultados para deformações e deslocamentos, nos três ensaios estáticos, demonstraram um comportamento razoavelmente linear e simétrico, tanto para âncoras como para as regiões reforçadas da carroceria do veículo.

5. ANÁLISE NUMÉRICA

A região reforçada, as chapas de reforço e as âncoras foram discretizadas em elementos finitos. Foram medidas as características físico-geométricas das peças e materiais e um modelo numérico foi, então, estabelecido, vide figura 4.

A âncora fixa-se à chapa de reforço através de parafusos e esta à carroceria por meio de solda no bordo externo e contornos internos.

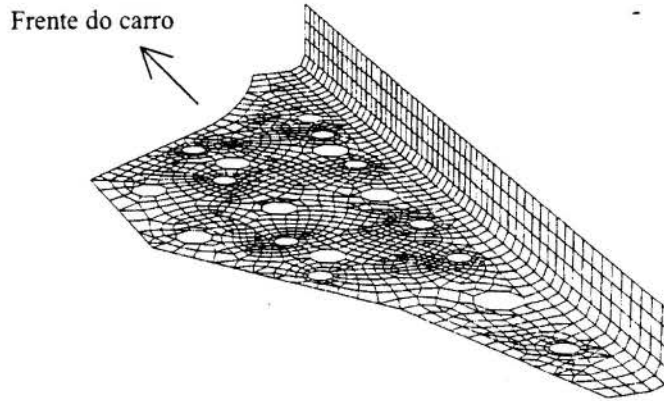


Figura 4 - Modelo numérico da chapa de reforço, lado direito.

O funcionamento das chapas superpostas foi considerado através da correção dos módulos de deformação de forma a assegurar a correta rigidez à flexão para cada chapa.

Para definição dos carregamentos atuantes, foram consideradas a ação das forças de tração nas âncoras, o peso próprio do veículo e dos passageiros.

A ação da âncora sobre a chapa de reforço e carroceria foi obtida através de uma análise da região reforçada, aplicando-se cargas unitárias atuando, separadamente, nas posições correspondentes aos parafusos. Assim foi possível, pelos deslocamentos obtidos, definir molas equivalentes assumidas como apoios da âncora. Aplicando-se a carga de tração do veículo, obtida experimentalmente, à âncora, foram determinadas reações nas molas. Estas, com sinais invertidos, representam a ação da âncora sobre a peça reforçada e correspondem às cargas aplicadas na região dos parafusos como forças de tração do veículo. A ação da carga de passageiros sobre a peça foi representada pelos deslocamentos impostos, também obtidos experimentalmente, nos vários pontos instrumentados.

Para possibilitar uma posterior verificação à fadiga, os carregamentos foram dispostos em dois grupos:

- Cargas Alternantes: Carga de tração do veículo, metade da carga máxima de passageiros e cinco por cento da soma dos anteriores por consideração de impactos devidos à aceleração vertical.

- Cargas Médias: Peso próprio do veículo vazio, metade da carga máxima de passageiros e cinco por cento da soma dos anteriores.

Uma carga alternativa de tração foi adotada, correspondente ao valor dado pela média das medições experimentais, mais 1,79 desvios padrão. Esta hipótese conservativa cobre 95% das situações de carga aplicadas ao veículo.

A análise estática mostrou que as maiores tensões ocorrem em pontos isolados da região lateral direita do veículo, produzindo um escoamento localizado na ponta do reforço. Estas tensões ultrapassam em 57% a tensão de escoamento do material (210 N/mm^2), porém, em nenhum caso, ultrapassam a tensão de ruptura (510 N/mm^2).

Uma vista da distribuição de tensões principais na chapa de reforço pode ser encontrada na figura 5.

6. VERIFICAÇÃO DE FADIGA

A verificação à fadiga foi efetuada utilizando o diagrama da elipse para a combinação das tensões médias e alternantes e o critério de Sines para a avaliação das tensões médias equivalentes.

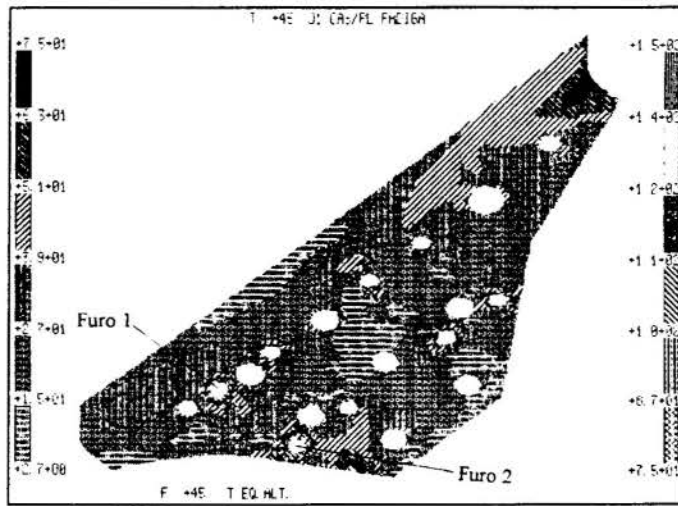


Figura 5 - Distribuição de tensões principais na chapa de reforço.

Os limites inferior e superior da tensão de ruptura foram tomados com base na tensão média de ruptura, menos e mais três desvios padrão, respectivamente, e os valores das tensões alternativas para os diferentes materiais obtidos do relatório fornecido pela empresa fabricante. A verificação à fadiga, considerando a existência do reforço, é limitada pelo próprio reforço, em ambos os lados do veículo e indica uma vida mínima de 250000 ciclos, o que corresponde a um período de uso de 25 anos. Quando desconsiderado o uso do reforço, situação prévia em que se encontravam os veículos, a vida mínima encontra-se entre 0 e 8000 ciclos, correspondendo a um uso de até 8 anos.

7. ANÁLISE DINÂMICA

Os objetivos principais do estudo dinâmico foram: a determinação das forças transmitidas pelas barras de união entre os truques e as âncoras, sob várias condições de serviço, a verificação de amplitudes das componentes de força na direção normal à esta barra e a determinação das deformações específicas, em pontos determinados, visando detectar evidências de amplificação dinâmica.

As barras e cilindros das laterais esquerda e direita foram instrumentados e calibrados. Foram também colocados extensômetros elétricos em diferentes seções da âncora e nas regiões reforçadas.

Um sistema de aquisição de dados para seis canais foi utilizado. Este é composto por um multiprogramador STD MP-85 ligado através de uma interface EPIB a um microcomputador. Um osciloscópio digital acoplado a uma impressora foram também utilizados, para permitir observações sobre canais adicionais.

Foram efetuados registros para o veículo na linha, sem carga e com carga máxima de passageiros, em situações consideradas como típicas de serviço: arrancada, frenagem normal, frenagem de emergência, curva e reta a velocidade constante.

A situação de arrancada apresentou os maiores picos de força nas barras. Considera-se possível caracterizar esta situação como um processo aleatório não estacionário, entretanto, utilizou-se um enfoque simplificado alternativo, considerando-se o valor de pico de cada arrancada como uma variável aleatória.

Não obstante a inexistência de amplificações dinâmicas significativas, observa-se sistematicamente a presença de uma componente de 3 Hz e amplitude rms de 1,05 kN. Tais flutuações podem contribuir ao crescimento de trincas pré-existentes.

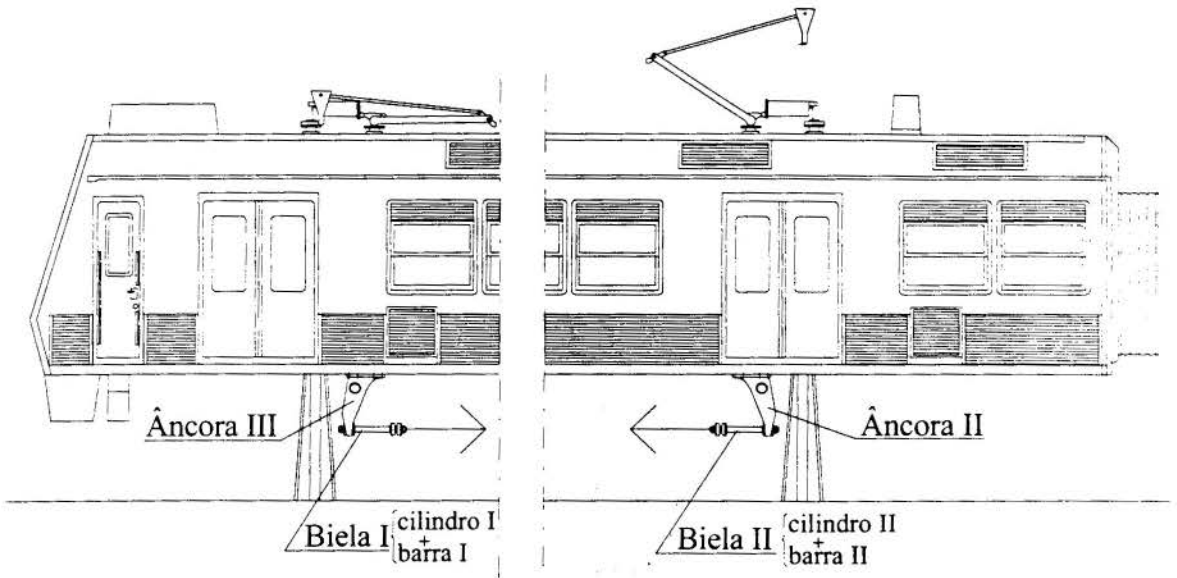
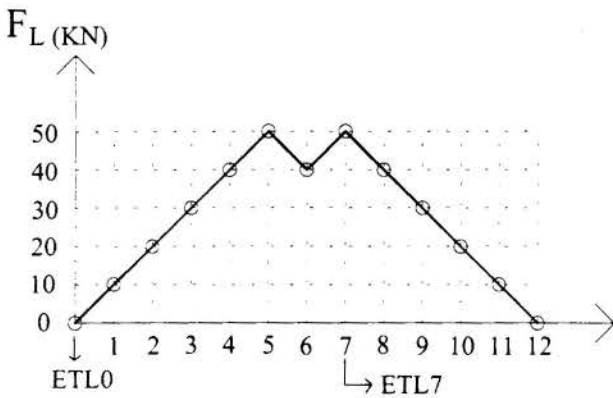
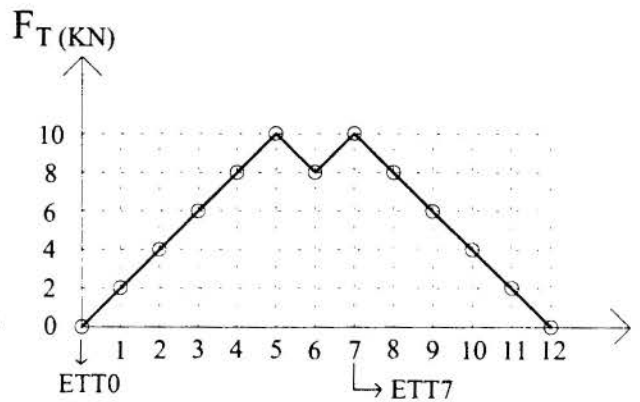


Figura 6 - Esquema do ensaio de tração longitudinal - ETL.



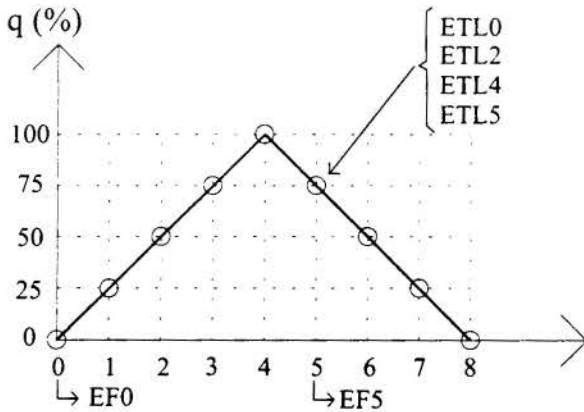
Etapas de carga

Figura 7 - Etapas de carga para o ensaio de tração longitudinal - ETL.



Etapas de carga

Figura 8 - Etapas de carga para o ensaio de tração transversal - ETT.



Etapas de carga

Figura 9 - Etapas de carga para o ensaio de flexão - EF, combinado com o ensaio de tração longitudinal - ETL.

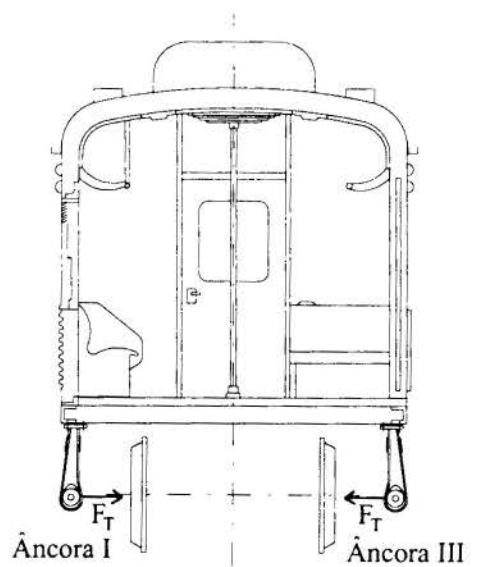


Figura 10 - Força transversal F_T para o ensaio ETT.

8. ANÁLISE DE FRATURA

A análise de fratura realizada visou determinar a possibilidade de que trincas pré-existentes, na zona posteriormente reforçada, poderiam propagar-se de forma instável sob uma condição de carregamento estático extremo. Nesse sentido, um modelo de elementos finitos foi modificado para levar em consideração a presença de tais trincas, na situação do veículo reforçado. As trincas, definidas pelo relatório de inspeção da firma proprietária, foram modeladas através da geração de nós duplos na malha utilizada.

Os carregamentos considerados, determinados experimentalmente, foram a força horizontal de tração nas âncoras e a ação do peso próprio do veículo e carga dos passageiros. Estes últimos foram aplicados através de deslocamentos equivalentes, nos pontos medidos, e acrescidos de um fator de amplificação de 10%, devido à aceleração vertical.

O fator de intensidade de tensões foi calculado para ambas as extremidades de cada trinca e comparado ao fator de intensidade de tensões críticas, para determinar a possibilidade de propagação de trincas. O fator crítico foi determinado através de valores do teste *Charpy* para a chapa de aço utilizada. A análise de tensões equivalentes de *Von Misses* mostra um pequeno acréscimo nas tensões, se comparadas à situação sem trincas estudada na análise numérica, mas com estas ainda dentro dos limites de segurança.

Desta análise de fratura, onde não são consideradas eventuais tensões residuais da estrutura, determina-se a probabilidade de que não haja propagação das trincas pré-existentes quando da utilização do sugerido reforço.

9. CONCLUSÕES

Em função dos resultados obtidos nas análises numéricas e experimentais pode-se chegar às seguintes conclusões.

O comportamento das regiões reforçadas, direita e esquerda, é simétrico e elástico-linear no intervalo de carga analisado. Não foram detectados efeitos dinâmicos significativos.

Os maiores picos das forças longitudinais de tração nas bielas correspondem a situação de arrancada da composição e o efeito de flexão lateral nas âncoras pode ser desprezado.

A análise de fadiga das peças sem reforço indicou uma vida provável entre 0 a 8 anos, nas regiões ao redor dos furos de fixação das âncoras. No entanto, com o reforço esta vida é estendida a um período de 25 anos de utilização dos veículos.

A análise de fratura indica que nas condições atuais não deve haver propagação das trincas existentes.

As trincas existentes nas regiões de entorno dos furos de fixação das âncoras podem ter aparecido por uma falta de capacidade de absorção das elevadas tensões existentes na situação sem reforço, o que foi sanado com o reforço executado. Alternativamente, estas trincas podem também terem sido originadas no processo de fabricação das peças, como microfissuras, propagando-se e aumentando suas aberturas em função do posterior processo de fadiga imposto pela utilização dos veículos.

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KLEIN, D.L. et al, *Análise Teórico-Experimental de Engastamento da Âncora do Sistema de Tração dos TUE's da Trensurb*, Relatório Técnico 01/95 - LEME/GPGEC/UFRGS, 95pg, Jan. 1995 - Porto Alegre, RS, Brasil.

Tema 65

Localização de Falhas e Manutenção Preditiva



PAPER CODE: COB432

**AVALIAÇÃO DE DANOS ESTRUTURAIS UTILIZANDO O
ALGORITMO GENÉTICO / STRUCTURAL DAMAGE ASSESSMENT USING
THE GENETIC ALGORITHM**

MARIO ANTONIO BAVARESCO, FRANCISCO JOSÉ DA CUNHA PIRES SOEIRO &
CICERO VIANNA DE ABREU

Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais - IME/RJ

CEP 22290-270 Rio de Janeiro, Brasil - e-mail: cvabreu@taurus.ime.eb.br

Departamento de Engenharia Mecânica - UERJ

CEP 20550-013 Rio de Janeiro, Brasil - e-mail: soeiro@uerj.br

Abstract

The present paper describes an approach for structural damage assessment that has its basis in methods of system identification. Response of a damaged structure differs from that obtained from the original and healthy structure. A refined analytical model that predicts correctly the response of the structure is available. The output error approach of system identification is employed to determine changes in the analytical model necessary to minimize differences between the measured and predicted response. Structural damage are represented by damage variables in which are lumped changes in the stiffness matrices resulting from variations in geometry or material properties of the structure during damage. The design space of the resulting optimization problem is highly non-convex and has several local optima. In some cases methods of mathematical programming using gradients are not able to detect damage. This work presents a departure from that approach using one stochastic method of global optimization which is the genetic algorithm. Measurements of static deflections are used in the identification procedure. Principal shortcomings in the proposed approach and methods to circumvent these problems are also discussed.

Keywords

Structural Damage Assessment, Genetic Algorithms, System Identification, Structural Optimization

Avaliação de Danos Estruturais, Algoritmos Genéticos, Identificação de Sistemas, Otimização de Estruturas

1. INTRODUÇÃO

Sistemas estruturais como veículos espaciais, automóveis, pontes, edifícios e plataformas "offshore", deterioram-se ao longo de sua vida em serviço até se tornarem imprestáveis para o fim a que se destinam. Em determinadas situações entram em colapso prematuramente causando acidentes lamentáveis. Do ponto de vista de segurança e mesmo de acompanhamento do desempenho da estrutura seria importante que se pudesse monitorá-la desde o seu início em serviço avaliando constantemente o seu estado e verificando o seu grau de deterioração em relação às condições originais e determinando as medidas corretivas que se fizerem necessárias.

O presente trabalho apresenta um método de detecção de danos em estruturas que se enquadra na categoria dos métodos não destrutivos e que tem por base técnicas de identificação de sistemas. A idéia principal é que a resposta de uma estrutura às solicitações externas se

modifica à medida que se deteriora. Os resultados experimentais podem então ser utilizados para o processo de avaliação do dano. A correlação entre estes resultados experimentais e a resposta obtida através de um modelo analítico permite a possibilidade de se determinar um modelo modificado que produza a resposta alterada. Uma revisão dos principais métodos de identificação relacionados com sistemas estruturais pode ser encontrada em Hanagud et al. (1987).

A avaliação de danos é feita através do uso de uma variável de dano associada a cada elemento da estrutura num modelo de elementos finitos da mesma e do uso de técnicas de identificação de sistemas para determiná-las. O método do erro na resposta ("output error approach") (Hajela & Soeiro, 1990) de identificação de sistemas é empregado no qual o modelo analítico é refinado de tal modo que a diferença entre os resultados previstos e os medidos seja minimizada. Para o problema de otimização resultante utilizou-se na presente pesquisa o algoritmo genético que se enquadra na categoria dos métodos estocásticos de otimização global (Arora et al., 1995). Como resultados experimentais foram usados deslocamentos estáticos uma vez que propiciam um menor esforço computacional e o objetivo da pesquisa foi testar a eficiência do método de otimização empregado. São apresentados alguns exemplos de estruturas de treliça que demonstraram que o algoritmo genético possui bom potencial para uso em avaliação de danos. Por ser um algoritmo de otimização global pôde resolver problemas reportados em trabalhos anteriores onde foi usado técnicas de otimização local e a detecção de danos não foi corretamente obtida.

2. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

A validade de um modelo analítico é determinada pela comparação da reposta prevista pelo modelo com a resposta observada em testes ou durante a operação. Embora medidas experimentais sejam por si mesmas imprecisas devido a erros nos equipamentos e técnicas de aquisição de dados utilizadas, limites razoáveis podem ser impostos, dentro dos quais espere-se que os resultados experimentais se situem. A diferença entre os resultados analíticos e os experimentais pode ser tão grande que torne o modelo inaceitável. Neste caso, se houver confiança bastante nos resultados experimentais, técnicas de identificação de sistema podem ser utilizadas para melhorar o modelo analítico. Este assunto tem sido objeto de vários estudos que podem ser encontrados na literatura (Allen & Martinez, 1991).

No caso de sistemas estruturais sujeitos a cargas dinâmicas o modelo mais largamente empregado é o modelo em elementos finitos descrito pela equação:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K} \mathbf{X} = \mathbf{F}(t) \tag{1}$$

onde **M**, **C** e **K** representam, respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez cujos termos podem se constituir em parâmetros a serem identificados.

O problema de identificação de sistemas pode ter, entre outras, classificações conforme o tipo de dados utilizados, o tipo de sistema a ser identificado, o tipo de técnica empregada e o tipo de formulação utilizado (Hanagud et al., 1987). Normalmente as técnicas são implementadas pela definição de uma função custo que será minimizada. A forma pela qual a função objetivo é definida determinará o tipo de formulação empregada. No presente trabalho utilizou-se o método do erro na resposta ("output error approach") onde os parâmetros de um modelo são determinados pela minimização da diferença entre alguma característica observada do sistema, como deslocamentos estáticos e parâmetros modais, e a correspondente solução do modelo. A função objetivo é normalmente definida utilizando mínimos quadrados que terá o seguinte aspecto para modelos discretos:

$$F = \sum_i \sum_j (X_m^{ij} - X_a^{ij})^2 \tag{2}$$

onde i representa o grau de liberdade, j o caso de carregamento ou um determinado modo de vibração, X_m e X_a representam, respectivamente, o deslocamento estático ou modo de vibração medido e analítico. Os parâmetros constantes do modelo representado pela equação (1) são alterados até que a função objetivo (2) seja minimizada. Recai-se, portanto, em um problema de otimização sem restrições onde as variáveis de projeto são os parâmetros do modelo analítico.

3. AVALIAÇÃO DE DANOS

Em uma formulação em elementos finitos, as características de uma estrutura são definidas em termos das matrizes de massa, amortecimento e rigidez. Quaisquer variações nessas matrizes, como as que poderiam ser produzidas por um dano, afetam a resposta do sistema. Neste trabalho deslocamentos estáticos simulados foram utilizados na tarefa de avaliação de danos. O modelo estudado se reduz à equação

$$K X = P \tag{3}$$

onde X é o vetor de deslocamentos da estrutura submetida a carregamento estático. Embora se verifique claramente que qualquer alteração na matriz K afetará a resposta X , é importante do ponto de vista de avaliação de danos que se relacione esta variação na resposta com a localização e extensão do dano. Tipicamente a matriz de rigidez é função das propriedades de seção (áreas de seção reta e momentos de inércia) e de material (módulos de elasticidade) da estrutura. Considera-se que variações nestes parâmetros produzidas pelo dano sejam grupadas em uma única variável denominada variável de dano que será identificada no problema de otimização resultante. Será associada uma variável de dano (d_i) a cada elemento na formulação em elementos finitos da estrutura. Elas terão valores entre 0 e 1, correspondendo, respectivamente, às condições de ausência de dano e colapso total. Numa treliça a matriz de rigidez de cada elemento terá o seguinte aspecto:

$$K^{(e)} = \frac{(1 - d_i) \cdot E_i \cdot A_i}{L_i} \begin{bmatrix} c^2 & cS & -c^2 & -cS \\ cS & S^2 & -cS & -S^2 \\ -c^2 & -cS & c^2 & cS \\ -cS & -S^2 & cS & S^2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

onde $c = \cos\theta$ e $s = \sin\theta$, sendo θ o ângulo entre o elemento de treliça e o eixo x , E_i é o módulo de Young, A_i a área de seção reta, L_i o comprimento do membro e d_i a variável de dano associada ao elemento (Huebner & Thornton, 1982).

O problema de avaliação de danos torna-se, portanto, um problema de identificação de sistemas com um enfoque diferente. Aqui, o modelo é considerado correto quando a estrutura não possui dano. À medida que se deteriora sua resposta se altera e o processo de identificação de sistemas é utilizado para se determinar o conjunto de variáveis de dano que minimizam a função objetivo (2).

O método do erro na resposta (“output error approach”) tem a vantagem de não precisar do conjunto completo de deslocamentos estáticos em todos os graus de liberdade uma vez que a função objetivo pode envolver apenas a diferença entre algumas componentes daquele vetor. Isto é importante porque pode ser impraticável se medir os deslocamentos em todos os graus de liberdade. Há ainda o fato de que, de acordo com o tipo de estrutura e do carregamento, alguns deslocamentos são pouco significativos.

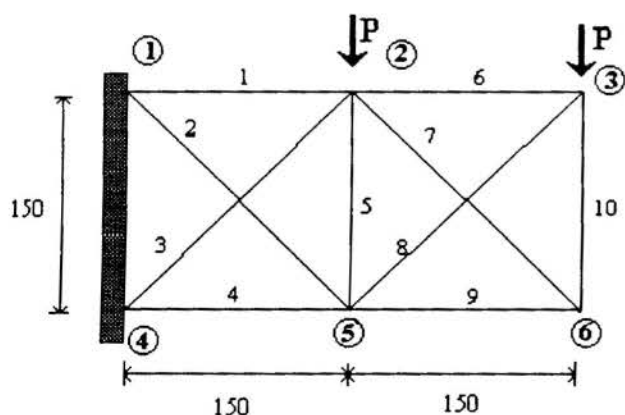
4. ALGORITMO GENÉTICO

Em trabalhos anteriores (Hajela & Soeiro, 1990 e 1992), utilizou-se no problema de otimização o método de métrica variável BFGS, baseado em cálculo de gradientes da função objetivo. É um método de otimização local (Arora et al., 1995) e apresenta algumas dificuldades na detecção do dano quando o espaço de projeto se torna excessivamente não convexo com muitos mínimos locais. Para suplantar estas dificuldades utilizou-se neste esforço o algoritmo genético que é um método de otimização global que vem tendo grande desenvolvimento nos últimos anos.

O algoritmo genético baseia-se apenas em cálculo da função objetivo. Para reduzir o número de tentativas utiliza idéias de probabilidade e uma analogia com processos naturais. (Goldberg, 1989 e Hajela, 1993). Inicia-se com um conjunto de projetos viáveis denominado de “geração”. Um conjunto de projetos melhores (tendo valores menores da função objetivo) é selecionado da referida “geração” e colocado para o “cruzamento”, produzindo novas “gerações” que apresentarão melhores projetos. Há, ainda, a operação de “mutação” onde alguns indivíduos de uma geração alteram algumas de suas características genéticas. Todas estas operações são executadas ou não de acordo com uma probabilidade previamente definida. O processo é repetido até que não se possa mais reduzir a função objetivo. O método tem a capacidade de determinar o mínimo global de um problema com muitos mínimos locais porém apresenta a desvantagem de exigir um elevado número de avaliações da função objetivo.

5. IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

Os procedimentos descritos acima foram implementados em um microcomputador IBM 486 DX4-100 utilizando o MS FORTRAN PowerStation. Foi desenvolvido um programa integrando o otimizador baseado no algoritmo genético e o modelo de elementos finitos utilizando elemento de treliça plana. Os resultados experimentais foram simulados em computador. Para tal imaginou-se um determinado dano e obteve-se a resposta através do modelo de



elementos finitos da estrutura com a variável dano incluída. Os deslocamentos obtidos tornam-se então os “resultados experimentais”. Neste trabalho eles foram usados diretamente sem modificações. Parte-se da estrutura sem danos e procura-se chegar ao dano previamente estipulado através da identificação de sistemas.

Figura 1 - Treliça de dez barras. Dimensões em centímetros. $P=50kN$ e $A=10\text{ cm}^2$.

6. DISCUSSÃO DE RESULTADOS

O método de detecção de danos apresentado foi aplicado a uma série de estruturas de treliça plana. Os resultados foram comparados com a solução exata e com a solução utilizando o método de otimização de métrica variável BFGS. Na treliça de dez barras da figura 1 utilizou-se uma população de 100 indivíduos, um número máximo de gerações de 60, uma probabilidade de cruzamento $p_c = 0,9$ e uma probabilidade de mutação $p_m = 0,005$. São 10 variáveis de projeto produzindo uma cadeia binária de dimensão 70 (10x7) para cada indivíduo da população. Num primeiro exemplo simulou-se um dano de 50% no elemento 2 e um dano de 40% no elemento 8. São elementos submetidos à tensões similares. Tanto o algoritmo genético como o método BFGS foram capazes de determinar o dano corretamente. O valor das tensões em cada membro e os resultados deste primeiro exemplo estão apresentados na tabela 1. Já no segundo exemplo, simulou-se um dano bastante extenso (90%) em um elemento muito tensionado (elemento 1) junto com o dano (60%) em outro elemento menos solicitado (elemento 9). Neste caso o espaço de projeto é muito desfavorável aos métodos de gradiente. O algoritmo genético leva nítida vantagem, sendo capaz de detectar corretamente os danos simulados (tabela 2).

Tabela 1: Resultados para a treliça de dez barras com dano nos membros 2 e 8.

Elemento n°	Tensões (MPa)	Variáveis de projeto (d _i)		
		AG	BFGS	Solução exata
1	102,3	0,0000	0,0075	0,0000
2	67,4	0,4989	0,4693	0,5000
3	-73,9	0,0000	0,0281	0,0000
4	-97,6	0,0000	0,0000	0,0000
5	-17,7	0,0078	0,0000	0,0000
6	29,9	0,0000	0,0000	0,0000
7	28,3	0,0000	0,0993	0,0000
8	-42,3	0,3898	0,3407	0,4000
9	-20,0	0,0078	0,0000	0,0000
10	-20,0	0,0000	0,0681	0,0000

Tabela 2: Resultados para a treliça de dez barras com dano nos membros 1 e 9

Elemento n°	Variáveis de projeto (d _i)		
	AG	BFGS	Sol. exata
1	0,8965	0,8215	0,9000
2	0,0156	0,3569	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,2911	0,0000
5	0,0078	0,7787	0,0000
6	0,0702	0,6799	0,0000
7	0,1403	0,3929	0,0000
8	0,1247	0,1349	0,0000
9	0,5613	0,2736	0,6000
10	0,0000	0,0094	0,0000

Num segundo exemplo utilizou-se uma treliça de 15 barras, apresentada na figura 2. É uma estrutura com um grau de redundância igual a 3. Neste caso simulou-se o colapso total em duas barras (2 e 15), ou seja, danos de 100%. Como se vê na tabela 3 a barra 2 é a mais tensionada e a barra 15 a de menor tensão. Verifica-se que somente o algoritmo genético detectou o dano. Para este caso foram utilizados os mesmos parâmetros de população, probabilidades de cruzamento e de mutação e número máximo de gerações que o exemplo anterior.

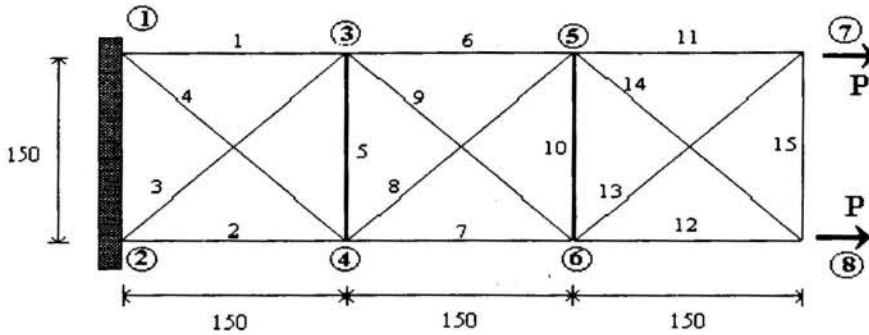


Figura 2 - Treliça de quinze barras. Dimensões em centímetros. $P=80$ kN e $A=10 \text{ cm}^2$.

Tabela 3: Resultados para a treliça de quinze barras com colapso total nos membros 2 e 15.

Elemento nº	Tensões (MPa)	Variáveis de projeto (di)		
		AG	BFGS	Solução exata
1	63,0	0,0000	0,0000	0,0000
2	63,0	0,9900	0,9502	1,0000
3	24,0	0,0000	0,2171	0,0000
4	24,0	0,0000	0,0006	0,0000
5	-30,2	0,0000	0,0096	0,0000
6	66,8	0,0000	0,0001	0,0000
7	66,8	0,0078	0,6840	0,0000
8	18,7	0,0000	0,1484	0,0000
9	18,7	0,0000	0,0001	0,0000
10	-28,4	0,0078	0,0016	0,0000
11	64,8	0,0000	0,0000	0,0000
12	64,8	0,0000	0,2096	0,0000
13	21,5	0,0000	0,1062	0,0000
14	21,5	0,0000	0,0000	0,0000
15	-15,2	0,9900	0,0025	1,0000

Na figura 3 representou-se uma treliça isostática com 23 membros. Para o algoritmo genético foi aumentada a dimensão da população para 200 e do número máximo de gerações para 150, com as mesmas probabilidades de cruzamento e mutação dos casos anteriores. Neste problema não se pode danificar totalmente um membro sob pena de instabilidade estrutural. Simulou-se, assim, danos de grande extensão (90%), mais uma vez em membros com diferentes

níveis de tensão (membros 1 e 9). Os resultados apresentados na tabela 4 mostram a mesma tendência das situações anteriores.

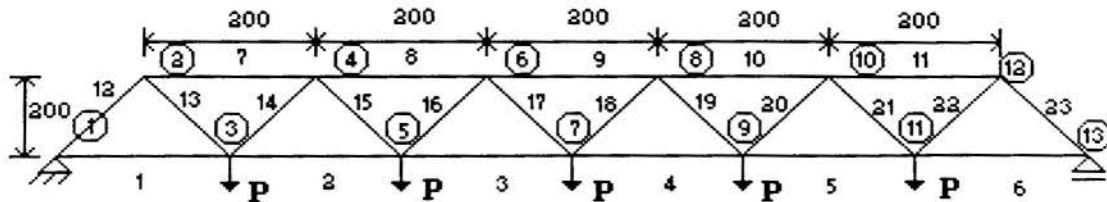


Figura 3 - Treliça isostática de vinte e três barras. Dimensões em centímetros.
e $A=10 \text{ cm}^2$

$P=1\text{kN}$

Nos exemplos mostrados verifica-se que o algoritmo genético em termos de obtenção de resultados superou o método BFGS. Isto se deve ao fato de ser um método de otimização global, enquanto o BFGS converge para o mínimo local mais próximo do ponto de partida do processo. No entanto demonstrou ser altamente custoso do ponto de vista computacional. Nos exemplos acima descritos o algoritmo genético necessitou de cerca de 30 a 50 vezes o tempo de processamento do método BFGS.

7. CONCLUSÕES

O presente trabalho apresenta um método de detecção de danos em estruturas utilizando técnicas de identificação de sistemas onde o algoritmo genético é empregado como otimizador no problema de otimização resultante. Verificou-se a sua potencialidade. Por ser um método de otimização global é capaz de ter bons resultados mesmo em espaços de projeto complicados com muitos mínimos locais. Necessita de maior aprimoramento pois o esforço computacional requerido ainda é muito elevado. Pesquisas em andamento tentam melhorar o desempenho do algoritmo genético na detecção de danos através da melhor escolha de seus parâmetros de funcionamento. Pesquisa-se, ainda, o uso de outros métodos estocásticos como o recozimento simulado ("simulated annealing") ou métodos de otimização global que utilizem gradientes da função objetivo.

8. REFERÊNCIAS

ALLEN, J.J. & MARTINEZ, D.R., Techniques for Implementing Structural Model Identification Using Test Data, *AIAA Journal*, vol. 29, pp.1937-1944, 1991.

ARORA, J.S., ELWAKEIL, O.A. & CHAHANDE, A.I., Global Optimization Methods for Engineering Applications: a Review, *Structural Optimization*, 9, pp.137-159, 1995.

GOLDBERG, D.E., *Genetic Algorithms in Search Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Massachusetts, 1989.

Tabela 4: Resultados para a treliça isostática de vinte e três barras com dano nos membros 1 e 9.

Elemento n°	Tensões (MPa)	Variáveis de projeto (d.)		
		AG	BFGS	Solução exata
1	1,25	0,8623	0,0000	0,9000
2	3,25	0,0935	0,0000	0,0000
3	4,25	0,0000	0,0000	0,0000
4	4,25	0,0000	0,0000	0,0000
5	3,25	0,0639	0,0544	0,0000
6	1,25	0,1277	0,9572	0,0000
7	2,50	0,0000	0,3967	0,0000
8	-4,00	0,0000	0,4436	0,0000
9	-4,50	0,8942	0,7080	0,9000
10	-4,00	0,0000	0,0289	0,0000
11	-2,50	0,0000	0,0797	0,0000
12	-2,79	0,2555	0,0865	0,0000
13	2,79	0,0319	0,1860	0,0000
14	-1,67	0,0000	0,2046	0,0000
15	1,67	0,0000	0,0017	0,0000
16	-0,55	0,0000	0,0000	0,0000
17	0,55	0,0000	0,0000	0,0000
18	0,55	0,0000	0,0000	0,0000
19	-0,55	0,0000	0,0000	0,0000
20	1,67	0,1277	0,0000	0,0000
21	-1,67	0,0319	0,0000	0,0000
22	2,79	0,0000	0,0000	0,0000
23	-2,79	0,0000	0,0000	0,0000

HAJELA, P. & SOEIRO, F.J., Structural Damage Detection Based on Static and Modal Analysis, *AIAA Journal*, n° 7, pp. 1110-1115, 1990.

HAJELA, P., Stochastic Search in Structural Optimization: Genetic Algorithms and Simulated Annealing, *AIAA Structural Optimization: Status and Promise*, Atlanta, 1993.

HANAGUD, S., MEYYAPPA, M. & CRAIG, J.I., Identification of Structural Dynamic Systems, *Recent Trends in Aeroelasticity and Structural Dynamics*, Gainesville, 1987.

SOEIRO, F.J. & HAJELA, P., Locating Damage in a Truss Structure Using Identification Techniques: An Experimental Investigation, *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, vol. XVI, pp.119-134, 1992.

PAPER CODE: COB450

**SUBSTITUIÇÃO DAS CHAVETAS DA COROA POLAR DO ROTOR
DA UG-07 DA UHE ILHA SOLTEIRA / REPLACEMENT OF THE
MAGNETIC WHEEL'S SPLINES IN THE GENERATOR # 7
OF ILHA SOLTEIRA POWER PLANT**

ORLANDO MARCONDES MACHADO FILHO

Setor de Geração de Ilha Solteira - CESP - Companhia Energética de São Paulo
CEP 15385-000, Ilha Solteira, Brasil.

Abstract

In present times, under reduction of the financial investments resources and increase of the demands for electrical power, the improvement of the maintenance actions and increase of the available time in big generators units are a must. Allowing for the maintenance know how and experience of the ABB and CESP, it was possible a new and dared solution for the rehabilitation of a 480 ton's weight generator rotor by the replacement of its magnetic wheel's splines. This solution meant a quality level profit and kept the maintenance time restricted to the original preventive maintenance program of generator unit.

Palavras Chave

Manutenção - Máquinas Rotativas - Gerador - Chavetas - UHE Ilha Solteira
Maintenance - Rotating Generator - Hydroelectric Generator - Splines - Ilha Solteira Power Plant

1. INTRODUÇÃO

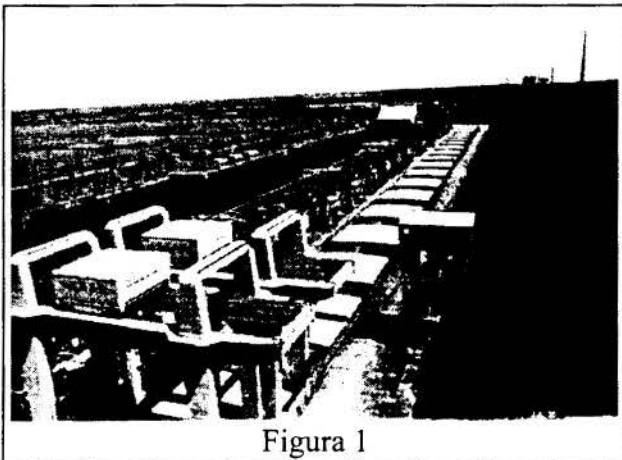


Figura 1

A UHE Ilha Solteira localiza-se no Rio Paraná, na divisa dos estados de São Paulo e Mato Grosso do Sul (Figura 1). O reservatório formado por uma barragem de 6100m, possui um volume acumulado de $21060 \times 10^6 \text{ m}^3$ em uma área de 1195 km^2 . O vertedor é do tipo superfície, composto de 19 vãos, com capacidade de descarga de $38300 \text{ m}^3/\text{s}$. A potência instalada de 3444 MW provêm de 20 Unidades Geradoras com turbinas tipo Francis de potência média de 172,2 MW e vazão unitária nominal de $390 \text{ m}^3/\text{s}$. Os Geradores são trifásicos, de 84

polos, 60Hz, tensão nominal de 14,4 kV e potência nominal de 170 MVA. Em cada Unidade Geradora o conjunto girante pesa 750 t. Um banco de 20 transformadores eleva a tensão para 440 kV para ser transmitida através de 6 linhas pelo sistema interligado.

2. HISTÓRICO

No dia 24/11/88 ocorreu uma parada forçada na UG-07 por atuação da proteção terra-rotor. Durante inspeção executada pelas equipes de manutenção, constatou-se o desgaste da

isolação do barramento de excitação do rotor. O desgaste foi causado pela movimentação da coroa polar em relação aos braços do rotor, devido ao surgimento de folgas entre os alojamentos e as chavetas que fazem o acoplamento (Figura 2).

A Figura 3, representa esquematicamente o acoplamento entre a coroa e um dos 12 (doze) braços do rotor do gerador. A coroa polar (a), une-se aos braços do rotor e é travada axial e tangencialmente, pelo conjunto composto pela chaveta "T" (d) e seu alojamento (c), chavetas cônicas (e) e espessurador (b).

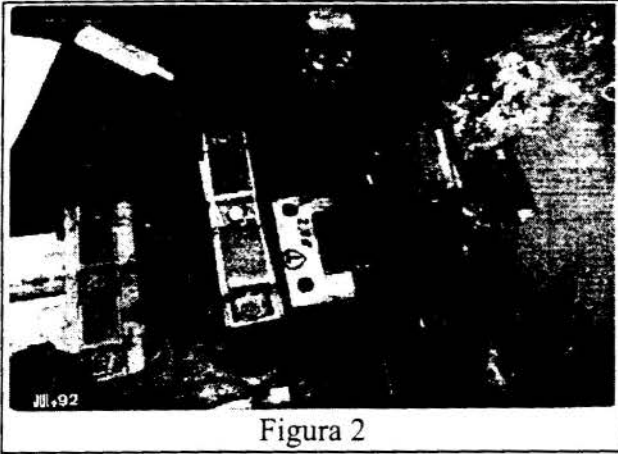


Figura 2

Uma análise técnica da área de engenharia de manutenção concluiu que as folgas eram provenientes de desgastes causados por movimento vibratório do conjunto: chaveta "T", alojamento, chavetas cônicas e coroa polar. O movimento vibratório ocorria em função do dimensionamento do espessurador não ser suficiente para manter o conjunto travado

sob ação da força centrífuga, da dilatação térmica e de eventuais acomodações das chapas do pacote da coroa polar.

Resumindo: o espessurador é montado no alojamento com interferência dimensional. Essa interferência deve ser suficiente para manter o travamento do conjunto mesmo quando, sob operação normal, os efeitos da força centrífuga e da dilatação térmica causam o "afastamento" da coroa, aumentando as dimensões do alojamento do conjunto de travamento. Caso isso não ocorra, surgem folgas que permitem o surgimento de vibrações nos componentes. A eliminação das causas do problema resume-se em dimensionar o espessurador, de modo que o conjunto permaneça travado quando em operação normal, sem, no entanto, deformar a coroa polar por excesso de interferência. A substituição das chavetas "T" e das chavetas cônicas tornaram-se necessárias, em função do desgaste acentuado desses componentes.

O procedimento utilizado em situações anteriores consistia em retirar os doze (12) conjuntos de travamento, através de aquecimento controlado da coroa polar, e fazer a

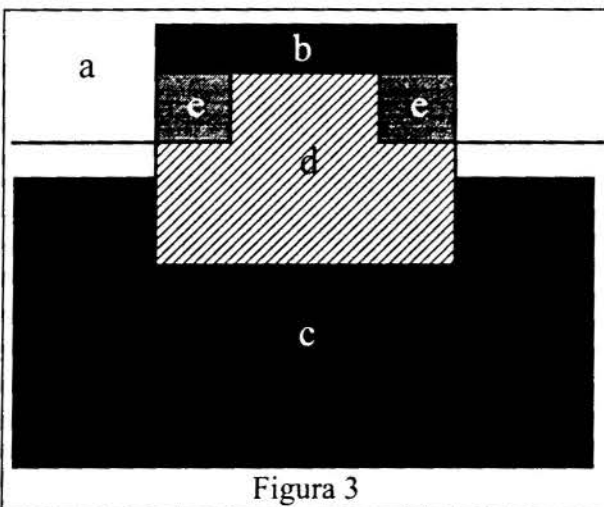


Figura 3

regularização dos alojamentos desgastados dessas chavetas, visando obter um nível de uniformidade dimensional que permitisse confeccionar uma nova chaveta "T", adequada às dimensões obtidas. A regularização do alojamento era feita puxando-se uma brochadeira desde a parte inferior do alojamento, utilizando-se uma ponte rolante do Hall de Montagem (HM) da Usina. Na prática, não se conseguia acabamento superficial nem dimensões regulares. Após a confecção de novas chavetas, o ajuste das mesmas no alojamento seria incerto e, portanto, o resultado obtido

resumia-se a uma melhora em relação à condição anterior.

3. CONTRATAÇÃO DOS SERVIÇOS E ALTERNATIVA TÉCNICA PARA A EXECUÇÃO

A CESP decidiu pela contratação dos serviços através de licitação pública, tendo em vista a escassez de recursos humanos prevista para a execução da manutenção rotineira da UG, em simultaneidade com esse serviço. A ABB (ASEA BROWN BOVERI) saiu vencedora da licitação apresentando uma proposta com técnica alternativa para a execução do serviço. O procedimento, inédito na CESP, consistiu em separar totalmente a coroa polar de 130 t dos braços do rotor, sem desmontá-la e sem aliviar o tensionamento de seus tirantes, mantendo-a suspensa, apoiada sobre pilares de aço, durante a execução dos serviços nos alojamentos das chavetas dos braços do rotor.

Nessa condição, os alojamentos ficaram acessíveis para usinagem através de brochamento, permitindo a regularização de suas superfícies, até a obtenção das tolerâncias dimensionais mínimas necessárias ao ajuste individual de novas chavetas.

Os serviços iniciaram-se em julho de 1992 e duraram cerca de três meses. Foi executado por uma equipe composta de empregados da ABB. A fiscalização dos serviços pela CESP, foi executada por um engenheiro e um técnico de mecânica, apoiados pelas áreas de engenharia de manutenção.

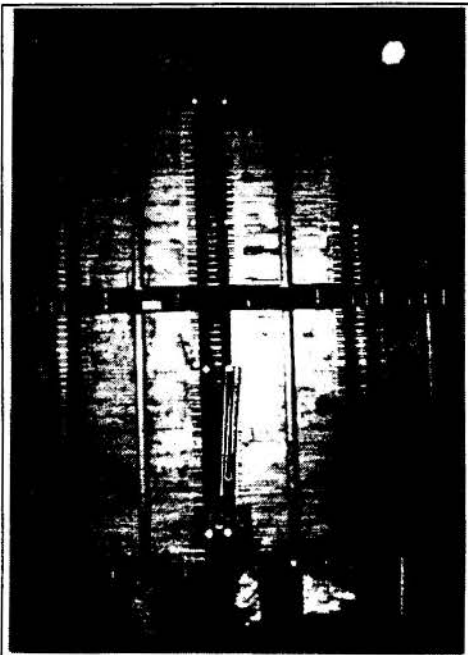


Figura 4

4. DESMONTAGEM DO ROTOR

Os passos a seguir descrevem a seqüência que foi adotada para a desmontagem do conjunto:

4.1 Retirar o rotor do poço do gerador e descer sobre o pedestal no HM;

4.2 Executar o nivelamento do rotor em quatro posições a 90°. Usar como referência o cubo central do rotor e o parâmetro de 0,05 mm como maior diferença aceitável

entre os pontos de nivelamento;

4.3 Desmontar as carenagens de ventilação superiores e inferiores;

4.4 Executar inspeção geral no rotor seguido de medição da circularidade nos 84 pólos, em três pontos (superior, intermediário e inferior);

4.5 Retirar os 84 pólos de forma alternada a 180°, para não prejudicar o equilíbrio do rotor. Armazenar os pólos na posição horizontal, sobre dormentes de madeira;

4.6 Executar o aperto das porcas dos tirantes

de prensagem das chapas da coroa polar. Uma a uma e alternadamente a 180°, retirar as porcas, executar limpeza e polimento em sua face de apoio, aplicar lubrificante e montar novamente, aplicando torque de 540 N.m;

4.7 Desmontar a chaparia de fechamento dos braços do rotor;

4.8 Desmontar os segmentos da pista de frenagem;

4.9 Executar medição da circularidade da coroa polar em 24 posições e em três planos



Figura 5

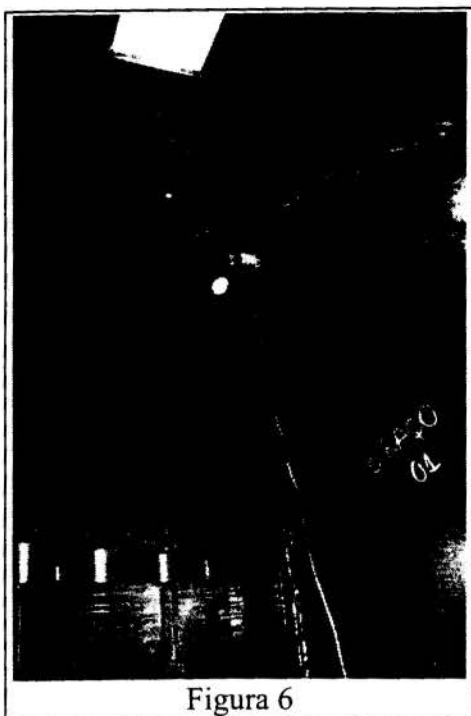


Figura 6

(superior, intermediário e inferior). Deve-se escolher os pontos em frente aos 12 braços do rotor e as posições intermediárias entre dois braços;

4.10 Preparar para o aquecimento da coroa polar (Figuras 4 e 5). Para isso, instalar 168 resistências nas ranhuras da coroa, totalizando 235 kW. Instalar 24 relógios comparadores para medir a dilatação da coroa em relação aos 12 braços do rotor em dois planos diferentes. Instalar também 36 termômetros para supervisão da temperatura em pontos geometricamente distribuídos (Figura 6). Cobrir o rotor com as mantas de material refratário (Figura 7);

4.11 Executar o aquecimento da coroa polar (Figura 8). A elevação da temperatura deve ser cuidadosamente supervisionada de modo a garantir o aquecimento da coroa de forma homogênea e gradual (10° C/hora, no máximo). A dilatação da coroa polar, indicada pelos relógios comparadores, deve dar-se de forma gradual, homogênea e controlada. Caso não ocorra, deve-se

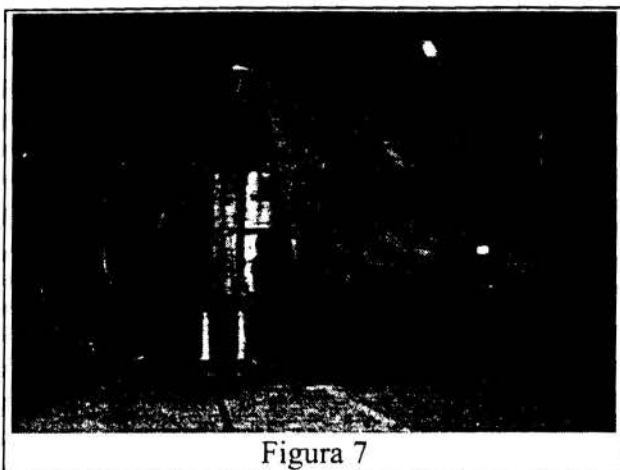


Figura 7

ligar/desligar resistências do banco de aquecimento, o qual deve ser previamente subdividido em circuitos que permitam essa flexibilidade. Com o auxílio desse banco de resistências, após 17 horas de aquecimento, a temperatura da coroa polar deverá estar próxima a 70° C, o que proporcionará uma dilatação diametral aproximadamente de 5 mm;

4.12 Extrair as chavetas cônicas e os espessuradores dos doze braços. Para essa operação não retirar as mantas de amianto, para não causar choques térmicos na coroa

polar;

4.13 Iniciar o resfriamento lento da coroa polar após a extração das chavetas e espessuradores. Retirar as mantas de amianto somente quando a coroa atingir temperatura próxima à ambiente (até 5° C acima). Em geral essa condição ocorre em 48 horas;

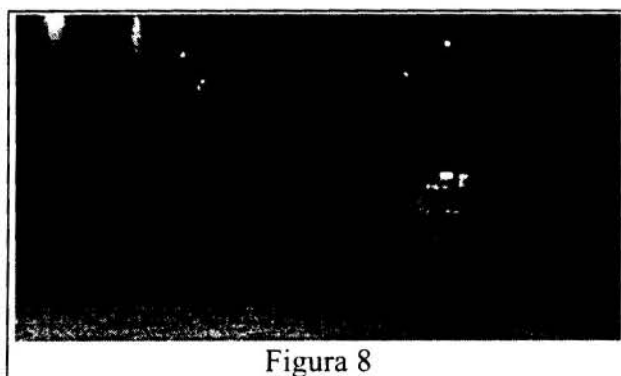


Figura 8

4.14 Içar o conjunto cubo/braços/coróa polar;

4.15 Posicionar 48 pilares de aço em círculo, de forma equidistante, no raio da placa de pressão da coroa polar. Usando aparelho topográfico, nivelar os pilares através dos parafusos de ajuste;

4.16 Descer lentamente o conjunto do rotor sobre esses pilares, cuidando para que os parafusos apoiem na placa de pressão (Figura 9). Os tirantes de prensagem da coroa polar podem ser danificados pelos parafusos se

eles estiverem mal posicionados;

4.17 Após apoiar a coroa polar sobre os pilares, continuar descendo cuidadosamente o

conjunto cubo/braços do rotor até apoiar sobre outros 24 suportes com 400 mm de altura, previamente distribuídos sobre o piso do HM;

4.18 Nessa situação, as 12 chavetas "T" encontram-se expostas e podem ser retiradas (Figura 10);

5. RECUPERAÇÃO / DIMENSIONAMENTO DO ENCHAVETAMENTO

Os passos a seguir descrevem a seqüência de recuperação do alojamento e confecção de novas chavetas "T":

5.1 Executar inspeção e controle dimensional em cada um dos 12 alojamentos (Figura 11). As medidas devem ser feitas em 5 planos diferentes, nas regiões interna e externa da ranhura,

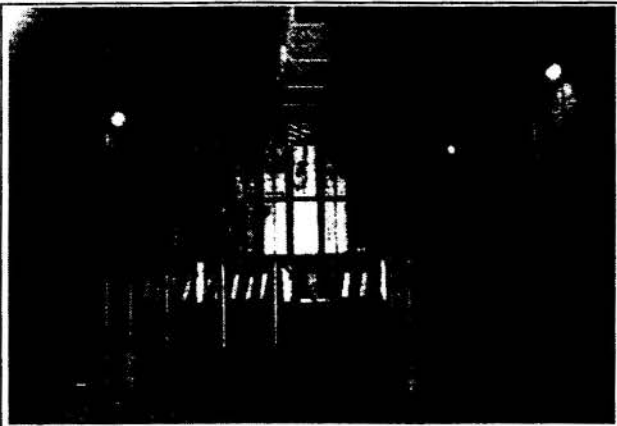


Figura 9

totalizando 10 medidas. Essas medidas servem de parâmetro para regular a brochadeira para a usinagem;

5.2 Montar o dispositivo de guia da brochadeira na ranhura a ser usinada, bem como uma lâmina de aço que servirá de guia para a brochadeira, no lado oposto às lâminas de corte;

5.3 Calibrar a brochadeira (Figura 12). Segundo orientação da Análise Técnica TGEM-012/89, a espessura do corte para cada desbaste deve ser de 0,03 a 0,08 mm.

Na fase de acabamento a espessura deve ser de 0,01 mm. Recomenda-se deixar pelo menos 0,1 mm de sobremetal para facilitar a obtenção do acabamento;

5.4 Posicionar a brochadeira na parte inferior da ranhura, suspensa através de uma haste por uma ponte rolante (Figura 13). Recomenda-se sebo animal como lubrificante de corte;

5.5 O brochamento deve ser executado em etapas. A velocidade de corte inicial deve ser da ordem de 3 m/min. Progressivamente, aumenta-se a velocidade até obter o valor ideal. Após cada passada da ferramenta, inspecionar o acabamento deixado pela ferramenta. Executar a operação na ranhura tantas vezes quantas forem necessárias até que a superfície que está sendo trabalhada apresente-se com acabamento retilíneo e perpendicular em relação ao fundo da ranhura. A



Figura 10

inspeção deve ser executada com esquadro e régua de precisão;

5.6 Utilizando-se da segunda brochadeira, repetir a operação no lado oposto da ranhura. Após a obtenção da superfície regular, executar o controle dimensional;

5.7 O controle dimensional das ranhuras após a usinagem deve ser rigoroso. Uma vez obtida a forma desejada (acabamento superficial e perpendicularismo das superfícies usinadas em relação ao fundo da ranhura), proceder as medições da ranhura para permitir a fabricação das novas chavetas "T";



Figura 11

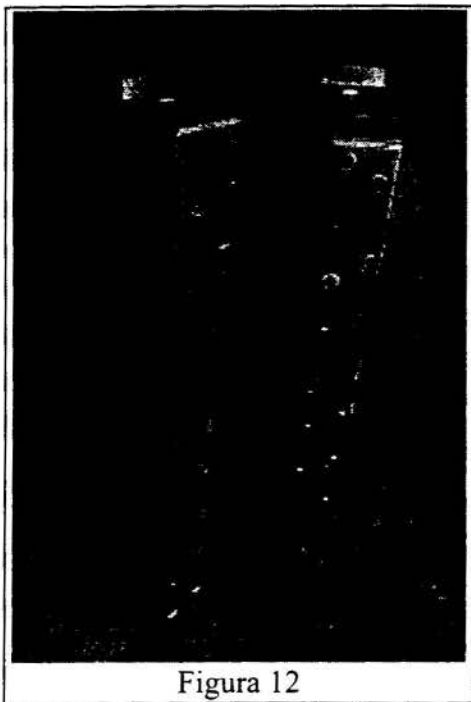


Figura 12

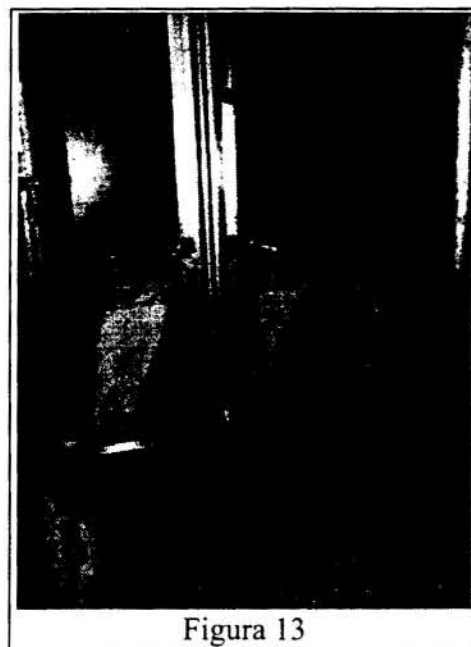


Figura 13

5.8 Deseja-se obter ajuste deslizante entre as chavetas e os alojamentos. No brochamento é muito difícil obter graus de qualidade IT menor que 8, porém na usinagem das chavetas é muito fácil a obtenção de grau de qualidade IT 6. Portanto, optou-se por ajuste do tipo H8/h6 (deslizante). Isso quer dizer que, para as medidas entre 80 e 100 mm (como é o caso), deve-se ter a chaveta fabricada com a medida nominal $+0 - 0,022$, para ser montada em um alojamento com

medida nominal $-0 + 0,054$. Isso significa que o alojamento da chaveta estará pronto quando a diferença 0 entre a menor e a maior dimensão obtida no controle dimensional for menor que 0,054 mm, ou seja, a menor dimensão passa a ser a nominal, com as demais situadas no intervalo entre $-0 + 0,054$ mm. Exemplificando: o controle dimensional em um dado alojamento resultou em dimensões variando entre 81,75 e 81,79 mm, ou seja, variação menor que 0,054 mm. A sua medida em protocolo passa a ser 81,75 H8 mm (ou $81,75 - 0 + 0,054$ mm). A chaveta para esse alojamento deve ser encomendada à usinagem com medida 81,75 h6 (ou $81,75 + 0 - 0,022$ mm). Dessa maneira serão aceitas chavetas com medidas entre 81,750 e 81,728 mm que, na hora da montagem, resultarão em folgas entre 0,0 e 0,076 mm, ou seja, ajuste deslizante (Figura 14). As doze chavetas "T" devem estar pré-usinadas, aguardando a determinação de suas dimensões finais. As medidas nominais devem ser enviadas à usinagem conforme forem sendo obtidas;

5.9 Enquanto se aguarda a fabricação das chavetas proceder a limpeza da coroa polar e do rotor, preparando-os para a montagem. A limpeza consiste em remoção de crostas de oxidação, seguida de lavagem com solvente de toda extensão da coroa, canais de ventilação, placas de prensagem, elementos de fixação, braços do rotor, chaparias de fechamento e todos acessórios mecânicos do rotor;

5.10 Após o recebimento das novas chavetas "T" executar inspeção dimensional das mesmas. Aplicar uma fina camada de lubrificante e inserir a chaveta na ranhura. Utilizando um calibre de lâminas, executar o controle das folgas resultantes entre alojamento e chaveta (Figura 15);

5.11 Após montadas as novas chavetas içar cuidadosamente o rotor até que o mesmo apoie sob a coroa polar e transportar para a base de serviço;

5.12 Executar o nivelamento do conjunto em 4 pontos a

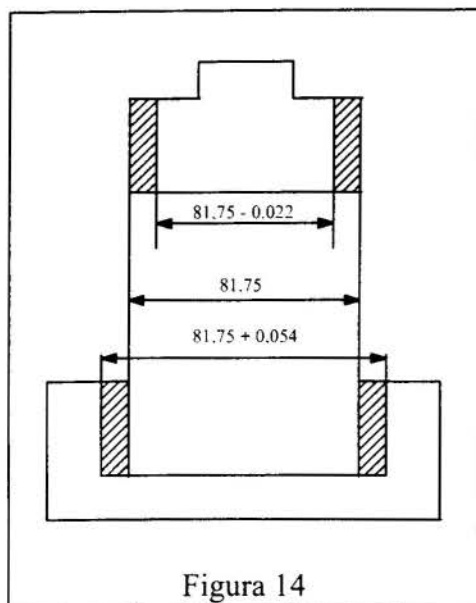


Figura 14

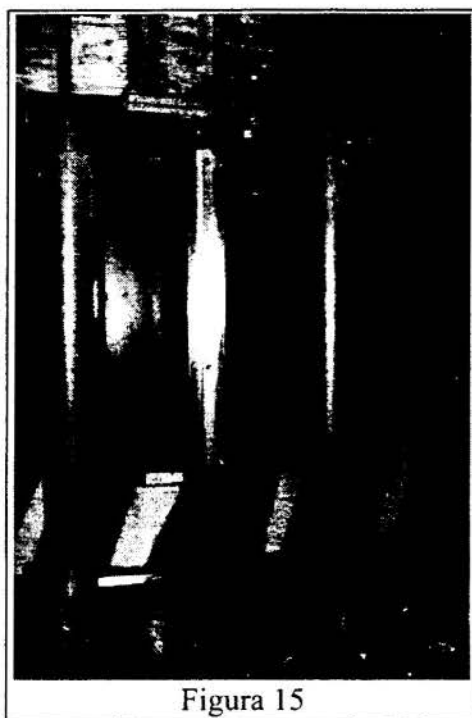


Figura 15

90° com tolerância de 0,05 mm;

5.13 Proceder a centragem da coroa polar em relação ao cubo central do rotor, utilizando 4 macacos mecânicos dispostos a 90° na parte interna dos braços, para as correções que se fizerem necessárias;

5.14 Repetir a medição do circularidade externa da coroa polar em relação ao centro do rotor;

5.15 Proceder a medição das ranhuras dos espessuradores, ou seja, a folga entre a nova chaveta "T" e a coroa polar. As medidas devem ser executadas nas partes superiores e inferiores. A determinação da dimensão do espessurador se dá através da fórmula:

$N_{ex} = F + I - (C_m - C_x)$. Onde:

$N_{ex} \Rightarrow$ Novo espessurador

$F \Rightarrow$ Folga entre a chaveta "T" e a coroa polar para cada braço

$I \Rightarrow$ Interferência, definida em 2,6 mm

$C_m \Rightarrow$ Circularidade média dos doze braços sem chavetas

$C_x \Rightarrow$ Circularidade média para cada braço sem chavetas

5.16 Enquanto se fabricam os novos espessuradores, proceder a ajustagem das chavetas cônicas nas ranhuras até obter aproximadamente 50% de contato efetivo;

5.17 Proceder o aquecimento da coroa polar, seguindo os mesmos procedimentos adotados na desmontagem, até obter a folga necessária para inserção dos novos espessuradores;

5.18 Após o aquecimento, inserir os novos espessuradores nas respectivas ranhuras;

5.19 Inserir rapidamente dois conjuntos de chavetas cônicas em dois braços dispostos a 180° (Figura 16). Bater simultaneamente os conjuntos de chavetas para evitar o deslocamento da coroa em relação aos braços do rotor. Montar o restante das chavetas cônicas em conjuntos de dois braços dispostos a 180° batendo de

maneira análoga aos dois primeiros conjuntos;

5.20 Proceder ao resfriamento da coroa polar, seguindo os mesmos procedimentos e cuidados adotados na desmontagem, até a temperatura chegar próxima a temperatura ambiente;

5.21 Executar medição da circularidade da coroa polar e confrontar os valores obtidos com os valores anteriores.

6. MONTAGEM DO ROTOR

Os passos a seguir descrevem a montagem do rotor:

6.1 Montar os 12 segmentos da pista de frenagem;

6.2 Montar os pólos em blocos de 7 unidades distribuídos a 180°, visando manter o equilíbrio do conjunto;

6.3 Executar medição da circularidade nos 84 pólos em três planos e confrontar com os



Figura 16

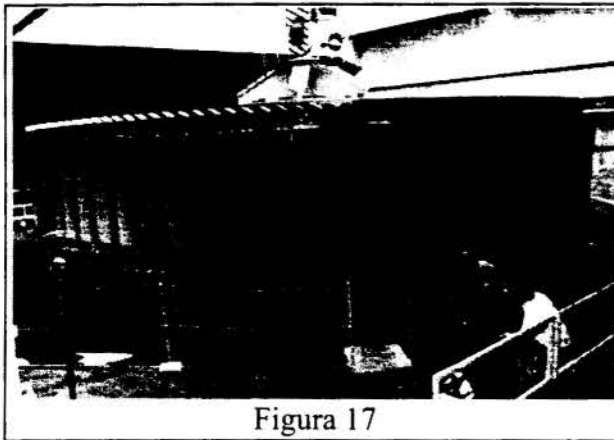


Figura 17

valores iniciais;

6.4 Montar as conexões, barramento de excitação, chaparias, carenagens de ventilação e demais acessórios;

6.5 Proceder limpeza, retoques de pintura e inspeção geral, liberando o rotor para retornar ao poço do gerador;

6.6 Após a montagem no poço do gerador (Figura 17), antes do retorno à operação, efetuar balanceamento dinâmico do conjunto.

7. RESULTADOS OBTIDOS

Após o retorno à operação, pode-se comprovar que o ajuste dimensional obtido, resulta, em equilíbrio no comportamento dinâmico do conjunto, com um grau de liberdade no sentido radial, o que permite mobilidade entre a coroa e os braços do rotor por ação da força centrífuga, mantendo o travamento do conjunto no sentido tangencial.

Comprovamos a eficácia dos serviços, pois a UG-07 encontra-se em operação há 40000 horas, sem que hajam indícios de novas folgas no enchavetamento.

8. BIBLIOGRAFIA

ANSI - IEEE - STD - 56 - 1977, *IEEE Guide For Insulation Maintenance of Large Alternating Current Rotating Machinery*, NY, IEEE, 1977.

Associação Brasileira De Normas Técnicas, *Norma de Sistema de Tolerâncias e Ajustes*, NB - 86, Brasil.

Ferraresi, D., *Fundamentos da Usinagem dos Metais*, Editora Edgard Blucher Ltda, Brasil, 1970.

Freitas, L.T.L., Komatsu, T., *Filosofia da Manutenção de Hidrogeradores*, in: Seminário Nacional de Manutenção do Setor Elétrico, Itaipu / Eletrobras / GCOI, 1995.

IEEE - STD - 67 - 1972, *IEEE Guide for Operation and Maintenance of Turbine Generators*, NY, IEEE, 1972.

IEEE STD 492 - 1974, *IEEE Guide for Operation and Maintenance of Hydro Generators*, NY, IEEE, 1974.



PAPER CODE: COB458

**ANÁLISE DE FALHA EM REDUTORES UTILIZANDO
TRANSFORMADA DE WAVELET/ GEARBOX FAULT ANALYSIS USING
WAVELET TRANSFORM**

MAMEDE, W. F. & TEODORO, E. B.

Abstract

The Wavelet Transform - WT is a powerful tool used for analysis of non-stationary signals, but it has not been frequently used in this area. A brief mathematical formulation of WT is presented along with various wavelet functions used in this paper. The main feature of WT is to present at the same graphic information of the signal in the time and frequency domain. Therefore it is possible to have different resolutions and simultaneous information of the signal in both domains. A series of simulated signals are generated by computer and processed with the proposed transformation in order to understand how it works. "Doing so we can learn more about the WT concepts such as: scale, level, signal reconstruction and translation". Experimental results from signals measured in a gearbox are presented, when processed with the WT. The analysis of these results showed that WT is more appropriate to locate transients in non-stationary signals than the well known and used Fourier Transform. The WT technique also proved to be possible the detection of transients in the signal, generated by local faults in the gear through time versus scale plots.

Keywords

Transformada de Wavelet - Redutores - Identificação - Engrenagens - Processamento de Sinais.
Wavelet Transform - Gearbox - Identification - Gear - Signal Processing.

1. INTRODUÇÃO

A ferramenta mais comumente utilizada para análise de sinais é a transformada de Fourier - TF. Através de espectros de frequência, pode-se determinar importantes características dinâmicas de qualquer sistema mecânico. Por isso, estes gráficos são muito utilizados na área da manutenção preditiva. No entanto, a análise feita com a TF é obtida através do desenvolvimento da amplitude do sinal ao longo de suas frequências. Outra distribuição tempo-frequência muito usada é a *Short Term Fourier Transform* - STFT, que dá uma resolução constante no tempo e na frequência, porque a largura da janela é fixa no domínio do tempo. A Transformada de Wavelet - TW conduz a uma análise do sinal nos domínios do tempo e da frequência com resoluções variáveis, possibilitando assim, maiores informações sobre as características do sinal, o que pode levar a uma redução de erro na análise do sinal.

Outro problema com a TF é que ela considera o sinal estacionário, e na realidade esta simplificação nem sempre pode ser feita. Não raras as vezes, encontram-se espectros com

altos picos em determinadas amplitudes, remetendo a falhas em um certo elemento de máquina. Mas no instante da manutenção deste elemento, percebe-se que ele está em bom estado. Sabe-se que o avanço do defeito não é estacionário, ou seja, há uma evolução da sua amplitude ao longo do tempo. Este fato nos leva a seguinte questão: o erro não estaria na ferramenta inadequada que foi utilizada para o tratamento do sinal? Na prática, utiliza-se a TF para a detecção de um transiente gerado por falhas locais em engrenagens.

Segundo Wang & McFadden, 1996, quando um defeito em um dente de engrenagem está num estágio avançado, próximo à falha, não se pode mais detectar com exatidão a mudança da amplitude da frequência de engrenamento equivalente no espectro. A TW, por ter sensibilidade e resolução maiores, pode ser uma ferramenta muito útil para aumentar a confiabilidade da análise e determinar com menor margem de erro o instante de falha do componente.

Num redutor, podemos encontrar falhas locais nos dentes das engrenagens e o objetivo deste estudo foi aplicar uma nova ferramenta na análise de sinais não estacionários para o estudo do desenvolvimento destas falhas.

2. A TRANSFORMADA DE WAVELET - TW

2.1. A TRANSFORMADA CONTÍNUA DE WAVELET - TCW

A TW consiste numa decomposição do sinal em uma família de funções que são a translação e a dilatação de uma função transformadora $\psi(t)$, no domínio do tempo. Desta forma, de acordo com Polikar, 1995, podemos definir a transformada como:

$$CWT_x^\psi(\tau, s) = \Psi_x^\psi(\tau, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int x(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{s} \right) dt \quad (1)$$

onde s é o fator de escala, que gera a dilatação e τ é o fator que produz a translação no tempo. Esta equação representa, portanto, o sinal multiplicado por uma janela no tempo, que percorrerá todo o sinal, sendo $\psi(t)$ a função transformadora, também chamada de wavelet mãe e $\psi^*(t)$ seu complexo conjugado.

Tabela 1 - Funções Transformadoras

Função	
Morlet	Gaussian-Enveloped
$\psi(t) = \exp(iat) \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma}\right)$	$\psi(t) = c \exp(-\sigma^2 t^2 - i2\pi f_0 t)$

As wavelet mães utilizadas neste trabalho são apresentadas na Tabela 1, onde f_0 é a frequência central da janela, σ é o deslocamento no tempo e c é uma constante que pode ser considerada unitária.

2.2. A TRANSFORMADA DISCRETA DE WAVELET - TDW

Na transformada discreta de Fourier - TDF, o comprimento N do sinal determina quantas frequências separadas podem ser representadas. Na TDW, o comprimento N determina quantos níveis existem. Por exemplo, se $N = 2^n$, há $n+1$ níveis. O nível da TDW comporta-se similarmente à escala, na TCW, ou seja, quanto mais níveis tem o sinal, mais detalhes tem-se deste sinal.

Para o cálculo da transformada discreta de wavelet foi utilizado o algoritmo piramidal de Mallat, que calcula as amplitudes da transformada:

$$a_{2^j+k} = 2^j \int_0^1 f(x) W(2^j x - k) dx \quad (2)$$

onde j é a escala, k é o deslocamento da janela no tempo e x uma variável muda.

$$a_0 = \int_0^1 f(x) \phi(x) dx \quad (3)$$

onde a função de escala é dada por:

$$\phi(x) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \phi(2x - k) \quad (4)$$

e a função de Wavelet é dada por:

$$W(x) = \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k c_k \phi(2x + k - N + 1) \quad (5)$$

sendo c_k os coeficientes da função de escala. Wavelets com 4 coeficientes são chamadas Wavelets D4. A TDW nada mais é do que um algoritmo para calcular as Equações (2) e (3) e, segundo Daubechies, 1990, estas equações são inversíveis, e através delas podemos reconstruir o sinal de forma análoga a transformada inversa de Fourier.

A forma dos componentes do sinal decomposto depende da forma da wavelet analisada. Há infinitas possibilidades para isso, mas apenas um pequeno grupo tem as condições necessárias para uma decomposição acurada e também serem ortogonais entre si. Estas condições dizem respeito aos coeficientes da transformada, que devem atender três propriedades:

$$\sum_{k=0}^{N-1} c_k = 2 \quad ; \quad \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k k^m c_k = 0 \quad ; \quad \sum_{k=0}^{N-1} c_k c_{k+2m} = 0, \quad m \neq 0 \text{ e inteiro.} \quad (6)$$

2.3. RESOLUÇÃO E ESCALA

A TW nos dá uma boa resolução no tempo e pobre resolução na frequência para altas frequências, no entanto nos dá uma boa resolução na frequência e baixa resolução no tempo para baixas frequências, de acordo com Dennis, J. G. & Yu, S., 1994. Baseado nisto, o parâmetro s , referente à escala pode ser interpretado da seguinte maneira: altas escalas

correspondem a uma visão global do sinal e baixas escalas correspondem a uma visão detalhada. Estas características são bastante convenientes, principalmente quando é sabido que, em geral, temos sinais com componentes de alta frequência em curtas durações e componentes de baixa frequência com longas durações.

Para se compreender melhor este aspecto, altas escalas correspondem a sinais dilatados, enquanto baixas escalas correspondem a sinais comprimidos. No entanto, no caso da TW, o termo da escala é usado no denominador e daí sua interpretação é o oposto da explicada acima, isto é, um aumento da escala dilata o sinal e diminuindo-se a escala comprime-se o sinal.

A Figura 1, quando foi utilizada a Morlet Wavelet, ilustra a explicação acima. O sinal foi gerado com frequência de 5000 Hz.

À medida que aumentamos o valor da escala s , o sinal tende a se dilatar, conforme foi dito anteriormente. Pode-se notar também que, conforme aumenta-se o valor da escala, a frequência central e a largura da banda de frequência também aumentam. Desta maneira, toda a faixa de frequência do sinal pode ser coberta.

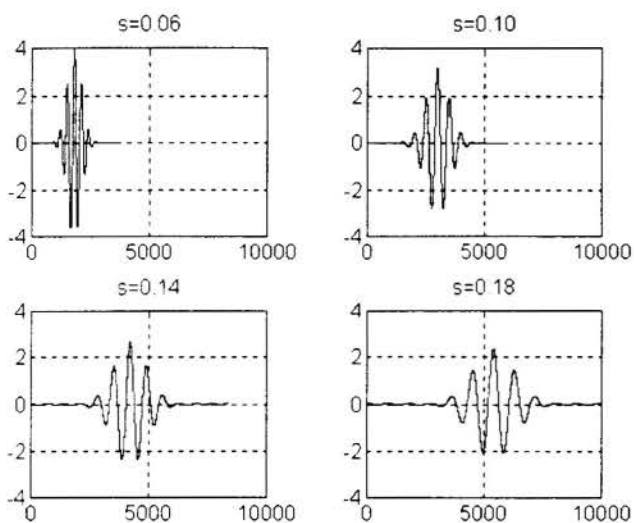


Figura 1 - Morlet Wavelet para escalas $s = \{0.06; 0.10; 0.14; 0.18\}$. O eixo x representa o número de pontos e y representa a amplitude da função.

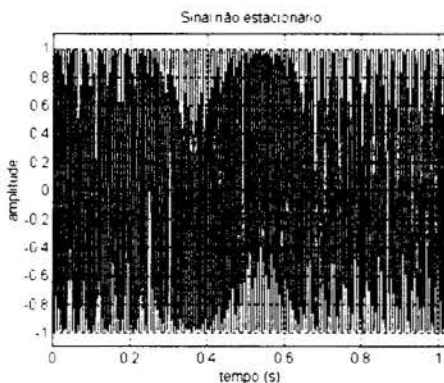


Figura 2 - Representação gráfica de um sinal não estacionário, com frequências de 70, 90 e 120 Hz. Frequência de aquisição de 2 KHz e 2048 pontos.

Para que se possa compreender o mecanismo da TW, consideramos um sinal não estacionário, composto de 3 frequências, 120, 90 e 70 Hz, amostrado com 2000 Hz e 2048 pontos: A Figura 2 mostra um sinal não estacionário, ou seja, conforme pode-se notar, a sua frequência varia ao longo do tempo.

Assim teremos o escalograma (gráfico tempo versus escala) do sinal, com a utilização da wavelet mãe Morlet nas escalas de 4 a 18. Na Figura 3 podemos notar claramente a presença das três frequências, bem como a duração de cada uma.

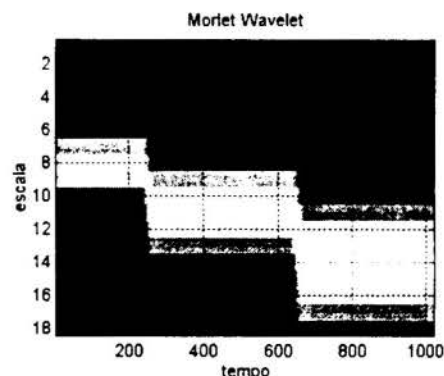


Figura 3 - Escalograma do sinal não estacionário apresentado na Figura 2.

A Tabela 2 mostra a correspondência entre as escalas e as frequências do sinal apresentado na Figura 3. O sinal tem duração de 1024 milissegundos, sendo o incremento no tempo $dt=0.5$ milissegundos. Se a função Gaussiana for utilizada, obtém-se diferentes relações entre escala e frequência.

Baseado neste sinal ideal simples, podemos partir para sinais mais complexos, como é o caso de um sinal gerado por um redutor.

Tabela 2 - Relações entre escala e frequência para a função Morlet.

escala	frequência (Hz)	duração (ms)
8	70	250
11	90	400
14	120	374

3. ASPECTOS EXPERIMENTAIS E RESULTADOS

Foi utilizada uma placa de aquisição WIN-30CB, de 16 canais, que permite a aquisição simultânea de até 4 canais, com taxa de amostragem que pode variar de 0,005 Hz a 1 MHz, com três acelerômetros B & K, cada um conectado a um canal, nas posições vertical, radial e axial do redutor, e os sinais foram adquiridos a uma frequência de 2 KHz, conforme ilustra a Figura 4.

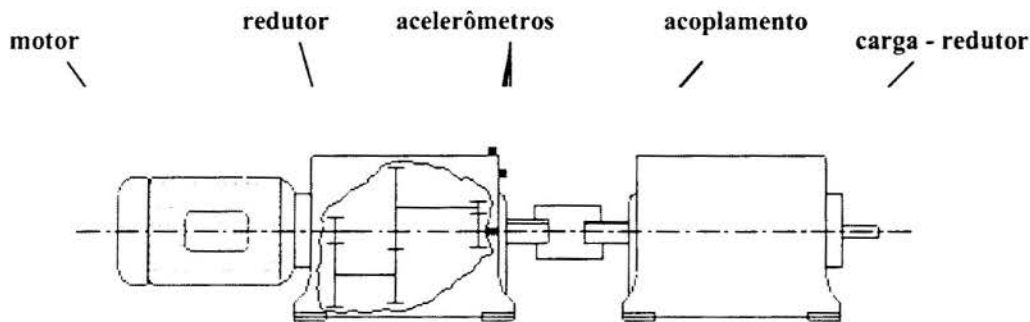


Figura 4 - Esquema da bancada experimental, destacando as posições dos acelerômetros e a disposição das engrenagens.

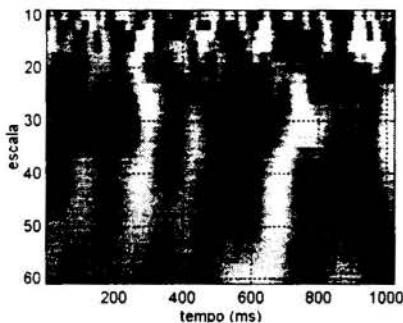


Figura 5 - escalograma do sinal gerado por um redutor em perfeito estado, utilizando-se uma frequência de aquisição de 2 KHz e escalas de 10 a 60.

É apresentado na Figura 5 um escalograma obtido a partir do sinal vibratório do redutor em perfeito estado de funcionamento. A maior amplitude no gráfico é representada pela cor mais clara, enquanto as cores mais escuras são as menores amplitudes. Neste gráfico, podemos ver que não há nenhuma frequência de engrenamento dominante porque não existe nenhuma faixa mais clara que esteja ligada às frequências de engrenamento do sistema. A partir

deste gráfico podem ser determinadas todas as frequências de engrenamento do sistema.

A seguir, apresentaremos os resultados de uma simulação de defeito em todos os pares de

engrenamento para que se possa visualizar a diferença entre os escalogramas.

A Tabela 3 traz as características geométricas do redutor estudado. As frequências de engrenamento são, portanto, iguais a, aproximadamente, 22,5 Hz, 153 Hz e 700 Hz.

Tabela 3 - Características geométricas do redutor de engrenagens, onde:
 “dp” é o diâmetro primitivo da engrenagem, “db” o diâmetro de base da engrenagem, “ a_h ” é o ângulo de hélice da engrenagem, “m” a sua massa e “Z” o número de dentes de cada engrenagem.

	dp (mm)	db (mm)	a_h (graus)	m (kg)	Z
Engrenagem Z1	26.9	24.9	28	0.07	24
Engrenagem Z2	99.1	91.6	28	0.69	64
Pinhão Z3	32.6	30.5	15	0.18	14
Engrenagem Z4	93.2	87.2	15	0.61	82
Pinhão Z5	21.7	20.3	15	0.28	12
Engrenagem Z6	103.3	96.6	15	1.49	57

3.1. SIMULAÇÃO

Com o sinal original no tempo, adquirido pelo acelerômetro, pudemos manipulá-lo, a fim de se colocar defeitos nas frequências de engrenamento, aumentando a amplitude do espectro. Após inseridos os defeitos, tratamos o sinal novamente com a TCW, utilizando as funções Morlet e Gaussiana e obtivemos resultados descritos a seguir.

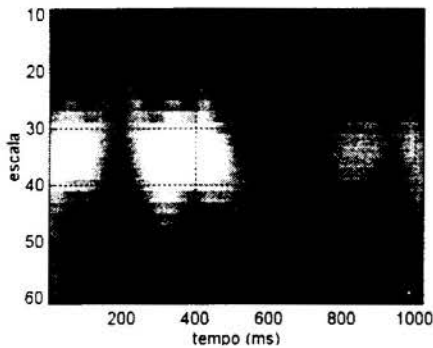


Figura 6 - Escalograma do sinal com defeito em aproximadamente 25 Hz (escala 35), utilizando a função Morlet e frequência de amostragem 2000 Hz.

Os três defeitos foram inseridos simultaneamente no sinal. Ou seja, há um defeito em cada engrenamento do redutor. Na Figura 6 visualizamos o defeito na primeira frequência de engrenamento, de 25 Hz. Se aumentarmos a resolução da TCW, teríamos a presença dos três defeitos em um mesmo gráfico, mas o preço dessa maior resolução seria o alto tempo computacional, já que este algoritmo é redundante, segundo Newland, 1994, no sentido de que, para qualquer família Wavelet, existe mais de uma

decomposição possível para o sinal analisado. O melhor foi selecionar as faixas de escalas nas quais as frequências se encaixavam e aumentar a resolução apenas nestes intervalos. Assim foram obtidos os gráficos das figuras 7 e 8.

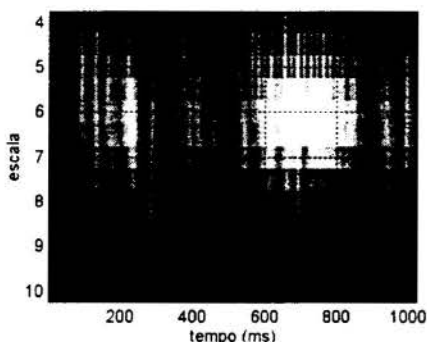


Figura 7 - Escalograma do sinal com defeito em aproximadamente 153 Hz (escala 6), utilizando a função Morlet, escalas 4 a 10 para melhor visualização desta frequência.

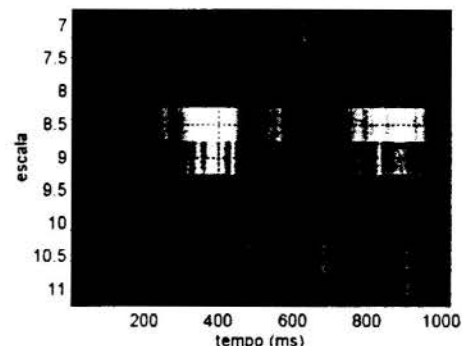


Figura 8 - Escalograma do sinal com defeito em aproximadamente 700 Hz (escala 8.5), utilizando a função Gaussiana, escalas 7 a 11 para melhor visualização desta frequência.

3.2. DETECÇÃO DO DEFEITO

Foi colocado um defeito em um dos dentes de uma engrenagem do engrenamento de saída, ou seja, na última redução. Fez-se o tratamento do sinal obtido com o redutor neste estado, utilizando a transformada de Fourier e a transformada de wavelet, para uma comparação entre os resultados. O gráfico da Figura 9 mostra os espectros obtidos com o redutor em perfeito estado de funcionamento e o gráfico da Figura 10 mostra os espectros obtidos através do redutor com o defeito no dente da engrenagem. A Figura 11 mostra o escalograma do sinal com defeito:

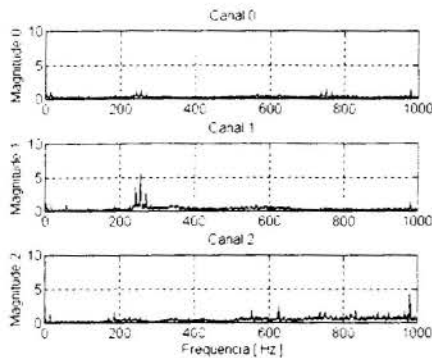


Figura 9 - Espectros obtidos com o redutor sem defeito

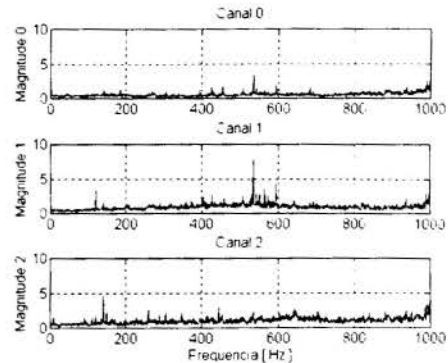


Figura 10 - Espectros obtidos com o redutor com um defeito em um dos dentes da engrenagem do eixo de saída

O defeito foi inserido na base de um dente e não pôde ser detectado através da transformada de Fourier. O pico que pode ser visualizado na Figura 10 refere-se a um dos harmônicos da frequência da rede (180 Hz).

No gráfico da Figura 11, pode-se notar que a frequência de 22,5 Hz corresponde a uma faixa de escalas. Isso acontece devido ao problema da precisão, que já foi tratado anteriormente. Ainda assim, pode-se perceber que a faixa mais clara do gráfico (referente ao defeito) vai da escala 31 a 36, o que corresponde à frequência de engrenamento de 22,5 Hz.

4. CONCLUSÃO

Se compararmos a TF com a TW, podemos dizer que esta última é mais eficiente para a detecção dos transientes gerados pelo defeito no dente da engrenagem. Uma vez que com o espectro não podemos definir uma maior amplitude em 22,5 Hz ou vizinhança, e com a TW e o escalograma podemos identificar tal componente.

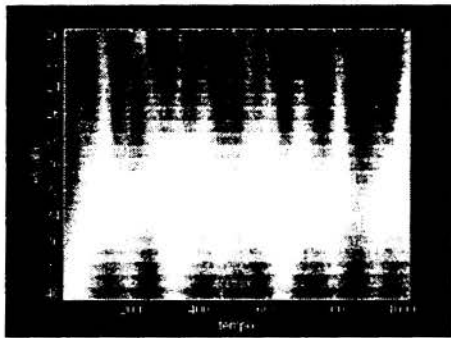


Figura 11 - Escalograma do sinal com defeito em aproximadamente 22,5 Hz (escala 32), utilizando a função Morlet.

A TW inicia um período de análise multiresolução. Ao contrário da STFT, a TW varia sua resolução no tempo e na frequência, possibilitando assim que transientes no sinal sejam mais facilmente detectados. O fenômeno de vibração causado por falhas em um elemento pode ser entendido como variações no sinal em um intervalo curto de tempo. A localização tempo-frequência alcançada através da TW pode ser útil para a detecção destes transientes no sinal.

A Figura 8 nos mostra ainda o fato que, para frequências mais altas, a resolução em frequência é mais baixa. De fato, precisou-se de uma resolução maior para que se pudesse evidenciar o defeito colocado na frequência de 700 Hz.

Comparando-se as figuras 10 e 11, pode-se perceber que, no caso dos espectros da Figura 10, não há como detectar o defeito em 22,5 Hz. No caso do escalograma da Figura 11, pode-se visualizar o defeito, na área mais clara, que se estende por praticamente todo o intervalo de tempo. Ao se comparar as Figuras 5 e 11, podemos perceber a diferença dos escalogramas antes e depois da inserção do defeito numa engrenagem do primeiro engrenamento. No escalograma da Figura 5 não existia a faixa mais clara por volta da escala 32, que corresponde à frequência de 22,5 Hz. Esta faixa passou a existir no escalograma da Figura 11, comprovando assim, a presença do defeito.

No caso mostrado, além de se provar a eficiência da nova ferramenta, mostrou-se o caso onde a utilização da Transformada de Fourier é até inadequada, sendo preferível a utilização dos escalogramas (veja Mamede, 1997).

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NEWLAND, D. E. Wavelet Analysis of Vibration - Part I and II - *Journal of Vibration and Acoustics* - vol. 116, pp. 409-425, 1994.

DAUBECHIES, I. The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis-*IEE Transactions on Information Theory*, vol. 36, n° 5, pp. 961-1005, 1990.

WANG, W. J. & MCFADDEN, P. D. Application of Wavelets to Gearbox Vibration Signals For Fault Detection - *Journal of Sound and Vibration*, 192 (5), pp. 927-939, 1996.

POLIKAR, R. Multiresolution Wavelet Analysis of EEG Signals for the Detection of Alzheimer's Disease, *M.S. Thesis, Iowa State University*, Ames, IA, 1995.

DENNIS, J. G. & YU, S. Introduction To The Theory And Applications Of Wavelet Transforms, *Spar Journal Of Engineering And Technology*, Vol. 3, 1994.

MAMEDE, W. F. Análise de Falhas em Redutores Utilizando Transformada de Wavelet, *DIGRA - UFU*, 1997.



XIV Brazilian Congress of Mechanical Engineering
 Obeid Plaza Hotel Convention Center - Bauru - SP/Brazil
 December 08-12th 1997

PAPER CODE: COB480

**PREVISÃO DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO
 DE SISTEMAS MECÂNICOS/MECHANICAL SYSTEMS VIBRATION
 BEHAVIOUR PREDICTION**

RIVALDO ARAÚJO VILELA & ROBSON PEDERIVA
 Departamento de Projeto Mecânico, FEM - UNICAMP
 Caixa Postal 6051- Cidade Universitária
 CEP 13083-970 - Campinas/SP, Brasil - E-mail: robson@fem.unicamp.br

Abstract

An important information about mechanical systems is the fact that vibration phenomena is the chief cause and also the consequence of the main wear processes. This information is used to set up a feedback ARMAX forecasting model for machines which have on wear its main source of faults. For evaluating purpose, the ARMAX forecasting model is used for predicting the trend of some simulated cases. Satisfactory results have been obtained.

Keywords

Machinery prognostics, failure prediction, trend analysis, ARMAX models, predictive maintenance, prognóstico em máquinas, previsão de falhas, análise de tendência, modelos ARMAX, manutenção preditiva.

1. INTRODUÇÃO

Um dos objetivos básicos da manutenção preditiva de máquinas e equipamentos é a determinação antecipada de condições falhas para uma ação de manutenção mais eficaz e melhor planejada. Neste contexto, um problema que se coloca, portanto, é relativo ao tempo disponível para se efetuar as ações corretivas necessárias, uma vez que o defeito foi diagnosticado.

Percebe-se atualmente, a existência de inúmeros trabalhos publicados na área de diagnóstico de defeitos de máquinas, no entanto, a bibliografia a respeito do prognóstico de defeitos é ainda escassa e as propostas para a solução desta temática estão longe de serem definitivas.

Neste sentido este trabalho propõe uma nova abordagem de previsão do comportamento vibratório de equipamentos mecânicos através de um modelo de previsão ARMAX (*AutoRegressive Moving Average with eXternal input*). O modelo está baseado na constatação experimental de que os fenômenos de desgaste, entre eles, fadiga, desgaste abrasivo, fluência e desgaste por erosão, estão estreitamente relacionados com a vibração, sendo causa e/ou efeito da mesma (Cempel, 1985).

2. MODELO DE PREVISÃO

Dentre os inúmeros defeitos que geram uma degradação progressiva de um sistema mecânico destaca-se o desgaste mecânico. Este é causado de várias formas e segundo Cempel (1985) está sempre estreitamente relacionado a fenômenos dinâmicos tais como vibração, ruído acústico, ultra-som, ou seja, formas de dissipação de energia através do sistema.

Estes defeitos geralmente refletem-se em uma perda contínua de integridade ou de características operacionais do sistema. Paralela ou precedida a esta perda ocorre uma degradação contínua de propriedades mecânicas essenciais ao sistema, tais como massa, rigidez e amortecimento. Assim, um sistema mecânico genérico, em uma determinada fase de degradação, em que possa ser modelado linearmente, pode ser representado pela seguinte equação

$$(\mathbf{M} + \Delta\mathbf{M})\ddot{\mathbf{x}} + (\mathbf{C} + \Delta\mathbf{C})\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K} + \Delta\mathbf{K})\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (1)$$

ou alternativamente pelo sistema de equações

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} + \mathbf{fd} \\ \Delta\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \Delta\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \Delta\mathbf{K}\mathbf{x} = -\mathbf{fd} \end{cases} \quad (2)$$

$$(3)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema original e $\Delta\mathbf{M}$, $\Delta\mathbf{C}$ e $\Delta\mathbf{K}$ suas variações devido a presença de defeitos, \mathbf{x} é o vetor de estado, \mathbf{f} é o vetor das forças que excitam o sistema e \mathbf{fd} um vetor de força fictício que surge devido à degradação do sistema.

Decompondo o vetor de excitação em várias frequências e resolvendo a equação (2) para uma única frequência ω , e considerando que para um pequeno intervalo de tempo, em torno do tempo t , os parâmetros $\Delta\mathbf{M}$, $\Delta\mathbf{C}$ e $\Delta\mathbf{K}$ são aproximadamente constantes tem-se:

$$\mathbf{fd}_\omega(t) = \mathbf{L}(t, j\omega) \cdot \mathbf{x}_\omega(t) \quad (4)$$

onde $\mathbf{fd}_\omega(t)$ e $\mathbf{x}_\omega(t)$ representam respectivamente o vetor das amplitudes das forças fictícias e dos deslocamentos na frequência ω e $\mathbf{L}(t, j\omega) = -\omega^2\Delta\mathbf{M}(t) + j\omega\Delta\mathbf{C}(t) + \Delta\mathbf{K}(t)$.

Em um sistema mecânico sob processo de degradação não se sabe ao certo quais e como os parâmetros da matriz $\mathbf{L}(t, j\omega)$ serão afetados. Supor que vários parâmetros mudam simultaneamente requer que o modelo do sistema seja conhecido para separar a contribuição isolada de cada parâmetro. Desta forma realizar-se-á a hipótese de que apenas o parâmetro genérico $l_{w_j}(t, j\omega)$ da matriz $\mathbf{L}(t, j\omega)$ é não nulo e varia com o desgaste do sistema. Substituindo esta informação na equação (4) e tomando o módulo das componentes do vetor $\mathbf{fd}_\omega(t)$ tem-se

$$\left[|fd_\omega^1(t)| \quad \dots \quad |fd_\omega^w(t)| \quad \dots \quad |fd_\omega^n(t)| \right]^T = \left[0 \quad \dots \quad |l_{w_j}(t, j\omega)| \cdot |x_\omega^j(t)| \quad \dots \quad 0 \right]^T \quad (5)$$

Devido a suas características lineares a equação (2) pode ser dividida em duas outras como segue

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_f + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_f + \mathbf{K}\mathbf{x}_f = \mathbf{f} \quad (6)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_{fd} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}_{fd} + \mathbf{K}\mathbf{x}_{fd} = \mathbf{fd} \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_f + \mathbf{x}_{fd} = \mathbf{x} \quad (8)$$

De forma analógica a obtenção da equação (4) obtém-se

$$\mathbf{x}_{fd\omega}(t) = \mathbf{V}(j\omega) \cdot \mathbf{fd}_\omega(t) \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_{f\omega}(t) = \mathbf{V}(j\omega) \cdot \mathbf{f}_\omega(t) \quad (10)$$

$$\text{onde } \mathbf{V}(j\omega) = (-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1}$$

Uma vez que este estudo envolve sinais de vibração medidos em diferentes etapas o uso de valores complexos, que consideram a fase do sinal, perde o significado e é conveniente que se considere apenas o módulo destas grandezas. Tomando o módulo das componentes na equação (8) tem-se

$$\begin{Bmatrix} |x_{fd\omega}^1(t)| \\ \vdots \\ |x_{fd\omega}^n(t)| \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} |x_\omega^1(t) - x_{f\omega}^1| \\ \vdots \\ |x_\omega^n(t) - x_{f\omega}^n| \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Assumindo que a diferença de fase entre as componentes do vetor $\mathbf{fd}(t)$ e as correspondentes do vetor de excitação $\mathbf{f}(t)$ apresente variações pequenas durante o processo de progressão do defeito, pode-se reescrever a equação (11) na seguinte forma

$$\begin{Bmatrix} |x_{fd\omega}^1(t)| \\ \vdots \\ |x_{fd\omega}^n(t)| \end{Bmatrix} = \alpha \begin{Bmatrix} |x_\omega^1(t)| - |x_{f\omega}^1| \\ \vdots \\ |x_\omega^n(t)| - |x_{f\omega}^n| \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

onde α é uma constante de proporcionalidade.

Tendo em vista a invariância no tempo de $\mathbf{V}(j\omega)$ e considerando que as alterações no comportamento vibratório se dêem somente devido a ação do defeito, então, conseqüentemente, os módulos das componentes de $\mathbf{x}_{f\omega}(t)$ serão constantes e iguais aos valores apresentados pelo sistema mecânico na condição não defeituosa.

$$\begin{Bmatrix} |x_{f\omega}^1(t)| \\ \vdots \\ |x_{f\omega}^n(t)| \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} |x_{\theta\omega}^1| \\ \vdots \\ |x_{\theta\omega}^n| \end{Bmatrix} \quad (13)$$

onde $x_{\theta\omega}^j = x_\omega^j(t=0)$ para $j=1, \dots, n$.

Substituindo este resultado na equação (12) tem-se finalmente a relação entre a resposta devido ao desgaste e a resposta total apresentada pelo sistema na frequência ω .

$$\begin{Bmatrix} |x'_{fd_\omega}(t)| \\ \vdots \\ |x''_{fd_\omega}(t)| \end{Bmatrix} = \alpha \begin{Bmatrix} |x'_{\omega}(t)| \\ \vdots \\ |x''_{\omega}(t)| \end{Bmatrix} - \alpha \begin{Bmatrix} |x'_{\theta_\omega}| \\ \vdots \\ |x''_{\theta_\omega}| \end{Bmatrix} \quad (14)$$

De posse deste resultado pode-se agora trabalhar a equação (9) visando a eliminação do vetor de forças **fd**. Para tanto toma-se o módulo das componentes na equação (9), substitui-se nesta o resultado da equação (14) e também as componentes do vetor **fd**_ω da equação (5), de onde obtém-se

$$\begin{Bmatrix} |x'_{\omega}(t)| \\ \vdots \\ |x''_{\omega}(t)| \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} |x'_{\theta_\omega}| \\ \vdots \\ |x''_{\theta_\omega}| \end{Bmatrix} = \frac{I}{\alpha} \begin{Bmatrix} |v_{lw}| \\ \vdots \\ |v_{nw}| \end{Bmatrix} \cdot |l_{wj}(t, j\omega)| \cdot |x^j_{\omega}(t)| \quad (15)$$

onde v_{ij} é o elemento da linha i e coluna j da matriz $\mathbf{V}(j\omega)$.

Resolvendo o sistema de equações (15) tem-se

$$\begin{Bmatrix} |x'_{\omega}(t)| \\ \vdots \\ |x''_{\omega}(t)| \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} |x'_{\theta_\omega}| \\ \vdots \\ |x''_{\theta_\omega}| \end{Bmatrix} = \frac{I}{\alpha} \begin{Bmatrix} |v_{lw}| \\ \vdots \\ |v_{nw}| \end{Bmatrix} \cdot \left(\frac{|x^j_{\theta_\omega}|}{I - |v_{wj}| \cdot |l_{wj}(t, j\omega)|} \right) \quad (16)$$

A equação (16) permite concluir que, sob as hipóteses assumidas, as variações dos módulos dos valores de duas componentes de vibração quaisquer u e v , a partir do instante inicial, são proporcionais entre si desde que estas sejam controláveis a partir da aplicação de uma força no ponto w , ou seja,

$$[x^u_{\omega}(t) - x^u_{\theta_\omega}] \propto [x^v_{\omega}(t) - x^v_{\theta_\omega}] \Leftrightarrow \begin{cases} v_{uw} \neq 0 \\ v_{vw} \neq 0 \end{cases} \quad (17)$$

Com base nesta conclusão e na equação (16) ter-se-á para uma componente u qualquer controlável a partir de w que

$$|x^u_{\omega}(t)| - |x^u_{\theta_\omega}| = \frac{\alpha_1}{I - \alpha_2 \cdot |l_{wj}(t, j\omega)|} \quad (18)$$

onde α_1 e α_2 são constantes positivas e $\alpha_2 \cdot |l_{wj}(t, j\omega)| \leq I$.

Este resultado significa que, na frequência ω , o nível de vibração de qualquer um dos pontos controláveis a partir do ponto fonte da força fictícia pode ser utilizado para avaliação da evolução do processo de degradação do sistema. Um problema que surge é saber quais são estes pontos controláveis uma vez que não se conhece o ponto w onde surge esta força e nem mesmo o modelo do sistema. Um indicio é que os pontos sensíveis à componente realimentadora da força devido ao desgaste demonstrarão tendência de variação ao longo do processo de degradação do sistema enquanto que os não sensíveis não apresentarão necessariamente esta tendência.

As variações dos parâmetros de massa, amortecimento e rigidez estão fortemente relacionadas a efeitos dinâmicos e possuem características específicas a cada tipo de desgaste, equipamento e componente. Entretanto, de uma maneira geral, para sistemas que falham principalmente devido aos fenômenos tribológicos, a taxa de variação dos parâmetros do sistema pode ser considerada, por hipótese, como função das amplitudes do deslocamento da vibração em frequências consideradas relevantes ao processo de degradação. Para o caso em análise, onde em cada frequência ω , apenas um parâmetro da matriz $L(j\omega)$ é não nulo, as amplitudes a serem consideradas devem estar relacionadas aos pontos do equipamento que expressem tendência de crescimento do nível de vibração nestas frequências além do que, uma boa sensibilidade ao progresso do defeito sob análise.

É importante que fique claro que a escolha da amplitude de deslocamento não limita o uso das amplitudes de velocidade e de aceleração, pois, em uma dada frequência estas grandezas são proporcionais entre si. Com relação às frequências a serem consideradas uma sugestão é um estudo para identificar aquelas frequências que exercem maior influência sobre o agravamento do defeito dominante e uma subsequente análise dos espectros de frequência do sistema no sentido de avaliar as principais frequências excitadas.

Considerando um caso onde as frequências mais relevantes ao progresso da falha sejam ω_1 e ω_2 , e admitindo que o ponto p seja sensível ao progresso do defeito, pela hipótese acima pode-se escrever para o sinal na frequência ω_1

$$\frac{d}{dt} |l_{wp}(t, j\omega_1)| = g_{\omega_1}(|x_{\omega_1}^p(t)|, |x_{\omega_2}^p(t)|) \quad (19)$$

No entanto a função $g_{\omega_1}(\cdot)$ é desconhecida e adotar-se-á como aproximação uma função polinomial nas variáveis $|x_{\omega_1}^p(t)|$ e $|x_{\omega_2}^p(t)|$. Utilizando um polinômio do primeiro grau na equação (19), integrando-a e substituindo o resultado na equação (18) tem-se

$$|x_{\omega_1}^p(t)| - |x_{\omega_1}^p(0)| = \frac{\alpha_1}{1 - \alpha_2 \cdot \int_0^t |x_{\omega_1}^p(\xi)| d\xi - \alpha_3 \cdot \int_0^t |x_{\omega_2}^p(\xi)| d\xi} \quad (20)$$

Derivando ambos os lados desta equação com relação ao tempo e trabalhando os termos obtém-se

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} |x_{\omega_1}^p(t)| = & \beta_0 |x_{\omega_1}^p(t)| + \beta_1 |x_{\omega_1}^p(t)|^2 + \beta_2 |x_{\omega_1}^p(t)|^3 + \beta_3 |x_{\omega_2}^p(t)| + \\ & \beta_4 |x_{\omega_1}^p(t)| |x_{\omega_2}^p(t)| + \beta_5 |x_{\omega_1}^p(t)|^2 |x_{\omega_2}^p(t)| \end{aligned} \quad (21)$$

onde β_i , $i=0, \dots, 4$, são parâmetros da equação.

Discretizando a equação (21) com um período de amostragem Δt suficientemente pequeno, realizando a aproximação $\frac{d}{dt} |x_{\omega_1}^p(t_k)| = \frac{|x_{\omega_1}^p(t_{k+1})| - |x_{\omega_1}^p(t_k)|}{\Delta t}$ e substituindo t_k por k tem-se como resultado

$$\begin{aligned} |x_{\omega_1}^p(k+1)| \cong & \gamma_0 |x_{\omega_1}^p(k)| + \gamma_1 |x_{\omega_1}^p(k)|^2 + \gamma_2 |x_{\omega_1}^p(k)|^3 + \gamma_3 |x_{\omega_2}^p(k)| + \\ & \gamma_4 |x_{\omega_1}^p(k)| |x_{\omega_2}^p(k)| + \gamma_5 |x_{\omega_1}^p(k)|^2 |x_{\omega_2}^p(k)| \end{aligned} \quad (22)$$

onde $\gamma_i, i=1, \dots, 4$ são os parâmetros da equação.

Várias técnicas poderiam ser utilizadas na identificação dos parâmetros γ_{ij} da equação (21), contudo, optar-se-á por modelar os sinais do sistema através de modelos ARMAX (*AutoRegressive Moving Average with eXternal input*) (Ljung, 1987). Estes modelos são do tipo função de transferência apropriados para modelagem de sistemas lineares invariantes e discretizados no tempo e apresentam a vantagem de possuir maior flexibilidade no tratamento de erros que outros modelos.

Em sistemas reais observa-se que os sinais de vibração são influenciados por inúmeros fatores não controláveis e desconhecidos. Por este motivo propõe-se um filtro para os dados de entrada do modelo. O filtro consiste basicamente em tomar o somatório do sinal desde o tempo inicial até o momento considerado.

O modelo final da metodologia proposta é composto por tantas equações quanto sejam as frequências consideradas. Para o caso de duas frequências tem-se

$$A_{\omega_i}(q) \cdot \left(|x^p_{\omega_i}(k)| - |x^p_{\theta_{\omega_i}}| \right) = \mathbf{B}_{\omega_i}(q) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \sum_{t=1}^k |x^p_{\omega_1}(t)| \\ \sum_{t=1}^k |x^p_{\omega_1}(t)|^2 \\ \sum_{t=1}^k |x^p_{\omega_1}(t)|^3 \\ \sum_{t=1}^k |x^p_{\omega_2}(t)| \\ \sum_{t=1}^k |x^p_{\omega_1}(t)| \cdot |x^p_{\omega_2}(t)| \\ \sum_{t=1}^k |x^p_{\omega_1}(t)|^2 \cdot |x^p_{\omega_2}(t)| \end{array} \right\} + C_{\omega_i}(q) \cdot e(k), \quad i=1,2 \quad (23)$$

onde q^{-1} é denominado operador atraso e definido como $q^{-1}x(k)=x(k-1)$

$$A_{\omega_i}(q) = a_0 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_y}q^{-n_y} \quad \text{para } i = 1,2$$

$$\mathbf{B}_{\omega_i}(q) = \begin{bmatrix} b_{10}q^{-1} + b_{21}q^{-2} + \dots + b_{2n_{u1}}q^{-n_{u1}-1} \\ b_{20}q^{-1} + b_{21}q^{-2} + \dots + b_{2n_{u2}}q^{-n_{u2}-1} \\ b_{20}q^{-1} + b_{21}q^{-2} + \dots + b_{2n_{u3}}q^{-n_{u3}-1} \end{bmatrix} \quad \text{para } i = 1,2$$

$$C_{\omega_i}(q) = c_0 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_e}q^{-n_e} \quad \text{para } i = 1,2$$

a_i, b_{ij} e c_i são os parâmetros do modelo e

n_y, n_{u_j} e n_e são respectivamente as ordens da parcela autoregressiva, da j -ésima entrada e da parcela aleatória.

A Figura 1 mostra esquematicamente a metodologia exposta acima.

3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

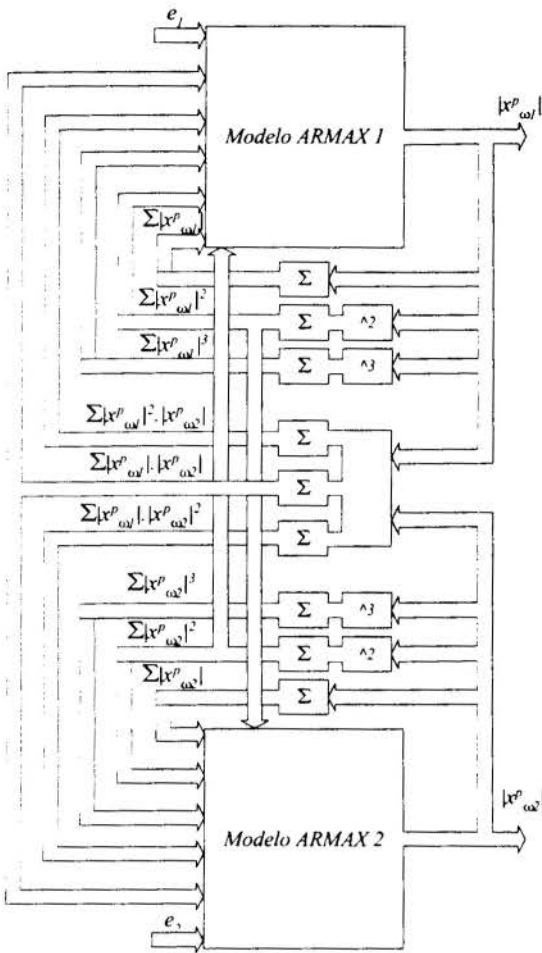
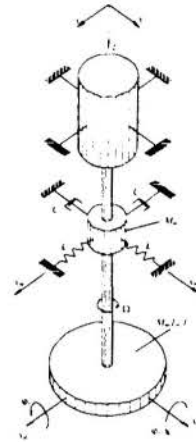


Figura 1 - Esquema da metodologia de previsão para um sistema mecânico sob processo de degradação

A metodologia proposta foi usada para prever os níveis de vibração do sistema mecânico mostrado na Figura 2, com o qual simulou-se um processo de desgaste. Neste considerou-se que a taxa de variação de um dos parâmetros de rigidez do modelo muda em função do nível de vibração nas frequências de 60 e 100Hz, frequências estas relacionadas a forças externas de excitação. Além disso, empregou-se três relações distintas para a função de realimentação dos níveis de vibração buscando representar a diversidade da natureza dos processos degradativos.



São mostrados, para exemplificar, apenas dois destes casos. Para cada um deles utiliza-se dois modelos ARMAX, um para cada frequência, com saída e Figura 2 - Sistema entradas definidas pela mecânico estudado equação (23), $\omega_1=60\text{Hz}$ e $\omega_2=100\text{Hz}$. Nestes as ordens são mostradas para cada caso na forma $[n_a \ n_{u1} \ \dots \ n_{u6} \ n_e]$ onde n_a é a ordem da parcela autoregressiva, n_{ui} da entrada i e n_e da parcela aleatória.

As Figuras 3 e 4 mostram os gráficos comparativos entre os dados observados (sugeridos por um modelo de simulação do desgaste) e os previstos pelo modelo proposto neste trabalho. Na construção dos modelos ARMAX utilizou-se os dados observados até o ponto indicado (linha vertical tracejada), sendo os demais gerados por estes modelos. Para estes exemplos, as ordens são respectivamente $[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$ e $[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$ tanto com os dados em 60 Hz como em 100 Hz.

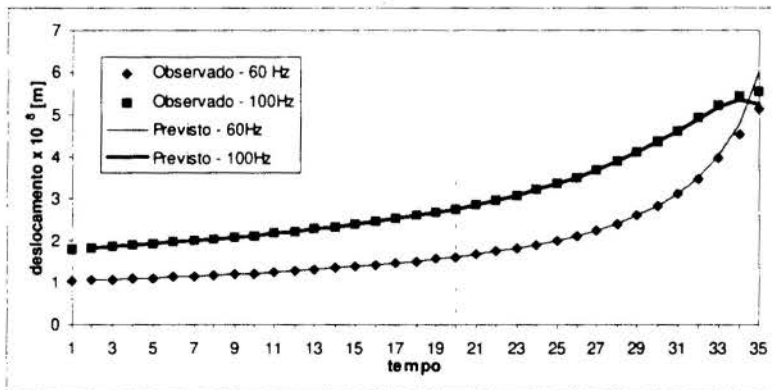


Figura 3 - Gráficos comparativos para o caso 1

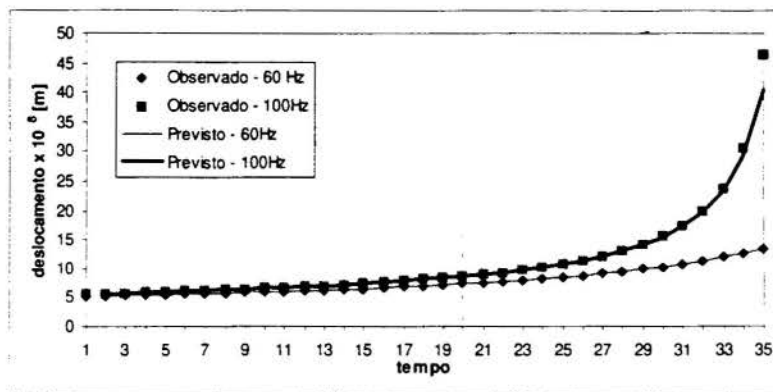


Figura 4 - Gráficos comparativos para o caso 2

5. CONCLUSÃO

O modelo de previsão ARMAX mostrou-se eficiente na previsão do comportamento vibratório do sistema nos casos estudados. O método apresentou melhores resultados quando foram utilizados baixos valores para as ordens dos modelos ARMAX. Além disso, percebeu-se que quando determinadas entradas, peculiares a cada caso, são eliminadas, os resultados melhoraram significativamente.

O modelo, quando bem ajustado, pode ser usado com sucesso na estimativa do tempo necessário para que seja efetuada a manutenção do equipamento, desde que seja definido, por algum critério aceitável, o nível de falha para o parâmetros monitorados.

4. REFERÊNCIAS

CEMPEL, C. The tribovibroacoustical model of machines. *Wear*, v.105, p.297-305, 1985.

CEMPEL, C. Simple Condition Forecasting Techniques in Vibroacoustical Diagnostics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v1, n1, p.75-82, 1987.

CEMPEL, C. Damage Initiation and Evolution in Operating Mechanical Systems. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, v.40, n.3, p.201-214, 1992.

FLINT, A. D. Prognostic maintenance based on the Hough transformation. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, v.16, n.2, p.59-65, 1994.

HANSEN, R. J., HALL, D. L., KURTZ, S. K. A new approach to the challenge of machinery prognostics. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, v.117, n.2, p.320-325, april 1995.

LJUNG, L. *System identification, theory for the user*. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987, 519p.



PAPER CODE: COB481

**DIAGNÓSTICO DE DEFEITOS EM UM CONJUNTO
MOTO-BOMBA BASEADO EM CRITÉRIOS ESTATÍSTICOS / FAULT
DIAGNOSTIC IN A CENTRIFUGAL PUMP BASED ON STATISTICAL PATTERN
RECOGNITION**

MARCUS VINÍCIUS PORTARI & ROBSON PEDERIVA

*Departamento de Projeto Mecânico, Faculdade de Engenharia Mecânica - UNICAMP
CEP 13083-970 Campinas, Brasil - E-mail: robson@dpm.fem.unicamp.br*

Abstract

This work analyzes two fault diagnostic methods one based on Euclidean distance and another on Mahalanobis distance. These methods don't require high efforts in learning phase, are easily implemented and present satisfactory results in machinery fault diagnostic. An experimental setup involving a centrifugal pump was designed to analyze these methods. Some faults like unbalance, suction and discharge piping obstructions, wear on rotor blades were studied. Data from healthy and fault conditions were used to evaluate the sensitivity (ST) of the two methods.

Keywords

Diagnostic, fault, monitoring, pattern recognition.

1. INTRODUÇÃO

Turbinas, bombas e compressores são equipamentos chaves em refinarias de petróleo, usinas hidrelétricas, plantas químicas, dentre outras. Defeitos ou falhas destes equipamentos podem resultar em perdas econômicas significativas. Portanto, estes equipamentos devem permanecer sob vigilância constante. Quando um possível defeito é detectado, o diagnóstico é realizado para identificar e localizar este defeito. O diagnóstico é geralmente muito mais difícil do que a detecção, já que diferentes defeitos podem exibir sintomas similares e estes podem ocorrer simultaneamente.

Atualmente, a maioria dos métodos de diagnóstico fundamenta-se na comparação e/ou classificação de padrões (Chen *et al.*, 1995). Estes métodos têm recebido uma atenção especial nas últimas duas décadas e as teorias recentes de sistemas fuzzy, árvores de decisão e redes neurais artificiais têm sido utilizadas nos processos de comparação/classificação de padrões (Chen *et al.*, 1995; Du *et al.*, 1995a; Du *et al.*, 1995b; Martin, 1994). No entanto, grande parte destes métodos exige um esforço elevado na obtenção de padrões e inclui procedimentos complexos que inviabilizam seu uso no diagnóstico de equipamentos de menor responsabilidade e custo. Este trabalho vem contribuir neste ponto apresentando dois métodos de diagnóstico alternativos, baseados em técnicas estatísticas de reconhecimento de padrões, que exigem um menor esforço na fase de treinamento e são de fácil implementação. Para analisá-los, desenvolveu-se um trabalho experimental em um conjunto moto-bomba simulando-se alguns tipos de defeitos. Os índices de sensibilidade foram calculados,

utilizando-se o classificador baseado na distância de *Mahalanobis* e o classificador baseado na distância Euclideana, para amostras não utilizadas na fase de treinamento.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Segundo Du *et al.* (1995a), os métodos de monitoramento podem ser divididos, em geral, em duas categorias: métodos baseados em modelos e métodos baseados em sintomas. Para alguns processos, pode-se considerar que os sinais coletados são a saída de um modelo dinâmico. Conseqüentemente, o processo de monitoramento pode ser conduzido baseado no modelamento do sistema e na avaliação deste modelo. Já os métodos de monitoramento baseados em sintomas utilizam características peculiares dos sinais coletados para identificar as classes de funcionamento do equipamento. Estas características peculiares, chamadas de índices de monitoramento, podem ser as características do sinal no domínio do tempo e/ou da frequência, tais como, média, variância e potência em uma banda de frequência específica. Eventos discretos (por exemplo, o sinal lógico “ligado” e “desligado”) e as condições operacionais do processo também podem ser usadas como índices de monitoramento.

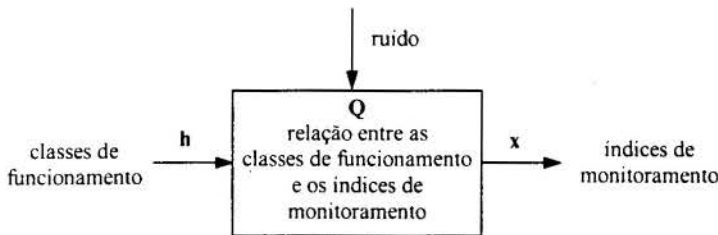


Figura 1 - Modelo geral para o monitoramento de máquinas.

Os processos de monitoramento podem ser diferentes de aplicação para aplicação. Entretanto, as formas básicas destes processos são notavelmente similares. Assumindo que as classes de funcionamento do equipamento, $\mathbf{h} = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$, estejam definidas e que os índices

de monitoramento, $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, tenham sido definidos e calculados para cada classe, então existe uma relação \mathbf{Q} entre as classes de funcionamento do equipamento e os índices de monitoramento como mostrado na Figura 1. Pode-se representar \mathbf{Q} , da forma:

$$\mathbf{Q}: \mathbf{h} \rightarrow \mathbf{x} \quad (1)$$

Deve ser notado que esta relação pode ser obtida utilizando-se, por exemplo, funções analíticas, sistemas fuzzy, árvores de decisão ou redes neurais. Para o monitoramento baseado em sintomas, o diagnóstico constitui-se de duas fases: a aprendizagem e a classificação (Loukis *et al.*, 1994). A aprendizagem, também chamada de treinamento, consiste em estabelecer a relação \mathbf{Q} entre \mathbf{h} e \mathbf{x} . Segundo Du *et al.* (1995a), existem dois tipos de métodos de aprendizagem: aprendizagem por amostras e aprendizagem por instruções. Para o monitoramento da maioria das aplicações, a aprendizagem por amostras é geralmente mais efetiva já que instruções precisas são, na maioria das vezes, indisponíveis ou muito limitadas. Em geral, as amostras de aprendizagem podem ser organizadas como mostra a Tabela 1: onde, m é o número de índices de monitoramento, n é o número de classes de funcionamento do equipamento e N é o número de amostras de aprendizagem disponíveis. Também, $\mathbf{x}_k = [x(1, k), x(2, k), \dots, x(m, k)]$ denota a k -ésima amostra de aprendizagem e $h(\mathbf{x}_k) \in \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ implica que a k -ésima amostra de aprendizagem é obtida de uma das classes conhecidas: h_1, h_2, \dots, h_n . Baseada nas amostras de aprendizagem, a relação \mathbf{Q} pode ser estabelecida.

Na fase de classificação, baseada na relação Q , e na nova amostra x , a classe de funcionamento estimada do equipamento é identificada pela operação inversa da equação (1):

$$Q^{-1}: x \rightarrow h \tag{2}$$

O diagnóstico pode ser realizado de diferentes formas, mas, basicamente, fundamenta-se no conhecimento da relação entre as classes de funcionamento e os índices de monitoramento.

Tabela 1 - As amostras de aprendizagem.

Amostras	Índices de monitoramento				Classes
	X_1	X_2	...	X_m	
x_1	$x(1, 1)$	$x(2, 1)$...	$x(m, 1)$	$h(x_1) \in (h_1, \dots, h_n)$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
x_N	$x(1, N)$	$x(2, N)$...	$x(m, N)$	$h(x_N) \in (h_1, \dots, h_n)$

Os métodos estatísticos de reconhecimento de padrões têm sido utilizados no monitoramento e diagnóstico de equipamentos. Segundo Kandel (1982), estes métodos são baseados na determinação

de regras ou funções de decisão e podem ser divididos em dois grupos: 1) métodos paramétricos e 2) métodos não paramétricos ou de distribuição livre.

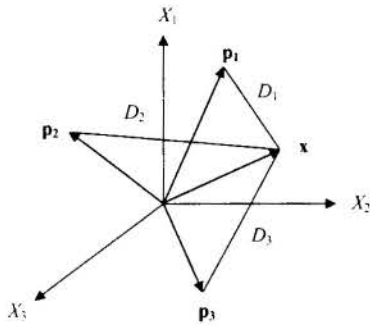


Figura 2 - Ilustração de um método de distribuição livre.

Os métodos estatísticos paramétricos são baseados em modelos de distribuição de probabilidades, ou seja, a função de decisão baseia-se em uma função de densidade de probabilidade, uma probabilidade de ocorrência definida *a priori* e uma função de perda ou custo. Loukis *et al.* (1994) apresenta um caso particular onde considera uma função de perda simétrica e todas as probabilidades definidas *a priori* iguais. Neste caso, uma função de densidade de probabilidade normal multivariada foi considerada a mais adequada para modelar estatisticamente os dados. As taxas de sucesso obtidas, utilizando-se este método, foram superiores às obtidas por Loukis *et al.* (1992) ao utilizar a distância Euclideana na fase de classificação. Entretanto, a performance dos métodos

estatísticos paramétricos depende da distribuição de probabilidade das amostras de aprendizagem. Se as distribuições de probabilidade aproximam-se de modelos de distribuição de probabilidades conhecidos, a estimativa de Bayes, por exemplo, é um ótimo classificador (Du *et al.*, 1995a). Para a maioria das aplicações, as distribuições de probabilidade são geralmente desconhecidas ou não são próximas de gaussianas. Então, os métodos estatísticos de distribuição livre são, geralmente, preferidos (Elbestawi *et al.*, 1989; Du *et al.*, 1995a). Segundo Sing-Tze Bow (1984), os métodos estatísticos de distribuição livre, baseados na classificação por distância mínima, são os mais utilizados. Eles utilizam como critério de classificação a distância entre o vetor definido pelos valores dos atributos extraídos do padrão a ser reconhecido e o conjunto de vetores obtidos na fase de aprendizagem. Estes métodos constituem-se na base deste trabalho e seus fundamentos são apresentados a seguir.

3. METODOLOGIA

Do ponto de vista geométrico, os índices de monitoramento cobrem um espaço m -dimensional S . Neste espaço, cada classe, h_j , é caracterizada por um vetor padrão $p_j = \{p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{mj}\}$. Por outro lado, a amostra x também é um vetor no espaço. A

similaridade entre a amostra e o padrão pode ser medida pela distância entre os dois vetores. A distância mínima é então usada como critério para classificar a amostra. A Figura 2 mostra um simples exemplo, onde os índices de monitoramento são X_1 , X_2 e X_3 , e as três classes são descritas pelos padrões \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 e \mathbf{p}_3 . Dada uma amostra \mathbf{x} , as distâncias entre a amostra e os padrões são d_1 , d_2 e d_3 , respectivamente. Se a menor distância é d_1 , estima-se que a amostra é obtida quando a classe é h_1 .

Se $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ é um padrão desconhecido e $\{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ são as classes com padrões de referências $\{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n\}$, então \mathbf{x} é classificado na classe h_j se:

$$d(\mathbf{x}, \mathbf{p}_j) < d(\mathbf{x}, \mathbf{p}_i) \text{ para } i \neq j, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

onde $d(\mathbf{x}, \mathbf{p}_j)$ é a distância entre \mathbf{x} e \mathbf{p}_j .

A distância entre o vetor definido pelos valores dos atributos extraídos do padrão a ser reconhecido e o conjunto de vetores obtidos na fase de aprendizagem pode ser calculada de várias maneiras. Segundo Sing-Tze Bow (1984), as medidas de distâncias mais utilizadas são a distância Euclideana e a distância de *Mahalanobis*.

A distância Euclideana é a mais simples e a mais utilizada (Loukis *et al.*, 1992). Os padrões são as médias das amostras de aprendizagem (isto é, $\mathbf{p}_j = \boldsymbol{\mu}_j$, $j = 1, 2, \dots, n$) e a distância entre \mathbf{x} e $\boldsymbol{\mu}_j$ é definida como:

$$d^2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_j) = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_j)' (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_j) \quad (4)$$

onde $\boldsymbol{\mu}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} \mathbf{x}_k$ é o padrão de referência da classe j calculado com base nas amostras de aprendizagem \mathbf{x}_k e N_j é o número de amostras que pertencem a j -ésima classe.

Na fase de classificação, para a nova amostra \mathbf{x} , as distâncias $d^2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_j)$, $j = 1, \dots, n$ são calculadas. Então, a classe estimada é determinada por:

$$\mathbf{x} \in h_j \text{ se } d^2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_j) < d^2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_i) \text{ para } i \neq j, j = 1, \dots, n \quad (5)$$

Na distância de *Mahalanobis*, os padrões também são as médias das amostras de aprendizagem e a distância é definida como:

$$d^2(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}_j) = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_j)' \boldsymbol{\Sigma}_j^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_j) \quad (6)$$

onde $\boldsymbol{\mu}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} \mathbf{x}_k$ e $\boldsymbol{\Sigma}_j = \frac{1}{N_j - 1} \sum_{k=1}^{N_j} (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_j)(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_j)'$. A matriz de covariância $\boldsymbol{\Sigma}_j$ e o padrão de referência $\boldsymbol{\mu}_j$ são calculados com base nas amostras de aprendizagem $\mathbf{x}_k \in h_j$, e N_j é o número de amostras que pertencem a j -ésima classe.

Analogamente ao caso anterior, na fase de classificação, para a nova amostra \mathbf{x} , as

distâncias $d^2(\mathbf{x}, \mu_j)$, $j = 1, \dots, n$ são calculadas. Então, a classe estimada é determinada também pela equação (5).

Os métodos estatísticos de distribuição livre, baseados nas distâncias Euclideana e de *Mahalanobis*, foram analisados neste trabalho. Para isto, desenvolveu-se um trabalho experimental em um conjunto moto-bomba simulando-se alguns tipos de defeitos, tais como, desbalanceamento, obstruções nas tubulações de sucção e recalque, e desgaste nas pás do rotor. Estudou-se também o efeito da reposição de peças do conjunto moto-bomba (efeito de uma manutenção). A montagem e o procedimento experimental são descritos a seguir.

4. MONTAGEM E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A Figura 3 mostra, de uma forma esquemática, o sistema mecânico e os equipamentos utilizados na aquisição de dados.

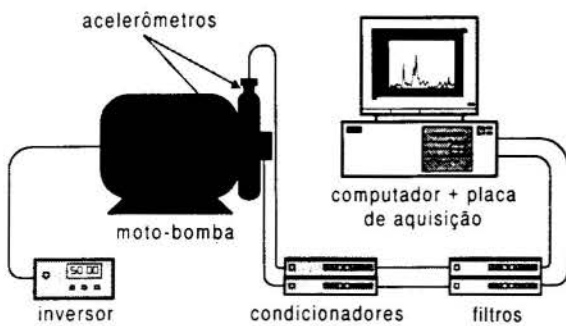


Figura 3: - Esquema da interligação dos equipamentos no processo de medição de dados.

Os experimentos foram conduzidos com um motor elétrico síncrono ($f_u = 60$ Hz) que aciona um rotor de 4 pás de uma bomba centrífuga. Foram definidos dois pontos de medição, como mostra a Figura 3. Os sinais da aceleração vertical e horizontal foram medidos usando-se acelerômetros fixados na bomba.

Os sinais tratados foram amostrados pelo conjunto computador+placa e analisados até uma frequência de 1000 Hz. Os espectros em frequência foram

calculados através da média de 50 diferentes aquisições. Finalmente, os valores RMS das acelerações foram obtidos a partir de bandas de frequência específicas. Todo esse processo foi repetido a cada 10 minutos.

Tabela 2: Índices de monitoramento utilizados.

índices de monitoramento	descrição dos índices de monitoramento
X_1^v e X_1^h	aceleração RMS na banda [54,69 - 62,51] Hz
X_2^v e X_2^h	aceleração RMS na banda [115,23 - 123,05] Hz
X_3^v e X_3^h	aceleração RMS na banda [230,47 - 238,29] Hz

Os índices de monitoramento utilizados estão esquematizados na Tabela 2. Estes índices representam 1xRPM, 2xRPM e 4xRPM. As notações X_i^v e X_i^h representam o i -ésimo índice de monitoramento obtido, respectivamente, nas direções vertical (v) e horizontal (h).

Dentro da condição operacional $f_u = 60$ Hz, definiu-se várias classes de funcionamento, descritas a seguir.

- **Classe de funcionamento 1** - Condição normal de operação do conjunto moto-bomba: válvulas globo da tubulação de sucção e da tubulação de recalque totalmente abertas. As válvulas das tubulações de sucção e de recalque são mostradas na Figura 4.

- **Classe de funcionamento 2** - Simulação de entupimento na tubulação de recalque: válvula globo da tubulação de sucção totalmente aberta e válvula globo da tubulação de recalque 55% aberta.

- **Classe de funcionamento 3** - Simulação de entupimento na tubulação de recalque: válvula globo da tubulação de sucção totalmente aberta e válvula globo da tubulação de recalque 17% aberta.

- **Classe de funcionamento 4** - Simulação de entupimento na tubulação de sucção: válvula globo da tubulação de recalque totalmente aberta e válvula globo da tubulação de sucção 75% aberta.

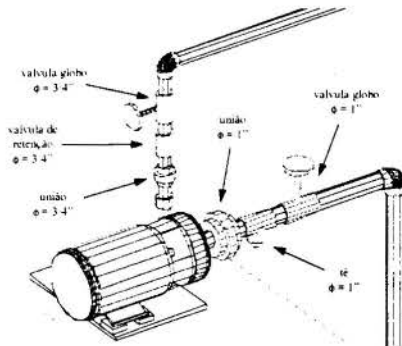


Figura 4 - Desenho esquemático das válvulas das tubulações de sucção e de recalque.

- **Classe de funcionamento 5** - Simulação de entupimento na tubulação de sucção: válvula globo da tubulação de recalque totalmente aberta e válvula globo da tubulação de sucção 40% aberta.

- **Classe de funcionamento 6** - Simulação de defeito em uma pá do rotor: através de uma lima desbastou-se a pá do rotor em 3 mm.

- **Classe de funcionamento 7** - Simulação de defeito em uma pá do rotor: a mesma pá do rotor foi desbastada até a profundidade de 6 mm.

- **Classe de funcionamento 8** - Simulação de defeito nas 4 pás do rotor: as 4 pás do rotor foram desbastadas até a profundidade de 6 mm.

O processo de medição foi dividido em classes de funcionamento. Para cada classe de funcionamento foram realizados, dependendo do caso, de 2 a 3 períodos de medições, com cada um correspondendo a 12 horas.

Para verificar o efeito de uma nova manutenção do conjunto moto-bomba, os componentes rotor, eixo rotor-motor e selo mecânico foram trocados. Dois novos conjuntos de medição foram obtidos (classe 9) para as mesmas condições da classe de funcionamento 1. O objetivo é verificar se os métodos de diagnóstico conseguirão classificar corretamente estes novos padrões da classe 9 em relação aos da classe 1 obtidos anteriormente.

5. RESULTADOS

A avaliação do desempenho do classificador foi realizada pela adoção do índice **ST** (*sensitivity*). O índice **ST** é definido como:

$$ST = \frac{(ACC)}{(NTA)} \quad (7)$$

onde (ACC) é o número de amostras corretamente classificadas e (NTA) é o número de amostras a serem classificadas. A maioria dos autores usa o índice **SR** (*success rate*), também definido pela equação (7), para avaliar o desempenho do classificador, entretanto utilizam as mesmas amostras para o treinamento e para a classificação (teste de auto-classificação). Neste trabalho o índice **ST** é utilizado, pois considera que as amostras usadas na fase de classificação não pertencem ao conjunto das amostras de treinamento, o que torna o processo de avaliação mais eficaz. Em todos os casos, o primeiro período de medição obtido para cada classe de funcionamento foi considerado como o conjunto de amostras de treinamento e os demais conjuntos foram utilizados na fase de classificação.

A Tabela 3 mostra os índices de sensibilidade obtidos utilizando-se o classificador

baseado na distância de *Mahalanobis* e o classificador baseado na distância Euclideana (valor entre parênteses). Nestes casos, os índices de monitoramento X_1^v , X_1^h , X_2^v , X_2^h , X_3^v e X_3^h foram utilizados para representar as classes de funcionamento do conjunto moto-bomba.

Tabela 3 - Índices de sensibilidade obtidos em testes de classificação classe a classe (frequência de alimentação = 60 Hz - acelerações vertical e horizontal).

Padrões a classificar	Padrões obtidos na fase de treinamento							
	classe 1	classe 2	classe 3	classe 4	classe 5	classe 6	classe 7	classe 8
classe 1	65,5(48,6)	0 (7)	----	30,3(30,3)	4,2 (14,1)	----	----	----
classe 2	0 (30,6)	100 (25)	----	0 (25)	0 (19,4)	----	----	----
classe 3	----	----	100 (100)	----	----	----	----	----
classe 4	37,8 (0)	0 (18,9)	----	48,7(70,3)	13,5(10,8)	----	----	----
classe 5	2,8 (28,6)	----	----	22,9(17,1)	74,3(54,3)	----	----	----
classe 6	0 (95,8)	----	----	----	----	100 (4,2)	----	----
classe 7	----	----	----	----	----	0,7 (0,7)	95,1 (0)	4,2 (99,3)
classe 8	----	----	----	----	----	----	----	100 (100)
classe 9	0 (0,7)	----	----	----	----	100 (96,5)	0 (2,8)	----

No caso acima considerou-se os índices de monitoramento que foram obtidos utilizando dois acelerômetros. Pensando-se na redução de equipamentos de medição, analisou-se os desempenhos dos classificadores considerando apenas os índices de monitoramento referentes à direção horizontal (X_1^h , X_2^h e X_3^h). A Tabela 4 mostra os índices de sensibilidade obtidos utilizando-se o classificador baseado na distância de *Mahalanobis* e o classificador baseado na distância Euclideana (valor entre parênteses).

Tabela 4 - Índices de sensibilidade obtidos em testes de classificação classe a classe (frequência de alimentação = 60 Hz - aceleração horizontal).

Padrões a classificar	Padrões obtidos na fase de treinamento							
	classe 1	classe 2	classe 3	classe 4	classe 5	classe 6	classe 7	classe 8
classe 1	52,8(45,8)	0 (9,9)	----	22,5(26,8)	24,7(17,5)	----	----	----
classe 2	0 (2,8)	88,9 (8,3)	----	0 (22,2)	11,1(66,7)	----	----	----
classe 3	----	----	100 (100)	----	----	----	----	----
classe 4	33,4 (0)	0 (29,7)	----	51,4(59,5)	16,2(10,8)	----	----	----
classe 5	5,7 (25,7)	----	----	20 (20)	74,3(54,3)	----	----	----
classe 6	0 (95,8)	----	----	----	----	100 (4,2)	----	----
classe 7	----	----	----	----	----	1,4 (0,7)	23,2(48,6)	75,4(50,7)
classe 8	----	----	----	----	----	----	1,4 (48,6)	98,6(51,4)
classe 9	0 (2,1)	----	----	----	----	64,8(85,9)	----	35,2 (12)

A Tabela 5 mostra, de uma forma comparativa, os índices de sensibilidade globais obtidos utilizando-se o classificador de *Mahalanobis* e o Euclideano.

Tabela 5 - Índices de sensibilidade globais obtidos.

índices de monitoramento utilizados	ST (%) <i>Mahalanobis</i>	ST (%) Euclideana
X_1^v , X_1^h , X_2^v , X_2^h , X_3^v e X_3^h	87,0	47,7
X_1^v , X_2^v e X_3^v	81,2	55,3
X_1^h , X_2^h e X_3^h	67,5	45,3

6. CONCLUSÕES

A partir do estudo experimental apresentado neste trabalho, conclui-se o seguinte:

1. o método de diagnóstico baseado na distância de *Mahalanobis* apresentou, de uma forma comparativa, melhores resultados do que o método baseado na distância Euclideana. Estes resultados foram melhores, pois, ao contrário do método baseado na distância Euclideana, ele considera as propriedades estatísticas μ e Σ das amostras utilizadas na fase de treinamento.

2. no caso estudado, o processo de monitoramento poderia ser conduzido somente com base nas medições realizadas por um único acelerômetro, já que os índices de sensibilidade obtidos, utilizando a distância de *Mahalanobis*, foram elevados.

3. para este caso os métodos de diagnóstico não conseguiram classificar corretamente os padrões da classe 9 em relação aos da classe 1. Isto significa que a utilização dos padrões das classes 2 a 8 poderá comprometer a decisão do diagnóstico.

4. o processamento dos sinais é direcionado à obtenção dos índices de monitoramento, sendo esta obtenção decisiva para o sucesso do diagnóstico. Portanto, os índices devem representar, da melhor maneira possível, cada classe de funcionamento do equipamento.

7. REFERÊNCIAS

Chen, Y. D., Du, R. & Qu, L. S. Fault rotating machinery and diagnosis using sensor fusion, *Journal of Sound and Vibration*, vol.118, n.2, pp.227-242, 1995.

Du, R., Elbestawi, M. A. & Wu, S. M. Automated monitoring of manufacturing processes, Part 1: Monitoring methods, *Journal of Engineering for Industry*, vol.117, n.2, pp.121-132, 1995a.

Du, R., Elbestawi, M. A. & Wu, S. M. Automated monitoring of manufacturing processes, Part 2: Applications, *Journal of Engineering for Industry*, vol.117, n.2, pp.133-141, 1995b.

Elbestawi, M. A., Marks, J. & Papazafiriou, T. Process monitoring in milling by pattern recognition, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol.3, n.3, pp.305-315, 1989.

Kandel, A. *Fuzzy techniques in pattern recognition*, Reading: John Wiley & Sons, 1982. Cap.1: Pattern characterization, pp.1-21.

Loukis, E., Mathioudakis, K. & Papiliou, K. A procedure for automated gas turbine blade fault identification based on spectral pattern analysis, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol.113, pp.201-208, 1992.

Loukis, E., Mathioudakis, K. & Papiliou, K. Optimizing automated gas turbine fault detection using statistical pattern recognition, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol.116, pp.165-171, 1994.

Martin, K. F. A review by discussion of condition monitoring and fault diagnosis in machine tools, *International Journal of Machine Tools Manufacturing*, vol.34, n.4, pp.527-551, 1994.

Sing-Tze Bow *Pattern recognition - applications to a large data-set problems*, New York and Bessel: Marcel Dekker Inc., 1984, 323p.



PAPER CODE: COB492

**DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS
MECÂNICOS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE CORRELAÇÕES /
FAULT DETECTION AND ISOLATION IN MECHANICAL SYSTEMS
THROUGH CORRELATIONS ANALYSIS**

André Garcia Chiarello , Robson Pederiva

*Departamento de Projeto Mecânico, Faculdade de Engenharia Mecânica, UNICAMP
Cidade Universitária, CP 6051, CEP 13083-970, Campinas, SP, Brasil, E-mail: garcia@fem.unicamp.br*

Abstract

In the context of model based fault detection and diagnosis, there is a residual generation which can be obtained through redundancy equations. The redundancy equations (analytical redundancy) are based on the use of mathematical models of the process being monitored for faults. This paper presents a new formulation involving the generation of redundancy equations for linear, time invariant, stationary systems, based on correlations functions of the system. The proposed approach is demonstrated using a simulated model of mechanical system.

Keywords

Detecção de falhas, diagnose de falhas, equações redundantes, sistemas mecânicos, funções de correlação /
Fault detection, failure detection, fault diagnosis, parity equations, redundancy equations, correlations
functions, model based, stationary systems.

1. INTRODUÇÃO

Uma grande variedade de métodos de detecção e localização de falhas em modelos de sistemas mecânicos foram propostos na última década. De acordo com a terminologia comum, estes métodos tem em geral, dois objetivos principais:

- 1 - Detecção da falha: o método indica o instante em que ocorreu uma falha no sistema;
- 2 - Localização da falha: o método indica a localização da falha dentro do sistema mecânico.

Entre as diversas metodologias propostas para detecção de falhas em sistemas mecânicos, destacam-se os métodos baseados em filtro Kalman, observadores de estado, identificação de parâmetros, filtros de função transferência e geradores de função de resíduo (Patton *et al.*, 1989, Patton, 1996).

De modo geral, os métodos citados utilizam um modelo matemático representativo do sistema, cujos parâmetros construtivos ou parâmetros físicos, são conhecidos. Apesar da grande diversificação, estes métodos dão maior ênfase na tarefa de detecção de falhas na instrumentação do sistema, sendo que, pouco tem sido feito no sentido de tentar localizar diretamente o parâmetro físico do sistema que é responsável pela falha.

Surge assim, o interesse em desenvolver uma metodologia que, utilizando o conhecimento sobre o modelo matemático do sistema, possa identificar o instante da falha e ao mesmo tempo, localizar ou identificar o parâmetro físico responsável pela falha.

Com este objetivo, desenvolveu-se um método de detecção de falhas baseado na geração de resíduos, obtidos a partir das funções de correlação do sistema. Os resíduos são valores numéricos estimados durante o funcionamento normal do sistema e estão diretamente correlacionados com os parâmetros físicos. Quando ocorre falha no sistema, os resíduos estimados se modificam de uma forma característica e esta modificação permite identificar o parâmetro com falha.

A identificação precisa do parâmetro com falha depende do número de parâmetros, bem como, do número de funções de resíduo que podem ser obtidas para o sistema em análise. Quanto maior o número de funções de resíduo, maior o número de parâmetros físicos que podem ser monitorados.

Para tornar o método mais eficiente e aumentar a sua aplicação em casos reais, é desejável que as funções de resíduo tenham as seguintes características (Gertler, 1995):

1. As funções de resíduo devem ser independentes das variáveis de estados não medidas, pois, apenas parte destes estados estão disponíveis para medição.
2. As funções de resíduo devem ter a propriedade de distinguir um tipo de falha de outro, considerando que ocorra apenas uma falha por vez.
3. Idealmente, as funções de resíduo devem ser pouco sensíveis à incertezas de modelamento, ruídos aditivos nos sinais e também independentes de entradas não conhecidas do sistema.
- 4- Os resíduos devem ser estimados por uma rotina rápida, possibilitando identificar instantaneamente a ocorrência da falha.

2. FUNÇÕES DE RESÍDUO

Considera-se inicialmente que o sistema mecânico possa ser representado pelo modelo de variáveis de estado

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (1)$$

com as seguintes definições:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{d}(t) \\ \dot{\mathbf{d}}(t) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{O} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{U} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

A equação (1) é chamada equação de estado do sistema, onde $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de estados, $\mathbf{u}(t)$ é o vetor de entradas, \mathbf{A} é denominada matriz de estado do sistema, \mathbf{B} é a matriz de entradas do sistema, \mathbf{I} significa matriz identidade e \mathbf{O} é uma matriz nula. A matriz \mathbf{M} representa a matriz de massa global do sistema e está relacionada com as forças proporcionais a aceleração. A matriz \mathbf{D} representa a matriz de amortecimento global do sistema e está relacionada com as forças proporcionais a velocidade. A matriz \mathbf{S} representa a matriz de rigidez global e está relacionada as forças proporcionais ao deslocamento. O vetor $\mathbf{d}(t)$ representa os deslocamentos do sistema sendo sua derivada $\dot{\mathbf{d}}(t)$ contínua no tempo. A matriz \mathbf{U} é a matriz de entradas do sistema e faz a distribuição do vetor de forças $\mathbf{u}(t)$ pelo sistema.

Todas as matrizes são constantes e contêm os parâmetros físicos (ou parâmetros construtivos) do sistema. Supõe-se que estes parâmetros sejam constantes e conhecidos.

Os vetores e matrizes da equação de estado tem dimensões apropriadas, assim definidas:

$$\mathbf{M}_{\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right)}, \quad \mathbf{D}_{\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right)}, \quad \mathbf{S}_{\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{2}\right)}, \quad \mathbf{U}_{\left(\frac{n}{2}, m\right)}, \quad \mathbf{A}_{(n,n)}, \quad \mathbf{B}_{(n,m)}, \quad \mathbf{x}_{(n,1)}, \quad \mathbf{u}_{(m,1)}, \quad \mathbf{d}_{\left(\frac{n}{2}, 1\right)} \quad (3)$$

Normalmente, a equação de estado do sistema é escrita junto com outra equação, conhecida como equação de medidas. Esta equação é normalmente necessária uma vez que, em sistemas mecânicos reais, apenas uma parte do vetor de estados pode ser efetivamente medida. Define-se então o vetor de medidas, $\mathbf{y}(t)_{(m,1)}$ na forma,

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (4)$$

onde, a matriz $\mathbf{C}_{(m,n)}$ é a matriz de medidas. Considera-se que o número de pontos de medida, seja menor que a dimensão do vetor de estado, ou seja, $m < n$.

O modelo de estado do sistema mecânico contém todos os parâmetros físicos de interesse para a detecção de falhas no sistema. Uma vez definido o modelo de estado do sistema, define-se falha no sistema, quando um ou mais parâmetros construtivos apresenta uma variação permanente e desconhecida.

Assume-se que o vetor $\mathbf{u}(t)$ seja um processo estocástico, estacionário no sentido amplo. Sendo o sistema linear e estável, o vetor de medidas, $\mathbf{y}(t)$, também será um processo estacionário.

A condição de estacionaridade imposta ao sistema, pode ser verificada em casos reais em máquinas que operam continuamente, por exemplo, bombas hidráulicas, turbinas e sistemas rotativos de grande porte. Esta condição implica que os sinais de entrada e saída do sistema tenham médias e variâncias constantes no tempo.

Define-se a função de correlação das variáveis de estado na forma,

$$\mathbf{R}_{xx}(\tau) = \varepsilon \{ \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^T(t + \tau) \}. \quad (5)$$

O símbolo $\varepsilon \{ \dots \}$ representa a esperança matemática e τ é um intervalo fixo de tempo. Para sistemas invariantes com entradas estacionárias no sentido amplo, as matrizes de correlação são constantes no tempo e função apenas de τ . A partir da condição de estacionaridade e aplicando-se as regras de derivação em (5), obtém-se: (Melsa, 1973)

$$\mathbf{A}\mathbf{R}_{xx}(\tau) + \mathbf{R}_{xx}(\tau)\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\mathbf{R}_{ux}(\tau) + \mathbf{R}_{xu}(\tau)\mathbf{B}^T = \mathbf{O}. \quad (6)$$

A equação (6) relaciona as matrizes conhecidas do sistema com matrizes de correlação desconhecidas, uma vez que $\mathbf{x}(t)$ não é totalmente conhecido. Esta expressão necessita portanto ser modificada para que se obtenha uma equação contendo somente matrizes de correlação conhecidas. Para isto, propõe-se a utilização de um sistema dinâmico auxiliar, que será denominado sistema filtro. A dinâmica do sistema filtro será governada pela seguinte equação,

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{N}\mathbf{w}(t) + \mathbf{P}\mathbf{y}(t). \quad (7)$$

O vetor $w(t)$ tem dimensão $(f,1)$ e pode ser totalmente estimado, uma vez que as matrizes N e P são definidas apropriadamente. O vetor de medidas do sistema é utilizado como vetor de entradas do sistema filtro. Agora, pode-se montar um sistema expandido, definindo-se o novo vetor de estado $z(t)$:

$$\dot{z}(t) = Dz(t) + Eu(t) \quad (8)$$

onde,

$$z(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{Bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} A & O \\ PC & N \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} B \\ O \end{bmatrix}. \quad (9)$$

O novo vetor de estado, $z(t)$, tem dimensão $(f+n, 1)$. As matrizes D e E tem dimensões $(f+n, f+n)$ e $(f+n, m)$, respectivamente. O sistema expandido, contém agora maior número de equações o que permite obter uma expressão mais apropriada a detecção de falhas no sistema.

Seja a matriz de medidas na seguinte forma

$$C = [I : O], \quad I_{(m,m)}, \quad O_{(m,n-m)}, \quad (10)$$

onde, o vetor de medidas corresponde aos (m) primeiros estados do sistema. Impondo a condição $m = \frac{n}{2}$, o vetor $z(t)$ fica na forma

$$z^T(t) = \{d^T(t), \dot{d}^T(t), w^T(t)\}, \quad (11)$$

onde $\dot{d}(t)$ é a parte não conhecida do vetor de estado do sistema expandido.

Aplicando-se a equação (6) para o sistema expandido na forma (8) e operando as multiplicações matriciais, chega-se na relação

$$[U : S : D : M] \begin{bmatrix} R_{uw}(\tau) \\ -R_{yw}(\tau) \\ R_{yy}(\tau)P^T + R_{yw}(\tau)N^T \\ -R_{yy}(\tau)P^T N^T - R_{yw}(\tau)N^T N^T \end{bmatrix} = MR_{dy}(\tau)P^T. \quad (12)$$

Esta equação apresenta somente uma matriz de correlação, $R_{dy}(\tau)$, que não é conhecida. As matrizes de correlação $R_{uw}(\tau)$, $R_{yw}(\tau)$, $R_{yy}(\tau)$ podem ser estimadas uma vez que $y(t)$, $u(t)$ e $w(t)$ são conhecidos.

A matriz não conhecida na equação (12) pode ser retirada da equação fazendo-se uso do vetor de desacoplamento $s(f, 1)$, não nulo, tal que

$$P^T s = 0. \quad (13)$$

A matriz \mathbf{P} pode ser escolhida arbitrariamente, pois representa apenas a forma de distribuição das entradas do filtro. Definindo-se a matriz \mathbf{P} singular, existirá ao menos um vetor \mathbf{s} , não nulo, que satisfaça a condição (14). Multiplicando-se a equação (12) a direita pelo vetor \mathbf{s} , obtém-se

$$[\mathbf{U} : \mathbf{S} : \mathbf{D} : \mathbf{M}] \mathbf{r}(\tau) = \mathbf{0}, \quad (14)$$

onde,

$$\mathbf{r}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{uw}(\tau) \\ -\mathbf{R}_{yw}(\tau) \\ \mathbf{R}_{yw}(\tau) \mathbf{N}^T \\ -\mathbf{R}_{yy}(\tau) \mathbf{P}^T \mathbf{N}^T - \mathbf{R}_{yw}(\tau) \mathbf{N}^T \mathbf{N}^T \end{bmatrix} \mathbf{s}. \quad (15)$$

A equação (14) está na forma desejada, pois relaciona os parâmetros físicos contidos nas matrizes \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{S} e \mathbf{U} , com o vetor de correlações $\mathbf{r}(\tau)$, que pode ser estimado. Esta equação é básica para o método de identificação e localização de falhas no sistema, que será descrito a seguir.

3. DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE FALHAS NO SISTEMA

A partir da equação (14), define-se a função de resíduo $e_i(\tau)$, na condição do sistema sem falhas,

$$e_i(\tau) = \mathbf{v}_i [\mathbf{U} : \mathbf{S} : \mathbf{D} : \mathbf{M}] \mathbf{r}(\tau). \quad (16)$$

O vetor \mathbf{v}_i tem dimensão $(1, m)$, e é escolhido com o objetivo de combinar parâmetros físicos de interesse na detecção de falha do sistema. A aplicação deste vetor sobre as matrizes do sistema, gera um conjunto de (i) funções de resíduo, onde cada função contém uma combinação de parâmetros do sistema.

Desta forma, consegue-se obter um conjunto de resíduos, onde existirá um resíduo que é independente do parâmetro físico que se deseja monitorar, sendo os demais resíduos sensíveis a este parâmetro. Nota-se que, os resíduos serão tão próximos de zero, quanto melhor for a estimativa do vetor de correlações.

Define-se agora uma falha no sistema mecânico, caracterizada como sendo uma alteração brusca em algum parâmetro físico do modelo do sistema mecânico. Nesta condição, as matrizes do modelo se modificam, no entanto, esta alteração não é conhecida a priori.

Aplicando-se a equação de resíduo após a falha no modelo do sistema, obtém-se a equação

$$e_f(\tau) = \mathbf{v}_i [\mathbf{U} : \mathbf{S} : \mathbf{D} : \mathbf{M}] \mathbf{r}_f(\tau), \quad (17)$$

onde $\mathbf{r}_f(\tau)$ é o vetor de correlações estimado para o sistema funcionando com falha. A estimativa dos vetores de resíduo servem como sinal de alarme de falha, uma vez que, os resíduos se modificam permanentemente, quando há alteração em algum parâmetro do sistema.

Calcula-se agora a variação dos resíduos, estimados antes e após a falha no sistema. Esta variação pode ser escrita na forma

$$\mathbf{de}(\tau) = \begin{Bmatrix} de_1(\tau) \\ \vdots \\ de_m(\tau) \end{Bmatrix}_{(m,1)}, \quad (18)$$

onde,

$$de_i(\tau) = e_i(\tau) - ef_i(\tau) = \mathbf{v}_i [\mathbf{U} : \mathbf{S} : \mathbf{D} : \mathbf{M}] \{ \mathbf{r}(\tau) - \mathbf{rf}(\tau) \}. \quad (19)$$

A estimativa do vetor $\mathbf{de}(\tau)$, permite localizar o parâmetro físico responsável pela falha no modelo do sistema. Para exemplificar, supõe-se que se deseja identificar uma falha em um sistema mecânico, sendo esta falha caracterizada por uma alteração brusca e permanente no valor numérico do parâmetro físico p^1 .

Escolhe-se os vetores \mathbf{v}_i , de forma a obter uma função de resíduo que seja independente do parâmetro p^1 , por exemplo, $e_1(\tau)$, sendo as demais funções de resíduo $e_2(\tau), \dots, e_m(\tau)$, dependentes de p^1 . Então, a variação do resíduo $de_1(\tau)$, que não depende do parâmetro com falha, será diferente da variação dos demais resíduos, $de_2(\tau), \dots, de_m(\tau)$ que dependem deste parâmetro. Esta condição caracteriza uma falha no parâmetro físico p^1 .

Este mesmo procedimento deve ser feito para outros parâmetros de interesse do sistema. Para cada parâmetro do modelo, deve-se escolher um vetor \mathbf{v}_i apropriado, de modo a se conseguir ao menos uma função de resíduo independente do parâmetro de interesse e então estimar as variações dos resíduos. A análise destas variações, como exemplificado anteriormente, indicará qual parâmetro do modelo é o responsável pela falha.

4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

O método proposto, foi aplicado em um sistema mecânico com seis graus de liberdade, composto de um motor elétrico, um eixo, um elemento de disco e um mancal. As matrizes \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{S} e \mathbf{U} definidas de acordo com Pederiva, (1992). As matrizes do sistema filtro utilizado são:

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= -10^3 \text{diag}[1, 2, 3, 4, 5, 6], \quad \mathbf{P} = [\mathbf{p}_1 \ \mathbf{p}_2 \ \mathbf{p}_3 \ \mathbf{p}_4 \ \mathbf{p}_5 \ \mathbf{p}_6], \\ \mathbf{p}_1^T &= [1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{p}_2^T = [0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{p}_3^T = [0 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0 \ 0], \\ \mathbf{p}_4^T &= [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0], \quad \mathbf{p}_5^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1], \quad \mathbf{p}_6^T = [1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1] \end{aligned}$$

Pretende-se monitorar o mancal deste modelo, caracterizado pelos parâmetros k_1 e c_1 (rigidez e amortecimento do mancal na direção x , respectivamente) e k_2 e c_2 (rigidez e amortecimento do mancal na direção y , respectivamente). Os demais parâmetros do modelo, não são de interesse na detecção de falhas neste exemplo.

A simulação do modelo foi feita utilizando-se o *software* Matlab e as funções de correlação foram estimadas iterativamente, bem como as funções de resíduo. A estimativa destes valores é tanto melhor quanto maior o número de dados utilizados na estimação. Neste modelo, obteve-se valores razoáveis utilizando-se um total de 2000 valores discretos de resposta do sistema.

A figura 1 mostra a variação dos resíduos para uma falha na rigidez k_1 do mancal, a partir do instante, $t = 40$ segundos.

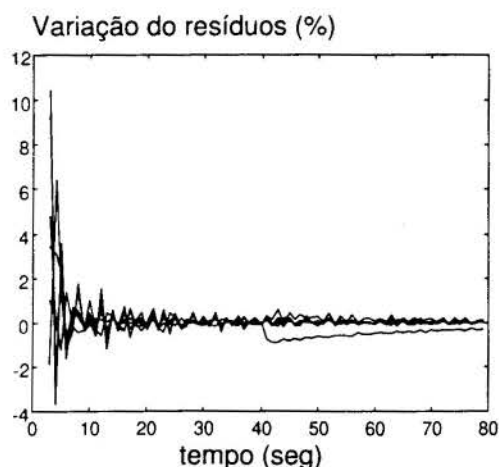


Figura 1 - Falha no sistema em $t = 40$ seg.
Parâmetro com falha: k_1

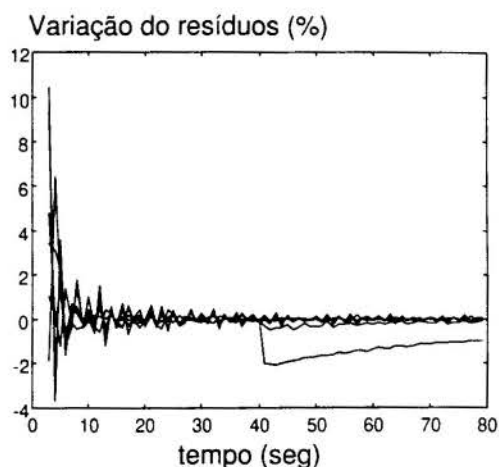


Figura 2 - Falha no sistema em $t = 40$ seg.
Parâmetro com falha: c_2

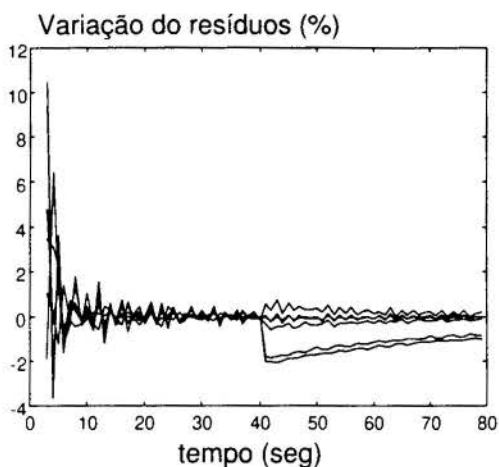


Figura 3 - Falha no sistema em $t = 40$ seg.
Parâmetros com falha: c_1 e c_2

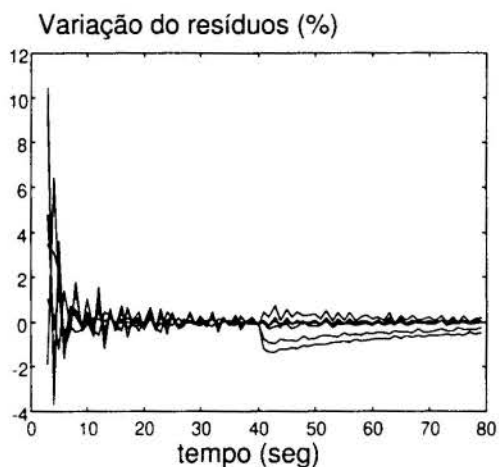


Figura 4 - Falha no sistema em $t = 40$ seg.
Parâmetros com falha: k_1 e k_2

Para monitorar este parâmetro, foi montado um conjunto de 6 funções de resíduo, utilizando-se um conjunto de vetores v_i definidos a seguir,

$$\begin{aligned} v_1 &= [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], & v_2 &= [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \\ v_3 &= [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0], & v_4 &= [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0], \\ v_5 &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0], & v_6 &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]. \end{aligned}$$

Assim, o resíduo $e_1(\tau)$ contém o parâmetro k_1 e os demais resíduos são independentes deste parâmetro. Desta forma a variação do resíduo $e_1(\tau)$ será maior que a variação dos demais resíduos quando a falha no sistema estiver relacionada ao parâmetro k_1 .

A figura 2 mostra a variação dos resíduos devido a falha no parâmetro c_2 . Para este caso, utilizou-se o mesmo conjunto de vetores v_i definido anteriormente. Obtém-se 6 funções de resíduo, sendo apenas uma função de resíduo dependente deste parâmetro. Nota-se que, a

variação do resíduo dependente de c_2 é maior que a variação dos demais resíduos, independentes deste parâmetro.

A figura 3 mostra a variação dos resíduos para falha em dois parâmetros simultaneamente, c_1 e c_2 . Neste caso, montou-se uma função de resíduo dependente de c_1 e outra dependente de c_2 , sendo as demais funções de resíduo independentes de c_1 e c_2 . Nota-se que as duas funções assim definidas, apresentam uma variação significativamente maior que os demais resíduos, caracterizando a falha nestes parâmetros.

A figura 4 mostra, analogamente ao caso 3, a variação dos resíduos devido a falha na rigidez, k_1 e k_2 do mancal.

5. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

A simulação do modelo de sistema mecânico, mostrou que o método proposto é adequado para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos estacionários.

A variação dos resíduos a determinada falha, varia de acordo com as características do sistema e de parâmetro para parâmetro. A localização da falha no sistema é tanto melhor quanto maior a sensibilidade da resposta do sistema ao parâmetro de interesse.

O número de funções de resíduo que podem ser montadas, depende das matrizes do modelo, ou seja, da forma como os parâmetros físicos estão combinados dentro das mesmas.

Nesta simulação, não foram consideradas incertezas do modelo matemático e também, não foram utilizados ruídos nos sinais. Estas condições serão tratadas em um próximo trabalho.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Gertler, J. J., Kunwer, M. M. Optimal residual decoupling for robust fault diagnosis, *International Journal of Control*, vol. 61, no. 2, pp. 395-421.

Melsa, J. L., Sage, A. P. *An Introduction to Probability and Stochastic Process*, Prentice Hall Inc., 1973.

Patton, R. J., Frank, P., Clark, R., *Fault Diagnosis in Dynamic Systems, Theory and Application*, Prentice Hall Inc., 1989.

Patton, R. J., Chen, J. Robust Fault Detection and Isolation (FDI) Systems, *Control of Dynamic Systems*, vol. 74, pp. 171-224, 1996.

Pederiva, R. Identificação Paramétrica de Sistemas Mecânicos Excitados Estocasticamente. *Tese de Doutorado*, Universidade Estadual de Campinas, 1992.



PAPER CODE: COB983

DIAGNOSE DE FALHAS ATRAVÉS DE OBSERVADORES DE ESTADO EM SISTEMAS COM PARÂMETROS DESCONHECIDOS/FAULTS DETECTION THROUGH STATE OBSERVERS IN SYSTEMS WITH UNKNOWN PARAMETERS

GILBERTO PECHOTO DE MELO* & ROBSON PEDERIVA**

*DEM - FEIS - UNESP- Ilha Solteira, C. Postal 31 - Cep 15385-000 Ilha Solteira S.P.

Email:gilberto@feis.unesp.br

**DPM - FEM - UNICAMP - Campinas, C. Postal 6051 - Cep 13081-970 Campinas S.P

Email:robson@dpm.fem.unicamp.br

Abstract

The application of the deterministic state observer techniques for machine monitoring can be severely restricted because of limitations in accuracy reliability and robustness. The observers can produce large transient or steady-state errors, which can cause frequent false alarms and these limitations in transient and steady-state performance can be described by ill-conditioning factors. This paper describes a Model-based monitoring system on state observer theory with unknown parameters. A time-domain technique based on Fourier series is used for the parameters identification. The method is based on the orthogonality property of the Fourier series which enables the integration of the equations of motion. These equations are then converted to a linear algebraic model that is solved to obtain the unknown parameters. The goal is monitoring a mechanical system with an automatic system for detection and isolation of the fault using robust observation.

Keywords

Faults Detection and Isolation, Parameters Identification, State Observers/Observadores de Estado, Falhas.

1. INTRODUÇÃO

Desde a introdução da teoria de observadores de estado por Luenberger(1971) para casos determinísticos e por Kalman *et al.*(1961) para casos estocásticos, muitas metodologias têm sido propostas para o monitoramento de máquinas: Ge *et al.*(1988), Frank *et al.*(1991), Ding *et al.*(1994); etc. Embora estes sistemas de monitoramento baseados na teoria dos observadores tenham se mostrado muito promissores no laboratório, eles não têm sido largamente aplicados no desenvolvimento industrial. Em particular, o monitoramento de sistemas baseado em observadores de estado determinísticos são raramente adotados devido ao fato dos mesmos frequentemente produzirem longos transientes ou erros de regime permanente que ocasionam falsos alarmes. O objetivo é descobrir índices de performance para avaliar os efeitos dos fatores que levam um observador de estado determinístico a tornar-se mal condicionado. Um observador de estado mal condicionado trabalha bem quando as condições são exatamente como as assumidas inicialmente (sem erros de bias, modelo

perfeito, etc.), mas trabalha muito precariamente quando isso não ocorre. Deve-se, portanto, analisar uma nova metodologia de projeto para corrigir esta inconsistência e projetar um observador com bom condicionamento e performance como descrevem Frank *et al.* (1991). Utiliza-se neste trabalho os índices de performance de Huh *et al.*(1995). A proposta deste trabalho é monitorar um sistema com parâmetros desconhecidos, através do desenvolvimento de um sistema automático de diagnose de falhas utilizando a Metodologia de Observação Robusta. O Método de Identificação de Parâmetros utilizado é o das Séries de Fourier operando no domínio do tempo. O método baseia-se na expansão das funções de excitação e de resposta do sistema em termos de séries de Fourier e na transformação das equações diferenciais do movimento em equações algébricas por meio de integrações sucessivas e da utilização de uma matriz operacional para integração das funções que formam as séries. Para a Detecção e Isolação das Falhas, são construídos observadores otimizados para os parâmetros do sistema sujeitos a possíveis falhas

2. METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO

Para um sistema linear, invariante no tempo tem-se:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} + [G]\{w(t)\} \quad (2.1)$$

$$\{y(t)\} = [C_{me}]\{x(t)\} + [D]\{u(t)\} + \{v(t)\} \quad (2.2)$$

Onde $[A] \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $[B] \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $[C_{me}] \in \mathbb{R}^{k \times n}$, $[D] \in \mathbb{R}^{k \times p}$, $[G] \in \mathbb{R}^{n \times i}$; sendo n a ordem do sistema, p o número de entradas (u), k o número de saídas (y) e i o número de entradas ruidosas (w). w e v têm a seguinte matriz de covariância:

$$E(w) = E(v) = [0]; \quad E(ww') = [Q]; \quad E(vv') = [R] \quad \text{e} \quad E(wv') = [0], \quad \text{onde} \quad [Q] \in \mathbb{R}^{i \times i} \quad \text{e} \quad [R] \in \mathbb{R}^{k \times k}$$

Um Observador para este sistema é dado por:

$$\{\bar{\dot{x}}(t)\} = [A]\{\bar{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} + [L] (\{y(t)\} - \{\bar{y}(t)\}) \quad (2.3)$$

$$\{\bar{y}(t)\} = [C_{me}]\{\bar{x}(t)\} \quad (2.4)$$

onde $[L]$ é a matriz do observador. O erro de estimação de estado fica:

$$\{e(t)\} = \{\bar{x}(t)\} - \{x(t)\} \quad (2.5)$$

e o erro de estimação na saída (resíduo):

$$\{\varepsilon(t)\} = \{\bar{y}(t)\} - \{y(t)\} \quad (2.6)$$

Substituindo as equações (1), (2), (3) e (4) em (5) e (6) tem-se:

$$\{\dot{e}(t)\} = ([A] - [L][C_{me}])\{e(t)\} + [L][D]\{u(t)\} + [L]\{v(t)\} - [G]\{w(t)\} \quad (2.7)$$

$$\{\varepsilon(t)\} = [C_{me}]\{e(t)\} - [D]\{u(t)\} - \{v(t)\} \quad (2.8)$$

onde $\{\dot{e}(t)\}$ representa a evolução do erro do observador. A expressão anterior indica que a equação de evolução do erro não apresenta excitação, sendo excitada apenas pelas condições iniciais. O erro do observador não é determinado pela excitação do sistema, significando que os estados do observador convergem, em regime permanente, para os estados do processo a controlar qualquer que seja a mesma. Os autovalores de $([A] - [L][C_{me}])$ são usualmente escolhidos à esquerda dos autovalores de $[A]$ para garantir a estabilidade do sistema.

3. ÍNDICES DE PERFORMANCE DAS MATRIZES DOS OBSERVADORES

3.1 Performance Transiente e em Regime Permanente dos Observadores de Estado

A performance transiente dos observadores de estado determinísticos é verificada através de dois índices: $k_2(A_2)$, que descreve a sensibilidade do deslocamento inicial para a estimação inicial e $k_1(P)$, que representa a grandeza do erro transiente em termos quantitativos no efeito da estimação inicial desconhecida. O efeito da estimação inicial desconhecida sobre o erro do transiente é investigado para determinar um índice que quantifique este efeito. O erro no transiente é largamente dependente do erro no deslocamento inicial na estimação da resposta. Se a magnitude do erro de deslocamento inicial varia significativamente para condições iniciais desconhecidas, então a forma do transiente também será muito sensível à escolha da estimação inicial. A sensibilidade do erro inicial depende diretamente da direcionalidade da estimação inicial. O efeito da direcionalidade pode ser representado via equação de estimação do erro e pode ser derivada da equação para um sistema linear, invariante no tempo: equações (2.1) e (2.2). Da equação (2.7) tem-se:

$$\{\dot{e}(t)\} = ([A] - [L][C_{me}]) \{e(t)\} = [A_2] \{e(t)\} \quad (3.1)$$

onde $[A_2] = [A] - [L][C_{me}]$ e $\{\dot{e}(t)\}$ representa a evolução do erro do observador.

Para caracterizar o modo transiente do observador para o erro de estimação inicial tem-se $e(0) = x(0) - \bar{x}(0)$. A matriz do observador $[A_2]$ pode ser decomposta utilizando o Método do Valor de Decomposição Singular como descrito em Huh *et al.* (1995):

$$[A_2] = [U_{A_2}] [\Sigma_{A_2}] [V_{A_2}]^T \quad (3.2)$$

Onde $[U_{A_2}]$ e $[V_{A_2}]$ são as matrizes singulares esquerda e direita respectivamente, que são definidas como:

$$[U_{A_2}] = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ \dots \ u_n]_{A_2}, \quad [V_{A_2}] = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ \dots \ v_n]_{A_2} \quad \text{e} \quad [\Sigma_{A_2}] = \text{Diag}[\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3 \ \dots \ \sigma_n]_{A_2}$$

Utilizando as equações (3.1) e (3.2), pode-se descrever o índice $k_2(A_2)$, que é a condição de um número da matriz do observador $([A] - [L][C_{me}])$ em termos da norma L_2 :

$$k_2(A_2) = \sigma_1(A_2) / \sigma_n(A_2) \quad (3.3)$$

A condição de um número da matriz do observador é o principal índice que descreve a sensibilidade do deslocamento inicial para a direção da estimação inicial. Se a condição de um número do observador de estado é próxima da unidade, o deslocamento inicial do erro transiente será consistente com a escolha da estimação inicial. Caso contrário, a direcionalidade da estimação inicial afeta o modo transiente mais severamente deixando o sistema com mal condicionamento. O efeito da estimação inicial desconhecida sobre o

tamanho do transiente é muito importante para o monitoramento de máquinas, pode ser representado pelo máximo erro do transiente e é medido utilizando-se as propriedades da norma de uma matriz. O erro na resposta é obtido da representação dos autovalores e autovetores do sistema. Supondo que a matriz do observador tenha autovalores distintos, o autosistema pode ser representado por:

$$([A]-[L][C_{me}])P = P M_0 \quad (3.4)$$

Onde: $M_0 = \text{Diag}[\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_n]$ são autovalores e $P = [p_1, p_2, p_3, \dots, p_n]$ autovetores normalizados. Tem-se, portanto, a condição de um número do autosistema baseada na norma L_1 , como descrito em Hou *et al.*(1995):

$$k_1(P) = \|P\|_1 \|P^{-1}\|_1 \quad (3.5)$$

Na análise do regime permanente de observadores de estado determinísticos verifica-se fatores de mal condicionamento, como perturbações arbitrárias na planta e bias nas medidas dos sensores. A acuracidade do regime permanente do observador de estado é outro fator importante para o monitoramento de máquinas, porque o erro de bias poderia ser interpretado como condição de falha. Os efeitos do fator de mal condicionamento sobre a acuracidade do erro são expressos matematicamente para determinar o índice dominante para a performance do observador. Mais especificamente, os efeitos são medidos pela magnitude do erro de estimação relativa e utilizando-se teorias de normalização de matrizes.

Supondo-se que a equação abaixo represente a planta real e que a equação (2.1) represente o modelo da planta com algumas incertezas na matriz $[A]$, tem-se:

$$\{\dot{x}(t)\} = [\hat{A}]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (3.6)$$

Utilizando as equações (3.3), (3.4) e (3.5) e aplicando-se as teorias de normalização de matrizes tem-se que o índice de condicionamento quanto a perturbações arbitrárias na planta e bias nas medidas dos sensores para o regime permanente pode ser descrito como a condição de um número da matriz do observador $\{[A] - [L][C_{me}]\}$ em termos da norma L_2 .

Para quantificar o condicionamento do observador de uma maneira simples, há a necessidade de um índice que represente todos os índices verificados anteriormente. Isto é necessário porque para um dado par de observador (A, C) e um conjunto fixo de autovalores deste mesmo observador, dificulta a seleção do ganho L minimizando-se todos os índices simultaneamente. Segundo Hou *et al.*(1995), existe um índice que domina a performance de todos os índices apresentados, que é a condição de um número do autovetor da matriz $[P]$ em termos da definição da norma L_2 . Ele é dado por:

$$k_2(P) = \|P\|_2 \|P^{-1}\|_2 \quad (3.7)$$

4. MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS : SÉRIES DE FOURIER

O método de identificação utilizado neste trabalho pode ser sumarizado em três etapas fundamentais: 1) Expansão da excitação e da resposta em séries de Fourier.

2) Integração das equações do movimento e emprego de uma matriz operacional para integração das séries de Fourier.

3) Estimativa dos parâmetros pelo método dos mínimos quadrados.

Para sistemas mecânicos com vários graus de liberdade, o movimento pode ser representado pela equação matricial abaixo:

$$\begin{bmatrix} \{\dot{x}(t)\} \\ \{\ddot{x}(t)\} \end{bmatrix}_{2N \times 1} + [A]_{2N \times 2N} \begin{bmatrix} \{x(t)\} \\ \{\dot{x}(t)\} \end{bmatrix}_{2N \times 1} = [B]_{2N \times N} \{f(t)\}_{2N \times 1} \quad (4.1)$$

onde

$$[A]_{2N \times 2N} = \begin{bmatrix} [0]_{N \times N} & \vdots & [I]_{N \times N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \{[M]^{-1}[K]\}_{N \times N} & \vdots & \{[M]^{-1}[C]\}_{N \times N} \end{bmatrix} \text{ e } [B]_{2N \times N} = \begin{bmatrix} [0]_{N \times N} \\ [M]^{-1}_{N \times N} \end{bmatrix}$$

[M], [C] e [K] são respectivamente as matrizes de inércia, de amortecimento e de rigidez;

$\{x(t)\}^T = \{x_1(t) \quad x_2(t) \quad x_3(t) \dots \dots \dots x_N(t)\}$ é o vetor dos deslocamentos e

$\{f(t)\}^T = \{f_1(t) \quad f_2(t) \quad f_3(t) \dots \dots \dots f_N(t)\}$ é o vetor das forças de excitação onde N é o número de graus de liberdade do sistema. Integrando-se duas vezes a equação (4.1) tem-se:

$$\begin{bmatrix} \int_0^t \{x(\tau)\} d\tau \\ \{x(t)\} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{x(0)\} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \{x(0)\} \\ \{\dot{x}(0)\} \end{bmatrix} t + [A] \begin{bmatrix} \int_0^t \int_0^\tau \{x(\tau)\} d\tau^2 \\ \int_0^t \{x(\tau)\} d\tau \end{bmatrix} - [A] \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{x(0)\} \end{bmatrix} t = [B] \begin{bmatrix} \int_0^t \int_0^\tau \{f(\tau)\} d\tau^2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Expandindo $x_i(t)$ e $f_i(t)$, $i=1,N$ em séries de Fourier tem-se:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \{X_i\} \{\Phi(t)\} \\ f_i(t) &= \{F_i\} \{\Phi(t)\}, i = 1, N \end{aligned} \quad (4.3)$$

Onde $\Phi(t)$ é formada por funções linearmente independentes e ortogonais em intervalo $[0,T]$:

$\{\Phi(t)\} = \{\Phi_0(t), \Phi_1(t), \dots, \Phi_r(t), \Phi_1^*(t), \dots, \Phi_r^*(t)\}$ onde:

$\Phi_n(t) = \cos(2n\pi/T)$, $n=0,1,2,3,\dots,r$,

$\Phi_n^*(t) = \sin(2n\pi/T)$, $n=0,1,2,3,\dots,r$

e r o número de termos em seno e cosseno retidos na série de Fourier

Desta forma é possível escrever:

$$\begin{aligned} \{x(t)\}_{N \times 1} &= [X]_{N \times r_2}^T \{\Phi(t)\}_{r_2 \times 1} \text{ e} \\ \{f(t)\}_{N \times 1} &= [F]_{N \times r_2}^T \{\Phi(t)\}_{r_2 \times 1} \end{aligned} \quad (4.4)$$

sendo $r_2 = 2r+1$, onde:

$$[X] = [\{X_1\} \quad \{X_2\} \quad \dots \quad \{X_N\}] \text{ e } [F] = [\{F_1\} \quad \{F_2\} \quad \dots \quad \{F_N\}] \quad (4.5)$$

Substituindo as equações (3.5) na equação (3.3) e utilizando-se a propriedade integral de $\{\Phi(t)\}$ das séries ortogonais, descrito em Melo *et al.* (1993):

$$\int_0^t \dots \int_0^t \{\Phi(\tau)\} (d\tau)^n = [P]^n \{\Phi(t)\} \quad (4.6)$$

onde [P] é uma matriz operacional de integração (Melo *et al*,1993).

Tem-se, portanto:

$$\begin{bmatrix} [X]^T & [P] \\ [X]^T \end{bmatrix}_{2N \times 2} - \begin{bmatrix} \{x(0)\} \{e\}^T [P] \\ \{x(0)\} \{e\}^T + \{\dot{x}(0)\} \{e\}^T [P] \end{bmatrix}_{2N \times 2} + [A] \begin{bmatrix} [X]^T [P]^2 \\ [X]^T [P] \end{bmatrix}_{2N \times 2} - [A] \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{x(0)\} \end{bmatrix}_{2N \times 2} \{e\}^T [P] = [B] [F]^T [P]^2_{N \times 2} \quad (4.7)$$

onde $\{e\}^T_{r2} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \dots \dots 0]$. Da equação (4.7) tem-se:

$$[A] [D] - [B] [G] = [E] \quad (4.8)$$

onde $[D] = \begin{bmatrix} [X]^T [P]^2 \\ [X]^T [P] - \{x(0)\} \{e\}^T [P] \end{bmatrix}_{2N \times 2}$, $[G] = [[F]^T [P]^2]_{N \times 2}$ e

$$[E] = \begin{bmatrix} (\{x(0)\} \{e\}^T - [X]^T) [P] \\ \{x(0)\} \{e\}^T + \{\dot{x}(0)\} \{e\}^T [P] - [X]^T \end{bmatrix}_{2N \times 2}$$

.Tem-se, portanto:

$$[J]^T [H]^T = [E]^T, \text{ onde } [H] = [[A] \quad \vdots \quad -[B]]_{2N \times 3N} \text{ e } [J] = \begin{bmatrix} [D] \\ [G] \end{bmatrix}_{3N \times 2} \quad (4.9)$$

Utilizando uma estimativa através do método dos mínimos quadrados para a matriz $[H]^T$ tem-se os parâmetros do sistema:

$$[H]^T = ([J][J]^T)^{-1} [J][E]^T \quad (4.10)$$

5. DETECÇÃO E ISOLAÇÃO DE FALHAS - METODOLOGIA

A figura 5.1 apresenta um esquema do sistema de observação robusta:

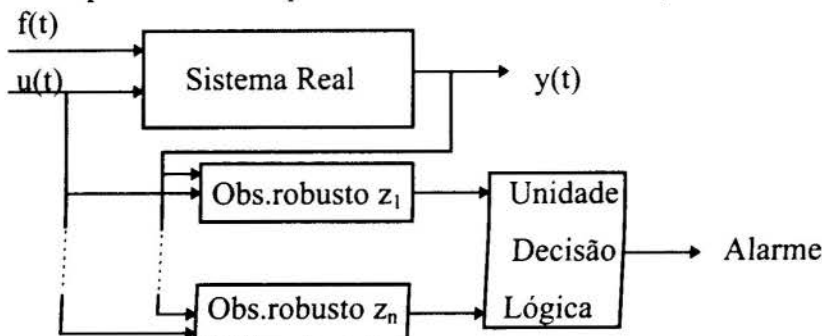


Figura 5.1 - Sistema de Observação Robusta

Onde z_1, z_2, \dots, z_n indicam os observadores robustos de cada componente do sistema sujeito a falhas. A primeira etapa é conseguir um modelo teórico do sistema a ser analisado o mais próximo possível do sistema real, utilizando-se por exemplo o método dos elementos finitos. Além do modelo Representativo (Frank *et al.*(1990)), há também a necessidade de análise do Modelo Diagnóstico, que utiliza o conhecimento das propriedades físicas de um processo em termos de sua funcionalidade estrutural. Ele descreve o comportamento dinâmico analítico em diferentes condições de trabalho com todas as interações entre diferentes partes do sistema. A seguir, com o modelo teórico determinado, segue-se as seguintes etapas:

1 - Cálculo da matriz de observabilidade: A capacidade de se constituírem os estados do processo a controlar exige que todos os estados sejam observáveis.

$$\text{Posto de } [M_0] = \text{Posto de } [[C_{me}]^T \ [A]^T \ [C_{me}]^T \ [A]^2[C_{me}]^T \ \dots \ [A]^{n-p} [C_{me}]^T = n \quad (5.1)$$

onde n é a dimensão da matriz dinâmica $[A]$ e p a dimensão de $\{y(t)\}$. Se o sistema não for totalmente observável, deve-se utilizar de uma outra medida ou substituir alguma já existente, fazendo-se o teste novamente, pois isso pode decorrer do desacoplamento do sistema.

2 - Se o sistema é totalmente observável, calcula-se um observador global para verificação de falhas em sensores e ruídos adquiridos durante o processo. Os autovalores impostos no cálculo do observador devem possuir parte real negativa para garantir a estabilidade do sistema.

3 - Calcula-se os observadores robustos para os elementos sujeitos a falhas. Esses mesmos elementos são excluídos da matriz dinâmica $[A]$, antes da determinação dos observadores.

4 - Faz-se uma análise completa dos gráficos obtidos: sistema real global x sistema observado global e sistema real global x sistemas locais observados(para cada parâmetro).

6. RESULTADOS

A análise é feita com um sistema de 3 graus de liberdade com o seguinte modelo matemático:

$$m_1x_1 + c_2x_2 + (c_1 + c_2)x_1 + (k_A + k_1 + k_2)x_1 - k_2x_2 = 0$$

$$m_2x_2 - c_2x_1 + (c_2 + c_3)x_2 - c_3x_3 + (k_B + k_2 + k_3)x_2 - k_2x_1 - k_3x_3 = F_2 \text{ Sen}(\omega t)$$

$$m_3x_3 - k_3x_2 - c_3x_2 + c_3x_3 + k_3x_3 + k_Cx_3 = 0$$

A matriz de medidas, $[C_{me}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, sendo x_3 assumido não mensurável.

Um observador global é empregado, considerando-se 10% de ruído aleatório na saída do sistema. Este observador, verificará falhas nos sensores e distúrbios no sistema. Cada parâmetro do sistema sujeito a falhas é analisado por um observador individual..

Apresenta-se a seguir os valores teóricos dos parâmetros do sistema:

$$k_1 = 35877 \text{ N/m} \quad k_A = 12000 \text{ N/m} \quad c_1 = 40 \text{ Ns/m} \quad m_1 = 3 \text{ Kg}$$

$$k_2 = 49711 \text{ N/m} \quad k_B = 10000 \text{ N/m} \quad c_2 = 70 \text{ Ns/m} \quad m_2 = 2 \text{ Kg}$$

$$k_3 = 56628 \text{ N/m} \quad k_C = 5000 \text{ N/m} \quad c_3 = 30 \text{ Ns/m} \quad m_3 = 1 \text{ Kg}$$

$$F_2 = 5 \text{ N}, \quad \omega = 100 \text{ rad/s}$$

Pelo método de identificação através das Séries de Fourier, tem-se os seguintes valores para rigidez e amortecimento:

$$k_1 = 36422.21 \text{ N/m (erro percentual: 1.49\%)} \quad c_1 = 37.43 \text{ Ns/m (erro percentual: 6.42\%)}$$

$$k_2 = 51016.54 \text{ N/m (erro percentual: 2.56\%)} \quad c_2 = 66.26 \text{ Ns/m (erro percentual: 5.34\%)}$$

$$k_3 = 58137.88 \text{ N/m (erro percentual: 2.96\%)} \quad c_3 = 28.68 \text{ Ns/m (erro percentual: 4.40\%)}$$

Foram utilizados estes valores para a construção dos observadores dos parâmetros do sistema sujeitos a falhas. Os índices de performance foram analisados e quando os fatores $k_2(P)$ apresentaram distanciamento da unidade, foram construídos outros observadores bem condicionados até a convergência dos mesmos (Huh *et al.*(1995)). Foram considerados 512 pontos amostrados em um tempo total de 2 segundos e a análise foi feita em relação aos valores reconstruídos de $x_3(t)$, tendo em vista que somente foram medidos os valores de $x_1(t)$ e $x_2(t)$. Supondo-se que os elementos sujeitos a falhas sejam k_1 , k_2 , k_B e k_C e provocando uma diminuição de rigidez na mola k_2 , tem-se as seguintes curvas para a análise:

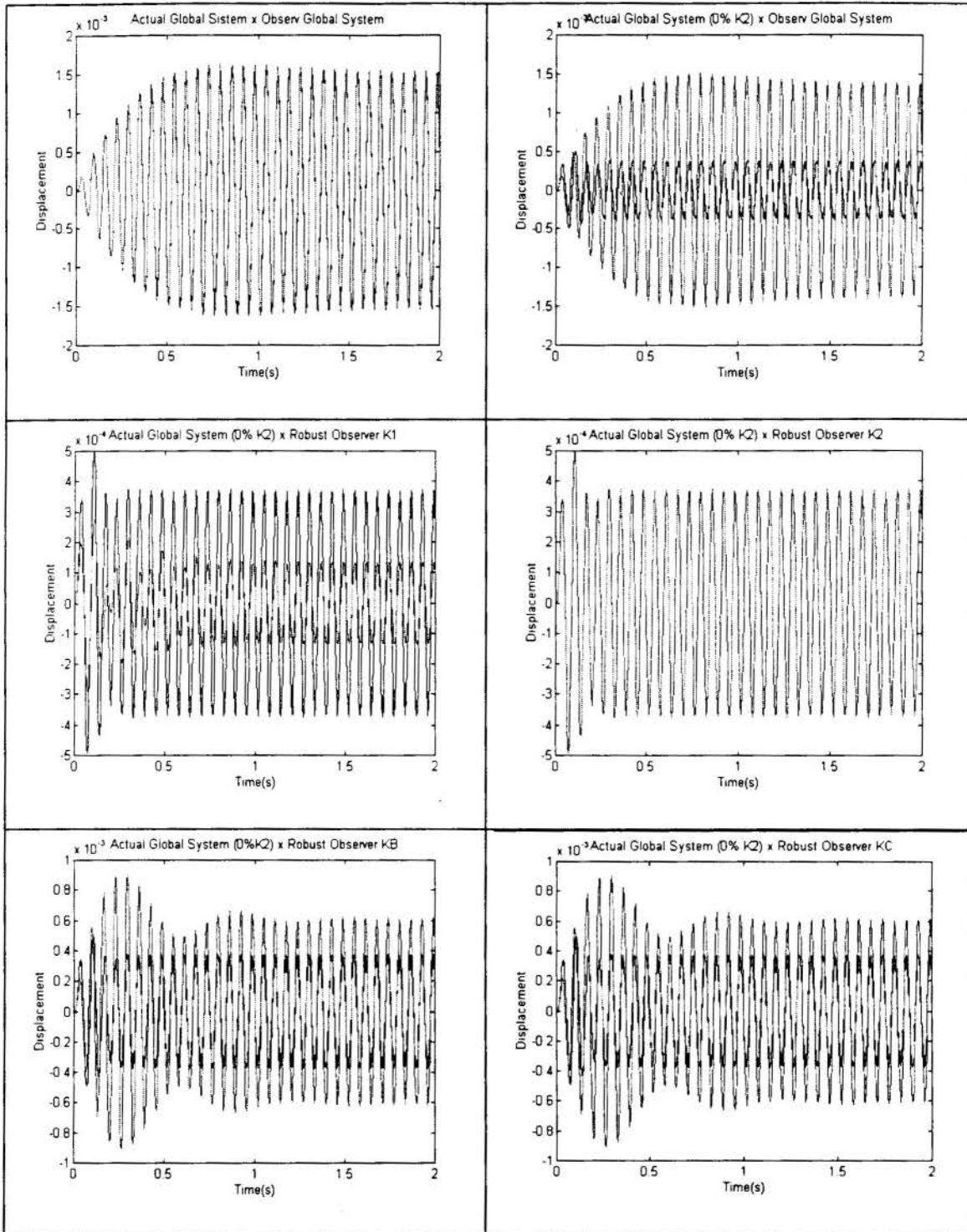


Figura 6.1 - Curvas para Detecção e Isolação de Falhas

7. CONCLUSÕES

Foi apresentada uma metodologia para detecção e isolamento de falhas em sistemas mecânicos com parâmetros desconhecidos, utilizando-se a técnica de Observadores de Estado.

O método apresentou resultados bastante satisfatórios, tendo em vista os valores apresentados com o sistema de três graus de liberdade. Em uma primeira etapa os parâmetros do sistema foram identificados através do método das Séries de Fourier, posteriormente a falha foi isolada. As curvas do observador do sistema robusto a k_2 foram coincidentes, verificando-se uma possível diminuição de rigidez neste componente. O resíduo neste caso foi zero, uma situação inversa da análise do sistema global e de outros métodos de detecção de falhas já conhecidos. Resultados experimentais estão sendo obtidos e apresentando ótimos resultados.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DING, X., GUO, L. & FRANK, P. M. *Parameterization of Linear Observers and its Application to Observer Design*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol.39, n.8, pp1648-1652, 1994.

FRANK, P.M. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Analytical and Knowledge-based Redundancy - A Survey and Some New Results*, Automatica, vol 26, n.3, pp 459-474, 1990.

FRANK, P.M & SELIGER, R. *Fault Detection and Isolation in Automatic Processes*, Control and Dynamics Systems, vol.49,p.241-287,1991.

GE, W. & CHONG, Z.,F. *Detection of faulty components via robust observation*, Int.J.Control, vol.47,n.2, pp 581-599, 1988.

HOU, M. & MULLER, P.C. *Design of a Class of Luenberger Observers for Descriptor Systems*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.40,n^o.1, pp 133-135, 1995.

HUH, K. & STEIN, J.L. *Well-Conditioned Observer Design for Observer-Based Monitoring Systems*, Transactions of the ASME, Vo. 117, pp 592-599, 1995.

ISERMANN R. *Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation Methods - A Survey*, Automatica Vol. 20, n^o.20, pp 387-404, 1984.

LUENBERGER, D.G., *An Introduction to Observers*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol Ac 16, n^o.6, 1971.

LYASHENKO, E.A. & RYASHKO,L.B. *Discrete-Time Observers with Random Noises in Dinamic Block*, IEEE Transactions on Automatic Control,Vol. 40, N^o.1, pp 165-169, 1995.

MELO,G.P. & STEFFEN JR.V.. *Mechanical Systems Identification Through Fourier Series Time-Domain Technique*, J of the Brazilian Society of Mechanical Sciences v.XV, n^o.2, p.124-135, 1993.

Tema 66

Sistemas não Lineares e Caos



PAPER CODE: COB466

**ANÁLISE DE EFEITOS COMBINADOS DE ATRITO E
RESTITUIÇÃO NÃO LINEAR EM ROTORES / COMBINED
EFFECT ANALYSIS OF CUBIC STIFFNESS AND DRY FRICTION ON
A NONLINEAR ROTOR**

I. L. E. Santo & K. L. Cavalca & J. M. Balthazar

Dep. de Projeto Mecânico, Fac. de Engenharia Mecânica - UNICAMP

CEP 13083-970 Campinas, Brasil - E-mail: ivanlima@dpm.fem.unicamp.br

Abstract

The nonlinear analysis of a simple Laval Rotor with a non ideal power source crossing its resonance under a Coulomb dry friction action and cubic restoring force of the shaft is done. Dynamical changes on the system response are observed through numerical integration in the case of strong nonlinearity and through average method in the case of weakly nonlinearity. Some important constitutive request appear from the studies of the behavior. One could verify that after critical speed the dry friction works as a damping force while the restoring force drives the oscillation to be unpredictable.

Keywords

rotor, perturbação, método da média, restituição cúbica, atrito seco, rotor, perturbation, average method, cubic stiffness, dry friction.

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho considera-se o estudo de um modelo não linear para o rotor Laval. As não linearidades são devido não só a efeitos de atrito seco e restituição cúbica como também a interação entre o sistema e a fonte de potência (fonte de potência não ideal). Por causa desta interação muitas das propriedades do sistema dependem das propriedades da fonte de potência.

A força de restituição do eixo considerada cúbica tem sua origem no tipo de material usado em sua fabricação. Materiais como alumínio, titânio, magnésio e ligas de cobre, bem

como materiais que trabalham a altas temperaturas tem comportamento não linear. Ensaios recentes mostram que para cobre e ligas de alumínio (Lewis & Monasa, 1980) e também para madeira (Haslach, 1985) a lei que relaciona tensão e deformação é cúbica.

O conhecido comportamento envolvendo propriedades de um sistema oscilatório não linear, tais como a forma distorcida da curva de ressonância para sistemas com forças de restituição não linear; a posição da parte estável e não estável desta curva; os saltos (jumps) dessas oscilações para uma frequência invariante.; etc, são explícita ou implicitamente ligadas com a presença de uma fonte ideal de potência (Kononenko, 1969). O trabalho desenvolvido por Kononenko (1969) serve de base para o estudo aqui presente no caso das não linearidades do sistema serem fracas, caso este em que a curva de ressonância é obtida através da técnica de perturbação conhecida como método da média. Segundo Nayfeh & Mook (1979), esse método de perturbação é o mais indicado para esse caso. Para fortes não linearidades lança-se mão da integração numérica direta usando Runge-Kutta de quinta ordem. com os pontos obtidos faz-se análise do comportamento do sistema via seção de Poincaré.

2. MODELO DO ROTOR LAVAL

O rotor Laval consiste de um eixo flexível sem massa e de um disco rigidamente fixado ao meio. O rotor é fixado verticalmente, podendo-se desprezar a ação da gravidade. A medida que a velocidade de rotação do rotor aumenta, quando este é acelerado, as forças inerciais atuantes no sistema devido a excentricidade também aumentam, causando deflexão no eixo. O sistema mostrado na figura 1, considerando-se a força de restituição cúbica, amortecimento viscoso e o atrito seco de Coulomb devido ao dispositivo de redução de amplitude de oscilação sugerido por Lucchesi (1988) ,e mais ainda considerando que esse dispositivo é rígido, ou seja, não absorve energia em sua própria vibração, tem-se o modelo não linear descrito pelas equações (1), (2) e (3).

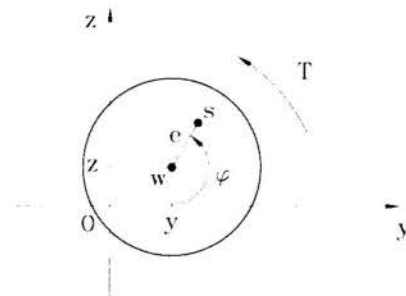


Figura 1: Rotor Laval Vertical

onde:

m - massa do rotor

Y, Z - são os deslocamentos nas direções y e z respectivamente

e - excentricidade

φ - deslocamento angular

k - contante linear elástica do eixo
 T - torque líquido aplicado

$$m\ddot{Y} + c\dot{Y} + kY + \gamma Y^3 = 2Fay + em(\dot{\varphi}^2 \sin \varphi - \ddot{\varphi} \cos \varphi) \quad (1)$$

$$m\ddot{Z} + c\dot{Z} + kZ + \gamma Z^3 = 2Faz + em(\dot{\varphi}^2 \cos \varphi - \ddot{\varphi} \sin \varphi) \quad (2)$$

$$Ip\ddot{\varphi} = T + e((kZ + \gamma Z^3) \sin \varphi + (kY + \gamma Y^3) \cos \varphi) + 2Fay(Z - e \cos \varphi) - 2Faz(Y + e \sin \varphi) \quad (3)$$

onde:

Ip - momento polar de inercia

c - fator de amortecimento viscoso

γ - constante cúbica elástica do eixo

Fay, Faz - são as forças de atrito nas direções y e z

Os valores da força de atrito dependem da velocidade de escorregamento entre o disco do rotor e os quatro roletes do dispositivo de redução da amplitude de vibração. A fim de minimizar a descontinuidade causada pelo modelo de Coulomb uma reta muito inclinada foi usada para unir os pontos onde a força de atrito passa de Fa para $-Fa$.

3. RESTITUIÇÃO CÚBICA

As equações (1), (2) e (3), sem atrito seco, podem ser reescritas na forma mostrada em (4), (5) e (6):

$$y'' + \lambda_2 y' + y + \alpha_2 y^3 = \beta_2 (\varphi'^2 \sin \varphi + \varphi'' \cos \varphi) \quad (4)$$

$$z'' + \lambda_2 z' + z + \alpha_2 z^3 = \beta_2 (\varphi'^2 \cos \varphi - \varphi'' \sin \varphi) \quad (5)$$

$$\varphi'' = t_{l2} + (t_{k2}z + t_{\gamma 2}z^3) \sin \varphi + (t_{k2}y + t_{\gamma 2}y^3) \cos \varphi \quad (6)$$

onde as relações mostradas em (7) são usadas.

$$\alpha_2 = \frac{\gamma g^2}{m \omega^6} \quad \lambda_2 = \frac{c}{m \omega} \quad \beta_2 = \frac{\omega^2 e}{g} \quad t^* = \omega t \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (7)$$

$$y = \frac{\omega^2}{g} Y \quad z = \frac{\omega^2}{g} Z \quad t_{l2} = \frac{T}{Ip \omega^2} \quad t_{k2} = \frac{emg}{Ip \omega^2} \quad t_{\gamma 2} = \frac{e \gamma g^3}{Ip \omega^8}$$

onde g é a aceleração da gravidade e o apóstrofe indica derivada em relação a t^* . Assumindo-se que o sistema é fracamente não linear lança-se mão das relações (8):

$$\alpha_2 = \varepsilon \alpha \quad \lambda_2 = \varepsilon \lambda \quad \beta_2 = \varepsilon \beta$$

$$t_{l2} = \varepsilon t_l \quad t_{k2} = \varepsilon t_k \quad t_{\gamma 2} = \varepsilon t_\gamma \quad (8)$$

Pode-se agora escrever as equações (4), (5) e (6) da seguinte forma:

$$y'' + y = \varepsilon(-\lambda y' - \alpha y^3 - \beta(\varphi'^2 \sin \varphi + \varphi'' \cos \varphi)) \quad (9)$$

$$z'' + z = \varepsilon(-\lambda z' - \alpha z^3 + \beta(\varphi'^2 \cos \varphi - \varphi'' \sin \varphi)) \quad (10)$$

$$\varphi'' = \varepsilon(t_l + (t_k z + t_\gamma z^3) \sin \varphi + (t_k y + t_\gamma y^3) \cos \varphi) \quad (11)$$

O parâmetro ε é chamado de parâmetro pequeno. Quando ε tende a zero o sistema representado acima tende a um oscilador harmônico simples com φ' constante. Esta forma é apropriada para se aplicar o método da média que constitui a técnica de perturbação usada por Kononenko (1969).

Primeiramente impõe-se a solução e a primeira derivada na forma:

$$y = a \cos(\varphi + b) \quad (12)$$

$$y' = -a \sin(\varphi + b) \quad (13)$$

onde a e b seriam amplitude e fase constantes se se tratasse de um oscilador harmônico simples. Aqui são parâmetros que variam com o tempo.

Derivando-se (13) em relação a t^* obtem-se y'' :

$$y'' = -a' \sin(\varphi + b) - a \cos(\varphi + b)(\varphi' + b') \quad (14)$$

Derivando-se (12) em relação a t^* e igualando-se a (13), obtem-se:

$$a' \cos(\varphi + b) - a \sin(\varphi + b)(\varphi' + b') = -a \sin(\varphi + b) \quad (15)$$

Usando as relações abaixo

$$\varphi' = 1 + \Delta \quad \varphi'' = \Delta' \quad (16)$$

e assumindo que se trabalha perto da região de ressonância, ou seja:

$$\Delta = \varepsilon \sigma \quad (17)$$

calcula-se a' , b' , Δ' .

Desprezando-se os termos de ordem superior ou igual a $O(\varepsilon^2)$ e assumindo a , b , Δ serem constantes durante um ciclo e aplicando-se o método da média, chega-se aos seguintes valores médios:

$$a_m = \varepsilon \left(-\frac{1}{2}(\lambda a + \beta \cos b) \right) \quad (18)$$

$$b_m = \varepsilon \left(\frac{1}{8a}(3\alpha a^3 - 8a\sigma + 4\beta \sin b) \right) \quad (19)$$

$$\Delta_m = \varepsilon \left(\frac{1}{4}(4t_l + 4t_k a \cos b + 3t_\gamma a^3 \cos b) \right) \quad (20)$$

Combinando-se (18) e (19) chega-se a relação (21) que fornece a curva de ressonância:

$$\frac{a^2}{\beta^2} (2\lambda^2 + 4(-\frac{3}{8}a^2\alpha + \sigma)^2) = 1 \quad (21)$$

As curvas obtidas para $\lambda = 1$ (vermelho), $\lambda = 0.8$ (verde) e $\lambda = 0.5$ (azul), encontram-se na figura 2a. Já as obtidas para $\alpha = 0.2$ (vermelho), $\alpha = 0.4$ (verde) e $\alpha = 0.6$ (azul), encontram-se reproduzidas na figura 2b.

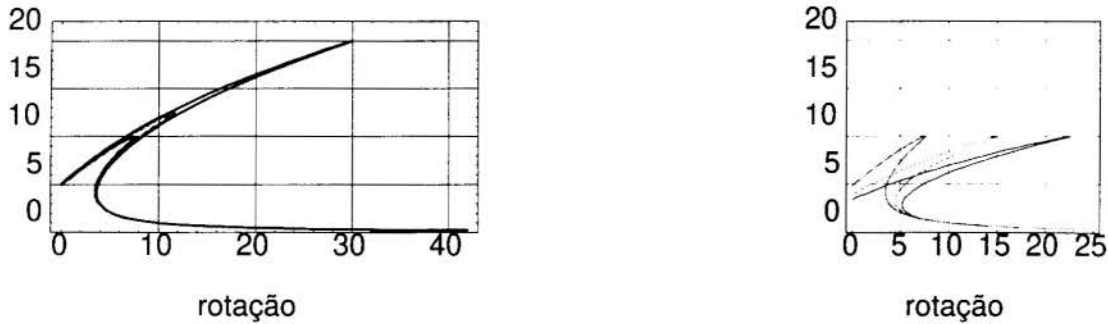


Figura 2: Curvas de Ressonância

4. ATRITO SECO DE COULOMB

Neste caso a integração numérica direta das equações (1), (2) e (3) foi usada. Obteve-se as respostas do sistema no domínio do tempo. Foram traçadas as órbitas do rotor para diferentes valores de k, c, γ, Fa . Isso possibilitou a análise da contribuição de cada parâmetro no comportamento do rotor. As figuras 3 e 4 mostram dois casos distintos em que a seção de Poincaré é usada para uma melhor compreensão. A seção de Poincaré foi obtida computando-se os valores de velocidade e amplitude de oscilação múltiplos da frequência da força de excitação, ou seja, o desbalanceamento.

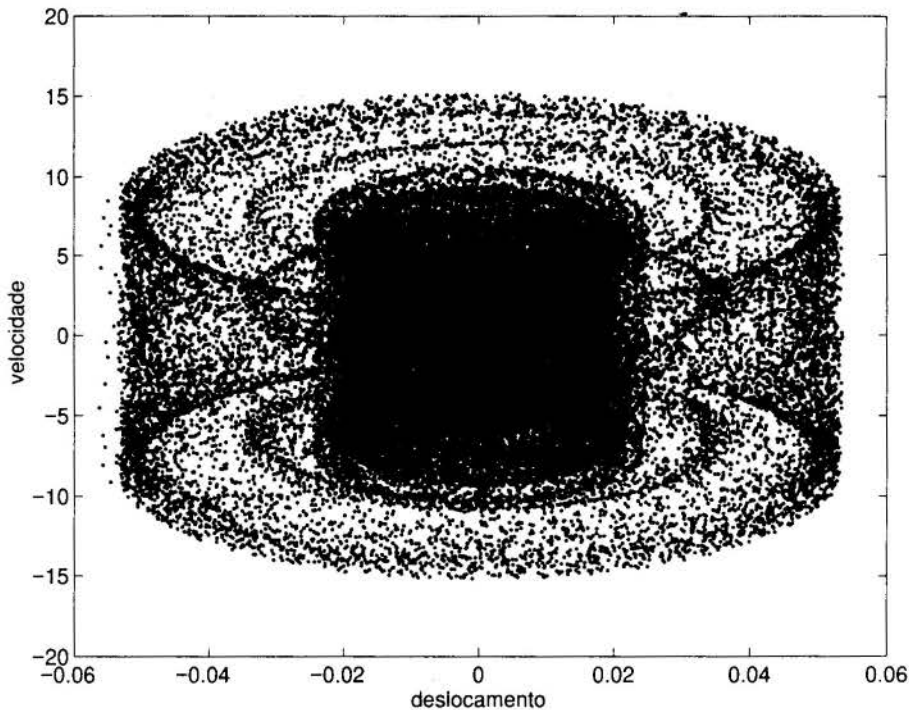


Figura 3: Secção de Poincaré: $Tm = 2.5Nm$, $Fa = 0$, $c = 0$, $\gamma = 0$

5. CONCLUSÕES

As curvas de ressonância calculadas pelo método da média constituem uma boa aproximação. Pela própria natureza das equações, fica evidente que os parâmetros $a(t)$ e $b(t)$ variam lentamente com o tempo. A forma inclinada da curva mostra o aparecimento de saltos na passagem pela ressonância. Quando o rotor é acelerado do repouso ele tende a obedecer a parte superior da curva, mas em um determinado instante aquela amplitude de oscilação se torna instável. O mesmo ocorre quando o rotor é desacelerado. A relação amplitude e rotação foi calculada em regime permanente.

No domínio do tempo pode-se notar pela figura 3 que o sistema livre dos efeitos de restituição cúbica, amortecimento viscoso e atrito seco apresenta pontos com uma distribuição bem definida. No início do movimento a amplitude e velocidade oscilam pouco, resultando na região central da figura com grande densidade de pontos. Em um determinado tempo o movimento sai da região central devido a falta de amortecimento e aparece uma forma similar a primeira, mas em uma escala maior. Isso se repete indefinidamente como é verificado em três escalas na figura.

A figura 4 leva a influência dos efeitos acima mencionados. Pode-se notar uma completa modificação na forma. O atrito seco faz com que os pontos formem um anel em volta da origem enquanto que a restituição cúbica tende a dispersar os pontos. Para comprovação de movimento caótico é necessário o cálculo do expoente de Liapunov que é uma medida da dispersão de duas trajetórias com condições iniciais muito próximas ou a construção do diagrama de bifurcação em função do parâmetro γ .

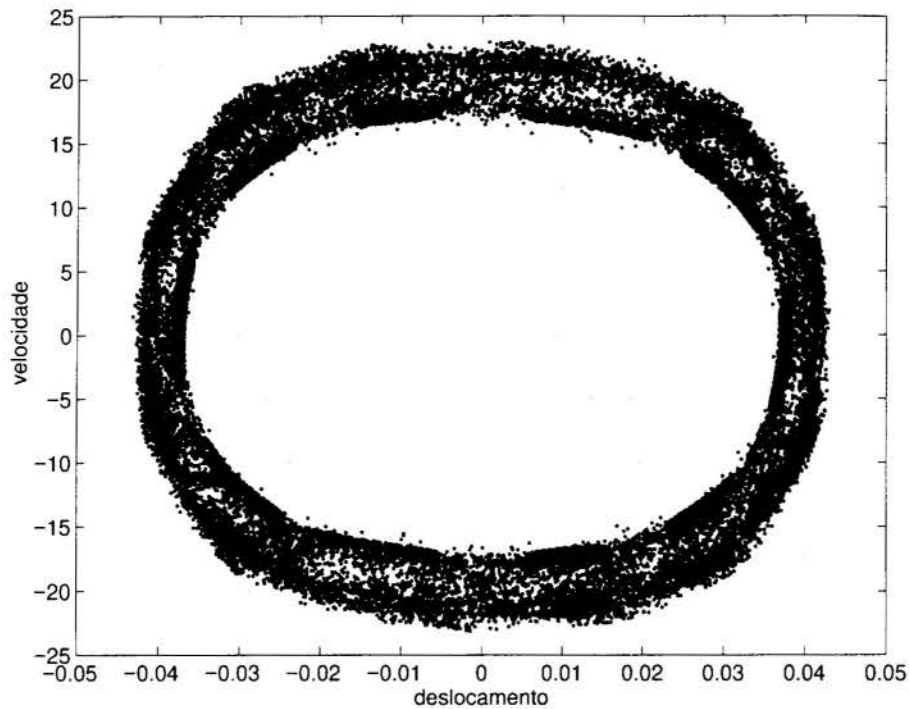


Figura 4: Secção de Poincaré: $Tm = 2.5Nm$, $Fa = 10N$, $c = 3Kg/s$, $\gamma = 5 \times 10^8 Kg \times m^2/s^2$

6. REFERÊNCIAS

Haslach, H. W. Post-buckling behavior of columns with non-linear constitutive equations. *Internatinal Journal of Nonlinear Mechanics*, 20 no 1:53-67, 1985.

Kononenko, V. O. *Vibrations Systems with a Limited Power Supply*. London Iliffe Books Ltd., 1969.

Lewis, G. & Monasa, F. Large deflections of cantilever beams of non-linear materials of the ludwick type subjected to an end moment. *Internatinal Journal of Nonlinear Mechanics*, 17 no 1:1-6, 1980.

Lucchesi, C. K. Passagem de um rotor pela velocidade critica. *Tese de Mestrado*, Universidade Estadual de Campinas, 1988.

Nayfeh, A. H. & Mook, D. *Nonlinear Oscilations*. John Wiley & Sons, second edition, 1979.



PAPER CODE: COB745

MODELOS REDUZIDOS DA CONVECÇÃO DE RAYLEIGH-BÈNARD / *LOW-ORDER MODELS FOR RAYLEIGH-BÈNARD CONVECTION*

MIRIAM MARIA DE RESENDE & PAULO IGNÁCIO FONSECA DE ALMEIDA

Departamento de Engenharia Química - UFSCar - São Carlos

CEP: 13565-905 São Carlos, SP, Brasil - E-mail: pignacio@power.ufscar.br

Abstract

Since Lorenz's model for two dimensional Rayleigh-Bénard flow in atmosphere, it has been proposed several low-order models for representing the fluid cellular motion. The present work is a revision of the main low-order models published. A methodology for the strange attractors simulations in two of them is presented. The bifurcation diagrams based in Nusse & Yorke(1994) method for dynamics explorations is also developed and the evolution of the temperature and stream function fields are related by level curves obtained from the model. The good quality of the graphics results is a credit for going on the methodological numerical investigation.

Palavras-chave

Modelos dinâmicos reduzidos, escoamento Rayleigh-Bénard/ Dynamics low order models, Rayleigh-Bénard flow

1. INTRODUÇÃO

O estudo do escoamento convectivo na atmosfera vem sendo realizado por vários pesquisadores. Saltzman (1962), a partir das equações de Oberbeck-Boussinesq da representação do escoamento bidimensional convectivo entre duas superfícies livres, utilizando-se do desenvolvimento em série dupla de Fourier, transformou as equações diferenciais de balanço em um sistema de E.D. Os dinâmicas para os coeficientes de Fourier dos campos de temperatura e de velocidades. Saltzman propôs um modelo reduzido com sete termos. Este trabalho foi o precursor do trabalho de Lorenz (1963) que propôs um modelo, para as mesmas equações, com apenas três termos. Com esse trabalho Lorenz descobriu a grande sensibilidade aos valores iniciais na evolução temporal do movimento. Esta característica está associada ao movimento caótico determinístico e ensejou o desenvolvimento da teoria do Caos. Os resultados apresentados por Lorenz não se aplicam para baixos números de Prandtl, característicos do ar atmosférico, conforme as restrições apresentadas pelo próprio autor. Modelos reduzidos que levam em consideração o efeito tridimensional foram propostos por McLaughlin e Martin (1975) e Curry (1978). A transição do regime laminar para o turbulento foi estudada por Malkus (1954) e mais recentemente por Krishnamurti (1973), para o escoamento de Rayleigh-Bénard. A instabilidade temporal, como revelada pelos modelos reduzidos, pode auxiliar no estabelecimento de rotas de transição para a turbulência. Howard e Krishnamurti (1986) apresentaram um modelo reduzido com seis termos para representar o escoamento nas células de Bénard, entre superfícies livres infinitas,

modificando o modelo de Lorenz, exibindo bifurcação entre as células convectivas simétricas para células assimétricas inclinadas, em concordância com observações de experimentos em células de Hele-Shaw, nas quais o movimento convectivo é produzido pelo resfriamento evaporativo na superfície livre superior. Finalmente, Hermiz *et al.* (1995), baseados no trabalho de Drake *et al.* (1992), reavaliaram o modelo proposto por Howard e Krishnamurti, introduzindo um modelo com sete termos, considerando uma maior influência da tensão de cisalhamento no interior do escoamento. Os dois últimos modelos são válidos para a representação do escoamento convectivo entre superfícies livres infinitas separadas pelo ar atmosférico.

No presente trabalho os modelos de Lorenz e de Hermiz *et al.* são estudados, e as transições observadas na evolução temporal são apresentadas. Os modelos são comparados, e são representados diagramas de bifurcação obtidos segundo a metodologia de Nusse & Yorke (1994), para o segundo caso. Os atratores caóticos são obtidos a partir da solução de um sistema de equações diferenciais ordinárias, através do método de Runge-Kutta de quarta ordem. Um procedimento gráfico de apresentação dos resultados permite avaliação mais adequada dos resultados, do que os publicados anteriormente.

2. MODELOS REDUZIDOS

2.1 Equações de balanço adimensionais

As equações de balanço governantes da convecção atmosférica na aproximação de Oberbeq-Boussinesq são:

$$\nabla^2 \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial(\psi, \nabla^2 \psi)}{\partial(x, z)} - \text{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \text{Pr} \nabla^4 \psi = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial(\psi, \theta)}{\partial(x, z)} - \text{Ra} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \nabla^2 \theta = 0 \tag{2}$$

$\text{Pr} = \nu/k =$ número de Prandtl

$\nu =$ viscosidade cinemática

$\text{Ra} = g\beta H^3 \Delta T_o / k\nu =$ número de Rayleigh

$\beta =$ coeficiente de expansão volumétrica

$\psi = \psi^*/k =$ função corrente adimensional

$k =$ coeficiente de difusividade térmica

$\theta = g\beta H^3 \theta^*/k\nu =$ função desvio adimensional da distribuição linear de temperatura.

$H =$ espessura da camada de fluido

$\Delta T_o =$ diferença de temperatura entre as placas.

$x = x^*/H, z = z^*/H =$ coordenadas espaciais adimensionais

$g =$ aceleração da gravidade

$t = t^*k/H^2 =$ tempo adimensional

2.1.1 Condições de contorno

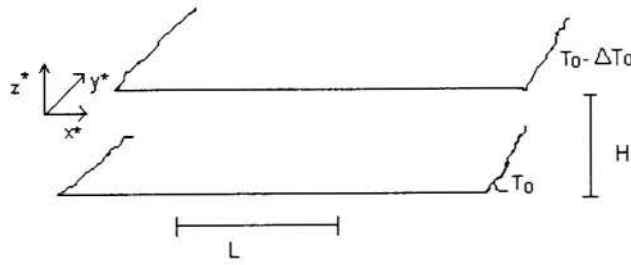


Figura 1- Representação geométrica do problema.

Nos contornos inferior e superior, livres, a velocidade normal e a tensão de cisalhamento se anulam e a temperatura é mantida a um valor constante.

$$\psi \Big|_{z=0,+1} = \nabla^2 \psi \Big|_{z=0,+1} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\psi, \nabla^2 \psi)}{\partial(x, z)} \Big|_{z=0,+1} = \frac{\partial(\psi, \theta)}{\partial(x, z)} \Big|_{z=0,+1} = 0 \quad (4)$$

$$\theta \Big|_{z=0,+1} = 0 \quad (5)$$

Da expansão de série dupla de Fourier dessas equações, vários modelos reduzidos foram propostos. Serão desenvolvidos dois dos vários modelos apresentados na literatura para camada infinita de fluido de espessura \$H\$. Os gráficos que serão apresentados representam quatro células convectivas básicas num domínio de dimensões \$2H \times L\$, onde as equações do modelo são aplicadas, tendo sentido físico somente as duas células superiores.

3. MODELO DE LORENZ (1963)

Lorenz a propôs, os seguintes termos para a série de Fourier:

$$a(1 + a^2)^{-1} k^{-1} \psi = \psi_{(1,1)} \sqrt{2} \text{sen}(\pi ax) \text{sen}(\pi z) \quad (6)$$

$$\pi R_c^{-1} Ra \Delta T^{-1} \theta = \theta_{(1,1)} \cos(\pi ax) \text{sen}(\pi z) - \theta_{(0,2)} \text{sen}(2\pi z) \quad (7)$$

Substituindo as equações (6) e (7) nas equações de balanço (1) e (2), Lorenz encontrou o sistema de equações:

$$\frac{d\psi_{(1,1)}}{dt} = -\text{Pr} \psi_{(1,1)} + \text{Pr} \theta_{(1,1)} \quad (8)$$

$$\frac{d\theta_{(1,1)}}{dt} = -\psi_{(1,1)}\theta_{(0,2)} + r\psi_{(1,1)} - \theta_{(1,1)} \tag{9}$$

$$\frac{d\theta_{(0,2)}}{dt} = \psi_{(1,1)}\theta_{(1,1)} - b\theta_{(0,2)} \tag{10}$$

onde:

$r = Ra/Rc$

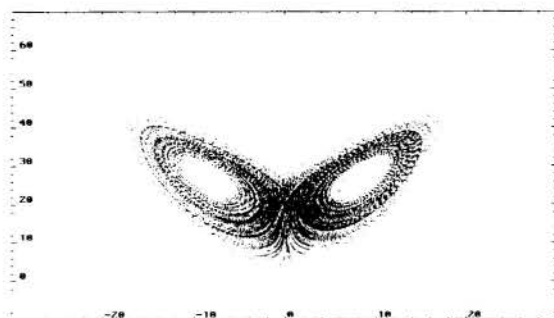
$Rc = \text{número de Rayleigh crítico} = 27\pi^4/4$

$b = 4/(1+a^2)$

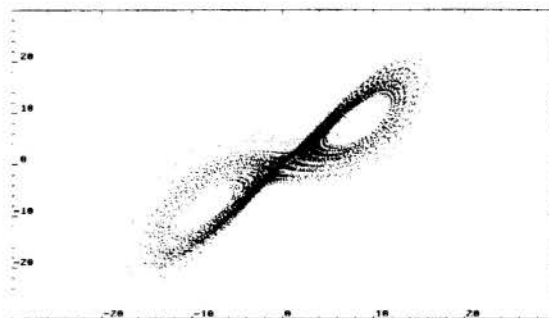
$a = \text{razão de aspecto} = 2H/L = 1/\sqrt{2}$

$L = \text{largura da célula básica.}$

3.1 Resultados da Simulação do Modelo Reduzido de Lorenz (1963)



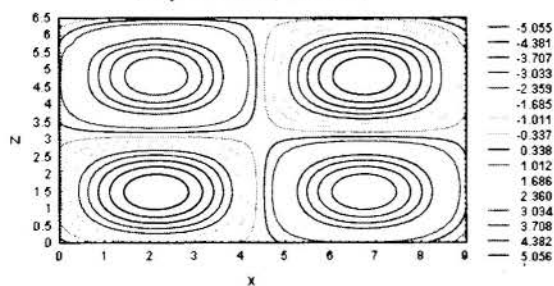
$\psi(1,1)$ versus $\theta(0,2)$



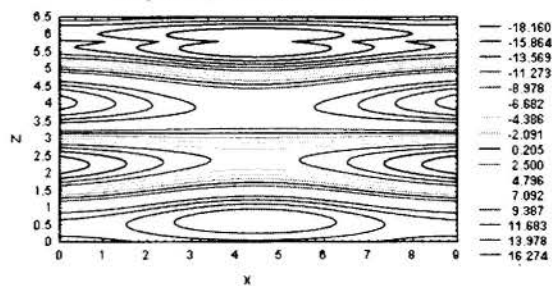
$\psi(1,1)$ versus $\theta(1,1)$

Fig. 2- Atratores caóticos dos espaços de fase representativos do modelo.

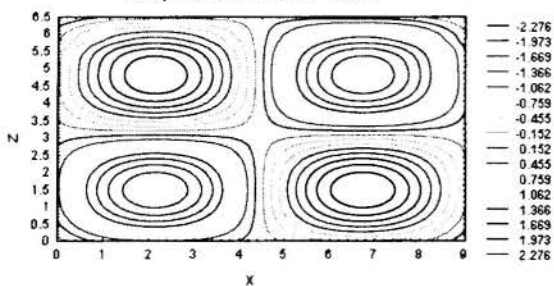
(Função corrente para t=1.82)



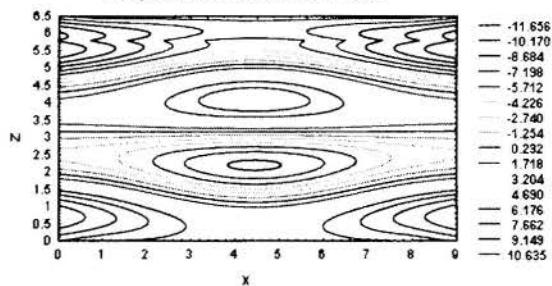
Função temperatura para t=1.82)



(Função corrente para t= 16.93)



Função temperatura para t= 16.93)



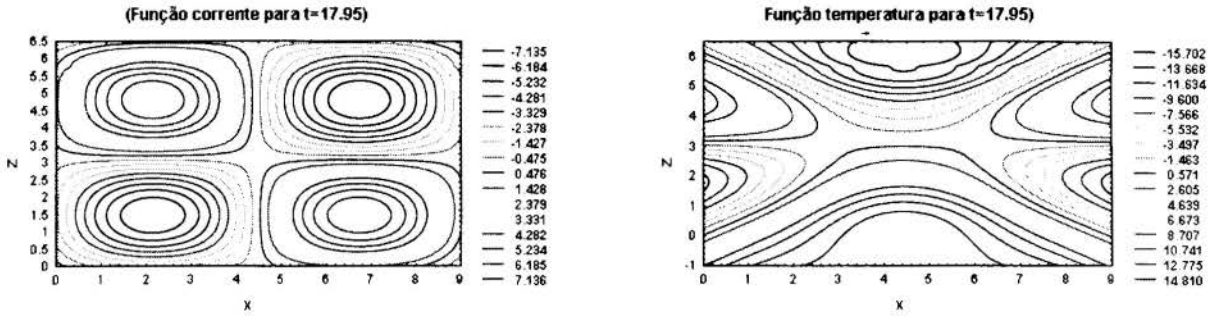


Fig. 3 - Evolução temporal das curvas de nível da função corrente e da função desvio de temperatura, para $Pr=10$, $r = 28$ e $\alpha = 1/\sqrt{2}$

Os resultados mostram a evolução caótica da circulação do movimento ora no sentido horário, ora no sentido anti-horário, induzindo mudanças periódicas significativas no campo de temperaturas.

4. MODELO DE HERMIZ, GUZDAR E FINN (1995)

Os autores acrescentaram um termo para reforçar o efeito do cisalhamento no fluido e ampliaram o modelo reduzido de Howard-Krisnamurti (1986), que propuseram o primeiro modelo aplicável ao escoamento no ar atmosférico. Com a substituição da série de Fourier, truncada em sete termos, os autores adotaram:

$$\psi = \psi_{(1,1)} \text{sen}(\alpha x) \text{sen}(z) + \psi_{(0,2)} \text{sen}(z) + \psi_{(1,2)} \cos(\alpha x) \text{sen}(2z) + \psi_{(0,3)} \text{sen}(3z) \quad (11)$$

$$\theta = \theta_{(1,1)} \cos(\alpha x) \text{sen}(z) + \theta_{(0,2)} \text{sen}(2z) + \theta_{(1,2)} \text{sen}(\alpha x) \text{sen}(2z) \quad (12)$$

O modelo desenvolvido a partir do modelo original de Lorenz, tomado como referência, foi obtido substituindo-se as expressões (11) e (12) nas equações de balanço (1) e (2):

$$\frac{d\psi_{(1,1)}}{dt} = -\text{Pr}(1 + \alpha^2)\psi_{(1,1)} + \frac{\alpha \text{Pr} \theta_{(1,1)}}{(1 + \alpha^2)} + \frac{\alpha(3 + \alpha^2)\psi_{(0,1)}\psi_{(1,2)}}{2(1 + \alpha^2)} - \frac{3\alpha(\alpha^2 - 5)\psi_{(1,2)}\psi_{(0,3)}}{2(1 + \alpha^2)} \quad (13)$$

$$\frac{d\psi_{(0,1)}}{dt} = -\text{Pr} \psi_{(0,1)} - \frac{3\alpha\psi_{(1,1)}\psi_{(1,2)}}{4} \quad (14)$$

$$\frac{d\psi_{(1,2)}}{dt} = -\text{Pr}(4 + \alpha^2)\psi_{(1,2)} - \frac{\alpha \text{Pr} \theta_{(1,2)}}{(4 + \alpha^2)} - \frac{\alpha^3\psi_{(1,1)}\psi_{(0,1)}}{2(4 + \alpha^2)} + \frac{3\alpha(\alpha^2 - 8)\psi_{(1,1)}\psi_{(0,3)}}{2(4 + \alpha^2)} \quad (15)$$

$$\frac{d\theta_{(1,1)}}{dt} = -(1 + \alpha^2)\theta_{(1,1)} + \alpha Ra \psi_{(1,1)} - \alpha \psi_{(1,1)}\theta_{(0,2)} - \frac{\alpha \psi_{(0,1)}\theta_{(1,2)}}{2} + \frac{3\alpha\theta_{(1,2)}\psi_{(0,3)}}{2} \quad (16)$$

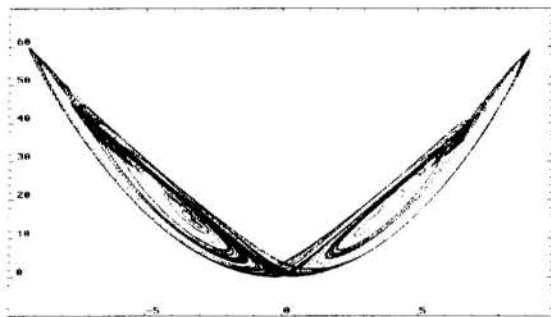
$$\frac{d\theta_{(0,2)}}{dt} = -4\theta_{(0,2)} + \frac{\alpha\psi_{(1,1)}\theta_{(1,1)}}{2} \quad (17)$$

$$\frac{d\theta_{(1,2)}}{dt} = -(4 + \alpha^2)\theta_{(1,2)} - \alpha Ra \psi_{(1,2)} + \frac{\alpha\psi_{(0,1)}\theta_{(1,1)}}{2} - \frac{3\alpha\theta_{(1,1)}\psi_{(0,3)}}{2} \quad (18)$$

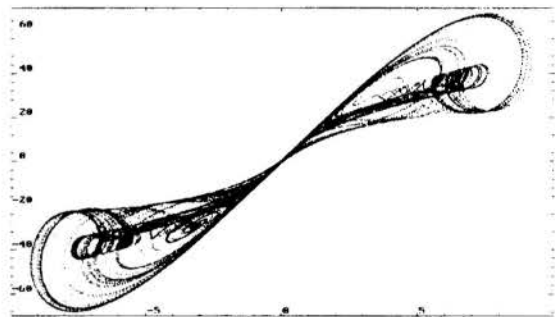
$$\frac{d\psi_{(0,3)}}{dt} = -9 Pr \psi_{(0,3)} + \frac{\alpha\psi_{(1,1)}\psi_{(1,2)}}{4} \quad (19)$$

com, α = número de onda = πa .

4.1 Resultados da Simulação do Modelo Reduzido de Hermiz *et al.* (1995)

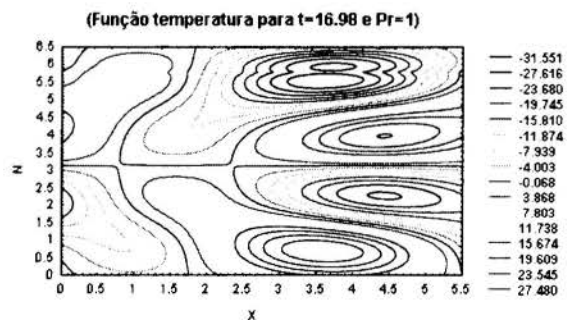
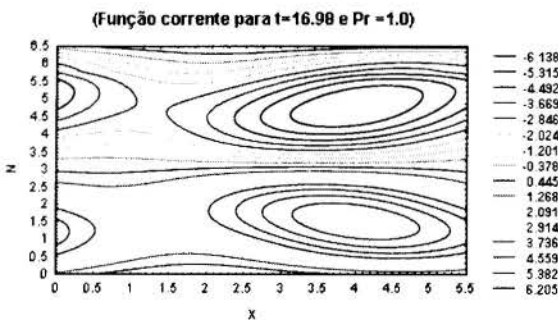
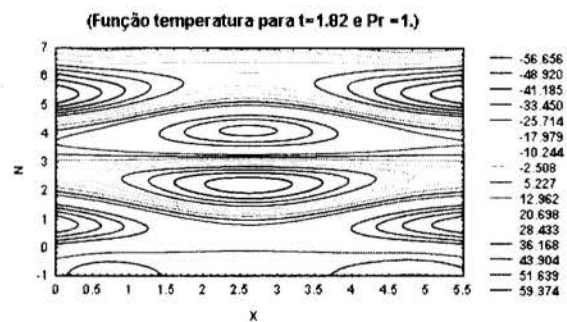
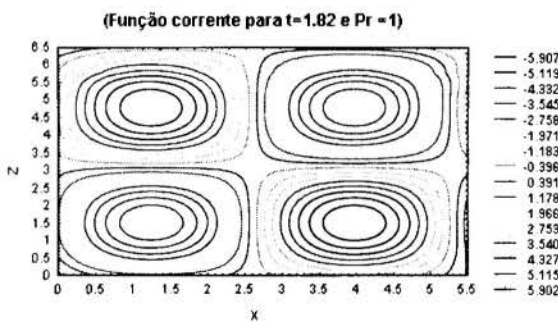


$\psi(1,1)$ versus $\theta(0,2)$



$\psi(1,1)$ versus $\theta(1,1)$

Fig.4- Atratores caóticos obtidos a partir dos espaços de fase representativos do modelo.



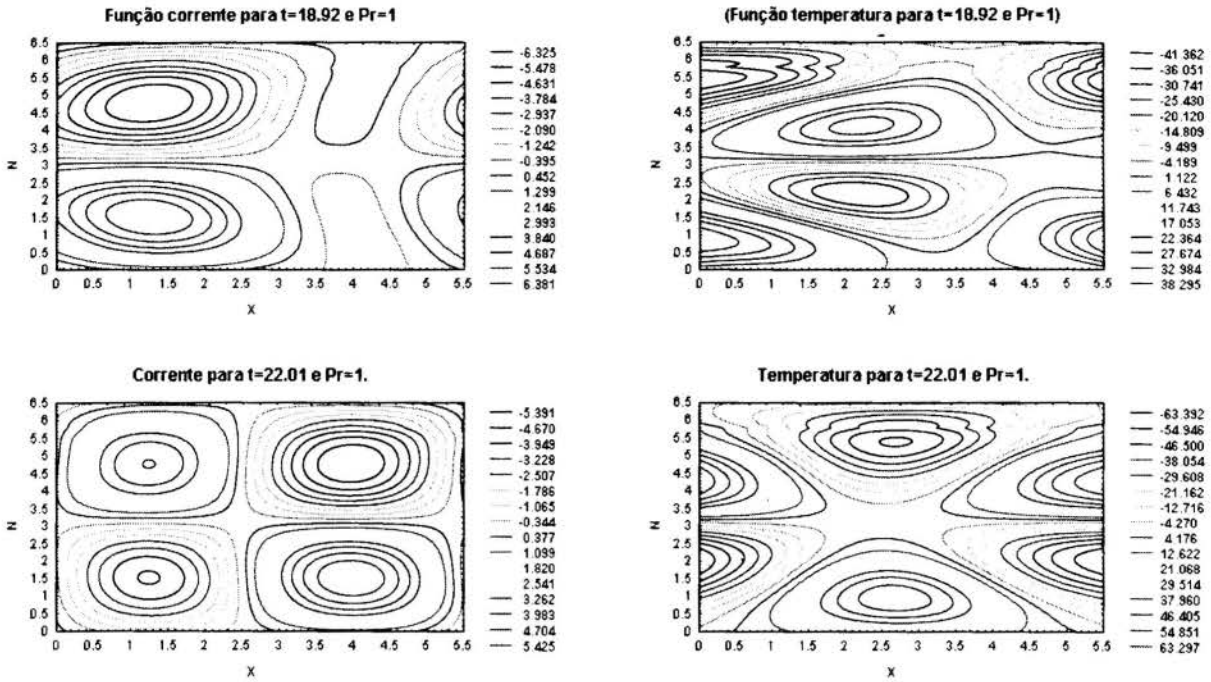


Fig.5- Evolução temporal das curvas de nível da função corrente e da função desvio de temperatura, para $Pr = 1$, $\alpha = 1,2$ e $Ra=50$.

Os resultados indicam a evolução caótica da circulação celular estável, em uma primeira transição, para um escoamento celular inclinado que evolui posteriormente para um escoamento celular com dimensão que se aproxima, na direção horizontal, do dobro da dimensão inicial. Há períodos de difusão na direção horizontal do escoamento, indicando “quebra” do regime celular.

4.2 Transições no Modelo de Hermiz *et. al.*(1995)

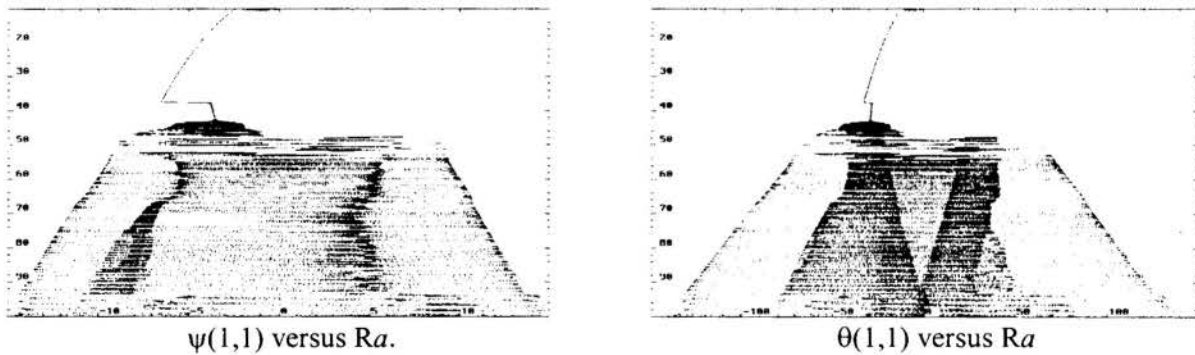


Fig.6- Diagramas de Bifurcação.

Duas bifurcações do regime de escoamento caótico são observadas. A primeira indica o início da convecção oscilatória, e ocorre para um número de Rayleigh em torno de 42 e apresenta atratores com circulação em torno de um único ponto de atração. A segunda transição ocorre para $Ra \cong 47,3$ e a partir deste valor o atrator mantém características oscilatórias apresentando circulação em torno de dois pontos de atração, como pode ser verificado pela figura 4 e pela alteração do sentido do escoamento na figura 5.

5. DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

A partir do modelo reduzido de Howard e Krishnamurti (1986), a simulação do escoamento de Rayleigh-Bénard para o ar tornou-se viável. Os autores introduziram uma transição do escoamento circular estável para um escoamento de células inclinadas. Hermiz *et al.* (1995) ampliaram o efeito de cisalhamento do modelo anterior e detectaram valores de número de Rayleigh críticos diferenciados dos previsto anteriormente. No presente trabalho foram apresentados graficamente as transições temporais dos modelos de Lorenz e de Hermiz *et al.* e as bifurcações responsáveis pelos mecanismos de transição puderam ser observadas para o último modelo. A análise dos modelos bidimensionais apresentados na literatura não permite ainda explicar todos os modos de transição para o regime turbulento numa camada de ar atmosférico limitada por superfícies livres. A revisão realizada permite concluir que os modelos reduzidos propostos, não são ainda qualitativamente representativos do complexo fenômeno da convecção de Rayleigh-Bénard para o ar atmosférico, entre superfícies livres. Entretanto as ferramentas gráficas apresentadas no presente trabalho permitirão a investigação acelerada de novos modelos mais apropriados, com mais viabilidade de análise do que a encontrada nos trabalhos anteriores.

6. REFERÊNCIAS

- Curry, J.H., A Generalized Lorenz System, *Commun. Math. Phys.* Vol.60, pp.193-204, 1978.
- Drake, J.F, Finn, J.M., Guzdar, P., Shapiro, V., Schevchenko, V., Waelbroeck, F., Hassam, A, Liu, C.S. & Sagdeev, R.Z., *Phys. Fluids. B* vol. 4, pp., 488-494, 1992.
- Hermiz, K.B., Guzdar, P.N. & Finn, J.M., Improved Low-order Model for Shear Flow Driven by Rayleigh-Bénard Convection, *Physical Review E*, vol. 51 n 1, pp. 325-331, 1995.
- Howard, L.N. & Krishnamurti, R., Large-scale Flow in Turbulent Convection: A Mathematical Model, *Journal Fluid Mechanics*, vol. 170, pp.385-410, 1986.
- Krishnamurti, R., Some Further Studies on the Transition to Turbulent Convection, *Journal Fluid Mechanics*, vol. 60, pp.285-303, 1973.
- Lorenz, E.N., Deterministic Nonperiodic Flow, *Journal of the Atmospheric Science*, vol.20, pp.130-141, 1963.
- Malkus, W.V.R., *Proc. Roy. Soc. A*, vol. 225, pp.185-195, 1954.
- McLaughlin, J.B. & Martin, P.C., Transition to Turbulence in a Statically Stressed Fluid System, *Physical Review A*, vol.12, n. 1, pp. 186-203, 1976.
- Nusse, H.E. & Yorke, J.A, *Dynamics: Numerical Explorations*, Springer-Verlag, Berlin and New York, 1994.
- Saltzman, B., Finite Amplitude Free Convection as an Initial Value Problem-I, *Journal of the Atmospheric Science*, vol.19, pp.329-341, 1962.