

## MECÂNICA DA GERAÇÃO E DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES NO ESCOAMENTO AO REDOR DE CILINDROS

**Julio R. Meneghini**

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecânica  
Av. Prof. Mello Moraes, 2231, CEP 05508-900, São Paulo, SP  
e-mail: jmeneg@usp.br

### 1. Um pouco de vórtices ao longo da história: da Grécia Antiga aos tempos atuais

Uma descrição detalhada do fenômeno de geração e desprendimento de vórtices, juntamente com uma revisão bibliográfica sobre o tema, é apresentada nesta e nas próximas seções. Na apresentação do fenômeno é utilizada parte do material didático relacionado aos cursos de pós-graduação PMC 5874 - *Geração e Desprendimento de Vórtices e Vibração Induzida pelo escoamento* e PMC 5013 *Aerodinâmica I*, ministrados na Escola Politécnica da USP. É descrito um panorama geral do fenômeno de forma a introduzir a base conceitual necessária para a compreensão das seções seguintes.

A fascinação exercida na mente popular por escoamentos de turbilhões, tais como tufões e tornados, é verificada através de citações que remontam à pré-história. Em Lugt, 1983, podemos encontrar uma excelente leitura sobre aspectos históricos e mitológicos relativos a vórtices. A forma espiralada no período paleontológico representava um símbolo mágico e religioso referente à vida mas, no entanto, com uma forma estática e relacionada a uma cavidade. Quando no período mesolítico a humanidade passou a produzir alimentos a partir da agricultura, os homens começaram a se preocupar com os ciclos encontrados na natureza, i.e. os períodos diurnos e noturnos, as estações climáticas, etc. Esta mudança ocorreu conjuntamente com a mudança da característica e simbologia da forma de espiral, a qual passou a ter uma conotação dinâmica relacionada à vida, crescimento e energia. No passado, encontramos citações de vórtices sempre como uma conotação mitológica ou como elementos artísticos.

Podemos encontrar citações até mesmo no antigo testamento sobre o movimento em forma espiral. Este era exatamente o meio de transporte utilizado por Deus para vir do céu para a terra. De acordo com o Hinduísmo, o embrião é criado nas profundezas do vórtice primitivo (veja em Lugt, 1983). Na cultura minóica, o labirinto do rei Minos, em Creta, é um símbolo na forma espiralada da entrada do lugar mitológico habitado pelos mortos. Decorações na forma de espiral foram encontradas em banheiras no palácio de Knossos em Creta (circa 1400 a.C.). Na Odisséia, Homero descreve as vicissitudes passadas pelos heróis retornando à Grécia, e o encontro destes com Charybdis. Este nada mais é do que um gigante rodado. A origem da deusa mitológica Afrodite está relacionada a um rodado d'água. Os Celtas tinham como crença que a origem da vida era um rodado. Em cruzeiros escoceses, o Cristo crucificado é substituído por uma espiral, significando agora a passagem para uma nova vida (Lugt, 1983).

Na escola milesiana pré-socrática de filosofia, Anaximander respondeu a questão de como a matéria se formou no início do mundo: através de um vórtice (veja em Russel, 1949).

Anaxagoras, o primeiro a introduzir a filosofia aos atenienses, acreditava que a terra era mantida no centro do universo através de um turbilhão cósmico. Empedocles acreditava que a terra tinha sido formada no centro de um vórtice primordial. Os atomistas, através de Democritos, acreditavam que o movimento de um vórtice era uma entidade fundamental no qual estava incluída a lei geral da natureza. É neste ponto que podemos encontrar uma alteração fundamental na forma dos antigos analisarem o problema. A partir daí, começaram a procurar uma visão racional sobre a questão.

Com este ponto de vista mecanicista, a primeira evidência do fenômeno de geração de vórtices ocorreu quando os gregos descreveram os “Aeolian Tones.” Estes eram causados pela vibração de um fio tensionado quando imerso no vento. Na Roma antiga encontramos também citações de rodamosinhos e turbilhões. Seneca, no início da era crítica, escreveu sobre as causas destes rodamosinhos observando o escoamento de rios e o papel de obstruções na geração de vórtices (veja em Lugt, 1983). Talvez esta seja a primeira evidência sobre o estudo de escoamentos sujeitos a separação.

Na idade média, voltamos a ter citações sobre vórtices nas artes. Dante, em um dos livros do *Inferno*, descreve o final trágico de Odisseo: foi para o inferno entrando em um rodamosinho (Lugt, 1983).

Na Renascença, Leonardo da Vinci era fascinado com o estudo de escoamentos com vórtices. Na figura 1, podemos ver alguns dos desenhos dele com a presença de turbilhões. É interessante notar nesta figura que a esteira, na forma proposta por Leonardo, é simétrica. Apesar de sua extrema capacidade de observação, ele falhou neste ponto! Não obstante, as observações de Leonardo podem ser consideradas como um elo de ligação entre as idéias da idade média e os tempos modernos. Após Descartes e Newton, começamos o período clássico da mecânica e a forma de analisarmos os vórtices começa a se aproximar do método atual de investigação. A partir daqueles tempos, começaram a surgir os pesquisadores e engenheiros que investigaram o fenômeno de geração de vórtices e escoamento ao redor de corpos rombudos com um intuito científico e, principalmente, prático.

## 2. Um panorama do fenômeno de geração de vórtices e da sua física

Um corpo rombudo<sup>1</sup> é definido como sendo aquele que, no caso de ser imerso em um corrente de fluido, gera separação do escoamento e esta ocorre em uma porção considerável de sua superfície. A ocorrência de separação em um corpo com seção transversal bidimensional faz com que haja a formação de duas camadas cisalhantes livres<sup>2</sup> na região imediatamente posterior ao corpo. Estas duas camadas possuem vorticidade de sinal oposto e elas constituem um sistema instável quando pequenas perturbações estão presentes e certas condições são satisfeitas. A interação destas duas camadas cisalhantes de fluido são não-lineares e representam a razão principal da formação e desprendimento de vórtices atrás do corpo.

Foi apenas em 1878 que Strouhal realizou a primeira investigação científica do tema. Ele estudou a vibração de um fio sujeito a uma corrente de ar e concluiu que a frequência

<sup>1</sup> Ao longo desta monografia, o termo “bluff body” será traduzido para corpo rombudo.

<sup>2</sup> “Free shear layers” na literatura inglesa.

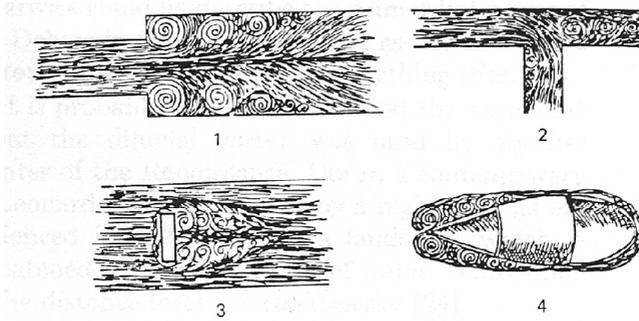


Figura 1: Desenhos de Leonardo da Vinci, referência Flachsbart, 1932, apud Lugt, 1983.

$f_s$  do som emitido resultante do movimento dele variava apenas com o seu diâmetro  $D$  e a velocidade  $U$  do movimento relativo (Rayleigh, 1896). Ele também descobriu que quando a frequência do som coincidia com uma das frequências naturais do fio, o qual estava livre para oscilar, o som era intensificado. A relação entre esses parâmetros por ele encontrada era

$$f_s = \frac{0,185U}{D} . \quad (1)$$

Em 1879, enquanto observava uma corda de violino vibrando devido a uma corrente de ar ao redor dela, Lord Rayleigh descobriu que a oscilação ocorria na direção transversal em relação ao escoamento. Previamente, pensava-se que a vibração ocorria na direção da corrente. É interessante notar que foi apenas em 1896 que Lord Rayleigh definiu um número adimensional que veio a ser conhecido como número de Strouhal ( $St$ )

$$St = \frac{f_s D}{U} . \quad (2)$$

O próximo importante fato histórico relativo ao estudo do escoamento ao redor de corpos rombudos é o trabalho de von Kármán, 1911, sumarizado em (ed.), 1938. A fileira dupla de vórtices que se forma atrás de um corpo rombudo bidimensional pode ser idealizada, para um fluido invíscido, de forma que cada vórtice é admitido como tendo circulação concentrada ao longo de uma linha perpendicular ao plano do escoamento, conforme a figura 2.

A fileira dupla de vórtices é estável quando da aplicação de uma perturbação na posição dos mesmos apenas se um valor particular da relação entre o espaçamento longitudinal e transversal entre as linhas for satisfeito (veja figura 2). Utilizando conceitos de estabilidade é possível provar que a configuração será estável apenas se

$$\sinh \frac{\pi h_w}{a_w} = 1,0 , \quad (3)$$

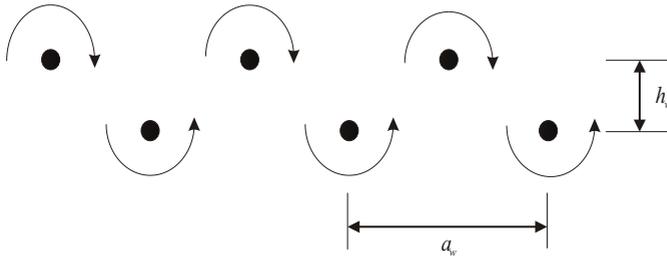


Figura 2: A fileira dupla de vórtices que se forma atrás de um corpo rombudo, na forma idealizada por von Kármán, 1911.

a qual nos fornece a conhecida relação

$$\frac{h_w}{a_w} = 0,281 . \quad (4)$$

Da mesma forma, a circulação  $\Gamma$  de uma linha de vórtice tem que satisfazer a relação

$$\frac{\Gamma}{U_0 a_w} = \arctan \frac{\pi h_w}{a_w} = 2\sqrt{2} , \quad (5)$$

na qual  $U_0$  representa a velocidade dos vórtices relativa ao escoamento sem a perturbação. Reconhecendo a importância das descobertas de von Kármán e o trabalho dele na área, uma fileira dupla de vórtices na região da esteira do escoamento ao redor de um corpo rombudo é chamada usualmente de esteira de von Kármán. No entanto, deve ser lembrado que a sua análise foi feita na ausência de um corpo, sem considerar a viscosidade do fluido e o fenômeno de turbulência. Kármán sabia destas limitações, mas, naquela época, ele estava apenas preocupado com as propriedades de estabilidade da esteira atrás de um corpo e na possibilidade de representá-la através de uma distribuição ideal de vórtices.

### 3. Geometria do corpo e dependência do número de Reynolds

Como já foi dito, a ocorrência de separação no escoamento ao redor de um corpo rombudo faz com que haja a formação de duas camadas cisalhantes de fluido. A interação destas representa a razão essencial da formação dos vórtices na esteira. O efeito da geometria do corpo torna-se importante principalmente devido à possibilidade de ocorrência de ângulos diferentes da linha de corrente separando-se da parede do corpo. A magnitude deste ângulo é determinada pela natureza do processo de separação, o qual pode ocorrer em um canto

vivo, um bordo de fuga chanfrado, ou em uma superfície contínua com fluido sujeito a um gradiente adverso de pressão. Neste último caso haverá uma influência do número de Reynolds ( $Re$ ), já que em uma superfície contínua sem pontos fixos de separação a posição em que esta última ocorrerá é altamente dependente de  $Re$ . No entanto, deve ser lembrado que alguma influência no número de Reynolds poderá ocorrer também quando este influencia o desenvolvimento da camada cisalhante.

O número de Reynolds,  $Re$ , é definido como

$$Re = \frac{UD}{\nu}, \quad (6)$$

onde  $U$  é a velocidade característica do escoamento em questão,  $D$  é um comprimento característico (o diâmetro no caso de um cilindro) e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

A forças na direção do escoamento ( $F_x$ ) e transversal a ele ( $F_y$ ) são adimensionalizadas através das definições dos coeficientes de arrasto ( $C_d$ ) e sustentação ( $C_l$ )

$$C_d = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho U^2 D} \quad (7)$$

e

$$C_l = \frac{F_y}{\frac{1}{2}\rho U^2 D}, \quad (8)$$

nas quais  $F_x$  e  $F_y$  indicam forças por unidade de comprimento na direção da envergadura do cilindro.

O efeito da geometria particular do corpo rombudo na forma como a linha de corrente se separa é mostrada na figura 3. Como pode ser visto em Roshko, 1954b, existem alguns aspectos qualitativos que são característicos do escoamento ao redor de corpos rombudos.

Intuitivamente, é de se esperar que quanto mais rombudo for o corpo maior será o coeficiente de arrasto. Além disso, observa-se que o número de Strouhal varia inversamente com a largura transversal da esteira, isto é quanto mais rombudo for o corpo menor será o número de Strouhal. Para corpos mais rombudos, a esteira é mais larga transversalmente fazendo com que a comunicação entre as camadas cisalhantes seja dificultada. Esta comunicação mais difícil acaba implicando em uma frequência de desprendimento de vórtices menor. Estes observações podem ser facilmente corroboradas com aquilo que é mostrado na figura 3. O corpo mais rombudo apresentado nesta figura é uma placa plana a  $90^\circ$  em relação ao escoamento. O número de Strouhal observado é igual a 0,14 e o coeficiente de arrasto é aproximadamente igual a 2. Na mesma figura podemos ver que para o cilindro o número de Strouhal é consideravelmente maior e o arrasto menor. O último corpo mostrado nesta figura é um corpo com bordo de fuga chanfrado<sup>3</sup>, e este tem o maior número de Strouhal e o menor coeficiente de arrasto de todos. Outra observação experimental é que um aumento da pressão na base é acompanhado por uma diminuição da frequência de desprendimento de vórtices.

<sup>3</sup>Na literatura de língua inglesa este corpo é chamado de "blunt trailing edge".

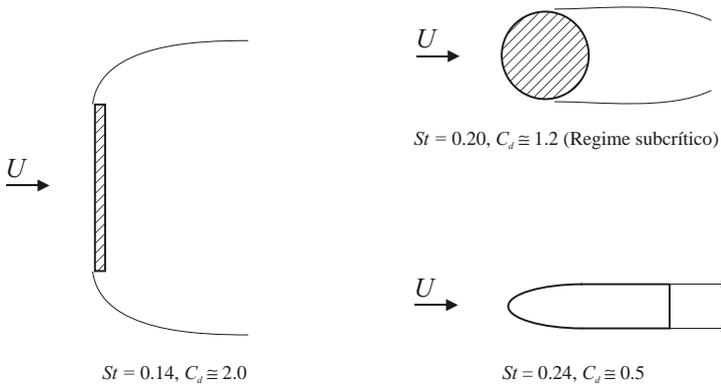


Figura 3: Configurações de corpos diferentes e os efeitos destas no número de Strouhal ( $St$ ) e do coeficiente de arrasto ( $C_d$ ).

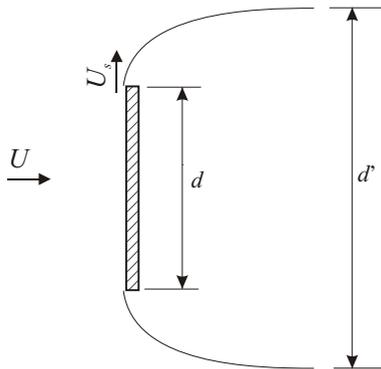


Figura 4: Parâmetros utilizados na definição do número de Strouhal universal, reproduzido de Roshko, 1954a.

Em face destas observações, Roshko, 1954b, derivou uma expressão para o número de Strouhal com comprimento característico igual à largura transversal da esteira e com velocidade característica igual à velocidade do escoamento próxima ao ponto de separação. Em uma primeira aproximação, este número adimensional é universal para muitas geometrias diferentes de corpos rombudos e para uma ampla faixa de número de Reynolds. Roshko chamou este número adimensional de *número de Strouhal da esteira*. Este número foi definido como sendo

$$S^* = \frac{f_s d^*}{U_s} \quad (9)$$

onde  $f_s$  é a frequência de desprendimento,  $d^*$  é a largura da esteira e  $U_s$  é a velocidade próxima ao ponto de separação (veja figura 4).

Em um outro trabalho, Roshko, 1954a, combinou a teoria de linha de corrente livre de Kirchhoff com a teoria de von Kármán para a esteira de vórtices. Ele permitiu que houvesse alguma destruição da vorticidade na camada cisalhante livre e então obteve uma solução dependente apenas de uma medida experimental. Utilizando esta teoria, o número de Strouhal da esteira pode ser analiticamente calculado. Isto foi feito igualando-se a fração da taxa de circulação emanando da separação da camada limite e sobrevivendo ao processo de formação com a circulação calculada com uma configuração ideal de von Kármán (a qual assume a distância e intensidade dos vórtices ideais representadas pelas equações 4 e 5). O número de Strouhal calculado desta forma é aproximadamente 0,164. Este valor tem uma concordância muito boa com aqueles medidos experimentalmente para uma ampla gama de geometrias de corpos rombudos.

Para um baixo número de Reynolds ( $Re < 1$ ) o escoamento ao redor de um cilindro é aproximadamente simétrico a montante e a jusante do corpo, com um ponto de estagnação frontal e outro traseiro. O escoamento para esta condição é chamado de “creeping flow” e a forma das linhas de corrente é mostrada na figura 5. Em 1851, Stokes deduziu uma fórmula para o arrasto agindo em uma esfera imersa num “creeping flow”, como pode ser visto em Milne-Thomson, 1968. Com esta fórmula é possível estimar o arrasto de maneira precisa para um escoamento com  $Re < 1$ . É interessante notar que a análise de Stokes não se aplica para um escoamento bidimensional. Como é resumido em Milne-Thompson, Oseen encontrou uma fórmula mais realista para o arrasto através da linearização dos termos de inércia da equação de Navier-Stokes. Sua equação é válida para um número de Reynolds até 5, e pode ser utilizada em problemas bidimensionais.

Para valores de  $Re$  maiores que 5, ocorre separação da camada limite na parte de trás do corpo. Nesta condição, é formado um par de vórtices estacionários, como pode ser visto na figura 6. É interessante notar que a separação não é tangencial à parede. Somente com um aumento de  $Re$ , a separação se move para montante tornando-se aproximadamente tangencial à superfície. Para esta faixa, o tamanho da esteira cresce linearmente com  $Re$ . Acima de um certo valor crítico de  $Re$ , instabilidades das camadas cisalhantes causam o início de oscilações da esteira (veja figura 7). Este valor crítico é muito dependente do nível das perturbações externas.

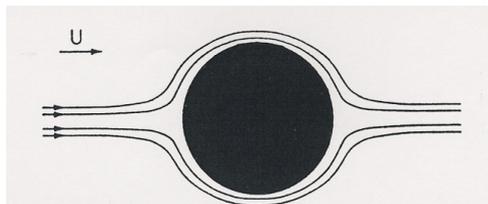


Figura 5: “Creeping flow” ao redor de um cilindro circular ( $Re < 1$ ), reproduzida de Young, 1989.

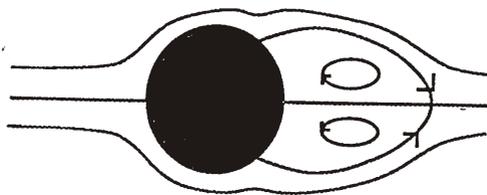


Figura 6: Vórtices estacionários ao redor de um cilindro ( $5 < Re < 40$ ), reproduzida de Young, 1989.

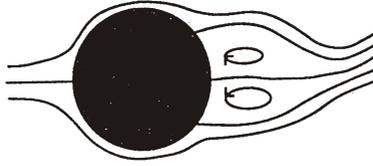


Figura 7: Esteira oscilatória no escoamento ao redor de um cilindro ( $40 < Re < 50 \sim 70$ ), reproduzida de Young, 1989.

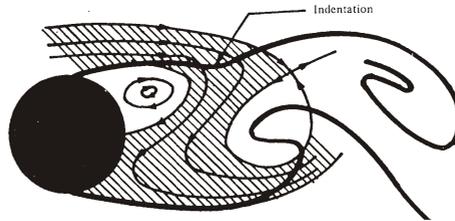


Figura 8: Geração e desprendimento de vórtices laminares no escoamento ao redor de um cilindro ( $50 \sim 70 < Re < 150 \sim 200$ ), reproduzida de Perry et al., 1982.

Para um  $Re$  maior que um valor de aproximadamente  $50 \sim 70$ , as camadas cisalhantes de fluido enrolam-se em torno delas mesmas, formando os vórtices da esteira. Este fenômeno é chamado na literatura inglesa de “vortex shedding.” Para um valor do número de Reynolds no intervalo  $50 \sim 70 < Re < 150 \sim 200$ , ocorre um processo de formação e desprendimentos regulares de vórtices na forma de uma esteira de von Kármán. Este regime é chamado de regime laminar e as linhas de corrente instantâneas para este caso são vistas na figura 8.

A variação do número de Strouhal nesta faixa de número de Reynolds foi estudada por (Roshko, 1954b), e é apresentada na figura 19. É interessante notar que neste intervalo diferentes aparatos experimentais forneceram frequências de geração de vórtices muito dispersas e uma descontinuidade na curva  $St \times Re$ . Williamson, 1991, mostrou que a existência da descontinuidade na curva para um valor aproximado de  $Re = 64$  é devido a uma transição entre modos oblíquos e paralelos de geração e desprendimento de vórtices. Mesmo na faixa de geração e desprendimento laminar, existem tridimensionalidades suaves no escoamento. Este aspecto é muito bem mostrado na visualização apresentada na figura 11.

Geração e desprendimento de vórtices do tipo oblíquo são influenciados pelas condições de contorno e podem ser alterados através da manipulação das mesmas. Williamson, 1991, mostrou que podemos manipular estas condições de contorno de forma a termos geração e

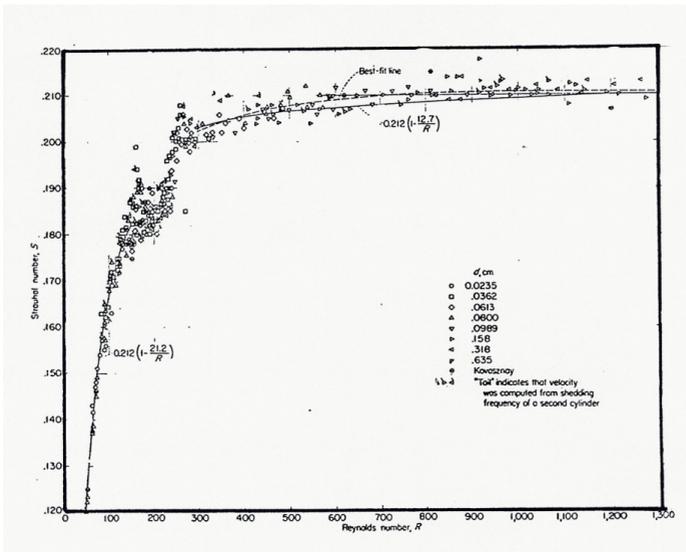


Figura 9: Curva da variação do número de Strouhal com o número de Reynolds, reproduzida de Roshko, 1954b.

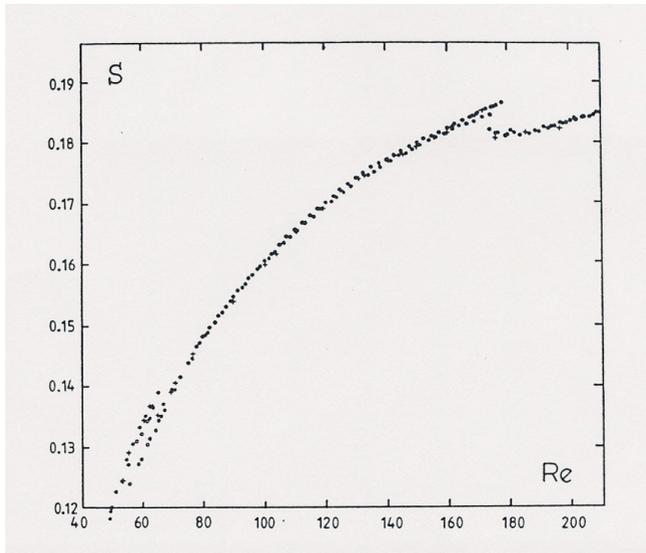


Figura 10: Curva da variação do número de Strouhal com o número de Reynolds no regime laminar e de transição para esteira turbulenta, reproduzida de Williamson, 1991.

desprendimento de vórtices com linhas paralelas em relação ao eixo do cilindro. Este modo paralelo pode ser obtido até um valor máximo do número de Reynolds igual à aproximadamente 200. Fazendo com que isto ocorra, a curva  $St \times Re$  resultante é completamente contínua, não apresentando a dispersão de resultados experimentais observada por Roshko, 1954b. Isto também mostra que a razão desta dispersão é devida ao fato dos resultados de Roshko serem provenientes de experimentos realizados em túneis de vento diferentes e com cilindros com condições de contorno ligeiramente diversas. Em alguns ensaios, provavelmente, ocorria desprendimento paralelo, e em outros oblíquos. Estes modos diferentes repercutiam em frequências diferentes de desprendimento.

A curva obtida por Williamson é apresentada na figura 10. Ele utilizou placas planas inclinadas nas extremidades do cilindro de forma a causar regiões de baixa pressão nas extremidades e induzir o desprendimento de vórtices paralelos em relação ao eixo do corpo. Isto é mostrado de maneira esquemática na figura 12. A obtenção de modos paralelos de desprendimento de vórtices nos fornece as condições ideais de experimento. Com estas condições, somos capazes de comparar resultados experimentais com simulações numéricas bidimensionais.

Para números de  $Re$  mais elevados, instabilidades na camada cisalhante formada a partir

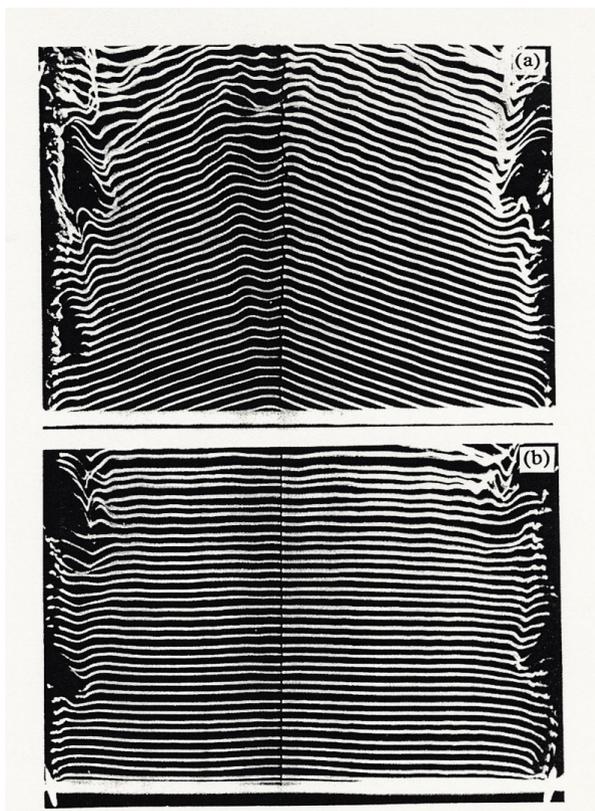


Figura 11: Visualização dos diferentes modos de geração e desprendimento de vórtices: (a) sem controle nas condições de contorno nas bordas do cilindro, (b) com controle nas condições de contorno utilizando placas inclinadas, reproduzida de Williamson, 1991.

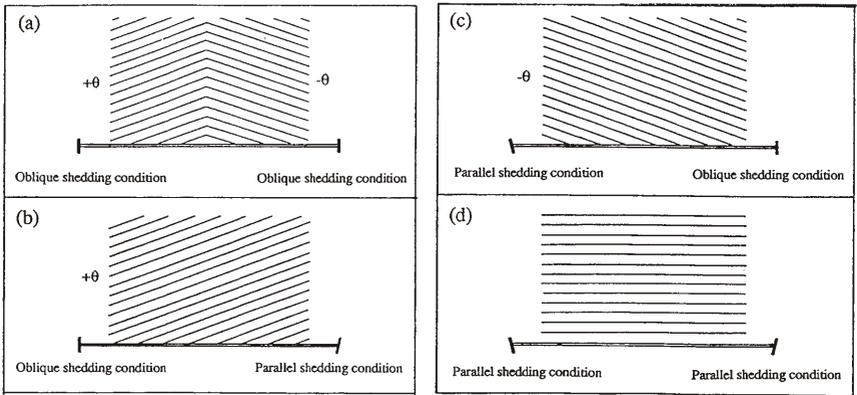


Figura 12: Visualização esquemática dos modos oblíquos de geração e desprendimento de vórtices e formas de controle das extremidades do cilindro através do uso de placas planas inclinadas, reproduzida de Williamson, 1991.

da separação causam uma transição para turbulência antes da formação dos vórtices. Isto resulta em flutuações turbulentas da pressão na esteira e da frequência de desprendimento. Além disto, surgem tridimensionalidades de grande escala. Para explicar estas observações experimentais, Williamson, 1991, propôs que o aparecimento de tubos fechados de vórtices alinhados na direção do escoamento (“streamwise vortex tubes”) era o que causava a transição de uma esteira bidimensional para uma tridimensional. O advento e a presença intermitente destes tubos seriam, em última instância, a razão pela existência da descontinuidade na curva  $St \times Re$  para um valor de  $Re \simeq 180$ . Por sua vez, a descontinuidade no intervalo  $Re \simeq 230 - 260$ , corresponde a uma mudança para uma escala menor destas estruturas de vórtices alinhadas na direção do escoamento. Williamson chamou de modo A de desprendimento de vórtices aquele que corresponde à primeira descontinuidade. Neste modo a tridimensionalidade se expressa através de uma instabilidade com comprimento de onda de aproximadamente  $4D$ . Na segunda descontinuidade,  $Re \simeq 230 - 260$ , o comprimento de onda da instabilidade passa a ser da ordem de  $1D$ , a este Williamson chamou de modo B de geração de vórtices. As visualizações obtidas por Williamson, 1991, e simulações numéricas recentes obtidas por Barkley and Henderson, 1996, e Siqueira, 1999, comprovam a existência destes modos na forma proposta.

Siqueira, 1999, utilizou um método de elementos finitos para resolver o escoamento tridimensional ao redor do cilindro. Detalhes do método podem ser encontradas nesta referência. Para a simulação com  $Re = 200$ , Siqueira observou uma instabilidade na esteira com o comprimento  $4D$  similar àquela observada experimentalmente por Williamson, 1991.

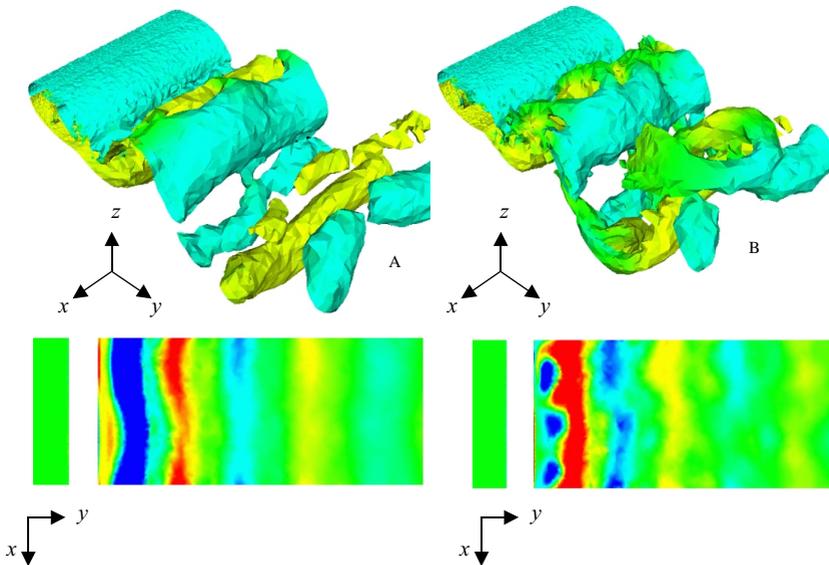


Figura 13: Isocontornos de vorticidade na direção do eixo de um cilindro com comprimento  $L = 5D$ . a)  $Re = 200$ ; b)  $Re = 250$ , reproduzida de Siqueira, 1999.

Na figura 13(a) podemos ver contornos de vorticidade para  $Re = 200$  e um corte ao longo da esteira com uma vista em planta da vorticidade neste plano. O comprimento de onda da instabilidade vista em planta é  $4D$ . As visualizações dos experimentos de Williamson são mostradas na figura 14(a) e tem o comprimento similar ao das simulações. Aumentando-se o número de Reynolds para aproximadamente 230, passamos a ter o modo B de geração de vórtices, com uma instabilidade com comprimento de onda da ordem do diâmetro do cilindro. Na figura 13(b) é apresentada a esteira para esta condição. Na figura 14(b) podemos verificar o resultado experimental. A concordância está mais uma vez presente. Nas figuras com as simulações, para o caso de  $Re \geq 230$  fica clara a presença dos vórtices alinhados com a corrente, eles se parecem com “dedos” penetrando nos vórtices alinhados com o eixo do cilindro.

No chamado regime subcrítico de geração de vórtices ( $350 < Re < 2 \sim 5 \times 10^5$ ), ondas de instabilidade começam a aparecer nas camadas cisalhantes formadas a partir dos pontos de separação. Estes pontos oscilam de alguns graus em torno do ponto localizado a aproximadamente  $80^\circ$ <sup>4</sup>. Mesmo aqueles vórtices próximos à região da base do cilindro são turbulentos. A principal característica do escoamento neste regime é o deslocamento para montante do ponto de transição para turbulência na camada cisalhante à medida que o

<sup>4</sup>Medido a partir do ponto de estagnação frontal.

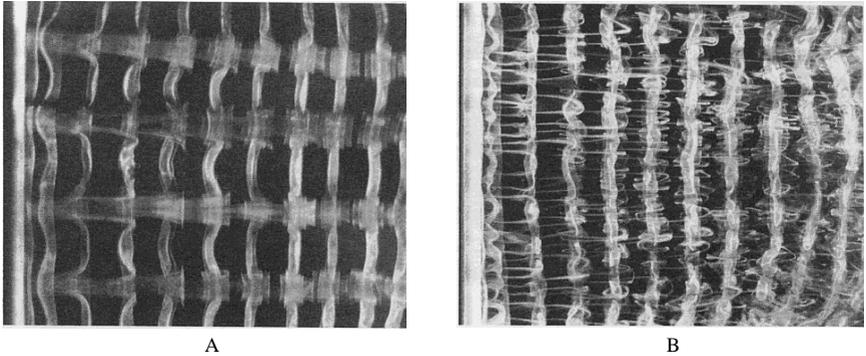


Figura 14: Visualizações da esteira no escoamento ao redor de um cilindro visto em planta: a) Modo A de geração de vórtices ( $Re \approx 200$ ); b) Modo B de geração de vórtices ( $Re \geq 230$ ), reproduzida de Williamson, 1992.

número de Reynolds é aumentado. Como pode ser visto na figura 15, reproduzida de Basu, 1985, nesta faixa de Reynolds a camada limite é laminar quando ocorre a separação. O ponto de transição para turbulência ocorre apenas na camada cisalhante na região de formação dos vórtices. Esta transição, por ocorrer próxima ao corpo, faz com que a maior parte da camada cisalhante seja turbulenta.

À medida que o número de Reynolds é elevado, entramos no regime crítico ( $2 \times 10^5 < Re < 7 \times 10^5$ ) e o escoamento sofre uma alteração dramática de suas características. O ponto de separação está muito próximo do ponto de transição, mas ainda o precede. Existe uma tendência da camada cisalhante colar novamente na superfície do corpo, conforme pode ser visto na figura 16. A região entre a separação laminar e o recolamento<sup>5</sup> turbulento foi chamado por Roshko, 1961, de bolha de separação-recolamento<sup>6</sup>. Neste pequeno intervalo de  $Re$  o escoamento é muito sensível a perturbações externas como, por exemplo, rugosidade da parede ou nível de turbulência do escoamento ao longe. Neste regime crítico a estabilidade da bolha de separação é muito baixa e bolhas podem aparecer simultaneamente em ambos os lados do cilindro ou em apenas um dos seus lados. Esta possível quebra da simetria do escoamento acarreta uma força de sustentação na média diferente de zero (veja Bearman, 1969).

Elevando ainda mais o número de Reynolds, o ponto de transição move-se para montante até que ele alcança o ponto de separação, fazendo com que a bolha desapareça. A transição para turbulência na camada limite ocorre imediatamente antes da separação. Devido ao fato

<sup>5</sup>“Reattachment”.

<sup>6</sup>“Separation-reattachment bubble”.

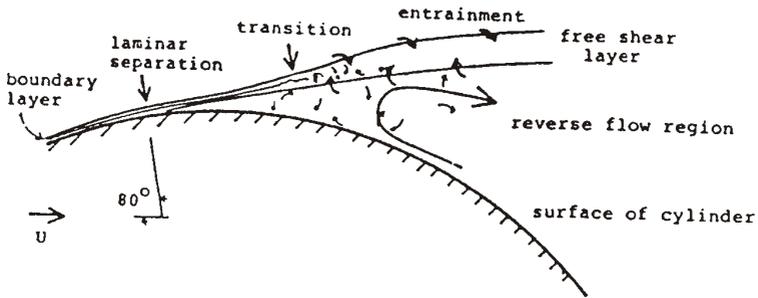


Figura 15: Separação da camada limite e camada cisalhante próxima à superfície, regime subcrítico ( $350 < Re < 2 \sim 5 \times 10^5$ ), reproduzida de Basu, 1985.

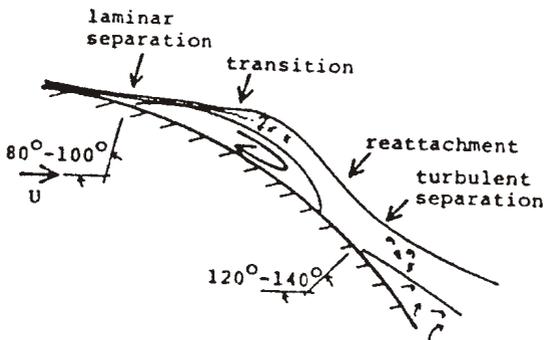


Figura 16: Separação da camada limite e camadas cisalhantes próxima à superfície, regime crítico ( $2 \sim 5 \times 10^5 < Re < 7 \times 10^5$ ), reproduzida de Basu, 1985.

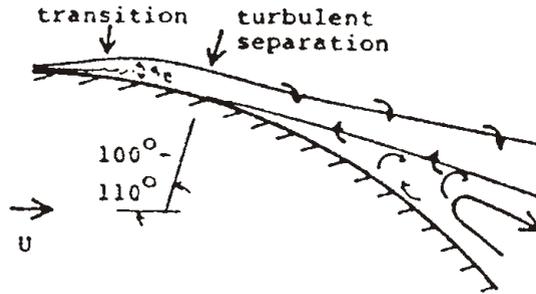


Figura 17: Separação da camada limite e camadas cisalhantes próxima à superfície, regime pós-crítico ( $3.5 \times 10^5 < Re$ ), reproduzida de Basu, 1985.

de uma camada limite turbulenta resistir mais a um gradiente adverso de pressão, a separação passa a ocorrer para um ângulo de aproximadamente  $120^\circ$ . À medida que o número de Reynolds é aumentado, entramos no regime pós-crítico. As camadas cisalhantes voltam a fazer com que haja geração de vórtices de maneira regular e a separação ocorre aproximadamente a  $100^\circ \sim 110^\circ$ , conforme mostrado na figura 17.

Estes diferentes regimes de geração e desprendimento de vórtices causam pronunciadas alterações nas curvas do coeficiente de arrasto ( $C_d$ ) e do número de Strouhal ( $St$ ) em função do número de Reynolds ( $Re$ ). Na figura 18, é apresentada a curva  $C_d \times Re$ . Analisando esta curva é possível notar claramente o efeito das diferentes condições do escoamento no  $C_d$  para cada um dos regimes de escoamento. Inicialmente, no regime laminar,  $C_d$  decresce linearmente à medida que  $Re$  aumenta. No regime pré-crítico,  $C_d$  varia muito pouco até que o regime crítico é alcançado quando, então, existe uma queda acentuada deste coeficiente. Para valores maiores de  $Re$ ,  $C_d$  inicialmente aumenta e a seguir torna-se aproximadamente constante. O motivo deste comportamento é claro quando notamos que, devido ao fato da esteira ser mais estreita na direção transversal quando a separação é turbulenta, a base do cilindro fica imersa numa região menor com baixa pressão. O efeito integral deste fato é um arrasto menor.

A curva  $St \times Re$  é mostrada na figura 19. Esta curva apresenta um comportamento similar à curva  $C_d^{-1} \times Re$ . Para o regime laminar,  $St$  aumenta linearmente à medida que  $Re$  é elevado. A seguir, existe uma descontinuidade nesta curva conforme explicado anteriormente

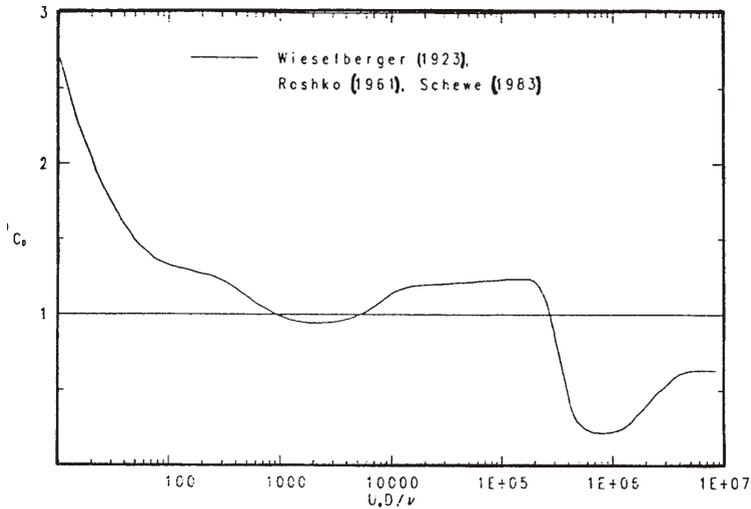


Figura 18: Variação do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds.

nesta seção. No regime subcrítico,  $St$  permanece aproximadamente constante. Quando o regime crítico é alcançado,  $St$  aumenta consideravelmente. À medida que entramos no regime pós-crítico,  $St$  volta a cair.

#### 4. O mecanismo físico da formação e desprendimento de vórtices

Gerrard, 1966, analisou os mecanismos físicos envolvidos no fenômeno de formação de vórtices no escoamento ao redor de um cilindro. Ele sugeriu que a interação mútua entre as duas camadas cisalhantes, formadas devido à separação da camada limite, constitui-se em um elemento decisivo no processo de formação dos vórtices da esteira. Gerrard postulou que um vórtice cresce ganhando circulação oriunda da camada cisalhante a qual ele está conectado. Em um certo instante, o vórtice que está crescendo torna-se suficientemente intenso para atrair a camada cisalhante oposta. Esta atração se dá devido à velocidade induzida pelo vórtice em crescimento. A aproximação de fluido com vorticidade oposta, em uma concentração suficiente intensa, interrompe a alimentação de circulação do vórtice em crescimento e então, ele é desconectado da camada cisalhante e a seguir, convectado para jusante formando a esteira.

O modelo de formação de vórtices de Gerrard é apresentado esquematicamente na figura 20, onde um esboço das linhas de emissão instantâneas do escoamento é mostrado. Ele postulou que as partículas de fluido da camada cisalhante, a qual é atraída pela velocidade

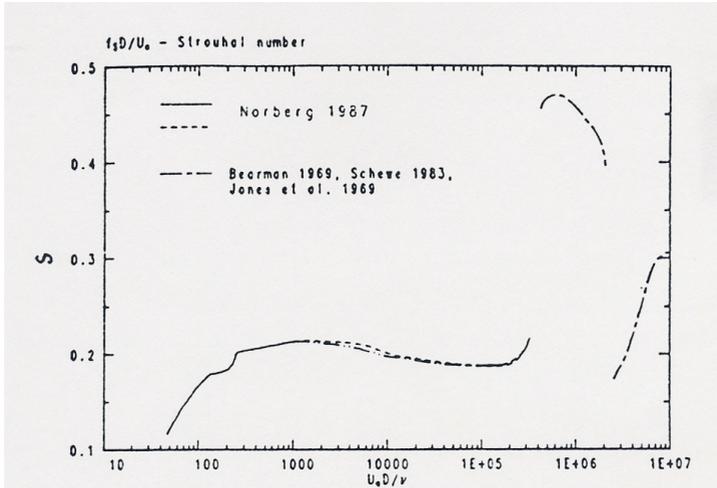


Figura 19: Variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds.

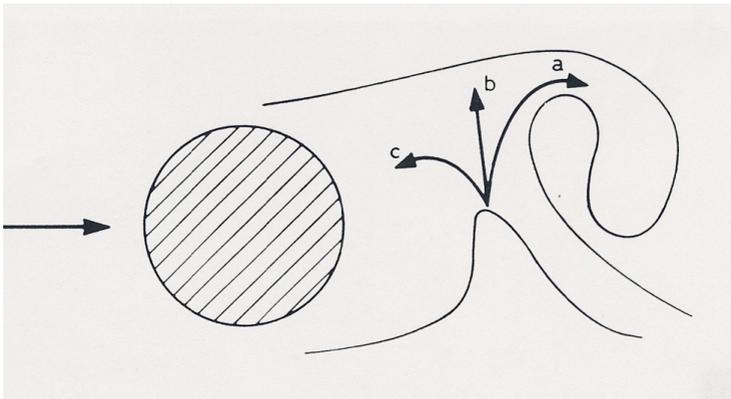


Figura 20: Modelo do processo de geração e desprendimento de vórtices segundo Gerrard, 1966.

induzida pela camada oposta, seguem um dos seguintes caminhos: **a)** elas podem imiscuir-se com o vórtice que está se formando no lado oposto da esteira; **b)** elas podem mover-se em direção da camada cisalhante oposta, a qual possui vorticidade de sinal inverso; e **c)** elas podem voltar na direção da região da esteira próxima ao corpo. O balanço da quantidade de fluido que segue cada um destes caminhos controla a frequência de geração e desprendimento de vórtices, a intensidade dos mesmos e a pressão na região posterior do corpo (pressão de base).

A parcela do escoamento que segue o caminho indicado pela seta **a**, mistura-se com o fluido que está formando um vórtice na região superior da esteira. Devido ao fato desta parcela possuir vorticidade de sinal contrário àquela do fluido formando um novo vórtice, ela colabora para uma diminuição da circulação total deste último.

Aquela parcela que segue em direção à camada cisalhante oposta (caminho **b**) tem um papel muito importante no que se refere à estabilidade do escoamento. Havendo uma diminuição da pressão, a camada cisalhante que está se separando do corpo torna-se mais intensa, por conseguinte o vórtice também se torna mais intenso. Com isto, uma parcela maior da camada cisalhante oposta atravessará a linha de centro da esteira e uma porção maior de fluido com vorticidade oposta chocar-se-á com esta camada fazendo com que haja uma diminuição da intensidade do vórtice que está crescendo. Isto, em última instância, causa a interrupção da alimentação de circulação para este vórtice. Após esta interrupção, o vórtice adquire sua circulação final e desprende-se da camada cisalhante a partir da qual ele se formou.

Finalmente, a parcela de fluido que segue o caminho indicado pela seta **c**, colabora para a formação de um novo vórtice este agora na parte inferior da esteira, fechando desta maneira o ciclo de geração e desprendimento de vórtices.

O fenômeno de geração e desprendimento de vórtices envolve a mistura de regiões de fluido com vorticidade de sinais opostos. Devido a este fato, a intensidade de um vórtice individual da esteira será menor que a circulação total que emanou da separação em um dos lados do corpo rombudo durante um ciclo de geração. Para melhor compreendermos o modelo de formação dos vórtices e podermos estimar a circulação dos mesmos, devemos antes rever alguns conceitos relacionados à camada limite, à vorticidade e à separação. Isto é feito nas próximas seções.

## 5. Camada Limite

A hipótese fundamental da teoria de fluido ideal assume que numa superfície qualquer no interior do fluido as ações exercidas nesta superfície consistem somente em ações normais, ou seja, pressão. Sabemos, no entanto, que em um fluido real ocorrem, além das tensões normais, tensões tangenciais. Estas últimas são causadas pela viscosidade.

A teoria de fluido ideal foi aplicada com sucesso considerável a diversos problemas envolvendo fluidos nos séculos XVIII e XIX. A utilização desta teoria permitia, por exemplo, determinar a forma das linhas de corrente ao redor de fólios e verificar que os resultados obtidos eram muito próximos àqueles verificados experimentalmente.

Havia, no entanto, uma séria discordância no resultado referente ao cálculo do arrasto em corpos imersos em uma corrente. A teoria potencial, quando aplicada ao escoamento ao redor de um corpo simétrico, fornecia como resultado uma força de arrasto nula. A experiência, por sua vez, indicava claramente a existência de uma força não nula nesta direção. Pelo período de aproximadamente dois séculos, este resultado intrigante fez com que diversos hidrodinamicistas procurassem a razão desta falha na teoria. Na literatura, a discordância do resultado experimental comparado com o resultado oriundo da teoria é chamado de *paradoxo de D'Alembert*.

Foi somente Prandtl, no início do século XX, que propôs uma teoria na qual era explicado o motivo da existência do paradoxo. Prandtl propôs que havia uma pequena região próxima à parede do corpo na qual os efeitos viscosos eram importantes. No restante do escoamento, a viscosidade não era tão importante e, devido a isto, a teoria potencial fornecia resultados próximos aos observados experimentalmente. As linhas de corrente que eram observadas experimentalmente eram muito próximas daquelas obtidas pela teoria potencial.

A condição de aderência foi postulada por Prandtl quando do desenvolvimento de sua teoria. A pequena região do escoamento próxima à parede, na qual os efeitos viscosos são importantes, foi chamada por Prandtl de camada limite. Observações experimentais detalhadas do movimento do fluido próximo à superfície de um corpo vieram a mostrar que o efeito da viscosidade era fazer com que não houvesse deslizamento do fluido junto a esta parede. Estas observações corroboraram as hipóteses da teoria da camada limite de Prandtl. Nesta camada, as forças viscosas são da mesma ordem de grandeza das forças de inércia e, fora dela, as forças viscosas ou de atrito podem ser desprezadas.

A existência do *paradoxo de D'Lambert* passou a ser interpretado como sendo devido ao fato de, antes de Prandtl, não se considerar a região da camada limite na análise do escoamento. Tomando como exemplo um corpo afiliado simétrico em relação à sua corda, uma parcela significativa da força de arrasto surge devido ao atrito provocado pelas camadas de fluido contíguas à parede, atrito este provocado pelo fato do fluido real apresentar uma viscosidade. No caso dos corpos rombudos esta análise é mais complexa devido à formação e desprendimento de vórtices.

É interessante citar que simulações numéricas recentes, utilizando teoria potencial e vórtices discretos, permitem a obtenção de resultados com separação e uma força de arrasto não nula. Nestes cálculos, a camada limite é substituída por uma distribuição de vórtices pontuais ao redor do corpo. Esta questão e detalhes sobre este método serão novamente discutidos no final deste capítulo.

Com a teoria da camada limite proposta por Prandtl podemos analisar o escoamento ao redor de um corpo afilado dividindo-o em duas regiões distintas: **a)** a região na qual a ação das forças viscosas é importante, esta região é contígua aos contornos sólidos e foi denominada por Prandtl de *camada limite*; **b)** a região na qual a ação da viscosidade é desprezível, prevalecendo o modelo de fluido ideal para o qual é aplicável a teoria do escoamento potencial.

No caso de um corpo rombudo, além destas duas regiões, temos uma terceira: **c)** a região da esteira, formada por vórtices. Estes são formados e desprendidos devido à interação das

camadas cisalhantes, as quais se formaram devido à separação da camada limite. Esta região é caracterizada pela existência de pacotes de fluido com vorticidade elevada e de sinais opostos.

Esta subdivisão nos permite conciliar a condição de aderência com o resultado experimental que indica que os efeitos da viscosidade no escoamento são desprezíveis em quase todo o domínio. A camada limite constitui-se em uma pequena região do fluido próxima à parede na qual os efeitos viscosos são importantes. Nesta região a velocidade do fluido passa de um valor igual à velocidade da parede para um valor não nulo correspondente a um escoamento potencial.

O que é importante notarmos é que nesta pequena distância a partir da parede, a passagem de um valor de velocidade igual à da parede para o valor do escoamento potencial somente pode ocorrer se as forças viscosas forem da mesma ordem de grandeza das forças de inércia. Esta constatação permite estimar a ordem de grandeza da espessura desta camada em função das características particulares do escoamento. Isto é demonstrado na próxima seção.

## 6. As equações de Prandtl da camada limite laminar

A equação da continuidade e as equações de Navier-Stokes regem o comportamento de um fluido incompressível e com viscosidade constante<sup>7</sup>:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{V}, \quad (11)$$

onde  $\vec{V}$  é a velocidade do escoamento,  $\rho$  é a massa específica e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido.

Inicialmente, vamos considerar o escoamento ao redor de uma placa plana. É comum definir a espessura da camada limite ( $\delta = \delta(x)$ ) como sendo a distância normal à superfície de um ponto no qual o valor local da velocidade difere do valor da velocidade do escoamento potencial por uma diferença menor do que um por cento. Na figura 21 é apresentado um esquema da camada limite e da espessura  $\delta$ .

Para que possamos estimar o valor desta espessura, devemos considerar a premissa fundamental utilizada na teoria da camada limite, isto é, que no seu interior as forças de inércia são da mesma ordem de grandeza das forças viscosas. O segundo termo da equação de Navier-Stokes, eq. (11), representa o transporte convectivo de quantidade de movimento. Com este termo em mente e admitindo escoamento permanente e  $u \gg v$ , a força de inércia por unidade de massa ( $f_{inercia}$ ) na direção  $x$  é

$$f_{inercia} \approx u \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (12)$$

<sup>7</sup>O leitor pode encontrar em Schlichting, 1979, sua dedução completa.

Sendo  $L$  uma dimensão característica da parede e  $V$  a velocidade característica do escoamento, tal força será proporcional a

$$f_{inercia} \propto \frac{V^2}{L}. \quad (13)$$

O termo de difusão de quantidade de movimento da equação de Navier-Stokes, por sua vez, nada mais é do que a força viscosa por unidade de massa ( $f_{viscosa}$ ). Esta força é dada pelo segundo termo do lado esquerdo da equação (11)

$$f_{viscosa} = \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \approx \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (14)$$

já que na camada limite temos

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (15)$$

Admitindo que a variação em  $y$  seja proporcional a  $\delta$ , concluímos que a força viscosa é proporcional a

$$f_{viscosa} \propto \nu \frac{V}{\delta^2}. \quad (16)$$

Além disto, admitindo a mesma ordem de grandeza para estas duas forças, obtemos

$$\frac{V^2}{L} \approx \mathcal{O}\left(\frac{\nu V}{\delta^2}\right), \quad (17)$$

a qual, rearranjada, nos fornece

$$\frac{\delta}{L} \approx \mathcal{O}\left[\left(\frac{\nu}{VL}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \simeq \mathcal{O}\left(\frac{1}{\sqrt{Re}}\right). \quad (18)$$

Qual a conclusão direta que surge quando analisamos a expressão (18)? Quanto maior o número de Reynolds, menor a espessura da camada limite. Para um valor elevado de Reynolds, por exemplo  $Re = 10^6$ , a espessura torna-se bastante reduzida e a velocidade passa de um valor nulo junto à parede para um valor  $V_{potencial}$  a uma distância da mesma da ordem de  $10^{-3}$ .

Uma forma matematicamente rigorosa e elegante de se obter as equações de Prandtl da camada limite é partindo da equação da continuidade e Navier-Stokes na forma adimensional. Este tipo de análise pode ser visto em Schlichting, 1979. A adimensionalização é obtida a partir das definições das propriedades nas suas formas adimensionais

$$u^* = \frac{u}{U}, \quad v^* = \frac{v}{U}, \quad p^* = \frac{p}{\rho U^2}, \quad x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad \delta^* = \frac{\delta}{L}. \quad (19)$$

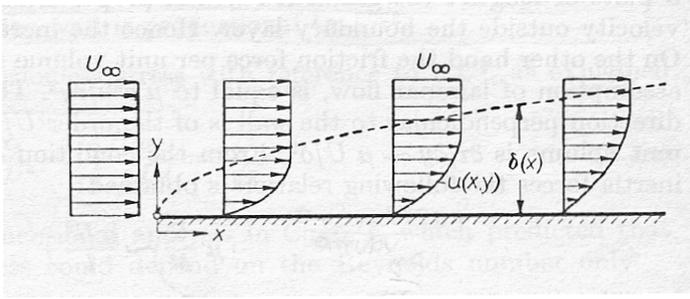


Figura 21: Esquema fora de escala da camada limite no escoamento ao redor de uma placa plana, reproduzida de Schlichting, 1979.

Com estas definições, podemos reescrever as equações (10) e (11), em regime permanente, na seguinte forma:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0, \quad (20)$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p}{\partial x^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right), \quad (21)$$

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial p}{\partial y^*} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right). \quad (22)$$

A premissa fundamental que devemos considerar na obtenção das equações de Prandtl é que, na camada limite, as forças viscosas são da mesma ordem que as forças de inércia. Quando igualamos estas forças, obtemos a expressão (18), conforme foi visto anteriormente. Reescrevendo esta expressão, agora com a espessura adimensional  $\delta^*$ , temos que na camada limite

$$\frac{\delta}{L} = \delta^* \approx \mathcal{O}\left(\frac{1}{\sqrt{Re}}\right). \quad (23)$$

Além disto, admitindo-se que  $u^* \approx \mathcal{O}(1)$  e  $x^* \approx \mathcal{O}(1)$ , temos pela equação da continuidade

$$\frac{v^*}{y^*} \approx \mathcal{O}(1). \quad (24)$$

Como na camada limite  $y^* \approx \mathcal{O}(\delta^*)$ , devemos ter  $v^* \approx \mathcal{O}(\delta^*)$  também. Na equação de Navier-Stokes na direção  $x$ , todos os termos convectivos terão ordem  $\mathcal{O}(1)$ . No entanto,

devido a nossa premissa básica (equação 23), as parcelas do termo difusivo apresentam as seguintes ordens de grandeza

$$\frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \approx \mathcal{O}(\delta^*)^2 \left( \frac{\mathcal{O}(1)}{\mathcal{O}(1)} \right) + \frac{\mathcal{O}(1)}{\mathcal{O}(\delta^*)^2}. \quad (25)$$

Com isto concluí-se que o produto de  $1/Re$  por  $\partial^2 u^*/\partial x^{*2}$  é desprezível, já que ele é de ordem  $\mathcal{O}(\delta^*)^2$ . No entanto, o produto  $1/Re$  por  $\partial^2 u^*/\partial y^{*2}$ , por envolver um produto de ordem  $\mathcal{O}(\delta^*)^2$  por outro de ordem  $\mathcal{O}(1/\delta^*)^2$ , passa a ser de ordem  $\mathcal{O}(1)$ , não sendo, portanto, desprezível.

Na equação de Navier-Stokes na direção  $y$ , todos os termos convectivos terão ordem  $\mathcal{O}(\delta^*)$ . Se fizermos uma análise para o termo difusivo similar à efetuada para a equação na direção  $x$ , verificamos que a maior parcela deste termo é de ordem  $\mathcal{O}(\delta^*)$ . Agora, só nos resta obter a ordem de  $\partial p^*/\partial y^*$ . Como todos os outros termos nesta equação são, no máximo de ordem  $\mathcal{O}(\delta^*)$ ,  $\partial p^*/\partial y^*$  poderá também ter no máximo esta ordem, isto é

$$\frac{\partial p^*}{\partial y^*} \approx \mathcal{O}(\delta^*) \ll \mathcal{O}(1), \quad (26)$$

$$\therefore \frac{\partial p^*}{\partial y^*} \approx 0. \quad (27)$$

O resultado indicado nesta expressão tem um significado importantíssimo na análise da camada limite. A equação (27) indica que o gradiente de pressão normal à parede é desprezível, o que implica que  $p^* = p^*(x)$  apenas. O significado físico desta análise é que a pressão é “impressa” na camada limite pelo escoamento externo a ela. Dentro da camada limite a pressão não varia com  $y$ .

Com a consideração que  $p$  varia apenas com  $x$ , temos que  $\partial p^*/\partial x^* = dp^*/dx^*$ . Além disto, lembrando que esta pressão passa a ser “impressa” pelo escoamento externo na camada limite,  $p^*$  deixa de ser uma das incógnitas do nosso problema. As equações de Prandtl da camada limite são obtidas a partir das expressões (20), (21) e (22), desprezando-se os termos de segunda ordem, i.e.  $\mathcal{O}(\delta^*)$  e  $\mathcal{O}(\delta)^2$ ,

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (28)$$

e

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{dp}{dx^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}. \quad (29)$$

Na forma dimensional estas equações podem ser reescritas como

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (30)$$

e

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}. \quad (31)$$

A importância das equações de Prandtl reside no fato de que as mesmas nos permitirão obter o fluxo de vorticidade na região da esteira próxima da separação. Como veremos neste capítulo, este fluxo está diretamente relacionado à intensidade dos vórtices da esteira.

## 7. Influência da curvatura nas equações da camada limite

Com a exceção de corpos com cantos vivos e, conseqüentemente, com pontos de separação fixos, a grande maioria dos corpos rombudos apresenta uma parede curva. A questão que surge se refere até que ponto esta curvatura afeta as equações da camada limite. Para respondermos a esta pergunta, é conveniente definirmos um sistema de coordenadas orientado localmente com a parede do corpo. Neste sistema  $(s, n)$ , as curvas com  $n$  constante seguem a forma da fronteira do corpo, enquanto as curvas com  $s$  constante são localmente normais a esta fronteira. Chamamos de  $R_c$  o raio de curvatura da fronteira, sendo este positivo para o caso da parede ser externamente convexa e negativo no caso contrário.

Como podemos ver em Schlichting, 1979, as equações de Prandtl para a camada limite neste caso tornam-se

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial n} = 0, \quad (32)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial n^2}. \quad (33)$$

e

$$\frac{u^2}{R_c} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}. \quad (34)$$

Em relação às equações anteriormente obtidas para um sistema cartesiano, eqs. (30) e (31), podemos notar a existência de uma nova equação (34). Esta expressão nos indica que deve haver um gradiente radial de pressões para contrabalançar a componente da força centrífuga no escoamento ao longo de uma superfície curva. Analisando a ordem de grandeza de  $\Delta p$  na camada limite, verificamos que

$$\Delta p \approx \mathcal{O}(\rho U^2 \frac{\delta}{R_c}). \quad (35)$$

Este termo poderá ser desprezado se, e somente se,  $R_c \gg \delta$ . Quando isto ocorre,  $\Delta p \approx 0$  e as equações da camada limite têm exatamente a mesma forma daquelas obtidas anteriormente com  $\partial p / \partial s = dp / ds$ .

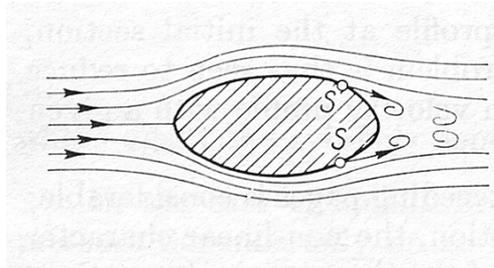


Figura 22: Esquema do escoamento ao redor de um corpo com ocorrência de separação, reproduzida de Schlichting, 1979.

## 8. Separação da camada limite

Quando o escoamento externo à camada limite possuir um gradiente de pressões adverso, isto é, quando  $dp/dx > 0$ , as partículas de fluido perdem energia cinética devido ao atrito e também devido a este gradiente. Esta condição adversa poderá provocar não apenas a anulação da velocidade, mas até mesmo uma inversão do sentido do fluxo. Quando isto ocorre, dizemos que ocorreu *separação*<sup>8</sup>.

Um esboço do escoamento ao redor de um corpo com a ocorrência de separação é apresentado na figura 22. Por sua vez, na figura 23, é esquematizada a forma das linhas de corrente e dos perfis de velocidade próximos do ponto de separação. Através de uma simples análise desta figura, verifica-se que no ponto de separação devemos ter

$$\left. \frac{du}{dy} \right|_{parede} = 0 . \quad (36)$$

Intuitivamente, é fácil entender a necessidade da existência de um gradiente adverso de pressões. No entanto, a prova analítica de que isto é necessário, mas não suficiente, será apresentada no final desta seção. O porquê desta condição ser necessária, mas não suficiente, pode ser entendido através da comparação do escoamento incidente sobre uma placa plana a  $90^\circ$  sem e com outra placa alinhada com o escoamento e posicionada na linha de simetria a montante da placa principal (veja figura 24 reproduzida de Schlichting, 1979). Quando temos apenas a placa principal, apesar do escoamento ao longo da linha de simetria em direção ao ponto de estagnação frontal possuir um elevado gradiente de pressão, o fenômeno de separação não ocorre nesta linha. Neste caso, quando nos referimos à separação, estamos nos referindo a um deslocamento das linhas de corrente em relação à linha em direção ao ponto de

<sup>8</sup>Na literatura de origem anglo-saxônica, o fenômeno é chamado de “separation”. Na literatura francesa é comum chamá-lo de “décollement”. Por este motivo, alguns livros escritos na língua portuguesa descrevem o mesmo como separação e outros como descolamento. Nesta monografia, seguiremos a literatura anglo-saxônica, isto é, utilizaremos o termo *separação*.

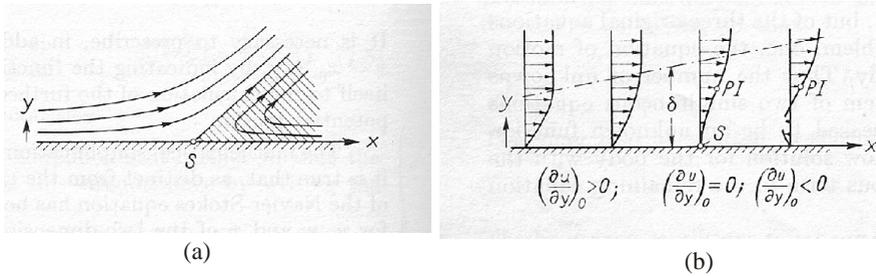


Figura 23: Detalhe do escoamento próximo ao ponto de separação, com (a) um esboço das linhas de corrente, e (b) perfil de velocidade e sua derivada, reproduzida de Schlichting, 1979.

estagnação. Quando posicionamos uma outra placa plana nesta linha de simetria, a existência do atrito, juntamente com o gradiente de pressão adverso, faz com que ocorra separação. Esta análise mostra que, além deste gradiente de pressão adverso, deve haver atrito para que o fenômeno de separação ocorra.

O que nos resta provar é a necessidade de que o gradiente seja adverso para que ocorra separação. Como foi visto no parágrafo anterior, esta é uma condição necessária, mas não suficiente. Nas figuras 25 e 26 são apresentados os perfis da velocidade, sua primeira e segunda derivada em relação a  $y$ , para os casos de um gradiente de pressões favorável ( $dp/dx < 0$ ) e adverso ( $dp/dx > 0$ ), respectivamente. O que devemos ter em mente analisando estas figuras são dois pontos fundamentais. O primeiro deles diz respeito ao sinal da segunda derivada da velocidade na parede. Inspeccionando a segunda equação de Prandtl, equação (31), quando temos  $y = 0$ , a condição de aderência faz com que

$$\frac{d^2 u}{dy^2} \Big|_{\text{parede}} = \frac{1}{\nu \rho} \frac{dp}{dx} = \mu \frac{dp}{dx} \quad (37)$$

na qual  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido.

Isto nos mostra que o sinal da curvatura do perfil na parede, ou seja, o sinal da segunda derivada da velocidade, é totalmente definido pelo gradiente da pressão. O segundo ponto que devemos observar é que, independente do gradiente, devemos ter no limite externo da camada limite uma curvatura negativa do perfil de velocidades. Esta curvatura deve tender a zero com  $y \rightarrow \infty$ . Isto ocorre em face da necessidade da camada limite tender assintoticamente para a solução do escoamento potencial externo a ela quando  $y \rightarrow \infty$ .

No caso do gradiente favorável de pressão, podemos observar que a segunda derivada da velocidade parte de um valor negativo, devido à  $dp/dx < 0$ , e tende monotonicamente para zero. Como ela varia monotonicamente, a curvatura do perfil de velocidades será sempre negativa e a primeira derivada tenderá também monotonicamente para zero, mas isto partindo de um valor positivo. Para esta condição de gradiente verificamos que nunca será possível,

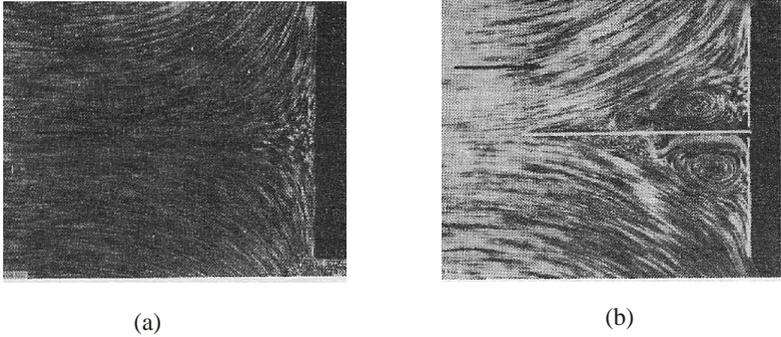


Figura 24: Escoamento incidente sobre uma placa plana a  $90^\circ$ , (a) sem e (b) com outra placa posicionada à frente da principal, reproduzida de Schlichting, 1979.

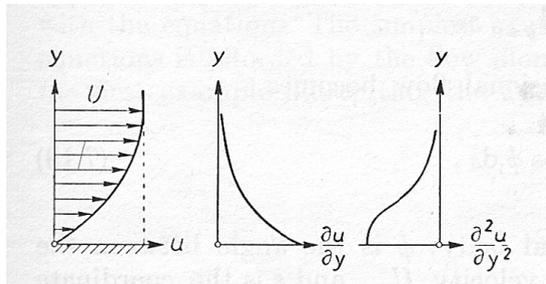


Figura 25: Perfil de velocidade, da sua primeira e segunda derivada em relação a  $y$ , para o caso de um gradiente favorável de pressão, reproduzida de Schlichting, 1979.

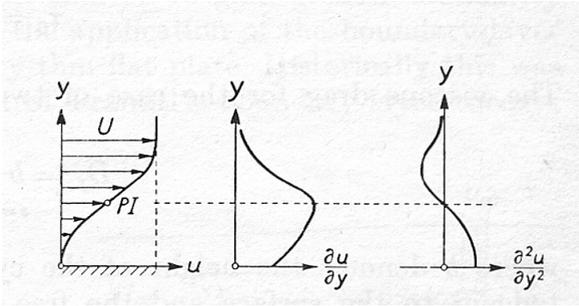


Figura 26: Perfil de velocidade, da sua primeira e segunda derivada em relação a  $y$ , para o caso de um gradiente adverso de pressão, reproduzida de Schlichting, 1979.

ao menos em regime permanente, que a primeira derivada da velocidade seja zero na parede, isto é, que tenhamos separação.

No entanto, quando temos um gradiente adverso de pressão podemos observar que a segunda derivada da velocidade parte, neste caso, de um valor positivo e em algum ponto na camada limite cruza o eixo  $y$ . Fica então negativa até um valor máximo em módulo e, a seguir, tende assintoticamente para o valor zero, como era de se esperar. O ponto em que  $du^2/dy^2 = 0$  corresponde ao ponto de máximo de  $du/dy$ , isto é, corresponde a uma inflexão do perfil de velocidade. A existência deste ponto e, conseqüentemente, do máximo para  $du/dy$ , é que permite que exista a possibilidade de um valor de  $du/dy = 0$  na parede, ou seja, a possibilidade de separação. Como no caso anterior isto não era possível, podemos deduzir que a única possibilidade de ocorrência de separação é com um gradiente de pressão adverso.

## 9. Vorticidade e circulação

Segundo o modelo de Gerrard apresentado em uma das seções anteriores, os vórtices na esteira são formados devido ao fluxo de circulação que ocorre próximo ao ponto de separação. Por este motivo, é muito importante para nós analisarmos o que ocorre com a vorticidade e circulação na região da camada limite. Vorticidade é definida como sendo

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} . \quad (38)$$

A equação completa de transporte da vorticidade é obtida derivando a equação de Navier-Stokes na direção  $y$  em relação a  $x$  e subtraindo desta a equação de Navier-Stokes na direção  $x$  derivada em relação a  $y$ . A equação resultante não depende da pressão e, utilizando a definição de vorticidade, pode ser escrita como

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 \vec{\omega}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{\omega}}{\partial y^2} \right) . \quad (39)$$

No caso de uma camada limite bidimensional, a componente  $z$  da vorticidade<sup>9</sup> é

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} . \quad (40)$$

Admitindo-se uma fina camada cisalhante, hipótese que pode ser aplicada à camada limite, temos que

$$\omega_z = \frac{\partial u}{\partial y} \gg \frac{\partial v}{\partial x} . \quad (41)$$

A vorticidade, na camada limite, é então

$$\omega_z = -\frac{\partial u}{\partial y} . \quad (42)$$

A vorticidade está relacionada com a circulação  $\Gamma$  através do teorema de Stokes

$$\Gamma = \oint \vec{V} \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{V})_z dx dy = \int \omega_z dx dy . \quad (43)$$

Reescrevendo a expressão (37) em termos da vorticidade, obtemos na parede

$$\frac{d^2 u}{dy^2} \Big|_{parede} = -\frac{\partial \omega_z}{\partial y} \Big|_{parede} = \mu \frac{dp}{dx} . \quad (44)$$

Vamos agora analisar o que ocorre com a vorticidade na camada limite próxima à região de separação do escoamento. Na figura 25 é apresentado o perfil de velocidade e da vorticidade ( $\omega_z$ ) nesta região. Na parede, a vorticidade é a derivada da velocidade em relação a normal à superfície. Podemos ver que na região imediatamente após a separação, a vorticidade é gerada com sinal oposto em relação àquela imediatamente anterior a ela. Na separação, temos que

$$\omega_z \Big|_{parede} = 0 . \quad (45)$$

No caso de escoamento em regime permanente, a expressão 39 é rescrita como

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \omega_z = \nu \nabla^2 \omega_z . \quad (46)$$

A vorticidade, neste caso, é governada por esta equação e nos indica que a convecção de vorticidade deve igualar-se à difusão. A vorticidade criada na parede deve então ser difundida na camada limite e, a seguir, convectada.

Com a definição de  $\omega$ , podemos verificar que o módulo da vorticidade total por comprimento unitário de camada limite é

$$-\int_0^\delta \omega_z dy = \int_0^\delta \frac{du}{dy} dy = U_S , \quad (47)$$

<sup>9</sup>Nesta monografia convencionou-se como sendo positiva uma vorticidade no sentido anti-horário.

onde  $U_S$  é a velocidade do escoamento na extremidade da camada limite próxima do ponto de separação, isto é, a velocidade do escoamento potencial na vizinhança do descolamento.

Esta vorticidade total é igual à circulação por comprimento unitário na camada limite

$$\frac{d\Gamma}{dx} = U_S . \quad (48)$$

A taxa de fluxo de vorticidade em um elemento  $dy$  na camada limite é

$$-u\omega_z dy . \quad (49)$$

Integrando este termo, obtemos a taxa total de fluxo de vorticidade

$$\int_0^\delta u \frac{du}{dy} dy = \frac{U_S^2}{2} , \quad (50)$$

a qual é equivalente à taxa de fluxo de circulação

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{U_S^2}{2} . \quad (51)$$

A taxa de variação do fluxo de vorticidade ou de  $d\Gamma/dt$  em relação a  $x$  é dada por

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{U_S^2}{2} \right) = U_S \frac{dU_S}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} . \quad (52)$$

Esta última expressão nos mostra que a vorticidade é introduzida pela parede no escoamento na camada limite quanto o gradiente de pressão é favorável ( $dp/dx < 0$ ). Quando o gradiente de pressão é adverso ( $dp/dx > 0$ ), vorticidade é retirada da camada limite pela parede. No caso de uma placa plana alinhada com o escoamento, o gradiente de pressão é nulo ( $dp/dx = 0$ ). Neste caso toda a vorticidade é gerada no bordo de ataque e, a seguir, é difundida e convectada na camada limite.

## 10. Fluxo de circulação e o mecanismo de formação de vórtices

Anteriormente, foi apresentado o modelo de Gerrard do processo de formação e desprendimento de vórtices na esteira de um cilindro. Nesta seção será apresentada a relação entre a taxa de fluxo total de vorticidade na região próxima à separação e a parcela de circulação que efetivamente sobrevive ao processo de formação.

O modelo de Gerrard envolve a interação entre as duas camadas cisalhantes, camadas estas com vorticidade de sinais opostos. Devido a este fato, torna-se claro que durante o processo de geração uma parcela de circulação que é injetada na esteira, na região da separação da camada limite, é destruída ou cancelada. Uma medição da circulação na esteira deverá indicar um valor de circulação total menor que aquele calculado pela expressão 51.

Experimentalmente, é de praxe obter uma estimativa da velocidade  $U_S$  através de uma medição da pressão na base do cilindro. Resultados experimentais indicam que, após a separação, a pressão é aproximadamente constante<sup>10</sup>. A velocidade  $U_S$  pode ser expressa em relação à velocidade ao longe, utilizando-se um coeficiente  $k$  positivo

$$U_S = kU_\infty . \quad (53)$$

O coeficiente de pressão  $c_p$  é definido como sendo

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} . \quad (54)$$

Se aplicarmos a equação de Bernoulli entre um ponto ao longe e o ponto próximo ao descolamento, no qual a velocidade é  $U_S$ , e utilizando a expressão 53, obtemos

$$\frac{p_c}{\rho} - \frac{p_\infty}{\rho} = \frac{U_\infty^2}{2} - \frac{k^2 U_\infty^2}{2}$$

ou

$$\frac{p_c}{\rho} - \frac{p_\infty}{\rho} = \frac{U_\infty^2}{2} (1 - k^2) , \quad (55)$$

a qual, rearranjada e utilizando a definição de  $c_p$ , nos fornece

$$c_p = \frac{p_c - p_\infty}{\frac{\rho U_\infty^2}{2}} = 1 - k^2 \quad (56)$$

Com o valor medido da pressão na base do cilindro, obtemos  $k$  e, conseqüentemente, o valor da velocidade  $U_S$ .

O fluxo de circulação injetado na esteira em um lado do corpo, utilizando a expressão 51, é dado por

$$\left( \frac{d\Gamma}{dt} \right)_{corpo} = \frac{1}{2} k^2 U_\infty^2 . \quad (57)$$

A velocidade  $U_S$  e, conseqüentemente,  $kU_\infty$ , são admitidas constantes. Sabemos que para um cilindro o ponto de separação não é fixo, isto é, há uma flutuação do ponto de separação ao redor de um valor médio. Devido a este fato, a velocidade  $U_S$  é também transitória. No entanto, estamos admitindo que a parcela de flutuação desta velocidade é muito menor que a parcela média da mesma, i.e.

$$U_S = \overline{U_S} + u'_S \approx \overline{U_S} . \quad (58)$$

Na equação 51 é assumido que não existe circulação secundária sendo gerada após a separação na região próxima a base do cilindro. Na prática, a circulação primária é muito maior do que a circulação secundária que possa vir a ocorrer.

<sup>10</sup>Veja em Schlichting, 1979

Na região da esteira, a taxa de circulação associada com uma linha de vórtices convec-tada para jusante, pode ser relacionada com a intensidade do vórtice através da expressão

$$\left(\frac{d\Gamma}{dt}\right)_{esteira} = f_S \Gamma, \quad (59)$$

onde  $f_S$  é a frequência de geração de vórtices.

Como na região de formação, parte da vorticidade é cancelada temos que

$$\left(\frac{d\Gamma}{dt}\right)_{esteira} \neq \left(\frac{d\Gamma}{dt}\right)_{corpo}. \quad (60)$$

Utilizando o modelo de distribuição de vórtices na esteira de von Kármán, a circulação é

$$\Gamma = \frac{2aU_V}{\tanh \frac{\pi b}{a}}, \quad (61)$$

onde  $U_V$  representa a velocidade induzida pela distribuição de vórtices ideais de von Kármán na mesma,  $a$  e  $b$  são os espaçamentos longitudinal e transversal dos vórtices, respectiva-mente.

Mas, a velocidade efetiva de convecção dos vórtices, ( $U_N$ ), é

$$U_N = U_\infty - U_V \quad (62)$$

e a relação entre esta velocidade e a frequência de geração e desprendimento de vórtices é dada pela expressão

$$f_S = \frac{U_N}{a}. \quad (63)$$

Então, a expressão 61 torna-se

$$\left(\frac{d\Gamma}{dt}\right)_{esteira} = \frac{2U_N(U_\infty - U_N)}{\tanh \frac{\pi b}{a}}. \quad (64)$$

Definindo  $\beta$  como sendo a fração da vorticidade original injetada na esteira a partir de um lado do corpo que sobrevive ao processo de formação e é encontrada na esteira, temos que

$$\beta = \frac{\left(\frac{d\Gamma}{dt}\right)_{esteira}}{\left(\frac{d\Gamma}{dt}\right)_{corpo}} = \frac{4 \frac{U_N}{U_{infly}} \left(1 - \frac{U_N}{U_\infty}\right)}{k^2 \tanh \frac{\pi b}{a}}. \quad (65)$$

Tomando como exemplo o caso do escoamento ao redor de um cilindro com  $Re = 5 \times 10^4$ , resultados experimentais obtidos por Roshko, 1954a, nos fornecem que

$$\frac{U_N}{U_\infty} \approx 0.8, \quad (66)$$

$$(c_p)_{\text{corpo}} \approx -1 . \quad (67)$$

Com estes valores e admitindo que  $a/b = 0.281$ , i.e. utilizando o valor obtido por von Kármán para que a esteira seja estável, o valor de  $\beta$  encontrado por Roshko é

$$\beta \approx 0.43 . \quad (68)$$

Isto nos mostra que somente metade da vorticidade gerada pelo corpo sobrevive ao processo de formação. O restante é cancelado durante a interação entre as duas camadas cisalhantes, fato este que está em total acordo com o modelo de Gerrard.

Com uma análise similar e medidas de velocidade de esteira mais precisas, Bloor and Gerrard, 1966, obtiveram um valor para  $\beta$  inferior ao obtido por Roshko. Bloor e Gerrard encontram valores na faixa de 0.2 a 0.3, dependendo do valor de  $Re$ . Para um corpo com a forma de um  $D$  invertido Davies, 1976, estimou o valor de  $\beta \simeq 0.26$ .

## 11. O escoamento com separação ao redor de um corpo com bordo de fuga com cantos vivos

Como exemplo da utilização do modelo visto anteriormente, nesta seção é apresentada uma modelagem do escoamento ao redor de um corpo semi-infinito com bordo de fuga com dois cantos vivos<sup>11</sup> utilizando o método de vórtices discretos. Neste modelo, desenvolvido por Clements, 1973, e alterado por Meneghini, 1993, modela-se o fluxo de vorticidade que alimenta a esteira através da equação 51. A velocidade próxima da separação ( $U_S$ ) é obtida através da solução do escoamento potencial. O modelo é invíscido e considera um escoamento iniciado impulsivamente. O movimento das camadas cisalhantes é simulado considerando as velocidades de uma distribuição de vórtices discretos. A evolução temporal destes vórtices é calculada através da teoria potencial e de uma transformação de Shawarz-Christoffel da seção transversal do corpo.

O modelo é conceitualmente simples. No entanto, muito dos conceitos do fenômeno de geração de vórtices estão presentes no mesmo. Com este modelo é possível calcular o número de Strouhal com uma boa precisão e obter uma imagem da formação dos vórtices na esteira.

O método é baseado na teoria potencial e transformação conforme. Inicialmente, uma transformação de Schawarz-Christoffel é aplicada de forma a mapear a região retangular semi-infinita, que pode ser vista na figura 27a, no plano semi-infinito apresentado na figura 27b. Esta transformação é representada pela expressão

$$z = \frac{2\iota s}{\pi} \left[ \iota \log \left( \iota \Omega + \sqrt{1 - \Omega^2} \right) - \Omega \sqrt{1 - \Omega^2} \right] , \quad (69)$$

onde  $z = x + iy$ ,  $\Omega = \zeta + i\eta$  e  $\iota = \sqrt{-1}$ .

---

<sup>11</sup>“Blunt trailing edge”.

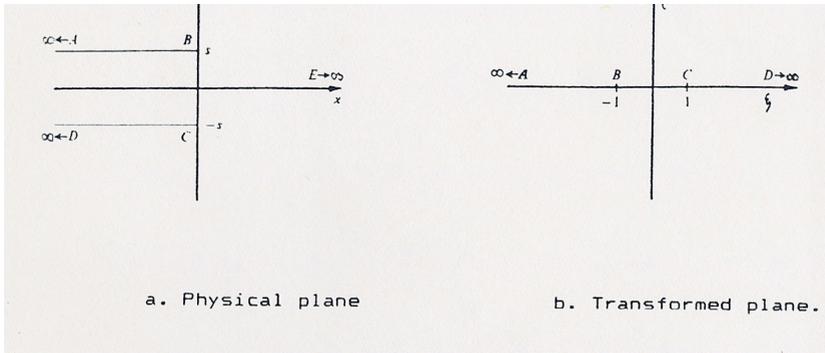


Figura 27: Seção retangular semi-infinita, reproduzida de Clements, 1973.

Da teoria do escoamento potencial sabemos que o potencial complexo é

$$\Phi = \phi + i\psi, \quad (70)$$

onde  $\nabla\Phi = u(z) - w(z)$  (velocidade complexa) e  $\psi$  (função linha de corrente) representa um invariante da transformação. Devido a este fato, as intensidades dos vórtices são também invariantes. Com esta consideração conclui-se que os vórtices discretos no plano  $z$  (plano físico) terão a mesma intensidade no plano transformado após ter sido aplicado o mapeamento. O escoamento é inteiramente determinado a partir da distribuição de vórtices discretos. Como pode ser visto na seção anterior, equação 51, a taxa na qual estes vórtices são introduzidos no escoamento é, calculada através de

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{U_s^2}{2}, \quad (71)$$

onde  $U_s$  representa a velocidade na extremidade superior da camada limite próxima do ponto de separação. Neste modelo os vórtices são introduzidos em pontos fixos nas vizinhanças dos cantos vivos do corpo. Após terem sido criados, o movimento de um vórtice discreto particular é calculado considerando-se a velocidade induzida por todos os outros mais a velocidade potencial do escoamento não-perturbado. A velocidade é calculada utilizando-se a expressão dada pela teoria do escoamento potencial

$$u(z) - w(z) = \frac{d\Phi}{dz} = \frac{d\Phi}{d\Omega} \frac{d\Omega}{dz}. \quad (72)$$

Neste caso, o potencial complexo deve incluir a velocidade induzida pelos vórtices e aquela do escoamento potencial não perturbado. Todos os pontos nos quais se deseja calcular a velocidade são singularidades. Isto ocorre devido ao fato da velocidade ser calculada

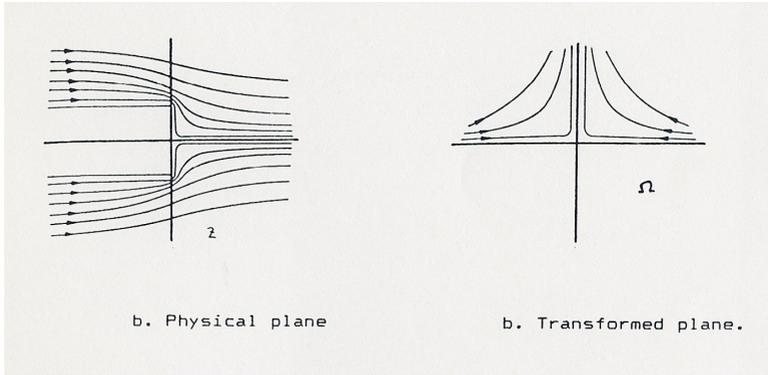


Figura 28: Escoamento potencial não perturbado, reproduzido de Clements, 1973.

exatamente na posição onde o vórtice está, i.e. na posição onde o potencial é infinito. Devido a isto, quando fazemos a transformação, devemos considerar a correção de Routh (veja detalhes em Milne-Thomson, 1968). Com estas considerações, ao invés de se utilizar diretamente a expressão 72, a velocidade induzida em um vórtice discreto localizado no ponto  $z_{(i)}$  é calculada utilizando a seguinte expressão

$$\left. \frac{d\Phi(z)}{dz} \right|_{z_{(i)}} = \left. \frac{d\Phi}{d\Omega} \right|_{\lambda_{(i)}} \left. \frac{d\Omega}{dz} \right|_{z_{(i)}} - \frac{i\Gamma_{(i)}}{2\pi} \frac{f''(z_{(i)})}{2f'(z_{(i)})}, \quad (73)$$

onde  $\Omega = f(z) = f(z_{(i)}) + (z - z_{(i)})f'(z_{(i)}) + O(z - z_{(i)})^2 + \dots$ .

É necessário que sejam introduzidos vórtices-imagens no plano transformado de forma a forçar uma velocidade normal nula na parede. Com isto em mente, o potencial complexo que deve ser considerado na equação 73 é aquele devido a uma distribuição de vórtices discretos com intensidade  $\Gamma_{(i)}$ , localizados em  $\Omega_{(i)}$ , e suas imagens  $-\Gamma_{(i)}$ , localizadas em  $\overline{\Omega_{(i)}}$  (complexo conjugado), adicionados ao escoamento potencial não perturbado. Estas três contribuições ao potencial complexo são chamadas de  $\Gamma_{(1)}$ ,  $\Gamma_{(2)}$  e  $\Gamma_{(3)}$ , respectivamente.

O potencial em  $\Gamma_{(i)}$  devido a uma distribuição de  $n$  vórtices discretos é

$$\Phi_{(1)} = \sum_{j=1, j \neq i}^{n_v} \frac{i\Gamma_{(j)}}{2\pi} \ln(\Omega_{(i)} - \Omega_{(j)}). \quad (74)$$

O potencial devido às imagens destes vórtices é

$$\Phi_{(2)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_v} \frac{i\Gamma_{(j)}}{2\pi} \ln(\Omega_{(i)} - \overline{\Omega_{(j)}}). \quad (75)$$

E, finalmente, o potencial devido a um escoamento potencial não perturbado, conforme pode ser visto na figura 28 reproduzida de Clements, 1973, é calculado através de

$$\Phi_{(3)} = -\frac{2sU}{\pi}\Omega^2. \quad (76)$$

Substituindo as equações (74), (75) e (76) em (73) e considerando (72), a velocidade no plano físico induzida por um vórtice discreto  $i$ , localizado em  $\Omega_{(i)}$ , é determinada através de

$$u_{(i)} - v_{(i)} = \left( -\sum_{j=1, j \neq i}^{n_v} \frac{\nu\Gamma_{(j)}}{2\pi} \frac{1}{\Omega_{(i)} - \Omega_{(j)}} + \sum_{j=1, j \neq i}^{n_v} \frac{\nu\Gamma_{(j)}}{2\pi} \frac{1}{\Omega_{(i)} - \bar{\Omega}_{(j)}} + \frac{4sU}{\pi} \Omega_{(i)} \right) \frac{\nu\pi}{4s\sqrt{1 - \Omega_{(i)}^2}} - \frac{\nu\Gamma_{(i)}}{2\pi} \frac{\nu\pi\Omega_{(i)}}{8s(1 - \Omega_{(i)}^2)^{3/2}}. \quad (77)$$

Clements, 1973, adicionou à expressão 11 uma perturbação senoidal nos primeiros passos de cálculo. Este procedimento foi utilizado para acelerar o início da geração de vórtices. Após um curto intervalo de tempo, a perturbação era retirada do cálculo e o desprendimento de vórtices era naturalmente simulado através do seu modelo. Os vórtices eram então conectados considerando as velocidades avaliadas através da expressão 11 e um esquema de segunda ordem, o qual considerava a aceleração de cada vórtice,

$$x_{(i)}^{(t+\Delta t)} = x_{(i)}^{(t)} + \left( 1.5u_{(i)}^{(t)} - 0.5u_{(i)}^{(t-\Delta t)} \right) \Delta t, \quad (78)$$

$$y_{(i)}^{(t+\Delta t)} = y_{(i)}^{(t)} + \left( 1.5v_{(i)}^{(t)} - 0.5v_{(i)}^{(t-\Delta t)} \right) \Delta t. \quad (79)$$

No algoritmo de Clements, 1973, todas as velocidades são avaliadas no plano físico através do uso da expressão 11. Os vórtices são então convectados utilizando-se as equações (78) e (79). O problema que surge seguindo este procedimento é que se torna necessária a obtenção da relação inversa de  $z$ , i.e.  $\Omega = f(z)$ . Considerando que isto é analiticamente impossível, Clements, 1973, utilizou um procedimento iterativo para se calcular  $\Omega$  para um dado  $z$ . Isto pode ser feito numericamente através de um procedimento de procura de raízes de uma equação complexa. A utilização de um procedimento como este acarreta um aumento considerável do tempo computacional para a simulação, fazendo com que o algoritmo perca eficiência.

Com isto em mente, Meneghini, 1993, propôs algumas alterações no algoritmo original de Clements. Ao invés de calcular as velocidades no plano físico, em Meneghini todas as velocidades foram calculadas no plano transformado. Com este procedimento, os vórtices são convectados no plano transformado. Seguindo este caminho, não é necessário utilizar-se de nenhum procedimento adicional para cálculo iterativo de  $\Omega = f(z)$ . Como todos os cálculos são efetuados no plano transformado, as posições dos vórtices discretos em cada instante de tempo são avaliadas e, a partir destas, as posições no plano físico são calculadas

diretamente através da expressão 69. A expressão para cálculo das velocidades no espaço transformado são obtidas considerando que

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \overline{\left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)}, \quad (80)$$

onde a barra indica o complexo conjugado. Esta expressão pode ser reescrita como

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = u_{\Omega(i)} - v_{\Omega(i)} = \overline{\left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)} \frac{\partial \Omega}{\partial z} = \overline{\left( \frac{\partial \Phi}{\partial \Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)} \frac{\partial \Omega}{\partial z}. \quad (81)$$

O termo do lado direito da expressão é o Jacobiano da transformação. Esta equação nos fornece a velocidade de um vórtice discreto no espaço transformado. Cada um dos termos desta equação podem ser avaliados através da definição da transformação, eq. (69),

$$\begin{aligned} u_{\Omega(i)} - v_{\Omega(i)} = & \left( - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_v} \frac{i\Gamma(j)}{32s^2} \frac{\pi}{(\Omega(i) - \Omega(j))} + \right. \\ & \sum_{j=1, j \neq i}^{N_v} \frac{i\Gamma(j)}{32s^2} \frac{\pi}{(\Omega(i) - \overline{\Omega(j)})} + \frac{U\pi}{4s} \Omega(i) + \\ & \left. \frac{i\Gamma(i)\Omega(i)}{64s^2} \frac{\pi}{(1 - \Omega(i)^2)} \right) \frac{1}{(1 - \Omega(i)^2)} \end{aligned} \quad (82)$$

A posição de um vórtice  $i$  no instante de tempo  $t + \delta t$  é calculada através de

$$\xi_{(i)}^{(t+\Delta t)} = \xi_{(i)}^{(t)} + \left( 1.5u_{\Omega(i)}^{(t)} - 0.5v_{\Omega(i)}^{(t-\Delta t)} \right) \Delta t, \quad (83)$$

$$\eta_{(i)}^{(t+\Delta t)} = \eta_{(i)}^{(t)} + \left( 1.5v_{\Omega(i)}^{(t)} - 0.5u_{\Omega(i)}^{(t-\Delta t)} \right) \Delta t. \quad (84)$$

A partir das novas posições no espaço transformado, obtidas através das equações (83) e (84), as posições no plano físico são calculadas através da equação (69).

Na figura 29, reproduzida de Meneghini, 1993, são apresentadas as esteiras para quatro instantes de tempo sucessivos. Analisando os resultados desta figura é possível obter um quadro do processo de formação dos vórtices na parte de trás do corpo. O número de Strouhal ( $St$ ), para o caso do corpo com cantos vivos no bordo de fuga, é definido através de

$$St = \frac{f_s s}{U}, \quad (85)$$

onde  $f_s$  representa a frequência de geração de vórtices,  $s$  é o comprimento característico (altura do corpo) e  $U$  a velocidade do escoamento ao longe. A frequência pode ser determinada analisando a oscilação da velocidade em um ponto próximo ao ponto de separação do escoamento. Definindo o tempo adimensional  $\bar{t}$  através de

$$\bar{t} = \frac{Ut}{s}, \quad (86)$$

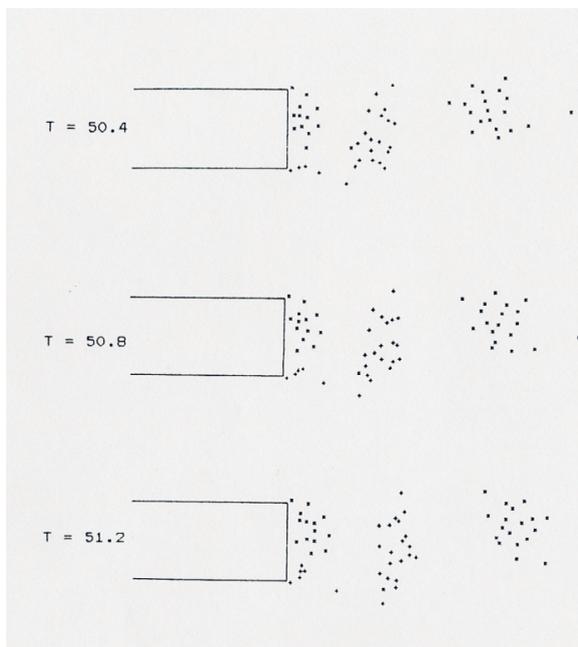


Figura 29: Resultados das simulações do escoamento ao redor de um corpo com bordo de fuga com contos vivos, reproduzido de Meneghini, 1993.

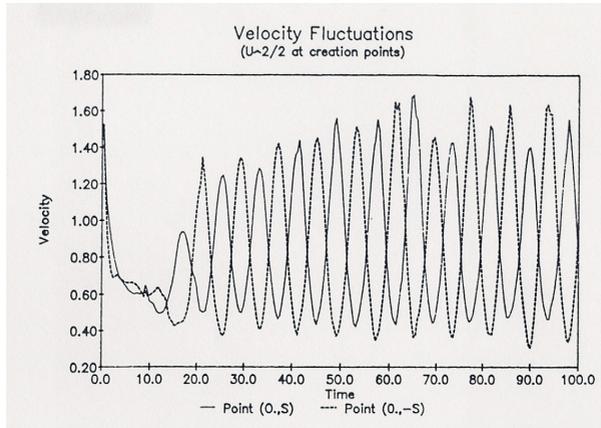


Figura 30: Flutuações de  $d\Gamma/dt$  no ponto de separação. Resultados utilizados para avaliação do número de Strouhal, reproduzido de Meneghini, 1993.

a expressão para avaliar o número de Strouhal é

$$St = \frac{1}{T^*}, \quad (87)$$

onde  $T^*$  representa o período adimensional da flutuação de velocidade no ponto medido. As flutuações de velocidade no ponto onde os vórtices são gerados são apresentadas na figura 30.

A partir destes resultados é possível avaliar o valor do número de Strouhal como sendo aproximadamente igual a 0,25. Este valor é muito próximo daquele obtido experimentalmente por Bearman, 1965, i.e.  $St = 0,24$ . Com esta análise, verifica-se que a avaliação da taxa de geração de vórtices através da expressão  $d\Gamma/dt = U_s^2/2$  é muito precisa e constitui-se em uma forma relativamente simples de estimar a intensidade dos vórtices gerados. O cancelamento de parte da circulação durante o processo de geração (veja definição do coeficiente  $\beta$  da equação 65) ocorre, neste caso, devido a uma “mistura” de vórtices discretos com sinais opostos. Esta “mistura” provoca, em última instância, uma diminuição da circulação do vórtice após o processo de formação do mesmo. Este ponto será novamente discutido na seção na qual é investigado o escoamento ao redor de um cilindro.

## 12. Estabilidade Hidrodinâmica

Nas seções anteriores vimos que, acima de um valor crítico do número de Reynolds, instabilidades fazem com que o escoamento ao redor de um corpo rombudo torne-se instável. Isto, em última instância, acaba por causar o fenômeno de geração e desprendimento de

vórtices. Conceitos de estabilidade hidrodinâmica nos fornecem o arcabouço teórico para a compreensão do mecanismo de instabilidade que leva à formação destes vórtices neste escoamento. Nesta seção será apresentado apenas um panorama desta teoria. Os detalhes da mesma serão desenvolvidos no sexto capítulo, juntamente com algumas novas idéias apresentadas em Aranha et al., 2002.

O principal objetivo de uma análise de estabilidade hidrodinâmica é definir as características do escoamento em termos de suas propriedades de instabilidades locais e globais. Como instabilidade local, referimo-nos às possíveis instabilidades do perfil local de velocidades, enquanto que o termo global refere-se à instabilidade do escoamento como um todo. Se nos concentrarmos em uma análise local, é possível caracterizar o perfil de velocidades em duas classes distintas: instabilidade convectiva ou absoluta. Como foi exposto por Huerre and Monkewitz, 1990, um dos objetivos principais dos esforços tem sido estabelecer uma relação entre instabilidades locais e globais. Um objetivo particular é descobrir se a existência de uma região de instabilidade local implica que todo o escoamento sustente modos temporais de instabilidade global.

A noção de instabilidade convectiva e absoluta tem sido estudada em física de plasmas desde os anos 50. Landau and Lifshitz, 1987, e muitos outros físicos desenvolveram estudos no assunto e contribuíram para o aperfeiçoamento das bases teóricas destas noções. Na física de plasmas o principal interesse é estudar aspectos fundamentais de instabilidades e possíveis formas de controlá-las, fazendo com que o meio torne-se estável. Aplicações da teoria de estabilidade hidrodinâmica no estudo do fenômeno da geração de vórtices, podem ser encontradas no excelente artigo de Huerre e Huerre and Monkewitz, 1990.

As características de estabilidade de um meio podem ser estudadas considerando a resposta deste a um pulso de perturbação localizada. Fisicamente, sua evolução no tempo pode desenvolver-se de três modos diferentes. Estas formas de evolução podem ser vistas na Figura 31, na qual é mostrada a evolução de um pulso unidimensional ao longo do tempo. Se o pulso decair em todo o espaço até que ele desapareça totalmente, o escoamento é considerado estável, como pode ser visto na figura 31c. Para a segunda forma possível de evolução (Figura 31b), a qual é comumente chamada de instabilidade convectiva, o pulso cresce e se propaga para longe da sua origem de forma que, eventualmente, em um ponto fixo no espaço a perturbação decaia com o tempo. Para este caso, a perturbação localizada é convectada para longe da origem. No terceiro tipo, a chamada instabilidade absoluta (31a), o pulso cresce e passa a englobar cada vez mais espaço e, em um certo instante, a perturbação estará crescendo com o tempo em todos os pontos. Perturbações espalham-se para montante e jusante contaminando todo o escoamento.

Matematicamente, as características de estabilidade de um escoamento não são facilmente estabelecidas. Como pode ser visto em Schlichting, 1979, a teoria clássica linear de estabilidade de escoamentos cisalhantes paralelos refere-se ao desenvolvimento no espaço  $(x, y)$  e tempo  $(t)$  de perturbações infinitesimais ao redor de um escoamento paralelo  $U(y)$ . O perfil de velocidade é assumido independente de  $x$ , mas pode variar em função de um parâmetro de controle, como por exemplo  $Re$ . Assumindo que a perturbação seja bidimensional, é possível definir uma função de corrente  $\psi(x, y, t)$  e então as flutuações são decompostas

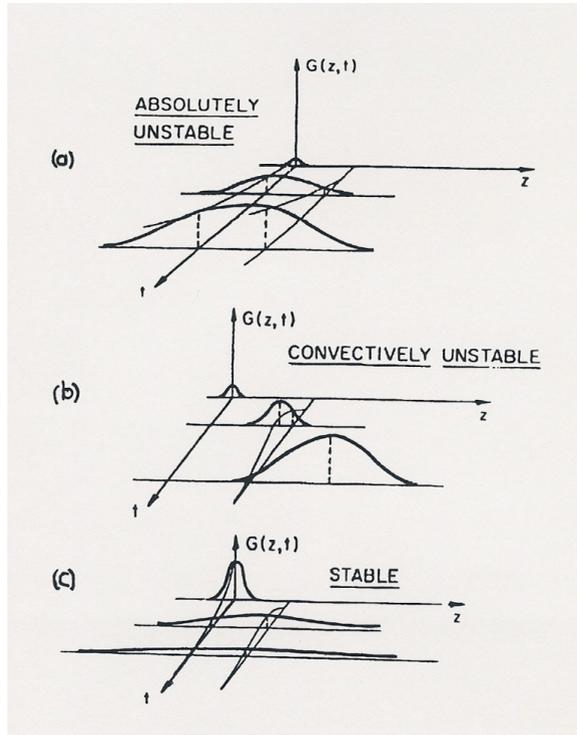


Figura 31: Evolução temporal e espacial de um pulso de perturbação localizada, reproduzida de Bears, 1983.

em ondas de instabilidade elementares

$$\psi(x, y, t) = \phi(y)e^{i(k_w x - \omega_w t)}, \quad (88)$$

com um número de onda complexo  $k_w$  e uma frequência complexa  $\omega_w$ . Introduzindo este valor de  $\psi$  nas equações linearizadas do movimento, obtemos a seguinte equação diferencial ordinária de quarta ordem para a distribuição transversal  $\phi(y)$

$$\left[ \frac{d^2}{dy^2} - k_w^2 - \frac{U(y)''}{U(y) - c} \right] \phi = - \frac{i}{k_w Re(U(y) - c)} \left[ \frac{d^4}{dy^4} - 2k_w^2 \frac{d^2}{dy^2} + k_w^4 \right] \phi, \quad (89)$$

onde  $c = \omega_w/k_w$ . A equação (89) é chamada na literatura de equação de Orr-Sommerfeld, representando a equação diferencial fundamental para a perturbação. Para o caso invíscido, esta equação é simplificada para

$$\mathcal{R}[\phi] = \left[ \frac{d^2}{dy^2} - k_w^2 - \frac{U(y)''}{U(y) - c} \right] \phi = 0. \quad (90)$$

Esta última expressão é conhecida como equação de Rayleigh e a notação  $\mathcal{R}[\phi]$  representa o operador diferencial que é aplicado em  $\phi$ . Se considerarmos condições de contorno apropriadas, somos levados a um problema de autovalores onde as autofunções  $\phi(y)$  existem apenas se  $\omega_w$  e  $k_w$  satisfazem uma relação de dispersão na forma

$$D[\omega_w, k_w] = 0. \quad (91)$$

Triantafyllou et al., 1986, analisou o problema de estabilidade linear da esteira de um cilindro. Utilizando perfis de velocidade média obtidos experimentalmente para  $Re = 56$ , eles mostraram que existe uma região de instabilidade absoluta que corresponde aproximadamente em tamanho à região de formação dos vórtices. Para obter a relação de dispersão, a equação de Rayleigh, equação 90, é resolvida numericamente como um problema de autovalor fornecendo o valor de  $\omega_w$  para cada valor de  $k_w$ . É possível mostrar que  $\psi$  pode ser uma função par ou ímpar de  $y$ . A parte par da função de perturbação causa uma distribuição de vórtices intercalada, a qual corresponde à esteira de von Kármán e foi chamada de *modo senoidal* por Monkewitz and Nguyen, 1984. A parte ímpar, por sua vez, representa uma distribuição simétrica de vórtices e foi chamada de *modo varicose*. As raízes da relação de dispersão nos fornecem os pontos críticos ou singularidades da função de Green e frequência real correspondente a  $\omega_r$ , os quais indicam o valor da mais provável frequência da instabilidade física do problema em análise.

Como pode ser visto em Triantafyllou et al., 1986, para o valor  $x/D = 2.0$  a análise de estabilidade do perfil de velocidades, considerando a parte par de  $\psi$ , nos fornece um ponto crítico na frequência de  $\omega_r = 0.82$ , onde  $\omega_r$  é a parte real de  $\omega_w$  e corresponde a um número de Strouhal  $St = 0.13$ . Este resultado é muito próximo ao resultado obtido experimentalmente por Roshko, 1954b. Para  $x/D > 3.5$ , todos os perfis de velocidade mostram a existência apenas de instabilidades convectivas. A análise de estabilidade do modo simétrico de  $\psi$  resulta em instabilidade convectiva para ambos os casos e, por esta razão, a instabilidade do modo par de  $\psi$  prevalece. Este fato está em total acordo com a observação experimental que a esteira de von Kármán é sempre anti-simétrica. Para o caso de  $Re = 140\,000$ ,

a mesma análise mostra que, para  $x/D = 1.0$ , uma instabilidade absoluta está presente e, para  $x/D > 2.0$ , apenas instabilidade convectiva existe. Isto mostra que para esta faixa de  $Re$  ocorre uma diminuição da região de formação dos vórtices. Um valor de  $\omega_r = 1.3$  é obtido para o ponto crítico, o que corresponde a um número de Strouhal  $St = 0.21$ , valor este que tem uma concordância excelente com o resultado experimental de aproximadamente 0.2 obtido por Roshko, 1961.

A utilização de propriedades locais e a restrição imposta pela utilização da hipótese de perfis paralelos de velocidades no estudo de estabilidade do escoamento são muito sujeitas a críticas. O conceito de *estabilidade global* aparece qualitativamente para levar em conta as propriedades globais de estabilidade ao invés de apenas utilizar-se das propriedades locais. Com estes conceitos em mente, Triantafyllou et al., 1986, e Monkewitz, 1988, estudaram as características de estabilidade de uma família de perfis da esteira de corpos rombudos com escoamento nas vizinhanças do número de Reynolds crítico, no qual se dá início ao fenômeno de geração de vórtices. Uma comparação deste estudo com dados experimentais mostra que, na esteira de um corpo rombudo, a região de instabilidade absoluta começa a se formar para um número de Reynolds menor que o valor crítico. Quando o fenômeno de geração de vórtices tem início, isto é, para  $Re = Re_{crítico}$ , uma região de instabilidade absoluta de tamanho considerável existe na esteira. Esta análise mostra que a existência de uma região de instabilidade absoluta no escoamento é uma condição necessária, mas não suficiente, para o início da geração de vórtices.

O problema da utilização de uma análise com perfis paralelos é que o escoamento médio se desenvolve espacialmente e, então, um modo diferente cresce temporalmente em uma posição a jusante. A principal questão que aparece é qual destes modos corresponde à resposta global observada experimentalmente, isto é, à esteira de von Kármán. A solução do problema de estabilidade linear completo com perfis não paralelos é uma atividade computacionalmente intensiva e somente recentemente começou a ser feita (veja os resultados de Hannemann and Oertel, 1989).

Chomaz et al., 1988, utilizou uma teoria simplificada baseada em um modelo unidimensional descrito pela equação de Ginzburg-Landau. Neste modelo, apenas uma coordenada espacial no escoamento médio é mantida para levar em conta os efeitos de não-paralelismo do escoamento. Investigando os modos globais de instabilidade deste sistema, eles descobriram que uma instabilidade absoluta local é necessária, mas não suficiente, para que um modo global torne-se auto-excitado. Isto está de acordo com os resultados de Monkewitz, 1988, descritos anteriormente. A região de instabilidade absoluta tem que alcançar um valor crítico finito antes que a auto-excitação do sistema seja obtida. Isto explica porque Monkewitz, 1988, observou a existência de uma região de instabilidade absoluta mesmo para  $Re < Re_{crítico}$ . É apenas a transição na esteira para um modo global a um número de Reynolds mais elevado do que  $Re_{crítico}$ , que se manifesta através do aparecimento da esteira de von Kármán.

Nesta seção procurou-se apresentar um panorama geral do fenômeno de geração e desprendimento de vórtices. O material apresentado faz parte de disciplinas de pós-graduação sob responsabilidade deste docente. Todo o material apresentado está relacionado diretamente com aquilo será visto nos próximos capítulos. A idéia de mostrá-lo neste ponto,

é de facilitar ao leitor a compreensão das discussões que serão vistas no restante desta monografia.

Alguns comentários sobre um dos modelos apresentados nas seções anteriores se fazem necessários. O modelo de Clements, 1973, modificado por Meneghini, 1993, apresenta uma simplicidade marcante. Uma série de conceitos presente no fenômeno de geração de vórtices está contida nele. A taxa de circulação que emana da região próxima ao ponto de separação e que alimenta a formação do vórtice, é facilmente calculada neste modelo. Os vórtices são criados em um ponto fixo e convectados utilizando a equação de Biot-Savart. Estes conceitos tão comuns em engenharia aeronáutica, não são explorados de maneira convincente nas engenharias mecânica, naval e civil. Por este motivo, este docente sempre procura iniciar os cursos de pós-graduação que envolvem vórtices (PMC 5874 e PMC 5013) com a apresentação deste modelo.

### **13. O escoamento ao redor de um cilindro oscilando**

Uma descrição detalhada dos projetos de pesquisa envolvendo o fenômeno de geração e desprendimento de vórtices em cilindros oscilando é apresentada nas próximas seções. Juntamente com estes resultados, é feita uma revisão bibliográfica sobre o tema. O material aqui mostrado está diretamente relacionado ao Projeto Temático em Vibração Induzida por Vórtices (Fapesp Proc. 94/3528-3, 1995-1999), aos Projetos patrocinados pela Petrobras no mesmo tópico (1996-2002), ao Projeto de Bolsa de Produtividade de Pesquisa deste docente (CNPq, 1996-) e aos projetos de pós-graduação e iniciação científica de diversos estudantes sob sua orientação (devidamente citados ao longo do texto).

O fenômeno de geração e desprendimento de vórtices pode ser dramaticamente alterado quando o corpo rombudo está oscilando ou, equivalentemente, quando o corpo estiver imerso em um escoamento oscilatório. Para um intervalo de amplitude e frequência de oscilação o movimento do corpo, ou o escoamento oscilatório, pode controlar os mecanismos de instabilidade que levam ao fenômeno de geração e desprendimento de vórtices. A influência da oscilação no fenômeno é apresentada em detalhes neste capítulo. Inicialmente, será apresentada uma revisão crítica dos trabalhos publicados sobre o tema. Ao leitor que estiver interessado no assunto, aconselha-se também a leitura dos excelentes artigos que revisam o tópico, tais como aqueles de Sarpkaya, 1979, Bearman, 1984, Parkinson, 1989, e Khalak and Williamson, 1999.

### **14. Oscilação forçada versus oscilação livre**

A forma como oscilações do corpo afetam o fenômeno de geração de vórtices pode ser estudado de duas maneiras distintas. A primeira delas procura analisar a influência através da aplicação de oscilações forçadas em um cilindro montado em um túnel de vento ou água. A segunda procura investigar diretamente os efeitos da oscilação montando o cilindro em um sistema de suporte externo constituído por molas ajustáveis e um sistema de amortecimento de forma a permitir a sua movimentação transversal e/ou na direção do escoamento. Esta última escola de investigação, por assim dizer, procura analisar de maneira direta o fenômeno de vibração induzida por vórtices. A primeira, por sua vez, o faz de maneira indireta.

Conforme podemos encontrar em Parkinson, 1989, existem prós e contras em cada uma destas formas de se atacar o problema. A utilização de um cilindro montado em base elástica nos permite obter evidências diretas das interações não-lineares que ocorrem entre excitação e resposta. No entanto, este método acarreta um aumento apreciável nos parâmetros a serem medidos, complicando de maneira considerável a interpretação dos resultados.

O primeiro método, i.e. através de oscilações forçadas, faz com que os experimentos tenham um número inferior de parâmetros a serem medidos, mas algumas das características observadas em problemas práticos de vibração induzida por vórtices não são por ele reproduzidas. A questão que surge naturalmente é: sob quais condições um ensaio com o cilindro oscilando forçadamente é equivalente a um ensaio no qual o cilindro está montado em uma base elástica? Ou ainda, sob quais condições a oscilação forçada poderia vir a ocorrer se o cilindro estivesse montado na base elástica? Para responder a estas perguntas, deve-se investigar o sentido da transferência de energia: se ela ocorre do fluido para o corpo ou vice-versa. Como será visto logo adiante neste capítulo, a energia está diretamente relacionada ao ângulo de fase entre a força e o deslocamento. Caso a transferência de energia em uma oscilação forçada com uma certa frequência e amplitude ocorrer do fluido para o corpo, este provavelmente oscilaria se estivesse montado numa base elástica com uma frequência natural próxima daquela da oscilação. Quando temos um experimento com um cilindro montado em uma base elástica, oscilações ocorrerão apenas quando a transferência de energia mecânica acontecer do fluido para o corpo. Dependendo como definirmos o nosso sistema mecânico, podemos convencionar este sentido como sendo de energia positiva. Logicamente, na dinâmica do sistema, devemos considerar a energia líquida através da integração da força hidrodinâmica e o deslocamento em diversos ciclos de oscilação, i.e. devemos calcular a energia média transferida do fluido para o cilindro montado na base elástica. Por sua vez, quando fazemos um experimento de oscilação forçada, a energia não está restrita a valores positivos: dependendo da amplitude e frequência da oscilação valores negativos ou positivos podem ser obtidos.

O autor desta monografia dedicou o início de sua carreira ao estudo da influência de vibração na geração de vórtices utilizando o método de oscilar o cilindro forçadamente. Em Meneghini, 1993, foi estudado este problema utilizando-se técnicas de simulação numérica. Somente nos últimos anos este pesquisador procurou dedicar-se ao estudo de cilindros livres para oscilar transversalmente. Resultados utilizando ambos os procedimentos são apresentados neste capítulo.

## **15. Energia transferida do fluido para um corpo oscilando**

Nesta seção são apresentados os fundamentos teóricos referentes à consideração sobre a energia transferida pelo fluido para um corpo oscilando. Como será visto, esta energia está diretamente relacionada ao ângulo de fase entre a força e o deslocamento do corpo. Além disto, o estudo deste ângulo de fase em casos que o corpo é forçado a oscilar permite uma comparação direta com casos em que o corpo está livre para oscilar por estar montado sobre uma base elástica.

Tomando um corpo oscilando transversalmente, a energia transferida em um ciclo é

$$\bar{E} = \int_0^T F_y(t) dy_b, \quad (92)$$

onde  $F_y$  é a força transversal por unidade de comprimento na direção da envergadura. Esta força lidera o deslocamento transversal  $y_c$  por uma fase  $\phi$  e é obtida através de

$$F_y = \frac{1}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l \sin(2\pi ft + \phi), \quad (93)$$

na qual  $\bar{C}_l$  é a amplitude do coeficiente de sustentação e

$$y_b = A \sin(2\pi ft). \quad (94)$$

A energia transferida ao corpo pelo fluido em cada ciclo com período  $T$  de oscilação é

$$\bar{E} = \int_0^A F_l dy_b = \int_0^T F_l \frac{dy_b}{dt} dt, \quad (95)$$

a qual pode ser reescrita utilizando as expressões 93 e 94, fornecendo

$$\bar{E} = -\frac{1}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l A \int_0^{2\pi} \cos(\tau + \phi) \sin \tau d\tau, \quad (96)$$

onde  $\tau = 2\pi ft$ . Esta expressão nos fornece

$$\bar{E} = -\frac{\pi}{2} \rho U^2 D \bar{C}_l A \sin \phi. \quad (97)$$

Adimensionalizando esta energia obtemos

$$E = \frac{\bar{E}}{\frac{1}{2} \rho U^2 D^2} = -\pi \bar{C}_l \left( \frac{A}{D} \right) \sin \phi. \quad (98)$$

A expressão 98 mostra claramente a dependência da energia com a fase.

Podemos também obter uma expressão para a energia adimensional utilizando diretamente o coeficiente de sustentação e o deslocamento adimensionalizado pelo diâmetro. Este procedimento foi utilizado por Blackburn and Henderson, 1999, no estudo da dependência da energia pela frequência para uma dada amplitude de oscilação:

$$E = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho U^2 D^2} \int_0^T \dot{y} F_l dt = \int_0^T \dot{y} C_l dt. \quad (99)$$

Para analisar o sinal da energia, Blackburn e Henderson utilizaram o teorema de Green na expressão acima de forma a avaliá-la através do cálculo da área de um ciclo limite no plano  $(\bar{y}, C_l)$ :

$$E = \int_0^T \dot{\bar{y}} C_l dt = \frac{1}{2} \oint (C_l d\bar{y} + \bar{y} dC_l) . \quad (100)$$

Na próxima seção, é feita uma revisão das pesquisas realizadas sobre o tópico, iniciando-se com a escola de investigadores que procuraram analisar o problema utilizando oscilações forçadas. No final, são apresentadas pesquisas que procuraram investigar o fenômeno através de ensaios de cilindros montados em base elástica.

## 16. Escoamento ao redor de um cilindro oscilando forçadamente

Bishop and Hassan, 1964, foram uns dos primeiros pesquisadores a investigar a influência da oscilação do corpo na geração de vórtices. Eles estudaram como as forças em um cilindro são afetadas quando o corpo oscila forçadamente e transversalmente à direção do escoamento ao longe. A oscilação do corpo imposta era da forma senoidal,

$$y_b = A \sin(2\pi ft) , \quad (101)$$

onde  $y_b$  é a coordenada do centro do cilindro,  $A$  a amplitude e  $f$  a frequência da oscilação forçada. Na forma adimensional esta expressão torna-se

$$\bar{y} = \frac{A}{D} \sin(2\pi ft) , \quad (102)$$

na qual  $\bar{y}$  é o deslocamento transversal normalizado do corpo,  $A/D$  é amplitude normalizada da oscilação,  $D$  é o diâmetro do cilindro. Bishop e Hassan descobriram que quando a frequência de oscilação  $f$  do cilindro aproxima-se da frequência do número de Strouhal,  $f_s$ , a frequência  $f$  e a frequência de oscilação do coeficiente de sustentação tornam-se sincronizadas. Em outras palavras, a oscilação era capaz de alterar o valor da frequência de geração e desprendimento de vórtices para o seu próprio valor. Como já foi dito, esta sincronização é chamada na literatura inglesa de *lock-in*. Bishop e Hassan observaram que a sincronização persistia em uma faixa de frequências para um dado valor de amplitude de oscilação.

Séries temporais das forças dentro e fora da região de sincronização são mostradas nas Figuras 32 e 33. Fora deste intervalo, o que é claramente mostrado nestas figuras é o comportamento típico de batimento encontrado em osciladores não-lineares forçados a oscilar. Um importante aspecto apontado por Bishop e Hassan é a variação brusca do ângulo de fase ( $\phi$ ) entre a força transversal e o deslocamento do corpo que ocorre quando a frequência de oscilação varia em torno da frequência de geração de vórtices. Junto com esta variação ocorre um repentino aumento da amplitude do coeficiente de sustentação, conforme pode ser visto na Figura 34. Outro importante aspecto observado é uma forma de histerese exibida pela sistema. A frequência forçada na qual ocorre a variação repentina de  $\phi$  é modificada segundo o sentido no qual esta frequência está sendo alterada, i.e. se ela está sendo aumentada ou diminuída (veja Figura 35).

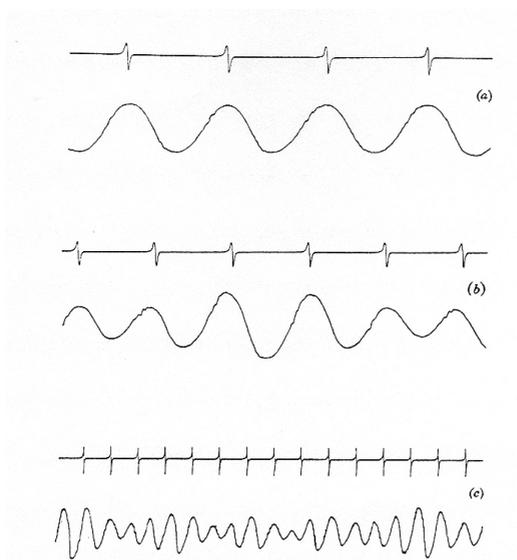


Figura 32: Série temporal da força transversal, (a) Dentro da fronteira de sincronização, (b) e (c) fora da fronteira de sincronização, reproduzida de Bishop and Hassan, 1964.

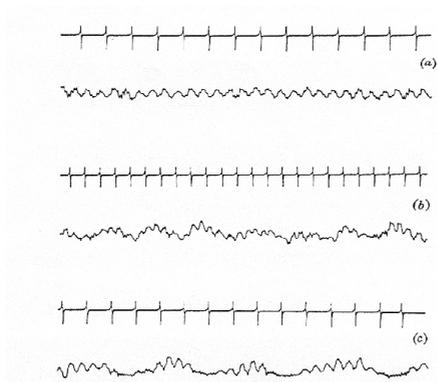


Figura 33: Série temporal da força na direção do escoamento, (a) Dentro da fronteira de sincronização, (b) e (c) fora da fronteira de sincronização, reproduzida de Bishop and Hassan, 1964.

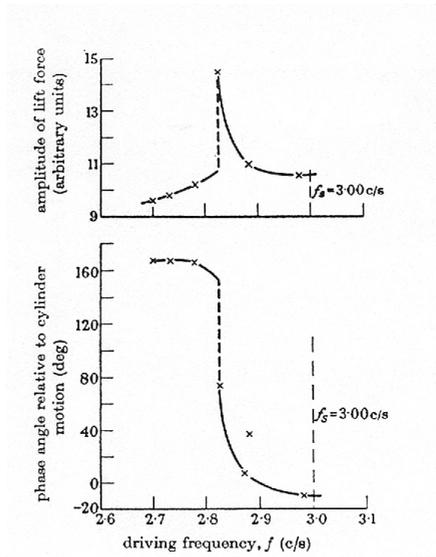


Figura 34: Variação brusca do ângulo de fase e coeficiente de sustentação próximo ao ponto de ressonância, reproduzida de Bishop and Hassan, 1964.

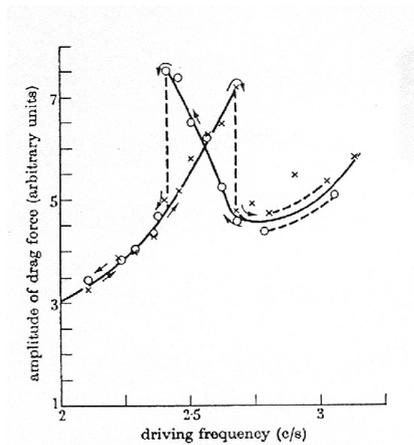


Figura 35: Histerese próxima da variação brusca do ângulo de fase, reproduzida de Bishop and Hassan, 1964.

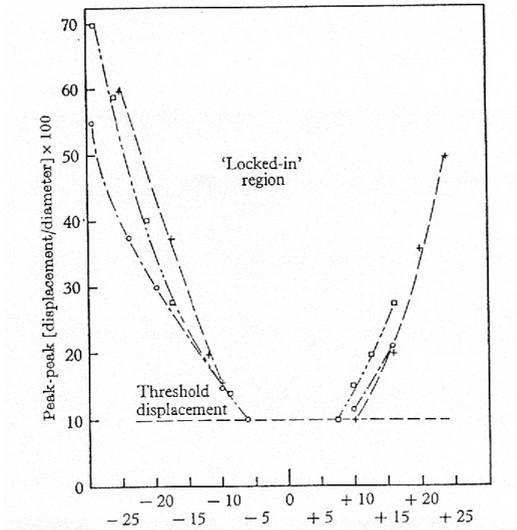


Figura 36: Fronteira de sincronização, reproduzida de Koopman, 1967.

Alguns anos após os experimentos de Bishop e Hassan, Koopman, 1967, também investigou o efeito de oscilações transversais forçadas na geração de vórtices. Seu principal interesse era a determinação da região de sincronização, i.e. a fronteira de *lock-in*. Ele descobriu que a sincronização só ocorria acima de um certo valor limite de amplitude oscilação. A fronteira de sincronização determinada por Koopman é mostrada na Figura 36. É possível notar que o limite superior e inferior de frequências para as quais a frequência de geração de vórtices é controlada pela frequência da oscilação do cilindro é muito dependente da amplitude e fracamente dependente do número de Reynolds do escoamento.

Os experimentos de Koopman foram realizados apenas para uma pequena faixa de valores de amplitude e, como será visto neste capítulo, alguns interessantes efeitos estão presentes para amplitudes elevadas de oscilação. A fronteira de sincronização obtida por Koopman tem a forma da chamada “língua de Arnold” encontrada na teoria de sistemas dinâmicos não-lineares e teoria de caos.

Griffin et al., 1973, realizaram uma série de experimentos para um cilindro livre para oscilar. Os experimentos foram realizados para uma faixa de número de Reynolds entre 350 e 900. Eles estudaram em detalhes a diferença de fase entre a força de sustentação e o deslocamento do corpo e a energia transferida do fluido para o corpo. A variação brusca do ângulo de fase também foi estudada por Bearman and Currie, 1979. Eles compararam resultados de experimentos onde o corpo era forçado a oscilar com resultados experimentais

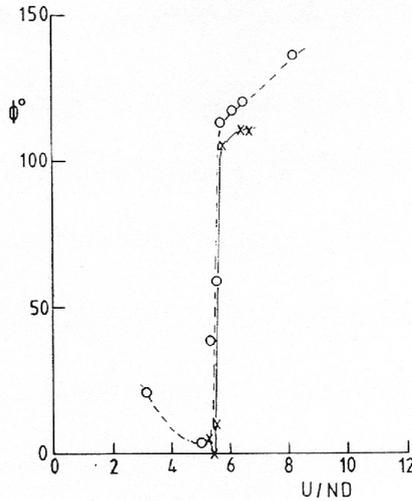


Figura 37: Comparações de resultados com oscilação forçada para  $y/D = 0.11$ ,  $\circ$  de Bearman and Currie, 1979, e  $\times$  com oscilação livre, de Feng, 1968.

de Feng, 1968, nos quais o corpo estava montado em um sistema elástico livre para oscilar. Os resultados desta comparação são apresentados na Figura 37. O comportamento do ângulo de fase para cada caso é similar mas, no entanto, os experimentos com oscilação forçada tem a vantagem prática da amplitude e frequência poderem ser alteradas livremente e um número menor de parâmetros físicos.

Além da sincronização que ocorre em uma faixa de amplitude e frequência da oscilação, é observado um grande aumento do comprimento de correlação da pressão ao longo da envergadura do corpo quando ele é forçado a oscilar. (Bearman and Obasaju, 1982), mediram a correlação da pressão ao longo da envergadura de um corpo prismático com seção transversal quadrada forçado a oscilar transversalmente. Os resultados deles mostraram que, dentro da fronteira de sincronização, o escoamento é essencialmente bidimensional. Esta perfeita coerência dos vórtices ao longo da envergadura faz com que haja um aumento da intensidade dos vórtices gerados.

Bearman and Davies, 1977, mostraram que a forma do corpo após a separação tem um papel fundamental no ângulo de fase. Corpos que têm apenas uma porção muito pequena da sua parede imersa numa região posterior à separação, em condições normais não estão sujeitos a VIV. No caso de tomarmos uma seção triangular, conforme mostrado na Figura 38, enquanto que na disposição apresentada em (a) haverá uma possibilidade muito grande de

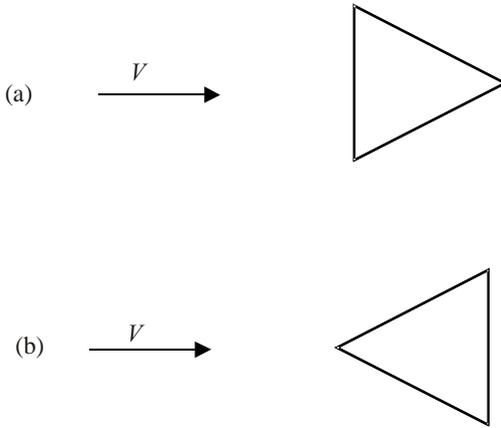


Figura 38: Corpo com seção transversal triangular, posicionada de duas maneiras diferentes em relação ao escoamento incidente.

VIV, na disposição (b) não haverá VIV. Nesta segunda orientação, se tomarmos a projeção da área da parede na direção vertical, verificamos que ela é nula na porção do corpo posterior a separação. Os resultados experimentais de (Bearman and Obasaju, 1982), para seções quadradas ou retangulares, mostraram que corpos com esta geometria estão submetidos a uma fase que é negativa para frequências de oscilação forçada ao redor da frequência de geração de vórtices. Na Figura 39, a fase entre a sustentação e o deslocamento transversal que ocorre para um cilindro com seção transversal quadrada forçado a oscilar transversalmente é mostrada em função da velocidade reduzida definida pela expressão

$$V_r = \frac{U}{fD} . \quad (103)$$

A ressonância ocorre para  $V_r = 7.46$ . A análise destes resultados mostra que a geração de vórtices para um cilindro com seção transversal quadrada causa, para a maioria dos valores de  $V_r$ , uma transferência negativa de energia para o corpo. Esta energia é positiva apenas para uma faixa muito pequena de valores da velocidade reduzida. Se o corpo está livre para oscilar, apenas neste intervalo vibração pode ser induzida pelos vórtices que se despreendem.

O trabalho de Zdravkovich, 1981, o qual analisou as visualizações do escoamento de Den Hartog, 1934, Meir-Windhorst, 1939, Angrilli et al., 1974, e Griffin and Ramberg, 1974, mostra que a súbita variação do ângulo de fase é explicada pela mudança no instante de tempo no ciclo no qual ocorre o desprendimento do vórtice. Öngoren and Rockwell, 1988, também chegaram à mesma conclusão analisando resultados utilizando modernas técnicas de visualização de escoamento. Eles notaram que, para uma frequência de oscilação maior

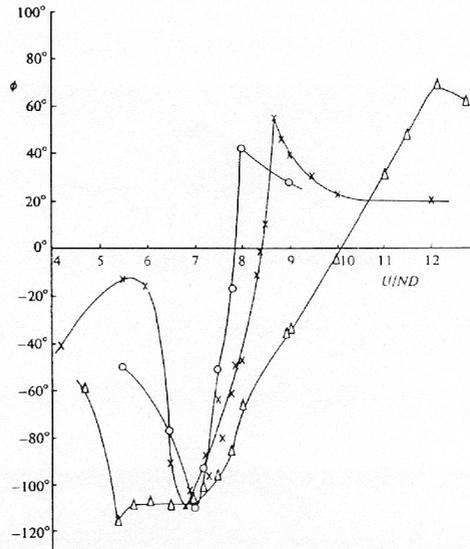


Figura 39: Medições experimentais da fase entre a sustentação e o deslocamento transversal de um cilindro com seção transversal quadrada versus a velocidade reduzida.  $\circ$ ,  $y/D = 0.05$ ,  $\times$ ,  $y/D = 0.10$ , e  $\triangle$ ,  $y/D = 0.25$ , reproduzida de Bearman and Obasaju, 1982.

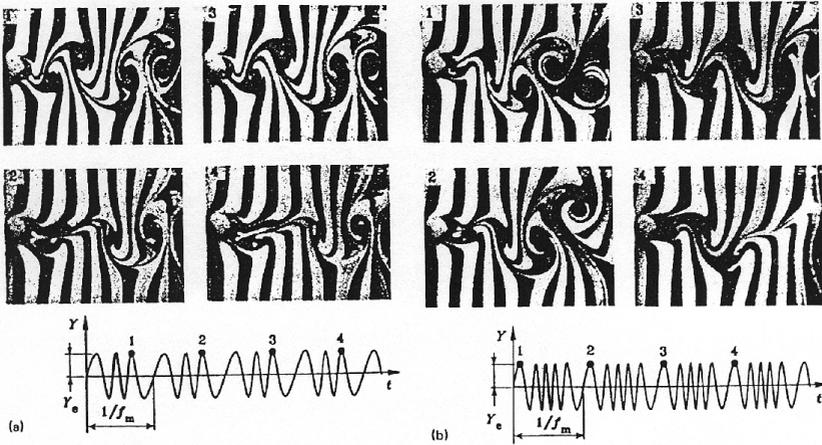


Figura 40: Visualização da esteira com (a) estrutura de “período duplicado”; (b) desestabilização de sua estrutura através da aplicação de uma frequência modulada de oscilação, reproduzida de Nakano and Rockwell, 1991.

do que aquela do desprendimento de vórtices de um cilindro fixo, o vórtice formado em um lado do cilindro desprendia-se quando o corpo estava próximo da máxima amplitude no lado oposto. Diminuindo a frequência de oscilação o instante de desprendimento mudava repentinamente, de forma que o vórtice desprendia-se quando o cilindro estava na máxima amplitude no mesmo lado.

A desestabilização da esteira de von Kármán através da aplicação de uma oscilação com frequência modulada foi investigada por Nakano and Rockwell, 1991. Em seu experimento, um modelo bidimensional estava sujeito a oscilação transversal com uma frequência modulada e esta causava uma desestabilização da esteira. A Figura 40 mostra o regime de transição de um estado sincronizado para um estado completamente desestabilizado. Esta transição foi obtida diminuindo-se o valor da frequência de modulação enquanto todos os outros parâmetros foram mantidos constantes. Gráficos com a densidade de potência espectral são mostrados na Figura 41 para diferentes valores de frequência modulada. Esta figura mostra que a transição de um estado sincronizado para um estado com esteira desestabilizada envolve a progressão através duplicação do período na frequência modulada. Um espectro bem amplo de resposta também está presente quando temos o estado de esteira desestabilizada.

Williamson and Roshko, 1988, realizaram uma série de experimentos com um cilindro oscilando transversalmente. O número de Reynolds dos experimentos estava no intervalo entre 300–1000, enquanto foram varridas uma ampla faixa de amplitudes ( $0.2 < A/D < 5$ ) e frequências ( $1/3 < f/f_s < 5$ ) de oscilação. Eles encontraram uma série de regimes

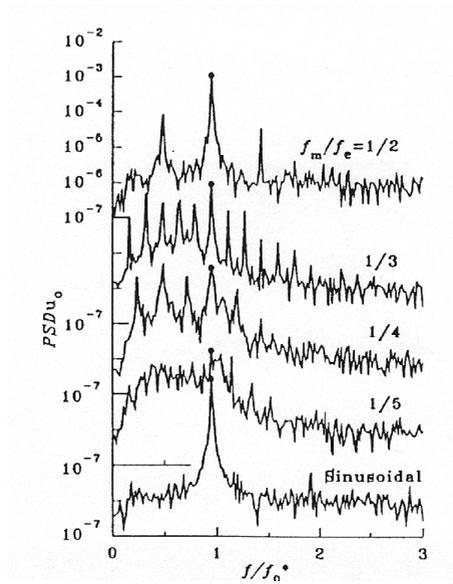


Figura 41: Espectro de densidade de potência da velocidade em um ponto fixo na esteira para diferentes valores de frequência de modulação, reproduzida de Nakano and Rockwell, 1991.

de sincronização, os quais foram classificados em relação ao número de vórtices gerados e desprendidos em cada ciclo de oscilação. Eles classificaram como sincronização fundamental a região na qual os experimentos de Koopman, 1967, foram efetuados. Nesta região dois vórtices de circulação opostas são desprendidos a cada ciclo de oscilação. Este modo foi classificado como 2S. Para amplitudes mais altas são observadas regiões onde dois pares de vórtices são gerados e desprendidos a cada ciclo, com este modo sendo chamado de 2P. Uma miríade de modos intermediários foram observados para diferentes combinações de velocidade reduzida e amplitude de oscilação. Williamson and Roshko, 1988, mapearam os modos de ocorrência esquematicamente em função destes parâmetros na curva apresentada na Figura 42. Os experimentos foram executados em um tanque com uma plataforma rebocada na qual existia um sistema de oscilação controlada (amplitude e frequência) do cilindro. A técnica de visualização utilizava partículas de alumínio na superfície.

É interessante notar que, no artigo mencionado, Williamson e Roshko associaram a mudança abrupta do ângulo de fase para um valor de frequência de oscilação forçada próxima àquela de Strouhal com uma alteração abrupta do modo 2S para o modo 2P. Esta conclusão está aparentemente em contradição com o trabalho de Öngoren and Rockwell, 1988, ocorreu a mudança de fase repentina sem que houvesse uma passagem do modo 2S para 2P ou vice-versa. Öngoren e Rockwell observaram o modo 2S para o limite inferior e superior do ângulo de fase. A amplitude de oscilação do ensaio deles era de  $0.13D$ . Conforme será discutido logo adiante e em face dos resultados obtidos por Meneghini and Bearman, 1995, a passagem do modo 2S para o modo 2P parece estar relacionada à ultrapassagem de um limite de valor de amplitude de oscilação, acima da qual o modo 2P passa a ocorrer.

A sincronização primária é aquela região ao redor da frequência de Strouhal<sup>12</sup>. Nesta região ocorrem normalmente os modos 2S ou 2P e para baixos números de Reynolds, o modo 1S+1P (um vórtice mais um par de vórtices de circulação oposta, Meneghini, 1993). Nesta região temos também o fenômeno de histerese ao redor da frequência de Strouhal. A passagem do modo 2P para 2S e vice-versa, é acompanhada por uma discontinuidade do ângulo de fase entre força e deslocamento transversal. Valores elevados de ângulo de fase (por volta de  $160 - 180^\circ$ ) e da amplitude de oscilação estão aparentemente relacionados ao modo 2P. O modo 2S, por sua vez, está relacionado a ângulos de fase variando na faixa de  $0 - 90^\circ$ . Na Figura 43 é apresentado um esquema destes modos e do ângulo de fase em função do comprimento de onda  $\lambda$  da oscilação:

$$\lambda = V_r D = \frac{U}{f} . \quad (104)$$

Neste aspecto, a histerese parece estar claramente relacionada a um fenômeno de memória da esteira: estando ela com velocidade reduzida (ou comprimento de onda) tal e com uma amplitude de oscilação suficientemente elevada para que a geração de vórtices seja do tipo 2P, continuaremos com este modo reduzindo  $V_r$  até um valor limite ( $V_{r1}$ ), a partir do qual a fase cai abruptamente e o modo de geração passa a ser do tipo 2S. Partindo-se de uma velocidade reduzida e amplitude na qual tenhamos o modo 2S, podemos aumentar  $V_r$  mantendo-se

<sup>12</sup>Região indicada como "Primary lock-in" em Meneghini, 1993.

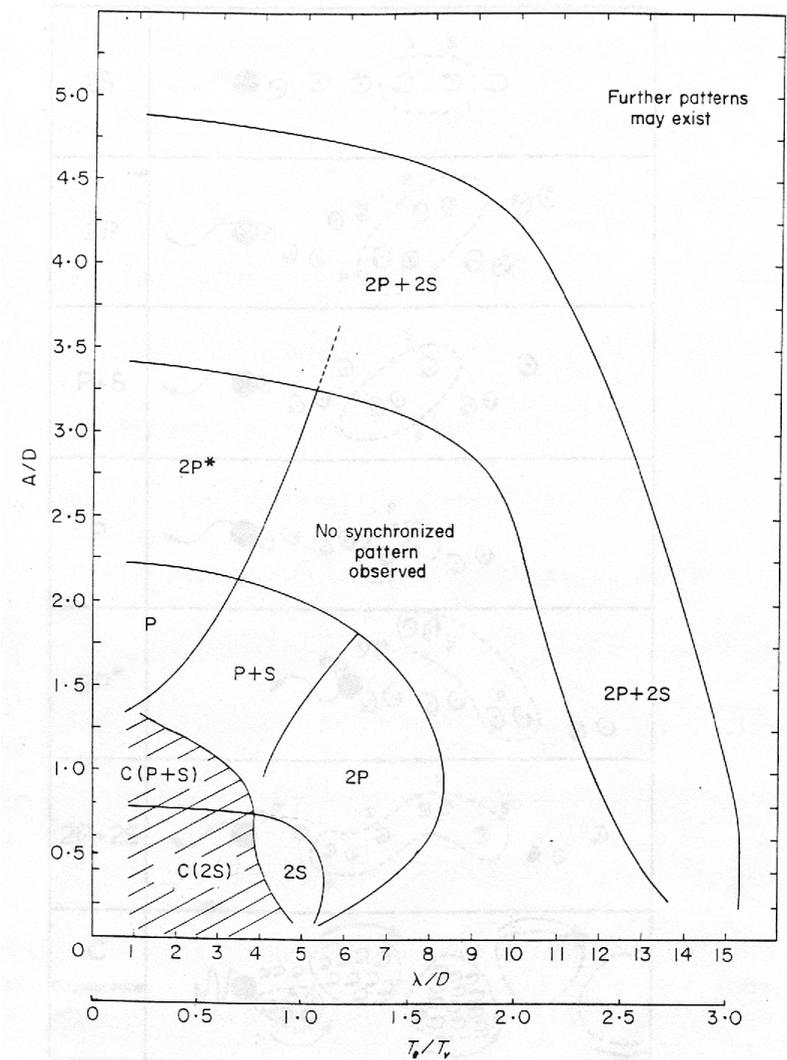


Figura 42: Mapeamento dos modos de sincronização para um cilindro oscilando forçadamente, reproduzido de Williamson and Roshko, 1988.

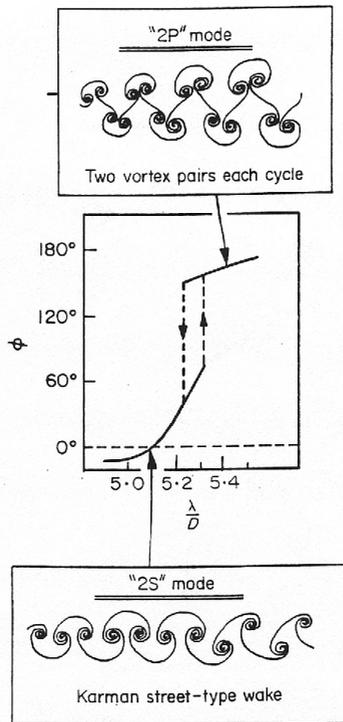


Figura 43: O fenômeno de histerese na curva do ângulo de fase e sua relação com os modos de geração e desprendimento de vórtice, reproduzida de Williamson and Roshko, 1988.

este modo de geração e com a fase aumentando continuamente até um valor limite ( $V_{r2}$ ). A partir deste limite a fase aumenta subitamente e o modo passa a ser do tipo 2P. Esta observação indica claramente que a esteira tem um grau de memória determinado pela destruição de vorticidade nela e, conseqüentemente, pelo modo de geração de vórtices.

É interessante notar que em Meneghini, 1993, e Meneghini and Bearman, 1995, foi observado fenômeno semelhante no que se refere à memória do escoamento: iniciando-se a oscilação com um deslocamento positivo do cilindro, ocorria a formação do modo 1S+1P, com o par 1P formando-se na parte superior da esteira; quando iniciava-se o deslocamento do cilindro para baixo, ocorria o inverso.

Um estudo detalhado do ângulo de fase e da variação brusca do mesmo quando um cilindro é forçado a oscilar com frequência próxima daquela de Strouhal foi efetuado por Black-

burn and Henderson, 1999. Neste estudo, utilizou-se um método espectral para simular o escoamento bidimensional ao redor de um cilindro com  $Re = 500$ . A amplitude de oscilação era  $A/D = 0.25$ , enquanto que a frequência de oscilação  $f$  esteve compreendida na faixa de  $0.7 < f/f_s < 1.1$ , onde  $f_s$  indica mais uma vez a frequência de geração de vórtices para um cilindro estacionário.

Naquele estudo foi analisada em detalhes a variação brusca do ângulo de fase e a relação desta com o mecanismo de geração da vorticidade para valores de aceleração do cilindro à direita e à esquerda da frequência  $f_s$ . Alguns anos antes deste estudo, Meneghini and Bearman, 1995, realizaram investigação similar e obtiveram resultados ligeiramente diferentes no que se refere à causa da variação brusca do ângulo de fase. A seguir, são apresentados alguns destes resultados para os casos com amplitude de oscilação  $A/D < 0.6$  e para o caso em que  $A/D > 0.6$ .

### **17. Simulações do escoamento ao redor de um cilindro oscilando transversalmente: oscilação senoidal forçada**

Nesta seção são apresentados os resultados das simulações do escoamento ao redor de um cilindro oscilando, com  $A/D < 0.6$ . Para as simulações, foi utilizado o método dos vórtices discretos, incluindo difusão viscosa, descrito em Meneghini and Bearman, 1995. O escoamento é simulado considerando um referencial fixo ao cilindro, i.e. um referencial não-inercial, com uma corrente sobreposta a um escoamento oscilatório transversal. O número de Reynolds destas simulações é igual a 200, baseado no diâmetro do cilindro e na velocidade da corrente. Séries temporais dos coeficientes de forças são mostradas para diferentes valores da amplitude ( $A$ ) e frequência ( $f$ ) de oscilação.

A fronteira de sincronização é apresentada para diversos valores de oscilação. Para se estimar o comprimento de formação dos vórtices, a distribuição de  $U_{rms}/U$  ao longo da esteira é avaliada. As alterações do comprimento de formação para diferentes valores de amplitude e frequência de oscilação são discutidas juntamente com o arrasto médio e valores  $rms$  do coeficiente  $C_l$  de sustentação.

Uma análise das variações do ângulo de fase entre o coeficiente  $C_l$  e a posição transversal do corpo é apresentada para a região na qual a frequência de oscilação está próxima da frequência de geração de vórtices para um cilindro estacionário. Com esta análise, as componentes do coeficiente  $C_l$  em fase com velocidade e aceleração do corpo são mostradas e comparadas com resultados experimentais. A dinâmica dos vórtices que, em última instância, causa a mudança de fase é discutida baseando-se na análise dos contornos de vorticidade na esteira.

Parte dos resultados aqui apresentados foram publicados Meneghini, 1993, e Meneghini and Bearman, 1995. Os resultados referentes ao ângulo de fase foram publicados por Meneghini and Bearman, 1992, e apresentados no Simpósio da IUTAM, realizado em Göttingen-Alemanha no verão de 1992.

### 17.1. Cilindro oscilando transversalmente e escoamento transversal sobreposto

O escoamento ao redor de um cilindro forçado a oscilar transversalmente e imerso em uma corrente é cinematicamente equivalente ao escoamento ao redor de um cilindro fixo com uma corrente sobreposta a um escoamento oscilatório transversal. A invariância do campo de vorticidade quando o referencial está sujeito à aceleração linear é o que faz estes dois tipos de escoamento serem equivalentes. A função linha de corrente é também invariante se for considerada a velocidade relativa na parede do corpo como sendo constante e se for corrigido o seu valor no infinito. Estes dois escoamentos diferem na dinâmica devido aos efeitos inerciais causados pelo fato do referencial apresentar uma aceleração.

Com isto em mente, o escoamento ao redor de um cilindro oscilando transversalmente é simulado considerando o referencial preso a ele e um escoamento oscilatório transversal. As oscilações consideradas nesta seção são senoidais com frequência  $f$  e amplitude  $A$ . O escoamento oscilatório sobreposto é dado por

$$V = V_a \sin 2\pi ft, \quad (105)$$

onde  $V_a$  é a amplitude do escoamento oscilatório. Neste caso, a posição do corpo na direção transversal  $y_b$  é dada por

$$y_b = \frac{V_a}{2\pi f} \cos 2\pi ft. \quad (106)$$

A partir desta expressão, podemos avaliar

$$\frac{dy_b}{dt} = -V_a \sin 2\pi ft \quad (107)$$

e

$$\frac{d^2 y_b}{dt^2} = -2\pi f V_a \cos 2\pi ft. \quad (108)$$

Estas expressões serão utilizadas na seção onde o ângulo de fase é analisado. A expressão 107 mostra que  $\frac{dy_b}{dt}$  é igual a  $-V$  devido ao movimento relativo entre o corpo e a velocidade transversal sobreposta à corrente.

A amplitude  $A$  do movimento do corpo está relacionada à amplitude do escoamento oscilatório através da expressão

$$\frac{A}{D} = \frac{V_a}{2\pi f D}, \quad (109)$$

onde  $A/D$  é a amplitude adimensional da oscilação.

No nosso caso, a malha computacional é fixa ao cilindro. As forças calculadas neste referencial devem ser corrigidas para levar em conta os efeitos inerciais. Como pode ser visto em qualquer livro introdutório de Mecânica dos Fluidos, e.g. White, 1999, quando as forças

são avaliadas em um referencial não-inercial sujeito a uma aceleração linear, devemos aplicar a seguinte correção para o caso de um cilindro bidimensional

$$\vec{F} = \vec{F}_{fm} + \frac{\vec{a}_{fm}\rho\pi D^2}{4}, \quad (110)$$

na qual  $\vec{F}$  é a força no referencial absoluto (inercial),  $\vec{F}_{fm}$  é a força no referencial não-inercial fixo ao cilindro e  $\vec{a}_{fm}$  a aceleração deste último referencial em relação ao absoluto. O campo de vorticidade é invariante nesta situação de aceleração retilínea.

No caso de uma oscilação transversal, somente o coeficiente de sustentação deve ser corrigido. Tomando a definição do coeficiente de sustentação, equação 8, este coeficiente corrigido é

$$C_l = C_{l_{fm}} + \frac{\pi D}{2U^2} \frac{d^2 y_b}{dt^2}, \quad (111)$$

onde  $C_{l_{fm}}$  é o coeficiente de sustentação relativo ao referencial fixo no cilindro e  $C_l$  é o coeficiente de sustentação no referencial absoluto ou inercial. O segundo termo do lado direito desta expressão representa a contribuição devida à inércia pelo fato do referencial estar acelerado. Esta correção é proporcional ao volume do fluido sendo deslocado pelo corpo e a aceleração do referencial preso ao cilindro. Na direção da corrente, não são necessárias correções já que nesta direção este último referencial não apresenta nenhuma aceleração.

## 17.2. Fronteira de sincronização

Nesta seção é apresentada a fronteira de sincronização para amplitudes  $A/D < 0.6$  e frequências de oscilações próximas à frequência de geração de vórtices de um cilindro isolado. Esta fronteira foi obtida utilizando o método dos vórtices discretos com difusão viscosa e os resultados foram publicados em Meneghini and Bearman, 1995. Para se obter esta fronteira, simulações foram feitas para valores de  $f/f_s$  variando entre 0.7 e 1.15 e  $A/D$  variando entre 0.025 e 0.6. Conforme foi citado anteriormente, neste intervalo ocorre a denominada “fronteira de sincronização” primária. Esta sincronização acontece ao redor da frequência natural de geração de vórtices e dois vórtices de circulação oposta são desprendidos para cada ciclo (modo 2S).

Simulações foram feitas mantendo  $f/f_s$  constante e, então, casos foram simulados para diferentes valores de  $A/D$ . A geração e desprendimento de vórtices são considerados sincronizados quando a frequência do coeficiente  $C_l$  é a mesma da frequência da oscilação. Em todas as simulações, o escoamento foi iniciado impulsivamente a partir do repouso.

A fronteira de sincronização para amplitudes menores que  $A/D = 0.6$  e frequências  $f/f_s < 1.05$  é apresentada na Figura 44. Nesta faixa de sincronização, dois vórtices com circulações opostas são desprendidos a cada ciclo. Este resultado está de acordo com aquele observado experimentalmente por Griffin and Ramberg, 1974, e Williamson and Roshko, 1988. Provavelmente, a fronteira de sincronização deveria prosseguir na direção do ponto com  $A/D = 0$  e  $f/f_s = 1.0$ . Um problema que ocorre ao se determinar o limite de sincronização para estas pequenas amplitudes está relacionado ao fato que para frequências de

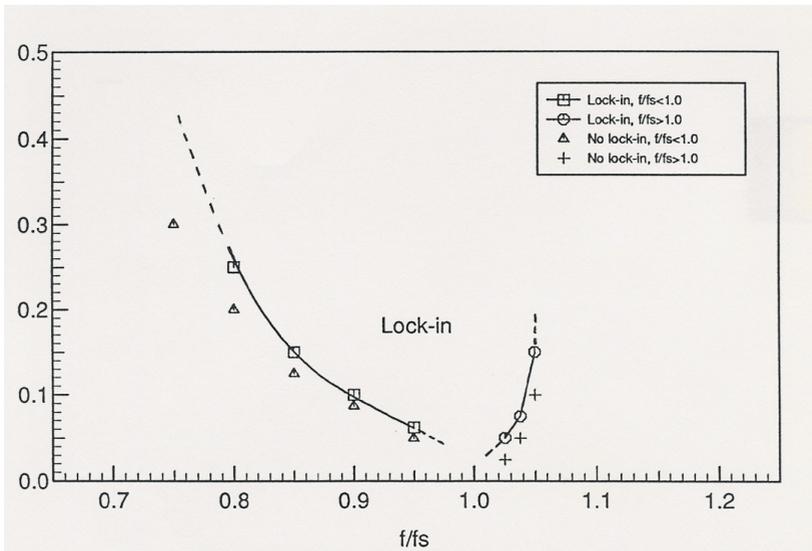


Figura 44: Fronteira de sincronização para  $A/D < 0,6$ , reproduzido de Meneghini and Bearman, 1995.

oscilação próximas àquela de despreendimento dos vórtices, o número de ciclos para o escoamento estabilizar-se cresce enormemente. Por esta razão, para  $f/f_s$  próximo da unidade, a fronteira de sincronização é apenas uma estimativa indicada pelas linhas pontilhadas da Figura 44. Estes resultados foram publicados em Meneghini and Bearman, 1995.

Quando a frequência de oscilação cresce acima da frequência natural, a fronteira aproxima-se muito da linha na qual  $f/f_s = 1$ . Este fato não é observado quando a frequência de oscilação está abaixo daquela de geração dos vórtices. Para este último caso, a fronteira é muito mais inclinada. Este resultado não está completamente de acordo com aquele observado por Koopman, 1967, para um número de Reynolds numa faixa muito superior. Ele obteve uma fronteira de sincronização quase que simétrica ao redor da frequência de Strouhal. No entanto, Bearman and Currie, 1979, apresentaram resultados para um cilindro oscilando onde a sincronização era observada apenas para frequências de oscilação abaixo da frequência natural de geração de vórtices.

### 17.3. Séries temporais dos coeficientes de forças

Para a determinação das séries temporais dos coeficientes de forças utilizou-se o gradiente de vorticidade e a tensão de cisalhamento na parede, conforme detalhado em Meneghini, 1993. Estes resultados foram publicados em Meneghini and Bearman, 1995.

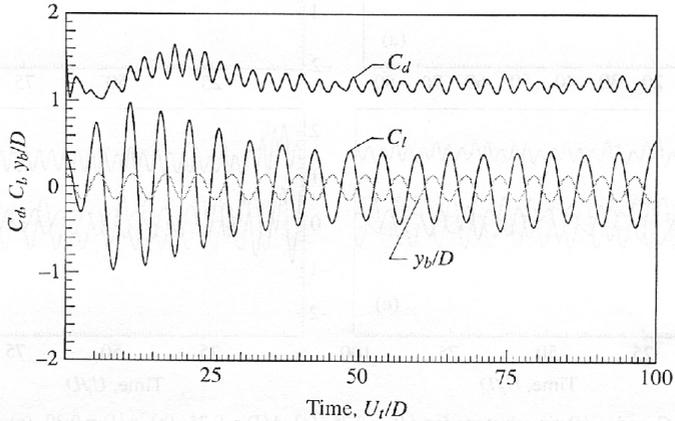


Figura 45: Série temporal dos coeficientes de força ( $C_d$  e  $C_l$ ) e posição do cilindro ( $y_b$ ) para  $f/f_s = 0.90$  e  $A/D = 0.15$ . Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

Na Figura 45 é apresentado o caso com  $f/f_s = 0.90$  e  $A/D = 0.15$ . A fase entre a força transversal e o deslocamento do cilindro é de aproximadamente  $176^\circ$ . Este caso está na região interna da fronteira de sincronização e logo após o início do escoamento a frequência de geração de vórtices altera-se para a frequência da oscilação. À medida que a oscilação é reduzida, a amplitude de oscilação deve ser aumentada para que ocorra sincronização. Na Figura 46, os resultados para  $f/f_s = 0.80$  e  $A/D = 0.25$  são mostrados. A diferença de fase é, neste caso, de aproximadamente  $180^\circ$ . Se a amplitude de oscilação é diminuída, a sincronização deixa de ocorrer e um comportamento de batimento é observado. Para valores de  $f/f_s < 0.70$ , a sincronização não ocorre. Séries temporais dos coeficientes de forças, para frequências iguais a  $0.75$  e amplitudes de oscilação  $A/D = 0.25, 0.30, 0.45$  e  $0.60$  são apresentadas na Figura 47. O comportamento de batimento está presente para o caso  $f/f_s = 0.75$  e  $A/D = 0.25$  (Figura 47a), indicando claramente que a geração de vórtices não está sincronizada. Aumentando-se a frequência de oscilação, o batimento desaparece, e a sustentação e o arrasto tornam-se mais regulares. Analisando o resultado da Figura 47b e 47c não está claro se o escoamento está ou não sincronizado. Apenas para uma amplitude  $A/D = 0.60$  a sustentação torna-se regular de novo.

Aparentemente, para esta faixa de frequência de oscilação e  $A/D < 0.50$ , o escoamento tem uma frequência de geração de vórtices inconstante e variando de forma quase que randômica. Karniadakis and Triantafyllou, 1989, obtiveram resultados parecidos em simulações do escoamento ao redor de um cilindro com uma excitação controlada de um fio colocado pró-

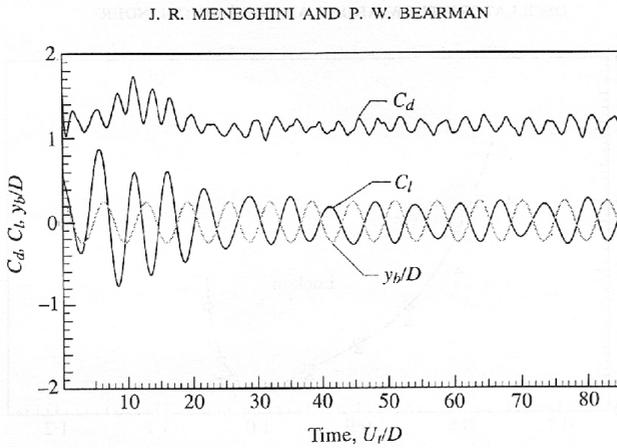


Figura 46: Série temporal dos coeficientes de força ( $C_d$  e  $C_l$ ) e posição do cilindro ( $y_b/D$ ) para  $f/f_s = 0.80$  e  $A/D = 0.25$ . Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

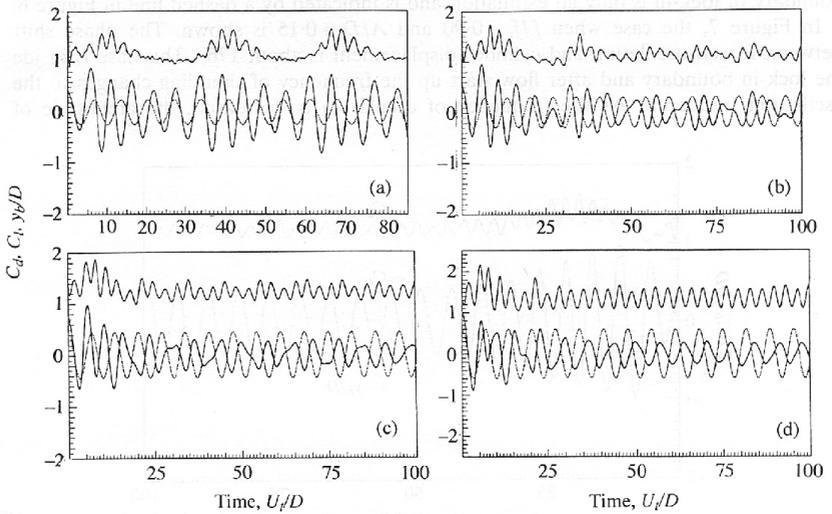


Figura 47: Séries temporais dos coeficientes de força ( $C_d$  e  $C_l$ ) e posição do cilindro ( $y_b/D$ ) para  $f/f_s = 0.75$ , (a)  $A/D = 0.25$ , (b)  $A/D = 0.30$ , (c)  $A/D = 0.45$  e (d)  $A/D = 0.60$ . As curvas superiores indicam  $C_d$ , as inferiores  $C_l$  e as linhas tracejadas  $y_b/D$ . Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

ximo ao corpo. Estes resultados, ocorriam para certos intervalos de frequência e amplitude da oscilação do fio. Comparando o espectro das flutuações de velocidades quando ocorre sincronização e quando as flutuações são randômicas, eles concluíram que existia uma região com características caóticas próxima à fronteira de sincronização<sup>13</sup>.

Os resultados apresentados na Figura 47, quando a amplitude está se aproximando da amplitude de sincronização, são claramente inconstantes e randômicos. Este comportamento pode ser considerado, com um certo cuidado, como sendo caótico. Idealmente, seria necessário um número consideravelmente maior de ciclos na simulação. Isto, por sua vez, consumiria um tempo computacional elevado e também a malha computacional deveria ter sua fronteira externa colocada numa posição muito mais afastada do corpo. O escoamento, no nosso caso, chega a um regime estacionário no que se refere à frequência de geração de vórtices, apenas para uma amplitude de oscilação  $A/D = 0.6$ , conforme apresentado na Figura 47(d).

Os resultados apresentados para uma frequência de oscilação com  $f/f_s = 1.025$  e  $A/D = 0.05$  são mostrados na Figura 48. O escoamento chega a um regime estacionário<sup>14</sup> após 18 ciclos. O ângulo de fase move-se lentamente de um valor elevado para um valor de aproximadamente  $12^\circ$  quando o escoamento entra em regime. Para frequências de oscilação  $f/f_s > 1.075$  a sincronização não ocorre para nenhuma das amplitudes simuladas. Os resultados para uma frequência de oscilação  $f/f_s = 1.10$  e  $A/D = 0.20$  são mostrados na Figura 49. O comportamento de batimento está presente conforme pode ser observado na série temporal dos coeficientes de força. O coeficiente de sustentação não oscila da forma que ocorria se duas frequências apenas estivessem presentes. Isto indica a possibilidade de um escoamento mais complexo devido à alteração na dinâmica dos vórtices à medida que a frequência de oscilação é alterada para uma região fora da fronteira de sincronização. Na seção onde a dinâmica dos vórtices é discutida, este ponto será novamente abordado.

Uma série de simulações para uma amplitude fixa e valores diferentes de frequência de oscilação foram realizados para se analisar a alteração do ângulo de fase, comprimento de formação, arrasto médio e *rms* do coeficiente de sustentação. A amplitude de oscilação foi mantida constante e igual a  $0.15D$ . Casos com frequências de oscilação  $f/f_s = 0.85, 0.90, 0.95, 0.9625, 0.975, 0.9875, 1.00, 1.025, 1.05$  e  $1.075$ , foram simulados. À medida que a frequência de oscilação ultrapassa  $0.85$ , o escoamento entra na região de sincronização.

É interessante notar que devem se passar mais ciclos para que a geração de vórtices se sincronize com a oscilação à medida que nos aproximamos da frequência de geração de um cilindro fixo. Tomando como exemplo o caso no qual  $f/f_s = 0.9875$ , se passaram 17 ciclos até que o escoamento sofresse sincronização. No entanto, no caso no qual  $f/f_s = 0.80$  após 7 ciclos o escoamento estava sincronizado. Em Meneghini and Bearman, 1992, este fato foi também observado em uma simulação com  $f/f_s = 0.995$ , a qual demorou 25 ciclos para que o escoamento ficasse sincronizado.

Na tabela 1 os valores médios do coeficiente de arrasto ( $C_{d_{av}}$ ) para estas simulações são apresentados. Os valores de  $C_{d_{av}}$  para diferentes frequências de oscilação e  $A/D = 0.40$

<sup>13</sup>Karniadakis and Triantafyllou, 1989, chamaram esta região de "receptivity boundary."

<sup>14</sup>Aqui, novamente, referindo-se à frequência de geração e desprendimento de vórtices

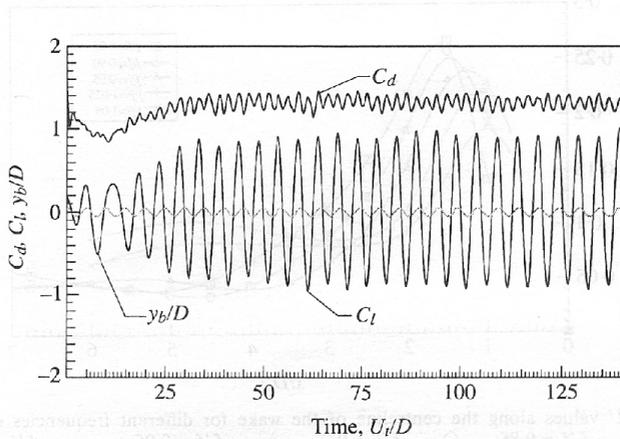


Figura 48: Série temporal dos coeficientes de força ( $C_d$  e  $C_l$ ) e posição do cilindro ( $y_b/D$ ) para  $f/f_s = 1,025$  e  $A/D = 0,05$ . Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

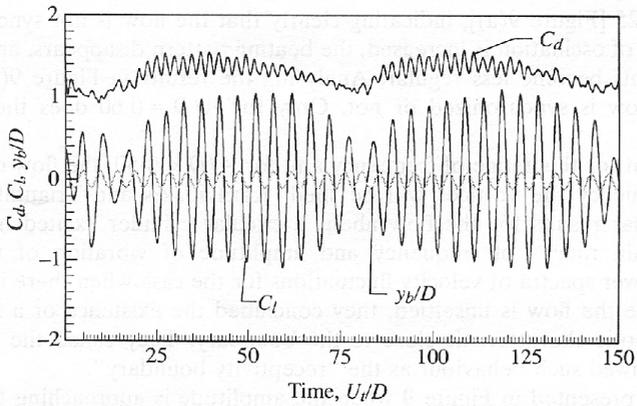


Figura 49: Série temporal dos coeficientes de força ( $C_d$  e  $C_l$ ) e posição do cilindro ( $y_b/D$ ) para  $f/f_s = 1.10$  e  $A/D = 0.20$ . Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

são mostrados na tabela 2. Os valores de  $C_{d_{av}}$  da tabela 1, juntamente com os valores de  $C_{l_{rms}}$ , foram colocados em um gráfico na Figura 50. Para o caso onde  $A/D = 0.15$  e a frequência de oscilação  $f/f_s = 0.80$ , i.e. dentro da fronteira de sincronização, o arrasto está muito próximo àquele encontrado para um cilindro fixo. Com um ligeiro aumento de  $f/f_s$ , é possível observar um aumento quase linear do arrasto dentro da fronteira de sincronização à medida que a frequência de oscilação é aumentada. Os resultados obtidos por Blackburn and Karniadakis, 1993, são apresentados na Figura 50. Eles utilizaram um método espectral nas simulações. A amplitude de oscilação por eles simuladas era  $A/D = 0.20$ , i.e. um valor intermediário em relação àqueles aqui apresentados. No entanto, é possível verificar uma tendência muito similar no comportamento dos coeficientes de força nas duas simulações com métodos completamente distintos.

Tabela 1: Arrasto médio, cilindro oscilando com  $A/D = 0.15$  e diversos valores de  $f/f_s$ .

| $f/f_s$ | $Cd_{av}$ |
|---------|-----------|
| 0.80    | 1.21      |
| 0.85    | 1.11      |
| 0.90    | 1.19      |
| 0.95    | 1.29      |
| 0.9625  | 1.32      |
| 0.975   | 1.34      |
| 0.9875  | 1.37      |
| 1.0     | 1.40      |
| 1.025   | 1.45      |
| 1.05    | 1.48      |
| 1.075   | 1.35      |

O valor máximo do arrasto para  $A/D = 0.15$  é observado na região próxima da fronteira de sincronização com  $f/f_s = 1.05$ . Este valor representa a frequência máxima para esta amplitude na qual ocorre sincronização. Esta alteração em arrasto nos fornece alguma indicação

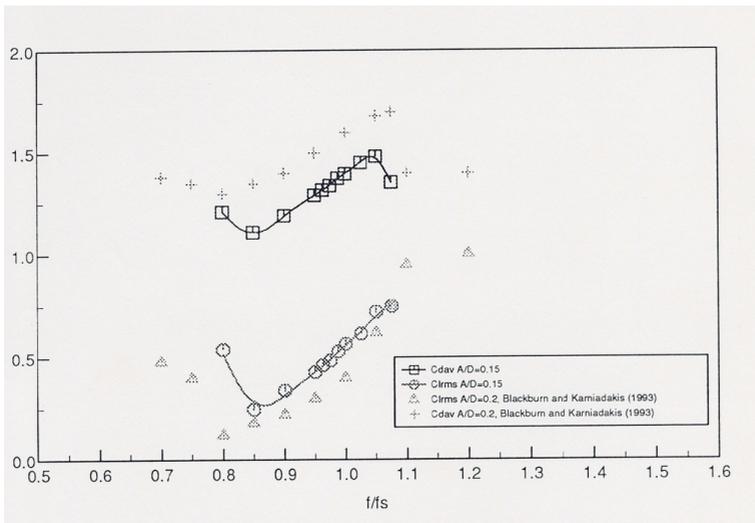


Figura 50: Valores de  $C_{d_{av}}$  e  $C_{l_{rms}}$  para  $A/D = 0.14$  e  $A/D = 0.40$ . Comparações com simulações efetuadas por Blackburn and Karniadakis, 1993.

Tabela 2: Arrasto médio, cilindro oscilando com  $A/D = 0.40$  e diversos valores de  $f/f_s$ .

| $f/f_s$ | $Cd_{av}$ |
|---------|-----------|
| 0.70    | 1.16      |
| 0.80    | 1.26      |
| 0.85    | 1.36      |
| 0.90    | 1.46      |
| 0.95    | 1.53      |
| 0.975   | 1.59      |
| 1.05    | 1.56      |
| 1.075   | 1.61      |

de uma possível alteração no comprimento de formação à medida que a frequência varia e a amplitude de oscilação é mantida constante. Neste sentido, existe alguma similaridade com o caso de um “splitter plate”. Em ambos, um aumento do comprimento de formação causa uma diminuição do coeficiente de arrasto. No entanto, para o caso do cilindro oscilando isto ocorre apenas para amplitudes baixas e para frequências dentro da fronteira de sincronização e à esquerda da frequência de ressonância, i.e.  $f/f_s < 1$ . Esta análise da variação do comprimento de formação para o cilindro oscilando sugere que deve haver um comprimento mínimo e máximo para uma dada amplitude, além dos quais o escoamento não fica sincronizado. Para que este aspecto seja mais bem investigado, o comprimento de formação e a estrutura da esteira de vórtices para os casos acima apresentados são analisados em detalhes nas próximas seções.

#### 17.4. Comprimento de formação para um cilindro oscilando

A influência da oscilação no comprimento de formação é analisada nesta seção. As simulações foram efetuadas mantendo-se fixa a amplitude e variando-se a frequência de oscilação na região de sincronização. Na Figura 51 são mostradas as distribuições de  $U_{rms}/U$  ao longo da esteira para um valor de amplitude  $A/D = 0.15$  e diversas frequências de oscilação. Nesta figura, os valores de  $U_{rms}/U$  para a metade superior da esteira são apresentados.

A estimativa do comprimento de formação é feita tomando a posição  $x$  onde o máximo valor de  $U_{rms}$  na linha de centro da esteira é observado. Este valor corresponde aproximada-

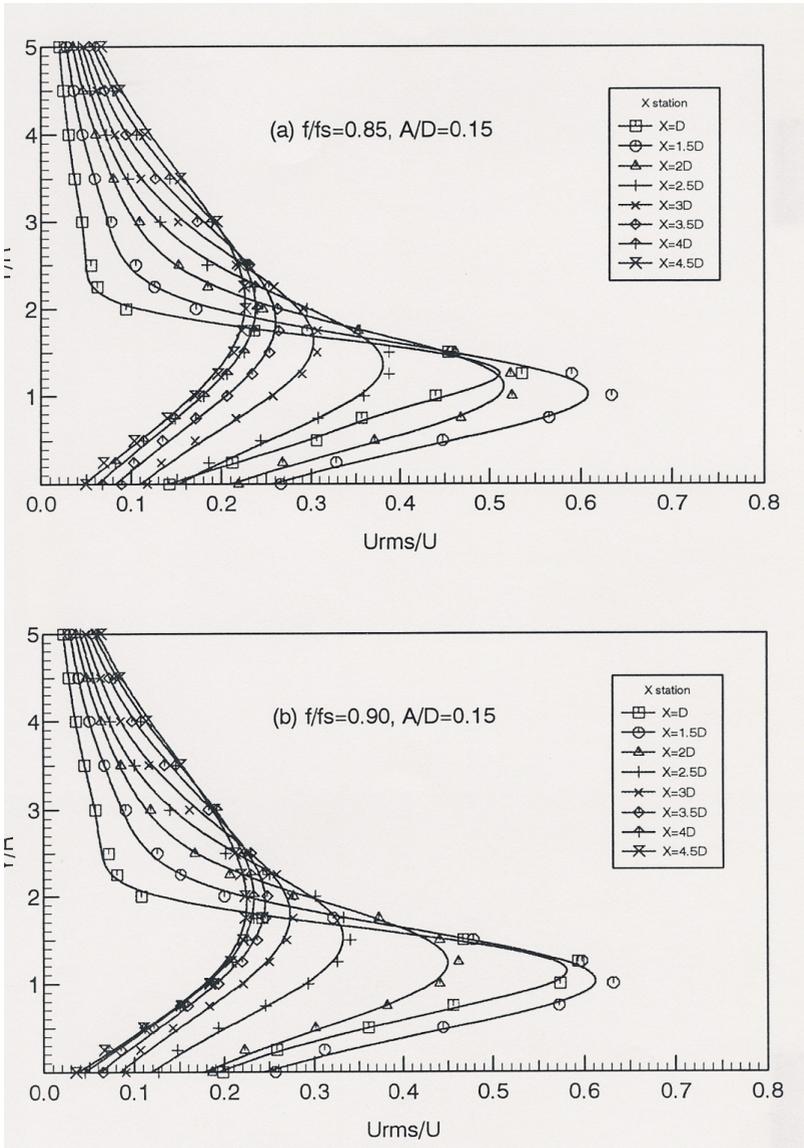


Figura 51: Distribuição de  $U_{rms}/U$  ao longo da esteira,  $A/D = 0.15$ , (a)  $f/f_s$ , (b)  $f/f_s$ , (c)  $f/f_s$  e (d)  $f/f_s$ .

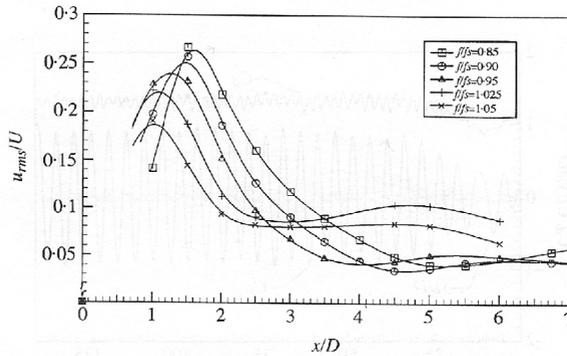


Figura 52: Valores de  $U_{rms}/U$  ao longo da linha de centro da esteira para diferentes valores de frequência de oscilação e  $A/D = 0.15$ :  $-\square-$ ,  $f/f_s = 0.85$ ;  $-\circ-$ ,  $f/f_s = 0.90$ ;  $-\triangle-$ ,  $f/f_s = 0.95$ ;  $-\times-$ ,  $f/f_s = 1.025$ ; e  $-x-$ ,  $f/f_s = 1.05$ .

mente à posição na qual o mínimo espaçamento lateral entre as camadas cisalhantes ocorre. Este espaçamento mínimo corresponde também ao valor no qual o máximo de  $U_{rms}/U$  ocorre para uma específica estação de medição. Todos estes fatos foram também observados por Bearman, 1965, em uma investigação do escoamento atrás de um modelo com bordo de fuga com cantos vivos<sup>15</sup>.

Na Figura 52, os valores de  $U_{rms}/U$  na linha de centro da esteira são apresentados. Quando a frequência de oscilação aumenta, para um valor constante de  $A/D$ , o comprimento de formação diminui. Para o valor de  $A/D = 0.15$ , o comprimento de formação mínimo observado foi igual a aproximadamente  $D$ , isto para uma frequência de oscilação  $f/f_s = 1.05$ . Se a frequência ultrapassa este valor, a sincronização deixa de ocorrer. Isto sugere que deva existir um valor limite para o comprimento de formação para cada amplitude de oscilação. Abaixo deste valor, a formação estável de vórtices naquela frequência de oscilação forçada não é possível e a sincronização deixa de existir.

A variação no comprimento de formação é claramente visível nas visualizações da esteira próxima à parede do cilindro para os casos simulados. Estas visualizações são constituídas pelas posições dos vórtices discretos utilizados no cálculo. Na Figura 53 são apresentadas as esteiras quando o cilindro está na posição mais ao alto no ciclo, isto para uma amplitude  $A/D = 0.15$  e diversos valores  $f/f_s$  de oscilação. Analisando esta figura, o comprimento de formação diminui à medida que a frequência é aumentada. Resultados similares são obtidos quando a frequência é mantida constante mas a amplitude é aumentada. Outro aspecto importante observado na análise da Figura 53 relaciona-se ao aumento no espaçamento lateral

<sup>15</sup>Na literatura inglesa este corpo é chamado de “blunt trailing edge”.

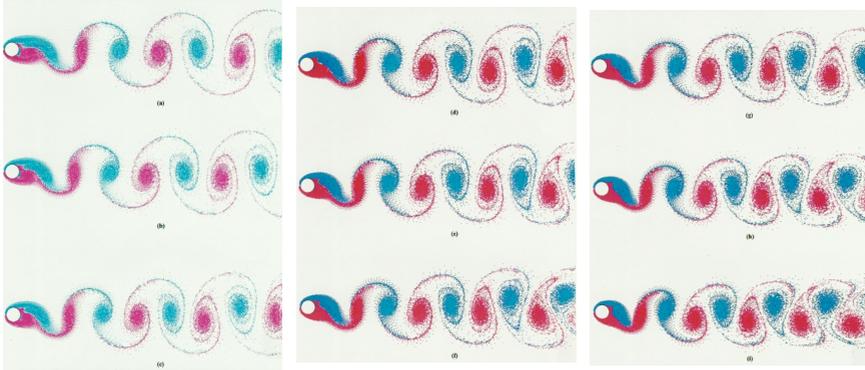


Figura 53: Estrutura da esteira próxima à base do cilindro, para diferentes valores de frequência de oscilação e  $A/D = 0.15$ : (a)  $f/f_s = 0.85$ ; (b)  $f/f_s = 0.90$ ; (c)  $f/f_s = 0.95$ ; (d)  $f/f_s = 0.9625$ ; (e)  $f/f_s = 0.975$ ; (f)  $f/f_s = 0.9875$ ; (g)  $f/f_s = 1.0$ ; (h)  $f/f_s = 1.025$  e (i)  $f/f_s = 1.05$ . Em todas as figuras o cilindro está na posição mais alta. Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

dos vórtices com o aumento da frequência. Este fato foi observado em Meneghini, 1993. A ocorrência disto afeta em muito a dinâmica dos vórtices na esteira e é um dos causadores da variação brusca do ângulo de fase entre o coeficiente de arrasto e o deslocamento do corpo. Para valores de frequência de oscilação na faixa inferior daquelas simuladas é possível observar, na parte de baixo da esteira e muito próximo à parede do cilindro, a existência de um vórtice com circulação oposta a aquele que está se formando neste mesmo lado da esteira. Para valores de  $f/f_s = 0.85$  e  $0.95$ , existe um vórtice girando no sentido horário na parte de baixo do cilindro. Para valores de  $f/f_s$  maiores, o vórtice que quase se formou na parte de cima do cilindro convecta para cima aquele que está iniciando sua formação na parte de baixo da esteira. Isto é causado, provavelmente, pelo encurtamento do comprimento de formação, e será discutido logo a diante.

### 17.5. Variação brusca do ângulo de fase

Nesta seção, a variação brusca do ângulo de fase é estudada em detalhes. O que será apresentado foi investigado por Meneghini, 1993. Como foi dito anteriormente, a variação brusca deste ângulo ocorre devido a uma alteração no momento em que ocorre o desprendimento de um vórtice. Zdravkovich, 1981, e Öngoren and Rockwell, 1988, analisaram visualizações do escoamento e constataram que, dependendo da frequência de oscilação, em um dado instante no ciclo o vórtice se desprendia da parte superior ou da parte inferior do cilindro.

Na tabela 3 são apresentados os valores do ângulo de fase para uma oscilação com  $A/D = 0.15$ . Os resultados mostrados são para diferentes valores de frequência. Analisando esta tabela é possível notar a grande variação de  $\phi$  à medida que a velocidade reduzida é al-

terada. Na tabela 4 são apresentados os resultados para uma amplitude maior,  $A/D = 0.40$ . Neste caso, a precisão para determinação do ângulo de fase é consideravelmente menor do que aquela para  $A/D = 0.15$ . Isto parece causado pelo fato do sinal da força não ser muito estável para as amplitudes maiores.

Se compararmos os resultados obtidos numericamente com aqueles experimentais de Bearman and Currie, 1979, podemos notar muitas similaridades. A variação brusca de  $\phi$  é observada e os cálculos mostram uma tendência de crescimento de  $\phi$  com  $V_r$  muito parecida. Isto é observado mesmo considerando a diferença significativa de  $Re$ . Nas simulações  $Re = 200$  e nos experimentos  $Re = 24\,000$ .

As visualizações apresentadas na figura 53 mostram a mudança no instante de desprendimento a medida que se varia a frequência. Nas figuras, os vórtices pontuais estão mostrados no instante que o cilindro está na sua posição mais alta. Para  $f/f_s = 0.85$ , figura 53(a), o vórtice girando no sentido anti-horário na parte de baixo do cilindro está se formando. Isto, enquanto o vórtice girando no sentido horário na parte superior está quase inteiramente formado. À medida que a frequência aumenta, o comprimento de formação diminui, conforme foi dito na seção anterior. Este aumento causa uma considerável alteração no comportamento dos vórtices na região próxima ao cilindro. Para uma frequência  $f/f_s = 1.05$ , figura 53(i), é o vórtice azul que está em um estágio inicial de formação.

Tabela 3: Ângulo de fase,  $C_{l_d}$  e  $C_{l_m}$  para  $A/D = 0.15$ .

| $V_r$ | $f/f_s$ | $\phi$              | $C_{l_d}$              | $C_{l_m}$             |
|-------|---------|---------------------|------------------------|-----------------------|
| 6.38  | 0.80    | 180.1               | $1.94 \times 10^{-5}$  | $3.24 \times 10^{-2}$ |
| 6.00  | 0.85    | 196.7               | $-9.85 \times 10^{-2}$ | -0.328                |
| 5.67  | 0.90    | 173.0               | $5.81 \times 10^{-2}$  | -0.469                |
| 5.37  | 0.95    | 147.7               | 0.323                  | -0.514                |
| 5.30  | 0.9625  | 135.8               | 0.463                  | -4.75                 |
| 5.23  | 0.975   | 132.9               | 0.415                  | -0.479                |
| 5.17  | 0.9875  | 121.7               | 0.626                  | -0.387                |
| 4.98  | 1.025   | 97.9                | 0.875                  | -0.121                |
| 4.86  | 1.05    | 73.4                | 0.998                  | 0.296                 |
| 4.75  | 1.075   | $2.9 \cdot 10^{-2}$ | $3.94 \times 10^{-5}$  | 0.768                 |

## 17.6. Dinâmica do vórtices na esteira de um cilindro oscilando

Nesta seção é apresentada uma análise do campo de vorticidade na esteira do cilindro oscilando. Os resultados foram obtidos por Meneghini, 1993. Eles são apresentados nesta monografia devido à relação dos mesmos com pesquisas recentes em VIV sendo realizadas na

Tabela 4: Ângulo de fase,  $C_{l_d}$  e  $C_{l_m}$  para  $A/D = 0.40$ .

| $V_r$ | $f/f_s$ | $\phi$                | $C_{l_d}$             | $C_{l_m}$             |
|-------|---------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 6.38  | 0.80    | 180                   | 0                     | $3.24 \times 10^{-2}$ |
| 6.00  | 0.85    | 180                   | 0                     | -0.328                |
| 5.67  | 0.90    | 162                   | 0.167                 | -0.514                |
| 5.37  | 0.95    | 150                   | 0.274                 | -0.475                |
| 5.23  | 0.975   | 138                   | 0.431                 | -0.479                |
| 4.86  | 1.05    | 0                     | $3.8 \times 10^{-4}$  | 1.39                  |
| 4.75  | 1.075   | $-1.2 \times 10^{-2}$ | $2.97 \times 10^{-4}$ | 1.42                  |

USP. Pretende-se com estas investigações obter experimentalmente o campo de vorticidade na esteira de um cilindro oscilando utilizando DPIV (*digital particle image velocimeter*). Com isto, poderemos validar os resultados das simulações.

Nas figuras 54 e 55 são mostrados os contornos de vorticidade para o caso de um cilindro oscilando forçadamente. Nestas figuras, foi feita uma mudança do referencial de forma a seguirmos a trajetória equivalente do cilindro no caso dele mover-se seguindo uma trajetória senoidal em um fluido em repouso. Na figura 54, são apresentados os contornos de vorticidade para uma oscilação com  $A/D = 0.15$  e duas frequências diferentes: à direita da figura o caso com  $f/f_s = 0.85$  e à esquerda o caso com  $f/f_s = 1.05$ . Foram escolhidas estas frequências pois a variação brusca do ângulo de fase ocorre entre elas. Na figura 55 são apresentados contornos de vorticidade com as mesmas frequências mas com uma amplitude  $A/D = 0.40$ .

Inicialmente, no quadro superior a direita da figura 54, temos os contornos de vorticidade no instante que o cilindro está na posição mais alta e oscilando com um frequência  $f/f_s = 1.05$  e amplitude  $A/D = 0.15$ . Este quadro mostra o instante que um vórtice anti-horário está começando a se formar na parte de baixo do cilindro. O corpo começa a acelerar para baixo neste ponto do ciclo. À medida que o corpo se move, o vórtice que está se formando é convectado para cima e se amalgama com um pequeno vórtice com mesmo sinal de circulação. Este último se formou próximo à parede do cilindro e na parte de cima da linha de centro da esteira. Em Meneghini, 1993, são apresentados resultados de vorticidade na parede do cilindro que corroboram esta afirmativa. A presença deste vórtice secundário explica o porque da região atrás do cilindro ser dominada por vorticidade com o mesmo sinal do vórtice se formando. A amalgamação destas duas regiões com o mesmo sinal de vorticidade é observada apenas para frequências onde o ângulo de fase é muito pequeno. Acredita-se que esta amalgamação é um importante fator para determinar as condições que levam a uma mudança do instante de desprendimento do vórtice quando ocorre a variação brusca do ângulo de fase. Aqui, mais uma vez, faz-se sentir a falta de experimentos para comprovarmos esta hipótese.

Continuando a seguir o cilindro, na figura 54(e) para  $f/f_s = 1.05$ , o cilindro está na

sua posição mais baixa e inicia o movimento de subida. Quando ele ultrapassa novamente a linha de centro, o vórtice horário que se formou anteriormente desprende-se da camada cisalhante que o alimentava com circulação. Este instante de desprendimento é o que determina o espaçamento lateral da esteira.

Aumentado a amplitude para  $A/D = 0.40$ , quadros à direita da figura 55, o aumento do espaçamento lateral da esteira fica ainda mais evidente. O quadro (b) à direita da figura 55, mostra o momento aproximado quando um vórtice anti horário na parte de baixo do cilindro começa a se formar. Junto com este, uma região com o mesmo sinal de vorticidade começa a se formar próxima da superfície do cilindro. Estas duas regiões se amalgamam da mesma forma que no caso com amplitude menor. A camada cisalhante sofre uma maior deflexão para o caso com maior amplitude. Isto faz com que os vórtices se desprendam e formem uma esteira mais larga lateralmente.

O caso com  $A/D = 0.15$  e  $f/f_s = 0.85$  é mostrado nos quadros à esquerda da figura 54. Na metade do ciclo, quando o cilindro começa a subir, um vórtice anti-horário começa a se formar na parte de baixo do corpo. Devido ao comprimento da onda formada pela trajetória ser maior neste caso, o vórtice que está se formando não é convectado para cima como no caso com  $f/f_s = 1.05$ . O comprimento de formação é muito maior e uma região com vorticidade oposta se forma próxima a parede do corpo. Para a frequência mais baixa, a interação entre o vórtice se formando e esta região de circulação oposta, determinada pelo comprimento de formação, é o que provavelmente controla o escoamento. A amalgamação de dois vórtices com mesmo sinal não ocorre no caso da frequência mais baixa. Possivelmente, parte da vorticidade com sinal contrario contribui para uma redução do valor total de circulação que sobrevive ao processo de formação.

O efeito global deste equilíbrio entre regiões com vorticidade de sinal contrario, é o que faz com que o vórtice que se formou na parte de baixo do cilindro desprenda-se quando o corpo está alcançando sua posição mais alta. Isto pode ser visto nos quadros a esquerda da figura 54. O instante de desprendimento é diferente daquele observado para uma frequência de oscilação  $f/f_s = 1.05$ . Isto explica a variação brusca do ângulo de fase. Com amplitudes de oscilação maiores, o instante de desprendimento é similar, como pode ser visto nos quadros da figura 55. Para os valores maiores de amplitude, a camada cisalhante sofre uma deflexão maior e isto afeta o espaçamento lateral dos vórtices.

Um ponto que merecerá um estudo mais profundo no novo projeto temático da Fapesp em *VIV*, diz respeito à relação entre o comprimento de formação e a fronteira de sincronização. Os valores de  $f/f_s$  e  $A/D$  dos resultados apresentados na figura 54, estão muito próximos desta fronteira. Analisando-os, parece que no instante que um valor mínimo de comprimento de formação é alcançado, o escoamento deixa de ficar sincronizado com a oscilação. Para valores de oscilação abaixo da frequência de desprendimento de um cilindro fixo, i.e. para  $f/f_s < 1.0$ , o oposto ocorre. No lado esquerdo da figura 54, a frequência de oscilação está próxima do limite inferior de  $f/f_s$  na fronteira de sincronização. Aparentemente, neste outro lado da fronteira de sincronização, é alcançado um valor máximo de comprimento de formação. Este é um outro ponto que pretendemos abordar no novo projeto temático da Fapesp, não apenas com CFD, mas também utilizando conceitos de estabilidade hidrodinâmica.

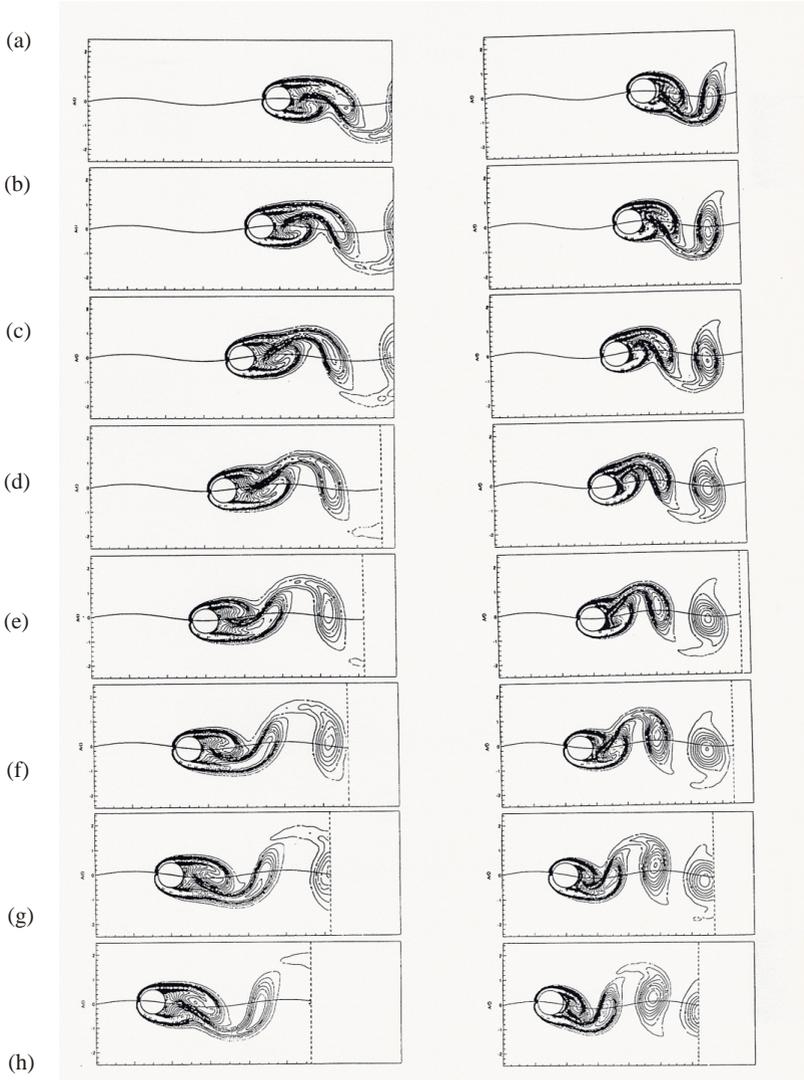


Figura 54: Contornos de vorticidade para  $A/D = 0.15$ :  $f/f_s = 0.85$  no lado esquerdo;  $f/f_s = 1.05$  no lado direito. Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

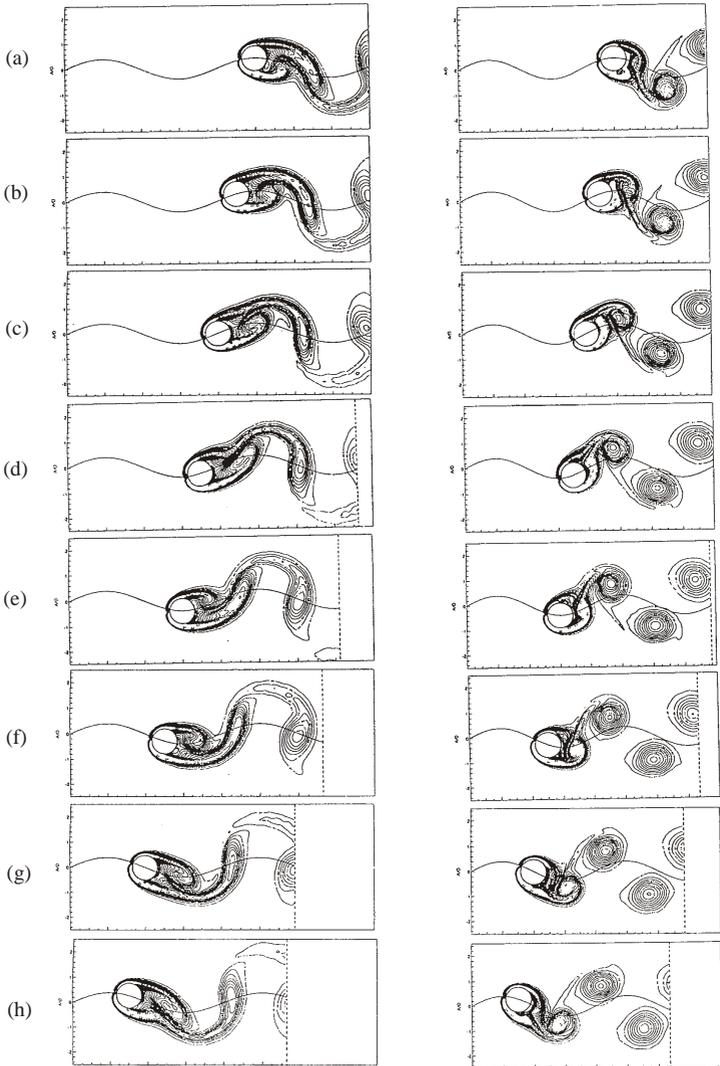


Figura 55: Contornos de vorticidade para  $A/D = 0.40$ :  $f/f_s = 0.85$  no lado esquerdo;  $f/f_s = 1.05$  no lado direito. Reproduzida de Meneghini and Bearman, 1995.

## 18. Escoamento ao redor de um cilindro montado em uma base elástica

A importância prática do estudo de cilindros oscilando devido à geração e desprendimento de vórtices (VIV) fez com que houvesse muitas pesquisas fundamentais sobre o tópico nos últimos anos. Muitas destas pesquisas investigaram o fenômeno de VIV utilizando um cilindro montado em base elástica livre para oscilar. Com este tipo de aparato, oscilações ocorrem somente para faixas de velocidade reduzida nas quais a energia transferida do fluido para o corpo é positiva e a frequência de desprendimento de vórtices está próxima da frequência natural do sistema ou de um dos seus múltiplos ou submúltiplos. A vantagem de simular o escoamento ao redor de um cilindro montado em base elástica reside no fato de que neste caso medimos diretamente as amplitudes de oscilação. Em oscilações forçadas o efeito do acoplamento pode ocorrer inclusive para faixas de energia negativa, oscilações estas que nunca ocorreriam se o cilindro estivesse montado em base elástica. Neste aspecto, experimentos em base elástica são mais realistas do que aqueles nos quais as oscilações são impostas. No entanto, o preço que pagamos é que, nos experimentos com base elástica, o número de parâmetros é sensivelmente maior do que aqueles com oscilações forçadas.

Na maioria dos ensaios, o único grau de liberdade para oscilação é o transversal. Isto ocorre devido ao fato da amplitude de oscilação do arrasto ser muito pequena comparando-se com a amplitude de oscilação da sustentação (veja Bearman, 1984). Conforme será visto no final desta seção, nos experimentos com cilindro flexível engastado em uma extremidade realizados por Fujarra et al., 1998, e Fujarra et al., 2001, as oscilações na direção da corrente existem mas sempre são inferiores àquelas no plano transversal. Por isto, nesta seção vamos nos concentrar na análise de experimentos e simulações do escoamento ao redor de cilindros montados em base elástica com um grau de liberdade.

Na maioria dos experimentos com esta configuração estamos interessados na obtenção das amplitudes de oscilação para uma faixa de velocidade reduzida, no efeito do amortecimento estrutural nestas amplitudes máximas e uma possível correlação entre estas e os modos de desprendimento de vórtices. O interesse prático na obtenção destas amplitudes está diretamente ligado ao fato deste parâmetro estar diretamente relacionado à estimativa da vida útil de elementos cilíndricos sujeitos a VIV (e.g. “risers,” cabos umbilicais, etc).

Antes de apresentarmos os resultados experimentais obtidos na USP e IPT, juntamente com aqueles obtidos por outros pesquisadores, faz-se necessário introduzir os parâmetros importantes no problema. Aqui, procuramos seguir o desenvolvimento seguido por Bearman, 1984, e Khalak and Williamson, 1999. A equação básica do problema é aquela de um oscilador:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_l, \quad (112)$$

na qual  $m$  é a massa do cilindro,  $c$  é amortecimento,  $k$  é a rigidez do sistema e  $F_l$  é força na direção transversal em relação à corrente. Para adimensionalizar esta equação, seguindo Khalak and Williamson, 1999, e Saltara, 1999, inicialmente definimos os adimensionais, parâmetro de massa  $m^*$ , amplitude adimensional  $A^*$ , frequência adimensional  $f^*$ , parâmetro de amortecimento  $\zeta$ , parâmetro de amortecimento  $\zeta_a$ , e velocidade reduzida  $V_r$ ,

$$m^* = \frac{m}{m_d} = \frac{4m}{\pi D^2 l \rho}, \quad (113)$$

$$A^* = \frac{A}{D}, \quad (114)$$

$$T_n = \frac{1}{f_n} = \frac{2\pi}{\omega'_{n_a}} = 2\pi/\sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (115)$$

$$T_{n_a} = \frac{1}{f_{n_a}} = \frac{2\pi}{\omega'_{n_a}} = 2\pi/\sqrt{\frac{k}{m+m_a}} = 2\pi/\sqrt{\frac{k}{m+C_a m_d}}, \quad (116)$$

$$f^* = \frac{f_{osc}}{f_n}, \quad f_a^* = \frac{f_{osc}}{f_{n_a}}, \quad (117)$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}, \quad (118)$$

$$\zeta_a = \frac{c}{2\sqrt{k(m+m_a)}} = \frac{c}{2\sqrt{k(m+C_a m_d)}}, \quad (119)$$

$$V_r = \frac{U}{f_n D}, \quad (120)$$

$$V_{r_a} = \frac{U}{f_{n_a} D}, \quad (121)$$

nas quais  $m_d$  é a massa de fluido deslocada pelo corpo,  $m_a$  é a massa adicional,  $y_b$  é o deslocamento transversal do corpo,  $U$  é a velocidade do escoamento e  $f_n$  é a frequência natural do sistema medida no vácuo e o subscrito  $a$  na frequência natural e no amortecimento indicam estes parâmetros medidos em água. Estes adimensionais, juntamente com as definições do coeficiente de sustentação, arrasto e o número de Reynolds, são aqueles regem o fenômeno.

A massa deslocada, relaciona-se com a massa adicional  $m_a$ , veja Sarpkaya, 1979, através do coeficiente de massa adicional

$$C_a = \frac{m_a}{m_d}. \quad (122)$$

Analisando as definições dos adimensionais, verificamos que temos duas opções quanto ao caminho a ser adotado para obtermos a equação adimensional: o primeiro envolve a utilização dos parâmetros em água; a segunda no vácuo. Cada uma das formas tem suas vantagens e desvantagens. Se utilizarmos os parâmetros em água, a não linearidade do acoplamento vibração-escoamento é evidente, conforme será visto a seguir. No entanto, isto cria uma dificuldade prática clara: os coeficientes em água dependem a priori da massa adicional, a qual por sua vez não é constante podendo assumir valores que fogem da unidade para velocidades reduzidas diferentes.

Para a adimensionalização da expressão 112, utilizando os parâmetros em água, inicialmente a dividimos por  $m + m_a$ ,

$$\frac{m}{m+m_a} \ddot{y} + \frac{c}{m+m_a} \dot{y} + \frac{k}{m+m_a} y = \frac{F_l}{m+m_a}, \quad (123)$$

e utilizando a definição da fração do amortecimento crítico *zeta*, 118, e do coeficiente de sustentação, obtemos

$$\frac{m}{m+m_a} \ddot{y} + \frac{2\zeta\sqrt{km}}{m+m_a} \dot{y} + \frac{k}{m+m_a} y = \frac{1}{(m+m_a)} \frac{1}{2} \rho U^2 D l C_l . \quad (124)$$

Introduzindo a frequência circular natural  $\omega_{n_a}$ ,

$$\frac{m}{m+m_a} \ddot{y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{\frac{m}{m+m_a}} \dot{y} + \omega_{n_a}^2 y = \frac{1}{(m+m_a)} \frac{1}{2} \rho U^2 D l C_l , \quad (125)$$

eliminando aquele coeficiente que multiplica a aceleração e introduzindo a massa deslocada  $m_d$  no termo do lado direito da equação, obtemos

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{1 + \frac{m_a}{m}} \dot{y} + \omega_{n_a}^2 \left(1 + \frac{m_a}{m}\right) y = \frac{2m_d}{m\pi D} U^2 C_l . \quad (126)$$

Introduzindo agora o coeficiente de massa  $m^*$  e o coeficiente de massa adicional  $C_a$ , a expressão se torna

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{1 + \frac{C_a}{m^*}} \dot{y} + \omega_{n_a}^2 \left(1 + \frac{C_a}{m^*}\right) y = \frac{2}{\pi D m^*} U^2 C_l . \quad (127)$$

Para a adimensionalização final desta expressão, consideramos o deslocamento adimensional como

$$Y \equiv \frac{y}{D} , \quad (128)$$

e o tempo adimensional,  $\tau$ , definido através de

$$\tau \equiv \frac{t}{T_{n_a}} . \quad (129)$$

As derivadas temporais de 127, tornam-se

$$\dot{y} = \frac{D}{T_{n_a}} \dot{Y} \quad , \quad \ddot{y} = \frac{D}{T_{n_a}^2} \ddot{Y} \quad (130)$$

e, com estas expressões, podemos reescrevê-la como

$$\frac{D}{T_{n_a}^2} \ddot{Y} + 2\zeta\omega_{n_a} \sqrt{1 + \frac{C_a}{m^*}} \frac{D}{T_{n_a}} \dot{Y} + \omega_{n_a}^2 \left(1 + \frac{C_a}{m^*}\right) D Y = \frac{2}{\pi D m^*} U^2 C_l . \quad (131)$$

Finalmente, com a definição da frequência angular natural  $\omega_{n_a}$  e da velocidade reduzida  $V_{r_a}$ , chegamos à expressão

$$\ddot{Y} + 4\pi\zeta \sqrt{1 + \frac{C_a}{m^*}} \dot{Y} + 4\pi^2 \left(1 + \frac{C_a}{m^*}\right) Y = \frac{2}{\pi m^*} V_{r_a}^2 C_l . \quad (132)$$

Neste ponto devemos observar que nada foi dito a respeito do coeficiente  $C_a$  na equação 132. Experimentos mostram que este coeficiente, para pequenas amplitudes de oscilação do corpo no fluido em repouso, pode ser considerado como sendo aproximadamente igual a 1 (veja Khalak and Williamson, 1999). No entanto, resultados recentes obtidos por Fujarra and Pesce, 2002, mostram que, para amplitudes elevadas, o valor do coeficiente de massa adicional pode desviar-se consideravelmente da unidade para amplitudes elevadas de oscilação. Este será um dos pontos a serem discutidos no final deste capítulo. No caso do parâmetro  $C_a$  variar, os coeficientes do oscilador passam a depender do escoamento, tornando explícita a não-linearidade da solução do oscilador mas criando um problema prático para a solução do mesmo. Isto nos faz pensar que a melhor forma para adimensionalização é utilizar todos os parâmetros no vácuo. Logicamente, a não linearidade continuará a existir no cálculo do  $C_l$ , i.e. existirão componentes em fase com velocidade e aceleração que, se passadas para o lado esquerdo da equação, exercerão o mesmo papel daquelas expressas na equação 132 acima.

Procedendo de maneira análoga mas agora com os parâmetros definidos no vácuo, inicialmente dividimos a mesma pela massa  $m$

$$\ddot{y} + \frac{c}{m}\dot{y} + \frac{k}{m}y = \frac{F_l}{m}, \quad (133)$$

e utilizando as definições de  $\zeta$  e do coeficiente de sustentação, obtemos

$$\ddot{y} + 2\zeta\sqrt{k/m}\dot{y} + \frac{k}{m}y = \frac{1}{2m}\rho U^2 D l C_l. \quad (134)$$

Introduzindo a frequência circular natural no vácuo  $\omega_n$

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = \frac{1}{2m}\rho U^2 D l C_l, \quad (135)$$

e o coeficiente de massa  $m^*$ , a expressão torna-se

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2 y = \frac{2}{\pi D m^*} U^2 C_l. \quad (136)$$

Com a mesma adimensionalização para a amplitude, equação 109, e com o tempo adimensionalizado com o período natural no vácuo

$$\tau \equiv \frac{t}{T_n}, \quad (137)$$

as derivadas temporais de 136, tornam-se

$$\dot{y} = \frac{D}{T_n} \dot{Y}, \quad \ddot{y} = \frac{D}{T_n^2} \ddot{Y}, \quad (138)$$

e, com estas expressões, podemos reescrevê-la como

$$\frac{D}{T_n^2} \ddot{Y} + 2\zeta\omega_n \frac{D}{T_n} \dot{Y} + \omega_n^2 D Y = \frac{2}{\pi D m^*} U^2 C_l. \quad (139)$$

Finalmente, com a definição da frequência angular natural  $\omega_n$  e da velocidade reduzida  $V_r$ , chegamos à expressão

$$\ddot{Y} + 4\pi\zeta\dot{Y} + 4\pi^2Y = \frac{2}{\pi m^*} V_r^2 C_l . \quad (140)$$

Esta é a expressão adimensional do oscilador. A não linearidade da mesma está expressa no coeficiente de sustentação  $C_l$  e de suas componentes em fase com aceleração e velocidade. Todo o efeito da massa adicional na frequência de oscilação do sistema está diretamente associado a este acoplamento. Uma expressão similar a este foi obtida por Parkinson, 1989, na sua excelente revisão sobre o fenômeno de vibração induzida por vórtices. Nesta expressão,  $V_r$  é a velocidade reduzida definida utilizando-se a frequência natural do sistema no vácuo. As duas expressões 132 e 140 são equivalentes, a única diferença reside na forma que os coeficientes são definidos e a escala de tempo, já que em uma delas a adimensionalização considera o período natural no fluido em questão, enquanto que na outra utiliza-se o período natural no vácuo. Na apresentação dos resultados das simulações obtidos por Saltara, 1999, voltaremos a discutir este ponto. Na apresentação dos resultados de amplitudes máximas versus velocidade reduzida, podemos escolher para a abscissa uma escala com  $V_r$  ou  $V_{r_a}$ . Usualmente, a mais utilizada é aquela para o fluido em questão, i.e.  $V_{r_a}$  (veja Khalak and Williamson, 1999).

Conforme pode ser visto em Saltara, 1999, sendo dados os valores de  $m^*$ ,  $\zeta$  e  $V_r$ , podemos resolver a expressão 140 a cada instante de tempo com o valor de  $C_l$  resultante da solução numérica do escoamento ao redor do cilindro. Isto é feito utilizando-se um esquema de integração no tempo, Saltara utilizou um algoritmo de Runge-Kutta de 4ª ordem.

### 18.1. Resultados experimentais e numéricos de um cilindro oscilando em base elástica

Nesta seção são apresentados os resultados experimentais do escoamento ao redor de um cilindro oscilando montado em base elástica. Os resultados obtidos por Fujarra et al., 2001, foram obtidos no âmbito do Projeto Temático Fapesp-VIV.

Na realização destes experimentos estamos fundamentalmente interessados na curva de amplitude em função da velocidade reduzida, nos valores de máxima amplitude e na relação destes com o modo de geração e desprendimento de vórtices. Como já foi dito anteriormente, a vida útil de elementos cilíndricos de estruturas “offshore” sujeitos a VIV, tais como “risers”, depende diretamente da amplitude máxima da oscilação. Daí o interesse não apenas teórico na obtenção da curva  $A/D$  versus  $V_r$ .

Para um cilindro montado em uma base elástica com um grau de liberdade na direção transversal em relação à corrente, a equação que rege o fenômeno é a expressão 140. Conforme pode ser visto em Bearman, 1984, para amplitudes de oscilação induzida por vórtices com uma corrente constante, a força hidrodinâmica na direção transversal e a resposta de deslocamento do corpo oscilam na mesma frequência,  $f_{osc}$ , a qual é usualmente próxima à frequência natural  $f_n$ . Conforme já vimos, quando um corpo está respondendo à geração de vórtices, a força lidera a excitação por um ângulo de fase  $\phi$  e a energia transferida do fluido

para o corpo é proporcional ao seno deste ângulo. Repetindo aqui as expressões 94 e 93 , temos então

$$Y = \frac{y}{D} = \frac{A}{D} \sin 2\pi f_{osc} t , \quad (141)$$

$$C_l = \bar{C}_l \sin(2\pi f_{osc} t + \phi) . \quad (142)$$

Substituindo estas expressões na equação 140, obtemos

$$\begin{aligned} & -\frac{A}{D} 4\pi^2 f_{osc}^2 \sin 2\pi f_{osc} t + 8\pi^2 \zeta \frac{A}{D} f_{osc} \cos 2\pi f_{osc} t + 4\pi^2 \frac{A}{D} \sin 2\pi f_{osc} t = \\ & \frac{2}{\pi m^*} V_r^2 \bar{C}_l \sin(2\pi f_{osc} t + \phi) , \end{aligned} \quad (143)$$

e igualando os coeficientes dos senos e co-senos na expressão resultante obtemos

$$f^* = \frac{f_{osc}}{f_n} = \sqrt{1 - \frac{\bar{C}_l \cos \phi}{4\pi^2} \left( \frac{2}{m^*} \right) V_r^2 \left( \frac{A}{D} \right)^{-1}} , \quad (144)$$

$$A^* = \frac{A}{D} = \frac{\bar{C}_l \sin \phi}{8\pi^2} \left( \frac{2}{m^* \zeta} \right) V_r^2 \frac{1}{f^*} . \quad (145)$$

Como pode ser visto em Bearman, 1984, para oscilações de um cilindro em ar, onde  $m^*$  é da ordem de  $10^3$ , a frequência de oscilação deve ser próxima à frequência natural do sistema. Para um fluido mais denso, tal como a água, onde  $m^*$  é da ordem da unidade, a frequência de oscilação pode ser apreciavelmente diferente da frequência natural. Além disto, analisando as expressões acima, verificamos mais uma vez o importante papel do ângulo de fase no valor da amplitude máxima. A amplitude da resposta do sistema não depende de  $C_l$  apenas, mas da parte deste coeficiente em fase com a velocidade do corpo ( $C_l \sin \phi$ ). Analisando a expressão para a amplitude, podemos também verificar sua dependência com o parâmetro  $m^* \zeta$ . Quanto maior ele for, menores serão as amplitudes máximas esperadas.

Em um artigo publicado recentemente, Khalak and Williamson, 1999, modelaram o problema de uma maneira ligeiramente diferente através da definição de uma massa adicional “efetiva” (as aspas são do artigo original). Esta massa inclui um efeito aparente devido à força transversal em fase com a aceleração do corpo ( $C_l \cos \phi$ )

$$C_{EA} = \frac{1}{2\pi^3} \frac{C_l \cos \phi}{A^*} \left( \frac{U^*}{f^*} \right)^2 . \quad (146)$$

Com esta definição, e utilizando a fração do amortecimento crítico definida para a água (expressão 118) obtemos

$$f^* = \frac{f_{osc}}{f_n} = \sqrt{\frac{m^* + C_A}{m^* + C_{EA}}} , \quad (147)$$

$$A^* = \frac{A}{D} = \frac{\bar{C}_l \sin \phi}{4\pi^3} \left( \frac{1}{(m^* + C_A) \zeta_a} \right) \left( \frac{V_{ra}}{f^*} \right)^2 f^* . \quad (148)$$

Procedendo à análise destas expressões, verificamos que elas são similares às obtidas por Bearman, 1984, mas com os parâmetros definidos em água. Aqui devemos somente lembrar que em Khalak and Williamson, 1999, o coeficiente de massa adicional  $C_a$  é admitido como sendo igual à unidade, i.e. eles tomaram o valor potencial deste coeficiente. Isto equivale a fazer  $m_a = m_d$ . A dependência da amplitude de oscilação com  $m^*\zeta$  é evidente analisando-se a expressão 145.

Por este motivo, diversos pesquisadores apresentam os resultados de amplitude máxima em função de parâmetros proporcionais a  $m^*\zeta$ . Vickerey and Watkins, 1964, estudaram o problema de VIV em um cilindro engastado em uma das extremidades e apresentaram os resultados em função de um parâmetro de estabilidade  $K_S$ , definido como

$$K_S = \pi^2 (m^*\zeta) . \quad (149)$$

Em um outro artigo, mas investigando VIV em um cilindro montado em base elástica, Scruton, , definiu um parâmetro também proporcional a  $m^*\zeta$ , o qual veio a ser conhecido por número de Scruton

$$S_C = \frac{\pi}{2} (m^*\zeta) . \quad (150)$$

Analisando um modelo de esteira através da utilização da equação de van der Pol, Skop and Griffin, , também chegaram a um parâmetro similar

$$S_G = 2\pi^3 S_t^2 (m^*\zeta) . \quad (151)$$

No artigo de Khalak and Williamson, 1999, todas estes parâmetros são apresentados e a equivalência dos mesmos é clara. Skop and Balasubramanian, 1997, apresentaram resultados experimentais recentes da variação de  $A/D$  versus  $m^*\zeta$ . Na figura 56 estes resultados são apresentados utilizando-se uma escala monolog, reproduzida do artigo de Khalak e Williamson. No entanto, Sarpkaya, 1978, mostrou que a resposta é governada independentemente por  $m^*$  e  $\zeta$ . Ele apresentou como evidência a sustentar esta hipótese resultados experimentais com três pares de dados com valores pequenos e distintos de amplitude de resposta, cada par com valores de  $S_G$  similares mas diferentes valores de  $m^*$ . Sarpkaya observou uma influência consideravelmente maior de  $m^*$  nos resultados.

Zdravkovich, 1997, também prefere a utilização de uma análise independente da influência de  $m^*$  e  $\zeta$  na amplitude de oscilação. Ele afirma que  $S_G$  é útil em problemas de engenharia de vento, onde  $m^* > 100$ , mas para problemas de tecnologia marítima, nos quais  $m^* < 10$ , devemos utilizá-lo com cautela. A análise da figura 56, corrobora esta hipótese, já que existe uma dispersão considerável de resultados para ensaios em água e com  $S_G < 1$ . É interessante notar que devido à importância prática da obtenção da amplitude de oscilação,

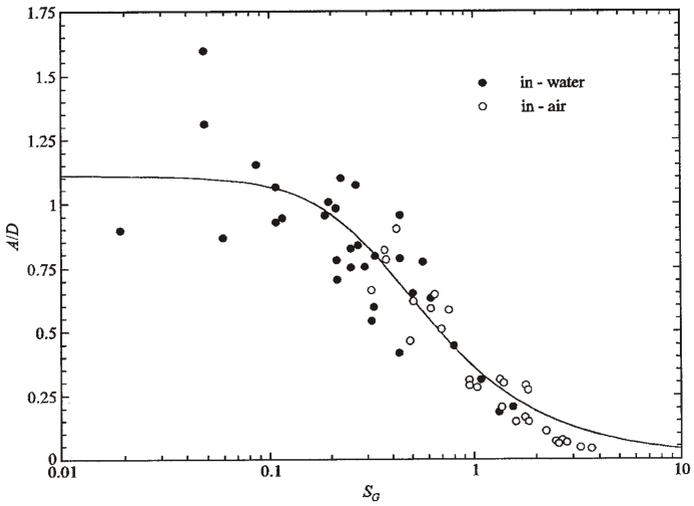


Figura 56: Dependência da amplitude com o parâmetro  $S_G$ . Reproduzida de Khalak and Williamson, 1999.

é comum encontrarmos referência de curvas que tentam reproduzir os resultados experimentais. Sarpkaya, 1978, propôs uma curva do tipo

$$A_{\max}^* = \frac{B}{\sqrt{C + S_G^2}}. \quad (152)$$

Na figura 56, está indicada com linha cheia a curva dada pela expressão acima e com constantes  $B = 0.385$  e  $C = 0.12$ . A concordância muito boa com os resultados experimentais é clara analisando-se esta figura.

A questão que ainda intriga muitos pesquisadores, inclusive este docente, diz respeito à máxima amplitude de oscilação. A análise da figura 57, mostra claramente que mesmo os resultados experimentais com Reynolds elevado indicam uma dispersão muito grande para o valor de  $A_{\max}/D$  na faixa de  $0.8 < A^* < 1.5$ . O mais intrigante ocorre quando estes resultados experimentais são comparados com resultados de simulações numéricas: diversas pesquisas utilizando CFD, subestimam o valor da amplitude máxima consideravelmente.

Existe uma concordância dos resultados numéricos apenas quando os comparamos aos resultados experimentais de Anagnostopoulos and Bearman, 1992. Os experimentos destes pesquisadores ocorreram no intervalo  $90 < Re < 150$ , e forneceram uma amplitude máxima de oscilação  $A_{\max}/D = 0.55$ . Esta evidência, aliada ao fato da maioria das simulações terem sido realizadas com valores baixos de Reynolds ( $Re < 1000$ ), nos leva a concluir que existe uma dependência do valor de amplitude máxima de oscilação com o valor de  $Re$ . Esta dependência ocorre mesmo na faixa na qual o número de Strouhal é constante, i.e.  $180 \sim 200 < Re < 5 \times 10^5$ . No entanto, deve ser ressaltado que o valor de  $m^*\zeta$  nos experimentos de Anagnostopoulos e Bearman era consideravelmente alto ( $m^*\zeta = 0.179$ ). O fato deles terem obtido amplitudes pequenas pode ser devido ao baixo número de Reynolds ou ao elevado valor de  $m^*\zeta$ . Este ponto, inclusive, será um dos tópicos a serem investigados no novo Projeto Temático da FAPESP em VIV, a ser iniciado em Março de 2002 e que tem a coordenação do Prof. J. A. P. Aranha e vice-coordenação deste docente.

Na figura 57, reproduzida de Khalak and Williamson, 1999, estão compilados resultados experimentais e numéricos obtidos em laboratórios diversos e utilizando diferentes métodos numéricos. Em todos os casos, o fluido era água e o coeficiente  $m^*\zeta < 0.2$ . Analisando os resultados lá apresentados, podemos verificar os seguintes pontos:

1. Para cilindros rígidos montados em base elástica e com número de Reynolds no intervalo  $2.5 \times 10^3 < Re < 10^5$ , a amplitude máxima está compreendida na entre  $0.54 < A_{\max}/D < 1.13$ .
2. Para cilindros flexíveis engastados em uma das extremidades e com número de Reynolds no intervalo  $6 \times 10^3 < Re < 4 \times 10^4$ , a amplitude máxima está compreendida entre  $1.32 < A_{\max}/D < 1.60$ .
3. Em experimentos com baixo número de Reynolds ( $90 < Re < 150$ , veja Anagnostopoulos and Bearman, 1992), a amplitude máxima não excedeu o valor  $A_{\max}/D = 0.55$ .
4. Simulações numéricas diretas (DNS—"direct numerical simulation") bidimensionais (Saltara and Bearman, 1998), utilizando método espectral e método de volumes finitos,

| Investigators   | Year | Medium   | Reynolds number | $m^*\zeta$ | Peak (A/D) |
|---|------|----------|-----------------|------------|------------|
| <i>(A) Elastically mounted rigid cylinders</i>                          |      |          |                 |            |            |
| Angrilli <i>et al.</i>  | 1974 | Water    | 2500–7000       | 0.049      | 0.54       |
| Dean <i>et al.</i> <sup>1</sup>   | 1977 | Water    | 2800–10200      | 0.0055     | 0.94       |
| Moe & Overvik   | 1982 | Water    | 6000–30000      | 0.013      | 1.09       |
| Anand & Torum <sup>2</sup>  | 1985 | Water    | 6500–35000      | 0.0132     | 1.07       |
| Sarpkaya  | 1995 | Water    | 6000–35000      | 0.052      | 0.95       |
| Fujarra <i>et al.</i>   | 1998 | Water    | 14410–50380     | 0.036      | 1.01       |
| Gharib <i>et al.</i>  | 1998 | Water    | 11000–40000     | 0.094      | 0.84       |
| Vikestad  | 1998 | Water    | 50000–100000    | 0.012      | 1.13       |
| Hover <i>et al.</i> <sup>3</sup>  | 1998 | Water    | 3800            | 0.04       | 0.80       |
| <i>(B) Cantilevers</i>  |      |          |                 |            |            |
| Vickery & Watkins <sup>4, 5</sup>                                       | 1964 | Water    | 7000            | 0.0162     | 1.46       |
| King <sup>5</sup>   | 1974 | Water    | 6000–22500      | 0.032      | 1.60       |
| Pesce & Fujarra <sup>5</sup>  | 1999 | Water    | 6000–40000      | 0.016      | 1.32       |
| <i>(C) Forced oscillations (Amplitude limit of positive excitation)</i> |      |          |                 |            |            |
| Mercier   | 1973 | Water    | 2000–33000      |            | 1.10       |
| Sarpkaya  | 1978 | Water    | 5000–25000      |            | 0.90       |
| Hover <i>et al.</i> <sup>3</sup>  | 1998 | Water    | 3800            |            | 0.82       |
| <i>(D) Low-Re experiments</i>   |      |          |                 |            |            |
| Anagnostopoulos & Bearman   | 1992 | Water    | 90–150          | 0.179      | 0.55       |
| <i>(E) Direct numerical simulation (DNS)</i>                            |      |          |                 |            |            |
| Blackburn & Karniadakis <sup>6</sup>                                    | 1993 | 2-D code | 200             | 0.012      | 0.64       |
| Newman & Karniadakis <sup>6</sup>                                       | 1996 | 2-D code | 100             | 0.00       | 0.65       |
| Shiels <i>et al.</i>  | 1998 | 2-D code | 100             | 0.00       | 0.59       |
| Fujarra <i>et al.</i>   | 1998 | 2-D code | 200             | ~ 0.015    | 0.61       |
| Evangelinos & Karniadakis   | 1998 | 3-D code | 1000            | 0.00       | 0.74       |
| <i>(F) Large-Eddy-Simulation (LES)</i>                                  |      |          |                 |            |            |
| Saltara <i>et al.</i>   | 1998 | 2-D code | 1000            | 0.013      | 0.67       |

Figura 57: Coletânea de resultados de amplitude máxima de oscilação para um cilindro montado em base elástica. Reproduzida de Khalak and Williamson, 1999.

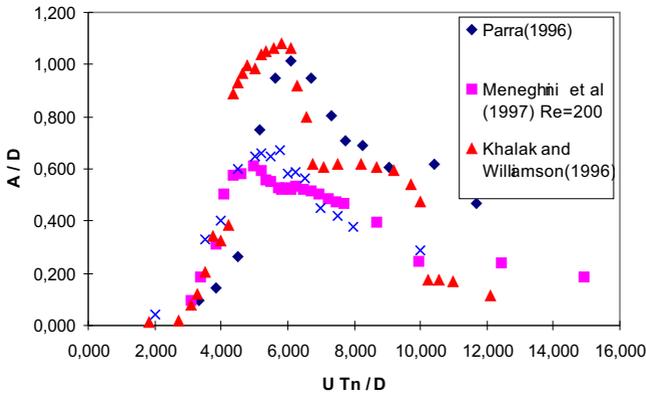


Figura 58: Comparações de resultados experimentais obtidos por Khalak and Williamson, 1999, e Parra, 1996, com simulações numéricas obtidas por Saltara and Bearman, 1998, com  $Re = 200$  e com LES a  $Re = 10^3$ . Cilindro rígido em base elástica. Reproduzida de Saltara and Bearman, 1998.

e com  $100 < Re < 200$ , fornecem valores de amplitude máxima  $0.59 < A_{max}/D < 0.65$ .

5. Simulações numéricas diretas (DNS) tridimensionais e com  $Re = 1000$  (Evangelinos and Karniadakis, 1998), fornecem um valor de amplitude máxima  $A_{max}/D < 0.74$ .
6. Simulações utilizando LES (“large-eddy simulation”) bidimensional (Saltara and Bearman, 1998) fornecem um valor de amplitude máxima  $A_{max}/D < 0.67$ .

Na figura 58 os resultados experimentais obtidos por Parra, 1996, e aqueles obtidos por Khalak and Williamson, 1999, são comparados com simulações numéricas bidimensionais obtidas por Saltara and Bearman, 1998, utilizando o método de volumes finitos com  $Re = 200$  e com LES a  $Re = 10^3$ . Detalhes do método numérico utilizado nas simulações podem ser encontrados em Saltara, 1999. Os parâmetros  $m^*$  e  $\zeta$  utilizados na simulações são iguais aqueles medidos nos experimentos de Khalak and Williamson, 1996, i.e.  $m^* = 3.3$ ,  $\zeta = 0.003939$ . Para a normalização da velocidade reduzida  $V_r$ , utilizou-se a frequência natural para pequenas oscilações em água parada.

As simulações de Saltara and Bearman, 1998, foram feitas para valores de velocidade reduzida no intervalo  $2.0 < V_r < 14.0$ . O cilindro foi mantido fixo até um tempo adimensional  $Ut/D = 50$ , quando então era liberado para oscilar transversalmente em relação à corrente incidente. Na figura 59 e 60 séries temporais dos coeficientes de força e do deslocamento do cilindro são apresentados para valores de  $V_r = 5.75$  e  $V_r = 6.0$ , respectivamente. A maior amplitude de oscilação ocorreu para um valor de velocidade reduzida  $V_r = 5.75$ , e

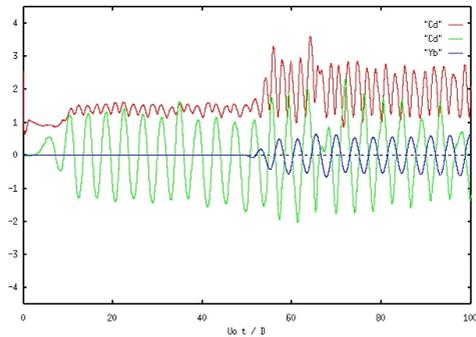


Figura 59: Séries temporais dos coeficientes de forças para um escoamento com  $Re = 1000$ , cilindro montado em base elástica,  $V_r = 5.75$ . Reproduzida de Saltara and Bearman, 1998.

este também é o valor no qual ocorreu o maior coeficiente de arrasto médio. À medida que este valor de velocidade reduzida é aumentado, o ângulo de fase varia abruptamente.

A estrutura da esteira para  $V_r = 5.75$  é mostrada na figura 61. A esteira é claramente do tipo 2S e apresenta um elevado espaçamento transversal. A esteira apresentada na figura 62 é do tipo 2P. É interessante notar que para  $Re = 200$  as simulações realizadas por Meling and Dalheim, e também por Newman and Karniadakis, 1996, forneceram apenas o modo 2S para uma faixa de velocidade reduzida  $3 < V_r < 12$ . Na figura 63 é mostrada a esteira obtida por Meling and Dalheim, para  $V_r = 5.0$ , a qual é do tipo 2S.

Analisando os resultados apresentados na figura 58, é evidente que a amplitude máxima obtida nas simulações é consideravelmente inferior àquela encontrada nos experimentos. Ainda não sabemos a razão deste desacordo. A explicação talvez esteja relacionada à diferença no número de Reynolds nos experimentos e nas simulações. Os resultados experimentais estão compreendidos numa faixa entre  $6 \times 10^3 < Re < 4 \times 10^4$ . Apesar de ter havido um ligeiro aumento da amplitude máxima para a simulação com  $Re = 10^3$ , comparada àquela com  $Re = 200$ , a diferença com o resultado experimental é considerável.

Newman and Karniadakis, 1996, obtiveram amplitudes máximas  $A/D \simeq 0.8 - 1.0$  para simulações tridimensionais de um cilindro flexível com  $Re = 500$  somente quando o amortecimento estrutural era anulado e o cilindro estava livre para oscilar em qualquer direção.

Brika and Laneville, 1993, e Khalak and Williamson, 1996, mostraram, analisando resultados experimentais, que existem dois valores possíveis de amplitudes máximas, cada um deles associados a um ramo da curva amplitude versus velocidade reduzida. Eles mostraram que existe histerese associada com a alternância da resposta entre estes dois ramos. É interessante notar que a amplitude do ramo inferior é aproximadamente  $0.6D$ , a qual é muito

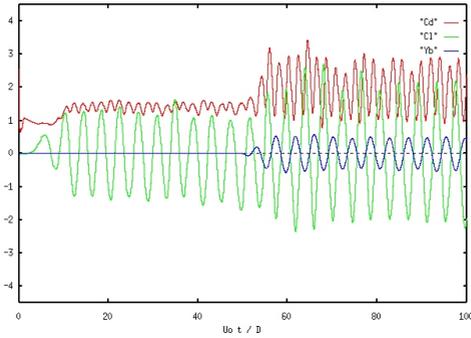


Figura 60: Séries temporais dos coeficientes de forças para um escoamento com  $Re = 1000$ , cilindro montado em base elástica,  $V_r = 6.0$ . Reproduzida de Saltara and Bearman, 1998.

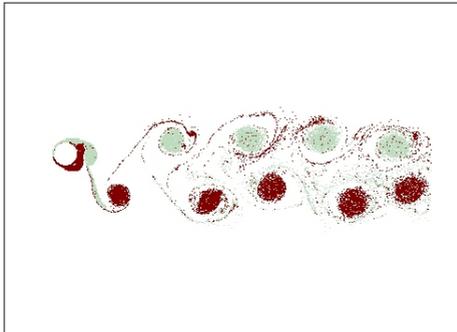


Figura 61: Visualização da esteira para um escoamento com  $Re = 1000$ , cilindro montado em base elástica,  $V_r = 5.75$ . Reproduzida de Saltara and Bearman, 1998.

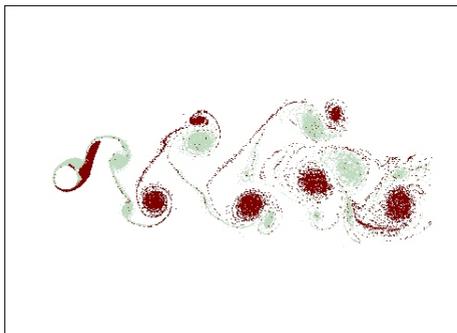


Figura 62: Visualização da esteira para um escoamento com  $Re = 1000$ , cilindro montado em base elástica,  $V_r = 6.0$ . Reproduzida de Saltara and Bearman, 1998.

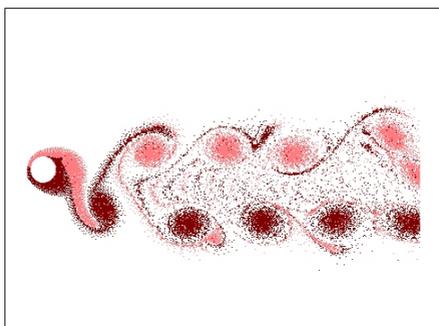


Figura 63: Visualização da esteira para um escoamento com  $Re = 200$ , cilindro montado em base elástica,  $V_r = 5.0$ . Reproduzida de Saltara and Bearman, 1998.

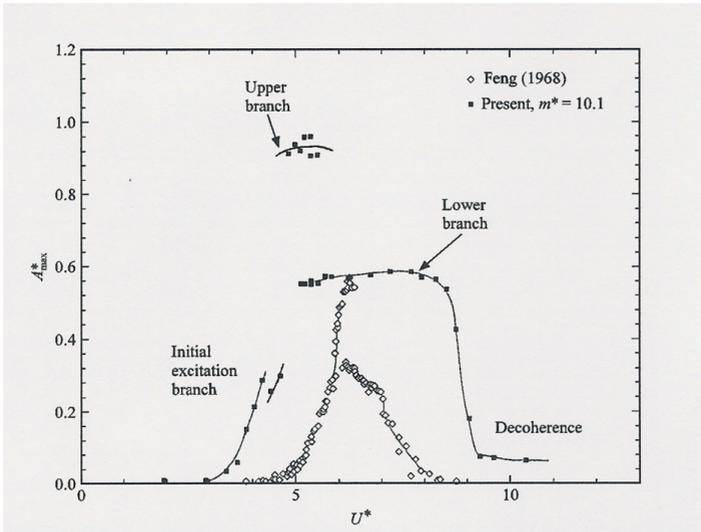


Figura 64: Amplitude de resposta  $A_{max}^* = A_{max}/D$ , versus a velocidade reduzida  $U^*$ . Reproduzida de Khalak and Williamson, 1999.

similar ao valor máximo obtido numericamente por Saltara and Bearman, 1998.

Brika and Laneville, 1993, sugeriram que os modos de geração e desprendimento de vórtices são diferentes nos dois ramos. Seguindo a nomenclatura de Williamson and Roshko, 1988, eles relacionaram o modo 2P ao ramo inferior e o modo 2S ao ramo superior. No modo 2S, dois vórtices com circulações opostas são gerados a cada ciclo de oscilação e no modo 2P dois pares de vórtices são formados em cada ciclo.

Khalak and Williamson, 1999, nos seus experimentos, procuraram verificar de maneira detalhada os possíveis regimes de geração de vórtices e a relação destes com os ramos na curva  $A/D$  versus velocidade reduzida. A intenção deles não era classificar com intuito meramente taxionômico, mas sim interpretar a relação do modo de desprendimento dos vórtices com as características do sinal da força transversal. Na figura 64 são apresentados os resultados de amplitudes dos experimentos em água de Khalak e Williamson, para um parâmetro de massa  $m^* = 10 \cdot 1$  e  $m^* \zeta = 0 \cdot 013$ , juntamente com os resultados em ar de Feng, 1968, para um valor de  $m^* = 248$  e  $m^* \zeta = 0 \cdot 325$ . A amplitude máxima observada neste último caso é consideravelmente inferior à observada em água. Além disto, a largura da faixa de velocidade reduzida na qual as amplitudes de oscilação são elevadas é mais extensa em água do que no ar. Isto indica claramente a dependência desta largura no parâmetro  $m^*$ . Nos resultados em água foram observados três ramos. Khalak e Williamson classificaram-nos como sendo o ramo da excitação inicial (“*initial excitation branch*”), ramo superior (“*upper*

branch”) e ramo inferior (“lower branch”). Feng observou apenas dois ramos nos experimentos em ar.

Quanto à variação da frequência de oscilação dentro do regime de sincronização alguns comentários devem ser feitos. Inicialmente, a definição de sincronização para o caso de oscilações livres é ligeiramente diferente daquela apresentada na seção que foram discutidas oscilações forçadas. Naquele tipo de ensaio, existiam somente duas frequências:  $f_s$ , a frequência de desprendimento de vórtices para um cilindro fixo, e  $f$  a frequência da oscilação forçada. Lá, a sincronização ocorre quando a frequência de desprendimento de vórtices é capturada pela frequência de oscilação em uma faixa de  $A/D$ , i.e. quando  $f_{s_{oscilando}} = f$ . No caso de um cilindro montado em base elástica, passamos a ter na análise uma nova frequência:  $f_n$ , a frequência natural do sistema. Segundo Sarpkaya, 1996, para este último caso devemos tornar explícito que a sincronização ocorre quando a frequência de desprendimento de vórtices passa a ser capturada pela frequência de oscilação do corpo, a qual por sua vez não é necessariamente igual a  $f_n$ .

Analisando a expressão 145 de Bearman, 1984, torna-se claro que a relação  $f^* = f/f_n$  na sincronização se afasta da unidade à medida que o valor de  $m^*$  diminui. Na figura 65, reproduzida de Khalak and Williamson, 1999, podemos verificar exatamente este comportamento. Para  $m^* = 20.6$  e  $m^* = 10.3$ , na sincronização temos  $f^* \simeq 1.0$ . Quando analisamos os resultados com  $m^* = 2.4$ , o valor de  $m^*$  está compreendido entre  $1.1 - 1.5$  na sincronização.

Para analisar independentemente a influência de  $m^*$  e do produto  $m^*\zeta$  na amplitude máxima de oscilação, Khalak e Williamson fizeram um conjunto de medições mantendo o valor de  $m^*\zeta$  aproximadamente constante ( $0.14 - 0.19$ ) e variando  $m^*$  no intervalo de 1 a 20. Estes resultados são apresentados na figura 67(a). Apesar da variação do parâmetro  $m^*$  ser considerável, o valor de amplitude máxima permaneceu por volta de  $1.0D$ . Esta observação corrobora a conclusão de que o valor de  $A_{max}/D$  depende fundamentalmente do valor do produto  $m^*\zeta$ . Além disto, podemos verificar que a variação de  $m^*$  faz com que haja um aumento da faixa de velocidade reduzida, no gráfico indicada por  $U^*$ , em que ocorre o patamar correspondente ao ramo inferior. Quanto menor for  $m^*$  mais extenso é este patamar. O fato mais interessante na apresentação deste conjunto de resultados corresponde às duas possíveis normalizações da abscissa ( $U^*$ ). Na figura 67a, utilizou-se a frequência natural em água em repouso para definição da velocidade reduzida ( $U^* = U/f_n D$ ). Analisando os resultados para  $m^* = 2.4$  verificamos que o ramo inferior se estende na faixa  $6 - 7 < U^* < 11$ , enquanto que para  $m^* = 2.4$  verificamos que o patamar se estende no intervalo de  $5 - 6 < U^* < 8 - 9$ . Procedendo a uma normalização da abscissa através da frequência  $f/f_n$ , os dados praticamente são colapsados em uma única curva para todos os ramos. Esta normalização ( $U^*/f^*$ ) equivale a definir a velocidade reduzida com a frequência efetiva ao invés da frequência natural. Para experimentos em ar, onde  $f^* \simeq 1.0$ , esta normalização não traz nenhuma diferença perceptível. No entanto, para a água, onde  $f^*$  pode afastar-se consideravelmente da unidade, a diferença na normalização se faz sentir.

No que se refere aos modos de desprendimentos de vórtices, fazendo a sobreposição dos resultados de Khalak and Williamson, 1999, no mapeamento proposto por Williamson and Roshko, 1988, algumas conclusões interessantes podem ser obtidas. Primeiramente, verifi-

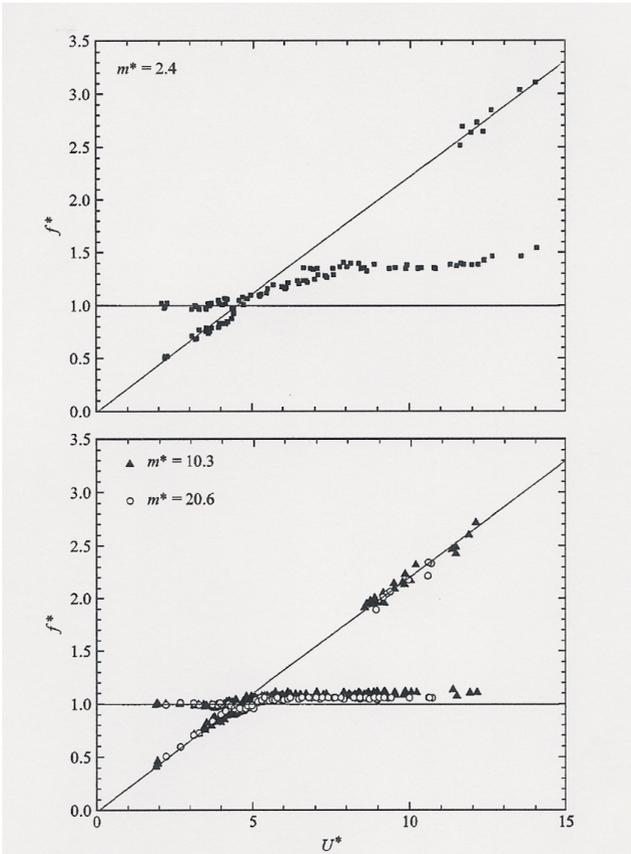


Figura 65: Resposta de frequência para valores diversos do parâmetro de massa,  $m^*$ , no intervalo do regime de sincronização. Reproduzida de Khalak and Williamson, 1999.

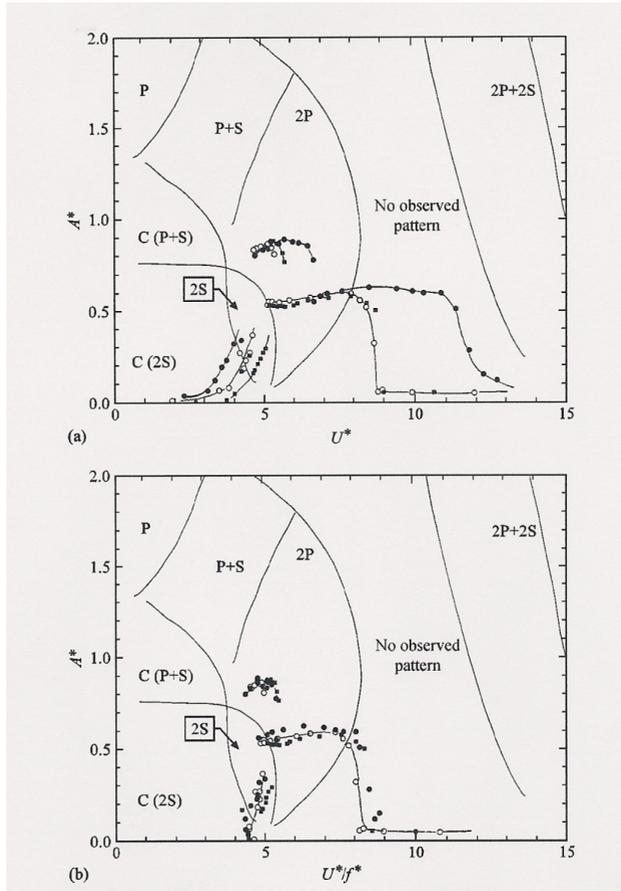


Figura 66: Resposta de amplitude para  $m^* \zeta$  constante, mas para valores diferentes do parâmetro de massa,  $m^*$ , sobreposta ao mapeamento de Williamson and Roshko, 1988. As curvas colapsam em uma única quando normalizamos a velocidade através de  $U^*/f^*$ , ao invés de  $U^*$  apenas. Reproduzida de Khalak and Williamson, 1999.

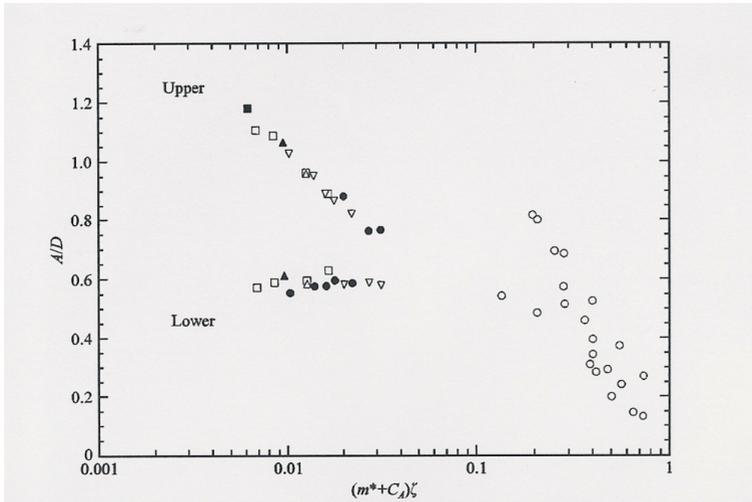


Figura 67: Gráfico de “Griffin” do ramo superior e inferior versus  $(m^* + C_A)\zeta$ ; para uma variedade de valores de parâmetro de massa,  $m^*$ . Os dados seguem duas linhas claramente. ■,  $m^* = 1.2$ ; □,  $m^* = 2.4$ ; ▲,  $m^* = 3.3$ ; △,  $m^* = 10.1$ ; ▽,  $m^* = 10.3$ ; ●,  $m^* = 20.6$ ; ○, dados de Griffin and Ramberg, 1974.

camos que o modo 2S ocorre apenas no ramo de excitação inicial. Tanto o ramo superior como o patamar do ramo inferior encontram-se na região dominada pelo modo 2P quando procedemos à normalização da forma proposta anteriormente. Já que o patamar superior corresponde à amplitude máxima de oscilação, temos dois pares de vórtices sendo desprendidos em cada ciclo de oscilação. Este resultado não é o mesmo do que aquele observado por Brika and Laneville, 1993, para experimentos com cilindros flexíveis. Apesar das amplitudes máximas adimensionais por eles observadas serem próximas àquelas de Khalak e Williamson, foi observado o modo 2S no ramo superior.

O modo obtido por Khalak e Williamson é similar ao obtido nas simulações de Meneghini and Bearman, 1995. Estes pesquisadores sugeriram que a mudança do modo 2S para 2P ou S+P ocorria sempre que um valor limite de amplitude de oscilação fosse ultrapassado. Resultados das séries temporais das forças obtidas nas simulações de Meneghini e Bearman indicam claramente que no caso do modo 2P ser atingido, o sinal de  $C_l$  pode deixar de ter uma forma senoidal. A relação entre o modo de geração de vórtices e a força transversal é ainda objeto de investigação das pesquisas atuais em VIV. Este será mais um dos tópicos a serem investigados no projeto Temático da FAPESP em VIV.

Para completar esta análise de resultados de cilindros oscilando, na figura 67 são apresentados os resultados de amplitude máxima versus  $(m^* + C_A)\zeta$  reproduzidos de Khalak and Williamson, 1999. Repare que a abscissa, neste caso, inclui o coeficiente de massa adicional, enquanto no gráfico da figura 56 somente o parâmetro de massa multiplicava o amortecimento. Analisando a Figura 67 fica claro que os ramos superior e inferior da curva  $A/D$  versus  $U^*$  seguem dois caminhos diferentes no gráfico apresentado.

## 19. escoamento ao redor de um par de cilindros

Uma descrição detalhada dos projetos de pesquisa envolvendo o fenômeno de geração e desprendimento de vórtices com dois cilindros e o efeito de interferência na esteira é apresentada nas próximas seções. Os resultados mostrados estão diretamente relacionados aos projetos de pós-graduação e iniciação científica de diversos estudantes sob orientação do autor desta monografia (devidamente citados ao longo do texto).

O escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros foi o objeto de muitas investigações no passado. A interferência no escoamento é responsável por muitas alterações nas características de carregamentos fluidodinâmicos quando mais de um corpo é colocado em uma corrente. Investigações do escoamento ao redor de pares de cilindros com diferentes arranjos podem nos fornecer uma melhor compreensão da dinâmica dos vórtices gerados e da distribuição de pressões em casos envolvendo arranjos complexos. Neste capítulo é apresentada uma revisão de investigações realizadas do escoamento ao redor de pares de cilindros e, também, são apresentados resultados de simulações numéricas obtidas pelo grupo de CFD da Escola Politécnica da USP, em particular das teses de doutorado de Saltara, 1999, e Siqueira, 1999, e Meneghini et al., 2001.

Uma das principais aplicações práticas deste estudo é uma melhor compreensão do escoamento ao redor de agrupamento de “risers”, os quais são tubos metálicos que conectam os pontos de perfuração no fundo do mar às plataformas utilizadas para exploração de óleo. Estes tubos estão sujeitos a escoamentos oscilatórios e não-uniformes devido a ondas e correntes, respectivamente. Estes escoamentos têm um elevado grau de complexidade, com mudanças de intensidade e direção ao longo da profundidade. A maioria das plataformas localizadas na costa brasileira está instalada em locais onde profundidades acima de 1 000 metros são comuns. Nestas condições, um melhor conhecimento da dinâmica dos vórtices que causam as vibrações nos tubos é essencial.

Nesta capítulo procurou-se concentrar o foco da pesquisa em investigações envolvendo escoamentos externos ao redor de agrupamentos de cilindros. O caso de trocadores de calor, presente na engenharia nuclear, não é tratado. Em trocadores o escoamento é confinado e, na maioria das vezes, o fenômeno de geração e desprendimento de vórtices não está presente. A principal fonte de vibração induzida pelo escoamento é aquela relacionada a “turbulence buffeting”<sup>16</sup>. Quando este fenômeno ocorre, a fonte de vibração é devido às flutuações no campo de velocidade, as quais, por sua vez, ocorrem devido à turbulência. A força que excita o sistema é independente do movimento do corpo, a menos do efeito marginal dela na massa

<sup>16</sup>Para o leitor que necessitar informações complementares sobre este fenômeno é sugerida a leitura de Blevins, 1990, e Naudascher and Rockwell, 1994

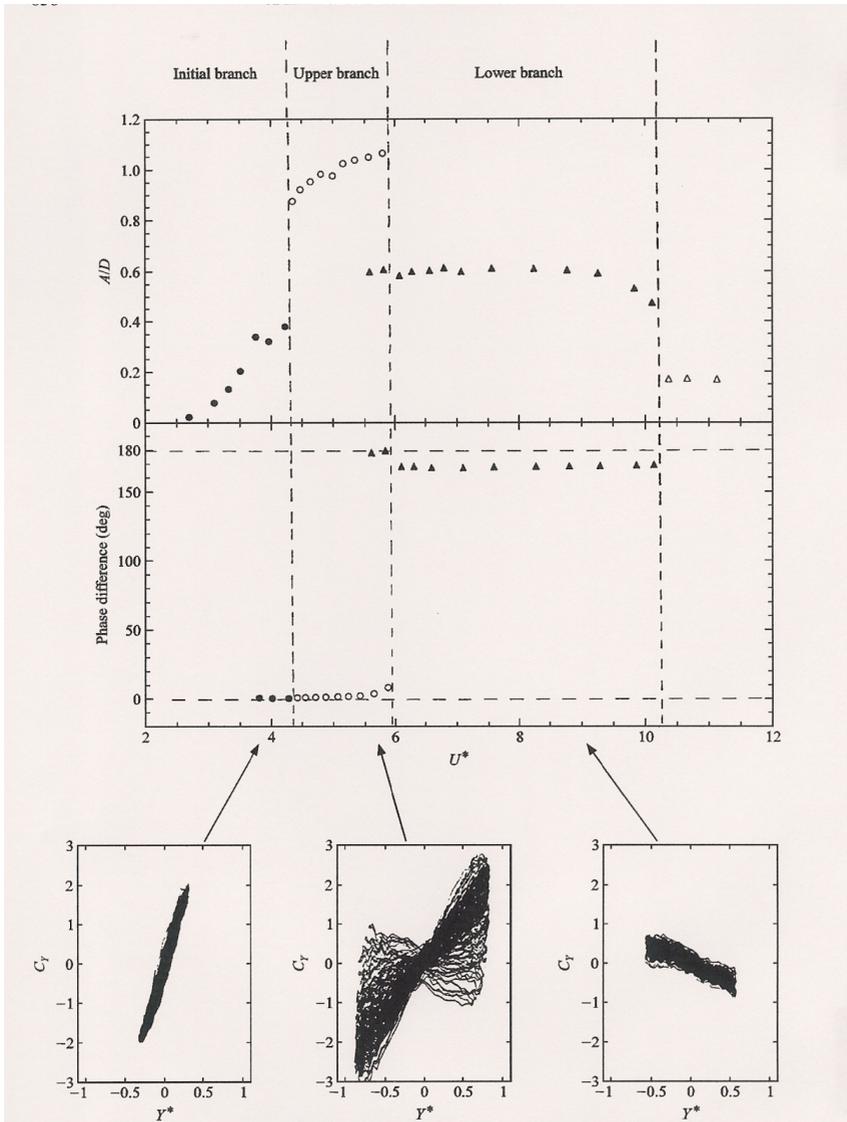


Figura 68: Caracterização dos ramos inicial, superior e inferior e suas amplitudes correspondentes, ângulos de fase e gráficos de Lissajou (gráficos de fase de  $C_l$  versus  $Y^*$ ). Reproduzida de Khalak and Williamson, 1999.

adicional e no amortecimento hidrodinâmico. Este último fenômeno apresenta um espectro de energia muito mais amplo, no que diz respeito à frequência, do que aquele presente quando a vibração é induzida por vórtices (VIV). Em VIV, o movimento do corpo pode alterar a força hidrodinâmica de maneira drástica. Naudascher and Rockwell, 1994, classificam como excitação externamente induzida (EIE<sup>17</sup>) aquela causada por “turbulence buffeting”. Por sua vez, VIV é classificada como excitação induzida por instabilidade do escoamento (IIE<sup>18</sup>). No caso de IIE, o acoplamento entre a excitação e o movimento do corpo faz com que haja um aumento da complexidade do problema. Este acoplamento é, na maioria das vezes não linear, ocorrendo histerese para certas condições de frequência e amplitude de oscilação. Quando ocorre EIE, a análise é em muito simplificada já que não existe acoplamento direto entre oscilação e a força que a causa.

Zdravkovich, 1977, publicou uma completa revisão bibliográfica do problema de interferência quando dois cilindros são colocados lado-a-lado, alinhados na direção da corrente<sup>19</sup> e em uma direção inclinada em relação a ela. Reproduzindo aqui suas observações, ele disse que “...no caso de mais de um corpo rombudo estar presente no escoamento, as forças resultantes e o padrão dos vórtices na esteira podem ser completamente diferentes daqueles encontrados quando apenas um corpo está colocado no escoamento com o mesmo número de Reynolds.” Uma variedade de padrões diferentes, caracterizados pelo comportamento da região da esteira, pode ser discernida à medida que o espaçamento entre os cilindros é variado.

O escoamento ao redor de dois cilindros colocados lado-a-lado foi extensivamente estudado em Bearman and Wadcock, 1973a. Estes pesquisadores mediram a distribuição de pressões ao redor dos corpos e encontraram uma força de repulsão entre os cilindros quando a distância entre eles estava contida num intervalo. Eles justificaram o aparecimento desta força como consequência da rotação do vetor força resultante devido à presença do segundo cilindro. Para valores intersticiais pequenos, Bearman e Wadcock observaram uma elevada assimetria no escoamento, com os cilindros sujeitos a diferentes valores de arrasto e pressão na base. O escoamento nesta região intersticial agia como uma injeção de fluido na base<sup>20</sup>, fazendo com que o arrasto da combinação de cilindros fosse menor que a soma dos arrastos de cilindros isolados.

A evolução da esteira que se forma no escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros lado-a-lado também foi estudada por Williamson, 1985. Ele descobriu que para certos valores de interstícios, as esteiras ficam sincronizadas, ora em fase ora em antifase. Ele observou que, abaixo de um valor crítico de distância entre os cilindros, o escoamento tornava-se anti-simétrico. Este resultado é similar àquele observado por Bearman and Wadcock, 1973a. Outros resultados que devem ser citados são aqueles obtidos por Airie et al., 1983, Kim and Durbin, 1988, e Summer et al., 1988.

Além do trabalho já citado de Meneghini et al., 2001, existem outros trabalhos envolvendo simulações numéricas do escoamento externo ao redor de agrupamentos de cilindros.

<sup>17</sup>“Extraneously-induced excitation”.

<sup>18</sup>“Instability-induced excitation”.

<sup>19</sup>Na literatura inglesa esta configuração é usualmente indicada por configuração em “tandem”.

<sup>20</sup>“Base bleed” na literatura inglesa.

Destes podemos citar aquele realizado por Ng and Ko, 1995. Estes pesquisadores utilizaram o método dos vórtices discretos para investigar o escoamento ao redor de dois cilindros em uma configuração alinhada com o escoamento<sup>21</sup> No método por eles utilizado, dois vórtices eram gerados e desprendidos por cada um dos cilindros, em cada passo de tempo. Estes vórtices eram liberados na posição da separação da camada limite, sendo que esta era resolvida utilizando o método de Thwaites. O número de vórtices era mantido abaixo de 2.000 através da utilização de um procedimento de amalgamação. Mesmo considerando a simplicidade do método, as principais características da esteira podiam ser obtidas e comparavam-se de maneira satisfatória com resultados experimentais.

Mittal et al., 1997, estudaram o caso de dois cilindros dispostos em uma configuração alinhada e em uma configuração oblíqua em relação ao escoamento incidente. O principal objetivo do estudo era analisar a mudança do coeficiente de arrasto nos cilindros para cada um dos casos investigados. Outros estudos que devem ser citados são aqueles realizados por Slaouti and Stansby, 1992, e Stansby and A., 1993. Nestes estudos eles utilizaram um método de vórtices discretos incluindo difusão viscosa modelada através do método “random walk.” Em Sphaier et al., 1993, foi utilizado um método similar para estudar o escoamento impulsivo ao redor de um cilindro. Em Sphaier and Yeung, 1989, foi utilizado para o estudo do escoamento ao redor de dois cilindros. Os resultados das simulações obtidos por Sphaier e Yeung apresentam uma boa concordância com resultados experimentais. Em Sphaier and Yeung, 1989, foi investigado o efeito de interferência também utilizando um método de vórtices discretos.

## 20. Simulações numéricas do escoamento ao redor de cilindros

### 20.1. Escoamento ao redor de dois cilindros alinhados

Foi utilizado nos cálculos um método de elementos finitos (MEF). Este método foi concebido especialmente para simulação do escoamento bidimensional ao redor de cilindros. O algoritmo computacional foi desenvolvido por Siqueira, 1999, e utiliza o método das projeções para resolver o escoamento em regime transitório. Uma validação completa do código, com comparações com outros resultados numéricos e experimentais, pode ser vista nesta referência.

Os resultados apresentados nas próximas duas seções foram obtidos por Siqueira, 1999, durante o desenvolvimento da sua pesquisa no programa de doutorado e também publicadas em Meneghini et al., 2001. Para investigarmos o efeito de proximidade no fenômeno de desprendimento de vórtices, simulações foram realizadas para cilindros dispostos em linha (“tandem”) e lado-a-lado. Para estes casos, a medida intersticial ( $L$ ) entre os centros dos cilindros foi tomada no intervalo entre  $1.5D < L < 4D$ . Nesta seção, os cilindros terão o mesmo diâmetro.

Uma malha computacional típica, para o arranjo em linha, é apresentada na Figura 69, reproduzida de Siqueira, 1999. A malha lá mostrada se refere a uma medida intersticial de  $3D$  e é constituída por 26 064 elementos e 13 219 nós. A tabela 5 nos fornece a densidade

<sup>21</sup>Na literatura inglesa esta configuração é chamada “tandem.”

nodal das malhas para os casos onde a distância entre os cilindros é  $L = 1.5D$  e  $4D$  para arranjos em linha e lado-a-lado, mostrando a faixa de variação no número de elementos e nós no nosso estudo. O tempo de CPU em cada caso para completar um total de 500 unidades adimensionais de tempo é dado na tabela 6. Todas as simulações foram feitas em um computador AlphaServer DS 20, com dois processadores (Alpha EV6 500 MHz) e com 1 gigabyte de memória RAM.

Tabela 5: Densidade nodal para espaçamentos  $L = 1.5D$  e  $4D$ . Arranjos em linha e lado-a-lado.

| $L$    | Arranjo     | No. elementos | No. nós |
|--------|-------------|---------------|---------|
| $1.5D$ | Em linha    | 24 770        | 12 562  |
| $4D$   | Em linha    | 26 300        | 13 327  |
| $1.5D$ | Lado-a-lado | 27 284        | 13 819  |
| $4D$   | Lado-a-lado | 30 896        | 15 645  |

Tabela 6: Tempo de CPU para a simulação completa até um tempo adimensional  $Ut/D = 500$ .

| $L$    | Arranjo     | Tempo de CPU |
|--------|-------------|--------------|
| $1.5D$ | Em linha    | 1h 10min     |
| $4D$   | Em linha    | 1h 25min     |
| $1.5D$ | Lado-a-lado | 1h 34min     |
| $4D$   | Lado-a-lado | 1h 46min     |

O número de Reynolds em todas as simulações é igual a 200. O diâmetro ( $D$ ) dos cilindros é igual a 2 e o ponto com coordenadas  $(0, 0)$  está localizado no ponto médio entre os cilindros. A fronteira externa da malha computacional se estende para jusante até  $25D$  e a montante até um valor de  $10.65D$ . Na direção vertical, a fronteira externa está localizada a  $-10.65D$  e  $10.65D$ .

O tempo adimensional,  $U\delta t/D$ , foi feito igual a 0.005. O ponto da malha mais próximo da direção normal à parede está localizado a uma distância de aproximadamente  $0.005D$ , e a distribuição de pontos é concentrada próxima à parede de forma a dar uma boa precisão na solução da camada limite. Na Figura 70 é apresentada uma vista detalhada da malha próxima da parede de ambos os cilindros, onde é enfatizada a importância de uma concentração adequada de nós na região da camada limite. O número de nós e triângulos utilizados nas simulações de outros casos é ligeiramente diferente mas, não obstante, as características gerais da malha são muito similares.

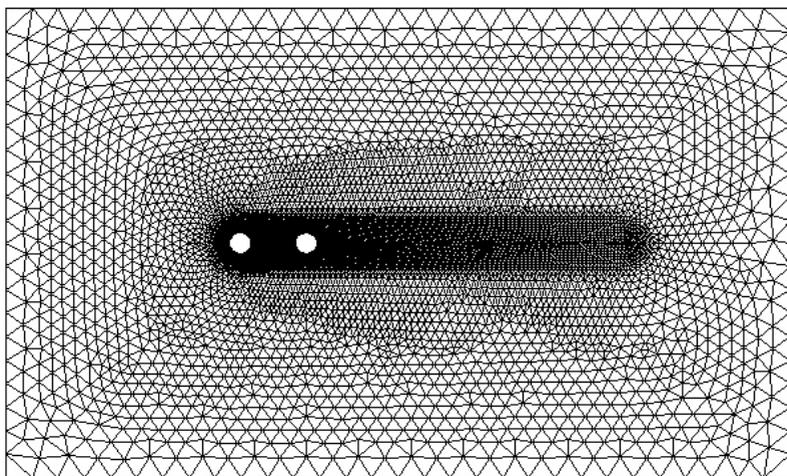


Figura 69: Detalhes da malha computacional não-estruturada para o arranjo de cilindros em linha. A distância entre os centros é de  $3D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

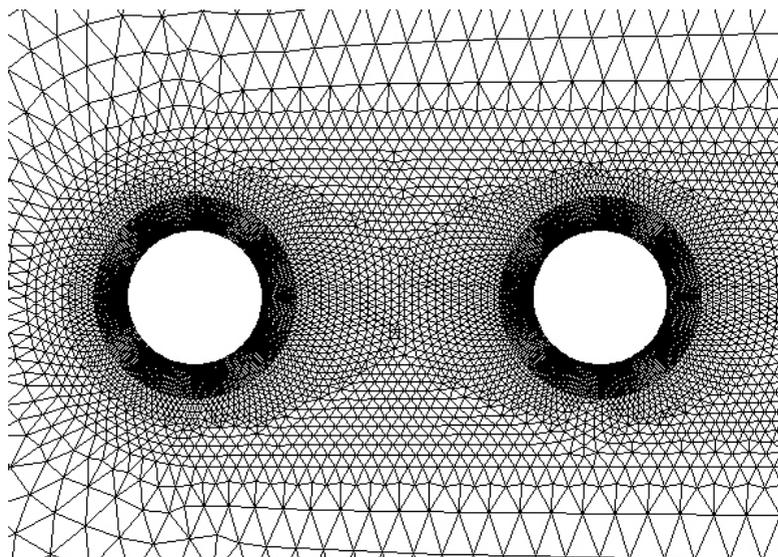


Figura 70: Detalhes da malha computacional próxima à parede dos cilindros. A distância entre os centros é de  $3D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

As séries temporais dos coeficientes de força para diferentes valores de espaçamento entre os cilindros são mostrados na Figura 71. O coeficiente de arrasto é positivo para o cilindro a montante e negativo para o cilindro a jusante quando as distâncias entre os corpos são menores que  $3D$ . O efeito líquido destes valores de arrasto é a manifestação de uma força de atração entre os cilindros. O coeficiente de arrasto do cilindro a jusante torna-se menos negativo à medida que a distância entre eles aumenta. Estes resultados estão de acordo com as observações experimentais de Zdravkovich, 1987, nas quais um arrasto negativo foi observado para a mesma faixa de espaçamento. As simulações aqui apresentadas ocorreram com um escoamento iniciado impulsivamente e calculadas até um valor de  $Ut/D = 400$ .

As séries temporais do coeficiente de sustentação mostradas nos painéis (ii) e (iv) das Figuras 71a e 71b, para distâncias de  $L = 1.5D$  e  $2D$ , respectivamente, descrevem uma pequena amplitude para ambos os cilindros. É interessante notar que para  $L = 2D$  são necessários muitos ciclos para que o escoamento entre em regime e alcance uma condição de constância na frequência de desprendimento de vórtices. Assim que a distância entre os cilindros é aumentada para  $3D$ , a amplitude da sustentação no cilindro a jusante alcança a mesma ordem de magnitude observada para um cilindro isolado. A sustentação para o cilindro a montante ainda tem uma baixa amplitude para este valor de espaçamento.

Quando a distância entre os cilindros é aumentada de  $3D$  para  $4D$ , ocorre uma variação brusca das características do escoamento. O cilindro a montante começa a gerar vórtices. Para  $L = 4D$ , os coeficientes de sustentação dos dois cilindros começam a oscilar, com a mais alta amplitude ocorrendo no cilindro a jusante. O arrasto neste último corpo torna-se positivo apesar da sua intensidade ser consideravelmente inferior àquele encontrado em um cilindro isolado. O arrasto no cilindro a montante aumenta de um valor de  $1.0$  para aproximadamente  $1.2$ . Se aumentarmos ainda mais o espaçamento, o arrasto em ambos os cilindros aumenta, sugerindo que para valores mais elevados o resultado do arrasto para um cilindro isolado venha a ser recuperado.

As linhas de emissão e os contornos de vorticidade apresentados nas Figuras 73 e 74 nos dão uma interessante visão das condições do escoamento para cada um dos casos. Nestas Figuras as visualizações são no instante  $Ut/D = 200$ . As esteiras são representadas pelas respectivas linhas de emissão. Os contornos de vorticidade são adimensionalizados pelo raio do cilindro e a velocidade ao longe. Nas Figuras 74(a) e 74(b) são retratados os contornos de vorticidade para uma distância entre os cilindros de  $1.5D$  e  $2D$ , respectivamente. Analisando estas figuras podemos ver que os cilindros agem como se fossem um corpo único, com uma esteira de vórtices sendo formada apenas devido às camadas cisalhantes oriundas da separação ocorrendo no corpo a montante. Estas camadas envolvem o corpo a jusante. A interação entre as mesmas ocorre apenas na região da base próxima ao cilindro de jusante, com a conseqüente geração e desprendimento ocorrendo atrás deste corpo. Se compararmos o comprimento de formação de um cilindro isolado com o caso do arranjo mostrado na Figura 74(a), é claramente observado que no primeiro o processo de desprendimento de vórtices ocorre muito mais próximo do corpo. O coeficiente de sustentação tem uma pequena amplitude, como visto na Figura 71(a). Quando a distância entre os cilindros é  $2D$ , Figura 74(b), a esteira forma ainda mais a jusante. O coeficiente de sustentação para este caso não oscila com a frequência constante e sua amplitude é baixa comparada com o caso do cilindro

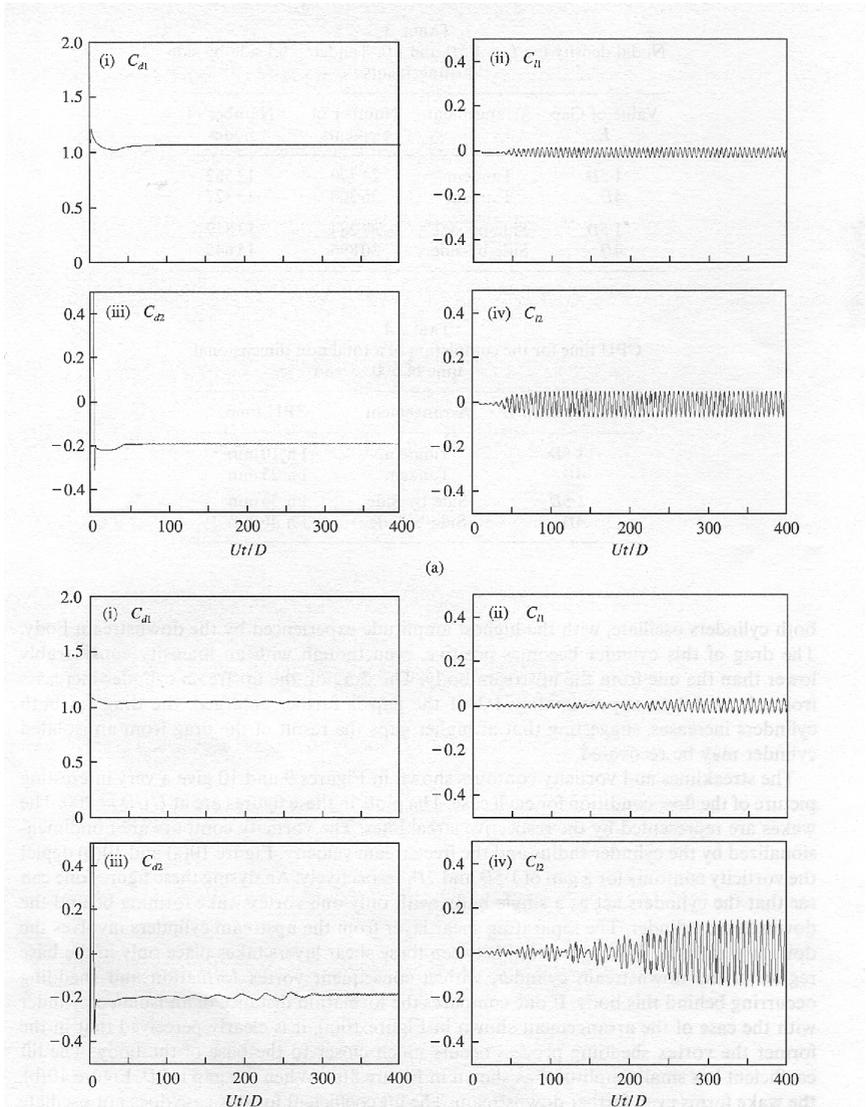


Figura 71: Séries temporais dos coeficientes de força, arranjo com dois cilindros alinhados ( $Re = 200$ ). A distância entre os centros é: (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , (c)  $3D$ , e (d)  $4D$ .  $C_d$  é o coeficiente de arrasto e  $C_l$  é o coeficiente de sustentação. O índice 1 se refere ao cilindro a montante e o índice 2 ao cilindro a jusante. Reproduzida de Meneghini et al., 2001.

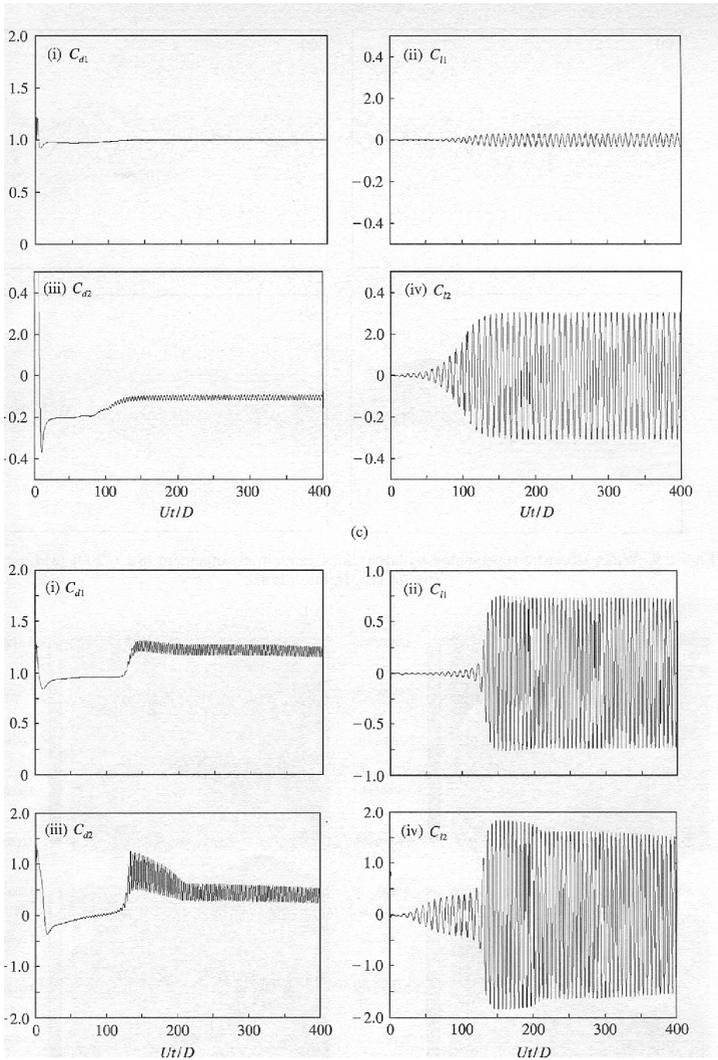


Figura 72: Continuação da figura anterior. Reproduzida de Meneghini et al., 2001.

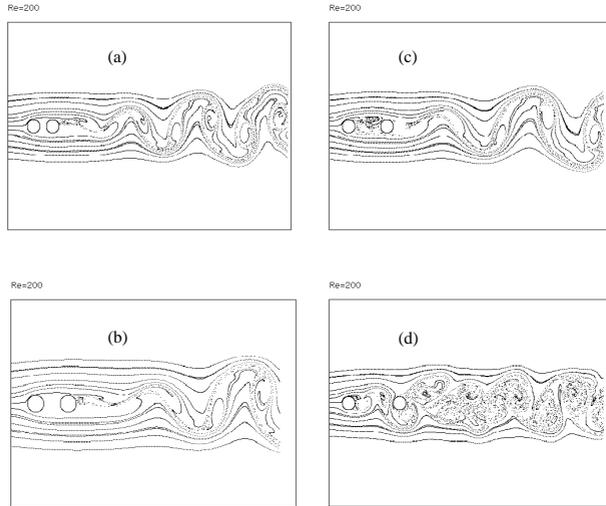


Figura 73: Estrutura da esteira representada através das linhas de emissão, arranjo em linha ( $Re = 200$ ). (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , (c)  $3D$ , e (d)  $4D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

isolado.

Na tabela 7, os coeficientes de arrasto e números de Strouhal para os casos simulados são comparados com aqueles de um cilindro isolado. Os índices nos coeficientes se referem ao cilindro a montante (índice 1) e ao cilindro a jusante (índice 2). Para espaçamento entre os corpos na faixa de  $1.5D < L < 3D$  o arrasto varia de  $-0.18$  a  $0.08$ , indicando que o cilindro a jusante está imerso em uma região de baixa pressão formada pelas camadas cisalhantes que se separaram do corpo a montante. As visualizações e contornos de vorticidade apresentados nas Figuras 73 e 74, respectivamente, corroboram esta conclusão.

É interessante mencionar a variação do número de Strouhal que ocorre devido à interferência. Para pequenos espaçamentos, o número de Strouhal ( $St$ ) é consideravelmente menor que aquele encontrado no caso do cilindro isolado. Um valor mínimo de  $St = 0.127$  é alcançado para um espaçamento  $L = 3D$ . Este valor é aproximadamente 65 do número de Strouhal encontrado em um caso de cilindro isolado ( $St = 0.196$ ).

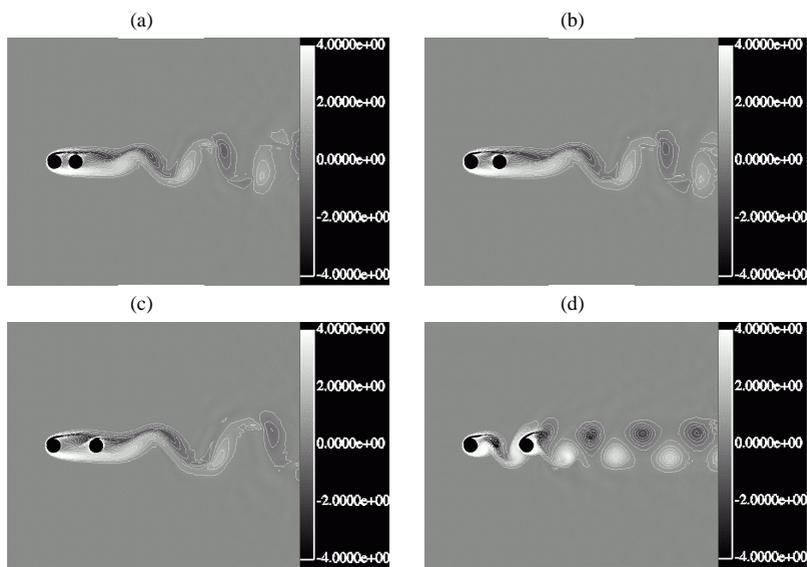


Figura 74: Contornos de vorticidade, arranjo em linha ( $Re = 200$ ). (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , (c)  $3D$ , e (d)  $4D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

Tabela 7: Coeficiente de arrasto médio e número de Strouhal para a conguração de dois cilindros alinhados, o índice 1 se refere ao cilindro a montante e o índice 2 se refere ao cilindro a jusante.

| $L$    | $C_{d_{m1}}$ | $C_{d_{m1}}/C_d$ | $C_{d_{m2}}$ | $C_{d_{m2}}/C_d$ | $St_1$ | $St_2$ |
|--------|--------------|------------------|--------------|------------------|--------|--------|
| $1.5D$ | 1.06         | 0.815            | -0.18        | -0.139           | 0.167  | 0.167  |
| $2D$   | 1.03         | 0.792            | -0.17        | -0.131           | 0.130  | 0.130  |
| $3D$   | 1.0          | 0.770            | -0.08        | -0.060           | 0.125  | 0.125  |
| $4D$   | 1.18         | 0.910            | -0.38        | -0.290           | 0.174  | 0.174  |

## 20.2. Escoamento ao redor de dois cilindros lado-a-lado

Simulações foram feitas com dois cilindros em um arranjo lado-a-lado para espaçamento centro a centro na faixa de  $1.5D \leq L \leq 4D$ . Assim como no caso dos cilindros alinhados, o ponto de coordenada  $(0, 0)$  está localizado no ponto médio entre os cilindros. O tempo adimensional, a velocidade ao longe e o número de Reynolds são os mesmos dos casos anteriores. Um caso típico de malha computacional não-estruturada para os cilindros lado-a-lado é mostrado na Figura 75. Este exemplo se refere a  $L = 3D$ , onde  $L$  é a distância entre os centros dos cilindros. A malha computacional para este caso consiste de 27 672 e 14 013 nós. Na Figura 76 são mostrados os detalhes da malha próxima das paredes dos cilindros e aqui, mais uma vez, é estressada a importância de uma concentração adequada nodal na região da camada limite. Os números de triângulos e nós para os casos com outros valores de  $L$  são ligeiramente diferentes, mas as características das malhas são essencialmente as mesmas. Todas as simulações para o arranjo lado-a-lado foram feitas até um tempo adimensional de 1 500. Estes longos cálculos foram necessários para a obtenção do espectro do coeficiente de sustentação. Não obstante, para uma maior clareza na visualização das séries temporais dos coeficientes de força, limitou-se à apresentação destas até um tempo adimensional de 200 ou 400.

A séries temporais para os coeficientes de forças para o caso  $L = 1.5D$  podem ser vistas nos painéis (i) da Figura 77(a)-(d). Contornos de pressão são apresentados na Figura 79(a). Para este caso existe uma força de repulsão atuando nos cilindros, resultado em total acordo com os dados experimentais de Bearman and Wadcock, 1973b, e Williamson, 1985. Na Figura 77(a) é possível notar que a média do coeficiente de sustentação do cilindro superior é positiva e o cilindro inferior apresenta a mesma média em módulo, porém negativa. Uma possível explicação para este comportamento pode ser encontrada analisando os contornos de pressão mostrados na Figura 79(a). Nestes contornos, pressões mais altas são indicadas por uma cor vermelha e as mais baixas por uma cor azul. Uma região de alta pressão se forma na frente do cilindro, na região próxima ao ponto de estagnação frontal. Uma queda de pressão ocorre à medida que fluido escoo através da região intersticial. Todavia, a pressão ao longo desta região (indicada por uma transição de uma cor amarelada para uma azulada) é ainda maior do que a pressão nos dois lados opostos do cilindro (cor azul mais escura). Os pontos de estagnação movem-se na direção da fenda. Devido a este fato, as posições dos pontos

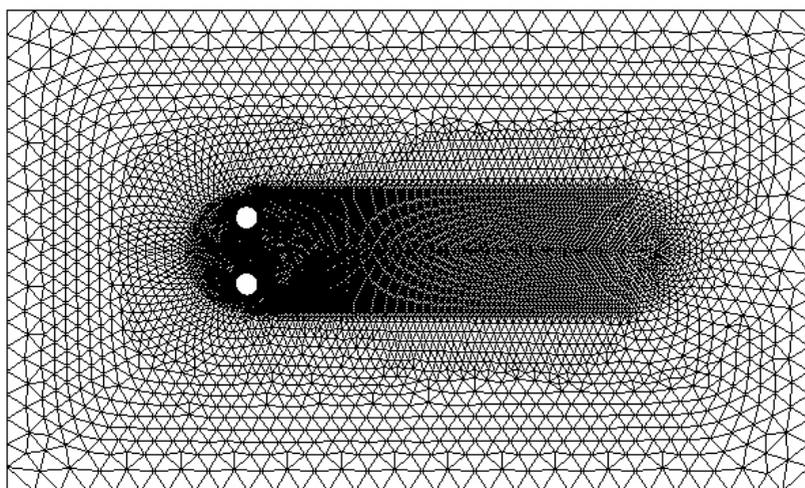


Figura 75: Detalhes da malha computacional não-estruturada para o arranjo de cilindros lado-a-lado. A distância entre os centros é de  $3D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

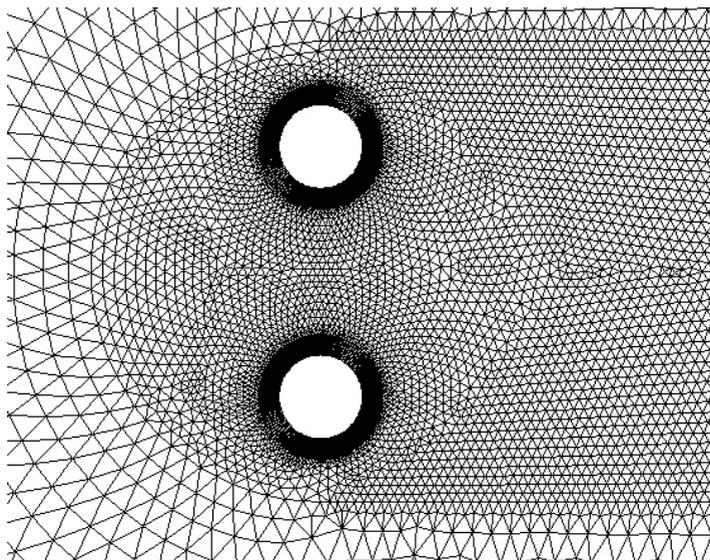


Figura 76: Detalhes da malha computacional próxima à parede dos cilindros. A distância entre os centros é de  $3D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

de separação nos cilindros inferior e superior movem-se na direção horária e anti-horária, respectivamente, comparando-se com o caso de um cilindro isolado. O resultado líquido deste campo de pressão é causar uma força de repulsão entre os cilindros.

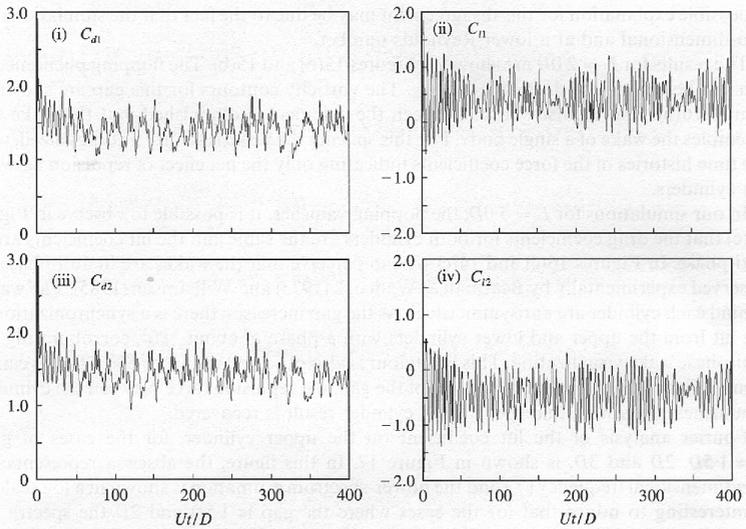
As séries temporais do coeficiente de arrasto retratadas nos painéis (i) e (iii) da Figura 77(a) nos fornecem a evidência do fenômeno de “flopping” da esteira, como descrito em Kim and Durbin, 1988. Assim que a esteira é defletida na direção de um dos cilindros, o coeficiente de arrasto aumenta no mesmo. A esteira visualizada na Figura 80 é similar à esteira formada atrás de um cilindro isolado. No entanto, o fenômeno de “flopping” observado experimentalmente por Kim e Durbin tem uma escala de tempo consideravelmente maior do que aquele observado nas simulações aqui apresentadas. Este fato foi observado e discutido em Saltara, 1999, e Siqueira, 1999. Kim e Durbin observaram que a esteira era defletida na direção de um dos cilindros e permanecia apontando naquela direção durante diversos ciclos de geração de vórtices. Uma possível explicação para o desacordo pode ser creditada ao fato das simulações aqui apresentadas serem bidimensionais e com número de Reynolds baixo.

Os resultados para  $L = 2D$  são mostrados nas Figuras 77(b) e 80(a). O fenômeno de “flopping” ainda é verificado na série temporal do arrasto. Os contornos de vorticidade para este espaçamento são apresentados na Figura 81(b). A força de repulsão entre os cilindros é menor em relação àquela com o espaçamento menor. Para  $L = 2D$  a esteira é claramente não organizada, com as séries temporais dos coeficientes de forças indicando apenas o efeito líquido de repulsão entre os cilindros.

Nas nossas simulações para  $L = 3D$ , o fenômeno de “flopping” desaparece. É possível observar na Figura 77(c) que os coeficientes de arrasto para os dois cilindros são os mesmos e os coeficientes de sustentação estão em anti-fase. Nas Figuras 81(c) e 79(c) nós podemos perceber que as esteiras estão em anti-fase, fato também observado experimentalmente por Bearman and Wadcock, 1973b, e Williamson, 1985. As esteiras atrás de cada um dos cilindros são anti-simétricas. À medida que o espaçamento é aumentado, existe uma sincronização da sustentação dos cilindros superior e inferior com uma fase de aproximadamente  $180^\circ$ , corroborando com a visualização da esteira em anti-fase.

Este comportamento é também observado para um espaçamento  $L = 4D$ , como pode ser visto na Figura 77(d). Para valores maiores da distância entre os cilindros, a força de repulsão entre eles diminui, sugerindo que para espaçamentos além destes o resultado de para um corpo isolado venha a ser recuperado.

Uma análise de Fourier do coeficiente de sustentação no cilindro superior, para os casos de espaçamentos  $L = 1.5D$ ,  $2D$  e  $3D$ , é apresentada na Figura 82. Nesta figura, a abscissa representa a frequência adimensional ( $\bar{f}$ ) e a estimativa da potência espectral é mostrada em uma escala logarítmica. É interessante notar que, para os casos onde o espaçamento é  $1.5D$  e  $2D$ , o espectro tem uma banda larga com um pico não muito pronunciado, localizado em  $\bar{f} \simeq 0.2$ , i.e. na frequência de Strouhal. Para estes espaçamentos o fenômeno de “flopping” foi observado e as esteiras não estavam sincronizadas. A características do espectro observado estão de acordo com a natureza randômica dos resultados da sustentação mostrados nas Figuras 77(a) 77(b).



(a)

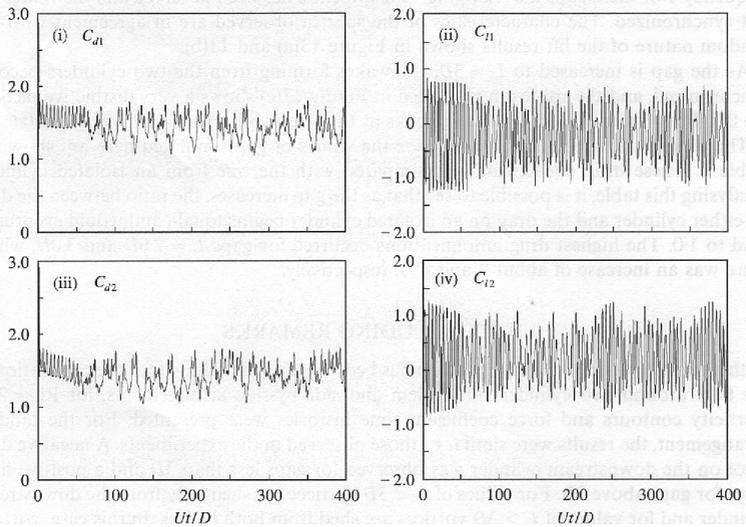


Figura 77: Séries temporais dos coeficientes de força, arranjo com dois cilindros lado-a-lado ( $Re = 200$ ). A distância entre os centros é: (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , (c)  $3D$ , e (d)  $4D$ .  $C_d$  é o coeficiente de arrasto e  $C_l$  é o coeficiente de sustentação. O índice 1 se refere ao cilindro a superior e o índice 2 ao cilindro inferior. Reproduzida de Meneghini et al., 2001.

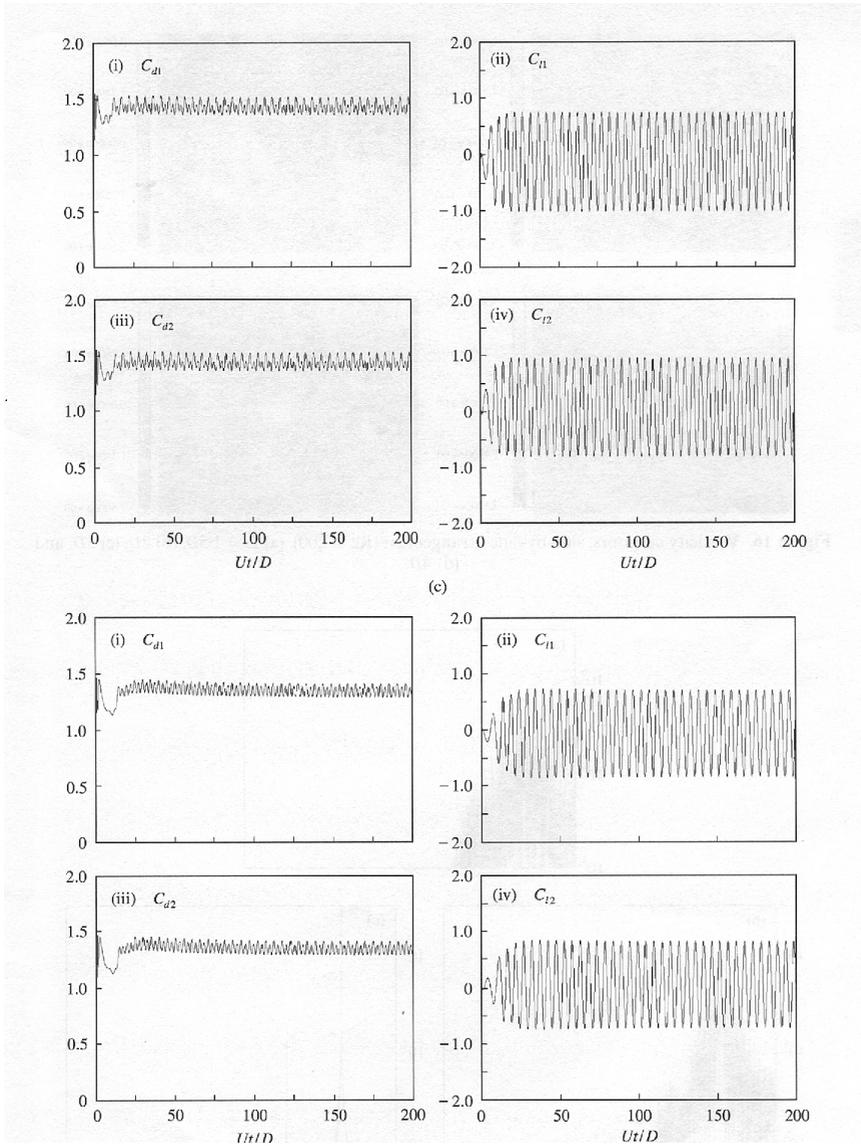


Figura 78: Continuação da anterior. Reproduzida de Meneghini et al., 2001.

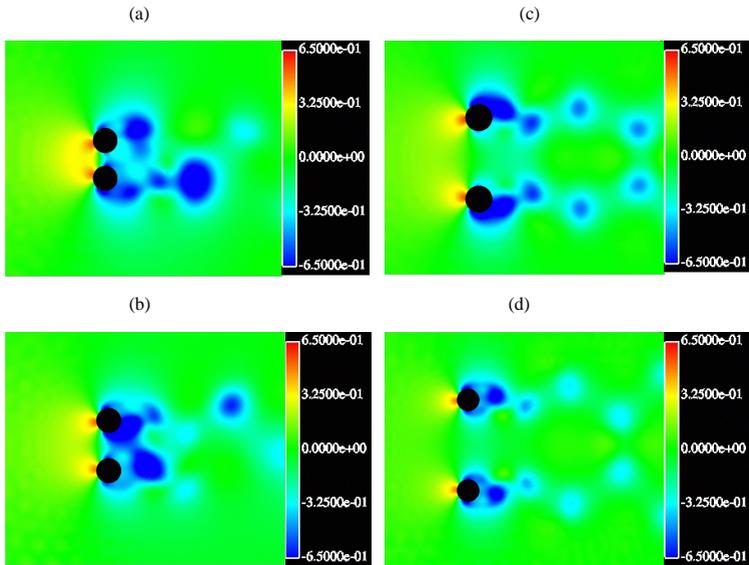


Figura 79: Contornos de pressão, configuração com dois cilindros lado-a-lado ( $Re = 200$ ). A distância entre os centros é: (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , (c)  $3D$ , e (d)  $4D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

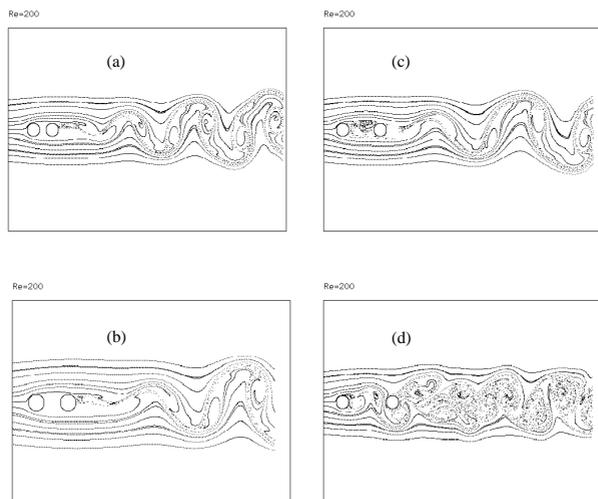


Figura 80: Esteira representada pelas linhas de emissão ( $Re = 200$ ). A distância entre os centros é: (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , (c)  $3D$ , e (d)  $4D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

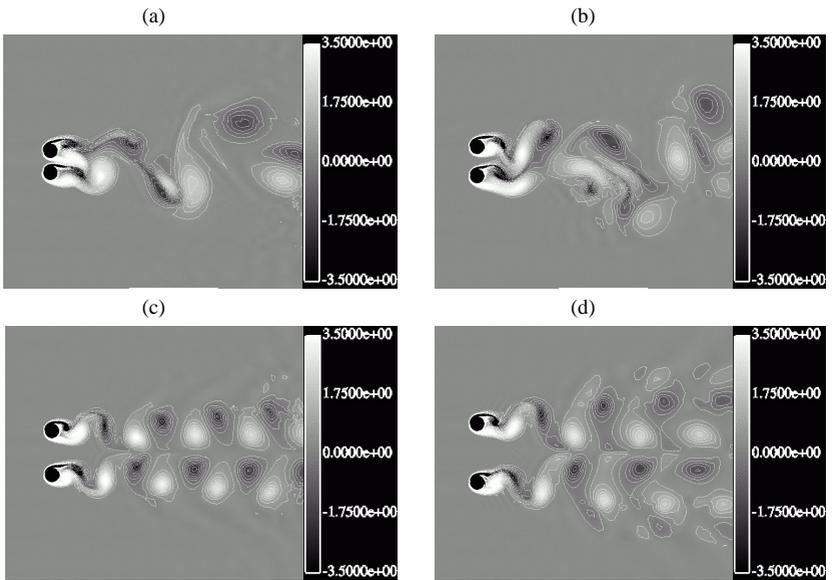


Figura 81: Contornos de vorticidade, arranjo de dois cilindros lado-a-lado ( $Re = 200$ ). A distância entre os centros é: (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , (c)  $3D$ , e (d)  $4D$ . Reproduzida de Siqueira, 1999.

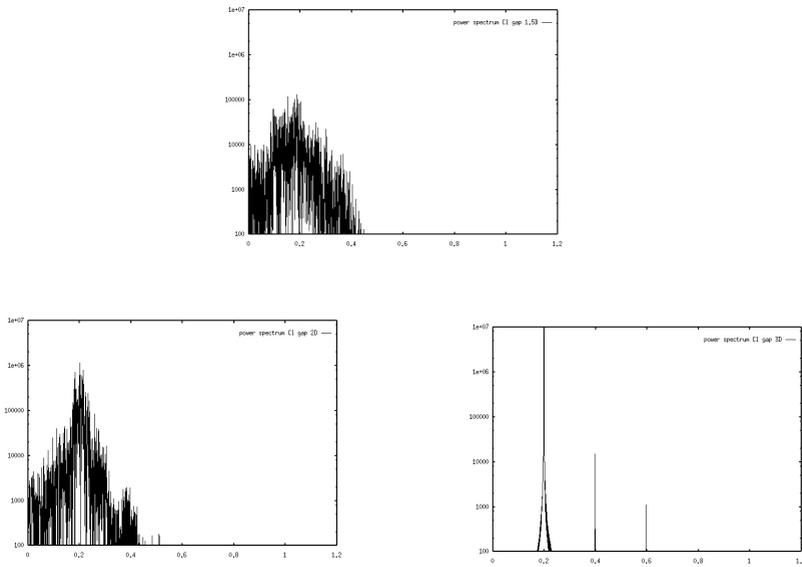


Figura 82: Espectro do coeficiente de sustentação, arranjo de dois cilindros lado-a-lado ( $Re = 200$ ). A distância entre os centros é: (a)  $L = 1.5D$ , (b)  $2D$ , e (c)  $3D$ . Reproduzida de Meneghini et al., 2001.

Assim que o espaçamento é estendido para  $L = 3D$ , as esteiras que se formam atrás dos dois cilindros tornam-se sincronizadas, e o espectro apresentado na Figura 82(c) mostra um pico muito distinto na frequência  $\bar{f} \simeq 0.2$ . Para este caso existem apenas outros picos nos sub-harmônicos,  $\bar{f} \simeq 0.4$  e  $0.6$ .

Os resultados de coeficiente de arrasto para os valores de espaçamento simulados são mostrados na Tabela 8. Estes arrastos são comparados com aquele de um cilindro isolado. Analisando esta tabela, é possível verificar que à medida que o espaçamento aumenta, a relação entre o arrasto de qualquer um dos cilindros e aquele para um cilindro isolado começa a se aproximar da unidade, e eventualmente tende para 1.0. A maior amplificação do arrasto ocorreu para espaçamentos  $L = 2D$  e  $3D$ , onde houve um aumento de aproximadamente 9 e 8%, respectivamente.

Nas últimas seções, os resultados de simulações do escoamento ao redor de agrupamentos de dois cilindros em arranjos alinhados em relação à corrente e lado-a-lado, com  $Re = 200$ , foram apresentados. Diversos contornos de vorticidade e séries temporais dos coeficientes de forças foram mostrados. Para o arranjo alinhado, os resultados obtidos foram muito similares aos observados em experimentos. Uma força negativa de arrasto no cilindro

Tabela 8: Coeficiente de arrasto e sustentação médios para a conguração de dois cilindros lado a lado, o índice 1 se refere ao cilindro superior e o índice 2 se refere ao cilindro inferior.

| $L$    | $C_{d_{m1}}$ | $C_{d_{m2}}$ | $C_{l_{m1}}$ | $C_{l_{m2}}$ |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| $1.5D$ | 1.32         | 1.32         | -0.40        | 0.40         |
| $2D$   | 1.42         | 1.42         | -0.22        | 0.22         |
| $3D$   | 1.41         | 1.41         | -0.10        | 0.10         |
| $4D$   | 1.34         | 1.34         | -0.05        | 0.05         |

a jusante foi observada para espaçamentos menores do que  $3D$  e um arrasto positivo para espaçamentos acima deste valor. Para valores de  $L < 3D$  vórtices são gerados e desprendidos apenas a partir do cilindro a montante e para valores  $L \geq 3D$  vórtices desprendem-se a partir dos dois corpos. Neste caso, vórtices atingem o cilindro a jusante e sofrem um processo de amalgamação com aqueles que se formam e se desprendem do segundo corpo.

Para o arranjo lado-a-lado, foi observada uma força de repulsão entre os cilindros para espaçamentos  $L \leq 2D$ , resultado similar aos experimentos de Bearman and Wadcock, 1973b, e Williamson, 1985. As análises dos contornos de pressão para estes casos nos fornecem uma explicação do porque deste efeito. Do mesmo modo, o fenômeno de “flopping” foi observado para espaçamentos neste intervalo. Todavia, a escala de tempo notada é consideravelmente menor do que aquela observada por Kim and Durbin, 1988. Para espaçamentos  $L > 3D$ , os dois cilindros geram e desprendem vórtices de modo sincronizado e em anti-fase. Para um espaçamento  $L = 3D$ , a estimativa da densidade espectral do coeficiente de sustentação exibe um pico distinto na frequência de Strouhal, e também exibe a presença de sub-harmônicos. Na faixa de frequências onde o fenômeno de “flopping” foi notado, i.e., para espaçamentos  $L \leq 2D$ , os espectros de potência apresentam uma larga banda com um pico, não muito pronunciado, localizado em  $\bar{f} \simeq 0.2$ .

## 21. AGRADECIMENTOS

O autor gostaria de agradecer ao patrocínio e suporte financeiro recebido dos órgão de fomento à pesquisa tais como Fapesp, Finep/CTPetro, CNPq e Capes e das companhias Petrobras, Voith-Siemens Hydro Power e Embraer. Sem este apoio não teria sido possível o desenvolvimento das pesquisas apresentadas nesta monografia.

## 22. REFERÊNCIAS

- Airie, M., Kiya, M., Moriya, M. ., and Mori, H., 1983, Pressure fluctuations on the surface of two cylinders in tandem arrangement, “ASME J. Fluids Engineering”, Vol. 105, pp. 161–167.
- Anagnostopoulos, P. and Bearman, P. W., 1992, Response characteristics of a vortex-excited cylinder at low Reynolds number, “J. Fluid and Struct.”, Vol. 6, pp. 39–50.

- Angrilli, F., Di Silvio, G., and Zanardo, A., 1974, Hydroelasticity study of a circular cylinder in a water stream, Naudascher, E., editor, "Flow Induced Structural Vibrations", pp. 504–512.
- Aranha, J. A. P., Lopéz, J. I. H., and Meneghini, J. R., 2002, On the stability of steady symmetric flow around a circular cylinder, "to be submitted to J. Fluid Mech.", Vol. .
- Barkley, D. and Henderson, R., 1996, Three-dimensional Floquet stability analysis of the wake of a circular cylinder, "J. Fluid Mech.", Vol. 322, pp. 215–241.
- Basu, R. I., 1985, Aerodynamic forces on structures of circular cross section. Part 1. Model-scale data obtained under two-dimensional conditions in low-turbulence streams, "J. Wind Engineering", Vol. 21, pp. 273–294.
- Bearman, P. and Williamson, C. H., editors, 1998, "Proc. 1998 ASME Fluids Eng. Division Summer Meeting". ASME.
- Bearman, P. W., 1965, Investigation of the flow behind a two-dimensional model with a blunt trailing edge fitted with splitter plates, "J. Fluid Mech.", Vol. 21, pp. 241–255, Part 2.
- Bearman, P. W., 1969, On vortex shedding from a circular cylinder in the critical Reynolds number regime, "J. Fluid Mech.", Vol. 37, No. III, pp. 557–585.
- Bearman, P. W., 1984, Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies, "Ann. Rev. Fluid Mech.", Vol. 16, pp. 195–222.
- Bearman, P. W. and Currie, I. G., 1979, Pressure fluctuation measurements on an oscillating circular cylinder, "J. Fluid Mech.", Vol. 91, No. 4, pp. 661–677.
- Bearman, P. W. and Davies, M. E., 1977, The flow about oscillating bluff structures, ed. K.J. Eaton, editor, "Proc. Int. Conf. Wind Effects on Buildings and Structures", pp. 285–295. Cambridge University Press.
- Bearman, P. W. and Obasaju, E. D., 1982, An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders, "J. Fluid Mech.", Vol. 119, pp. 297–321.
- Bearman, P. W. and Wadcock, A. J., 1973a, The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream, "J. Fluid Mech.", Vol. 61, pp. 499–511.
- Bearman, P. W. and Wadcock, A. J., 1973b, The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream, "J. Fluid Mech.", Vol. 61, pp. 499–511.
- Bears, A., 1983, Space-time evolution of plasma instabilities-absolute and convective, Galeev, A. A. and Sudan, R. Z., editors, "Basic Plasma Physics, Vol 1", pp. 457–517.
- Bishop, R. E. D. and Hassan, A. Y., 1964, The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid, "Proceedings Royal Society", Vol. 277, pp. 51–75, Series A.
- Blackburn, H. and Karniadakis, G., 1993, Two- and three-dimensional simulations of vortex-induced vibration of a circular cylinder, Singapore.
- Blackburn, H. M. and Henderson, R. D., 1999, A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder, "J. Fluid Mech.", Vol. 385, pp. 255–286.
- Blevins, R. D., 1990, "Flow-Induced Vibration", Van Nostrand Reinhold, New York, 2nd edition.
- Bloor, S. and Gerrard, J. H., 1966, Measurements on turbulent vortices in a cylinder wake, "Proceedings of the Royal Society London", Vol. 294, pp. 319–342, serie A.
- Brika, D. and Laneville, A., 1993, Vortex-induced vibrations of a long flexible circular cylinder, "J. Fluid Mech.", Vol. 250, pp. 481–508.

- Chomaz, J. M., Huerre, P., and Redekopp, L. G., 1988, Bifurcations to local and global modes in spatially-developing flows, "Phys. Rev. Lett.", Vol. 60, pp. 25–28.
- Clements, R. R., 1973, An inviscid model of two-dimensional vortex shedding, "J. Fluid Mech.", Vol. 57, No. Part 2, pp. 321–336.
- Davies, M. E., 1976, A comparison of the wake structure of a stationary and oscillating bluff body, using a conditional averaging technique, "J. Fluid Mech.", Vol. 75, pp. 209–31.
- Den Hartog, J. P., 1934, The vibration problems in engineering., Press, C. U., editor, "Proc. Int. Congr. Appl. Mech.", pp. 36–53, Cambridge.
- (ed.), S. G., 1938, "Modern Developments in Fluid Dynamics", The Clarendon Press, Oxford.
- Evangelinos, C. and Karniadakis, G. E., 1998, Dynamics and flow structures in a turbulent wake of rigid and flexible cylinders subject to vortex-induced vibration, "J. Fluid Mech.", Vol. , (submitted).
- Feng, C. C., 1968, "The measurement of vortex-induced effects in a flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders", Msc thesis, University British Columbia, Vancouver, Canada.
- Flachsbart, O., 1932, "Handbuch der Experimentalphysik", Vol. 4 of "Pt. 2", 8 edition.
- Fujarra, A. L. C., Meneghini, J. R., Pesce, C. P., and Parra, P., 1998, An investigation of vortex-induced vibration of a circular cylinder in water, In Bearman and Williamson, 1998.
- Fujarra, A. L. C. and Pesce, C. P., 2002, Private communication.
- Fujarra, A. L. C., Pesce, C. P., Flemming, F., and Williamson, C. H. K., 2001, Vortex-induced vibration of a flexible cantilever, "J. Fluids and Structures", Vol. 15, pp. 651–658.
- Gerrard, J. H., 1966, The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies, "J. Fluid Mech.", Vol. 25, No. Part 2, pp. 401–413.
- Griffin, O. M. and Ramberg, S. E., 1974, The vortex-street wakes of vibrating cylinders, "J. Fluid Mech.", Vol. 66, No. Part 3.
- Griffin, O. M., Skop, R. A., and Koopman, G. H., 1973, The vortex-excited resonant vibrations of circular cylinders, "Journal of Sound and Vibration", Vol. 31, No. Part 2, pp. 235–249.
- Hannemann, K. and Oertel, H., 1989, Numerical simulation of the absolutely and convectively unstable wake, "J. Fluid Mech.", Vol. 199, pp. 55–88.
- Huerre, P. and Monkewitz, P. A., 1990, Local and global instabilities in spatially developing flows, "Ann. Rev. Fluid Mech", Vol. 22, pp. 473–537.
- Karniadakis, G. E. and Triantafyllou, G., 1989, Frequency selection and asymptotic states in laminar wake, "J. Fluid Mech.", Vol. 199, pp. 441–469.
- Khalak, A. and Williamson, C. H. K., 1996, Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping, "J. Fluid and Struct.", Vol. 10, pp. 455–472.
- Khalak, A. and Williamson, C. H. K., 1999, Motions, Forces and Mode Transitions in Vortex-induced Vibrations at Low Mass-damping, "J. Fluid and Structures", Vol. 13, pp. 813–851.
- Kim, H. J. and Durbin, P. A., 1988, Investigation of the flow between a pair of cylinders in the flopping regime, "J. Fluid Mech.", Vol. 196, pp. 431–448.
- Koopman, G. H., 1967, The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers, "J. Fluid Mech.", Vol. 28, No. Part 3, pp. 501–512.

- Landau, L. D. and Lifshitz, E. M., 1987, "Fluid Mechanics", Pergamon Press, London, 2nd edition.
- Lugt, H. J., 1983, "Vortex Flow in Nature and Technology", John Wiley and Sons.
- Meir-Windhorst, A., 1939, Flatter-schwingungen von Zylindern in gleich-massigen Flüssigkeitsstrom, Munchen Tech. Hochsch 9, Hydraul. Inst. Mitt., Munchen.
- Meling, T. S. and Dalheim, J.
- Meneghini, J. and Bearman, P. W., 1992, Numerical simulation of control of bluff body flow using a discrete vortex method incorporating viscous diffusion, Eckelmann, H., Graham, J. M. R., Hurre, P., and Monkewitz, P. A., editors, "Proc. IUTAM Symposium on Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities, Göttingen, Germany", pp. 257–262. Springer-Verlag.
- Meneghini, J. R., 1993, "Numerical Simulation of Bluff Body Flow Control Using a Discrete Vortex Method", PhD thesis, Imperial College, Department of Aeronautics, University of London, United Kingdom.
- Meneghini, J. R. and Bearman, P. W., 1995, Numerical Simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder, "Journal of Fluids and Structures", Vol. 9, pp. 435–455.
- Meneghini, J. R., Saltara, F., Siqueira, C. L. R., and Ferrari Jr., J. A., 2001, Numerical Simulation of Flow Interference between Two Circular Cylinders in Tandem and Side-by-Side Arrangements, "J. Fluids and Structures", Vol. 15, pp. 327–350.
- Milne-Thomson, L., 1968, "Theoretical Hydrodynamics", MacMillan, fifth edition.
- Mittal, S., Kumar, V., and Raghuvanshi, A., 1997, Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements, "Int. J. Numerical Methods in Fluids", Vol. 25, pp. 1315–1344.
- Monkewitz, P. and Nguyen, L., 1984, Absolute instability in the near wake of two-dimensional bluff bodies, "J. Fluids Struct.", Vol. 1, pp. 165–184.
- Monkewitz, P. A., 1988, A note on vortex shedding from axisymmetric bluff bodies, "J. Fluid Mech.", Vol. 192, pp. 561–575.
- Nakano, M. and Rockwell, D., 1991, Destabilization of the Karman vortex street by frequency-modulated excitation, "Phys. Fluids A", Vol. 3, No. 5, pp. 723–725.
- Naudascher, E. and Rockwell, D., 1994, "Flow-Induced Vibrations: An engineering guide", A. A. Balkema, Rotterdam.
- Newman, D. and Karniadakis, G. E., 1996, Simulations of flow over a flexible cable: comparison of forced and flow-induced vibration, "J. Fluid and Struct.", Vol. 10, pp. 439–453.
- Ng, C. and Ko, N., 1995, Flow interaction behind two circular cylinders of equal diameter - a numerical study, "J. Wind Eng. Ind. Aero", Vol. 54–55, pp. 277–287.
- Öngören, A. and Rockwell, D., 1988, Flow structure from an oscillating cylinder. Part 1: mechanisms of phase shift and recovery in the near wake, "J. Fluid Mech.", Vol. 191, pp. 197–223.
- Parkinson, G., 1989, Phenomena and modelling of flow-induced vibration of bluff bodies, "Progress in Aerospace Sciences", Vol. 26, pp. 169–224.
- Parra, P. H. C. C., 1996, Modelo Semi-empírico de Vibração Induzida por Vortex Shedding, Msc, USP, Sao Paulo, Brazil.
- Perry, A. E., Chong, L. S., and Lim, T. T., 1982, A vortex shedding process behind two-

- dimensional bluff bodies, "J. Fluid Mech.", Vol. 116, pp. 77–90.
- Rayleigh, J. W. S., 1896, "The Theory of Sound", Vol. I and II, Cambridge University Press.
- Roshko, A., 1954a, On the development of turbulent wakes from vortex streets, Naca Report 1191, National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Washington.
- Roshko, A., 1954b, On the drag and shedding frequency of two dimensional bluff bodies, Technical Note 3169, National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Washington.
- Roshko, A., 1961, Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds numbers, "J. Fluid Mech.", Vol. 10, pp. 354–.
- Russel, B., 1949, "A History of Western Philosophy", Simon and Schuster, Inc, New York.
- Saltara, F., 1999, "Simulação Numérica do escoamento ao Redor de Cilindros", Phd, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecânica.
- Saltara, F., M. J. R. and Bearman, P., 1998, The simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder with turbulence modelling. In Bearman and Williamson, 1998.
- Sarpkaya, T., 1978, Fluid forces on oscillating cylinders, "ASCE Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Division", Vol. 104, pp. 275–290.
- Sarpkaya, T., 1979, Vortex-induced oscillations, "Journal of Applied Mechanics", Vol. 46, pp. 241–258.
- Sarpkaya, T., 1996, Hydrodynamic damping, flow-induced oscillation, and biharmonic response, "ASME Journal of Offshore Mechanics and Artic Engineering", Vol. 117, pp. 232–238.
- Schlichting, H., 1979, "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill, 7th edition.
- Scruton, C.
- Siqueira, C. R., 1999, "Simulação numérica do escoamento ao redor de cilindros: aplicação a problemas bi e tridimensionais", PhD thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.
- Skop, R. A. and Balasubramanian, S., 1997, A new twist on an old model for vortex-excited vibrations, "J. Fluid Struct.", Vol. 11, pp. 395–412.
- Skop, R. A. and Griffin, O. M.
- Slaouti, A. and Stansby, P., 1992, Flow Around Two Circular Cylinders by the Random Vortex Method, "J. Fluids and Structures", Vol. 6, pp. 641–670.
- Sphaier, S., Yeung, R., and Vaidyanathan, M., 1993, Unsteady Flow about Bluff Cylinders, "International Journal on Offshore and Polar Engineering", Vol. 3, No. 2, pp. 81–92.
- Sphaier, S. H. and Yeung, R. W., 1989, Interference Effects On A Truncated Cylinder In A Channel, "JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS", Vol. 23, No. 2, pp. 95–117.
- Stansby, P. and A., S., 1993, Simulation of Vortex Shedding including Blockage by the Random Vortex and other Methods, "Int. J. Num. Meth. Fluids", Vol. 17, pp. 1003–1013.
- Summer, D., Price, S. J., and Païdoussis, M. P., 1988, Investigation of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow by particle image velocimeter, ASME, editor, "Proc. 1988 ASME Fluids Eng. Division Summer Meeting".
- Triantafyllou, S., G., Triantafyllou, M. S., and Chryssostomidis, C., 1986, On the formation of vortex streets behind stationary cylinders, "J. Fluid Mech.", Vol. 170, pp. 461–477.
- Vickerey, B. J. and Watkins, R., 1964, Flow-induced vibrations of cylindrical structures, Silvester, R., editor, "Proc. First Australian Conference of Hydraulics and Fluid Mechanics",

New York. Peragamon Press.

- von Kármán, T., 1911, Über den Mechanismus des Widerstandes den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt Gottinger Nachrichten, "Math.-Phys.Kl", Vol. , pp. 509–517.
- White, F., 1999, "Introduction to Fluid Mechanics", MacGraw Hill.
- Williamson, C. H. K., 1985, Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies, "J. Fluid Mech.", Vol. 159, pp. 1–18.
- Williamson, C. H. K., 1991, 2-D and 3-D Aspects of the wake of a cylinder, and their relation to wake computations, Anderson, C. and Greengard, C., editors, "Vortex Dynamics and Vortex Method, Proc. AMS-SIAM Conference, Lectures in Applied Mathematics", pp. 719–751.
- Williamson, C. H. K., 1992, The natural and forced formation of spot-like 'vortex dislocations' in the transition of a wake, "J. Fluid Mech.", Vol. 243, pp. 393–441.
- Williamson, C. H. K. and Roshko, A., 1988, Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder, "J. Fluids and Structures", Vol. 2, pp. 355–381.
- Young, J. A., 1989, "Viscous flow around vortex shedding flowmeters: a discrete vortex model", PhD thesis, Imperial College, Department of Aeronautics, University of London.
- Zdravkovich, M. M., 1977, Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements, "ASME J. Fluids Engineering", Vol. 99, pp. 618–633.
- Zdravkovich, M. M., 1981, Modification of vortex shedding in the synchronization range, "ASME Paper 81-WA/FE-25", p. 8pp.
- Zdravkovich, M. M., 1987, The effects of interference between circular cylinders in cross flow, "J. Fluids and Structures", Vol. 1, pp. 239–261.
- Zdravkovich, M. M., 1997, "Flow Around Circular Cylinders", Vol. 1, Oxford University Press, New York.