Paper CIT04-0550

ESCOAMENTO TURBULENTO EM UMA MATRIZ POROSA MODELADA COMO UM ARRANJO INFINITO DE HASTES QUADRADAS

Renato A. Silva¹ Marcelo J.S. De-Lemos^{2*} Departamento de Energia – IEME Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA 12228-900 - São José dos Campos, SP - Brasil * Autor para correspondência, ¹renatoas@mec.ita.br, ²delemos@mec.ita.br

Resumo. O presente trabalho apresenta resultados referentes a um escoamento turbulento completamente desenvolvido através de uma matriz porosa, sendo esta modelada como um arranjo periódico composto de hastes quadradas. O objetivo deste trabalho é validar a metodologia através da comparação com os valores encontrados na literatura e investigar a influência da porosidade, do número de Reynolds e da morfologia no comportamento da queda de pressão macroscópica. As equações que regem o escoamento são discretizadas através do método de volumes finitos e o sistema de equações algébrico é resolvido pelo método SIP. Para o acoplamento pressão-velocidade, o método SIMPLE é aplicado.

Palavras chave: matriz porosa, solução numérica, escoamento turbulento, hastes sólidas, propriedades macroscópica.

1. Introdução

Nota-se uma grande lacuna na literatura em estudos que tratam a questão do escoamento microscópico numa estrutura porosa, com enfoque voltado para a influência da morfologia no comportamento do escoamento. O problema em questão é de grande importância em diversos setores da engenharia onde se faz necessário o entendimento deste tipo de escoamento. Como exemplo, podemos citar o escoamento sobre regiões metropolitanas, florestas e formações rochosas (cadeias de montanhas, de serras). Logo, é de extrema importância o estudo do comportamento deste tipo de problema.

Kuwahara *et. al.* (1994) e Nakayama *et. al.* (1995) testaram vários modelos numéricos de meios porosos formados por hastes cilíndricas, quadradas e esféricas, e encontraram que o modelo bi-dimensional e o tri-dimensional levam a expressões semelhantes para a permeabilidade.

Kuwahara *et. al.* (1998), utilizando um modelo de turbulência de baixo Reynolds (modelagem microscópica), resolveram o escoamento interno a um meio poroso infinito formado por hastes quadradas com um arranjo espacialmente periódico. Eles constataram a presença de turbulência para $\text{Re}_{\text{H}}>10^4$ e que, nessas condições, o modelo estendido Darcy-Forchheimer apresenta bons resultados.

Pedras e de Lemos (2001a-b) desenvolveram um modelo macroscópico de turbulência onde uma constante foi introduzida na equação da energia cinética de turbulência. O valor desta constante foi obtido através de experimentação numérica aplicada a um meio poroso formado por hastes cilíndricas com um arranjo espacialmente periódico. Esta constante foi ajustada para hastes elípticas longitudinais e transversais em Pedras e de Lemos (2001c) e Pedras e de Lemos (2003).

Prinos *et. al.* (2003) analisaram numérica e experimentalmente as características do escoamento turbulento em um canal aberto com uma camada porosa, donde concluíram que a estrutura da camada porosa ("*staggered*" e "*non-staggered*") tem pouca influência na característica do escoamento próximo à interface entre os meios limpo e poroso.

Silva e de Lemos, (2004) investigaram o escoamento laminar em uma estrutura porosa formada por hastes cilíndricas validando a metodologia utilizada através da comparação dos resultados com a literatura e, mostrando o efeito da morfologia no comportamento do escoamento.

Este trabalho é uma extensão natural da análise realizada em Silva e de Lemos, (2004), além de validar a metodologia numérica empregada através da comparação com os dados de Kuwahara *et. al.* (1998), investiga a influência da porosidade, do número de Reynolds e da morfologia da matriz porosa no comportamento da queda de pressão macroscópica.

2. Modelo matemático

2.1 Geometria e condições de contorno

O escoamento em consideração é esquematicamente mostrado na Figura 1*a*, sendo o meio poroso formado por hastes quadradas com arranjo espacialmente periódico. Este tipo de meio poroso satisfaz à condição de homogeneidade e, dependendo do ângulo de incidência do escoamento, sua permeabilidade pode ser representada por uma constante ("isotropia"). A estrutura deste meio poroso infinito será representada por uma única célula com condições de contorno

simétricas (norte e sul) e periódicas (leste e oeste) para se atingir o escoamento completamente desenvolvido (Figura 1b).







b) Figura 1: *a*) Geometria, *b*) malha computacional.

Foram também aplicadas na célula periódica (Figura 1*b*), as seguintes condições de contorno para as equações (4) e (5):

Nas paredes das hastes,

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \tag{1}$$

Para o modelo de alto Reynolds é utilizado a lei de distribuição de velocidade universal,

$$\frac{\overline{u}}{u_t} = \frac{1}{k} \ln(y^+ E)$$
(2)

onde \overline{u} é a velocidade resultante paralela a parede, $u_t = (t_w/r)^{1/2}$ é a velocidade de fricção, $y^+ = (u_t y/n)$ é a distância adimensional da parede, k é a constante de Von Kármán e E é uma constante adimensional. A lei de distribuição de velocidade universal é válida em $30 \le y^+ < 10^4$ (*Turbulent Core Region*; Warsi, 1993).

em y=0 e y=H linhas de simetria:

$$u\big|_{x=0} = u\big|_{x=2H}, v\big|_{x=0} = v\big|_{x=2H} = 0$$
(3)

2.2 Equações governantes

As equações que regem o escoamento turbulento através da estrutura porosa (vide Figura 1*b*) são aqui apresentadas, a saber:

i) a equação da continuidade para um fluido incompressível é dada por:

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0 \tag{4}$$

ii) a equação da quantidade de movimento (Navier-Stokes) para um fluido com ρ e μ constantes pode ser escrita como:

$$r\left[\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \,\overline{\mathbf{u}})\right] = -\nabla \overline{p} + m \nabla^2 \overline{\mathbf{u}} + \nabla \cdot (-r \,\overline{\mathbf{u'u'}}) + r\mathbf{g}$$
⁽⁵⁾

onde o termo $\nabla \cdot (-r \overline{\mathbf{u'u'}})$ surge no processo de aplicação da média temporal do termo convectivo. As tensões turbulentas, $-r \overline{\mathbf{u'u'}}$, são freqüentemente denominadas tensões de Reynolds e, é modelado analogamente ao conceito de Boussinesq:

$$-\mathbf{r}\left(\mathbf{\overline{u'u'}}\right) = \mathbf{m}_{t} 2\left\langle \mathbf{\overline{D}} \right\rangle^{\nu} - \frac{2}{3}\mathbf{r}k\mathbf{I}$$
(6)

onde

$$\left\langle \overline{\mathbf{D}} \right\rangle^{\nu} = \frac{1}{2} \left[\nabla(\overline{\mathbf{u}}) + \left[\nabla(\overline{\mathbf{u}}) \right]^{T} \right]$$
(7)

é o tensor de deformação médio no tempo, k é a energia cinética de turbulência e \mathbf{m}_{t} é a viscosidade turbulenta. A viscosidade turbulenta, \mathbf{m}_{t} , é usada na Eq. (6) modelada da seguinte forma:

$$\boldsymbol{m}_{t} = \boldsymbol{r} c_{\boldsymbol{m}} \frac{k^{2}}{\boldsymbol{e}}$$
(8)

onde c_m é uma constante empírica adimensional. Assim para obtenção de m_i é necessário o conhecimento de k e e os quais serão obtidos via equações de transporte.

2.3 Equações de transporte de k e e

A equação de transporte microscópica para $k = \overline{\mathbf{u'} \cdot \mathbf{u'}}/2$ é obtida multiplicando-se a diferença entre a equação da quantidade de movimento microscópica instantânea e a equação da quantidade de movimento microscópica média no tempo pela flutuação temporal da velocidade microscópica, $\mathbf{u'}$:

$$\boldsymbol{r}\left[\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{u}}k\right)\right] = \nabla \cdot \left[\left(\boldsymbol{m} + \frac{\boldsymbol{m}_{i}}{\boldsymbol{s}_{k}}\right)\nabla k\right] + P - \boldsymbol{r}\boldsymbol{e}$$

$$\tag{9}$$

onde $P = -\mathbf{r}(\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}) \nabla \overline{\mathbf{u}}$, e \mathbf{s}_k é uma constante adimensional.

A equação de transporte de $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{m} \left(\overline{\nabla \mathbf{u}' : (\nabla \mathbf{u}')^T} \right) / \boldsymbol{r}$ é dado por:

$$\boldsymbol{r}\left[\frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t} + \nabla .\left(\overline{\mathbf{u}}\,\boldsymbol{e}\,\right)\right] = \nabla \left[\left(\boldsymbol{m} + \frac{\boldsymbol{m}_{t}}{\boldsymbol{s}_{e}}\right)\nabla \boldsymbol{e}\right] + c_{1}P\frac{\boldsymbol{e}}{k} - c_{2}\boldsymbol{r}\frac{\boldsymbol{e}^{2}}{k} \tag{10}$$

onde c_1 , $c_2 \in \mathbf{s}_e$ são constantes empíricas adimensionais e, P é a taxa de produção de k devido aos gradientes de $\overline{\mathbf{u}}$. Aqui e representa a taxa de dissipação de energia cinética de turbulência.

As constantes nas Equações (8) a (10) são ajustadas para o modelo de alto Reynolds proposto por Launder e Spalding (1974).

3. Método numérico

O método numérico utilizado para a resolução das equações que integram o modelo do escoamento é baseado num código computacional em volumes finitos em coordenadas generalizadas, embora a malha utilizada seja cartesiana. A Figura 2 mostra um volume de controle genérico juntamente com as coordenadas generalizadas η - ξ . A discretização de uma equação de conservação bidimensional e em regime permanente para uma quantidade **j** qualquer, pode ser expressa como:



Figura 2: Notação e volume de controle.

$$I_e + I_w + I_n + I_s = S_{\mathbf{j}} \tag{11}$$

 I_e , I_w , I_n e I_s representam, respectivamente, os fluxos de **j** faces leste, oeste, norte e sul do volume de controle e S_j o seu termo fonte. Uma divulgação da metodologia numérica desenvolvida está apresentada em Pedras e de Lemos (2001b). Neste trabalho, todos os resultados numéricos foram convergidos até que os valores dos resíduos para as variáveis dependentes do problema atingissem um valor menor que 10⁻⁷, onde o resíduo é definido como a diferença entre o lado esquerdo e o direito da equação algébrica correspondente.

4. Resultados e discussão

Os cálculos foram efetuados variando o número de Reynolds, $\operatorname{Re}_{H} = \frac{|\mathbf{u}_{D}|H}{n}$, onde v é a viscosidade cinemática, H é o comprimento característico, \mathbf{u}_{D} é a velocidade de Darcy ou superficial e o valor da porosidade, $\mathbf{f} = 1 - \frac{D^{2}}{H^{2}}$, onde H é a altura do canal e D é o tamanho do lado da haste quadrada.

Usando a relação de Dupuit-Forchheimer, $\mathbf{u}_D = \mathbf{f} \langle u \rangle^i$ chega-se a velocidade de Darcy, onde $\langle u \rangle^i$ é a média intrínseca. A média intrínseca é a média de uma propriedade qualquer, φ , associada ao fluido, ponderada pelo volume de fluido ΔV_f , contido num volume elementar representativo, ΔV (para maiores detalhes vide Pedras e de Lemos (2001a)):

$$(j)^{i} = \frac{1}{\Delta V_{f}} \iint_{\Delta V_{f}} dV$$

$$1 \times 10^{8}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{6}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{6}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{6}$$

$$1 \times 10^{6}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{6}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{6}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 10^{6}$$

$$1 \times 10^{7}$$

$$1 \times 1$$



1x10³

1x10⁵

1x10⁶

1x10⁷ 1x10⁸

1x10⁴

Re_н

Na Figura 3 o termo $(d\langle \bar{p} \rangle^i / dx)_{Ad}$ representa o gradiente adimensional da média intrínseca da pressão,

đ

1x10²

 1×10^{3}

1x10

1x10⁻

1x10[°]

1x10¹

$$\left(\frac{d\langle \bar{p} \rangle^{i}}{dx}\right)_{Ad} = -\frac{d\langle \bar{p} \rangle^{i}}{dx} \frac{H^{2}}{\mathbf{m} \mathbf{\overline{u}}|_{D}}$$
(13)

sendo que o gradiente da média intrínseca da pressão foi calculado através do campo de pressão microscópico,

$$\frac{d\langle \bar{p} \rangle^{i}}{dx} = \frac{1}{2H(H-D)} \int_{D/2}^{\left(H-\frac{D}{2}\right)} (p\big|_{x=2H} - p\big|_{x=0}) dy$$
(14)

Resultados para a queda de pressão em um grande intervalo de Re_H são apresentados na Figura 3, sendo esses comparados com os resultados de Kuwahara *et. al.* (1998) e Pedras e de Lemos (2001b). Os resultados obtidos para escoamento laminar investigados em Silva e de Lemos, (2004) são apresentados, e naturalmente estendido para escoamento turbulento (*low* and *high* Re) que apresentam uma boa concordância com os dados numéricos de Kuwahara *et. al.* (1998) mostrados. Como esperado, os resultados apresentados por Pedras e de Lemos (2001b) para escoamento turbulento apresentam valores de pressão ligeiramente menores que os apresentados. Isto se deve ao fato do gradiente de pressão necessário para superar a resistência imposta ao escoamento pelas hastes cilíndricas ser menor.

A Figura 4 apresenta resultados para o efeito de Re_H e ϕ para o gradiente de pressão adimensional. Para a mesma vazão a figura indica que a queda de pressão aumenta com a redução da porosidade, isto é, uma redução de ϕ implica no aumento de $\langle u \rangle^i$ para manter a mesma velocidade de Darcy, u_D . Além disso, comparando com os dados de Pedras e de Lemos (2001b) para haste cilíndrica, evidencia-se, para altos valores de Reynolds o efeito da morfologia através do distanciamento das curvas para uma mesma vazão, este comportamento decorre da resistência imposta ao escoamento pela morfologia.

(12)



Figura 4: Gradiente da pressão adimensional como função da porosidade, \$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ e Re_H.

A Figura 5 mostra resultados para $\langle k \rangle^i$ como função de Re_H e ϕ . Esta figura (e valores numéricos na Tabela 1) indicam que para a mesma velocidade de Darcy (Re_H=constante), ou seja, para a mesma vazão mássica baseada na velocidade volumétrica através da estrutura porosa, aumenta o nível de turbulência integrado. As súbitas variações de área geram altos gradientes de velocidade que por sua vez ditam a taxa na qual a energia mecânica do escoamento médio é transformada em energia de turbulência. Conseqüentemente, a taxa de produção de k será alta, implicando num alto valor de $\langle k \rangle^i$. Como as variações na área de uma célula contendo hastes cilíndricas são mais suaves que as de hastes quadradas; logo, apresentando gradiente mais suaves de velocidade e, conseqüentemente menor taxa de produção de k. Com isso observa-se que os resultados apresentados por Pedras e de Lemos (2001b) tem valores de $\langle k \rangle^i$ menores que os apresentados.



Figura 5: Variação de $\langle k \rangle^i$ como função da porosidade, ϕ e Re_H.

Porosidade	Re_H	$\langle \overline{\mathbf{u}} \rangle^{1} [m/s]$	$\overline{\mathbf{u}}_{\mathrm{D}} [\mathrm{m/s}]$	$-\nabla \langle \overline{p} \rangle^{1} [\text{N/m}^{3}]$	$\langle k \rangle^{1} [m^{2}/s^{2}]$	$\langle \varepsilon \rangle^{1} [m^{2}/s^{3}]$
ф=0,36	$1,24 \times 10^{4}$	$5,00 \times 10^{0}$	$1,80 \times 10^{0}$	$1,06 \times 10^3$	$9,32 \times 10^{0}$	$2,82 \times 10^3$
	$1,25 \times 10^{5}$	$5,06 \times 10^{1}$	$1,82 \times 10^{1}$	$1,08 \times 10^{5}$	$9,71 \times 10^{2}$	$2,91 \times 10^{6}$
	$1,24 \times 10^{6}$	$5,00 \times 10^2$	$1,80 \times 10^{2}$	$1,06 \times 10^{7}$	$9,62 \times 10^4$	$2,83 \times 10^{9}$
ф=0,64	$1,24 \times 10^{4}$	$2,81 \times 10^{0}$	$1,80 \times 10^{0}$	$2,28 \times 10^{2}$	$4,30 \times 10^{0}$	$4,19 \times 10^{2}$
	$1,25 \times 10^{5}$	$2,84 \times 10^{1}$	$1,82 \times 10^{1}$	$2,33 \times 10^4$	$4,44 \times 10^{2}$	$4,33 \times 10^{5}$
	$1,24 \times 10^{6}$	$2,81 \times 10^{2}$	$1,80 \times 10^{2}$	$2,29 \times 10^{6}$	$4,38 \times 10^{4}$	$4,22 \times 10^{8}$
ф=0,84	$1,24 \times 10^{4}$	$2,14 \times 10^{0}$	$1,80 \times 10^{0}$	$5,46 \times 10^{1}$	$1,48 \times 10^{0}$	$7,47 \times 10^{1}$
	$1,25 \times 10^{5}$	$2,17 \times 10^{1}$	$1,82 \times 10^{1}$	$5,89 \times 10^{3}$	$1,53 \times 10^{2}$	$7,75 \times 10^4$
	$1,24 \times 10^{6}$	$2,14 \times 10^{2}$	$1,80 \times 10^{2}$	$5,50 \times 10^5$	$1,51 \times 10^{4}$	$7,55 \times 10^{7}$

Tabela 1: Parâmetros integrados.

Na Figura 6 o escoamento acelera nas fronteiras superior e inferior da haste quadrada e descola atrás. Para baixa porosidade e a mesma vazão, o tamanho da região de esteira é reduzido drasticamente em relação ao escoamento laminar (vide Silva e de Lemos, (2004)). O tamanho dos vetores é uniforme para melhor visualização.

A Figura 7 mostra o aumento da pressão nas paredes frontal, superior e inferior e recuperação após o obstáculo para $Re_{H}=1,25\times10^{5}$ e ϕ variando de 0,36 a 0,84. Observe que com a diminuição do valor da porosidade os valores de pressão tendem a diminuir nas paredes frontal, superior e inferior.

A Figura 8 mostra que com a diminuição da porosidade, os altos gradientes para energia cinética de turbulência ficam mais concentrados próximo as paredes da haste quadrada. Este efeito é particularmente observado na parte de trás da haste. Para baixa porosidade, ocorre uma produção de turbulência próxima às paredes maior que no escoamento principal. Porém, para altos valores de ϕ a existência da região de esteira atrás da haste e o baixo volume ocupado pelo sólido indica que a turbulência é produzida uniformemente no escoamento principal.



c) Figura 6: Campo de velocidade para $\text{Re}_{\text{H}}=1,25\times10^5$: *a*) $\phi=0,36$, *b*) $\phi=0,64$ e *c*) $\phi=0,84$.





Figura 7: Campo de pressão para $\text{Re}_{\text{H}}=1,25\times10^5$: *a*) $\phi=0,36$, *b*) $\phi=0,64$ e *c*) $\phi=0,84$.



Figura 8: Campo de k para $\text{Re}_{\text{H}}=1,25\times10^5$: *a*) $\phi=0,36$, *b*) $\phi=0,64$ e *c*) $\phi=0,84$.

5. Conclusão

Neste trabalho foi mostrado a influência da porosidade, ϕ e do número Re_H na queda de pressão macroscópica. Foi também realizada a comparação deste trabalho com os resultados numéricos de Pedras e de Lemos (2001b) para hastes cilíndricas com porosidade, ϕ =0,80, evidenciando o efeito da morfologia na queda de pressão. Além disso, os resultados

aqui apresentados foram comparados com os dados apresentados em Kuwahara *et. al.* (1998), apresentando uma boa concordância e indicando, em última análise, a exatidão da metodologia numérica aplicada.

6. Agradecimentos

Os autores são gratos a FAPESP e ao CNPq, pelo suporte financeiro durante o curso desta pesquisa.

7. Referências

- Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., 1994, "Numerical Modeling of Heat and Fluid Flow in a Porous Medium", Proceedings of the International Heat Transfer Conference, Vol. 5, pp. 309-314.
- Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S. and Nakayama, A., 1998, "Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array", Journal of Porous Media, Vol. 1, nº 1, pp. 47-55.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows", Computational Methods. of Applied Mechanical Engineering, Vol. 3, pp. 269-289.
- Nakayama, A., Kuwahara, F., Kawamura, Y. and Koyama, H, 1995, "Three-Dimensional Numerical Simulation of Flow Through a Microscopic Porous Structure", ASME/JSME Thermal Engineering Conference, Vol. 3, pp. 313-318.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2001a, "Macroscopic Turbulence Modeling for Incompressible Flow Through Undeformable Porous Media", International Journal Heat and Mass Transfer, Vol. 44, n° 6, pp. 1081-1093.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2001b, "Simulation of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and a Low Re Two-Equation Closure", Numerical Heat Transfer Part A Applications, Vol. 39, pp. 35-59.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2001c, "On the mathematical Description and Simulation of Turbulent Flow in a Porous Medium Formed by an Array of Elliptic Rods", Journal of Fluids Engineering, Vol. 123, n° 4, pp. 941-947.
- Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S., 2003, "Computation of Turbulent Flow in Porous Media Using a Low Reynolds k-ε Model an Infinite Array of Spatially Periodic Elliptic Rods", Numerical Heat Transfer Part A, Vol. 43, pp. 585-602.
- Prinos, P., Sofialidis, D. and Keramaris, E., 2003, "Turbulent Flow Over and Within a Porous Bed". Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 129, nº 9, pp. 720-733.
- Silva, R.A., de Lemos, M.J.S., 2004, "Escoamento Laminar em um Canal com uma Matriz Porosa sendo Modelada por um Arranjo de Hastes Quadradas" (aceito para apresentação), III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. Belém-PA, Brasil.
- Warsi, Z.U.A., 1993, "Fluid Dynamics Theoretical and Computational Approaches", CRC Press, Boca Raton.

TURBULENT FLOW IN A POROUS MATRIX MODELED AS AN INFINITE ARRAY OF SQUARE RODS

Renato A. Silva¹ Marcelo J.S. De-Lemos² Departamento de Energia – IEME Divisão de Engenharia Aeronáutica e Mecânica Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA 12228-900 - São José dos Campos, SP - Brazil ¹renatoas@mec.ita.br, ²delemos@mec.ita.br

Abstract. Present work show results that refer to fully developed turbulent flow through a porous media modeled as a spatially periodic array of square rods. The main objective of this work is to validate the present results with those available in the literature and investigate the influence of the porosity, Reynolds number and morphology on the behavior of the macroscopic pressure drop. The equations that govern the flow are discretized by control volume method and the obtained systems of algebraic equation are solved by the method SIP. For the pressure-velocity coupling SIMPLE method is applied.

Keywords: porous matrix, numerical solution, turbulent flow, solids rods, macroscopic properties.