# CONVECÇÃO MISTA DO AR EM UMA CAVIDADE TRAPEZOIDAL AQUECIDA NA BASE

# Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Faculdade de Engenharia Química de Lorena FAENQUIL - Lorena – São Paulo - Brasil E-mail: <u>felipe@debas.faenquil.br</u>

#### Luiz Roberto Carrocci

Universidade Estadual Paulista – UNESP Guaratinguetá – SP - Brasil E-mail: <u>carrocci@feg.unesp.br</u>

#### Mauricio Araujo Zanardi

Universidade Estadual Paulista – UNESP Guaratinguetá – SP - Brasil E-mail: <u>mzanardi@feg.unesp.br</u>

#### Henrique Otávio Aquino

Faculdade de Engenharia Química de Lorena – FAENQUIL - São Paulo – Brasil Email: <u>henrique@debas.faenquil.br</u>

**Resumo.** Neste trabalho foi estudada a convecção natural mista do ar em uma cavidade trapezoidal com uma entrada e uma saída de fluido, estando a mesma aquecida na base, com temperatura uniforme e constante, mantendo-se a superfície superior inclinada fria com as superfícies laterais adiabáticas. Utilizou-se o método dos volumes de controle de Patankar (1980) para resolver as equações de massa, quantidade de movimento e energia. O procedimento numérico adotado para o cálculo da pressão foi baseado no algoritmo SIMPLER, de Patankar. As isotermas, linhas de correntes e perfis de velocidades são apresentadas para as simulações estudadas. Essas foram feitas para o número de Reynolds variando de 0 a 1500; número de Garashof variando de 10<sup>3</sup> a 10<sup>7</sup>, número de Prandtl igual a

0,72, para uma cavidade trapezoidal com a superfície superior inclinada variando de zero a  $60^{\circ}$ .

Palavras chaves: convecção mista, cavidade aberta, trapezoidal.

#### 1. Introdução

A natureza de um escoamento imposto conjuntamente com a convecção natural e troca de calor em cavidades tem sido estudada e é bem conhecida. Também a geometria das cavidades têm sido muito estudadas com troca de calor, por causa de sua fundamental importância em muitas aplicações, incluindo troca de calor em edifícios domésticos, captação de energia solar, refrigeração de sistemas eletrônicos e controle de temperatura em ambientes residenciais. Com entrada e saída de ar, a convecção forçada pode ser imposta dentro de uma cavidade.

Sparrow e Samic (1982) estudaram numericamente as aplicações da convecção mista em cavidades e nos problemas de engenharia como a estufa de um fogão elétrico e a convecção natural em sobrados. Eles estudaram o fluxo do fluido e a transferência do calor em uma cavidade cilíndrica vertical com orifícios nas superfícies circulares horizontais inferior e superior para o fluxo forçado. Cha e Jaluria (1984) estudaram numericamente o efeito das forças de empuxo sobre o fluxo e sobre os campos de temperatura em reservatórios retangulares baixos como aplicações de captação de energia solar.

Kumar e Yuan (1989) também estudaram o fluxo de convecção laminar bidimensional em uma cavidade retangular com uma entrada e uma saída de ar. Oosthuizon (1985) estudou a convecção mista de transferência do calor em uma cavidade. Papanicolaou e Jaluria (1990, 1992, 1993, 1995) estudaram vários aspectos do fluxo de convecção mista em cavidades adiabáticas semi-abertas com fontes térmicas junto às superfícies interiores.

Pérez-Segarra et al. (1995) estudaram numericamente alguns casos semelhantes. Mohamad (1995) estudou a convecção natural em cavidades e fissuras abertas.

Hsu e Hsu (1997) estudaram numericamente a convecção mista em uma cavidade retangular parcialmente dividida. Angirasa (2000) investigou uma cavidade quadrada com uma das paredes verticais com temperatura constante. As paredes horizontais e as outras verticais foram consideradas adiabáticas. A entrada para o fluxo de ar forçado foi colocado na parte inferior e a diferença de temperatura foi considerada negativa ou positiva. Khanafer et al. (2002) estudou a convecção mista da transferência do calor em duas dimensões em uma cavidade aberta na extremidade.

No presente trabalho foi considerado o fluxo de convecção mista em uma cavidade semi-aberta trapezoidal, aquecida na base com uma temperatura constante, com as superfícies laterais adiabáticas e a superfície inclinada resfriada com temperatura constante.

O fluxo de ar forçado é imposto por uma entrada na parte de baixo da parede esquerda e uma saída na parte superior da parede da direta. As aberturas são do mesmo tamanho (H/10). A interação entre as forças de empuxo e o fluxo forçado foi estudado. As equações bidimensionais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, com a aproximação de Boussinesq, foram numericamente solucionadas. As equações discretizadas foram obtidas através do método de

Patankar (1980), com uma formulação implícita. O procedimento numérico adotado para o cálculo da pressão foi baseado no algoritmo SIMPLER. Os parâmetros governantes usados foram: número de Grashof variando de  $10^3$  a  $10^7$ ; número de Prandtl igual a 0.72; e número de Reynolds variando de 0 a 1500. A inclinação da superfície superior da cavidade foi variada de zero a  $60^\circ$ .

# 2. Formulação matemática

Consideremos uma cavidade prismática com a seção reta em forma de um trapézio, Fig (1). O vetor aceleração da gravidade é perpendicular à base. A convecção natural do fluido na cavidade é assim considerada: o fluxo é bidimensional e laminar; os gradientes de temperatura são moderados de tal modo que a aproximação de Boussinesq é admitida; é desprezada a dissipação viscosa e as propriedades físicas do fluido são constantes.



Fig. 1. Esquema da cavidade estudada

Com estas condições, as equações básicas podem ser escritas, na forma adimensional:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$
(2)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{Gr}{Re^2} \theta - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$
(3)

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u\frac{\partial\theta}{\partial x} + v\frac{\partial\theta}{\partial y} = \frac{1}{\operatorname{Re}\operatorname{Pr}}\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right)$$
(4)

Para a construção das quantidades adimensionais, as seguintes variáveis adimensionais foram definidas, sendo que o super-escrito ' indica variável dimensional:

$$\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}'}{\mathbf{L}} \qquad \mathbf{y} = \frac{\mathbf{y}'}{\mathbf{L}} \qquad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}'}{U_0}$$

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}'}{U_0} \qquad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \qquad t = \frac{U_0}{\mathbf{L}}t' \qquad (5)$$

$$\mathbf{Pr} = \frac{\mathbf{v}}{\alpha} \qquad Gr = \frac{g\,\beta\,L^3\Delta T}{v^2} \quad \mathrm{Re} = \frac{U_0L}{v}$$

onde L (m)é a largura da cavidade, H (m) é a altura maior, da direita, U<sub>0</sub> (m/s)é a velocidade de entrada do fluido, T<sub>c</sub> (K) é a temperatura fria, T<sub>h</sub> (K) é a temperatura quente (k),  $\nu$  (m<sup>2</sup>/s) é a viscosidade cinemática,  $\alpha$  (m<sup>2</sup>/s) é a difusividade

térmica,  $\beta$  (1/K) é coeficiente de expansão térmica, t é o tempo; x, y são as coordenadas cartesianas; u,v são as velocidades nas direções x e y; p é a pressão;  $\theta$  é a temperatura; Pr é o número de Prandtl; Gr é o número de Grashof, e são a difusividade térmica e densidade do fluido respectivamente. As condições de contorno são:

para $0 \le x \le 1$ ,	$y=1+\frac{H-L}{L}x,$	$\mathbf{u}=\mathbf{v}=0,$	$\theta = 0$	
para $x = 0$ ,	$0\leq y\leq 1,$	$\mathbf{u}=\mathbf{v}=0,$	$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$	(6)
para $0 \le x \le 1$ ,	y=0,	u=v=0,	$\theta = 1$	
para $x = 1$ ,	$0 \le y \le \frac{H}{L},$	$\mathbf{u}=\mathbf{v}=0,$	$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$	
As condições iniciais são:				

para  $t = 0, \quad u = v = 0, \quad \theta = 0$  (7)

Quando resolvemos o problema consideramos que  $\rho = 0$  no ponto onde x= y= 0. As condições iniciais assumidas são que o fluido está em repouso e que a temperatura de toda a região de convecção é uniforme.

#### 3. Método de solução

O método numérico utilizado para resolver as equações diferenciais (1) a (4) é o método SIMPLER de Patankar (1980). Uma malha não uniforme foi utilizada. A independência das soluções com relação aos tamanhos das malhas foi estudada para vários valores de Gr e Re. A análise mostrou que a independência das malhas foi obtida para uma malha 60x120, apresentando diferenças insignificantes na transmissão do calor (menos que 0,15%).

#### 4. Resultados e discussões

Primeiramente estudamos a interação das forças de empuxo e o fluxo de ar dentro da cavidade. A Figura 2 mostra as linhas de correntes (esquerda) do ar e isotermas (direita) para vários valores crescentes do número de Reynolds, para Gr=0 com a superfície superior inclinada da cavidade de 30°. Pode se ver que com o crescimento do número de Reynolds diminui a temperatura no interior da cavidade por causa do ar frio que entra nela. Inicialmente temos somente células simples que ocupam quase toda a cavidade; sendo em seguida modificadas pelo fluxo de ar.

A Figura 3 mostra o mesmo da Fig. 2 para Gr=10<sup>5</sup>. Pode ser visto que o aumento de Gr causa um aumento na convecção, que pode ser bem notada quando o número de Reynolds vale até 100. Depois deste valor, as isotermas tomam o mesmo aspecto da Fig. 2.

As Figuras 4 e 5 mostram as linhas de correntes e isotermas, com a superfície superior tendo uma inclinação de  $45^{\circ}$ , donde se pode notar quase o mesmo comportamento anterior.

As Figuras 6 a 9 mostram as componentes horizontais das velocidades sobre a linha vertical média da cavidade (no meio das superfícies verticais) para Gr=0 e  $10^5$ , com uma inclinação da superfície superior de  $30^0$  e  $45^0$ , para vários valores de Re. Nota-se que há pequena mudança no valor da velocidade com o aumento da inclinação da superfície superior.

As Figuras 10 e 11 mostram as componentes verticais das velocidades sobre a linha horizontal média (H/2) da cavidade para Gr=0 e  $10^5$ ; notamos que há pouca mudança de um caso para outro.

As Figuras 12 a 17 mostram as temperaturas ao longo da linha vertical média da cavidade para os vários valores de Re,

para Gr=0 e Gr= $10^5$ , com as inclinações da superfície superior inclinada iguais a  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . Observa-se que, com o aumento do número de Grashof, a temperatura tende a se estabilizar em todo o interior da cavidade. Com o aumento do número de Reynolds, a temperatura diminui no interior de toda a cavidade; e, com o aumento da inclinação da superfície superior da cavidade, a temperatura diminui no interior de toda a cavidade.



Fig. 2. Linhas de correntes (esquerda) e isotermas (direita) para Gr=0;  $\alpha = 30^{\circ}$  e Re=0 (a); 100 (b); 250 (direita) para Gr=0; (c); 500 (d).

Fig. 3. Linhas de correntes (esquerda) e isotermas (direita) para Gr=10<sup>5</sup>;  $\alpha = 30^{\circ}$  e Re=0 (a); 100 (b); 250 (c); 500 (d).



Fig. 5. Linhas de correntes (esquerda) e isotermas (direita) para Gr=10<sup>5</sup>;  $\alpha = 45^{\circ}$  e Re=0 (a); 100 (b); 250 (c); 500 (d).

(direita) para Gr=0;  $\alpha = 45^{\circ}$  e Re=0 (a); 100 (b); 250

(c); 500 (d).



Fig. 6. Componentes horizontais da velocidade na linha média vertical.



Fig. 8. Componentes horizontais da velocidade na linha média vertical.



Fig. 10. Componentes verticais da velocidade na linha horizontal média.



Fig. 7. Componentes horizontais da velocidade na linha média vertical.



Fig. 9. Componentes horizontais da velocidade na linha média vertical.



Fig. 11. Componentes verticais da velocidade na linha horizontal média.



Fig. 12. Perfís de temperatura adimensional para vários valores do número de Reynolds



Fig. 14. Perfis de temperatura adimensional para vários valores do número de Reynolds



Fig. 16. Perfís de temperatura adimensional para vários valores do número de Reynolds



Fig. 13. Perfis de temperatura adimensional para vários valores do número de Reynolds



Fig. 15. Perfís de temperatura adimensional para vários valores do número de Reynolds



Fig. 17. Perfís de temperatura adimensional para vários valores do número de Reynolds

#### 5. Conclusões

Neste trabalho foi estudada a convecção natural mista do ar em uma cavidade trapezoidal com uma entrada e uma saída de fluido, estando a mesma aquecida na base, com temperatura uniforme e constante, mantendo-se a superfície superior inclinada fria e as superfícies laterais verticais adiabáticas.

As simulações foram feitas com o número de Reynolds variando de 0 a 1500, para  $10^3$ <Gr< $10^7$ , numero de Prandtl igual a 0,72, para uma cavidade com uma superfície inclinada superior variando de 0 a 60 graus.

Para o número de Reynolds maior que 100 temos o resfriamento na parte central da cavidade com pequena influência do número de Grashof. O aumento deste número faz com que as temperaturas se tornem mais homogêneas no interior da cavidade.

## 6. Agradecimentos

Este trabalho foi realizado durante o pós-doutorado de Aquino, F.R.Q., no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Paulista "Julio de Mesquita Filho", São Paulo - Guaratinguetá, a quem os autores querem deixar seu agradecimento.

## 7. Referencias Bibliográficas

- Angirasa, D., 2000, "Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface", Fluid Dynamics Research, Volume 26, Issue 4, 219-233.
- Cha, C. K. and Jaluria, Y., 1984, "Effect of thermal buoyancy on the recirculating flow in a solar pond for energy extraction and heat rejection", ASME Journal Solar Eng. 106, 428-437.
- Hsu, T. H. and Hsu, S. P., 1997, "Mixed convection in a partially divided rectangular analogues" Numer Hast Transfer Part A 18, 427, 461

enclosure", Numer. Heat Transfer Part A 18, 427-461.

Kumar, R. and Yuan, T.D., 1989, "Recirculating mixed convection flows in rectangular cavities", AIAA J. Thermofhys. Heat Transfer 3, 321-329.

Khanafer, K., Vafai, K. and Lightstone, M., 2002, "Mixed convection heat transfer in two-dimensional open-ended enclosures", International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 45, 5171-5190.

Mohamad, A. A., 1995, "Natural convection in open cavities and slots", Numer. Heat Transfer 27, 705-716.

Oosthuizon, P.H., 1985, "Mixed Convective Heat Transfer in a Cavity", Proceedings of 23 th National Heat Transfer Conference, Denver, U.S.A, pp. 159-169.

Patankar, S.V., 1980, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Taylor & Francis, London.

Papanicolaou, E. and Jaluria, Y., 1990, "Mixed convection from an isolated heat source in a rectangular enclosure". Numer.Heat Transfer, Part A 18, 427-461.

Papanicolaou, E. and Jaluria, Y., 1992, "Transition to a periodic regime in mixed convection in a square cavity", Journal Fluid Mech.239, 489-509.

Papanicolaou, E. and Jaluria, Y., 1993, "Mixed convection from a localized heat source in a cavity with conducting walls: a numerical study", Numer. Heat Transfer Part A 23, 463-484.

Papanicolaou, E. and Jaluria, Y., 1995, "Computation on a turbulent flow in mixed convection in a cavity with a localized heat source", J. Heat Transfer 117, 649-658.

Pérez-Segarra, C.C., Oliva, A., Costa, M., Escanes, F., 1995. "Numerical experiments in turbulent natural and mixed convection in internal flows". Int. J. Numer. Meth. Heat Fluid Flow 5, 13-33.

Sparrow, E. M. and Samie, F., 1982, "Interaction between a stream which passes through an enclosure and natural convection within the enclosure". Int. Journal Heat Mass Transfer 25, 1489-1502.

# MIXED CONVECTION IN A TRAPEZOIDAL ENCLOSURE HEATED FROM BELLOW

# Felipe Rinaldo Queiroz de Aquino

Basic Department - Chemical Engineering College of Lorena – FAENQUIL Lorena – São Paulo – Brazil – tel: 12 - 31595007 E-mail: <u>felipe@debas.faenquil.br</u>

# Luiz Roberto Carrocci

Energy Department - São Paulo State University - UNESP Guaratinguetá - SP - Brazil - 12 - 3123 2836 Email: <u>carrocci@feg.unesp.br</u>

**Mauricio Araujo Zanardi** Energy Department - São Paulo State University - UNESP Guaratinguetá – SP – Brazil – 12 – 3123 2836 Email: <u>carrocci@feg.unesp.br</u>

# Henrique Otávio Queiroz de Aquino

Basic Department - Chemical Engineering College of Lorena – FAENQUIL Lorena – São Paulo – Brazil – tel: 12 - 31595007 E-mail: <u>felipe@debas.faenquil.br</u>

Abstract - The laminar natural mixed convection inside an enclosure of trapezoidal shape, with input and output of air, is numerically analyzed. The cavity is heated from bellow and cooled from up, and the lateral vertical walls are adiabatic. Using a finite volume method performs the solution of the differential equation set. The discretization scheme chosen was the Patankar's Power-Law Scheme and the SIMPLER algorithm is adopted to get a pressure correction equation. Governing parameters used were:  $10^3 < Gr < 10^5$ ; Pr=0.72; 0 < Re < 1500. The inclination of upper surface varies from 0° to  $60^\circ$ . The isotherms, streamlines and profiles of temperature and velocity along the middle vertical line, and middle horizontal line of the cavity are presented for some values of Grashof and Reynolds numbers. The influence of these numbers on the heat transfer in the cavity is discussed. When  $Gr\sim 10^3$ , the process is similar to pure conduction; when Grashof number or Reynolds number increases, the convection dominates the process of heat transfer.

Key words: mixed convection, trapezoidal shape, vented cavity