# TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA DO CALDO DE CANA EM UM TROCADOR DE CALOR TIPO PELÍCULA DESCENDENTE

# Afonso Garcia da Silveira Neto

Usina da Barra SA – Açúcar e Álcool Fazenda Pau D'Alho, s/n CEP. 17.340-000, Barra Bonita, SP. afonso.silveira@cosan.com.br

# **Alcides Padilha**

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, s/n, CEP. 17.033–360, Bauru, SP. padilha@feb.unesp.br

# Vicente Luiz Scalon

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, s/n, CEP. 17.033–360, Bauru, SP. scalon@feb.unesp.br

**Resumo:** Os trocadores de calor do tipo película descendente são muito interessantes para as indústrias açucareiras do Brasil. As principais vantagens atribuídas a este novo sistema são: baixo tempo de retenção do caldo de cana e a manutenção das propriedades organolépticas do caldo. Os comportamentos dos parâmetros de transporte de calor e massa são obtidos do modelo físico e matemático proposto. Com isto, foram analisadas as variáveis de projeto, tais como, temperatura de parede, temperatura e vazão mássica do ar e do caldo, umidade relativa do ar e concentração do caldo.

Palavras-chave: trocadores de calor, evaporação, falling film, Transformada de Landau.

# 1. Introdução

Uma análise da transferência simultânea da transferência convectiva de calor e massa em dutos verticais foi realizada por Yan (1995), mostrando que a influência do transporte de momento e energia é importante para escoamentos laminares de líquidos em superfícies verticais quando a espessura da película não pode ser desprezada, como na maioria das situações práticas. Adicionalmente analisa a influência da força de empuxo na turbulência do ar com a variação da umidade do ar, causada pela evaporação de água da película de líquido, concluindo que a turbulência cresce com a umidade e provoca um aumento na transferência de calor e massa, mas que este efeito diminui com o aumento do número de Reynolds. He et al. (1998) também se dedicou a este estudo, por meio de análise técnica e experimental de uma película de água escoando na superfície interna de um tubo vertical uniformemente aquecido, na presença do ar no interior do tubo.

A transferência de calor que ocorre na interface de um processo de absorção entre uma película de líquido em escoamento laminar descendente e um gás foi analisada por Nakoryakov e Grigor'yeva (1980), onde postulam a condição do perfil linear da concentração do líquido no gás.

Jayamaha et al. (1996) comenta os experimentos realizados por Sparrow et al. (1981), em um estudo sobre coeficientes de transferência de calor para paredes verticais, que indicam que a correlação usada para a estimativa do coeficiente de película de transferência de calor  $h_c$  [W/m<sup>2</sup>.K], recomendada por ASHRAE:

$$h_c = 5.7 + 3.8 v_a \tag{1}$$

sendo  $v_a$  [m/s] a velocidade do ar, apresenta valores superestimados em até 50 % e propõe uma nova equação:

 $h_c = 4,955 + 1,444 v_a$ 

Observa-se que os resultados teóricos obtidos neste estudo situam-se na faixa estabelecida pelas duas equações, como será apresentado adiante.

Em resumo, o objetivo deste trabalho é elaborar um estudo capaz de determinar as propriedades dos fluidos e obter resultados teóricos que permitam uma investigação dos mecanismos de transferência de calor e massa envolvidos na evaporação do componente água, da película da mistura de caldo para o ar. A película e o ar escoam descendentemente em co-corrente pela superfície interna de um tubo vertical a temperatura de parede constante. São utilizados os seguintes parâmetros de projeto, admitidos na entrada do tubo: umidade relativa, temperatura e vazão do ar; temperatura, concentração e vazão do caldo; diâmetro, comprimento e temperatura de parede do tubo.

# 2. Modelo matemático

#### 2.1. Considerações iniciais

O sistema proposto, mostrado na Fig. 1, compreende o escoamento descendente da película de caldo de cana, em regime laminar, permanente e plenamente desenvolvido, em contato com a superfície interna de um tubo vertical, a temperatura externa constante, igual ou maior que a temperatura do caldo. Pelo centro do tubo escoa em co-corrente ao caldo uma mistura de ar-vapor d'água, em regime turbulento, a uma temperatura igual ou menor que a do caldo. Para os propósitos deste estudo define-se o caldo de cana como uma mistura binária de água e sacarose cujas propriedades são funções da temperatura e da concentração de sólidos (sacarose), medida em brix. São verificadas, a espessura mínima da película e as faixas de aplicação da temperatura e concentração, segundo as expressões matemáticas recomendadas por Peacock (1995). Não considerou-se a influência de incrustações.



Figura 1 - Desenho esquemático do escoamento do caldo e do ar

A difusão mássica de vapor d'água do caldo se deve à diferença de concentração de água no ar, nas posições próximo à interface e longe da interface (entre a interface e o centro do tubo), aumentando, assim, a umidade relativa do ar ao longo do comprimento do tubo. Mas a difusão do calor proveniente da parede do tubo através do caldo, na direção axial, na medida em que este escoa pelo tubo, eleva a temperatura da interface e também do ar, por meio da convecção de calor através da área de contato entre os fluidos e do calor sensível da massa de água evaporada do caldo. Assim, como a capacidade de absorção de água pelo ar aumenta com a temperatura, o processo de evaporação tem continuidade, ainda que a taxas de transferência mais modestas, uma vez que o efeito resultante destes dois fenômenos é o aumento da umidade relativa do ar. Desta forma os mecanismos de transferência de calor e massa estão interrelacionados e são diretamente proporcionais.

O aquecimento do caldo, por sua vez, provoca a redução da sua viscosidade e o conseqüente aumento da velocidade e da turbulência do escoamento. Contudo, com a evaporação de água, o aumento da concentração de sólidos causa o aumento da sua viscosidade. O resultado destes dois efeitos antagônicos depende dos parâmetros iniciais do sistema, e pode ser simulado pelo estudo.

Dentre as suposições simplificadoras, para a formulação do modelo matemático, desprezou-se a influência da diferença de velocidade entre a mistura ar-vapor d'água e o caldo, dada a grande diferença de viscosidade entre os

fluidos e conforme demonstrado experimentalmente por He et al. (1998). Desta forma o escoamento do caldo ocorre exclusivamente pela ação da gravidade, ou seja, o cisalhamento entre eles, na interface, é nulo, o que permite análise em separado dos escoamentos do caldo e do ar.

## 2.2. Escoamento do caldo

# 2.2.1. Modelo físico do escoamento do caldo

Dado que a direção preferencial do escoamento ocorre na direção axial ao tubo, desprezou-se a difusão da água na direção radial, tratando como se esta se encontrasse na interface caldo-ar e fosse sendo "fatiada" do caldo para o ar, sem causar perturbações no escoamento da película de caldo. As propriedades físicas do caldo, considerado fluido newtoniano e incompressível, são calculadas em cada ponto pelas equações fornecidas por Peacock (1995). O escoamento laminar foi garantido pelo monitoramento do número de Reynolds local do caldo, na interface, calculado pela expressão:

$$\operatorname{Re}_{c} = \frac{v_{z}^{r} \cdot \delta}{v_{c}} \tag{3}$$

sendo  $v_z^r$  [m/s] a componente axial da velocidade do caldo no domínio físico,  $\delta$  [m] a espessura da película e  $v_c$  [m<sup>2</sup>/s] a viscosidade cinemática do caldo.

Para a determinação da espessura da película de caldo foi utilizada a expressão (He et al., 1998):

$$\delta = \left(\frac{3.\ \dot{m}_c \ .\ v_c}{\pi.\ \rho_c \ .\ d_c \ .\ g}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4}$$

onde  $\dot{m}_c$  [kg/s] é a vazão mássica de caldo,  $\rho_c$  [kg/m<sup>3</sup>] a densidade do caldo,  $d_c$  [m] o diâmetro da seção transversal cilíndrica de escoamento do caldo, e g [m/s<sup>2</sup>] a aceleração da gravidade.

As equações utilizadas para o sistema de coordenadas cilíndricas, obtidas conforme Bird et al. (1960), são as seguintes:

Equação da conservação da energia, para os pontos internos à película:

$$v_z^r \cdot \frac{\partial T^r}{\partial z} = \alpha_c \cdot \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \cdot \frac{\partial T^r}{\partial r} \right) \right]$$
(5)

sendo  $T^r$  [K] a temperatura do caldo no domínio físico, r [m] a distância em relação ao centro do tubo e  $\alpha_c$  [m<sup>2</sup>/s] a difusividade térmica do caldo.

Equação da conservação da energia, para os pontos da interface:

$$-k_c \cdot S_I \cdot \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=r_{\rm int}} = \dot{m}_w \cdot h_{lv} \tag{6}$$

sendo  $k_c$  [W/m.K] a condutividade térmica do caldo,  $S_I$  [m<sup>2</sup>] a área da interface,  $\dot{m}_w$  [kg/s] a vazão mássica da água evaporada do caldo para o ar e  $h_{lv}$  [J/kg.K] a entalpia de evaporação da água.

Perfil de velocidades plenamente desenvolvido:

$$v_z^r = \left[\frac{R^2 - r^2}{2} + (R - \delta)^2 .\ln(r/R)\right] \cdot \left[\frac{\rho_c \cdot g}{2\mu_c}\right]$$
(7)

sendo *R* [m] o raio interno do tubo e  $\mu_c$  [kg/m.s] a viscosidade dinâmica do caldo.

## 2.2.2. Modelo matemático do escoamento do caldo

A variação da espessura da película de caldo, provocada pela aceleração do caldo e evaporação da água para o ar, torna o domínio da solução irregular, dificultando a solução do sistema de equações. Este problema foi contornado pela aplicação das Transformadas de Landau, de acordo com Padilha (1990), conforme visualizado na Fig. 2. As equações resultantes são:



(a) Domínio físico

(b) Domínio matemático

Figura 2 - Domínios físico e matemático do escoamento do caldo

Equação da conservação da energia para os pontos internos à película:

$$v_{z}^{\eta}\left[\frac{\partial T^{\eta}}{\partial z} + \frac{\partial T^{\eta}}{\partial \eta} \cdot \frac{1 - \eta}{\delta} \cdot \frac{\partial \delta}{\partial z}\right] = \frac{\alpha_{c}}{\delta^{2}}\left[\frac{\partial^{2} T^{\eta}}{\partial \eta^{2}} + \frac{1}{\frac{R}{\delta} + \eta - 1} \cdot \frac{\partial T^{\eta}}{\partial \eta}\right],\tag{8}$$

onde  $T^{\eta}$  [K] é a temperatura do caldo no domínio matemático,  $v_{z}^{\eta}$  [m/s] a componente axial da velocidade do caldo no domínio matemático e η o parâmetro adimensional das Transformadas de Landau, definido pela relação:

$$\eta = \frac{r + \delta - R}{\delta} \tag{9}$$

Equação da conservação da energia para os pontos da interface:

$$-2.\pi k_c (R-\delta).\Delta z.\frac{\partial T^{\eta}}{\partial \eta} = \dot{m}_W.h_{lv}.\delta, \qquad (10)$$

sendo  $\Delta z[m]$  o incremento do comprimento na direção z.

Perfil de velocidades plenamente desenvolvido:

$$v_{z}^{\eta} = \left\{ \frac{R^{2} - \left[\delta(\eta - 1) + R\right]^{2}}{2} + (R - \delta)^{2} \cdot \ln\left[\frac{\delta(\eta - 1) + R}{R}\right] \right\} \cdot \left(\frac{\rho_{c} \cdot g}{2\mu_{c}}\right),$$
(11)

Observa-se o aumento da não-linearidade do sistema como fruto da solução matemática adotada. As Eqs. (8), (10) e (11) estão sujeitas às seguintes condições de contorno:

- z = 0:  $v_z^{\eta} = v_0^{\eta},$   $\eta$  = 1:  $v_z^{\eta} = 0,$  $T = T_{0,}$ (12)
- $T = T_{w}$ (13)

Proceedings of ENCIT 2004 -- ABCM, Rio de Janeiro, Brazil, Nov. 29 -- Dec. 03, 2004

$$\eta = 0:$$
  $\frac{\partial v_z''}{\partial \eta} = 0,$   $T = T^{\eta}$  (14)

onde o subscrito 0 indica as condições de entrada e Tw [K] a temperatura da parede do tubo.

## 2.3. Escoamento do ar-vapor d'água

A difusão convectiva de massa de água no ar é dada por:

$$\dot{m}_w = h_m \cdot S_I \cdot (c_I - c_\infty),$$
(15)

sendo  $C_I e C_{\infty}$ , as concentrações em massa do vapor d'água no ar entre as posições na interface e longe da interface, calculadas utilizando-se os conceitos da psicrometria e  $h_m$  [kg/m<sup>2</sup>.s] o coeficiente de transferência de massa do ar, calculado pela relação:

$$h_m = \frac{Sh_a \cdot Df_a}{2 \cdot (R - \delta)},\tag{16}$$

sendo  $Df_a$  [m<sup>2</sup>/s] a difusividade da água no ar dada por Fujii et al. (1977), citada por Galetti (1995):

$$Df_a = 8,07.10^{-10} \cdot T_{a_m}^{1.833}$$
(17)

e  $Sh_a$  o número de Sherwood do ar, definido como (Bejan, 1996):

$$Sh_a = 0,564. Sc_a^{0,5}. \text{Re}_a^{0,5},$$
 (18)

onde  $Sc_a$  é o número de Schmidt do ar.

A evaporação da água do caldo provoca um aumento simultâneo da massa e da área de escoamento do ar, devido à diminuição da película de caldo, com efeitos opostos sobre a turbulência. O resultado destas duas componentes é um aumento da turbulência do ar, que é medida pelo número de Reynolds do ar:

$$\operatorname{Re}_{a} = \frac{v_{a} \cdot d_{a}}{v_{a}},\tag{19}$$

sendo  $v_a$  [m<sup>2</sup>/s] a viscosidade cinemática do ar,  $d_a$  [m] o diâmetro da área de escoamento do ar e  $v_a$  [m/s] a velocidade do ar, dada por:

$$v_a = \frac{\dot{m}_a}{\rho_a \cdot A_a},\tag{20}$$

sendo  $\dot{m}_a$  [kg/s] a vazão mássica de ar,  $\rho_a$  [kg/m<sup>3</sup>] a densidade do ar e  $A_a$  [m<sup>2</sup>] a área de escoamento do ar.

Desprezou-se o efeito turbulento da força de empuxo devido ao aumento do vapor d'água no ar.

A transferência de calor do caldo para ar  $\dot{q}$  [W] é dada por:

$$\dot{q} = (\dot{m}_w c_{p_a} + h_c S_I) \Delta T_a \tag{21}$$

sendo  $c_{p_a}$  [J/kg.K] o calor específico ar,  $\Delta T_a$  [K] a diferença de temperatura do ar entre as posições na interface e longe da interface e  $h_c$  [W/m<sup>2</sup>.K] o coeficiente de película do ar, definido em função do número de Nusselt através da relação (Bejan, 1996):

$$h_c = \frac{k_a N u_a}{2 \left(R - \delta\right)} \tag{22}$$

onde  $k_a$  [W/m.K] é a condutividade térmica do ar e  $Nu_a$  o número de Nusselt turbulento do ar, obtido pela expressão apresentada por Bejan (1996):

$$Nu_a = 0.0214 (\text{Re}_a^{0.8} - 100) \text{Pr}_a^{0.4}$$
(23)

sendo Pr<sub>a</sub> o número de Prandtl do ar.

As propriedades físicas do ar foram determinadas pelas expressões propostas por Fujii et al., citadas por Galetti (1995).

## 3. Solução numérica

O sistema de equações (8) a (11) foi discretizado pela técnica das Diferenças Finitas e o sistema de equações algébricas não-linear resultante resolvido por método iterativo. Adotou-se o método de marcha na direção axial enquanto que, na direção radial, as equações foram resolvidas simultaneamente pelo método de inversão direta. A malha computacional, após testes, foi definida com 15 pontos na direção radial e 500 pontos na direção axial.

O ar é considerado, em cada passo, em equilíbrio termodinâmico e com isto, na interface, a umidade relativa é 100 % e a temperatura igual à do caldo. Definiu-se o ponto distante da interface como a posição média entre a interface e o centro do tubo, baseando-se em um perfil linear da temperatura e da concentração do ar, conforme postulado por Nakoryakov e Grigor'yeva (1980). Para o cálculo das propriedades do ar nesta posição, contudo, considerou-se a umidade relativa e temperatura do passo anterior. Com isto diminuiu-se a iteratividade dos cálculos já que a massa de água evaporada e o calor transmitido para o ar, no passo atual, não alteram o valor destas variáveis.

# 4. Resultados

Embora a transferência de calor e massa possa ser avaliada por intermédio de algumas grandezas como Re, Pr, *Sc*, *Df* estas, por sua vez, são funções dos dados de entrada, tornando a discussão detalhada dos resultados com a variação destes parâmetros uma atividade exaustiva. Desta forma os resultados foram obtidos para os valores apresentados segundo a Tabela 1 e adotados no início do escoamento:

Parâmetro	Valor
diâmetro do tubo (mm)	50
comprimento do tubo (m)	5
umidade relativa ar (%)	20
concentração do caldo ( <sup>o</sup> brix)	20
temperatura da parede (°C)	60
temperatura do caldo (°C)	50
temperatura do ar (°C)	40
espessura de película (mm) <sup>(1)</sup>	0,45
número de Reynolds ar <sup>(2)</sup>	12.000

Tabela 1 - Parâmetros de projeto adotados para o escoamento do caldo e do ar

Notas:

<sup>(1)</sup> equivalente a uma vazão mássica do caldo, na entrada, de 0,04409 kg/s

<sup>(2)</sup> equivalente a uma vazão mássica do ar, na entrada, de 0,009516 kg/s.

#### 4.1. Características do escoamento e propriedades do caldo

A Fig. 3 apresenta os perfis de temperaturas do caldo em função do comprimento do tubo, para várias posições radiais. Observa-se o aquecimento da película do caldo ao escoar ao longo do comprimento do tubo e que a diferença de temperatura entre a parede do tubo e a interface reduz-se gradativamente, ao longo do escoamento. Na região próxima à parede interna do tubo o caldo se aquece mais rapidamente, atinge uma temperatura próxima à da parede e se mantém praticamente estável até o fim do escoamento. Nota-se ainda que, na entrada do tubo, ocorre um resfriamento do caldo na região próxima à interface. Isto se deve à evaporação da massa de água e a conseqüente transferência de calor do

caldo para o ar, posto que a evaporação é um processo de resfriamento do fluido de processo, sem que tenha havido tempo suficiente para a difusão de calor proveniente da parede do tubo.

A Fig. 4 apresenta, em função do comprimento do tubo, a variação das temperaturas da parede  $(T_w)$ , de mistura do caldo  $(T_b)$ , da interface  $(T_I)$ , do ar no centro do tubo  $(T_{CT})$  e a diferença entre as temperaturas da parede e da interface. Nesta última curva, apesar do perfil decrescente ao longo do escoamento, visualiza-se a elevação momentânea da diferença de temperatura entre a parede do tubo e a interface, na região da entrada, devido ao resfriamento da interface, relatado acima.





Figura 3 - Perfis de temperaturas do caldo, ao longo do escoamento

Figura 4 - Variação da temperatura da parede do tubo, do caldo, do ar e da interface ao longo do comprimento do tubo

A Fig. 5 mostra o aumento contínuo da concentração do caldo em função do comprimento do tubo, devido à evaporação da água para o ar. Observa-se que não há diferença de concentração do caldo no sentido radial, já que esta foi considerada homogênea, em cada passo do método da solução matemática.



Figura 5 - Variação da concentração do caldo, ao longo do escoamento

Figura 6 - Perfis de densidades do caldo, ao longo do escoamento

A Fig. 6 apresenta os perfis de densidades do caldo em função do comprimento do tubo, para várias posições radiais. Esta propriedade apresenta uma variação diretamente proporcional à concentração e inversamente proporcional à temperatura do caldo. Observa-se, de uma maneira geral, a diminuição da densidade do caldo, resultado do aumento simultâneo da temperatura e concentração, mas atenta-se para a sua elevação em duas regiões distintas: próximo à interface, na região de entrada, e próximo à parede do tubo, ao longo de todo o escoamento. Na primeira região isto é resultado da referida redução da temperatura do caldo no local e, próximo à parede do tubo, onde a temperatura se mantém estável como pode ser observado na Fig. 3, à elevação da concentração.

A Fig. 7 apresenta os perfis de viscosidades dinâmicas do caldo em função do comprimento do tubo, para várias posições radiais, para a qual observam-se os mesmos efeitos relatados para a densidade.

A Fig. 8 apresenta a variação das viscosidades dinâmicas do caldo: de mistura ( $\mu_{c_b}$ ), calculada para a temperatura de mistura, na interface ( $\mu_{c_I}$ ) e próximo à parede do tubo ( $\mu_{c_w}$ ), em função do comprimento do tubo. Devido à assimetria da vazão, observa-se que a curva da viscosidade de mistura se aproxima da viscosidade da interface, ou seja, dado o perfil parabólico da velocidade, a vazão mássica do caldo se dá, majoritariamente, nas condições próximas às da interface.





Figura 7 - Perfis de viscosidades dinâmicas do caldo, ao longo do escoamento



A Fig. 9 apresenta os perfis de velocidades do caldo em função do comprimento do tubo, para várias posições radiais. Na região de entrada observa-se a aceleração dos pontos próximos à parede do tubo e a desaceleração dos pontos situados na região da interface enquanto que, na região próxima à parede do tubo, ao longo de todo o escoamento, uma discreta diminuição da velocidade. Observa-se ainda uma certa estabilidade da velocidade do caldo, após cerca de 1,50 m a partir da entrada (ou 30 vezes o diâmetro do tubo). Estes efeitos são conseqüências das variações simultâneas da viscosidade, densidade e espessura da película, conforme estabelecido pela Eq. 11.



Figura 9 - Perfis de velocidades do caldo, ao longo do escoamento

A Fig. 10 mostra a variação da velocidade média do caldo em função do comprimento do tubo, que aumenta no início do escoamento e se estabiliza, aproximadamente a cerca de 1,50 m da entrada e que, a partir deste ponto, apresenta uma discreta redução da velocidade média, atribuída ao aumento da viscosidade com a concentração do caldo.

A Fig. 11 apresenta a variação da espessura da película do caldo em função do comprimento do tubo. Dois fatores contribuem para a diminuição da espessura do filme: a evaporação, que diminui o fluxo de massa de caldo, e o aumento da velocidade devido à variação da densidade e viscosidade. Observa-se que a diminuição da espessura da película tem um relacionamento estreito com o aumento da velocidade do caldo.



Figura 10 - Variação da velocidade média do caldo, ao longo do escoamento

Figura 11 - Variação da espessura da película do caldo, ao longo do escoamento

#### 4.2. Características do escoamento e propriedades do ar

As propriedades do ar se alteram com o acréscimo de massa e temperatura, oriundos da evaporação da água e da transferência de calor do caldo, com reflexos no processo evaporativo. Ressalta-se que o ar foi considerado em equilíbrio termodinâmico com o caldo, na interface e, distante da interface, à temperatura e concentração de filme foi tomada, em cada passo do método de solução numérica adotado, como uma mistura uniforme de ar e vapor d'água, onde a difusão do vapor d'água evaporado e do calor transmitido do caldo se dá de maneira imediata, no ar.

A Fig. 12 mostra a variação da temperatura do ar na interface  $(T_I)$ , no centro do tubo  $(T_{CT})$  e na posição média entre as mesmas  $(T_a)$ , ao longo do escoamento, sendo esta última tomada como referência para os cálculos das propriedades do ar no modelo proposto, citada como "posição distante da interface". Mostra ainda que a diferença de temperatura entre a interface e a posição distante da interface é crescente, no início do escoamento (até cerca de 0,75 m da entrada – 15 vezes o diâmetro do tubo) e decrescente, a partir deste ponto.





Figura 12 - Variação das temperaturas da interface e do ar, ao longo do escoamento

Figura 13 - Variação das pressões de saturação e de vapor do ar, ao longo do escoamento

A Fig. 13 mostra a pressão de saturação do ar para as temperaturas da interface  $(p_{s_t})$  e distante da interface  $(p_{s_u})$ , a pressão de vapor distante da interface  $(p_{v_u})$  e a diferença entre a pressão de saturação na interface e a pressão de vapor distante da interface. Observa-se, com exceção de um curto trecho na entrada do tubo, o comportamento decrescente desta diferença de pressão, o que significa que a pressão do vapor d'água do ar se aproxima da pressão de saturação, ou seja, o efeito resultante da mudança de estado do ar, devido ao aumento da temperatura e umidade, é o aumento da sua umidade relativa. E, como a capacidade de absorção de vapor d'água pelo ar é inversamente proporcional à sua umidade relativa, a redução da eficiência do processo evaporativo será correspondente a esta diferença de pressão.

A Fig. 14 mostra a variação da concentração de vapor d'água no ar entre as posições na interface  $(c_1)$  e distante da interface  $(c_2)$ , ao longo do escoamento, bem como a diferença entre elas, que se constitui na força motriz do mecanismo

de transferência de massa do caldo para o ar, conforme estabelecido na Eq 15. Observa-se a correspondência desta com a diferença de pressão (Fig. 13).

A Fig. 15 mostra o aumento contínuo da umidade relativa do ar, ao longo do escoamento, e que, na saída, encontrase próximo do ponto de saturação.



A Fig. 16 mostra a variação das viscosidades do ar úmido  $(\mu_a)$ , ar seco  $(\mu_{as})$  e do vapor d'água  $(\mu_v)$ , ao longo do comprimento do tubo. Observa-se que a viscosidade do ar seco é maior que a do vapor d'água e que, como para gases a viscosidade aumenta com a temperatura, seus valores são crescentes ao longo do escoamento. Contudo a viscosidade do ar úmido é decrescente, a despeito do aumento da temperatura, devido ao aumento da umidade relativa.



A Fig. 17 mostra o aumento da velocidade do ar, em função do comprimento do tubo, como conseqüência do aumento de massa, com a absorção de vapor d'água evaporado do caldo, e da redução da densidade, devido ao seu aquecimento. Verificou-se que a influência do aumento da área de escoamento do ar, em virtude da redução da espessura da película de caldo, embora considerada no modelo proposto, é marginal.

#### 4.3. Características da interface

A Fig. 18 mostra a variação do coeficiente de transferência da massa em função do comprimento do tubo. Este parâmetro, conforme Eq. 16, além do diâmetro do tubo, varia com o número de Sherwood do ar e a difusividade do vapor d'água no ar que, por sua vez, são funções diretamente proporcionais do número de Reynolds e da temperatura do ar, respectivamente. Observa-se que, para as condições de entrada anotadas na Tab. 1, o coeficiente de transferência de massa é crescente durante todo o escoamento.





Figura 19 - Comparação das equações recomendadas para cálculo do coeficiente de transferência convectiva de calor na interface caldo-ar

A Fig. 19 apresenta, em função do comprimento do tubo, o resultado do estudo comparativo das equações do coeficiente convectivo de transferência de calor na interface caldo-ar, entre a utilizada neste estudo com outras duas, recomendada por ASHRAE (1989) e proposta por Jaymaha et al. (1996), referenciadas como sendo aplicadas para paredes de prédios mostrando que, apesar de definidas para interfaces diferentes, apresentam uma boa concordância entre elas: enquanto a primeira apresenta um valor 20,37 % maior, a segunda resulta um valor 40,31 % menor que o calculado pelo estudo, em média, mostrando que esta retorna valores situados no intervalo estabelecido pelas duas expressões.

# 5. Conclusões

A discussão dos resultados demonstra que o modelo proposto é capaz de determinar as propriedades dos fluidos bem como caracterizar seus respectivos escoamentos, ou seja:

- A diminuição da espessura da película de caldo de cana também se deve ao aumento da sua velocidade, além da redução de massa devido à evaporação,
- As expressões matemáticas utilizadas para o cálculo do coeficiente de transferência de calor para paredes, recomendadas por ASHRAE (1989) e por Jayamaha et al. (1996), mostram boa aproximação com a empregada no modelo proposto, desenvolvida para a interface caldo-ar, para os parâmetros adotados na entrada,
- O resultado da transferência simultânea de calor e massa, do caldo para o ar, é o aquecimento e o aumento de sua umidade relativa,
- A eficiência do processo evaporativo, função inversamente proporcional da umidade relativa do ar, é decrescente ao longo do escoamento.
- Ainda que, para gases, a viscosidade aumente com a temperatura, a viscosidade do ar úmido, neste processo, diminui, devido ao aumento simultâneo de sua umidade relativa.

# 6. Referências

- ASHRAE. Handbook of Fundamentals, 1989, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc. GA, U.S.A..
- Bejan, A., 1996, "Transferência de Calor", traduzido para o português por Zerbini, E.J. et al. do original "Heat Transfer", Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo.
- Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N., 1960, "Transport Phenomena", Wiley and Sons.
- Fujii, T.; Kato, Y.; Mihara, K., 1977, Expressions of transport and thermodynamic properties of air, steam and water. Sei San Ka Gaku Ken Kyo Jo, Report No. 66, Kyu Shu University, Kyu Shu, Japan.
- Galetti, M.R.S., 1995, "Transferência de Calor e Massa no Resfriamento de uma Superfície Vertical Através de um Filme Líquido com Escoamento de Ar", Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro - RJ.

- He S., Na, P., Li, J. and Jackson, J.D., 1998, "Combined Heat and Mass Transfer in a Uniformly Heated Vertical Tube With Water Film Cooling", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 19, pp. 401-417.
- Jayamaha, S.E.G., Wijeysundera, A. and Chou, N.E., 1996, "Measurement of Heat Transfer Coefficient for Walls", Building and Environment, Vol. 31, n° 5, pp 399-407.
- Nakoryakov, V.Y.E.and Grigor'yeva, N.I., 1980, "Combined Heat and Mass Transfer in Film Absorption", Heat Transfer Soviet Research, Vol. 12, nº 3, pp. 111-117.
- Padilha A., 1990, "Estudo Teórico e Experimental do Movimento de Frente de Solidificação por Super-Resfriamento de um Líquido no Interior de um Duto", Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Unicamp, Campinas – SP.
- Peacock S., 1995, "Predicting Physical Properties of Factory Juices and Syrups", International Sugar Journal, Vol. 97, pp. 1162.
- Yan W.M., 1995, "Effects of Film Vaporization on Turbulent Mixed Convection Heat and Mass Transfer in a Vertical Channel", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 38, nº 4, pp. 713-722.

# SUGAR CANE JUICE MASS AND HEAT TRANSFER IN A FALLING FILM TYPE HEAT EXCHANGER

## Afonso Garcia da Silveira Neto

Usina da Barra SA – Açúcar e Álcool Fazenda Pau D'Alho, s/n CEP. 17.340-000, Barra Bonita, SP. afonso.silveira@cosan.com.br

#### **Alcides Padilha**

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, s/n, CEP. 17.033–360, Bauru, SP. padilha@feb.unesp.br

#### Vicente Luiz Scalon

Faculdade de Engenharia de Bauru – UNESP Av. Luiz Edmundo Carrijo Coube, s/n, CEP. 17.033–360, Bauru, SP. scalon@feb.unesp.br

**Abstract.** The Brazilian sugar industries are very interested about developing of falling film heat exchangers. The main advantages of this new apparatus are: fast exchange process and maintenance of organoleptics sugar cane properties. The behavior of mass and heat transport properties is obtained from the proposed physical and mathematical model, where the design parameters, such as, wall temperature, air and sugar cane juice temperature and mass flux, air humidity and sugar concentration are analyzed.

**Key-words:** falling film heat exchanger, sugar cane juice evaporation, sugar cane juice physical properties, air physical properties, Landau Transformation technique.