

## CONVECÇÃO NATURAL TURBULENTA EM CAVIDADES COM SUPERFÍCIES RESFRIADAS COM UM CORPO QUENTE INTERNO

### Rogério Fernandes Brito

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. Instituto de Engenharia Mecânica, 37500-903, Itajubá – MG, Brasil.  
[rogbrito@unifei.edu.br](mailto:rogbrito@unifei.edu.br)

### Doacir Vilar de Assis Junior

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. Instituto de Engenharia Mecânica, 37500-903, Itajubá – MG, Brasil.  
[vilardeassisjr@yahoo.com.br](mailto:vilardeassisjr@yahoo.com.br)

### Aristeu da Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia – UFU. Departamento de Engenharia Mecânica, 38400-206, Uberlândia – MG, Brasil.  
[aristeus@mecanica.ufu.br](mailto:aristeus@mecanica.ufu.br)

### Genésio José Menon

Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI. Instituto de Engenharia Mecânica, 37500-903, Itajubá – MG, Brasil.  
[genesio@unifei.edu.br](mailto:genesio@unifei.edu.br)

**Resumo.** O objetivo do estudo do presente trabalho é simular numericamente o escoamento no interior de um refrigerador. Neste trabalho, estuda-se a transferência de calor por convecção natural em uma cavidade considerando o regime turbulento com um corpo quente colocado no seu interior. Considera-se o escoamento como sendo bidimensional, incompressível e no regime não permanente. Para a turbulência, utiliza-se a Simulação de Grandes Escalas (LES) com modelagem sub-malha taxa de transferência de vorticidade (TTV). As equações de Navier Stokes são utilizadas no estudo do escoamento onde foi considerada a aproximação de Boussinesq. Nas superfícies da cavidade são utilizadas condições de contorno de temperatura isotérmica baixa e no corpo interno impõe-se temperatura isotérmica alta. As equações foram discretizadas utilizando o método de elementos finitos (MEF) com o esquema de Galerkin, para uma malha não estruturada. As características do escoamento e da transferência de calor são descritas, respectivamente, em termos das isolinhas de corrente-temperatura e dos números de Nusselt médio. Devido ao fato do código ser bidimensional, tem-se uma certa limitação nas aplicações de escoamentos turbulentos encontrados nos processos industriais e residenciais. Apesar disto, a geometria estudada pode ser adotada como um passo inicial no projeto de refrigeradores industriais. Os resultados numéricos obtidos no presente trabalho são comparados com os resultados numéricos e experimentais de outros trabalhos encontrados na literatura.

**Palavras chave:** Convecção Natural, Simulação de Grandes Escalas, Elementos Finitos, Turbulência, Refrigeradores.

### 1. Introdução

Para o sucesso em muitos sistemas da engenharia, a necessidade de pressupor as taxas de transferência de calor entre um fluido e uma parede sólida é essencial. Refrigeradores, câmaras frigoríficas, sistemas de arrefecimento, entre outros, são alguns exemplos típicos nos quais o conhecimento das taxas de transferência de calor entre um fluido e um corpo sólido é de vital importância.

Sendo assim, o estudo da transferência de calor por convecção natural em fluidos confinados dentro de cavidades retangulares tem sido extensamente tratado nos últimos anos.

Uma revisão na literatura mostra que muitos estudos foram feitos para cavidades onde se adota diferentes temperaturas nas paredes, porém um número menor de trabalhos foi encontrado considerando a existência de um corpo aquecido no interior dessa cavidade, motivando assim esse trabalho.

Muitos desses estudos investigaram a transferência de calor e o escoamento do ar em refrigeradores vazios. Pereira e Nieckele (1997) estudaram a transferência de calor por convecção natural entre o ar e o evaporador. Deschamps *et al.* (1999) fizeram um estudo numérico para prever a velocidade do ar e a distribuição de temperatura.

Um estudo experimental completo e rigoroso da convecção natural do ar para baixos níveis de turbulência em cavidade quadrada foi realizado por Tian e Karayiannis (2000). Eles consideraram um escoamento bidimensional devido às dimensões da cavidade. As paredes laterais, quente e fria, foram mantidas nas temperaturas de 50 °C e 10 °C, respectivamente, originando um número de Rayleigh  $Ra = 1,58 \times 10^9$ . As distribuições de temperatura e velocidade foram medidas sistematicamente em diferentes localidades da cavidade. Os números de Nusselt local e médio foram avaliados formando um banco de dados a serem usados como ‘benchmark’ para a validação de códigos computacionais.

No ano seguinte, Peng e Davidson (2001) investigaram numericamente a convecção natural turbulenta de um fluido confinado em uma cavidade de paredes verticais com temperaturas assimétricas. O modelo de turbulência utilizado foi a

Simulação de Grandes Escalas (LES). O número de Rayleigh adotado foi  $Ra = 1,58 \times 10^9$ . Definiu-se o escoamento médio como sendo caracterizado por uma estratificação térmica estável e para um nível relativamente baixo de turbulência. Os resultados apresentados para os valores de escoamento médio obtiveram uma boa concordância com os experimentais, no entanto, há algumas discrepâncias no prognóstico das estatísticas de turbulência, particularmente na região do escoamento próximo à parede, onde o contorno interage com a região de recirculação.

Costa (2002) fez um estudo numérico da convecção natural global efetiva para cavidades retangulares com difusividade nas paredes verticais. O número de Nusselt efetivo foi avaliado usando a diferença de temperatura imposta nas faces externas da cavidade. O número de Prandtl adotado foi  $Pr = 0,73$  e o número de Rayleigh variou na faixa  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$ . O escoamento foi considerado bidimensional, laminar e não isotérmico.

Mais recentemente, uma análise da transferência de calor por convecção natural em refrigeradores não ventilados foi feita por Laguerre e Flick (2003). Um modelo foi proposto para quantificar a troca de calor por convecção, condução e radiação em um refrigerador típico. Um outro modelo numérico foi considerado para estimar o tempo requerido para resfriar o alimento que é colocado morno no interior do refrigerador. Da análise numérica, o campo de temperatura resultante apresentou uma boa concordância quando comparado com os resultados experimentais encontrados na literatura.

Verificando a revisão da literatura, pode-se notar que poucos trabalhos foram encontrados com geometria similar àquela proposta neste trabalho com escoamento turbulento com corpos internos aquecidos. Este tipo de geometria pode representar um refrigerador com um determinado alimento posicionado no centro da cavidade.

No presente estudo é realizada uma simulação do escoamento no interior de uma cavidade retangular com as superfícies resfriadas com um corpo aquecido colocado no interior da cavidade. O corpo aquecido é mantido na temperatura isotérmica alta e as superfícies são mantidas na temperatura isotérmica baixa, exceto a superfície horizontal inferior, a qual é isolada termicamente. O objetivo da análise numérica da transferência de calor é calcular o número de Nusselt médio ao longo da superfície aquecida e das superfícies resfriadas. O número de Rayleigh variou de  $10^7$  a  $10^{10}$ , com Prandtl  $Pr = 0,70$ . O número de Rayleigh  $Ra$  foi baseado na altura  $H$  da cavidade retangular e na diferença de temperaturas impostas nas superfícies verticais e no corpo sólido.

## 2. Descrição do Problema

A Figura 1 apresenta a geometria estudada e o domínio computacional  $\Omega$  analisado. O modelo de turbulência usado em todos os casos foi a simulação de grandes escalas ( 'Large-Eddy Simulation – LES' ) com modelagem de escala sub-malha taxa de transferência de vorticidade ( Cortella *et al.*, 2001 ). Adotou-se uma geometria com razão de aspecto  $A_1 = H/L = 2,0$ . A razão de aspecto do corpo foi fixada em  $A_2 = H_c/L_c = 2,0$ . O corpo foi colocado no centro geométrico da cavidade. Para a validação do modelo de turbulência, foram feitas comparações com dados experimentais e numéricos encontrados em Tian e Karyiannis (2000), Oliveira e Menon (2002), Lankhorst (1991) e Cesini *et al.* (1999). A condição inicial em  $\Omega$  é  $T = 0,5$  [°C] com  $\psi = \omega = 0$ . Todas as propriedades do fluido são mantidas constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo que obedece a aproximação de Boussinesq. É assumido que a terceira dimensão da cavidade é grande o suficiente para que o escoamento e a transferência de calor possam ser tratados como bidimensional.

A Figura 2 mostra a malha de elementos finitos que será utilizada para a solução do presente problema. O domínio computacional  $\Omega$  foi discretizado utilizando-se uma malha de elementos finitos com elementos triangulares de 3 nós. O domínio  $\Omega$  não considerou a condutividade no corpo sólido  $S_1$  aquecido. O domínio  $\Omega$ , preenchido pelo ar, foi dividido em 4.968 elementos triangulares lineares com 2.634 pontos nodais

## 3. Desenvolvimento Teórico

### 3.1. Teoria da modelagem de Escala Sub-Malha

As equações de conservação que governam qualquer tipo de escoamento, laminar ou turbulento, são apresentadas a seguir:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \right\} + g\beta(T - T_0)\delta_{2j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u_j T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + S. \quad (3)$$

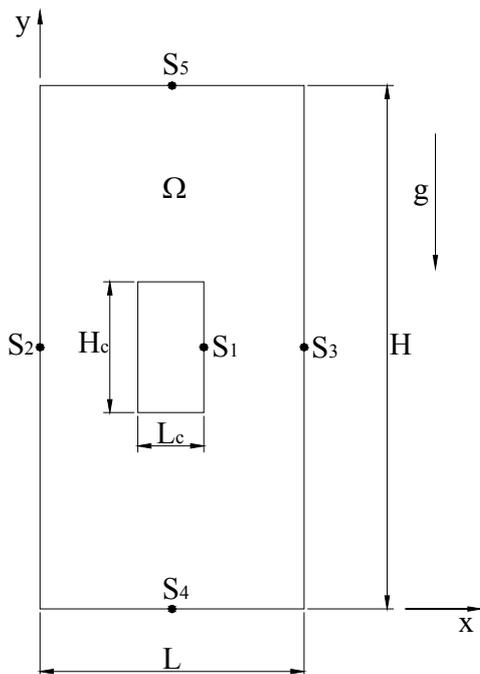


Figura 1. Geometria da cavidade.

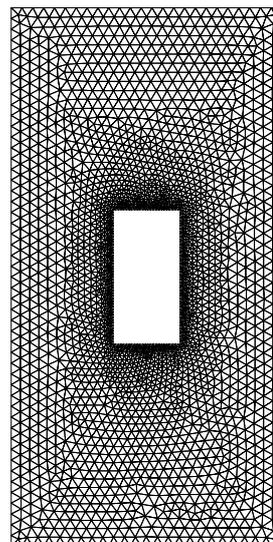


Figura 2. Malha de elementos finitos.

onde  $x_i$  são as coordenadas  $x$  e  $y$ ,  $u_i$  são as componentes de velocidades,  $p$  é a pressão,  $T$  é a temperatura,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\beta$  é o coeficiente de expansão volumétrica do fluido,  $\delta_{2j}$  é o delta de Kronecker,  $\alpha$  é a difusividade térmica e  $S$  o termo fonte. O último termo na Eq. (2) é o termo de empuxo de Boussinesq onde  $T_0$  é a temperatura de referência.

Na simulação de grandes escalas (LES), a decomposição da variável é similar àquela realizada na decomposição de Reynolds, onde a quantidade  $\varphi$  é dividida como o seguinte:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi', \quad (4)$$

onde  $\bar{\varphi}$  é a componente de grande escala e  $\varphi'$  é a componente de pequena escala.

As seguintes equações de conservação filtradas são mostradas depois de aplicada a operação de filtragem para as Eqs. (1) a (3). Isso é feito usando a função filtro de volume apresentada em Krajinovic (1998). A densidade é considerada constante.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right\} + g\beta(\bar{T} - T_0)\delta_{2j}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_j T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + S. \quad (7)$$

Nas Equações (5) a (7),  $\overline{u_i u_j}$  e  $\overline{u_j T}$  são os produtos das variáveis filtradas que descrevem o transporte da quantidade de movimento turbulento e do calor, respectivamente, entre as escalas grande e sub-malha.

Conforme Oliveira e Menon (2002), os produtos  $\overline{u_i u_j}$  e  $\overline{u_j T}$  são divididos em outros termos incluindo o tensor de Leonard  $L_{ij}$ , o tensor cruzado  $C_{ij}$ , o tensor de Reynolds de sub-malha  $R_{ij}$ , o fluxo turbulento de Leonard  $L_{\theta_j}$ , o fluxo turbulento cruzado  $C_{\theta_j}$  e o fluxo turbulento de sub-malha  $\theta_j$ . Os termos cruzado e de Leonard, de acordo com Padilla (2000), podem ser desprezados. Depois do desenvolvimento mostrado em Oliveira e Menon (2002), as seguintes equações de conservação são obtidas:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + g\beta (\bar{T} - T_0) \delta_{2j}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial \theta_j}{\partial x_j}, \quad (10)$$

sendo  $\alpha = \nu/Pr$ , onde  $Pr$  é o número de Prandtl. Os tensores  $\tau_{ij}$  e  $\theta_j$  que aparecem, respectivamente, nas Eqs. (9) e (10) são modelados nos próximos tópicos.

### 3.2. Modelo de escala sub-malha

Muitos modelos de escala sub-malha utilizam a hipótese do gradiente de difusão similar à hipótese de Boussinesq que expressa o tensor de Reynolds de sub-malha em função da taxa de deformação e da energia cinemática. Conforme Silveira-Neto (1998), o tensor de Reynolds é definido como:

$$\tau_{ij} = -2\nu_T \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{S}_{kk}, \quad (11)$$

onde  $\nu_T$  é a viscosidade cinemática turbulenta,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\bar{S}_{ij}$  é o tensor taxa de deformação dado por:

$$\bar{S}_{ij} = \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (12)$$

Substituindo  $\bar{S}_{ij}$ , da Eq. (12), na Eq. (11) e manipulando as equações, tem-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_T \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right\} + g\beta (\bar{T} - T_0) \delta_{2j}. \quad (13)$$

Similarmente a equação da energia é obtida como:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \alpha_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}, \quad (14)$$

onde a difusividade térmica turbulenta  $\alpha_T$  é calculada como:

$$\alpha_T = \nu_T / Pr_T, \quad (15)$$

e  $Pr_T$  é o número de Prandtl turbulento.

Os modelos de sub-malha apresentam a seguinte expressão para a viscosidade turbulenta  $\nu_T$ :

$$\nu_T = c \ell q, \quad (16)$$

onde  $c$  é uma constante adimensional,  $\ell$  e  $q$  são a escala de comprimento e velocidade, respectivamente.

O parâmetro  $\ell$  está relacionado ao tamanho do filtro e é usualmente usado para o caso bidimensional com um elemento retangular como:

$$\ell = \bar{\Delta} = (\Delta_1 \Delta_2)^{1/2}, \quad (17)$$

onde  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são os filtros de comprimento nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente.

### 3.3. Modelo sub-malha da teoria da transferência de vorticidade (TTV)

O modelo de turbulência implementado neste estudo pode ser classificado como uma simulação de grande escala (LES), conforme Cortella *et al.* (2001), onde os fluxos de turbulência são estimados com base na taxa da teoria da transferência de vorticidade (TTV). De acordo com a aproximação previamente mencionada, a viscosidade cinemática turbulenta é calculada como:

$$v_T = (C\Delta)^3 \left[ \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (18)$$

onde:

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \Delta = A^2, \quad (19)$$

sendo  $\omega$  a vorticidade e  $A$  a área do elemento. Mais detalhes podem ser vistos no trabalho de Cortella *et al.* (2001).

Para turbulência isotrópica, a constante adimensional  $C = 0,2$  pode ser satisfatoriamente usado conforme Cortella *et al.* (2001). A difusão térmica turbulenta é estimada pela viscosidade cinemática turbulenta, assumindo que:

$$Pr_T = v_T / \alpha_T = 0,4. \quad (20)$$

### 3.4. Condições iniciais e de contorno

As condições iniciais e de contorno do problema são:

$$\bar{u}(x, y, 0) = 0, \quad \bar{v}(x, y, 0) = 0, \quad \bar{T}(x, y, 0) = 0, \quad \text{em } \Omega, \quad (21)$$

$$\bar{u} = \bar{v} = 0, \quad \bar{T} = T_c = 0, \quad \text{em } S_2, S_3 \text{ e } S_5, \quad (22)$$

$$\bar{u} = \bar{v} = 0, \quad \bar{T} = T_h = 1, \quad \text{em } S_1, \quad (23)$$

$$\bar{u} = \bar{v} = 0, \quad \partial \bar{T} / \partial y = 0, \quad \text{em } S_4. \quad (24)$$

O campo de escoamento pode ser descrito para as distribuições da função corrente  $\psi$  e vorticidade  $\omega$  dados por:

$$\bar{u} = \partial \bar{\psi} / \partial y, \quad \bar{v} = -\partial \bar{\psi} / \partial x, \quad \bar{\omega} = (\partial \bar{v} / \partial x) - (\partial \bar{u} / \partial y), \quad (25)$$

onde  $u$  e  $v$  são as componentes da velocidade nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. A partir de agora a equação da continuidade dada pela Eq. (1), está exatamente satisfeita. Trabalhando com variáveis adimensionais, é possível utilizar grandezas adimensionais como número de Rayleigh  $Ra$ , número de Prandtl  $Pr$  e as razões de aspecto da cavidade e do corpo interno, respectivamente,  $A_1$  e  $A_2$ , dados por:

$$Ra = Pr \left( \frac{g\beta(T_h - T_c)H^3}{\nu^2} \right) = 10^7, 10^8, 10^9 \text{ e } 10^{10}, \quad (26)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = 0,7, \quad (27)$$

$$A_1 = \frac{H}{L} = 2,0, \quad (28)$$

$$A_2 = \frac{H_c}{L_c} = 2,0, \quad (29)$$

onde  $T_h$  e  $T_c$  são as temperaturas nas superfícies, respectivamente,  $S_1$  e  $S_2$ - $S_3$ - $S_5$  e  $H$  é a dimensão característica da cavidade.

### 3.5. Método numérico

As Equações (8) a (10) são resolvidas pelo método de elementos finitos (*MEF*) utilizando elementos triangulares com funções lineares de interpolação e a formulação de Galerkin. O sistema de equações é resolvido pelo método de eliminação de Gauss. A solução do problema segue os passos dados abaixo:

- 1) Resolve-se a distribuição da função corrente  $\psi$  através da Eq. (25);
- 2) A vorticidade  $\omega$  na parede é determinada na forma matricial conforme Silveira-Neto *et al.* (2000);
- 3) As condições de contorno para a vorticidade  $\omega$  são aplicadas;
- 4) A vorticidade  $\omega$  no interior é calculada conforme a Eq. (25);
- 5) O campo de temperatura  $T$  é resolvido através da Eq. (14);
- 6) O número de Nusselt local  $Nu$  é obtido usando a seguinte equação:

$$Nu = \frac{H}{(T_h - T_c)} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w, \quad (30)$$

onde  $n$  é o vetor unitário normal à superfície ou contorno;

- 7) O tempo  $t$  sofre um incremento de tempo  $\Delta t$  e a iteração um incremento de uma unidade. Então se retorna os cálculos desde o passo 1 até que um critério de convergência seja atingido.

### 4. Validação

No trabalho de Brito *et al.* (2004), fez-se um estudo do efeito do refinamento da malha sobre os resultados obtidos dos números de Nusselt médios  $Nu_m$  calculados sobre a superfície inferior aquecida de uma cavidade quadrada. Brito *et al.* (2004) estudou uma cavidade com as superfícies verticais mantidas na temperatura isotérmica baixa e uma parte da superfície horizontal inferior colocada na temperatura isotérmica alta. A partir deste estudo e com o objetivo de se obter a melhor relação custo-benefício em termos de tempo computacional, adotou-se, para o presente trabalho, uma malha não estruturada com 4.968 elementos triangulares lineares.

Com o objetivo de se comparar os resultados obtidos com aqueles encontrados na literatura e assim validar o código computacional desenvolvido no presente trabalho, dois casos testes são considerados em trabalhos já publicados pelos autores do presente trabalho. Nos trabalhos de Brito *et al.* (2002) e Brito *et al.* (2003) foram utilizados, respectivamente, os modelos de turbulência *SGE* com modelagens de escala sub-malhas função estrutura de velocidade e taxa de transferência de vorticidade. A primeira comparação, realizada no trabalho de Brito *et al.* (2002), estudou-se o escoamento com convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada com temperaturas assimétricas impostas nas paredes verticais e isolada nas paredes horizontais. A segunda comparação, realizada por Brito *et al.* (2003), foi considerado o escoamento laminar em uma cavidade retangular com um cilindro interno aquecido.

No primeiro caso teste, os resultados obtidos por Brito *et al.* (2002) são comparados com resultados experimentais e numéricos obtidos nos trabalhos de Peng e Davidson (2001), Tian e Karayiannis (2000) e também com os resultados numéricos de Lankhorst (1991). No trabalho de Brito *et al.* (2002), foram tomadas as medidas, para o centro da cavidade quadrada, para as velocidades médias adimensionais e para a temperatura média adimensional. Os resultados obtidos apresentaram uma boa concordância com os resultados experimentais, inclusive próximas às superfícies horizontais superior e inferior, sem a utilização de funções de amortecimento.

No segundo caso teste realizado por Brito *et al.* (2003), os resultados obtidos foram comparados com aqueles obtidos por Cesini *et al.* (1999). Cesini *et al.* (1999) estudou uma cavidade retangular com a superfície horizontal superior com condição imposta de convecção externa e temperatura ambiente constantes. Cesini *et al.* (1999) considerou o escoamento como sendo laminar e bidimensional. Na superfície horizontal inferior foi imposta condição de isolamento térmico. As superfícies verticais são isotérmicas, mantidas na temperatura baixa  $T_c$ . Por outro lado, na superfície do cilindro impôs-se temperatura isotérmica alta  $T_h$ . Os resultados obtidos neste segundo caso teste mostraram um desvio máximo de 11,9 % com número de Rayleigh igual a  $3,4 \times 10^3$  para uma malha com 5.790 elementos e 3.011 pontos nodais. O menor desvio obtido foi de 7,53 % para Rayleigh igual a  $3,0 \times 10^4$ .

A partir dos resultados obtidos nestes dois casos testes, novos resultados foram obtidos para o presente trabalho, utilizando a modelagem sub-malha taxa de transferência de vorticidade (*ITV*).

## 5. Resultados

O objetivo principal do presente estudo é analisar o efeito da variação do número de Rayleigh sobre os resultados obtidos dos números de Nusselt médios  $Nu_m$ . A geometria adotada foi escolhida com o objetivo de simular o resfriamento de corpos aquecidos colocados em refrigeradores. Utilizou-se uma faixa de números de Rayleigh ( $Ra = 1,0 \times 10^7$  a  $1,0 \times 10^{10}$ ) para a obtenção do escoamento em transição à turbulência. Os parâmetros térmicos adimensionais usados são:  $Ra = (g \beta \Delta T H^3) / \nu^2 = 1,0 \times 10^7; 1,0 \times 10^8; 1,0 \times 10^9$  e  $1,0 \times 10^{10}$ , número de Prandtl  $Pr = \nu/\alpha = 0,70$  e número de Prandtl turbulento  $Pr_T = \nu_T/\alpha_T = 0,40$ . Os parâmetros geométricos usados nos quatro casos são:  $H = 1,0$  [m];  $L = 0,5$  [m];  $H_c = 0,25$  [m];  $L_c = 0,125$  [m];  $T_h = 1$  [°C];  $T_c = 0$  [°C];  $A_1 = H/L = 2,0$  e  $A_2 = H_c/L_c = 2,0$ . Na modelagem da turbulência, utilizou-se a Simulação de Grandes Escalas (SGE) com modelagem sub-malha taxa de transferência de vorticidade (TTV). Os resultados numéricos foram obtidos utilizando-se um código computacional escrito em FORTRAN, usando o compilador Compaq Visual Fortran versão 6.6. Todos os casos foram simulados em um processador Intel Pentium 4 de 1,6 GHz com 512 MB de memória RAM.

Nas Figuras 3 a 6 são apresentados os gráficos com os resultados dos números de Nusselt médio  $Nu_m$  versus o tempo  $t$  para as superfícies  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_5$ . O passo de tempo  $\Delta t$  adotado no presente estudo foi baseado no trabalho de Peng e Davidson (2001), onde foi utilizado  $\Delta t = 0,0131 t_0$ , sendo  $t_0 = H/(g \beta \Delta T H)^{1/2}$ . Devido à limitação de hardware (processador), adotou-se um passo de tempo  $\Delta t$  de 3 vezes do valor adotado no trabalho de Peng e Davidson (2001). Em consequência disto, a faixa de tempo considerada nos gráficos apresentados pelas Figs. 3 até 6 varia, devido à variação do número de Rayleigh, onde o tempo varia de 400 a 600 do tempo  $t_0$ . Observa-se que existe uma variação dos resultados de  $Nu_m$ , característica do escoamento em transição à turbulência. O escoamento é oscilante e quando se aumenta  $Ra$ , aumenta a troca de calor, em média, para a superfície do corpo  $S_1$ . Esse aumento do valor de  $Ra$ , aumenta também a troca de calor para a superfície horizontal superior  $S_5$ . Nas superfícies verticais  $S_2$  e  $S_3$ , não houve um aumento médio significativo para os resultados de  $Nu_m$  obtidos. A Figura 3 mostra que existe uma frequência de oscilação quase que constante para os resultados obtidos para todas as superfícies ( $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_5$ ), mesmo para o escoamento com  $Ra = 1,0 \times 10^7$ .

As Figuras 7 a 10 apresentam os campos do escoamento e da temperatura em termos das linhas de corrente  $\psi$ , isothermas da temperatura instantânea  $T$  e isothermas da temperatura média no tempo  $T_m$ . Nessas figuras, o tempo médio para se obter as quantidades médias das isolinhas de temperaturas  $T_m$  foi de 400 a 600 de  $t_0$ , ou seja, para  $t = (400-600) t_0$ . Para as linhas isotérmicas  $T_m$  calculadas, para cada ponto nodal da malha, uma média no tempo é realizada e essa média foi feita para o tempo  $t = (400-600) t_0$ . As linhas de corrente  $\psi$  e as isothermas da temperatura instantâneas  $T$  foram obtidas para o tempo  $t = 600 t_0$ . As Figuras 7 a 10 apresentam as isolinhas para a função corrente  $\psi$  espaçadas igualmente de  $\Delta\psi = 3,5; 8,0; 25,0$  e  $100,0$ . Para as isothermas, para as mesmas figuras, adotou-se um espaçamento para as linhas isotérmicas de  $\Delta T = \Delta T_m = 0,025$ . Os resultados obtidos e apresentados pelas Figs. 7 a 10 mostram o efeito da variação do número de Rayleigh para  $10^7 \leq Ra \leq 10^{10}$ .

Devido às condições de contorno simétricas nas paredes verticais, os campos de escoamentos e de temperatura possuem uma relativa simetria no meio da cavidade para o caso 1 com  $Ra$  menor. Para as Figuras 7 a 10 e para o campo térmico, observou-se que esta simetria foi melhor visualizada, visto que as isothermas de  $T_m$  foram obtidas através de uma média no tempo para  $t = (400-600) t_0$ . Estas mesmas condições de contorno simétricas na direção vertical resultaram em duas grandes regiões de fluido que recirculam em sentidos opostos uma da outra. Essa simetria é perdida quando se aumenta  $Ra$ , conforme pode ser visto claramente para o caso 4 apresentado pela Fig. 10 e para  $Ra = 1,0 \times 10^{10}$ . Observa-se na Fig. 10 que o escoamento tende a um regime oscilante, característica típica do regime em transição à turbulência.

Para as Figuras 7 a 10, observou-se que com o aumento de  $Ra$ , aumentou-se bastante a recirculação de fluido no interior da cavidade. Verificou-se um aumento de até 2.000 % no valor de  $\psi_{\max}$  e de até 250 % na troca de calor na superfície do corpo  $S_1$ .

Para as linhas isotérmicas  $T$  e  $T_m$ , para  $Ra = 10^7$ , caso 1 da Fig. 7, observa-se um campo do escoamento com uma certa simetria, ainda para escoamento em início à transição e com uma estratificação térmica bem definida. A parte superior de fluido da cavidade ainda se encontra na temperatura mais alta e a parte da cavidade inferior com fluido na temperatura mais baixa.

Para o caso 2 conforme a Fig. 8 e com  $Ra = 1,0 \times 10^8$ , o fluido tende a descer, próximo das superfícies verticais, diminuindo a região inferior da cavidade com fluido na temperatura mais baixa. Observa-se que as simetrias das isolinhas de temperatura instantânea  $T$  não se apresentam com maior clareza.

Na Figura 9, para o caso 3 com  $Ra = 1,0 \times 10^9$ , o escoamento começa a perder a simetria. Para as linhas de corrente  $\psi$  e as linhas isotérmicas  $T$ , formam-se duas regiões de maiores recirculações e de linhas isotérmicas deformadas, mostrando regiões de maiores gradientes de temperatura e, conseqüentemente, taxas mais altas de transferência de calor. Em consequência disto, aumenta-se em média a troca de calor com a superfície  $S_1$ .

Na Figura 10, para o caso 4 com  $Ra = 1,0 \times 10^{10}$ , o campo das isolinhas de corrente apresentam três grandes regiões distintas de recirculação de fluido. A recirculação é mais forte, fazendo com que haja uma melhor mistura do fluido. As

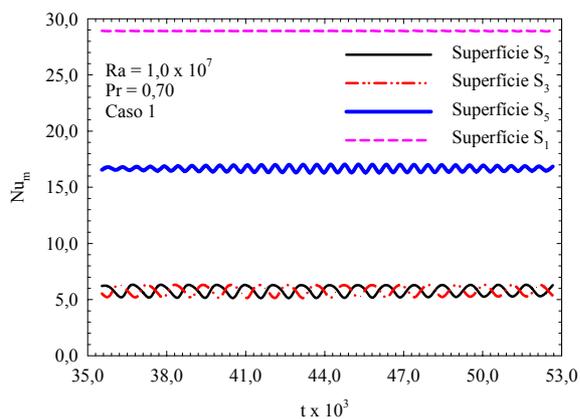


Figura 3.  $Nu_m$  versus  $t$  com  $t = (400-600)t_0$  para o caso 1.

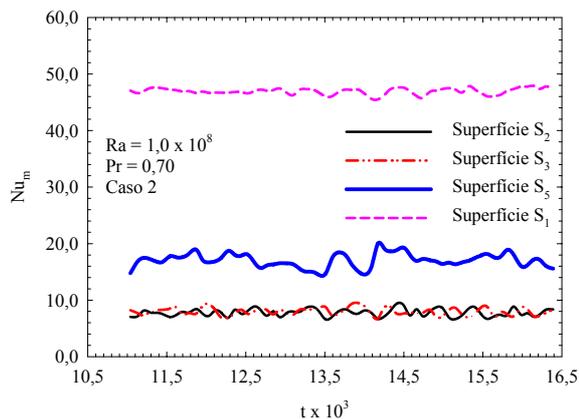


Figura 4.  $Nu_m$  versus  $t$  para  $Ra = 10^8$  com  $t = (400-600)t_0$  para o caso 2.

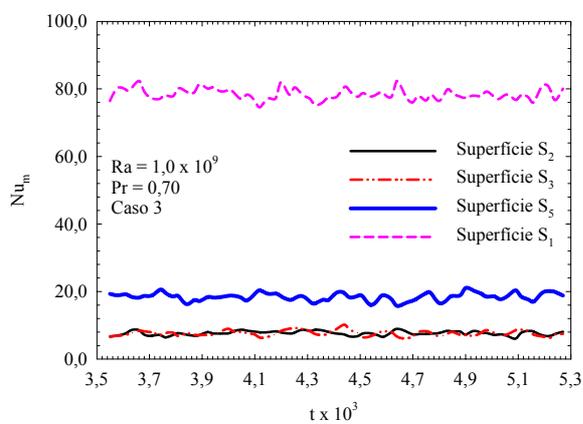


Figura 5.  $Nu_m$  versus  $t$  para  $Ra = 10^9$  com  $t = (400-600)t_0$  para o caso 3.

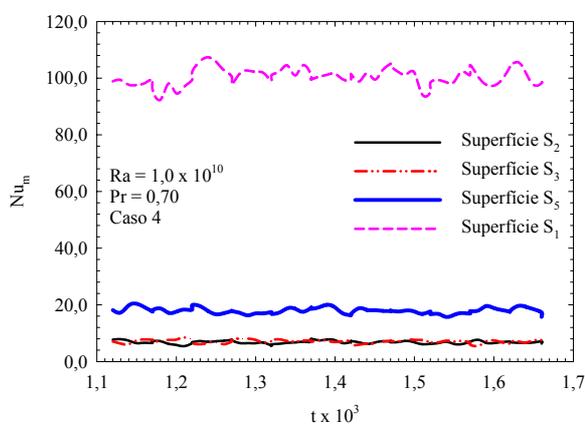


Figura 6.  $Nu_m$  versus  $t$  para  $Ra = 10^{10}$  com  $t = (400-600)t_0$  para o caso 4.

linhas isotérmicas  $T$  apresentadas acima do corpo sólido  $S_1$ , mostram duas regiões de linhas isotérmicas distintas formadas por outras regiões de isolinhas menores e deformadas. Essas regiões de fluido se interagem entre si formando uma camada de mistura turbulenta. É bom lembrar que o escoamento não tende a um regime estável e visualizando a evolução das isotermais no tempo, notou-se que uma esteira acima do corpo sólido aquecido  $S_1$  foi formada.

As Figuras 11 a 14 apresentam a evolução da temperatura média  $T_m^\Omega$ , ponderada pela área do elemento, ao longo do tempo  $t$  simulado e calculada no interior da cavidade em todo o domínio computacional  $\Omega$ . Observa-se que o aumento da recirculação do fluido no interior da cavidade ou o aumento de  $Ra$ , fez com que a temperatura média  $T_m^\Omega$  diminuísse para os tempos finais próximos de  $t = 600 t_0$ . Isto mostra que se aumentando o  $Ra$ , aumentou-se a troca de calor com o corpo sólido  $S_1$ , resultando num resfriamento do fluido em  $\Omega$ .

## 6. Discussão e Conclusão

Os resultados de um estudo numérico do escoamento turbulento, induzido pelas forças de empuxo, e da transferência de calor em uma cavidade retangular com um corpo sólido e aquecido colocado no seu interior foram apresentados. O principal parâmetro de interesse foi o número de Rayleigh e com o objetivo de aumentar a taxa de transferência de calor entre o corpo aquecido e o fluido, impôs-se um escoamento em transição à turbulência.

Observou-se que aumentando  $Ra$ , a taxa de transferência de calor aumentou, como era de ser esperado. A taxa de transferência de calor, calculada sobre a superfície do corpo aquecido  $S_1$ , aumentou em até 250 % com o aumento de  $Ra$  de  $10^7$  para  $10^{10}$ . Para  $Ra = 10^7$ , a implementação do modelo da  $SGE$  fez com que o escoamento ficasse oscilante. Para  $Ra = 10^{10}$ , o escoamento tornou-se bastante complexo, onde formou-se uma camada de mistura onde recirculações interagem com outras regiões de fluido com recirculações menores, formando assim uma camada de mistura turbulenta.

Os resultados obtidos no presente trabalho mostraram uma certa similaridade com os resultados obtidos em trabalhos anteriores dos presentes autores, onde a  $SGE$  com as modelagens sub-malhas função estrutura de velocidade e

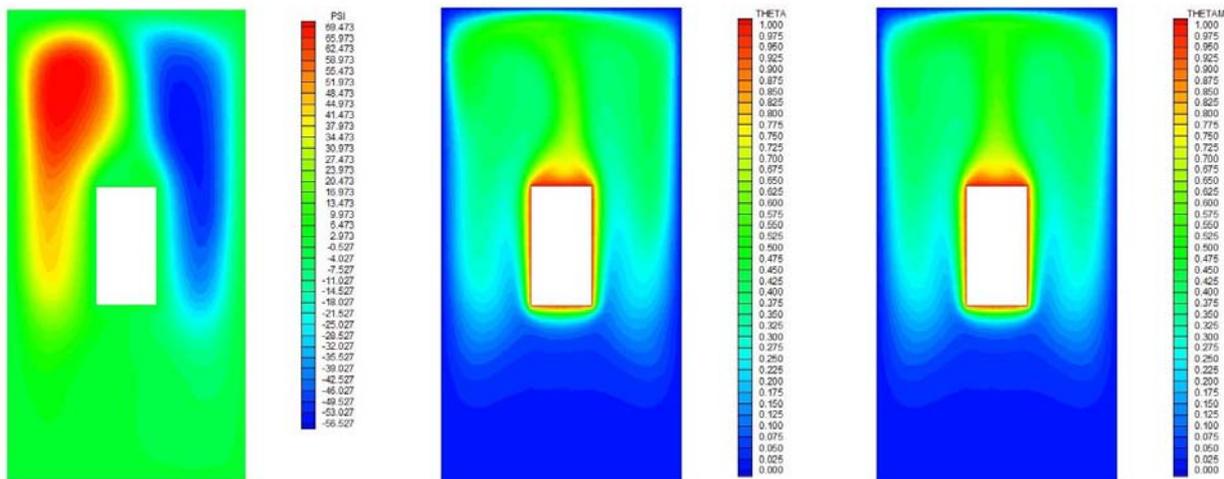


Figura 7. Isolinhas para o caso 1: função corrente  $\psi$  para  $t = 600 t_0$  ( $\Delta\psi = 3,5$ ); temperatura  $T$  para  $t = 600t_0$  ( $\Delta T = 0,025$ ) e temperatura média  $T_m$  no tempo para  $t = (400-600)t_0$  ( $\Delta T_m = 0,025$ ).

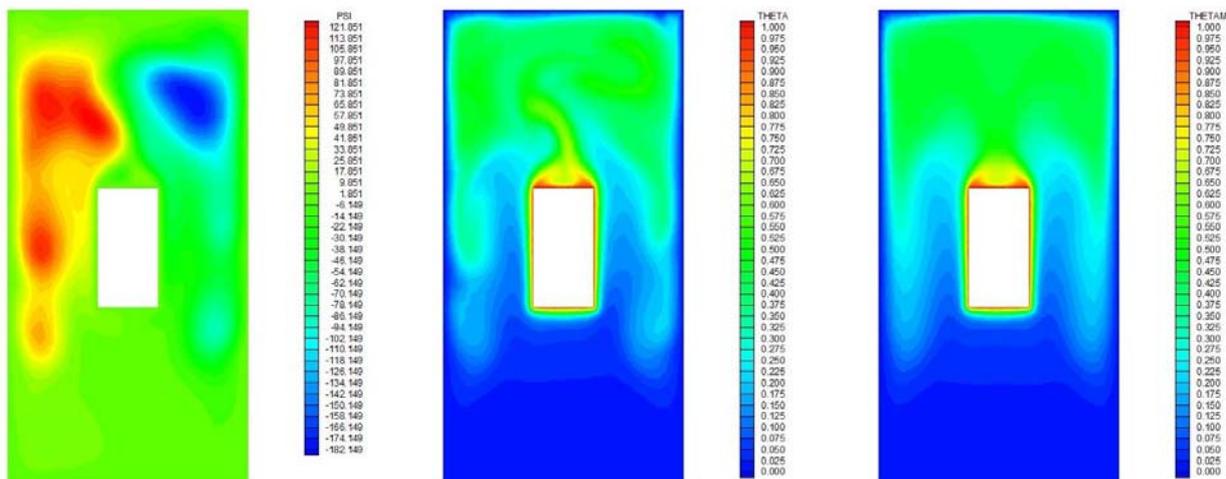


Figura 8. Isolinhas para o caso 2: função corrente  $\psi$  para  $t = 600 t_0$  ( $\Delta\psi = 8,0$ ); temperatura  $T$  para  $t = 600t_0$  ( $\Delta T = 0,025$ ) e temperatura média  $T_m$  no tempo para  $t = (400-600)t_0$  ( $\Delta T_m = 0,025$ ).

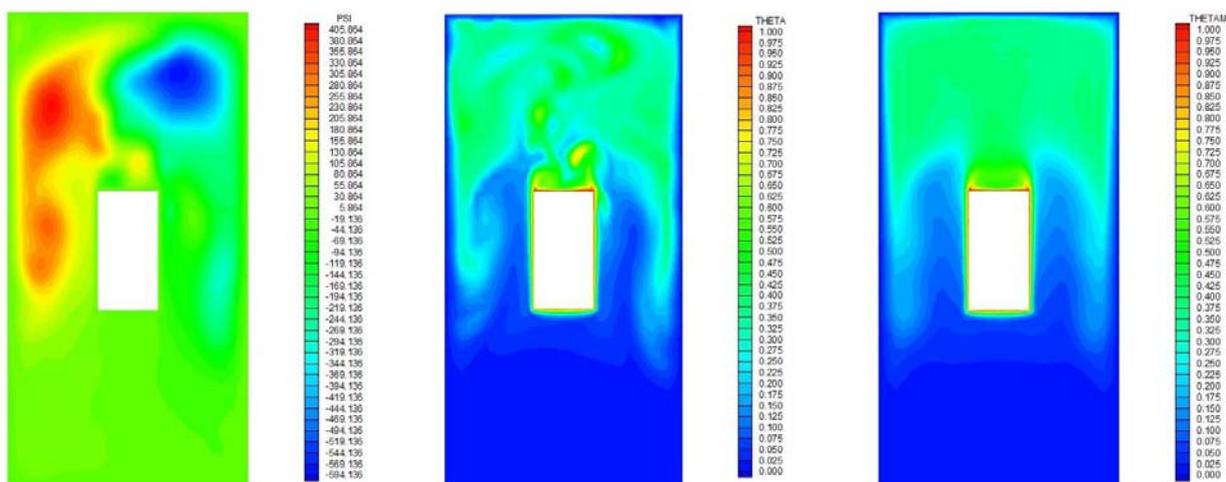


Figura 9. Isolinhas para o caso 3: função corrente  $\psi$  para  $t = 600 t_0$  ( $\Delta\psi = 25,0$ ); temperatura  $T$  para  $t = 600t_0$  ( $\Delta T = 0,025$ ) e temperatura média  $T_m$  no tempo para  $t = (400-600)t_0$  ( $\Delta T_m = 0,025$ ).

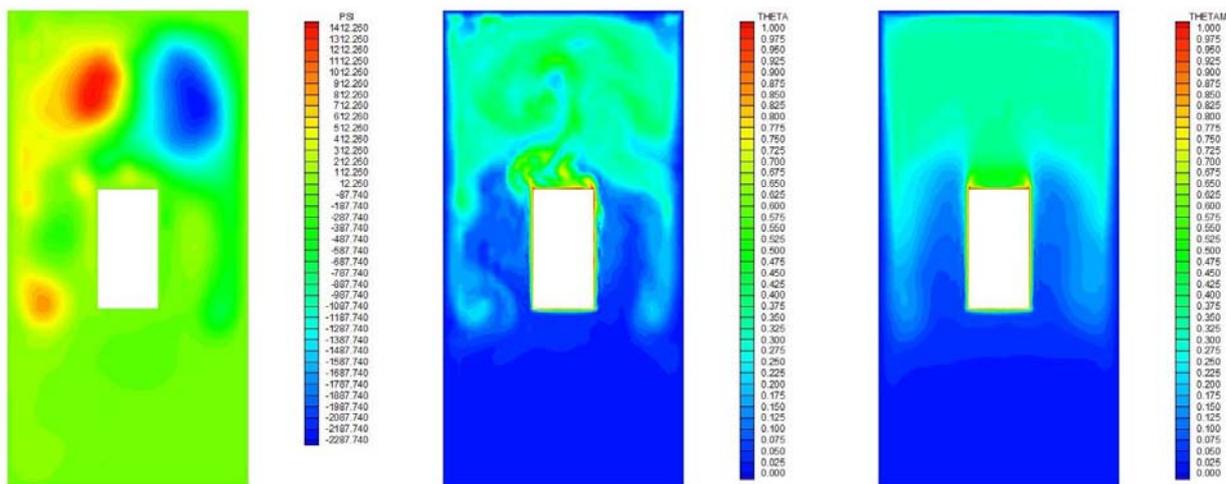


Figura 10. Isolinhas para o caso 4: função corrente  $\psi$  para  $t = 600 t_0$  ( $\Delta\psi = 100,0$ ); temperatura  $T$  para  $t = 600t_0$  ( $\Delta T = 0,025$ ) e temperatura média  $T_m$  no tempo para  $t = (400-600)t_0$  ( $\Delta T_m = 0,025$ ).

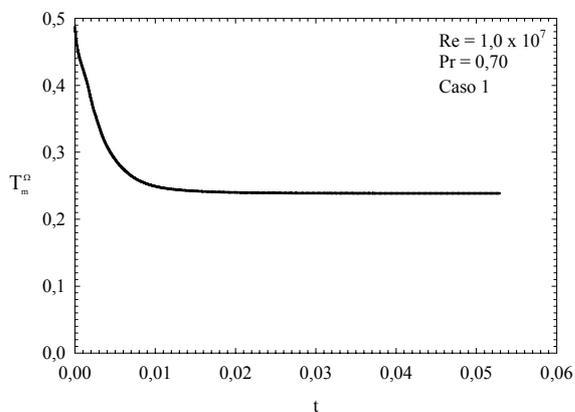


Figura 11. Temperatura média  $T_m^\Omega$  versus  $t$ .

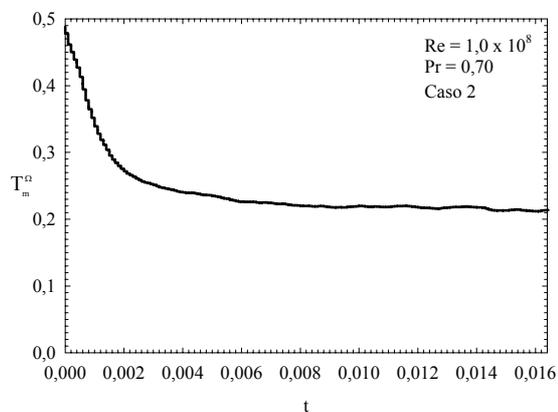


Figura 12. Temperatura média  $T_m^\Omega$  versus  $t$ .

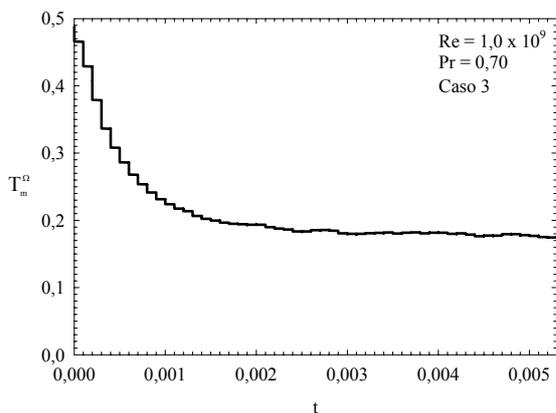


Figura 13. Temperatura média  $T_m^\Omega$  versus  $t$ .

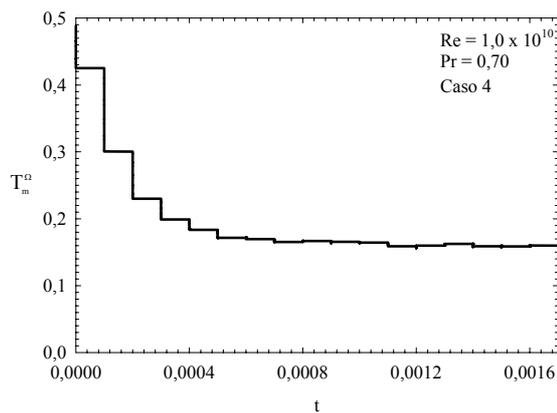


Figura 14. Temperatura média  $T_m^\Omega$  versus  $t$ .

taxa de transferência de vorticidade foram utilizadas para a obtenção do escoamento em transição e do campo térmico ( Brito *et al.*, 2002 e Brito *et al.*, 2003 ).

Os resultados obtidos no presente trabalho podem ser utilizados como passo inicial no projeto de refrigerados industriais. Devido ao fato do modelo ser bidimensional, há a necessidade de uma futura implementação de um modelo 3D, com modelagem sub-malha dinâmica, a fim de obter as estruturas formadas no escoamento em transição à turbulência.

## 7. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq e à CAPES pelo apoio financeiro sem o qual não seria possível o desenvolvimento deste trabalho.

## 8. Referências

- Brito, R. F., Guimarães, P. M., Silveira-Neto, A. and Menon, G. J., 2004, "Turbulent Natural Convection in Enclosures Using Large-Eddy Simulation with Localized Heating from Horizontal Bottom Surface and Cooling from Vertical Surfaces", Proceedings of the VI SIMMEC – Simpósio Mineiro de Mecânica Computacional, Itajubá – Brazil, Proceedings on CD – ROM, Vol. 1, pp. 1-15.
- Brito, R. F., Guimarães, P. M., Silveira-Neto, A., Oliveira, M. and Menon, G. J., 2003, "Turbulent Natural Convection in a Rectangular Enclosure using Large Eddy Simulation", Proceedings of the 17th International Congress of Mechanical Engineering – COBEM – São Paulo – Brazil, pp. 1-10.
- Brito, R. F., Silveira-Neto, A., Oliveira, M. e Menon, G. J., 2002, "Convecção Natural Turbulenta em Cavidade Retangular com um Cilindro Interno", Anais do I South-American Congress on Computational Mechanics - MECOM - III Brazilian Congress on Computational Mechanics - VII Argentine Congress on Computational Mechanics - Santa Fe-Paraná – Argentina, pp. 620-633.
- Cesini, G., Paroncini, M., Cortella G. and Manzan, M., 1999, "Natural Convection from a Horizontal Cylinder in a Rectangular Cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 42, pp. 1801-1811.
- Cortella, G., Manzan, M. and Comini, G., 2001, "CFD Simulation of Refrigerated Display Cabinets", Int. J. Refrigeration, Vol. 24, pp. 250-260.
- Costa, V. A. F., 2002, "Laminar Natural Convection in Differentially Heated Rectangular Enclosures With Vertical Diffusive Walls", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.45, pp. 4217-4225.
- Deschamps, C. J., Prata, A. T., Lopes, L. A. D. and Schmid, A., 1999, "Heat and Fluid Flow Inside a Householder Refrigerator Cabinet: In 20<sup>th</sup> International Congress of Refrigeration, Sydney.
- Krajnovic, S., 1998, "Large-Eddy Simulation of the Flow Around a Surface Mounted Single Cube in a Channel", Ms. C. Thesis, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden.
- Laguerre, O. and Flick, D., 2003, "Heat Transfer by Natural Convection in Domestic Refrigerator", Journal of Food Engineering, Article in Press.
- Lankhorst, A. M., 1991, "Laminar and Turbulent Natural Convection in Cavities – Numerical Modelling and Experimental Validation", Ph. D. Thesis, Technology University of Delft, The Netherlands.
- Métais, O. and Lesieur, M., 1996, "Spectral and Large-Eddy Simulation of Isotropic and Stably-Stratified Turbulence, J. Fluid Mech., Vol. 239, pp. 157-194.
- Oliveira, M. e Menon, G. J., 2002, "Simulação de Grandes Escalas Utilizada para Convecção Natural Turbulenta em Cavidades", Anais do IX Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas - ENCIT-2002, Caxambu - Brasil, Anais em CD ROM, pp. 1-11.
- Padilla, E. L. M., 2000, "Simulação Numérica de Grandes Escalas com Modelagem Dinâmica, Aplicada à Convecção Mista", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia – UFU, Uberlândia, Brasil, 156 p.
- Peng, S-H. and Davidson, L., 2001, "Large Eddy Simulation for Turbulent Buoyant Flow in a Confined Cavity", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol.22, pp.323-331.
- Pereira, R. H. and Nieckele, A. O., 1997, "Natural Convection in the Evaporator Region of Household Refrigerators", In Proceeding Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Bauru, Brazil.
- Silveira-Neto, A., 1998, "Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos", Anais da I ETT – Escola de Primavera, Transição e Turbulência, Vol. 1, Rio de Janeiro, Brasil, pp. 157-190.
- Silveira-Neto, A., Brito, R. F., Dias, J. B. e Menon, G. J., 2000, "Aplicação da Simulação de Grandes Escalas no Método de Elementos Finitos para Modelar Escoamentos Turbulentos", Anais da II ETT – Escola Brasileira de Primavera, Transição e Turbulência, Uberlândia, Brasil, pp. 515-526.
- Tian, Y. S. and Karayiannis, T. G., 2000, "Low Turbulence Natural Convection in an Air Filled Square Cavity Part I: The Thermal and Fluid Flow Fields", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 849-866.
- Tian, Y. S. and Karayiannis, T. G., 2000, "Low Turbulence Natural Convection in an Air Filled Square Cavity - Part II: the Turbulence Quantities", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 43, pp. 867-884.

## TURBULENT NATURAL CONVECTION IN CAVITIES WITH SURFACES COOLED WITH AN INTERNAL HEATED BODY

Rogério Fernandes Brito

Department of Mechanical Engineering, Federal University of Itajuba. UNIFEI. 37500-903. Itajubá. MG. Brazil.

[rogbrito@unifei.edu.br](mailto:rogbrito@unifei.edu.br)

Doacir Vilar de Assis Junior

Department of Mechanical Engineering. Federal University of Itajuba. UNIFEI. 37500-903. Itajubá. MG. Brazil.  
[vilardeassisjr@yahoo.com.br](mailto:vilardeassisjr@yahoo.com.br)

Aristeu da Silveira Neto

Department of Mechanical Engineering. Federal University of Uberlandia. UFU. 38400-206. Uberlandia. MG. Brazil.

[aristeus@mecanica.ufu.br](mailto:aristeus@mecanica.ufu.br)

Genésio José Menon

Department of Mechanical Engineering. Federal University of Itajuba. UNIFEI. 37500-903. Itajubá. MG. Brazil.  
[genesio@unifei.edu.br](mailto:genesio@unifei.edu.br)

**Abstract.** *The objective of the study of the present work is to simulate numerically the flow inside a refrigerator. In this work, it is studied the heat transfer by natural convection in a cavity considering the turbulent regime with a heated body put in its inner. It is considered the flow as being two-dimensional, incompressible and unsteady. For the turbulence, it is used the Large-Eddy Simulation (LES) with vorticity transfer theory sub-grid model (VTT). Navier-Stokes's equations are used in the study of the flow where the approach of Boussinesq was considered. In the cavity's surface boundary conditions of lower isothermal temperature are used and in the internal body high isothermal temperature is imposed. The equations are discretized using the finite elements method (FEM) with the Galerkin's scheme for a non-structured mesh. The characteristics of the flow and of the heat transfer are described, respectively, in terms of the stream lines and of the mean Nusselt's numbers. Due to the fact that the code is two-dimensional, there is a certain limitation in the applications of turbulent flows found in the industrial and residential processes. In spite of this, the geometry studied in the present work can be adopted like an initial step in the project of industrial refrigerators. The numeric results obtained in the present work are compared with numeric and experimental results of other works found in the literature.*

**Keywords:** *Natural Convection, Large-Eddy Simulation, Finite Element, Turbulence, Refrigerator.*