

UMA AVALIAÇÃO CRÍTICA DO COMPORTAMENTO DO MODELO $\kappa-\omega$ NA REGIÃO DA PAREDE.

José D. M. Abrunhosa

Departamento de Engenharia Mecânica, IME, CEP 22290-270, RJ, RJ, Brasil
diniz@ime.eb.br

Angela O. Nieckele

Departamento de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, CEP 22453-900, RJ, RJ, Brasil
nieckele@mec.puc-rio.br

Resumo. Investiga-se a capacidade de predição de modelos de turbulência de duas equações $\kappa-\omega$ em relação a modelos $\kappa-\varepsilon$ de baixo número de Reynolds e compara-se os resultados com dados de simulação numérica direta para o problema de escoamento separado atrás de um degrau. A sensibilidade dos modelos $\kappa-\omega$ selecionados ao valor de ω na corrente livre do escoamento foi tratada. O efeito do termo cruzado de difusão sobre a convergência do modelo é dimensionada. Um estudo do comportamento assintótico na região da parede foi realizado, avaliando-se o comportamento do termo de destruição da equação da energia cinética turbulenta. A influência dos perfis de ω e ε no referido termo da equação de κ também é avaliado.

Palavras chave: modelos de turbulência $\kappa-\omega$ e $\kappa-\varepsilon$ de baixo Reynolds, comportamento assintótico, problema do degrau

1. Introdução

A grande maioria de escoamentos turbulentos, de interesse prático, tem sido predita, à nível de engenharia, pelos modelos de turbulência de duas equações. A possibilidade de reproduzir computacionalmente dados experimentais dos escoamentos turbulentos, utilizando-se simplesmente um conjunto de equações e coeficientes empíricos, para o fechamento da turbulência, fez com que os modelos de turbulência ganhassem grande popularidade. Estes modelos, associados a métodos numéricos avançados e a crescente capacidade computacional, tornaram-se a ferramenta mais empregada na predição de escoamentos turbulentos.

Inúmeros engenheiros, em todo o mundo, estimulados pela relativa capacidade de predição, simplicidade e robustez computacional, têm empregado o modelo $\kappa-\varepsilon$, para predizer escoamentos turbulentos tecnologicamente importantes, tornando-o o mais popular modelo de turbulência, apesar de suas bem conhecidas limitações. No passado, devido às limitações computacionais, o modelo $\kappa-\varepsilon$ foi extensivamente empregado no núcleo do escoamento e funções de parede eram adotadas nas regiões próximas as superfícies sólidas. Contudo, em muitas aplicações importantes, necessita-se descrever o escoamento próximo à parede.

Efetivamente, a modelagem de escoamentos incompressíveis turbulentos, na região da parede, iniciou-se, em 1956, com o trabalho de Van Driest (Wilcox, 1998). Uma função de amortecimento, para o comprimento de mistura, foi então introduzida, buscando-se considerar os efeitos viscosos na região próxima à parede. Em 1972, Jones e Launder, apresentaram uma extensão do modelo $\kappa-\varepsilon$ para escoamentos com baixo Reynolds, resolvendo-o até a região da parede. Mais recentemente, devido aos grandes avanços computacionais, uma variedade de versões destes modelos tem sido proposta na literatura.

O comportamento assintótico correto na parede é um importante critério de avaliação dos modelos de turbulência que se propõem a resolver essa região. A consistência assintótica é verificada pelo comportamento limite na parede de cada termo da equação modelada em relação ao respectivo termo da equação exata. O estudo do comportamento assintótico dos vários termos da equação exata de κ mostra que o termo de difusão de pressão é o responsável por balancear, na região da parede, o termo de destruição e de difusão viscosa, que são predominantes nesta região. Contudo, o termo de difusão de pressão é normalmente adicionado ao termo de transporte turbulento e modelado como um termo típico de difusão turbulenta. A análise assintótica deste modelo mostra que o seu comportamento, da ordem de y^3 ($O(y^3)$), onde y é a distância a parede, não reproduz o comportamento do termo exato ($O(y)$). Consequentemente, mesmo que o termo de destruição tenha um comportamento assintótico correto, a equação modelada de κ não se encontra corretamente balanceada na região da parede.

Normalmente justifica-se a modelagem do termo de difusão de pressão junto com o termo de transporte turbulento na equação da energia cinética alegando-se que a contribuição daquele termo é negligenciável. Simulações numéricas diretas mostraram que realmente, em escoamentos turbulentos em canais, o termo de difusão de pressão é negligenciável (Kim et al., 1987), embora na região da parede exista uma acentuada diferença entre os dados da simulação direta e os resultados obtidos por alguns modelos (Mansour et al., 1988). Le et al. (1997) realizaram a simulação direta do escoamento turbulento em degrau ('backstep'). Os resultados, para a região do canal antes do

degrau, também mostram um gradiente de pressão desprezível, enquanto na região de recirculação, o gradiente de pressão é muito significativo para $y^+ < 10$, balanceando a dissipação e a difusão viscosa.

É evidente que a correta modelagem do termo de difusão de pressão, de modo a melhorar o desempenho dos modelos de turbulência, somente será possível, quando o termo de destruição da equação κ estiver corretamente representado. Contudo, este termo está diretamente ligado a obtenção da outra escala de turbulência. Nos modelos $\kappa-\varepsilon$ de baixo Reynolds, há um excessivo empirismo na região da parede, além da dificuldade de estabelecer a condição de contorno de ε na parede (Speziale et al., 1992; Bredberg et al., 2002). Isto faz com que os modelos desse tipo não tenham um correto comportamento assintótico, inviabilizando a aplicação de modelos do termo de difusão de pressão a equação de κ (Abrunhosa e Nieckele, 2000a).

Alguns autores têm afirmado que o modelo $\kappa-\omega$ é computacionalmente mais robusto que o modelo $\kappa-\varepsilon$, quando integrado até a parede (Wilcox, 1988; Speziale et al., 1992; Bredberg et al., 2002). Nos modelos $\kappa-\omega$, a condição de contorno de ω na parede é $\omega_w \sim y^{-2}$, a qual mostra ter um efeito estabilizador sobre o escoamento (Bredberg et al., 2002). A deficiência inerente a estes modelos seria a sua sensibilidade a condição de entrada de ω . Os resultados dependem especialmente dos valores de ω na corrente livre (Bredberg et al., 2002; Catalano e Amato; 2003). A inclusão de um termo de difusão cruzada na equação de ω , segundo alguns trabalhos, tem efetivamente reduzido essa dependência (Bredberg et al., 2002; Catalano e Amato, 2003).

Neste contexto, este trabalho inicialmente avaliará, em escoamento complexo com recirculação, a capacidade de predição dos modelos de duas equações $\kappa-\omega$ de Wilcox (1998) e Bredberg et al. (2002), comparativamente aos resultados dos modelos de turbulência $\kappa-\varepsilon$ de baixo Reynolds de Launder-Sharma (1974) e Sakar (Sakar e So, 1997) publicados na literatura (Abrunhosa e Nieckele, 2000a e 2000b). A seguir, será avaliado o comportamento do termo de destruição da equação de κ dos modelos $\kappa-\omega$ selecionados face ao comportamento apresentado pela dissipação nos modelos $\kappa-\varepsilon$. A influência dos valores de ω na corrente livre sobre as predições também é dimensionada.

2. Situação física

O problema aqui considerado é o escoamento turbulento de um fluido viscoso e incompressível, através canal de placas infinitas, com dupla expansão de área. O movimento médio é bidimensional e está em regime permanente. A Fig. 1 mostra esquematicamente o domínio computacional utilizado na simulação. A entrada foi especificada a uma distância de dez vezes a altura do salto ($10H$), a montante do mesmo. Adotou-se um comprimento de canal, após o salto, de trinta vezes a altura do salto ($30H$). É importante especificar uma distância suficiente a jusante do ponto de recolamento, ao impor a condição de saída de difusão nula, evitando-se deste modo severos efeitos destas sobre as regiões de recirculação e recuperação do escoamento. O canal tem uma altura de cinco vezes a altura do salto ($5H$) na entrada e uma altura correspondente a seis vezes a altura do salto ($6H$) na saída. A razão de expansão (altura do canal na saída: altura do canal na entrada) é 1,20 e o número de Reynolds é $Re = (\rho U_c H) / \mu = 5100$, onde U_c é a velocidade máxima na entrada e H altura do salto. Como as predições dos modelos foram comparadas com os resultados da simulação direta de Le et al. (1997), a situação física utilizada reproduz a configuração adotada pelos citados autores.

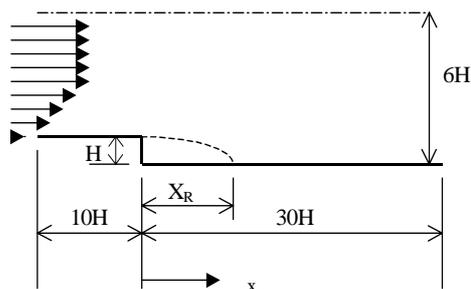


Figura 1 - Canal com salto de área

3. Modelos matemáticos

As equações de governo, para tratar o escoamento turbulento médio, com decomposição de Reynolds, de um fluido viscoso e incompressível, são dadas por:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad , \quad \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

onde \bar{u}_i são os componentes da velocidade média; \bar{p} é a pressão; ν é a viscosidade cinemática; e τ_{ij} é o tensor das tensões de Reynolds ($\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}$). Nos modelos, baseados sobre a clássica hipótese de Boussinesq, o tensor de

tensões de Reynolds depende do tensor taxa de deformação média S_{ij} , da energia cinética turbulenta κ e da viscosidade turbulenta ν_t . Nos modelos κ - ω , a viscosidade turbulenta ν_t é modelada como função da taxa de dissipação específica ω e da energia cinética turbulenta κ ,

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3}\kappa\delta_{ij} + 2\nu_t S_{ij} \quad ; \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i}\right) \quad ; \quad \nu_t = \alpha^* \frac{\kappa}{\omega} \quad (2)$$

onde α^* é uma função de amortecimento. As equações de governo das quantidades turbulentas, equações modeladas para a energia cinética (κ) e a taxa de dissipação específica (ω), podem ser expressas genericamente como:

$$\frac{\partial(\bar{u}_j \kappa)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + P_\kappa - \beta^* \omega \kappa \quad ; \quad P_\kappa = \tau_{ij} S_{ij} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\bar{u}_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - \beta \omega^2 + C_\omega \frac{(\nu + \nu_t)}{\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (4)$$

É a especificação de todos os parâmetros e funções que estabelecerá os diferentes modelos. Neste trabalho foram avaliados os modelos de Bredberg et al. (2002), referenciado por BPD, Wilcox (1998), referenciado por W1, e Wilcox (1998), para baixo Reynolds, referenciado por W2. Deve-se registrar que, segundo o próprio autor, tanto o modelo W1 como o W2 podem ser integrados até a parede (Wilcox, 1998). Contudo, as modificações incluídas em W2 permitem reproduzir melhor o comportamento da energia cinética turbulenta (κ) na região da parede (Wilcox, 1998). Os parâmetros e funções de amortecimento dos modelos avaliados encontram-se resumidos na Tabela 1.

Tabela 1. Funções de amortecimento e constantes dos modelos avaliados

Modelo	Wilcox (W1)	Wilcox Baixo Re (W2)	Bredberg et al (BPD)
α^*	1,00	$\frac{0,024 + (\text{Re}_t/6)}{1 + (\text{Re}_t/6)}$	$0,09 + [0,91 + (1/\text{Re}_t^3)] \times [1 - \exp\{-(\text{Re}_t/25)^{2,75}\}]$
β^*	$0,09 f_\beta^*$	$\frac{9}{100} \left[\frac{(4/15) + (\text{Re}_t/8)^4}{1 + (\text{Re}_t/8)^4} \right] f_\beta^*$	0,09
β	$0,072 f_\beta$	$0,072 f_\beta$	0,072
σ_κ	2,00	2,00	1,00
σ_ε	2,00	2,00	1,80
α	0,52	$\frac{13}{25 \alpha^*} \left[\frac{(1/9) + (\text{Re}_t/2,95)}{1 + (\text{Re}_t/2,95)} \right]$	0,49
C_ω	-	-	1,10
f_β^*	$\begin{cases} 1,0 \text{ se } \chi_\kappa \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_\kappa^2}{1 + 400\chi_\kappa^2} \text{ se } \chi_\kappa > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 1,0 \text{ se } \chi_\kappa \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_\kappa^2}{1 + 400\chi_\kappa^2} \text{ se } \chi_\kappa > 0 \end{cases}$	-
f_β	$\frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}, \chi_\omega = \frac{ \Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki} }{(0,09\omega)^3}$	$\frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}, \chi_\omega = \frac{ \Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki} }{(0,09\omega)^3}$	-
ε	$\beta^* \omega \kappa$	$\beta^* \omega \kappa$	$0,09 \omega \kappa$

Na Tab. (1), $\text{Re}_t = \kappa/(\nu\omega)$ é o número de Reynolds turbulento, o tensor taxa de rotação média Ω_{ij} e o parâmetro χ_κ são definidos como:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad ; \quad \chi_\kappa = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (5)$$

3.1. Condições de contorno

Em todas as superfícies sólidas, utilizou-se a condição de contorno de não deslizamento, para as velocidades e energia cinética turbulenta ($\bar{u} = \bar{v} = \kappa = 0$). No modelo BPD a condição de contorno da taxa de dissipação específica (ω) na parede é obtida do comportamento assintótico de ω :

$$\omega_w = \frac{2\nu}{C_\omega y^2} \cdot \quad ; \quad C_\omega = 0,09 \quad (6)$$

Já Wilcox (1998) propõe:

$$\omega_w = \frac{6\nu}{\beta_o y^2} \cdot \quad ; \quad \beta_o = 0,072 \quad (7)$$

Wilcox (1998), baseando-se na análise da discretização do termo de difusão com o esquema de diferença central, sugere que, para se eliminar imprecisões numéricas, a equação acima deve ser utilizada nos primeiros 7 a 10 pontos internos e que estes pontos devem estar na região de $y^+ < 2,5$. Entretanto, Bredberg et al. (2002) afirmam que esta exigência pode ser relaxada substancialmente, com pouco efeito sobre a solução. Eles propõem a utilização da relação assintótica, Eq. (6), somente nos dois primeiros pontos internos. Deste modo, nos modelos W1 e W2 utilizou-se a relação proposta por Wilcox nos sete primeiros pontos internos, enquanto no modelo BPD empregou-se a Eq. (6) somente nos dois primeiros pontos. Cabe destacar que os modelos W1 e W2 também foram testados utilizando-se a Eq. (7) somente nos cinco e dois primeiros pontos internos, a fim de avaliar o comportamento da solução.

Na linha de simetria, fronteira superior ($y=6H$), impôs-se a condição de contorno de Neumann, i.e., variação nula na direção transversal para \bar{u} , κ e ω e componente transversal da velocidade nulo ($\bar{v} = 0$). Já na saída adotou-se como condição de contorno a hipótese de difusão nula.

O número de Reynolds, baseado na velocidade de corrente livre e altura do salto, é $Re=5100$. O perfil de velocidade média axial na entrada, ($\bar{u}(y)$), é obtido do perfil de camada limite, para $Re_\theta=670$, onde θ é espessura de quantidade de movimento da camada limite. A espessura da camada limite é $\delta_{99}=1,2H$.

Deve-se ter certo cuidado na especificação das condições de entrada, particularmente de ω , quando os modelos propostos por Wilcox são utilizados. (Wilcox, 1998; Bredberg et al., 2002; Catalano e Amato; 2003). Bredberg et al. (2002) afirma que a sensibilidade do modelo $\kappa-\omega$ à condição de entrada pode ser sensivelmente reduzida se um termo cruzado de difusão $[(\partial\kappa/\partial x_j)(\partial\omega/\partial x_j)]$ for incluído na equação de ω . As várias condições de corrente livre de ω e κ especificadas na entrada, a fim de se avaliar a sua influência sobre o resultado, são apresentadas na Tabela 2. A razão da diferença entre as condições utilizadas nos modelos Wilcox e de Bredberg et al. será discutida, quando da apresentação dos resultados.

Tabela 2. Condições de Contorno de κ e ω na entrada do domínio

Condição de Contorno		1	2	3	4	5	6	7	8
Modelos W1 e W2	$\kappa / \bar{u}^2(y) \cdot 10^3$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
	$\omega/\omega_{wall} \cdot 10^4$	10,0	5,0	4,5	4,0	3,5	2,5	1,0	0,1
Modelo BPD	$\kappa / \bar{u}^2(y) \cdot 10^3$	1,0	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0
	$\omega/\omega_{wall} \cdot 10^4$	3,5	5,5	2,0	5,0	2,0	1,0	6,0	6,2

4. Método numérico

As equações de governo, Eq. (1 a 4), foram resolvidas utilizando-se o método de volumes finitos (Patankar, 1980). A solução em regime permanente foi obtida pela resolução do sistema de equações algébricas com o emprego da técnica da sub-relaxação e com a aplicação repetida do algoritmo TDMA linha por linha (Patankar, 1980). Para aumentar a velocidade de convergência, utilizou-se o algoritmo de correção por blocos. Uma malha não uniforme, com

222x157 pontos nodais, foi utilizada nos cálculos. Concentrou-se os pontos nas regiões próximas a parede, garantindo-se um mínimo de 15 pontos na região de $y^+ < 11$ e 30 pontos na região de $y^+ < 50$. Para a convergência da solução numérica, controlou-se os resíduos da equação da continuidade e das equações de conservação de todas as outras variáveis. A solução foi considerada convergida, quando o resíduo da equação de conservação de massa foi da ordem de 10^{-9} . No caso das outras equações de conservação, requereu-se que a razão entre o resíduo máximo de cada equação e o valor do resíduo inicial fosse da ordem de 10^{-4} .

5. Discussão dos resultados

O escoamento turbulento em degrau ('backstep') é um escoamento bastante utilizado como caso teste para avaliação dos modelos de turbulência. Apesar de sua geometria simples, há separação junto à parede do degrau, recirculação seguida de reatamento e gradiente adverso de pressão. O comprimento de reatamento é um parâmetro muito sensível às condições de solução. Por isso, será especialmente utilizado na avaliação da sensibilidade dos modelos às condições de entrada.

A posição, na qual a tensão de cisalhamento na parede se anula ($\tau_w=0$), indica o ponto de recolamento X_r/H . A Tabela 3 apresenta o comprimento de recirculação (X_r/H) obtido pelo modelo W2 com as várias condições de contorno na entrada. Cabe destacar que, em todas as simulações, repetiu-se as mesmas condições iniciais.

Tabela 3. Comprimento de recirculação para várias condições de contorno de κ e ω na entrada do domínio

Condição de Contorno		1	2	3	4	5	6	7	8
X_r/H	Modelo W2	8,60	6,69	6,44	6,23	5,90	5,20	4,38	3,80
	Modelo BPD	4,90	4,95	4,80	4,90	4,80	4,65	5,00	5,05

Da análise da Tab. 3, verifica-se que as predições do modelo W2 são fortemente afetadas pela condição de contorno imposta na entrada do domínio. Os resultados mostram uma forte redução do comprimento de recirculação (X_r/H) à medida que o valor de ω da corrente livre é reduzido.

O coeficiente de atrito pode ser definido como $C_f = 2(u_\tau / U_c)^2$, onde $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ é velocidade de atrito, e τ_w é a tensão cisalhante. A Figura 2 apresenta a variação, ao longo da parede inferior, do coeficiente de atrito, obtido com o modelo W2, com as diferentes condições de entrada. A análise da Fig. 2 confirma as observações apresentadas, referentes à Tab. 3, a qual mostra a enorme sensibilidade do modelo de Wilcox (1998) à condição de ω na entrada do campo de escoamento. Já o modelo BPD aparentemente apresenta um resultado menos sensível a condição de ω na entrada. De acordo com Bredberg et al.(2002), isto se deve a inclusão do termo de difusão cruzada na equação de ω . Contudo, deve-se registrar a enorme dificuldade de se obter a convergência do modelo, sendo necessário utilizar forte sub-relaxação para ser possível obter uma solução. A sensibilidade à condição de entrada se revela não sobre o resultado, mas sim na própria capacidade do modelo convergir. Não foi possível utilizar todas as condições de entrada impostas aos modelos de Wilcox. A instabilidade numérica do modelo BPD se deve exatamente a inclusão direta do termo cruzado de difusão na equação de ω . Na região da parede a derivada de ω é sempre negativa, enquanto, até a posição do pico, a derivada da energia cinética turbulenta é positiva. Deste modo, o termo cruzado de difusão atua nessa região como um termo de destruição na equação de ω . Por outro lado, a partir da posição de κ máximo ($y^+ \sim 4$), a

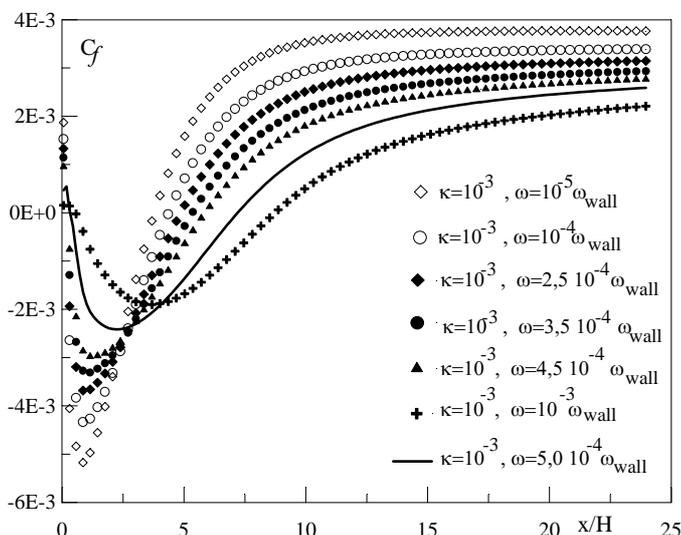


Figura 2 – Coeficiente de atrito predito pelo modelo W2 para várias condições de entrada

derivada da energia cinética turbulenta é negativa e o termo passa a ter uma função de produção. Portanto, a grande dificuldade da inclusão direta do referido termo, como proposta pelos autores (Bredberg et al., 2002), vem dos altíssimos valores negativos assumidos pelo termo na região da parede ($\partial \omega / \partial y \approx -\nu y^{-1}$). Como os modelos de Wilcox (1998) fazem uso indireto do termo cruzado de difusão e limitam seu efeito a região acima da posição de pico da energia cinética, esses modelos não apresentam o mesmo comportamento do modelo BPD, sendo em consequência mais robustos para convergir.

A influência do número de pontos internos junto a parede, onde é aplicada a relação assintótica de ω (Eq. 7), sobre as predições do ponto de recolamento do modelo W2 foi estudada. Os resultados mostram que há somente uma pequena diferença entre as predições, quando a Eq. 7 é aplicada aos sete e aos dois primeiros pontos internos. A diferença entre as predições do ponto de recolamento foi menor que 1%. Deve-se registrar que, quando a relação assintótica é utilizada somente nos cinco primeiros pontos, as soluções não apresentam diferenças. Por outro lado, juntamente com o modelo BPD foram empregadas as relações assintóticas propostas pelas Eq. 6 e 7. A solução obtida com a Eq. 7 apresenta melhores resultados na região da parede, junto com uma melhor taxa de convergência, especialmente junto a parede vertical do degrau, embora obtenha uma região de recirculação menor (cerca de 25% menor).

A seguir os resultados dos diversos modelos, utilizando a condição de entrada $\kappa=10^{-3} (\bar{u}(y))^2$ e $\omega=4,0 \times 10^{-4} \omega_{wall}$, para os modelos W1 e W2, e $\kappa=10^{-3} (\bar{u}(y))^2$ e $\omega=6,0 \times 10^{-4} \omega_{wall}$, para o modelo BPD, são comparados aos dados experimentais de Jovic e Driver e aos resultados da simulação direta de Le et al (1997).

Obtiveram-se os seguintes pontos de recolamento, para a recirculação principal: (a) modelo W1: 6,30H; (b) modelo W2: 6,23H; (c) modelo BPD: 5,05H. O ponto de recolamento medido experimentalmente varia entre 6,0H e 6,1H, enquanto a simulação direta obteve 6,28H. Da análise dos resultados, verificou-se que o modelo BPD é o que apresenta a menor região de recirculação principal. Já os modelos W1 e W2 predizem um comprimento de reatamento próximo ao obtido pela simulação direta. A região de recirculação secundária, junto a parte inferior da parede vertical do degrau, foi subpredita por todos os modelos $\kappa-\omega$ empregados. Enquanto na simulação direta esta região se estende até 1,76H na direção x e até 0,8H na direção y , nos modelos testados foram obtidos os seguintes limites, em x e y respectivamente, para a referida região: (a) modelos W1 e W2: 0,25H e 0,06H; (b) modelo BPD: 0,15H e 0,03H. Cabe registrar que, embora na predição do comportamento de reatamento os modelos $\kappa-\varepsilon$ de baixo Reynolds não realizem predições melhores que as dos modelos $\kappa-\omega$ de Wilcox (por exemplo, Launder e Sharma: 5,43H; e Sakar: 6,41H) (Abrunhosa e Nieckele, 2000a), a predição da região de recirculação secundária é melhor predita pelos modelos $\kappa-\varepsilon$ de baixo Reynolds (Launder e Sharma: 0,88H e 0,32H; Sakar: 0,64H e 0,11H; e Yang e Shih: 0,55H e 0,11H) (Abrunhosa e Nieckele, 2000a).

A Figura 3 apresenta, em quatro seções transversais selecionadas, a comparação dos perfis de velocidade média, preditos pelos modelos, com os dados experimentais e com os resultados da simulação direta (Le et al., 1997). Na seção $x/H=1,0$, a simulação direta ainda apresenta recirculação secundária, sendo que os modelos não conseguem reproduzir este comportamento. No modelo BPD as velocidades negativas são menores nessa posição, em relação aos modelos W1

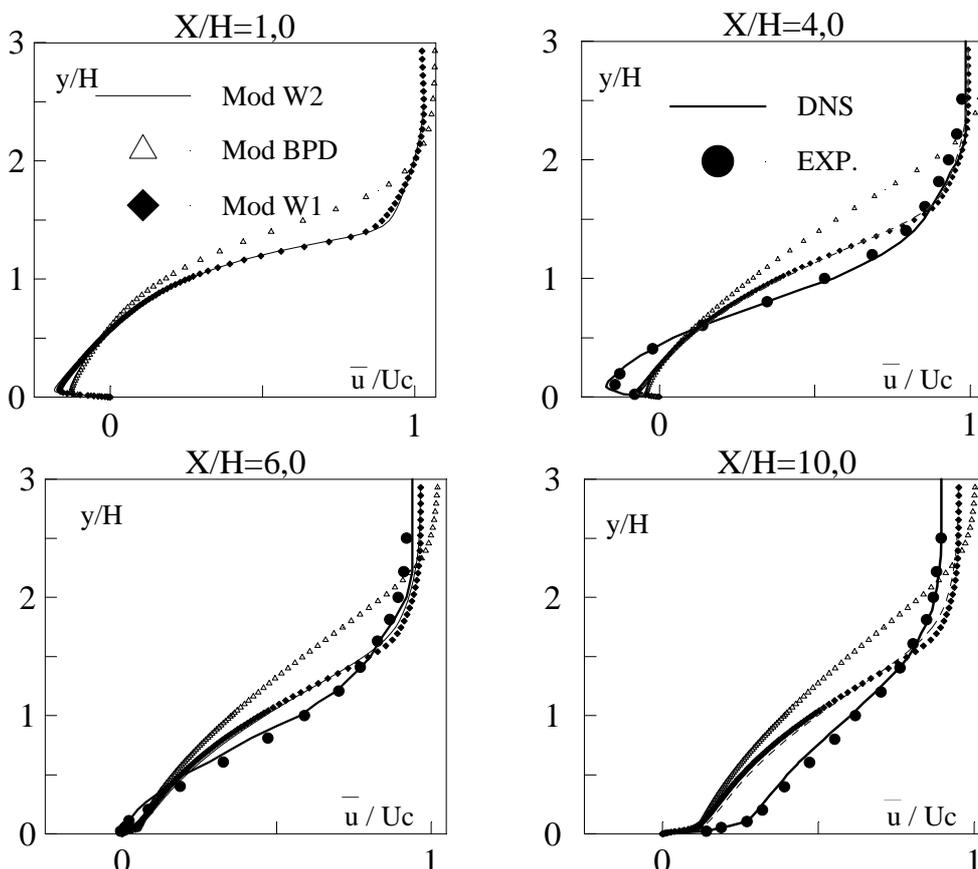


Figura 3 – Perfil de velocidade média (\bar{u}/U_c)

e W2. Na seção $x/H=4,0$, observa-se que, dentro da região de recirculação, os modelos afastam-se acentuadamente do padrão experimental e da simulação direta, sendo que os melhores resultados são os preditos pelos modelos W1 e W2. Em $x/H=6,0$, todas as velocidades do modelo BPD são positivas, já tendo sido iniciada, neste modelo, a recuperação do escoamento. Em $x/H=10,0$, o modelo W2, apresenta, junto à parede, velocidades positivas maiores que as geradas pelos modelos W1 e BPD, mostrando assim uma maior recuperação do escoamento. O modelo BPD, junto à parede, mostra uma recuperação do escoamento atrasada em relação aos outros modelos e ao perfil da simulação direta, apesar de ter iniciado a recuperação antes dos modelos de Wilcox. De um modo geral pode-se dizer que o modelo BPD apresenta um comportamento pobre em relação aos dados experimentais e a simulação direta, especialmente na região acima da camada de cisalhamento.

Na Figura 4 compara-se os perfis de velocidade preditos pelo modelo W2 com os perfis obtidos pelos modelos $\kappa-\varepsilon$ de baixo número de Reynolds de Launder-Sharma (LS) e Sakar (SA) (Abrunhosa e Nieckele, 2000a). Verifica-se da figura que os modelos $\kappa-\varepsilon$ obtiveram melhores resultados na região de recirculação ($x/H=4,0$), enquanto na região de desenvolvimento, após o ponto de recolamento, todos os modelos apresentam resultados pobres na região da parede. O modelo W2, que prediz um comprimento de reatamento próximo ao obtido por Sakar (6,23 e 6,41, respectivamente), mostra uma melhor recuperação do escoamento que o modelo de Sakar.

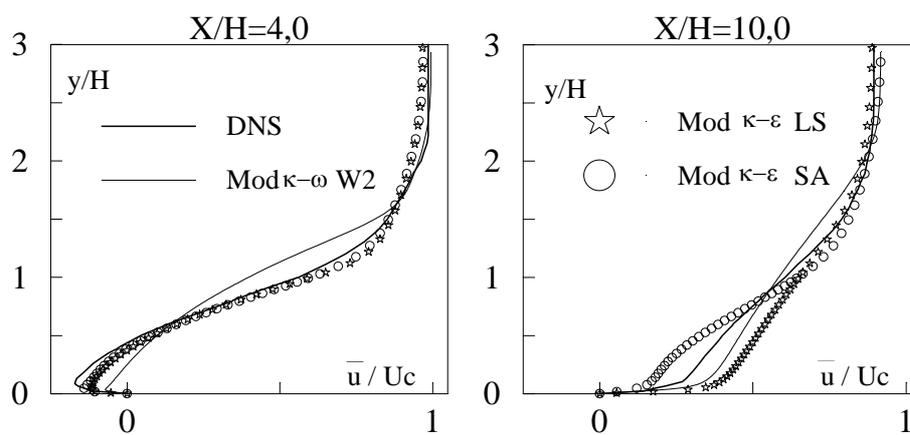


Figura 4 – Perfil de velocidade média (\bar{u}/U_c)

Os perfis da tensão cisalhante turbulenta $(-\overline{u'v'})/(U_c)^2$ são comparados na Fig. 5. De um modo geral os modelos tem um bom desempenho na região da parede ($y/H < 0,5$). O modelo BPD é o que apresenta os piores resultados, predizendo excessivos valores de tensão cisalhante turbulenta. A posição de máximo também não é corretamente predita pelos modelos. Os resultados da tensão cisalhante turbulenta dos modelos W1 e W2 foram substancialmente reduzidos, quando um valor maior de ω foi especificado na condição de entrada. Contudo, deve-se registrar que outras estatísticas, como por exemplo o ponto de recolamento e o coeficiente de atrito, são fortemente degradados quando um maior valor de ω é imposto na entrada do domínio.

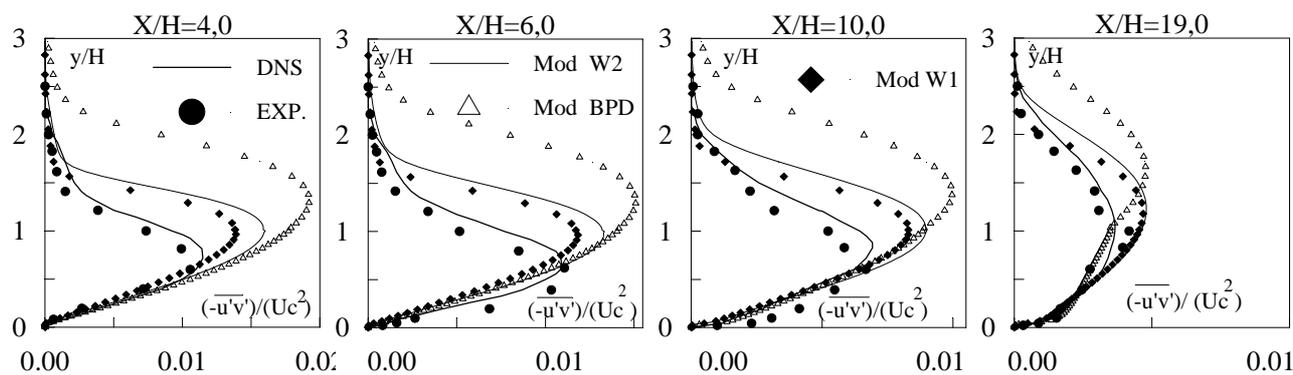


Figura 5 – Perfis de tensão de turbulência: $(-\overline{u'v'})/(U_c)^2$

O coeficiente de atrito C_f foi levantado na parede inferior após o salto. Os resultados obtidos pelos modelos são representados na Fig. 6a. Verifica-se que os resultados obtidos não reproduzem corretamente o comportamento previsto pela simulação direta. Os modelos praticamente eliminam a região de recirculação secundária, além de não realizarem corretamente a recuperação do escoamento. Neste gráfico também foi incluído o resultado obtido pelo modelo W2 com a condição de entrada $\omega = \omega_{wall} \times 10^{-3}$. Nesse caso, há um aumento efetivo das regiões de recirculação principal e secundária, mas a recuperação do escoamento tornou-se menos efetiva. O modelo BPD, apesar de reproduzir bem o

coeficiente de atrito a partir de $x/H > 10$, gera valores muito altos junto à parede do degrau. Outra característica do modelo é obter o ponto de mínimo muito próximo da parede do degrau. Na Fig. 6b é realizada uma comparação da predição do modelo W2 com os resultados obtidos pelos modelos $\kappa-\varepsilon$ de Launder e Sharma e Sakar (Abrunhosa e Nieckele, 2000a). Da análise desse gráfico, verifica-se que o modelo $\kappa-\varepsilon$ de baixo número de Reynolds de Sakar obteve melhores resultados que o modelo $\kappa-\omega$.

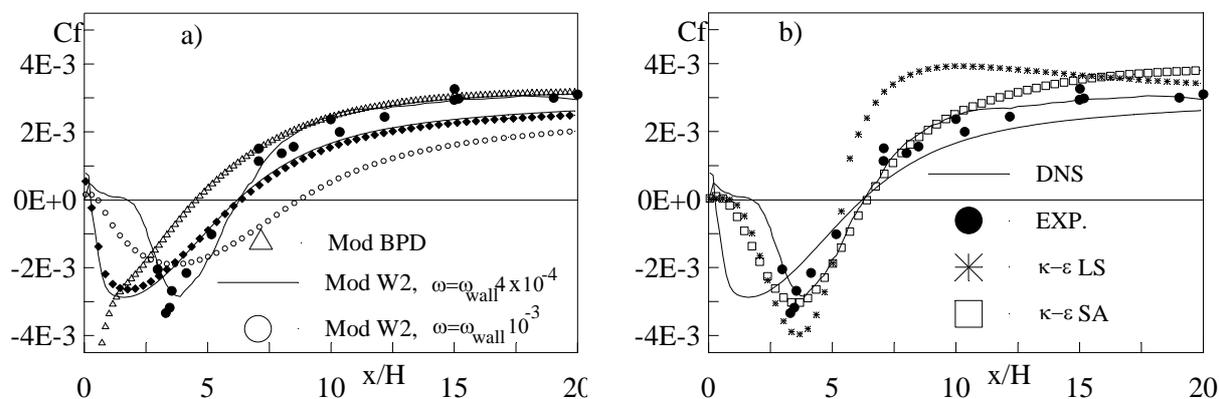


Figura 6 – Coeficiente de atrito

O coeficiente de pressão foi definido como $C_p = (P - P_c) / U_c^2$, onde P_c é a pressão sobre a linha de centro na entrada. As variações deste coeficiente obtidas pelos modelos, na região após o salto, são comparadas na Fig. 7a. Nesta figura também foi incluída a curva gerada pelo modelo W2 com a condição de contorno $\omega = \omega_{wall} \times 10^{-3}$. A análise do gráfico mostra que os modelos $\kappa-\omega$ não foram capazes de reproduzir o comportamento da pressão previsto pela simulação direta e pelos dados experimentais. Os modelos praticamente eliminam a região de gradiente de pressão favorável junto à parede do salto, justificando a pequena região de recirculação secundária capturada nas simulações. O melhor resultado é obtido com o modelo W2, quando um alto valor de ω é especificado na entrada do domínio. Entretanto, do estudo do coeficiente de atrito sabe-se que, neste caso, a predição do ponto de recolamento e a recuperação do escoamento são efetivamente degradados. Deve-se registrar que, além dos baixos níveis de pressão gerados, o modelo BPD prediz, diferentemente da simulação direta, um gradiente de pressão desfavorável efetivo em todo o canal após o degrau. A comparação dos resultados do modelo W2 com as predições obtidos pelos modelos $\kappa-\varepsilon$ de baixo número de Reynolds de Launder e Sharma (LS) e de Sakar (SA) (Abrunhosa e Nieckele, 2000a), realizada no Fig. 7b, mostra que as melhores curvas são geradas pelos modelos $\kappa-\varepsilon$. O modelo W2 com a condição de entrada $\omega = \omega_{wall} \times 10^{-3}$ obtém, junto à parede, um resultado semelhante aos preditos pelos modelos $\kappa-\varepsilon$, coerente com a maior região de recirculação secundária capturada pelo modelo nessa situação. Contudo, a recuperação da pressão é realizada de forma bem mais suave, não acompanhando a correta predição dos modelos $\kappa-\varepsilon$.

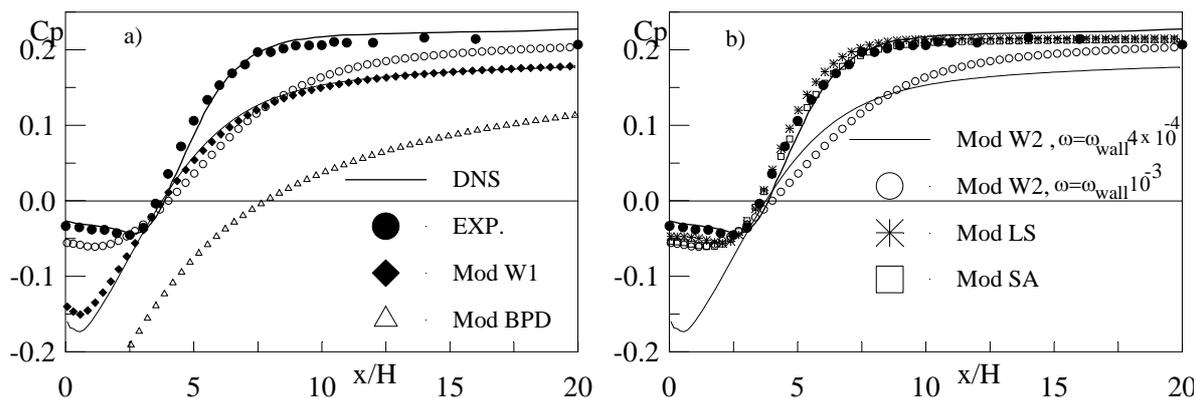


Figura 7 – Coeficiente de pressão

O comportamento junto a parede do termo de destruição da equação modelada da energia cinética turbulenta e o próprio perfil dessa energia, na região de recirculação ($x/H=4$), é apresentado na Fig. 8. Da análise da Fig. 8a, verifica-se que os modelos de Wilcox (modelos W1 e W2) não foram capazes de reproduzir o comportamento obtido pela simulação direta, tendo inclusive predições mais pobres que os modelos $\kappa-\varepsilon$ de baixo Reynolds de Launder e Sharma e de Sakar (Abrunhosa e Nieckele, 2000b). Nas simulações com o modelo W1, o termo de destruição praticamente se anula no limite da parede. Isto se deve ao fato da própria energia cinética turbulenta compor o referido termo e, embora a taxa de dissipação específica seja muito alta na parede, o perfil da energia cinética praticamente anula-se nessa região, como pode ser visto na Fig 8b. Wilcox (1998) afirma que as correções introduzidas no modelo W2 visam simplesmente melhorar as predições do perfil de energia cinética na região da

parede. Contudo, da análise do comportamento assintótico de κ , sabe-se que $\kappa \sim y^2$ e, portanto, embora as previsões tenham melhorado, o modelo não consegue reproduzir o correto comportamento da energia cinética na parede.

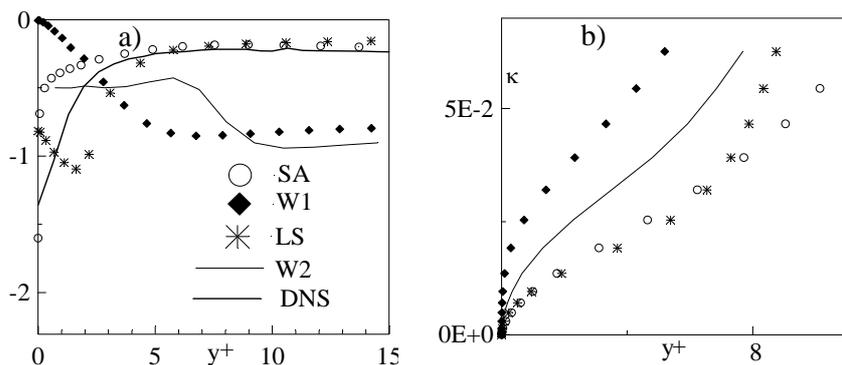


Figura 8 – Parâmetros da turbulência na região da parede, para $x/H=4$.
 (a) Termo de destruição da equação de κ ($\beta^* \omega \kappa$). (b) Energia cinética turbulenta κ .

6. Conclusões

Neste trabalho foram avaliados, com a ajuda dos dados da simulação direta do escoamento turbulento em degrau ('backstep') (Le et al., 1997), os modelos de duas equações κ - ω de Wilcox (1998) e de Bredberg et al. (2002). Investigou-se ainda o comportamento do termo de distribuição da equação da energia cinética turbulenta face ao comportamento de ε previsto pelos modelos κ - ε de baixo número de Reynolds de Launder e Sharma e Sakar (Abrunhosa e Nieckele, 2002b).

A inclusão do termo cruzado de difusão no modelo κ - ω de Bredberg et al. (2002), com a finalidade de tornar o modelo menos sensível ao valor de ω na corrente livre e melhorar sua capacidade de previsão, na prática tornou o modelo computacionalmente menos robusto. Foi extremamente difícil obter uma solução convergida. Há necessidade de se sub-relaxar fortemente a solução e, mesmo assim, há uma tendência natural do modelo em degradar a solução. A derivada de ω é sempre negativa. Já a derivada de κ é positiva na região da parede e negativa acima do seu ponto de máximo. Nesse caso, o termo cruzado de difusão atua como um termo de destruição na região da parede e um termo de produção acima do pico de κ . Como a função de amortecimento proposta pelos autores não se anula na região da parede ($\alpha^* \sim 0,09$) e a derivada de ω assume altos valores absolutos nessa região, há a possibilidade da viscosidade turbulenta assumir valores significativos próximo a parede e, em consequência, degradar a solução. Mesmo quando soluções foram obtidas, os resultados mostraram-se pobres em relação as previsões do modelo de Wilcox e dos modelos κ - ε usados como referência.

O estudo dos modelos de Wilcox (1998) confirmou que estes modelos, embora sejam computacionalmente robustos, são muito sensíveis a condição de ω imposta na entrada do domínio. Mostrou também que a exigência do uso da relação assintótica (Eq. 7) em 7 a 10 pontos, na região de $y^+ < 2,5$, pode ser relaxada sem que significativas variações sejam introduzidas na solução. Os modelos apresentaram algumas deficiências na obtenção das estatísticas, como, por exemplo, na tensão cisalhante turbulenta, no coeficiente de atrito e, principalmente, na pressão junto à parede inferior. A existência da condição de contorno natural para a equação de ω permitia esperar que os modelos obtivessem o correto comportamento do termo de destruição da equação de κ na região da parede. Contudo, o levantamento do referido termo e do próprio perfil de κ , na região da parede, mostrou que os modelos de Wilcox não foram capazes de reproduzir corretamente o seu comportamento, obtendo inclusive piores resultados que os modelos κ - ε de baixo número de Reynolds selecionados como referência.

7. Referências

- Abrunhosa, J. D. M. e Nieckele, A.O., 2000a, Avaliação de modelos de turbulência de baixo Reynolds na previsão de escoamento complexos, Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Natal, BR.
- Abrunhosa, J. D. M. e Nieckele, A.O., 2000b, Influência da modelagem do gradiente de pressão em modelos de turbulência de baixo Reynolds, Anais 9º Encit, Recife, Brasil.
- Bredberg, J., Peng, S., and Davidson, L., 2002, An improved κ - ε turbulence model applied to recirculating flows, International Journal Heat and Fluid Flow;
- Catalano, P., and Amato, M., 2003, An evaluation of RANS turbulence modeling for aerodynamic applications, Aerospace Science and Technology 7(2003), pp. 493-509.
- Jones, W., Launder, B., 1972, The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, Int. J. Heat Mass Trans., 15, pp. 301-314.
- Kim, J., Moin, P., and Moser, R., 1987, Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, Journal of Fluid Mechanics, vol. 177, pp. 133-166.
- Launder, B. E., and Sharma, B. I., 1974, Application of the energy dissipation model of turb. to the calc. of flow near a spinning disc, Lett.Heat Mass Transfer, 1, pp. 131-138;

- Le, H., Moin, P., and Kim, J., 1997, Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward facing step, J. Fluid Mech., vol. 330, pp. 349-374;
- Mansour, N. N., Kim, J., and Moin, P., 1988, Near-wall κ - ε turbulent flow modelling, AIAA Journal, vol. 27, n. 8, pp. 1068-1073;
- Patankar, S. V., 1980, Numerical heat transfer e fluid flow, Mcgraw-Hill;
- Rodi, W., and Mansour, N. N., 1993, Low Reynolds number κ - ε modelling with the aid of direct simulation data, J. Fluid Mech, vol. 250, pp. 509-529
- Sakar, A., and So, R. M. C., 1997, A critical evaluation of near-wall two-eq. models against direct numerical simulation data, Int. J. Heat and Fluid Flow 18, pp. 197-208;
- Speziale, C. G., Abid, R., and Anderson, E. C., 1992, Critical evaluation of two-equation models for near-wall turbulence, AIAA J., 30, pp. 324-331.
- Wilcox, D., 1998, Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries Inc.

8. Direitos autorais

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

9. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio durante o desenvolvimento do presente trabalho.

CRITICAL EVALUATION OF κ - ω AND κ - ε MODELS FOR NEAR-WALL TURBULENCE

José D. M. Abrunhosa

Departamento de Engenharia Mecânica, IME, CEP 22290-270, RJ, RJ, Brasil
diniz@ime.eb.br

Angela O. Nieckele

Departamento de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, CEP 22453-900, RJ, RJ, Brasil
nieckele@mec.puc-rio.br

Abstract. In this work, the κ - ω turbulence model prediction capacity was examined and compared with results of low Reynolds number κ - ε models and with data obtained from direct numerical simulation of the separated flow behind a backward-facing step. Several freestream conditions were tested, to evaluate the sensitivity of the κ - ω turbulence models with respect to the freestream turbulence. A computational study of the asymptotic behavior in the wall was performed to assess the behavior of the terms in the equation of the turbulent kinetic energy. The influence of the profiles of ω and ε on the aforementioned terms of the equation of κ were evaluated.

Key-words: near wall turbulence, κ - ω model, κ - ε model, critical evaluation, backstep