

MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS SOBRE CORPOS MÓVEIS UTILIZANDO-SE O MÉTODO DA FRONTEIRA IMERSA

Alice Rosa da Silva

Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Av. João Naves de Ávila, 2160
arsilva@mecanica.ufu.br

Gustavo Bifaroni de Carvalho

Universidade Estadual Paulista - UNESP
bifaroni@dem.feis.unesp.br

Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva

Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Av. João Naves de Ávila, 2160
alfsilva@mecanica.ufu.br

Sérgio Said Mansur

Universidade Estadual Paulista - UNESP
mansur@dem.feis.unesp.br

Aristeu da Silveira Neto

Universidade Federal de Uberlândia - UFU, Av. João Naves de Ávila, 2160
aristeus@mecanica.ufu.br

Resumo. No presente trabalho o Método da Fronteira Imersa, (Peskin, 1977) é utilizado com o Modelo Físico Virtual proposto por Lima e Silva (2002) e Lima e Silva et al. (2003), para o estudo de escoamentos incompressíveis, bidimensionais em torno de cilindros rotativo e oscilante. A metodologia é baseada nas equações de Navier-Stokes, com um campo de força adicionado. Este campo de força, modela a interface imersa no fluido. Foram realizadas simulações, para cilindros rotativos e oscilantes com o uso de malhas cartesianas. Os resultados numéricos apresentaram boa concordância com os resultados experimentais (Carvalho, 2003).

Palavras Chaves. Esquemas de discretização temporal, método da fronteira imersa, cilindro rotativo e oscilante.

1. Introdução

A dinâmica de escoamentos em torno de um cilindro rotativo e oscilante é diferente daquela observada para um cilindro estacionário. A rotação de um cilindro em um escoamento uniforme viscoso modifica a configuração dos vórtices e provavelmente tem um efeito na oscilação induzida do escoamento. Pouco é conhecido sobre a mudança que ocorre na topologia da esteira padrão quando o corpo vibra com a frequência de oscilação da esteira.

Aldoss e Abou-Arab (1990) realizaram um estudo experimental do escoamento em torno de um cilindro em rotação disposto transversalmente, tendo como objetivo investigar o efeito da rotação na distribuição da tensão cisalhante na parede em torno do cilindro. Este efeito, foi também estudado por Chew *et al.* (1997). Ou e Burns (1992) apresentaram uma solução numérica para problemas de maximização da proporção sustentação / arrasto para cilindro em rotação imerso em escoamentos viscosos, incompressíveis e bidimensionais. Simularam escoamentos para um número de Reynolds igual a 200 e vários valores de rotação específica.

Tem sido dada muita atenção para o controle da esteira formada atrás de cilindros, especialmente com o objetivo de suprimir os vórtices com o uso de controles ativos ou passivos. As flutuações de forças induzidas pelos vórtices podem causar vibrações em estruturas, problemas de acústica, dentre outros, os quais podem, em alguns casos, desencadear um colapso da estrutura. Portanto, o controle adequado da geração de vórtices é crítico em projetos de engenharia.

Para o estudo de escoamentos em torno de cilindros rotativos, três parâmetros são relevantes: o número de Reynolds, a rotação específica (α) e a velocidade angular (ω). O número de Reynolds representa a relação entre a força inercial e a força viscosa. A rotação específica representa a relação entre a velocidade circunferencial do cilindro e a velocidade da corrente livre, conforme a seguinte expressão:

$$\alpha = \frac{\omega R}{U_\infty}, \quad (1)$$

onde R é o raio do cilindro e U_∞ é a velocidade da corrente livre.

O presente trabalho teve como objetivo, a simulação numérica de escoamentos sobre corpos móveis, utilizando-se o Método da Fronteira Imersa, o qual é descrito a seguir.

2. Modelo Matemático e Método Numérico

As equações de Navier-Stokes e da conservação da massa, para fluidos newtonianos, são utilizadas para compor a metodologia do presente trabalho. São apresentadas a seguir, na forma tensorial, as equações de Navier-Stokes e da conservação da massa:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + F_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3)$$

onde ρ e ν são, respectivamente, a densidade e a viscosidade cinemática, p é a pressão, u_i é a componente i do vetor velocidade e F_i é a componente i do vetor campo de força euleriano. O termo fonte de força F_i da Eq. 2 é calculado através da distribuição das componentes do vetor interfacial lagrangiano $\vec{f}(\vec{x}_k, t)$, através da seguinte equação:

$$\vec{F}(\vec{x}, t) = \sum_k D_{ij}(\vec{x} - \vec{x}_k) \vec{f}(\vec{x}_k, t) \Delta S^2(\vec{x}_k), \quad (4)$$

onde \vec{x} e \vec{x}_k são, respectivamente, os vetores posição dos pontos eulerianos e lagrangianos, $\Delta S(\vec{x}_k)$ é o comprimento entre dois pontos lagrangianos, $\vec{f}(\vec{x}_k)$ é a força interfacial calculada pelo Modelo Físico Virtual, e D_{ij} é uma função de interpolação/distribuição, com propriedades de uma função Gaussiana. Detalhes da modelagem matemática e do método numérico, são encontrados em Silva (2004).

3.0. Resultados

Foram desenvolvidas simulações de escoamentos ao redor de cilindros rotativos e de cilindros rotativos oscilantes. Visualiza-se na Fig. 1, os domínios de cálculo utilizados, com suas respectivas dimensões, onde d é o diâmetro do cilindro imerso. As condições de contorno são de velocidade uniforme imposta na entrada, escoamento desenvolvido na saída e condições de Neumann nas laterais. Vale ressaltar, que o corpo imerso é modelado com a metodologia de fronteira imersa, descrita anteriormente. Nas simulações com cilindro rotativo, foram utilizadas, malha de 300 x 800 pontos de discretização e Reynolds igual a 200, e para cilindro oscilante, malha de 450 x 600 pontos e Reynolds igual a 1.000. Em todas as simulações, o escoamento se desenvolve no sentido ascendente.

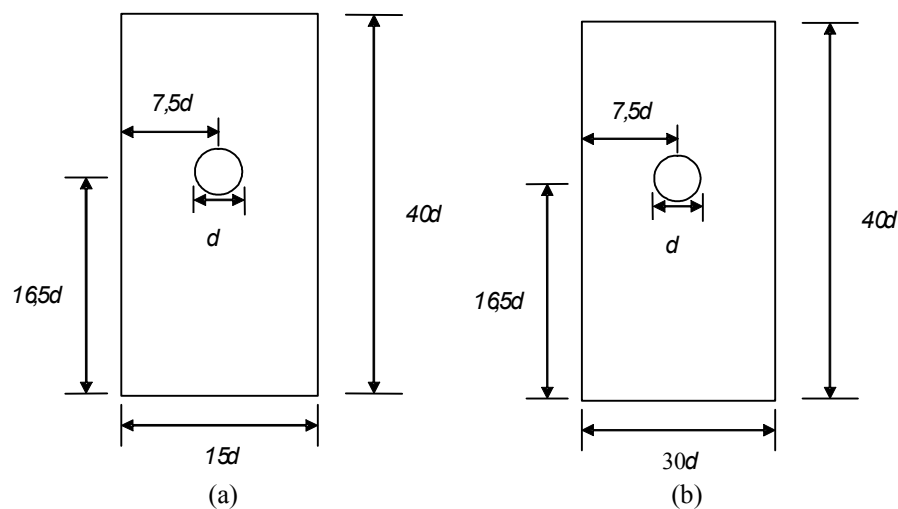


Figura 1. Esquema ilustrativo do domínio de cálculo, para simulações com cilindro rotativo (a) e oscilante (b)

3.1. Simulações com Cilindro Rotativo

O movimento rotativo de um corpo imerso pode suprimir os vórtices, parcial ou totalmente, de modo que a separação da esteira em um dos lados do corpo fique deslocada em relação ao eixo de simetria vertical, conforme Fig. 2. A geração de vórtices ocorre para baixos valores de rotação específica (α) e desaparece completamente para $\alpha > \alpha_L$, onde α_L é a rotação específica crítica, a qual depende do número de Reynolds.

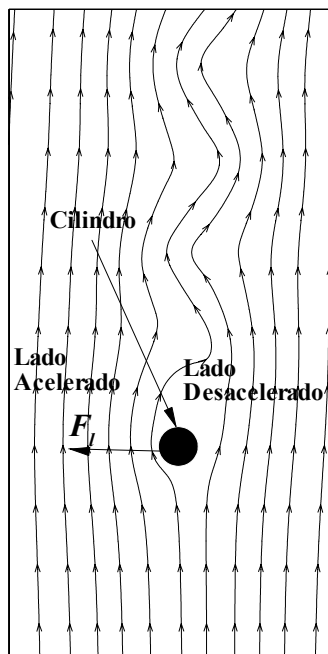


Figura 2. Cilindro em rotação horária imerso em um escoamento bidimensional.

3.1.1. Visualização do Escoamento

A Figura 3 apresenta a visualização do escoamento através dos campos de vorticidade, para valores de rotação específica, variando de $0 \leq \alpha \leq 1,5$. Os resultados obtidos foram comparados com os resultados experimentais obtidos por Carvalho (2003), o qual utilizou a injeção de um corante líquido no escoamento para a visualização. Para fins de comparação com o experimento as figuras numéricas estão apresentadas com o escoamento de cima para baixo. Porém, no presente trabalho, Figs. (a)-(c), o escoamento se desenvolve no sentido ascendente e rotação horária.

Para cilindro estacionário ($\alpha = 0$), a esteira é naturalmente alinhada na vertical. Observa-se claramente na Fig. 3, a presença de vórtices alternados na esteira formada abaixo do cilindro, bem como o deslocamento dos vórtices do eixo de simetria geométrica, no sentido de rotação especificado (horário). Com o aumento da rotação específica, a emissão de vórtices é significativamente inibida.

Os resultados numéricos se comparam bem com os resultados experimentais de Carvalho (2003), do ponto de vista qualitativo.

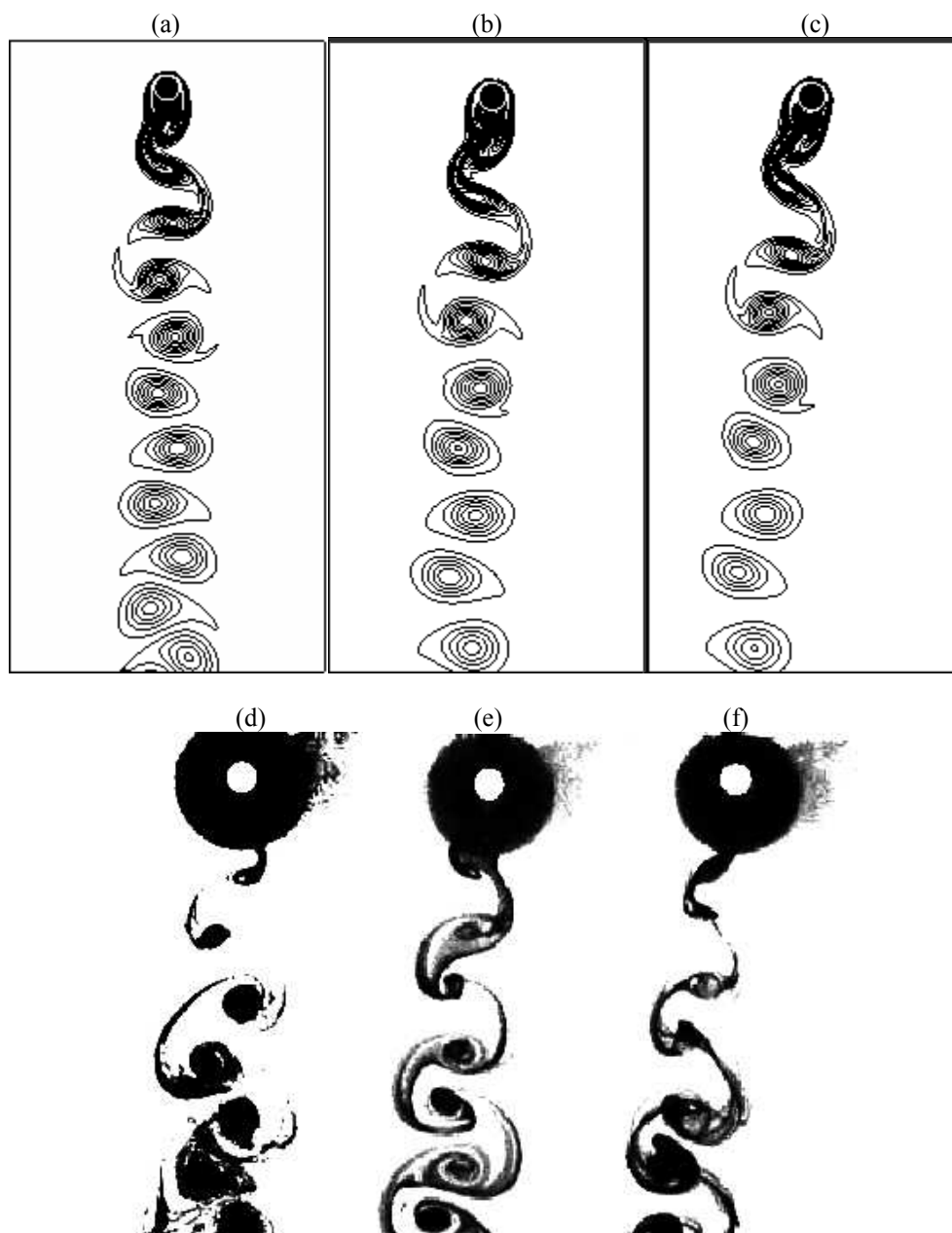


Figura 3. Campos de vorticidade e visualização experimental, para $Re = 200$; presente trabalho: $\alpha = 0,0$ (a), $\alpha = 0,5$ (b) e $\alpha = 1,0$ (c); Carvalho (2003): $\alpha = 0,0$ (d), $\alpha = 0,5$ (e) e $\alpha = 1,1$ (f)

Observa-se pela Fig. 3, que o movimento do cilindro, influencia apreciavelmente na geometria da esteira.

3.1.2. Variação temporal do coeficiente de arrasto

A Figura 4 apresenta a evolução temporal do coeficiente de arrasto, para os vários valores da rotação específica e para um número de Reynolds igual a 200. As distribuições temporais do coeficiente de arrasto, mostram oscilações periódicas em torno dos valores médios. Estas oscilações são geradas pelos vórtices que compõem a esteira de Von Karman a jusante do cilindro. O valor médio de C_d diminui à medida que a rotação aumenta. Este resultado já era esperado, uma vez que a rotação inibe a geração das instabilidades dinâmicas.

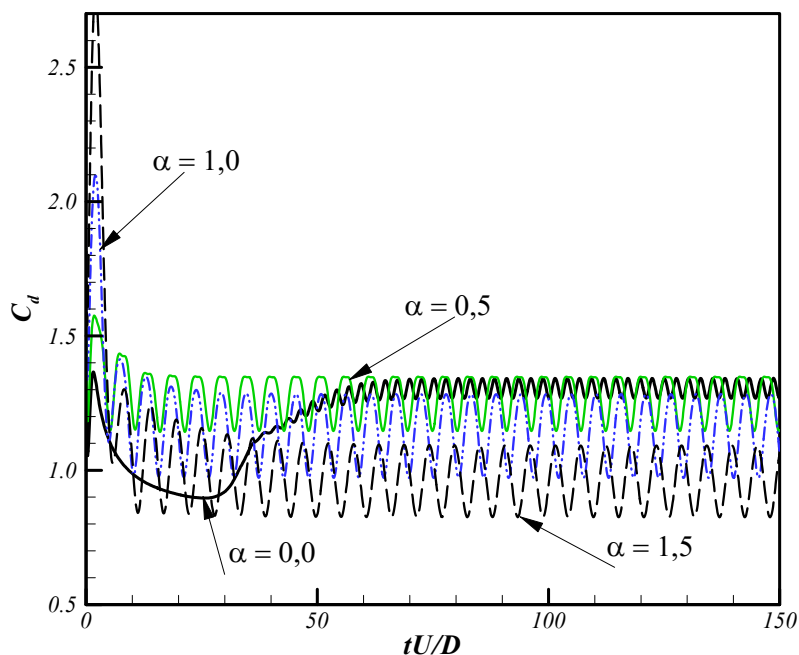


Figura 4. Variação temporal do coeficiente de arrasto, para $Re = 200$

Verifica-se que, com o aumento da rotação específica, os valores médios do coeficiente de arrasto diminui.

3.1.3. Análise do número de Strouhal

O número de Strouhal do presente trabalho, foi determinado, a partir dos sinais do coeficiente de sustentação, calculado na superfície do cilindro e através da variação temporal da velocidade, obtida pela sonda numérica, posicionada conforme a Fig. 5.

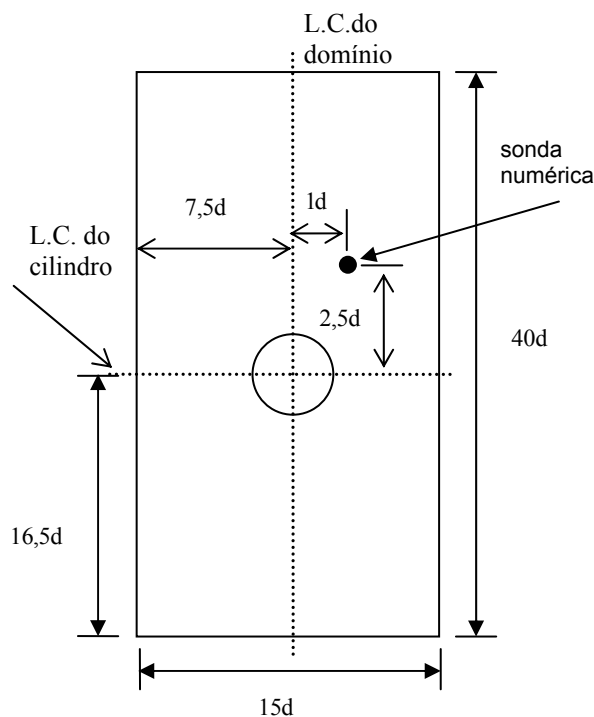


Figura 5. Esquema ilustrativo da posição da sonda numérica.

A Figura 6 apresenta a evolução temporal do coeficiente de sustentação, Fig. 6a e da velocidade na sonda numérica da Fig. 6b, para os valores de rotação específica $0 \leq \alpha \leq 1,5$. A utilização da sonda numérica na posição indicada se deve ao fato de que, experimentalmente, Carvalho (2003), procedeu desta forma para a determinação do número de Strouhal.

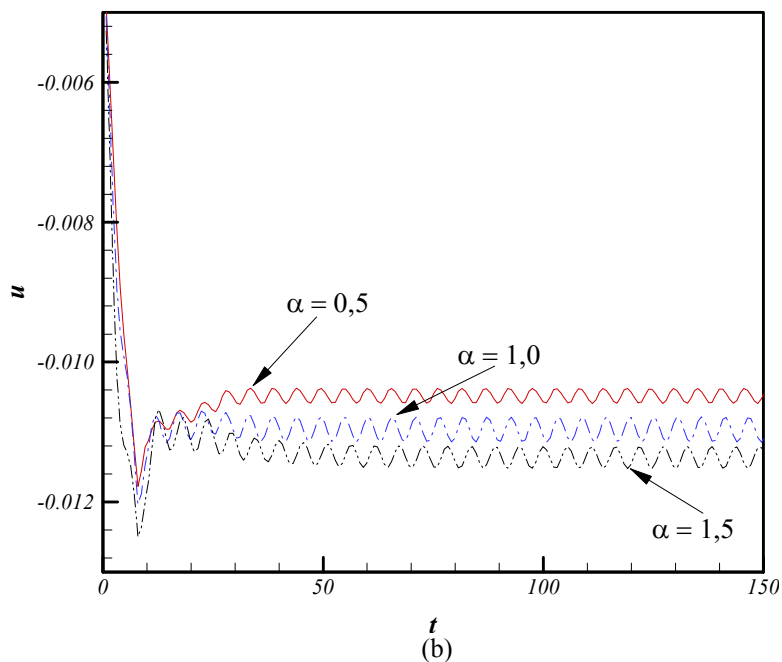
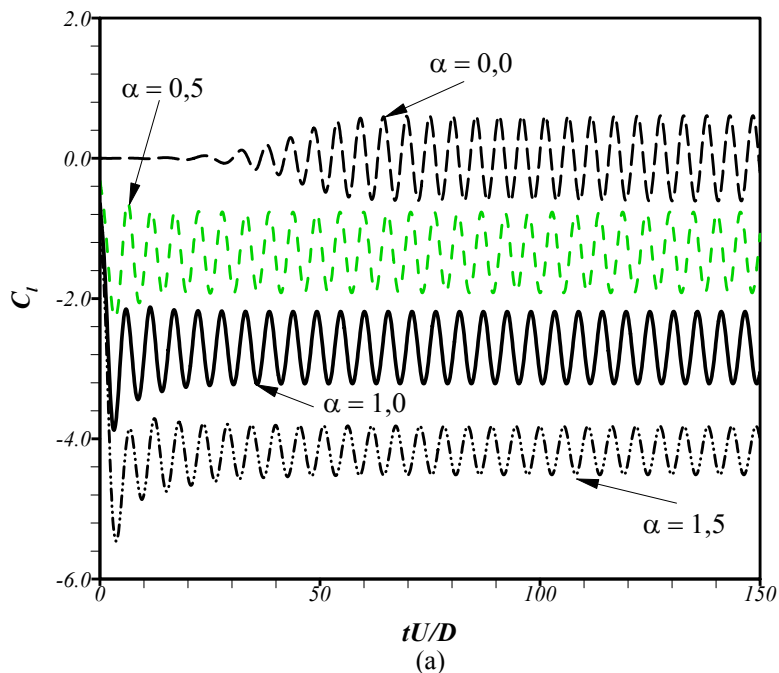


Figura 6. Variação temporal do coeficiente de arrasto (a) e da velocidade (sonda numérica) (b), para vários valores da rotação específica (α).

Utilizando estas distribuições de $C_l(t)$ e $u(t)$ foram feitas as transformadas de Fourier e as frequências foram determinadas. Os resultados da Tab. 1 mostram que, não existem uma diferença relevante, entre as frequências determinadas, utilizando-se os dois procedimentos de amostragem.

Os resultados numéricos são inferiores, quando comparados com os resultados experimentais obtidos por Carvalho (2003). As causas destas diferenças serão investigadas. A Tab. 2 estabelece uma comparação dos resultados do presente trabalho, com dados da literatura.

Tabela 1. Comparação do número de Strouhal obtido a partir do $C_1(t)$ e da sonda de velocidade $u(t)$.

α	St com $C_1(t)$	St com sonda $u(t)$
0,5	0,1866	0,1852
1,0	0,1848	0,1847
1,5	0,1825	0,1821

Tabela 2. Número de Strouhal em função da rotação específica (α). Comparação entre os resultados numéricos do presente trabalho e dados da literatura.

α	St		
	Presente trabalho	Carvalho (2003)	Badr <i>et al.</i> (1989)
0	0,1904	0,2083	-
0,5	0,1866	0,2133	
1,0	0,1848	0,2166	0,2000
1,5	0,1825	0,2133	-

3.2. Simulações com Cilindro Oscilante

Pouco é conhecido sobre as mudanças que ocorrem na topologia da esteira padrão quando o corpo oscila com a frequência de oscilação da esteira. Utilizou-se no presente trabalho, o mesmo procedimento utilizado por He *et al.* (2000), como técnica de controle ativo e otimização do arrasto. Este procedimento consiste na aplicação de uma rotação sinusoidal forçada constituída de dois graus de liberdade, caracterizada por uma frequência f_e e por uma amplitude da velocidade angular ω_1 . O número de Strouhal forçado é definido como:

$$S_e = \frac{2Rf_e}{|U_\infty|}, \quad (5)$$

sendo R o raio do cilindro e f_e é a frequência forçada de oscilação do cilindro. A velocidade angular forçada, é dada pela expressão:

$$\omega(t) = \omega_1 \sin(2\pi S_e t). \quad (6)$$

onde t é o tempo físico de simulação.

3.2.1. Visualização do escoamento

No presente trabalho, foram simulados escoamentos para número de Reynolds igual a 1.000, para uma amplitude da velocidade angular de 5,5 (m/s) e para número de Strouhal forçado de 0,625. Foi utilizado um domínio retangular de 30d x 40d e uma malha de 450 x 600 pontos. A Figura 7 (a)-(c) apresenta, a visualização do escoamento obtida no presente trabalho, através de uma série temporal e o resultado obtido por He *et al.* (2000), Fig. 7d. A dupla fileira de vórtices apresentada parece consistente fisicamente, pelo menos do ponto de vista qualitativo. A camada limite se descola mais depressa, do que no caso de cilindro estacionário. Vórtices menores são formados com uma frequência mais elevada quando comparado com cilindro estacionário, como era esperado.

A esteira de vórtices obtida no presente trabalho está compatível com a obtida por He *et al.* (2000).

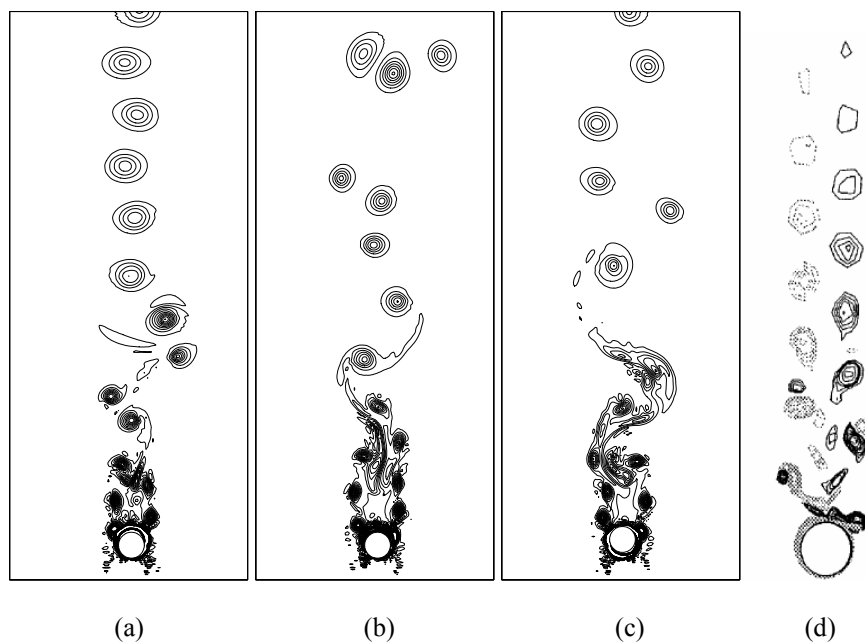


Figura 7. Campos de vorticidade, $Re = 1.000$; presente trabalho: 110s (a), 120s (b), 130s (c); He *et al.* (2000) (d)

4. Conclusões

Apresentou-se uma aplicação da metodologia de fronteira imersa (Peskin, 1977), para a simulação de escoamentos sobre geometrias móveis. Esta metodologia mostra-se bastante promissora na simulação de escoamentos sobre geometrias móveis, utilizando malhas cartesianas para a solução das equações de Navier-Stokes. Para cilindro oscilante os resultados numéricos conferem bem com os resultados experimentais. Estudos mais aprofundados estão sendo desenvolvidos.

5. Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo apoio financeiro e à Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

6. Referências

- Aldoss, T. K. e Abou-Arab, T. W., 1990, "Experimental Study of the Flow Around a Rotating Cylinder in Crossflow", *Experimental Thermal and Fluid Science*, 3, pp 316-322.
- Badr, H. M., Dennis, S. C. R. e Young, P. J. S., 1989, "Steady and Unsteady Flow Past a Rotating Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers", *Computers & Fluids*, Vol. 17, No. 4, pp 579-609.
- Carvalho, G. B., 2003, "Estudo Experimental do Escoamento em torno de Cilindros Circulares em Movimento de Rotação", Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, Ilha solteira – São Paulo, pp 1-77.
- Chew, Y. T., Luo, S. C. e Cheng, M., 1997, "Numerical study of a linear shear flow past a rotating cylinder", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 66, pp 107-125.
- He J. W., Glowinski R., Metcalfe R., Nordlander A. e Periaux J. (2000), "Active Control and Drag Optimization for Flow Past a Circular Cylinder I. Oscillatory cylinder Rotation¹", *Journal of Computational Physics*, 163, pp 83-117.
- Lima e Silva, A. L. F., 2002, "Desenvolvimento e Implementação de uma nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa com Modelo Físico Virtual", Tese de Doutorado.
- Lima e Silva, A. L. F., Silveira-Neto, A. e Damasceno, J. J. R., 2003, "Numerical Simulation of Two Dimensional Flows over a Circular Cylinder using the Immersed Boundary Method", *Journal of Computational Physics*, 189, pp 351-370
- Peskin, C. S., 1977, "Numerical Analysis of Blood Flow in the Heart", *Journal of Computational Physics*, 25, pp 220-252.
- Silva, 2004, "Simulação Numérica de Escoamentos em Transição sobre Cilindros Imersos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – Minas Gerais, pp 1 - 95.
- Ou, Y-R. e Burns, J., 1992, A. "Optimal Control of Lift/Drag Ratios on a Rotating Cylinder", *Appl. Math. Lett.*, 5, No. 3, pp 57-62.

**MATHEMATICAL MODEL AND NUMERICAL SIMULATION OF FLOWS OVER MOVING BODY,
USING THE IMMERSED BOUNDARY METHOD**

Alice Rosa da Silva
Federal University of Uberlândia - UFU, Av. João Naves de Ávila, 2160
arsilva@mecanica.ufu.br

Ana Lúcia Fernandes de Lima e Silva
Federal University of Uberlândia - UFU, Av. João Naves de Ávila, 2160
alfsilva@mecanica.ufu.br

Sérgio Said Mansur
Estadual University Paulista – UNESP
mansur@dem.feis.unesp.br

Aristeu da Silveira Neto
Federal University of Uberlândia - UFU, Av. João Naves de Ávila, 2160
aristeus@mecanica.ufu.br

Abstract. The Immersed Boundary Method, (Peskin, 1977) with the Physical Virtual Model, (Lima e Silva *et al.* 2003) were used to study two-dimensional, incompressible flows over rotating and oscillating cylinders. The methodology is based on the Navier-Stokes equations, over which a force field is imposed. This force field model the body immersed in the fluid. The simulations were performed for rotating and oscillating cylinders using a cartesian grid. The numerical results presented good agreement with experimental results (Carvalho, 2003).

Keywords: Scheme of the time discretization, immersed boundary method, cylinder