

MODELO NUMÉRICO PARA PERFIS FINOS EM ESCOAMENTO COMPRESSÍVEL NÃO PERMANENTE

Fabiano Hernandes

Empresa Brasileira de Aeronáutica
12227-901 São José dos Campos - SP
fabiano.hernandes@embraer.com.br

Paulo Afonso de Oliveira Soviero

Instituto Tecnológico de Aeronáutica
12228-900 São José dos Campos - SP
soviero@ita.br

Resumo. *Apresenta-se um modelo numérico para solução não permanente dos coeficientes aerodinâmicos de um perfil fino em regime compressível, para escoamento subsônico e supersônico. A modelagem numérica é feita através da discretização de uma placa plana em segmentos uniformes e a singularidade utilizada é vórtice em regime compressível. São resultados do modelo proposto os coeficientes de sustentação e do salto de pressão sobre a corda ao longo do tempo. São apresentadas as soluções dos movimentos de translação vertical (resposta indicial) e rajada de canto vivo. As soluções são validadas por soluções disponíveis na literatura.*

Palavras chave: Vórtice, Não Permanente, Método das Singularidades, Vortex Lattice Method, Método de Rede Turbilhonar Generalizado.

1. Introdução

Ao longo da década passada o Método de Rede Turbilhonar Generalizado (*Generalized Vortex Lattice Method*) foi desenvolvido para o caso não estacionário, inicialmente no regime subsônico (Soviero, 1993) e posteriormente nos regimes supersônico (Soviero e Ribeiro, 1995) e transônico (Soviero e Pinto, 2001). Em todos os casos anteriores o movimento do perfil, tanto em translação lateral como em movimento angular de arfagem, é restrito ao movimento harmônico e, deste modo, o cálculo é efetuado no domínio da frequência e não do tempo.

Se o objeto de estudo for a previsão de cargas aerodinâmicas devidas a movimentos arbitrários a única maneira prática de obtê-las é, segundo Bisplinghoff *et al.* (1955), através da superposição de integrais de Fourier dos resultados obtidos para movimentos harmônicos. No entanto, tal metodologia não é adequada para movimentos bruscos os quais podem ocorrer durante manobras de aviões de alto desempenho, rajadas ou deflexões rápidas de superfícies de comando, tais como os ailerons, pois nestes casos o número de termos da série a serem empregados pode se tornar proibitivamente elevados em função da lenta convergência da resposta ao movimento estudada.

No regime incompressível são clássicos os estudos de Wagner e Küssner que obtiveram a evolução com o tempo da sustentação em perfis finos para a variação instantânea do ângulo de ataque e da penetração do perfil em uma rajada de canto vivo; ambas, de fato, respostas indiciais. No regime compressível tanto subsônico quanto supersônico uma série de respostas indiciais são apresentadas por Bisplinghoff *et al.* (1955) em função do número de Mach para perfis finos. No entanto a obtenção analítica destas respostas indiciais é longa e tediosa sugerindo a busca por soluções numéricas suficientemente rápidas e gerais.

Deste modo o estudo e a confecção de um método numérico que permita a obtenção de forças e momentos de origem aerodinâmica para um perfil em movimento arbitrário torna-se atraente, sobretudo em função dos novos tipos de aviões atualmente em projeto ou construção no país, pois ao se procurar a eficiência aerodinâmica as estruturas são cada vez mais leves e portanto mais suscetíveis de, ao serem perturbadas, entrarem em movimento os quais nem sempre são corretamente modelados por movimentos harmônicos, ou mesmo periódicos. Uma outra aplicação da formulação indicial é o cálculo de distribuições de pressão em rotores de helicópteros (Beddoes, 1984). Um modelo numérico para movimentos arbitrários, baseado no potencial de aceleração, foi desenvolvido por Long e Watts (1987). Um modelo para escoamento bidimensional incompressível para movimentos quaisquer foi desenvolvido por Soviero e Lavagna (1997).

Modelagem semelhante a aqui apresentada, porém limitada ao regime supersônico, foi desenvolvido por Hernandes e Soviero (2002). Esta modelagem era restrita a equação da onda e apresentava oscilações nos resultados do coeficiente de pressão. O modelo aqui apresentado é uma evolução do modelo apresentado por Hernandes e Soviero (2002) onde agora é estudado a equação clássica da aerodinâmica não estacionária (equação do potencial de perturbação de velocidade linearizada) sendo resolvido o problema das oscilações e extendendo o modelo para escoamentos subsônico e supersônico. Esta equação tem como característica ser linear e permitir obter soluções para um movimento qualquer.

Uma vez conhecida a resposta indicial é possível obter soluções para um movimento qualquer a partir do princípio de superposição com o uso da integral de Duhamel (Bisplinghoff *et al.*, 1955). Outra aplicação da resposta indicial

consiste no cálculo de distribuições de pressão em rotores de helicópteros. Lomax *et al.* (1952) mostra como obter as derivadas de *flutter* e derivadas de estabilidade, a partir da resposta indicial.

A modelagem numérica é feita através da discretização de uma placa plana em segmentos uniformes e a singularidade utilizada é vórtice em regime compressível. São resultados do modelo proposto os coeficientes de sustentação e de momento de arfagem, bem como a distribuição de pressão sobre a corda ao longo do tempo. São apresentadas as soluções dos movimentos de translação vertical (resposta indicial) e rajada de canto vivo. As soluções são validadas por soluções disponíveis na literatura. As referências utilizadas para validar o modelo foram: a resposta indicial foi Lomax *et al.* (1952) e o problema da rajada de canto vivo foram Lomax (1954), Heaslet e Lomax (1947), e Bisplinghoff *et al.* (1955).

2. Modelo Matemático

O modelo proposto tem validade para movimentos quaisquer, porém são aqui estudados duas soluções conhecidas e disponíveis na literatura. Seja um perfil fino, com ângulo de incidência α nulo, imerso num meio com velocidade U , que subitamente tem seu ângulo de incidência mudado para $\alpha \neq 0$. O problema apresentado é resolvido mediante solução da resposta indicial do movimento. A Fig. 1 ilustra o problema da resposta indicial. O mesmo perfil com ângulo de incidência α nulo, imerso num meio com velocidade U , que subitamente é exposto a uma turbulência atmosférica com uma distribuição uniforme de velocidade normal ascendente de intensidade λU (onde λ é uma constante) que caminha contra o perfil com a velocidade do escoamento, U . A solução deste problema remete a resposta do perfil a uma rajada de canto vivo. A Fig. 2 ilustra o problema da rajada.

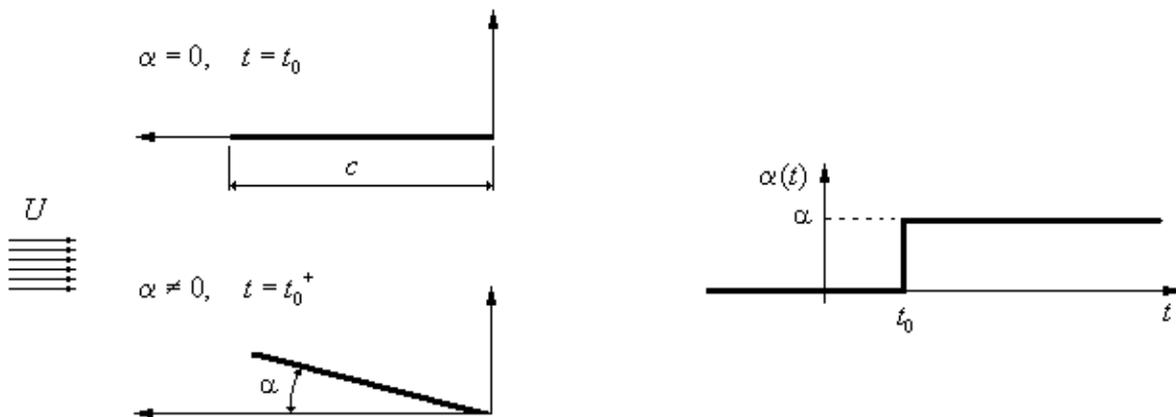


Figura 1. Perfil fino com mudança brusca no ângulo de ataque (resposta indicial).

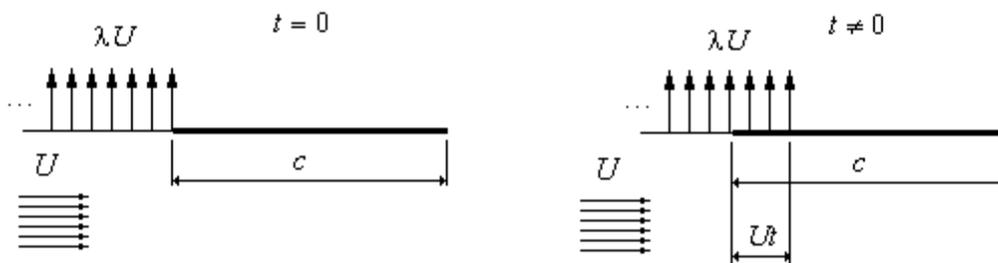


Figura 2. Perfil fino sujeito a uma rajada de canto vivo de intensidade λU .

São hipóteses o fluido não viscoso, portanto as forças atuam normais a superfície (não existindo forças tangenciais); o escoamento ser irrotacional ($\nabla \times \vec{V} = 0$); e admite-se o conceito de pequenas perturbações ($u', v', w' \ll U$). O estudo então é restrito a equação do potencial de velocidades para regime não permanente:

$$\phi_{tt} + 2U\phi_{xt} + U^2\phi_{xx} = a^2\nabla^2\phi \quad (1)$$

O salto de pressão sobre a corda ($c_{p_{extradorso}} - c_{p_{intradorso}}$) se escreve:

$$\Delta c_p = -\frac{2}{U^2}(\Delta\phi_t + U\Delta\phi_x) \quad , \quad \begin{aligned} \Delta\phi_t &= \phi_{t_{extradorso}} - \phi_{t_{intradorso}} \\ \Delta\phi_x &= \phi_{x_{extradorso}} - \phi_{x_{intradorso}} \end{aligned} \quad (2)$$

Assim que modificado o ângulo de ataque do perfil para um ângulo não nulo é gerado sobre o perfil um salto de potencial de perturbação $\delta\phi$. No caso da rajada de canto vivo os saltos são gerados sobre a região já atingida pela rajada. Esses saltos de potencial no instante seguinte são substituídos por pares de vórtices de intensidade Γ e $-\Gamma$ (onde Γ é numericamente igual a $\delta\phi$). A Fig. 3 ilustra essa correspondência:

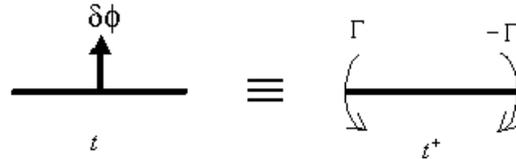


Figura 3. Correspondência entre o salto de perturbação e um par de vórtices contrarrotativos.

A intensidade do potencial de perturbação pode ser determinada considerando a solução para o movimento de um pistão, o qual é subitamente colocado em movimento impulsivo em um meio compressível (Bisplinghoff *et al.*, 1955). A pressão de perturbação desenvolvida sobre a placa é dada por:

$$\Delta p = 2\rho a U_n \quad (3)$$

onde U_n é a velocidade normal sobre o painel considerado. No instante inicial equivale a $U\alpha$ para resposta indicial e λU (λ é uma constante) para rajada de canto vivo. As variáveis α e λ são assumidas unitárias para facilidade de cálculo, sendo portanto os resultados apresentados em função destas. A parcela da pressão associada ao movimento impulsivo é obtida a partir da Eq. 3. E ainda, que a parcela da Eq. 2 relacionada ao movimento impulsiva é dada pela parcela do termo que contém $\Delta\phi_t$, resulta:

$$\begin{aligned} \Delta c_{p_{impulsivo}} &= \frac{2\rho a U_n}{\frac{1}{2}\rho U^2} = \frac{4U_n}{MU} \\ \Delta c_{p_{impulsivo}} &= -\frac{2}{U^2} \Delta\phi_t = -\frac{2}{U^2} \frac{\delta\phi}{dt} \end{aligned}$$

Assim,

$$\delta\phi = 2aU_n dt \quad (4)$$

A velocidade U_n , após a condição inicial, é constituída da condição de contorno inicial somado às velocidades normais induzidas pelos vórtices emitidos nos instantes anteriores. Os vórtices que são introduzidos em substituição aos saltos de potencial são definidos em dois tipos: os vórtices ligados ao perfil e os vórtices livres (que deslocam-se com a velocidade do escoamento não perturbado). Os vórtices emitidos induzem velocidades normais ao perfil conforme Eq. 5 e Eq. 6. A notação “o” indica origem do vórtice (posição e tempo de emissão).

$$w_{ligado}(x', t, x'_0, t_0) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{\sqrt{(t-t_0)^2 - \frac{1}{a^2}(x'-x'_0)^2}}{[(x'-x'_0) - U(t-t_0)](t-t_0)} \quad (5)$$

$$w_{livre}(x', t, x'_0, t_0) = -\frac{\Gamma}{2\pi} \frac{\sqrt{(t-t_0)^2 - \frac{1}{a^2}(x'-x'_0)^2}}{(x'-x'_0)(t-t_0)} \quad (6)$$

3. Modelo Numérico

O modelo proposto se apóia em dois conceitos bem conhecidos da aerodinâmica teórica; o primeiro conceito é o da geração impulsiva de vórtices em um fluido perfeito e o segundo conceito é a relação que existe entre um par de vórtices contrarotativos e o salto de potencial de velocidade que ocorre sobre a linha que os une.

O perfil é dividido em um número conveniente de n painéis. Os pontos de controle, onde são aplicados os saltos de potencial de velocidade $\delta\phi$, são posicionados no centro de cada painel, e identificados pelo índice j (o qual varia de 1 a n , $1 \leq j \leq n$). Os instantes de tempo são identificados pelo índice k , onde k vale 1 para o instante inicial $t_0 = 0$ até tempo final onde $k = N$ (ou seja, $1 \leq k \leq N$). A variável dt corresponde ao passo de tempo entre iterações.

A partir do movimento inicial do perfil é gerado sobre cada painel um movimento impulsivo, que gera um salto de potencial $\delta\phi$, dado pela Eq. 4. No instante seguinte, esses n potenciais de perturbação são substituídos por pares de vórtices contrarotativos.

A seqüência de eventos pode ser entendida na Fig. 4. O tempo $t = 0$ ($k = 1$) corresponde a condição inicial, onde aplica-se a teoria do pistão para a condição de contorno sobre o perfil de velocidade normal de intensidade U_n e posterior substituição dos saltos de potencial $\delta\phi$ por pares de vórtices contra-rotativos. Num passo de tempo posterior ($t = dt, k = 2$) observa-se que o vórtice do bordo de fuga é deixado deslocar-se com velocidade U (por imposição do modelo) e novos saltos de potencial são calculados, agora levando em consideração além da velocidade normal U_n as velocidades induzidas pelos vórtices gerados no instante $t = 0^+$. Para demais instantes (até o limite $k = N$) no cálculo das velocidades induzidas em cada painel devemos considerar todos os vórtices emitidos até o instante anterior ao instante considerado. Na junção dos painéis é feito um balanço entre os vórtices emitidos resultando num somatório nas extremidades esquerdas de cada painel.

A seqüência de eventos para escoamento supersônico é análoga ao subsônico diferindo apenas que não há emissão de vórtices criados impulsivamente pelo bordo de fuga, sendo todos os vórtices ligados ao perfil. Os vórtices contrarotativos originários dos saltos de potenciais de perturbação de velocidade para o escoamento supersônico são todos eles ligados ao perfil, pois a condição de Kutta não necessita ser respeitada neste regime. Para o escoamento subsônico o vórtice do bordo de fuga do perfil (de intensidade $-\Gamma_1^k$ localizado na extremidade direita do painel $j = 1$) é, por imposição do modelo, livre para criar automaticamente uma esteira e satisfazer o teorema de Kelvin.

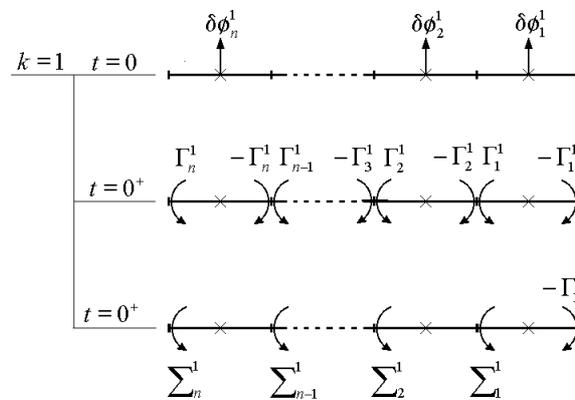


Figura 4a - seqüência de eventos – escoamento subsônico – k=1.

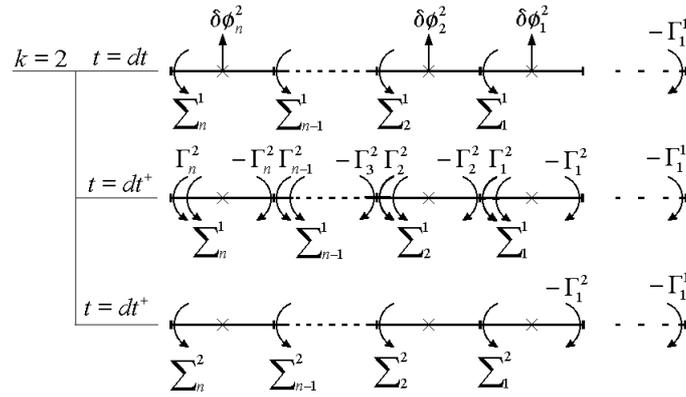


Figura 4b - seqüência de eventos – escoamento subsônico – k=2.

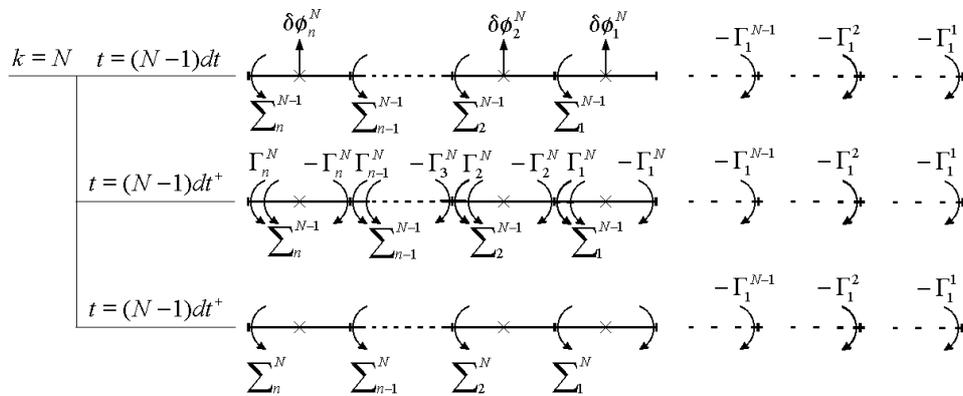


Figura 4c - seqüência de eventos – escoamento subsônico – k=N.

Inicialmente foi estudada uma modelagem explícita, onde os saltos de potencial de perturbação eram calculados como função direta da velocidade normal sobre o painel para o dado instante. E foi estabelecida a condição de contorno sobre o perfil, ou seja, exatamente sobre o ponto de controle de cada painel. Esse conceito se mostrou inadequado pois a convergência do método dependia diretamente do passo de tempo adotado. Mais exatamente, quando o ponto de controle de um dado painel sofria influência do vórtice gerado (no extremo esquerdo) por esse mesmo painel no instante anterior o resultado apresentava oscilações e divergência em alguns casos. Essa divergência era originária das oscilações presentes na curva do salto do coeficiente de pressão sobre o perfil. Essa mesma característica oscilatória foi observada por Hernandes e Soviero (2002) e Long e Watts (1987).

Devida estas limitações apresentadas optou-se por não utilizar modelagem explícita. Foi escolhida modelagem de forma a estabelecer as condições de contorno a meio caminho do instante considerado e o instante imediatamente posterior. Novamente, essa escolha baseia-se na analogia existente entre os regimes 2D não-permanente e 3D permanente (Sears, 1954), onde usualmente se define o ponto onde será aplicada a condição de contorno no centróide do painel.

Assim, a modelagem se torna implícita pois existe no ponto de controle considerado influência de seu próprio painel para o instante considerado e sua solução nos remete a solução de um sistema linear. Temos uma matriz $[A]$ de coeficientes tal que multiplicada pela matriz dos saltos de potenciais $[\delta\phi]^k$ para o instante k considerado resulta na matriz da condição de contorno $[W]^k$ (velocidade normal sobre os painéis).

$$[A][\delta\phi]^k = [W]^k \tag{7}$$

A matriz $[A]$ está associada a influência dos vórtices gerados num dado instante k e sua influência no próprio instante. Devemos ainda somar aos elementos da diagonal principal a parcela referente a impulsão do próprio painel, dada por $\frac{1}{2}adt$.

Para escoamento subsônico a matriz das velocidades $[W]^k$ é função da velocidade normal ao perfil devido ao movimento ($U\alpha$) somado as velocidades induzidas pelos vórtices emitidos nos instantes anteriores ao considerado. Para o correto funcionamento do método no regime supersônico é essencial considerar o elemento fundamental do método – a singularidade vórtice. No regime subsônico é possível calcular a velocidade induzida pelo vórtice em qualquer ponto da área afetada por ele. Já para o regime supersônico o ponto de origem do vórtice é singular não sendo possível calcular a velocidade induzida neste ponto. Deste modo é necessário definir a contribuição da singularidade para o campo de velocidade. Esse conceito é explorado por Miranda *et al.* (1977). A parcela relativa à velocidade induzida devido à singularidade é definida a partir da velocidade induzida no regime permanente. As Eq. 8 e Eq. 9 mostram os sistemas resultantes para os regimes subsônico e supersônico, respectivamente.

$$\begin{bmatrix} a_{11} + \frac{1}{2adt} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} + \frac{1}{2adt} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} + \frac{1}{2adt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\phi_1^k \\ \delta\phi_2^k \\ \dots \\ \delta\phi_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_n + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^n w_1^{ji} \\ U_n + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^n w_2^{ji} \\ \dots \\ U_n + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^n w_n^{ji} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} + \frac{1}{2adt} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} + \frac{1}{2adt} & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} + \frac{1}{2adt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\phi_1^k \\ \delta\phi_2^k \\ \dots \\ \delta\phi_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_n + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^n w_1^{ji} + \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^{k-1} (\delta\phi_1^i - \delta\phi_2^i) \\ U_n + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^n w_{n-1}^{ji} + \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^{k-1} (\delta\phi_{n-1}^i - \delta\phi_n^i) \\ \dots \\ U_n + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=1}^n w_n^{ji} + \frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \delta\phi_n^i \end{bmatrix} \quad (9)$$

A partir da solução do sistema (matriz $[\delta\phi]^k$) podemos calcular os coeficientes aerodinâmicos. As parcelas permanente (ou circulatória) e não-permanente (ou impulsiva) do salto do coeficiente de pressão sobre o perfil são dadas pelas equações:

$$\left(\Delta c_{p_{\alpha p}}\right)_j^k = -\frac{2}{U\alpha dx} \sum_{i=1}^n \Delta\delta\phi_j^i \quad (10)$$

$$\left(\Delta c_{p_{\alpha n}}\right)_j^k = -\frac{2}{U^2\alpha} \frac{\delta\phi_j^k}{dt} \quad (11)$$

onde,

$$\Delta\delta\phi_j^i = \Gamma_j^i = \begin{cases} \delta\phi_j^i - \delta\phi_{j+1}^i & , 1 \leq j < n \\ \delta\phi_j^i & , j = n \end{cases} \quad (12)$$

O coeficiente do salto de pressão sobre o perfil então resulta:

$$\left(\Delta c_{p_{\alpha}}\right)_j^k = -\frac{2}{U\alpha dx} \left(dx \frac{\delta\phi_j^k}{dt} + \sum_{i=1}^n \Delta\delta\phi_j^i \right) \quad (13)$$

E o coeficiente de sustentação para um dado instante k é dado por:

$$\left(C_{L\alpha}\right)^k = -dx \sum_{j=1}^n \left(\Delta c_{p_{\alpha}}\right)_j^k \quad (14)$$

4. Comparação com solução analítica

São apresentados os coeficientes aerodinâmicos calculados numericamente, para ambos regimes subsônico e supersônico, para as soluções da resposta indicial e da rajada de canto vivo unitária ($\lambda = 1$). Os resultados calculados são comparados com soluções disponíveis na literatura; os resultados da resposta indicial são comparados com Lomax *et al.* (1952) e os obtidos para a rajada de canto vivo unitária são comparados com Lomax (1954), Heaslet e Lomax (1947), e Bisplinghoff *et al.* (1955)

Verifica-se que os resultados obtidos concordam muito bem com as referências. Os maiores desvios ocorrem nas mudanças bruscas de pressão, sobretudo no regime supersônico que apresenta regiões bem definidas na curva teórica da distribuição de pressão – Fig. 5 e Fig. 7. Essas regiões notáveis nas curvas de distribuição de pressão são evidentes nas figuras que mostram a variação da pressão com o tempo (em cordas percorridas) sobre o perfil (Fig. 9, referente a resposta indicial e Fig. 10 referente a rajada de canto vivo unitária); ainda, essas figuras mostram de maneira clara onde o movimento se torna permanente (ou tender a permanente, no caso subsônico).

Uma pequena oscilação se verifica na distribuição de pressão para o regime subsônico para rajada – ver Fig. 7 – essa oscilação ocorre devido a localização da rajada sobre o perfil. O ponto da descontinuidade está exatamente onde a rajada já atingiu sobre o perfil (na Fig. 7 na curva referente a 0,32 cordas percorridas a oscilação está sobre 32% da corda).

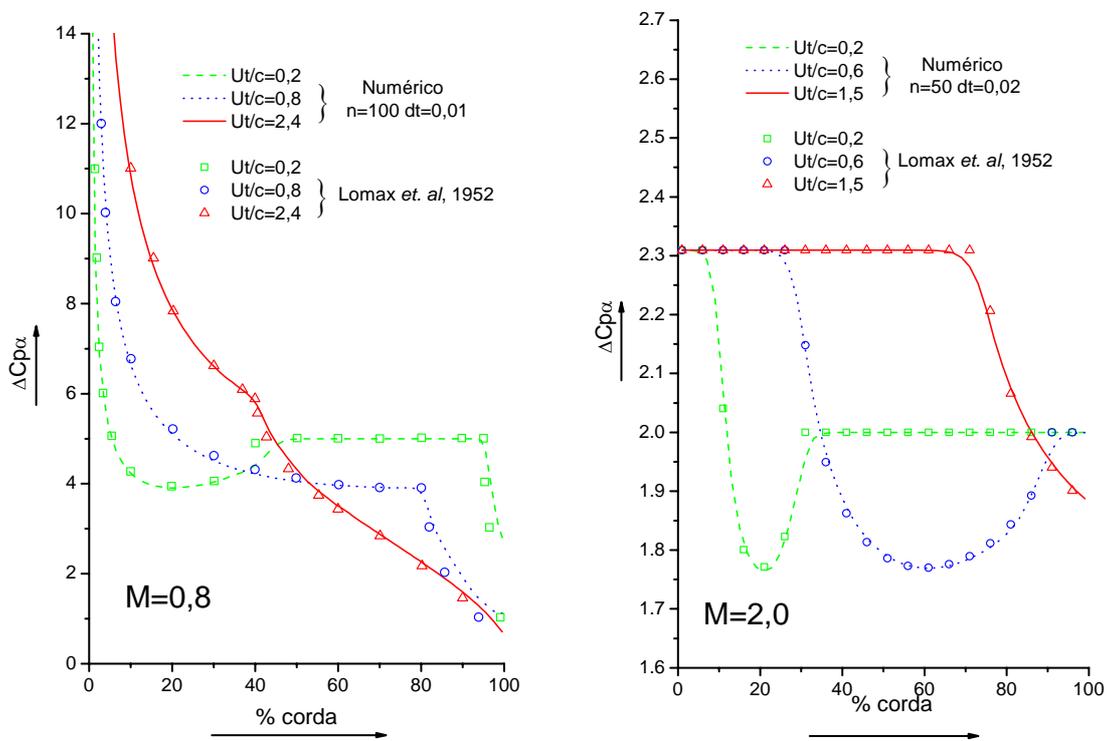


Figura 5. Resposta Indicial - distribuição do coeficiente do salto de pressão sobre o perfil nos regimes subsônico e supersônico

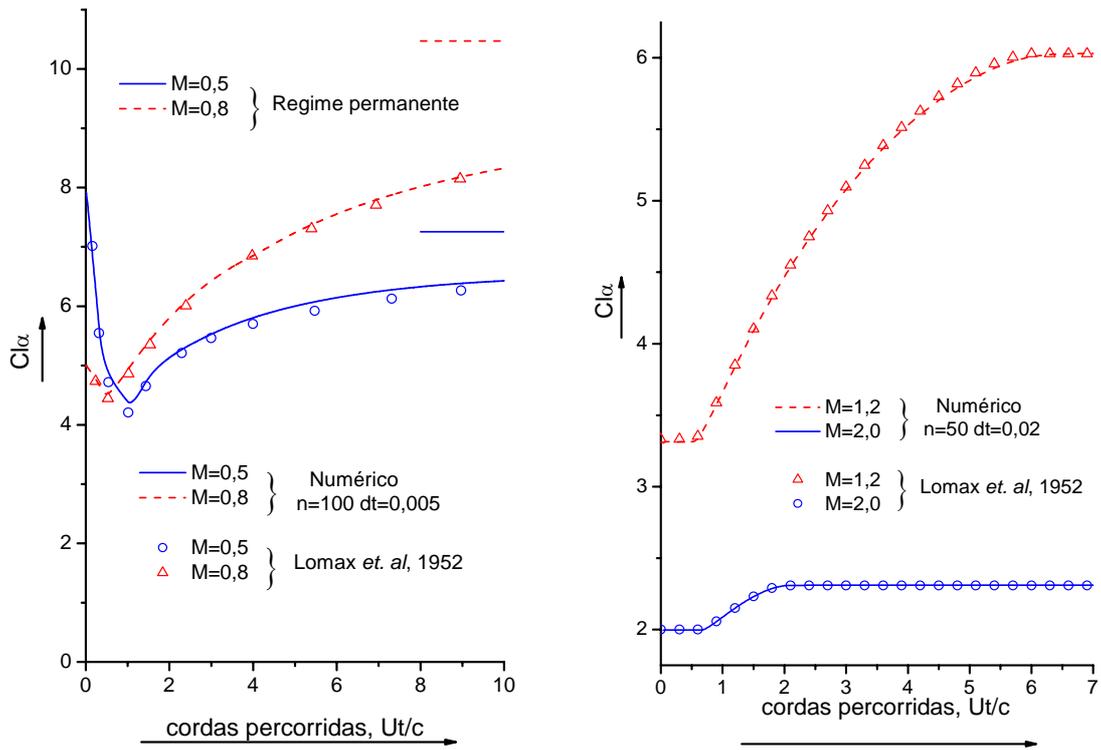


Figura 6. Resposta Indicial – coeficiente de sustentação para os regimes subsônico e supersônico

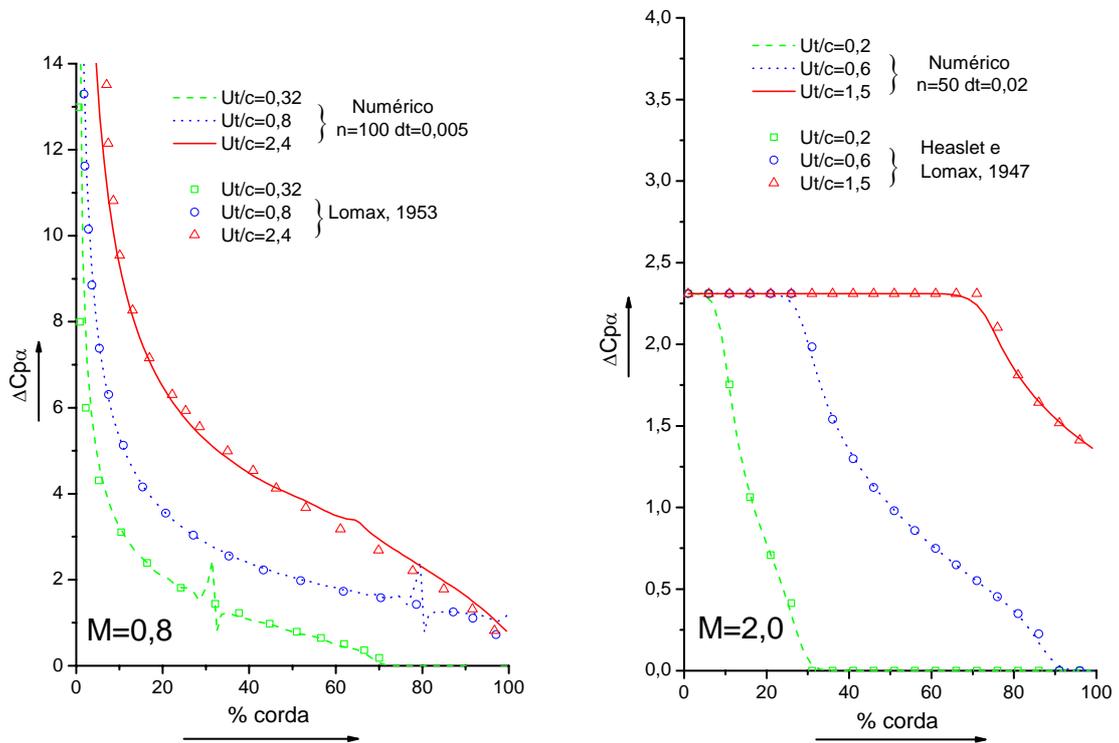


Figura 7. Rajada de canto vivo unitária - distribuição do coeficiente do salto de pressão sobre o perfil nos regimes subsônico e supersônico

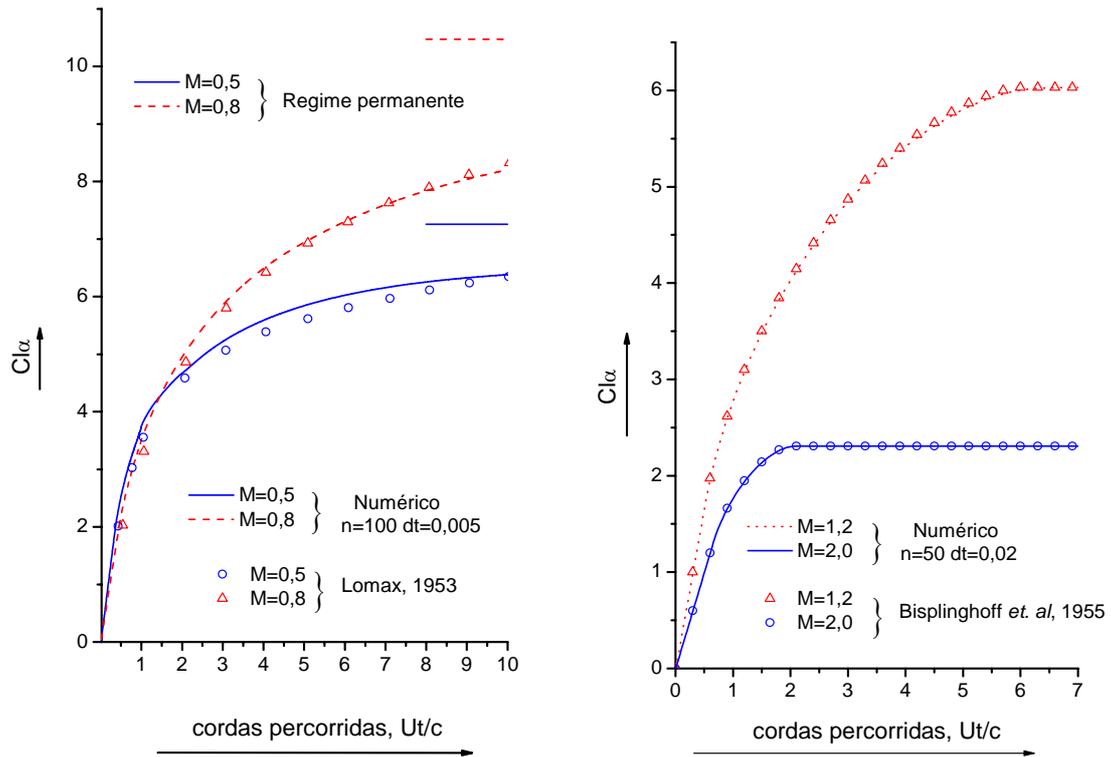


Figura 8. Rajada de canto vivo unitária – coeficiente de sustentação para os regimes subsônico e supersônico

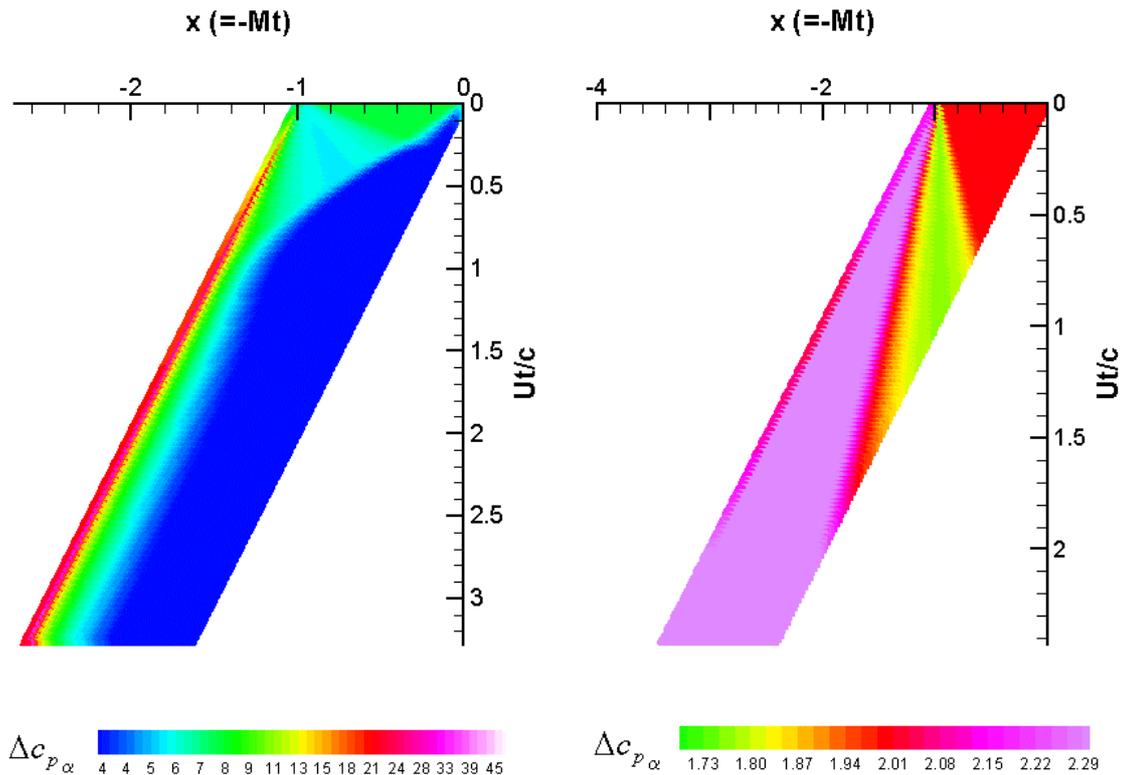


Figura 9. Resposta Indicial – coeficiente do salto de pressão local sobre o perfil. Esquerda: $M=0,5$ $n=50$ $dt=0,01$. Direita: $M=2,0$ $n=50$ $dt=0,02$

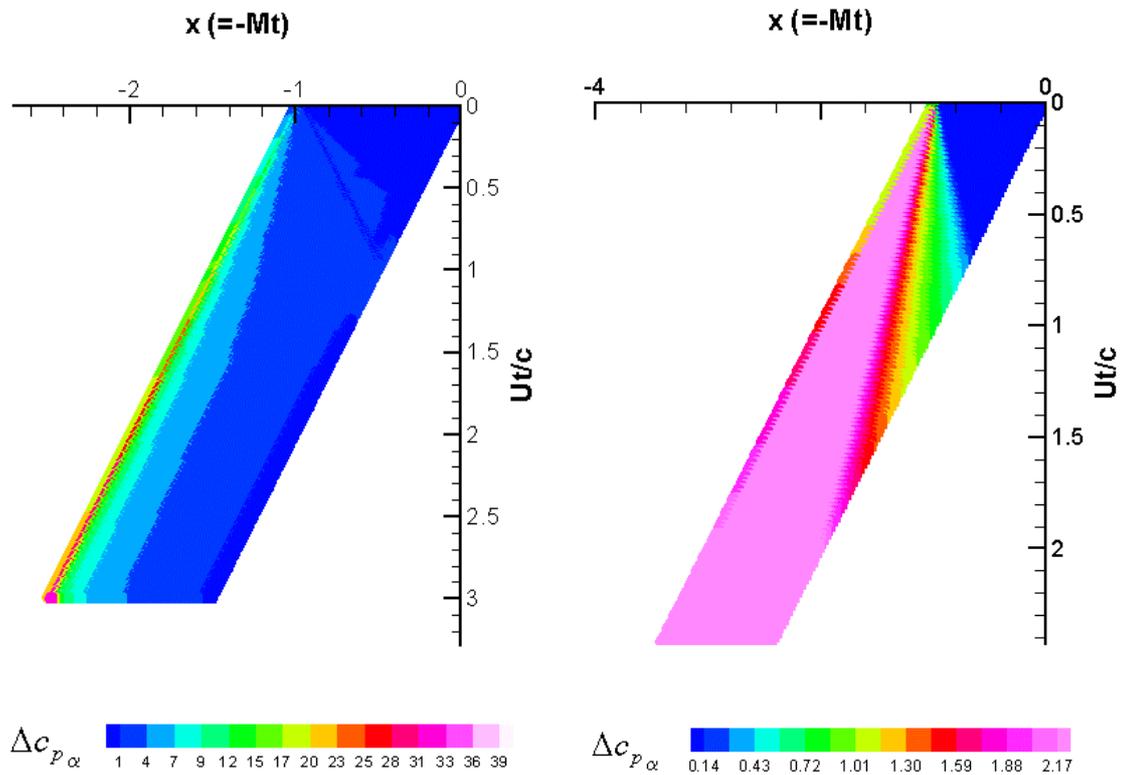


Figura 10. Rajada de canto vivo unitária – coeficiente do salto de pressão local sobre o perfil. Esquerda: $M=0,5$ $n=50$ $dt=0,01$. Direita: $M=2,0$ $n=50$ $dt=0,02$

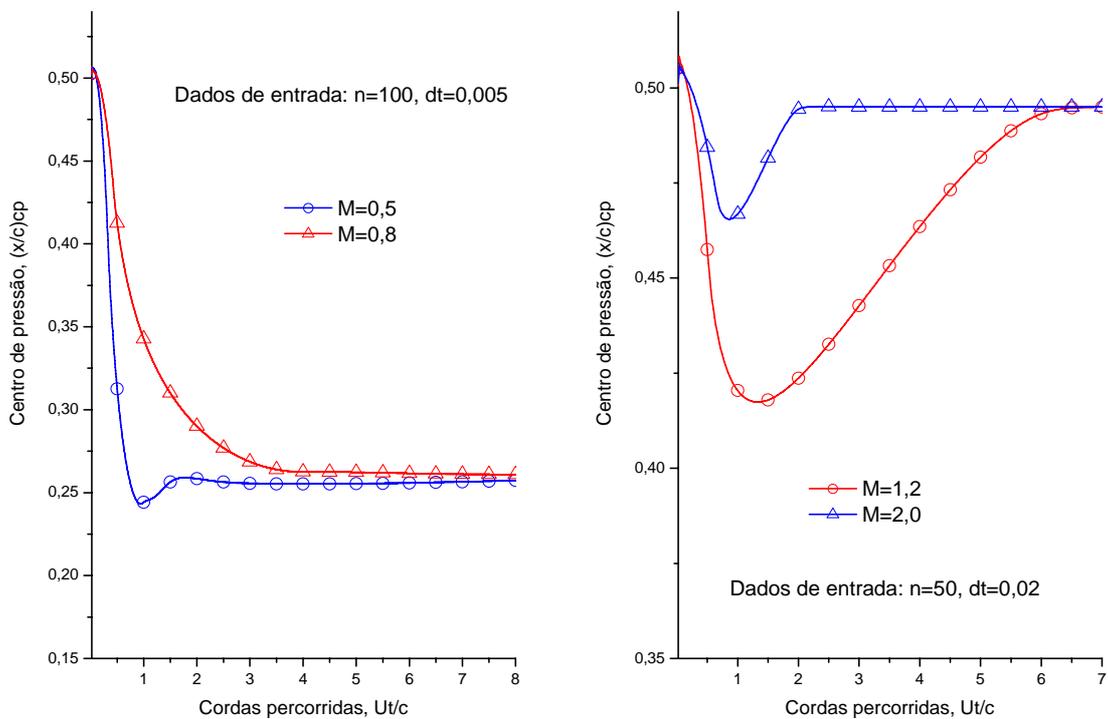


Figura 11. Resposta Indicial - Evolução do centro de pressão do perfil – regimes subsônico e supersônico.

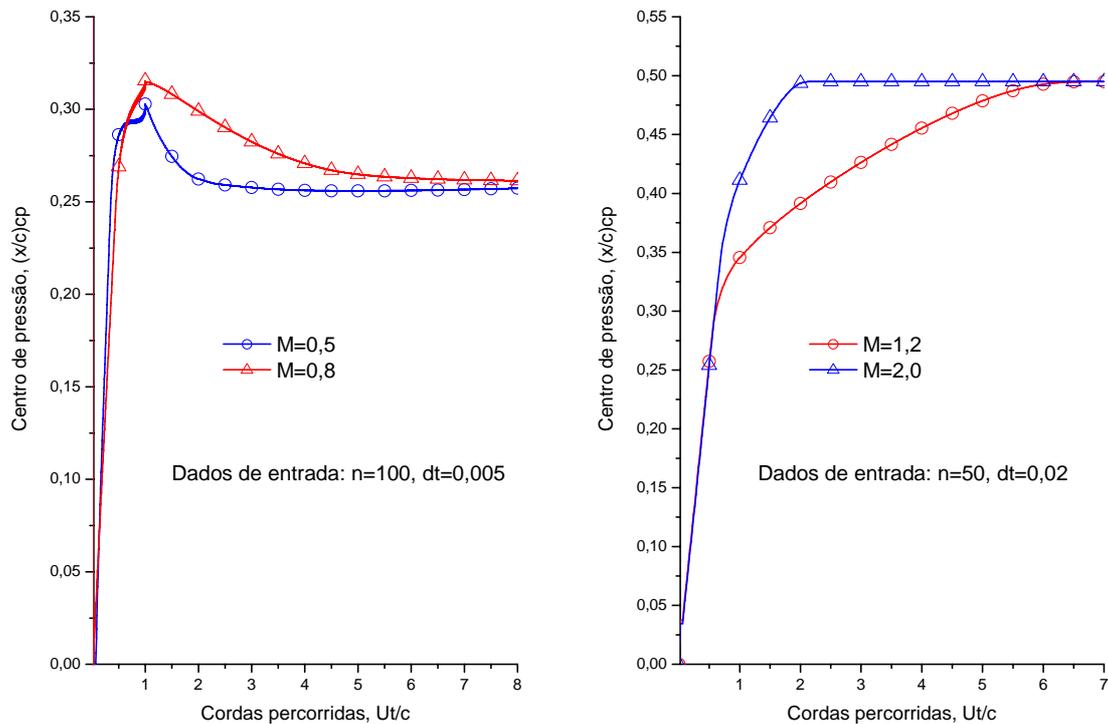


Figura 12. Rajada de canto vivo unitária - Evolução do centro de pressão do perfil – regimes subsônico e supersônico.

5. Conclusões

O presente trabalho descreve um método numérico para solução de movimento qualquer de um perfil fino em escoamento compressível linearizado. O método apresenta uma maneira rápida e prática para obtenção da resposta ao movimento desejado para os regimes subsônico e supersônico. Assim, o método aqui proposto se aplica muito bem para projetos preliminares de aeronaves visto sua precisão, simplicidade e rapidez de resultados.

É importante destacar conclusões referentes à modelagem. Foi constatado ser necessário situar o ponto de aplicação das condições de contorno entre instantes de tempo subsequentes, isto é, numa analogia do movimento estudado com sistema permanente para superfícies este ponto estaria no centro do painel. Essa abordagem, que implica num sistema matricial implícito mostrou-se livre de oscilações. Outro destaque é a necessidade de, no regime supersônico adicionarmos a parcela da velocidade induzida referente à singularidade vórtice.

Estudos iniciais foram feitos com uma abordagem puramente acústica (onde todos os vórtices emitidos são livres, ou seja, num plano espaço tempo existem somente ferraduras de vórtices normais ao eixo do movimento). Essa abordagem resultou em oscilações nas curvas do salto do coeficiente de pressão (Hernandes e Soviero, 2002). Assim, optou-se por usar vórtices ligados ao perfil (ou ferraduras inclinadas no plano espaço tempo); exceto o vórtice do bordo de fuga que é feito livre. Essa modelagem, apesar de mais complexa, devido à necessidade do cálculo das parcelas circulatórias, se mostrou mais adequada visto não apresentar as oscilações observadas na abordagem acústica citada acima.

O método apresenta estreita relação com os resultados disponíveis na literatura (Lomax et. al, 1952, para resposta indicial e Lomax, 1954, Heaslet e Lomax, 1947, e Bisplinghoff *et al.*, 1955, para cálculo da rajada de canto vivo). Destacando os resultados para escoamento supersônico onde para um número significativo de painéis o erro é imperceptível.

6. Agradecimentos

Este trabalho teve o apoio parcial do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Brasília, DF, através Bolsa de Produtividade em Pesquisa (Processo No. 302352/2002-3).

7. Referências

- Beddoes, T. S., 1984, "Practical Computation of Unsteady Lift", Vertica, Vol. 8, pp. 55-71.
 Bisplinghoff, R. L., Ashley, H., and Halfman, R. L., 1955, Aeroelasticity, Addison-Wesley, Reading, MA, p. 294.
 Hernandes, F.; and Soviero, P.A.O., 2002 "Modelo Numérico para Perfis Finos em Escoamento Supersônico Não Permanente", IX Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas. Caxambu, Brasil, 7p.

- Lomax, H., and Heaslet, M. A., 1947, "Two-Dimensional Unsteady Lift Problems in Supersonic Flight", NACA Report 945.
- Lomax, H., Heaslet, M. A., Fuller, F. B., and Sluder, L., 1952, "Two- and Three-Dimensional Unsteady Lift Problems in High-Speed Flight", NACA Report 1077.
- Lomax, 1954, "Lift Developed on Unrestrained Rectangular Wings Entering Gusts at Subsonic and Supersonic Speeds", NACA Report 1162.
- Long, L. N., and Watts, G. A., 1987, "Arbitrary Motion Aerodynamics using an Aeroacoustic Approach", AIAA Journal, vol. 25, No.11, pp. 1442-1448.
- Miranda, L. R., Elliot, R. D., Baker, W. M., 1977, "A Generalized Vortex Lattice Method for Subsonic and Supersonic Flow Applications", NASA Contractor Report 2865.
- Sears, W. R., 1954, Edited, "General Theory of High Speed Aerodynamics", Volume VI – "High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion", Princeton, New Jersey, Princeton University Press.
- Soviero, P. A. O., 1993 "Generalized Vortex Lattice Method for Oscillating Thin Airfoil in Subsonic Flow", AIAA Journal, Vol. 31, No. 12, pp. 2380-2382.
- Soviero, P. A. O., and Ribeiro, M. V., 1995 "Panel Method Formulation for Oscillating Airfoils in Supersonic Flow", AIAA Journal, Vol. 33, No. 9, pp. 1659-1666.
- Soviero, P. A. O., and Lavagna, L. G. M., 1997, A Numerical Model for Airfoils in Unsteady Motion, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. XIX, No. 3, pp. 332-340.
- Soviero, P. A. O., and Pinto, F. H. L., 2001, "Panel Method Formulation for Oscillating Airfoils in Sonic Flow", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. 23, No. 4, pp. 401-409.

A NUMERICAL MODEL FOR THIN AIRFOILS IN UNSTEADY COMPRESSIBLE MOTION

Fabiano Hernandes

Empresa Brasileira de Aeronáutica
12227-901 São José dos Campos - SP
fabiano.hernandes@embraer.com.br

Paulo Afonso de Oliveira Soviero

Instituto Tecnológico de Aeronáutica
12228-901 São José dos Campos - SP
soviero@ita.br

Abstract. *The work presents a numerical method based to the vortex methodology. It is a numerical model for unsteady solution of the aerodynamics coefficients of a thin profile in subsonic and supersonic compressible flows. The numeric modeling is performed through the profile discretization in uniform segments and the used singularity is a vortex in compressible flow. Results for the proposed model are presented as lift, pitching moment and pressure coefficient along the profile chord for some instants of time. Indicial (unit step function) and unit sharp-edged gust responses are numerically obtained for the profile. The method is also compared with solutions available in the literature.*

Keywords: *Vortex Lattice Method, compressible flow, unsteady flow, thin airfoil, panel method; indicial.*