

ESTUDO DO PROCESSO DE MUDANÇA DE FASE EM UMA CAVIDADE ANULAR

V. L. Scalon - scalon@bauru.unesp.br

A. Padilha - padilha@bauru.unesp.br

Depto de Engenharia Mecânica, FE/UNESP-BAURU

Av Luis E.C. Coube, s/n, C.P.473, CEP 17033-360, Bauru (SP)

K. A. R. Ismail - kamal@fem.unicamp.br

Departamento de Engenharia Térmica e de Fluidos

Faculdade de Engenharia Mecânica/UNICAMP

Resumo: *Este trabalho apresenta uma simulação numérica que se utiliza do método dos elementos finitos para a solução do processo de fusão de um material de mudança de fase (MMF) em uma geometria plana anular, típica de armazenadores térmicos. Foram incluídas nesta simulação os efeitos provocados pelo desenvolvimento da convecção natural no meio líquido. Alguns resultados são apresentados, analisados e discutidos, focando principalmente a vantagem da utilização de geometrias excêntricas.*

Palavras Chave: *Mudança de Fase, Fusão, Armazenamento Térmico.*

1. Introdução

O armazenamento de energia e, em particular, os sistemas de armazenamento de energia (TES ou *Thermal Energy Storage*), vem sendo uma preocupação crescente da vida moderna devido, principalmente, ao significativo aumento de custo da energia disponível. A idéia básica dos sistemas de armazenamento térmico consiste em gerenciar a disponibilidade de energia, armazenando-a no período de baixa demanda e alta oferta, para utilizá-la nos períodos onde a disponibilidade não atende à necessidade. Dentre os casos mais comuns que se utilizam de esquemas de armazenamento energético, destaca-se o caso da energia solar onde existe uma grande disponibilidade durante o dia e nenhuma à noite. Basicamente, existem três métodos de armazenamento térmico: termoquímico, por calor sensível e por calor latente, sendo os dois últimos os mais utilizados.

Existe um grande número de trabalhos desenvolvidos e disponíveis na literatura sobre o tema armazenamento térmico. Alguns trabalhos importantes sobre este tema, assim como uma discussão sobre os modelos numéricos mais utilizados e os desenvolvimentos mais recentes da aplicação de elementos finitos em problemas deste tipo, pode ser encontrado em Scalon (1998). Nesta linha, apresenta-se também o trabalho de Mackerle (1999), com uma revisão de uma série

de publicações que se utilizam dos métodos dos elementos finitos e dos elementos de contorno para o tratamento de problemas de mudança de fase. Esta revisão engloba um total de 177 trabalhos publicados entre 1996 e 1999.

Além da revisão apresentada, este estudo procura destacar alguns trabalhos mais recentes e, principalmente, aqueles que analisam geometrias anulares. Um exemplo deste trabalho é o desenvolvido por Gong & Mujumdar (1997), onde são apresentados os ciclos de carga e descarga de um armazenador do tipo casco-tubo. Esta análise desconsidera possíveis efeitos causados pela convecção na geometria anular, mas mesmo assim, fornecem parâmetros que auxiliam no projeto de dispositivos deste tipo.

Considerando os esquemas utilizados para a solução de problemas de mudança de fase com convecção natural, Gong et al. (1999) apresentaram um trabalho no qual é analisado o processo em uma cavidade retangular com paredes isotérmicas. Esta formulação se utiliza de funções do tipo Petrov-Galerkin para melhorar a aproximação dos termos convectivos e, ainda, uma formulação do tipo entalpia-porosidade para a simulação numérica do processo de mudança de fase. O procedimento geral resultou em soluções com boa precisão e custo computacional relativamente baixo. Outra importante contribuição á solução numérica dos problemas de mudança de fase é apresentada por Fachinotti et al. (1999). Neste trabalho, é apresentado um novo modelo de malha fixa que calcula, com exatidão, o processo de mudança de fase. Uma solução utilizando-se de elementos finitos triangulares é apresentada para mostrar o sucesso da metodologia.

Buscando novas geometrias para armazenadores térmicos, Banaszek et al. (1999), propõem um dispositivo com um trocador de calor espiral. Num primeiro caso, é analisado o comportamento transiente do meio de mudança de fase submetido a uma transformação sólido-líquido não isotérmica. O aquecimento ou resfriamento, neste caso, é realizado pelo fluido de trabalho escoando ao longo do canal espiral. No segundo caso, são analisadas as características térmicas de um dispositivo com uma geometria da espiral de Arquimedes, utilizando-se parafina como material de mudança de fase(MMF). Neste trabalho foram, ainda, avaliados experimentalmente tanto a dinâmica de carga como descarga dos armazenadores e estimados uma série de parâmetros, como a quantidade de energia armazenada, o tempo de carga e descarga dos armazenadores e a taxa total de armazenamento.

Utilizando as propostas dos trabalhos citados anteriormente, foi desenvolvido neste trabalho um modelo para a solução do problema de fusão em uma cavidade anular, geometria comum em armazenadores térmicos. A formulação do problema constou das hipóteses necessárias para a solução do problema e, principalmente, pela determinação das condições de contorno. Foi solucionada uma geometria plana, similar à mostrada na Fig. 1a, onde se utilizou apenas metade do domínio do problema, ou seja, com uma condição de contorno de simetria na linha vertical. Assim, as condições de contorno da dinâmica de carga do armazenador podem ser expressas matematicamente através da condições:

$$\begin{aligned}
 x = 0 &\implies \frac{\partial T}{\partial x} = 0 && \text{(condição de simetria)} \\
 r = r_{\text{int}} &\implies T = T_h \text{ sendo que } T_h > T_{\text{fusão}} && \text{(temperatura interna)} \\
 r = r_{\text{ext}} &\implies \frac{\partial T}{\partial r} = 0 && \text{(isolamento térmico)}
 \end{aligned}$$

e sujeita a uma condição inicial, ou seja, que todo o material se encontra a uma dada temperatura (inferior a temperatura de fusão do material), exceto os pontos da superfície interna do anel, que

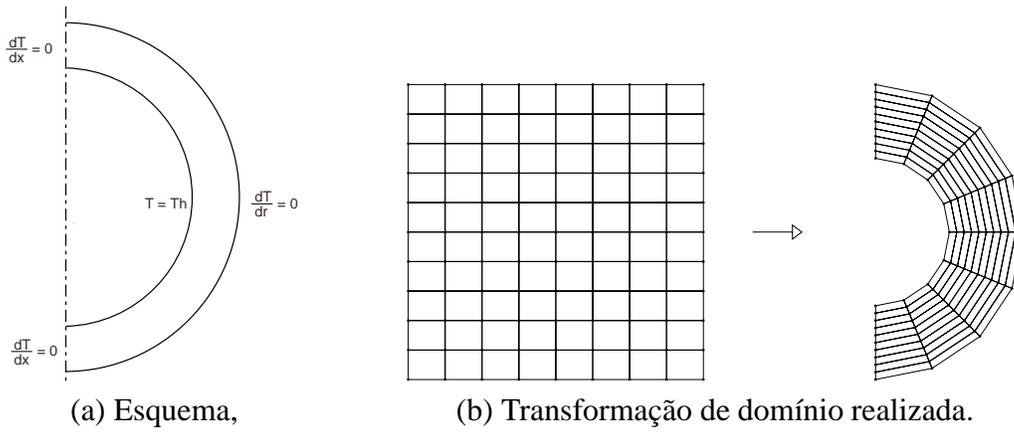


Figura 1: Esquema e malha do problema proposto

estão a uma maior temperatura. Esta situação é expressa por:

$$t = 0 \begin{cases} r = r_{\text{int}} & T = T_h \\ r_{\text{int}} < r \leq r_{\text{ext}} & T = T_i \text{ sendo que } T_i < T_{\text{fusão}} \end{cases}$$

2. Formulação do problema

Os problemas envolvendo processos de mudança de fase e convecção natural em cavidades cilíndricas envolvem, normalmente, complexas técnicas numéricas para a sua solução. Por um lado, a geometria pode ser facilmente expressa através de uma malha ortogonal em coordenadas cilíndricas, por outro a direção da gravidade aparece como sendo um complicador, já que esta precisaria ser expressa através de seus componentes na direção r e θ em cada ponto. No entanto, quando se trabalha com técnicas que não requerem malhas ortogonais, como no caso de elementos finitos, a formulação do problema é bastante simplificada, já que não há a necessidade de decomposição da aceleração da gravidade. Neste caso, precisa-se apenas de uma técnica de geração de malha para expressar a geometria do problema. Para a solução proposta neste trabalho foi utilizada uma técnica de mapeamento, denominada por *transfinite mappings*, onde a malha é gerada a partir de pontos do contorno do domínio. A Fig. 1b apresenta um exemplo da malha original e da malha transformada para este caso.

Conhecida a malha, a solução do problema depende das equações da quantidade de movimento, continuidade e energia. Estas equações expressas na sua forma adimensional que, de acordo com a adimensionalização apresentada Scalon (1998), são:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Ste} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (2)$$

$$\text{Ste} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \text{Ra Pr } \theta \quad (3)$$

$$\text{Ste} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (4)$$

Tabela 1: Nomenclatura

Letras Latinas	Letras Gregas
$[C]$ matriz dos termos convectivos;	$\{\Gamma\}$ termos de superfície;
$[D_C]$ matriz diagonal da capacidade térmica;	Ω domínio do problema;
$F()$ função para determinação da entalpia;	ψ função peso;
H entalpia adimensional;	θ temperatura adimensional;
$[K]$ matriz dos termos condutivos;	τ tempo adimensional;
$[M]$ matriz de massa;	
P pressão adimensional;	
Pr Número de Prandtl;	Superescritos
Q Fluxo de calor adimensional;	-1 função inversa;
Ra Número de Rayleigh;	* valor aproximado;
Ste Número de Stefan;	e relativo a um elemento.
U velocidade adimensional na direção X ;	
V velocidade adimensional na direção Y ;	
X coordenada horizontal adimensional;	
Y coordenada vertical adimensional;	

Resultados podem ser obtidos através da solução sequencial destas equações. Este procedimento sequencial pode ainda ser subdividido em duas etapas sendo, a primeira, a solução da equação da energia e, a outra, a solução do perfil do escoamento, representada pelas equações da continuidade e quantidade de movimento. Detalhes a respeito da solução do escoamento natural podem ser encontrados em trabalhos anteriores, como Scalon et al. (1999). A solução da equação da energia para problemas com mudança de fase é, por sua vez, um tema polêmico, principalmente a respeito do comportamento da solução de malhas fixas e de esquemas de acompanhamento de fronteira. Neste trabalho optou-se por um esquema de malhas fixas, proposto por Pham (1986), no qual foram feitas alterações para incorporar os termos convectivos.

Baseando-se na equação da condução tem-se que o balanço energético para um dado elemento pode ser expresso como:

$$\int_{\Omega} \psi \text{Ste} \frac{\partial H}{\partial \tau} d\Omega + \int_{\Omega} \left(U \frac{\partial \theta}{\partial Y} + V \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \psi \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) d\Omega, \quad (5)$$

sendo que, na forma fraca, o termo difusivo pode ser reescrito:

$$\int_{\Omega} \psi \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) d\Omega = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) d\Omega + \int_{\Gamma} \psi \frac{\partial \theta}{\partial n} d\Gamma \quad (6)$$

A nomenclatura utilizada pode ser encontrada na Tabela 1. Após a montagem das matrizes elementares a partir das integrais, o termo transiente representa os fluxos de calor em cada um dos nós integrados ao longo do volume que, na forma matricial, pode ser expresso por:

$$\begin{aligned} \{Q^*\} &= [K] \{\theta\} - \{\Gamma\} + [C] \{h\} \\ \Delta H_i^* &= \frac{\Delta \tau Q_i^*}{\text{Ste} \Omega_i^e} \end{aligned} \quad (7)$$

sendo

$$[K] = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (8)$$

$$[C] = \int_{\Omega} \left(N_k u_k N_i \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_k v_k N_i \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \quad (9)$$

Conhecido o fluxo de calor trocado entre os nós, torna-se fácil calcular o fluxo de calor por unidade de volume e, conseqüentemente, a variação da entalpia para cada um dos pontos, ou seja:

$$\Delta H_i = -\frac{\Delta \tau Q_i^*}{\text{Ste} \Omega_i^e} \quad (10)$$

Conhecida a variação da entalpia de cada nó, é possível estimar a nova entalpia do ponto como:

$$H_i^* = H_i^m + \Delta H_i \quad (11)$$

Assim, pode-se adotar o procedimento explícito admitindo que o novo perfil de temperaturas possa ser calculado através deste campo de entalpias, ou então, que este novo campo de entalpias possa ser utilizado no cálculo da capacidade térmica aparente C , na forma de uma matriz diagonal:

$$[D_C] = C_{i,i} = \frac{H_i^* - H_i^m}{\theta_i^* - \theta_i^m}, \quad (12)$$

sendo que o valor de θ_i^* é calculado através da função inversa da entalpia $\theta_i^* = F^{-1}(H_i^*)$. Pode-se, então, utilizar esta expressão na equação da energia para se calcular as novas temperaturas, ou seja:

$$\left\{ \frac{\text{Ste}}{\Delta \tau} [M] [D_C] + \frac{1}{2} [C] [D_C] + \frac{1}{2} [K] \right\} \{ \theta^{m+1} \} = \Gamma + \left\{ \frac{\text{Ste}}{\Delta \tau} [M] [D_C] - \frac{1}{2} [C] [D_C] - \frac{1}{2} [K] \right\} \{ \theta^m \} \quad (13)$$

sendo

$$[M] = \int_{\Omega} N_i d\Omega \quad (14)$$

Resolvido este sistema de equações obtém-se um campo de temperaturas (T_i^*), que é corrigido novamente pelo balanço térmico utilizando-se as expressões:

$$H_i^{m+1} = F(\theta^{m+1}) \quad (15)$$

Com este procedimento determina-se o perfil de temperaturas que será utilizado na determinação do perfil de velocidades no interior do meio fluido. Uma nova solução para o perfil de temperaturas é obtida para esta nova situação. Este procedimento é repetido até que o nível de variação das propriedades seja menor que uma dada tolerância.

3. Resultados

O primeiro estudo realizado, utilizando este procedimento na geometria descrita, foi avaliar a influência do processo de convecção natural neste fenômeno. Esta comparação se justifica, segundo a literatura, pela vasta utilização de modelos puramente condutivos. Com esta comparação seria possível avaliar, pelo menos na situação analisada, quais seriam as diferenças entre os casos.

Para ilustrar estas diferentes situações tomou-se um caso em que a razão entre os raios ($R_{\text{ext}}/R_{\text{int}}$) é igual a 2 e as propriedades do material são $Pr=0.025$ e $Ste=0.191$. O número de Rayleigh foi considerado nulo no caso puramente condutivo enquanto, para o caso com convecção natural, foi utilizado um valor de 9×10^4 . Em ambos os casos foi utilizado o princípio que o material não possui uma temperatura fixa de mudança de fase e sim, uma faixa de temperaturas, que neste caso foi adotada como sendo $\delta\theta = 0,345$.

Desta forma é apresentado, primeiramente, um gráfico que ilustra o domínio do problema e as posições intermediárias da fronteira de mudança de fase, equivalentes as isothermas onde $\theta = 0$. O resultado é apresentado na Fig. 2, que mostra algumas características importantes da solução. Em primeiro lugar, nota-se que para os instantes iniciais as duas soluções são praticamente idênticas. Este fato se deve à pequena espessura de líquido fundido, o qual impede que a convecção natural se desenvolva. Outra observação importante é que a existência da convecção natural implica num deslocamento da região fundida para a parcela superior do anel. Também é possível notar que com a utilização do modelo puramente condutivo, o tempo total de fusão do material é menor. Este fato é comprovado analisando-se a solução para o instante $\tau = 0,5$, quando os resultados do modelo puramente condutivo já apresentam a fusão completa do material, o do modelo que inclui a convecção ainda possui uma região inferior parcialmente solidificada.

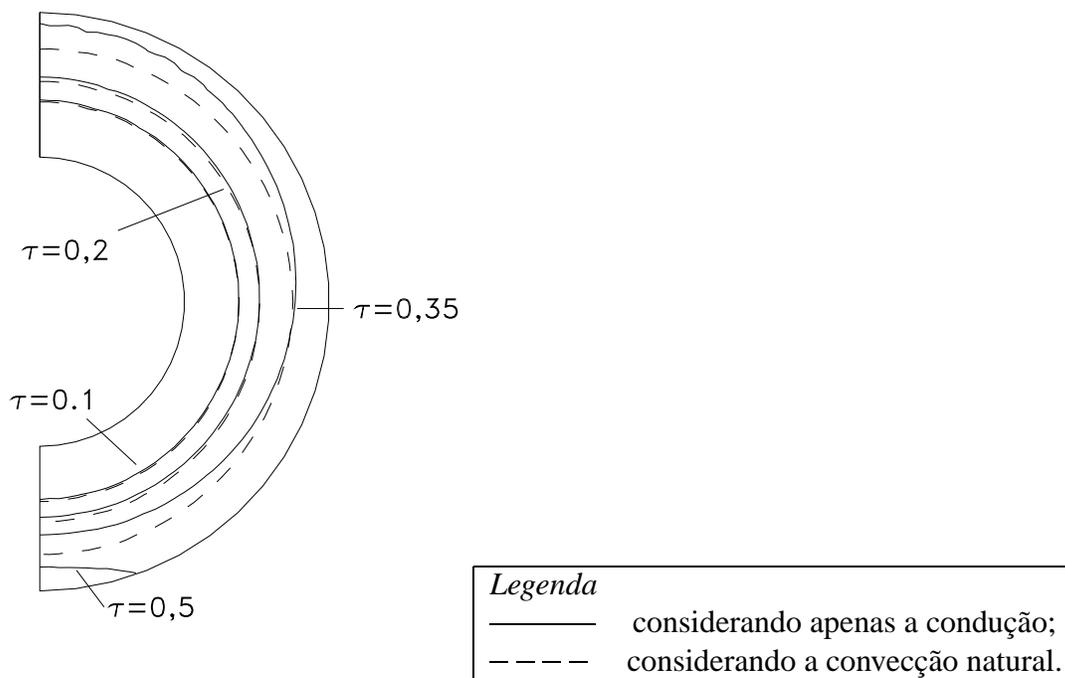


Figura 2: Comparação entre as soluções puramente condutiva e envolvendo convecção natural para diversos instantes de tempo.

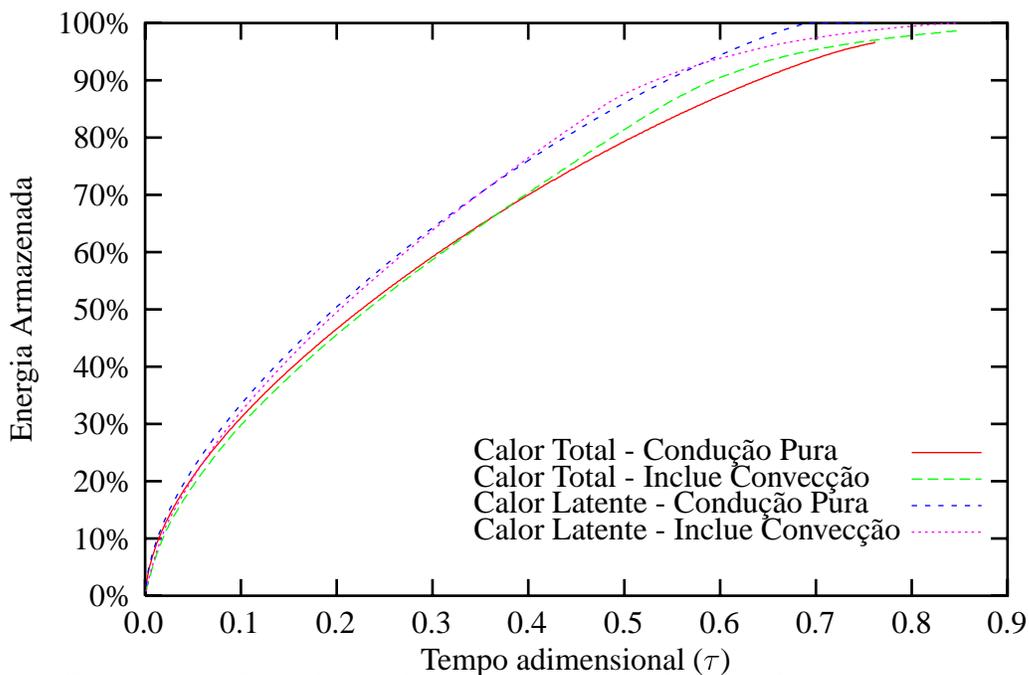


Figura 3: Comparação da evolução das quantias, total e latente, de energia armazenada para ambos os modelos em função do tempo.

São apresentados também, outros resultados que permitem analisar a evolução com o tempo do percentual das energias latente e total armazenadas, em relação aos seus valores máximos. O gráfico, apresentado na Fig. 3, permite a confirmação das afirmações já feitas anteriormente: comportamento similar da evolução transiente no período inicial de ambos os casos e, também, o término da fusão antecipado quando da utilização do modelo puramente condutivo. Através de análise desta figura, é possível verificar que o modelo com convecção natural apresenta, durante determinado período de tempo, uma maior quantidade de energia armazenada que o modelo puramente condutivo. Na realidade, durante o tempo em que há material de mudança de fase na parcela superior do anel, a convecção favorece o processo de fusão. Em contrapartida, quando termina a fusão do material na parcela superior do anel, o processo de convecção natural provoca baixos gradientes térmicos nas proximidades da fronteira de fusão da parcela inferior do anel. Este fenômeno diminui a velocidade de fusão nesta região e explica o término precoce da mudança de fase no modelo puramente condutivo.

Também foi analisada neste trabalho a influência da razão entre raio externo e raio interno (R_{ext}/R_{int}) para valores de 1,5, 2 e 3. Os resultados apresentados na Fig. 4, para uma razão entre raios igual a 3, mostram, de forma mais acentuada, os efeitos já apresentados para uma razão de raios igual a 2. Neste caso, é possível notar claramente como a fusão ocorre preferencialmente na região superior do anel. O material sólido residual aparece melhor destacado nesta situação, já que ainda abrange uma região significativa na parcela inferior da geometria, quando termina a fusão da parte superior do anel.

Visualizada a forma como a fusão do material ocorre, são apresentados alguns resultados de aplicação direta ao projeto de dispositivos de armazenamento térmico. Sem dúvida, um dos principais parâmetros em dispositivos deste tipo é o tempo de armazenamento de energia. São apresentados dois gráficos para quantificar este processo. O primeiro, mostrado na Fig. 5, apresenta o percentual de energia armazenada na forma latente, devido à fusão do material de mudança de fase. Os resultados apresentados mostram o tempo necessário para a carga completa do armazenador. Assim, é possível perceber a influência do processo convectivo sobre

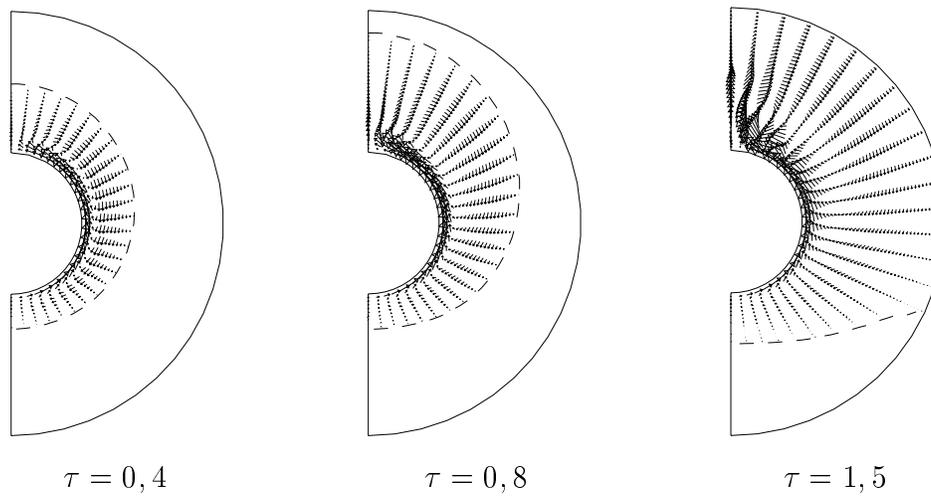


Figura 4: Perfis de velocidades na posição média da frente de fusão para razão entre raios igual a 3.

o tempo total de armazenamento. Chama a atenção também, a alteração do perfil evolutivo da energia armazenada em relação à forma apresentada pela razão de raios 1,5, típica dos dos modelos puramente condutivos.

4. Conclusões

O estudo do processo de mudança de fase permitiu realizar uma análise do perfil de armazenamento térmico em geometrias anulares ao longo do tempo. Esta análise mostrou também que para os sistemas cilíndricos onde o processo de convecção natural é dominante, não se deve projetar o sistema prevendo uma fusão completa do material, já que o tempo necessário para que isto ocorra é muito elevado. Como alternativas para tanto, pode-se sugerir a utilização de armazenadores mais longos e de menor diâmetro externo (relação L/D elevada). Desta forma, obtém-se a fusão de material de mudança de fase melhor distribuída ao longo do tempo. Em

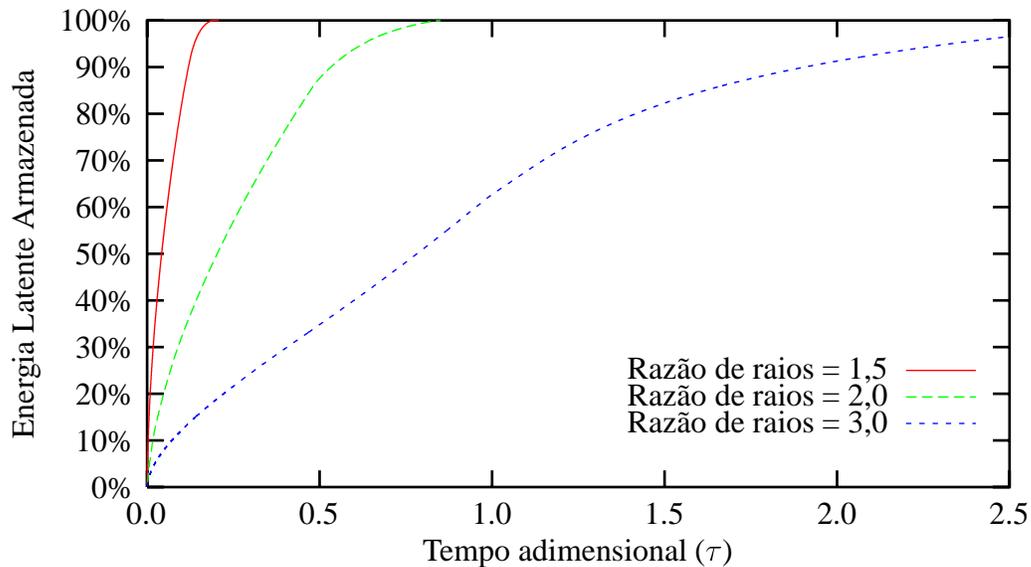


Figura 5: Comparação da evolução da quantia de energia latente armazenada para algumas razões de raio.

contrapartida, esta alternativa tem os seus inconvenientes que, neste caso, seriam um maior custo para a sua construção e uma maior perda de carga no armazenador. Uma outra alternativa, que os resultados indicam, seria a utilização de geometrias excêntricas com o tubo menor ocupando uma parcela abaixo do centro do tubo maior. Este tipo de geometria, já utilizada em alguns tipos de armazenadores, tende a apresentar excelentes resultados na presença de convecção natural, sem os inconvenientes do aumento do comprimento do armazenador.

Referências

- Banaszek, J., Domański, R., Rebow, M., and El-Sagier, F., "Experimental study of solid-liquid phase change in a spiral thermal energy storage unit", *Applied Thermal Engineering*, vol 19, 1253-1277, 1999.
- Fachinotti, V., Cardona, A., and Huespe, A., "A fast convergent and accurate temperature model for phase change heat conduction", *Int. J. Numer. Meth. Engineering*, vol 44, 1863-1884, 1999.
- Gong, Z.-X. and Mujumdar, A., "Transfer in a shell-and-tube latent heat energy storage exchanger", *Applied Thermal Engineering*, vol 17(6), 583-591, 1997.
- Gong, Z.-X., Devahastin, S., and Mujumdar, A. S., "Enhanced heat transfer in free convection-dominated melting in a rectangular cavity with an isothermal vertical wall", *Applied Thermal Engineering*, vol 19, 1237-1251, 1999.
- Mackerle, J., "Finite elements and boundary elements applied in phase change, solidification and melting problems. A bibliography (1996-1998)", *Finite Elements in Analysis and Design*, vol 32, 203-211, 1999.
- Pham, Q., "The Use of Lumped Capacitance in the Finite-Element Solution of Heat Conduction Problems with Phase Change", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol 29, 285-291, 1986.
- Scalon, V. L., Padilha, A., and Ismail, K. A. "Análise do processo de convecção natural em cavidades anulares". In *Proceedings XIX COBEM, in CD-ROM*, 1999.
- Scalon, V. L., *Estudo do processo de mudança de fase em uma geometria plana aletada incluindo os efeitos convectivos*, Tese de Doutorado - UNICAMP, 135 pags., 1998.