SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS, COM MODELAGEM DINÂMICA, APLICADA À CONVECÇÃO MISTA

Elie L. Martínez Padilla - epadilla@mec.puc-rio.br Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica Campus Santa Mônica, CEP: 38400-902 Uberlândia, MG, Brasil Aristeu da Silveira Neto - aristeus@mecanica.ufu.br Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica Campus Santa Mônica, CEP: 38400-902 Uberlândia, MG, Brasil

Resumo. A convecção natural e mista em torno de um cilindro rotativo aquecido é estudada numericamente, como resposta a diversos problemas de engenharia. A natureza destes escoamentos acompanhados de transferência de calor, são de interesse em uma variedade de aplicações. Outro dos aspectos principais desta pesquisa, usando Simulação de Grandes Escalas (SGE), é a aplicação de um modelo de turbulência sub-malha dinâmico, como uma ferramenta nova e de grande potencial em modelagem de escoamentos turbulentos complexos. Apresenta-se simulações numéricas da convecção natural para seis casos diferentes de número de Rayleigh (Ra^{*}), assim como da convecção mista para seis casos de número de Froude (σ) com Ra^{*}=6x10⁷. Foram realizadas também simulações com o modelo sub-malha de Smagorinsky para os mesmos casos. A comparação entre estas duas modelagens é apresentada. Apresenta-se também configurações do escoamento, os campos de temperatura, de velocidades, da viscosidade turbulenta e do coeficiente de transferência de calor local. Os resultados com modelagem dinâmica são satisfatórios, sendo que o fato de o código ser bidimensional caracteriza uma limitação quando se estuda escoamentos do tipo convecção mista com números de Froude nas proximidades de ou maior que 1.

Palavras-chave: Simulação de Grandes Escalas, Modelo Sub-malha Dinâmico, Convecção Mista.

1. INTRODUÇÃO

A necessidade de quantificar corretamente o processo de transferência de energia para o meio ambiente que envolve um sistema com a geometria considerada neste casso (Fig. 1), representa a grande motivação pelo estudo da convecção natural ao redor de cilindros rotativos aquecidos.

As pesquisas sobre convecção mista (cilindro rotativo) são poucas. Ball (1987) analisaram experimental e numericamente este problema. Morales et al. (1999) utilizaram SGE com modelagem sub-malha de Smagorinsky, que semelhante a Ball, encontram uma boa concordância com os dados experimentais para $\sigma \ge 1$ (σ : número de Froude). A maioria destes trabalhos mencionados apresentam relações empíricas ou correlações para o cálculo de transferência de calor por convecção.

O modelo dinâmico representa um avanço em relação às metodologias tradicionais que tratam o problema de fechamento da turbulência, porque o coeficiente de proporcionalidade deixa de ser imposto e passa a ser calculado durante a simulação, como uma função do tempo e do espaço, refletindo uma propriedade local do escoamento.

O primeiro trabalho sobre modelos dinâmicos, realizado por Germano et al. (1991), foi o ponto de partida de desenvolvimentos importantes realizados nos últimos anos.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

O problema físico considerado é governado pelas equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia, sob a aproximação de Bousinesq.

Quando se trabalha com SGE, as variáveis presentes nas equações governantes são separadas em uma parte denominada de grandes escalas $\bar{f}(\vec{x},t)$ e em outra parte denominada de escalas sub-malha $f'(\vec{x},t)$:

$$f(\vec{x},t) = \bar{f}(\vec{x},t) + f'(\vec{x},t).$$
(1)

A parte filtrada é dada por

$$\bar{f}(\vec{x},t) = \int_{D} f(\vec{x},t) G(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}',$$
(2)

onde o filtro G pode ser definido de diversas formas. Aplicando o processo de filtragem nas equações governantes, aparecem os termos de transporte convectivo $\nabla .(\vec{u}\vec{u})$ e $\nabla .(\vec{u}\vec{T})$ que não podem ser calculados diretamente, sendo pois necessário decompô-los usando a Eq. (1). Isto dará origem ao tensor de Reynolds sub-malha $\vec{u}'\vec{u}'$ e ao fluxo turbulento de energia térmica $\vec{u}'T'$. Os dois termos representam o transporte turbulento de quantidade de movimento e de calor entre as grandes escalas e as escalas sub-malha. Para o propósito de se modelar os termos mencionados, são usadas a *modelagem sub-malha de Smagorinsky* e a *modelagem sub-malha dinâmica*.

As variáveis adimensionais são definidas considerando o diâmetro do cilindro D, a viscosidade v, o fluxo de calor q'', a condutividade térmica k e a densidade ρ_0 , definida à temperatura ambiente. Estas variáveis se apresentam da seguinte forma:

$$u^* = \frac{u}{v/D}, \ v^* = \frac{v}{v/D}, \ T^* = \frac{\Delta T}{q''D/k}, \ t^* = \frac{t}{D^2/v}, \ p^* = \frac{p}{\rho_o v^2/D^2}, \ r^* = \frac{r}{D}$$
(3)

que correspondem a velocidade radial, velocidade tangencial, temperatura, tempo, pressão e coordenada radial respectivamente. As equações governantes filtradas e adimensionais (omitindo o *) e expressas em coordenadas cilíndricas (r, θ), em conformidade com a Fig. 1, são expressas das seguintes formas:

$$\frac{\partial (r\overline{u})}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v}}{\partial} = 0, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\overline{u} \ \overline{u})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{v} \ \overline{u})}{\partial} - \frac{\overline{v}^2}{r} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial r} + Gr^* \overline{T} \text{ sen } +$$

$$(1 + v_t^*) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial \overline{u}}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial} (\frac{\partial \overline{u}}{\partial}) - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \overline{v}}{\partial} - \frac{\overline{u}}{r^2} \right],$$

$$(5)$$

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\overline{u} \,\overline{\mathbf{v}})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{\mathbf{v}} \,\overline{\mathbf{v}})}{\partial} + \frac{\overline{u} \,\overline{\mathbf{v}}}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \overline{p}}{\partial} + Gr^* \overline{T} \cos + (1 + v_t^*) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial} (\frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial}) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \overline{u}}{\partial} - \frac{\overline{\mathbf{v}}}{r^2} \right],$$
(6)

$$\frac{\partial \overline{T}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\overline{u}\overline{T})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\overline{v}\overline{T})}{\partial} = \left(\frac{1}{\Pr} + \frac{v_t^*}{\Pr_t}\right) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \overline{T}}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial} \left(\frac{\partial \overline{T}}{\partial}\right)\right],\tag{7}$$

onde $\Pr = v/\alpha$ é o número de Prandtl e $\Pr_t = v_t/\alpha_t = 0,6$ (Silveira-Neto et al. 1993) é o número de Prandtl turbulento, o qual possibilita avaliar a difusividade térmica turbulenta α_t , desde que se conheça a viscosidade turbulenta v_t (papel do modelo de turbulência submalha), $v_t^* = v_t/v$. O numero de Grashof baseado no fluxo de calor é definido como $Gr^* = g\beta D^4 q''/kv^2$, sendo β o coeficiente de expansão térmica, Re é o número de Reynolds.



Figura 1. Esquema da geometria que define o problema.



Figura 2. Tipo de malha usada.

As condições de contorno consideradas na superfície do cilindro e na região da entrada e saída da massa (iguais) são:

$$u(R,\theta,t) = 0, \quad v(R,\theta,t) = \operatorname{Re}, \quad -\frac{\partial T}{\partial r}(R,\theta,t) = 1,$$
(8)

$$\frac{\partial u}{\partial r}(\infty,\theta,t) = 0, \quad \mathbf{v}(\infty,\theta,t) = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r}(\infty,\theta,t) = 0, \tag{9}$$

Um dos modelos sub-malha usados é o clássico modelo de Smagorinsky (implementado por Morales et al., 1999), com coeficiente de Smagorinsky igual a 0,32. O outro é o modelo dinâmico. Ambos foram implementados de maneira que os cálculos são realizados explicitamente.

2.1 Modelo Sub-Malha Dinâmico

Neste modelo o coeficiente de proporcionalidade passa a ser calculado durante a simulação (função autoajustada no tempo e no espaço) e por tanto reflete uma propriedade local do escoamento.

A expressão obtida por Germano (1991) para o coeficiente dinâmico $C(\vec{x}, t)$, modificada por Lilly (1991) tem a seguinte forma:

$$C(x,t) = -\frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}},$$
(10)

onde o tensor de Leonard global L_{ii} e o tensor M_{ii} são definidos como

$$L_{ij} = \widehat{\overline{u}_i \overline{u}}_j - \widehat{\overline{u}_i \overline{u}}_j \quad e \qquad M_{ij} = \widehat{\Delta}^2 \mid \widehat{\overline{S}} \mid \widehat{\overline{S}}_{ij} - \overline{\widehat{\Delta}^2 \mid \overline{S} \mid \overline{S}_{ij}}$$
(11)

com a taxa de deformação $\overline{S}_{ij} = 0.5[(\partial \overline{u}_i / \partial x_j) + (\partial \overline{u}_j / \partial x_i)]$ e seu respectivo módulo $|\overline{S}| = (2\overline{S}_{ji}\overline{S}_{ij})^{1/2}$. O comprimento característico do primeiro filtro é $\overline{\Delta} = (\Delta x_j \Delta x_j)^{1/2}$. Os símbolos "—" e " \wedge " representam respectivamente o primeiro e o segundo processo de filtragem. O primeiro representa o processo de filtragem implícito da discretização das equações, enquanto o segundo representa um processo de filtragem explícito, realizado numericamente. A relação entre os comprimentos característicos do "filtro malha" e do "filtro teste" (segundo filtro) é $\overline{\Delta} = 2\overline{\Delta}$. Finalmente, calcula-se a viscosidade turbulenta submalha utilizando-se a seguinte equação:

$$v_t = C(\vec{x}, t)\overline{\Delta}^2 \mid \overline{S} \mid$$
(12)

Observa-se que o cálculo do coeficiente dinâmico $C(\vec{x},t)$ depende só de grandezas resolvidas e de um duplo processo de filtragem. Conhecida a viscosidade turbulenta, o tensor de Reynolds sub-malha é calculado com a hipótese de Bousinesq e, de forma análoga, modela-se o fluxo turbulento de calor.

3. MÉTODO NUMÉRICO

As equações governantes em coordenadas cilíndricas são discretizadas usando o método de volumes finitos através da integração espacial e temporal sobre o volume de controle elementar segundo Patankar (1980). Utiliza-se malha co-localizada, conforme Marchi et al. (1999). Usa-se o esquema de interpolação QUICK (terceira ordem), que geralmente apresenta instabilidades numéricas, as quais são controladas, no presente trabalho,

com o uso do modelo de turbulência sub-malha. Para o acoplamento pressão-velocidade utiliza-se o método PRIME (Pressure Implicit Momentum Explicit).

A discretização das equações governantes dá origem a um sistema linear de equações que é resolvida pelo método TDMA. O cálculo do passo de tempo é feito com o critério CFL (Courant-Friedix e Lewi). São consideradas as influências da convecção e da difusão simultaneamente:

$$\Delta t_{aut} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\Delta t_{conv}} + \frac{1}{\Delta t_{dif}} + \frac{1}{\Delta t_{difT}}\right)},\tag{13}$$

onde Δt_{conv} , Δt_{dif} e Δt_{difT} são os passos relativos à convecção, difusão de quantidade de movimento e difusão térmica respectivamente.

Nem sempre o cálculo de Δt_{aut} garante por si só a convergência da simulação. Por esta razão Δt_{aut} é multiplicado por um *fator de segurança FS*. O valor típico utilizado no presente trabalho é *FS* = 0,25.

4. RESULTADOS

Os resultados numéricos deste trabalho corresponden a convecção natural e a convecção mista sobre um cilindro horizontal rotativo aquecido, foram obtidos utilizando uma malha de 120x32 nas direções radial e tangencial respectivamente e com um domínio de cálculo equivalente a 4 vezes o raio do cilindro. O número de Prandtl que corresponde ao ar e 0,7. Todas as simulações realizadas com modelo dinâmico, foram também realizadas também com o modelo de Smagorinsky.

4.1 Convecção Natural

O parâmetro adimensional que rege a convecção natural é o número de Rayleigh (Ra*=Gr*Pr). O estudo foi realizado para seis casos diferentes de Ra*, em uma faixa correspondente a $10^3 \le \text{Ra}^* \le 10^8$. Testes preliminares permitiram determinar o tempo necessário para atingir o regime permanente, sendo estes valores de 120, 80, 25, 15 e 6 segundos respectivamente.

Para Ra* baixos a difusão é predominante sobre a convecção, o que gera uma esteira larga após o cilindro. A configuração dinâmica visualizada através das linhas de corrente mostra escoamentos lentos ao redor do cilindro. As diferenças entre os resultados obtidos com os dois modelos são importantes. A medida que o Ra* aumenta (maior fluxo de calor) a configuração do escoamento se modifica. Observa-se a esteira concentrada em torno de 90° é cada vez mais fina e, portanto, maiores velocidades se apresentam. Como conseqüência a camada limite se torna cada vez mais esbelta em torno do cilindro. A viscosidade turbulenta assume valores importantes, e maiores que a molecular em 90°, para Ra*=10⁸.

Na Fig. 3 tem-se os resultados da configuração $Ra^*=1x10^8$. Vê-se claramente que a esteira do modelo de Smagorinsky é mais espessa que a esteira do modelo dinâmico, o que mostra que o modelo dinâmico é menos difusivo. Neste caso o processo convectivo é predominante. As cores bem mais claras correspondem, como indica a legenda, às regiões mais aquecidas e as cores escuras correspondem às regiões mais frias, o que mostra coerência física.

Na Fig. 5 tem-se as distribuições do número de Nusselt (Nu) em função de θ , para dois valores de Ra*. Observa-se que para Ra*=1x10⁶, tem-se menores efeitos de convecção. O papel dos modelos é pouco importante e os resultados são similares. No entanto, para

 $Ra^*=1x10^8$ onde a convecção é importante, os resultados são muito diferentes. Verifica-se também este fato na Fig. 6.



Figura 3. Comparação dos campos de temperatura para o caso de Ra*1x10⁸ e Pr=0,7: (a) modelo de Smagorinsky e (b) modelo dinâmico.



Figura 4. Distribuição de temperatura para as duas modelagens, $Ra*1x10^8$, Pr=0,7 e t=6 s.

Figura 5. Distribuição do número de Nusselt, para $Ra^*=1x10^6$ e $Ra^*=1x10^8$.



Figura 6. Variação do número de Nusselt médio como função do número de Rayleigh.

Com os dados correspondentes aos casos simulados validou-se o modelo computacional (Fig. 6). Os dois trabalhos tomados como referência, para este propósito, correspondem a Churchill e Chu (1975) e Qureshi e Ahmad (1987). O primeiro deles através de uma correlação proposta baseada em dados experimentais ($Nu_m = [0.6+0.321(Ra*/Nu_m)^{1/6}]^2$), e o outro como resultado de um estudo numérico com o método de diferencias finitas. Na fig. 6 apresenta-se a variação do número de Nusselt médio (Nu_m) como uma função do Ra*. Para altos números de Ra* o processo de transferência de calor por convecção passa a ser dominante e o modelo de turbulência se mostra necessário.

4.2 Convecção Mista

Nas simulações para convecção mista considerou-se o valor de $Ra^*=6x10^7$ usado no trabalho experimental de Ball (1987), assim como seis casos diferentes de número de Froude para modelo dinâmico e nove para modelo de Smagorinsky. O parâmetro $\sigma = Gr^* / Re^2$ mede a importância da convecção natural em relação com a convecção forçada. Foi usada a relação $\sigma^* = \sigma Nu$.



Figura 7. Campo de temperatura para as duas modelagens com $Ra^*=6x10^7$, $Pr=0,7 e \sigma =1$: (a) modelo de Smagorinsky e (b) modelo dinâmico,.

Na Fig. 7 tem-se os campos de temperatura. Observa-se que, qualitativamente, eles são completamente diferentes. A esteira obtida com o modelo dinâmico, após ser distorcida pelo efeito da rotação do cilindro, recupera o movimento ascendente na vertical. No caso de Smagorinsky isto não acontece, continuando a se distorcer mesmo em locais mais afastados do cilindro. Qualitativamente os resultados obtidos com modelo dinâmico são mais realistas.

Na Fig. 8 tem-se as configurações relativas ao regime permanente, para diversos valores de número de Froude. A região mais quente que se encontra perto do cilindro e em 90° em (a), se desloca em função do aumento de rotações do cilindro como se observa nas outras figuras seqüencialmente. É notório também o engrossamento da esteira ou pluma como resultado do aumento de número de Froude. Este efeito de engrossamento da pluma pode ser atribuído ao fato que os fluxos de massa são diferentes e também ao fato que as partículas de fluido aprisionadas, junto ao cilindro, criam um diâmetro efetivo maior que o diâmetro real do cilindro. As velocidades correspondentes em rotação por minuto são: (a)=0 rpm, (b)=266 rpm, (c)=374 rpm e (d)=419 rpm.

Aumentando as rotações, a influência desta também aumenta, tornando-se mais espessa a camada de fluido aprisionada junto ao cilindro, o que aumenta a temperatura na superfície do cilindro e diminui o Nu médio (Fig. 11). Isto se deve ao fato que o colchão de fluido aprisionado interfere e isola parcialmente o cilindro dos efeitos convectivos.



Figura 8. Visualização do escoamento através dos campos de temperatura para o caso de Ra*= $6x10^7$ e Pr=0,7: (a) $\sigma = \infty$, (b) $\sigma = 2$, (c) $\sigma = 1$, (d) $\sigma = 0.8$.





modelo dinâmico; $\theta = 180^{\circ}$

A Fig. 10 mostra o bom comportamento da viscosidade turbulenta com modelo dinâmico, anulando-se automaticamente junto à parede do cilindro, assumindo maiores valores onde os gradientes de velocidades são maiores. A influência do incremento da velocidade é notória no comportamento de v_t . Estes perfis correspondem a 180°. Os altos valores de v_t obtidos com o modelo de Smagorinsky perto da parede do cilindro (Fig. 9) é uma caraterística não desejável pois não tem consistência física. Comparando os valores obtidos com cada modelo, verifica-se que o modelo de Smagorinsky sobreestima a viscosidade turbulenta em relação ao que é estimado com o modelo dinâmico. Isto afeta consideravelmente o cálculo do coeficiente de transferência de calor como se mostra a seguir.

Na Fig. 11 apresenta-se a comparação com os dados experimentais de Ball (1987). Mostra-se o número de Nusselt médio como função do inverso do número de Froude, mantendo-se Ra^{*} = $6x10^7$. Utilizou-se a relação de conversão $Ra^* = RaNu$. Observa-se que para $(1/\sigma) < 1$ o modelo dinâmico fornece resultados precisos quando comparados com os experimentais. O modelo de Smagorinsky fornece resultados com erros que chegam a superar 20%. A progressiva diminuição do coeficiente de troca de calor com o aumento da velocidade de rotação é também ilustrada na Fig. 11. Isto pode ser devido aos efeitos tridimensionais que não são levados em conta no atual modelo computacional.

O custo computacional para o modelo dinâmico pode chegar a 20 vezes o custo relativo ao modelo de Smagorinsky, dependendo do caso a tratar.





5. CONCLUSÕES

Foi realizada uma análise da convecção natural e mista sobre um cilindro rotativo aquecido. Os resultados mostram que o modelo dinâmico é mais consistente fisicamente que o modelo de Smagorinsky. A viscosidade turbulenta é amortecida automaticamente quando se aproxima da parede do cilindro quando se usa o modelo dinâmico, o que não acontece com o modelo de Smagorinsky. Em outro sentido o modelo dinâmico é menos viscoso e não exige o estabelecimento prévio de uma constante de proporcionalidade. Como resultado mais importante, o modelo dinâmico permite obter resultados que estão em melhor concordância com os dados experimentais. Finalmente, ressalta-se que o modelo dinâmico é muito mais exigente em termos de memória e de velocidade de processamento, quando comparado com o modelo de Smagorinsky.

Agradecimentos: Ao CNPq e FAPEMIG pelo financiamento da bolsa do aluno de Pós-Graduação.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ball, K. S., 1987, "Mixed Convection Heat Transfer in Rotating Systems", Ph.D. Thesis, Drexel University.
- Chiang, T. and Kaye, J., 1962, "On Laminar Free Convection from a Horizontal Cylinder", Proc. 4th Natl. Cong. Appl. Mech., pp. 1213-1219.
- Churchill, S. W. & Chu, H. H. S., 1975, "Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Horizontal Cylinder", I. J. Heat and Mass Transfer, vol. 18, pp. 1049-1053.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W. H., 1991, "A dynamic sub-grid-scale eddy viscosity model", Phys. Fluids A 3 (7) July, pp. 1760-1765.
- Herman, R., 1954, "Heat Transfer by Free Convection from Horizontal Cylinders in Diatomic Gases", NACA TM-1366.
- Lilly, D. K., 1991, "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method", Phys. Fluids A 4 (3). March, American Institute of Physics, pp. 633-635.
- Marchi, C. A., 1993 "Esquemas de Alta Ordem para a Solução de Escoamentos de Fluidos sem Dispersão Numérica", Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, Vol. 15, nº 3, pp. 231-249.
- Morales, R. E. M., Balparda, A., Silveira-Neto, A., 1999, "Large-eddy simulation of the combined convection around a heated rotating cylinder", Int. Journal of Heat and MassTransfer, 42: (5), pp. 941-949.
- Padilla, E. L. M., "Simulação Numérica de Grandes Escalas com Modelagem Dinâmica , Aplicada à Convecção Mista", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia-UFU, 2000.
- Patankar, S. V.,1980 "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, New York.
- Qureshi, Z. H. e Ahmad, R., 1987, "Natural Convection From a Uniform Heat Flux Horizontal Cylinder at Moderate Rayleigh Numbers", Numerical Heat Transfer, vol. 11, pp. 199-212.
- Silveira Neto, A., Grand, D., Metais, O. & Lesieur, M., 1993, "A Numerical Investigation of the Coherent Structures of Tubulence Behind a Backward-Facing Step", Int. Journal of Fluids Mechanics, vol. 256, pp. 1-25.

LARGE-EDDY SIMULATION, WITH DYNAMICAL SUB-GRID SCALE, APPLIED TO COMBINED CONVECTION

Abstract. Large-Eddy Simulation with Smagorinsky and Dynamical sub-grid scale models was used to analyse numerically the combined convection over a heated and rotating cylinder. Several situations governed by the Grashof and Froude numbers were simulated. Results were compared with experimental data. The dynamical sub-grid scale model gives better results, as compared with Smagorinsky model. The eddy viscosity vanishes automatically near the cylinder wall. Finally the dynamical model is very expensive as compared with Smagorinsky model.

Keywords: Large-Eddy Simulation; Dynamical Sub-Grid Scale Model; Combined Convection.