

## **MODELOS PARA ESCOAMENTO DE FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS EM MEIOS POROSOS**

**Carmo, L. V., luanavalim@gmail.com<sup>1</sup>**  
**Marques, D. M., diogomm13@gmail.com<sup>1</sup>**  
**Thompson, R. L., roney@vm.uff.br<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia Mecânica, TEM/PGMEC, Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria, 156, Niterói, RJ, CEP 24210-240, Brasil

**Resumo:** *O processo de recuperação de óleo em reservatórios através da injeção de líquidos poliméricos no meio poroso constitui uma técnica importante, que tem impulsionado diversas pesquisas. A Lei Darcy se apresenta como uma expressão para a mobilidade do conjunto fluido-meio poroso na qual a permeabilidade e a viscosidade estão acopladas devido à complexidade do fluido. O modelo utilizado no trabalho pretende considerar os efeitos não newtonianos especialmente para escoamentos extensionais, que são predominantes nos meios porosos. O procedimento numérico foi elaborado de forma a permitir uma análise acerca da mobilidade e sua sensibilidade aos parâmetros reológicos do fluido e geométricos do poro, tratado como um canal convergente – divergente ou ainda como uma garganta entre duas esferas de mesmo raio cuja geometria fornece o escoamento extensional. As equações constitutivas para fluidos não newtonianos utilizadas são baseadas em modelos de Carreau. Foi estudado também a relação do “parâmetro de ponderação”  $\delta$  com as características geométricas do poro e a mobilidade.*

**Palavras-chave:** *fluidos não newtonianos, meios porosos, mobilidade*

### **1. INTRODUÇÃO**

O estudo do escoamento de fluidos não newtonianos e suas interações, constitui importante objeto de pesquisas. O petróleo e as dificuldades encontradas em sua exploração impulsionam esses estudos.

Atualmente, o projeto sistêmico busca disponibilizar tecnologias, através do desenvolvimento e aprimoramento de técnicas de intervenção em poços, provendo soluções que garantam aumento da produtividade e do fator de recuperação final de um campo. Os projetos de pesquisa em andamento envolvem uma série de atividades diferentes, desde tratamentos microbiológicos de formações contendo óleos parafínicos até estudos para o desenvolvimento de mecanismos de prevenção de dano mecânico à rocha produtora, injeção de líquidos poliméricos no meio poroso, processos de restauração remota de poços injetores, otimização de operações de canhoneio e processos de completação e estimulação seletivas de poços horizontais.

Novos projetos devem objetivar principalmente o desenvolvimento e aprimoramento de técnicas de baixo custo que contribuam para o aumento da produtividade e do fator de recuperação final do campo. Dados recentes mostram que da quantidade total de óleo armazenada no reservatório, apenas entre 20% a 45% é recuperado.

Neste trabalho pretende-se estudar equações constitutivas de um modelo de fluido não newtoniano do tipo Carreau. Um algoritmo desenvolvido por Santos et al (2007) será modificado para caracterizar o meio poroso idealizado e simular os escoamentos propostos. Dessa forma, será possível analisar a mobilidade e as características do meio.

### **2. O PROBLEMA ESTUDADO**

Na maioria dos simuladores numéricos de reservatórios de petróleo, o comportamento do fluido é considerado newtoniano. Porém existem situações, como no caso de injeção de polímeros, em que o comportamento mecânico do fluido não pode ser considerado newtoniano. Segundo Lane et al (2004), nestes casos é necessário fazer uma modelagem matemática que considere o comportamento não newtoniano do fluido.

Durst et al (1987), em uma análise simples e ilustrativa, explicou que, para escoamentos típicos de meios porosos, os termos de não cisalhamento devem ser muito maiores que os de cisalhamento. Para fluidos newtonianos, aproximadamente 75% da perda de potência, explicitada por  $Q\Delta p$  ( $Q$  representa a taxa de volume que escoar através dos canais do meio poroso e  $\Delta p$  representa a queda de pressão), está relacionada com a extensão. As discrepâncias entre as teorias descritas e dados experimentais são atribuídas à omissão da extensão na modelagem de escoamentos.

Posteriormente, Souza Mendes e Naccache (2002) desenvolveram uma relação constitutiva entre a vazão e a perda de carga, considerando o comportamento mecânico do fluido em relação à extensão, fazendo uso de uma geometria de um canal convergente-divergente. O desenvolvimento da equação constitutiva foi realizado em dois passos:

- obtenção da relação perda de carga/ vazão mássica de um escoamento em um meio poroso idealizado;
- aplicação da teoria do modelo capilar.

A equação constitutiva mostra termos puramente reológicos, puramente geométricos e termos geométrico-reológicos, explicitando a complexidade dos escoamentos de fluidos viscoelásticos.

Sabe-se que a viscosidade extensional, no caso newtoniano, corresponde a somente três vezes a viscosidade de cisalhamento ( $\eta_E = 3\mu$ ). Esse fato explica o sucesso qualitativo das considerações de cisalhamento puro. Entretanto, para fluidos viscoelásticos as viscosidades de cisalhamento e extensional têm, normalmente, comportamentos opostos onde a viscosidade de cisalhamento é uma função que decresce com a taxa de deformação e a viscosidade extensional aumenta com o aumento da taxa de deformação.

A viscosidade extensional é normalmente muito maior que a viscosidade de cisalhamento. A contribuição da tensão à perda de potência total é maior do que a contribuição dada pela tensão cisalhante. A perda de carga gerada pela viscosidade extensional se deve ao armazenamento de energia no fluido, cujo tempo de relaxação é crítico para a determinação da mesma. Os fluidos newtonianos apresentam tempo de relaxação considerado desprezível.

No caso dos fluidos não newtonianos, o tempo de relaxação é considerável, sendo comumente chamados de fluidos estruturados, apresentando valores de viscosidade extensional muito maiores do que os valores de viscosidade cisalhante.

Astarita (1979) propôs o classificador de escoamento  $\delta$ , o qual mede a velocidade com a qual o material se protege da extensão.

Thompson, Souza Mendes e Naccache (1999) propuseram uma equação constitutiva para fluidos viscoelásticos com base no classificador de escoamento  $\delta$ . Esta equação constitutiva calcula a viscosidade do fluido como sendo uma média geométrica entre as viscosidades cisalhantes e extensional ponderada pelo tipo do escoamento.

De acordo com Astarita (1979), para tipos clássicos de escoamento:

- $\delta \rightarrow \infty$ : o escoamento se aproxima ao movimento de corpo rígido;
- $\delta = 1$ : o escoamento é viscométrico.
- $\delta = 0$ : o escoamento é extensional.

### 3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Para análise do escoamento através de um reservatório, foi considerado um meio poroso ideal. A Fig. (3.1) mostra meio poroso real ao lado do meio poroso ideal utilizado neste trabalho na Fig. (3.1). A fim de simplificar os cálculos, utilizou-se uma solução aproximada através do raio equivalente ( $\bar{R}$ ) para os dutos. Nota-se através da Fig. (3.1) que o meio poroso analisado será a interseção de dois setores circulares entre duas esferas.

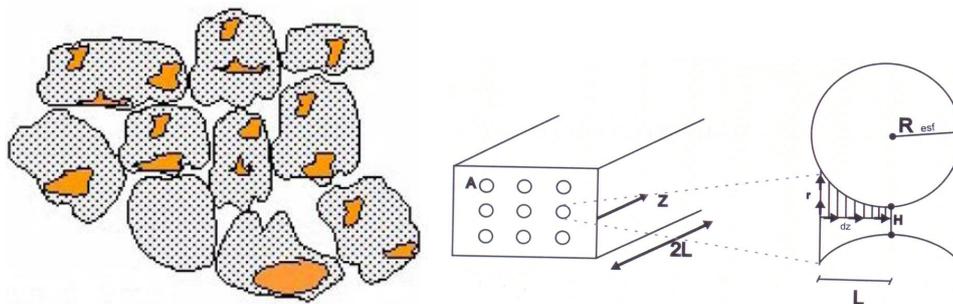


Figura 3.1. Meio poroso real e meio poroso idealizado

A Eq. (3.1) explicita a equação da curva utilizada e as Eqs. (3.2) e (3.3) mostram as condições de contorno necessárias para se obter os resultados desejados.

$$R_{esf}^2 = (z - L)^2 + (r - H - R_{esf})^2 \quad (3.1)$$

$$z \leq L \leq R_{esf} \quad (3.2)$$

$$0 \leq L - z \leq R_{esf} - z \leq R_{esf} \quad (3.3)$$

A partir das Eqs. (3.1), (3.2) e (3.3), foram feitas as análises e cálculos descritos a seguir:

$$z^2 - 2zL + L^2 + r^2 - 2(H + R_{esf})r + (H + R_{esf})^2 = R_{esf}^2 \quad (3.4)$$

$$r^2 - 2(H + R_{esf})r + z^2 - 2Lz + L^2 + H^2 + 2HR_{esf} = 0 \quad (3.5)$$

A Eq. (3.5) é uma equação do segundo grau em r. Assim:

$$r = \frac{2(H + R_{esf}) \pm \sqrt{\Delta}}{2} = H + R_{esf} \pm \sqrt{R_{esf}^2 - (L - z)^2} \quad (3.6)$$

As condições iniciais mostram que nos dados de entrada,  $\Delta \leq R_{esf}^2$ . A geometria do problema descrita pela equação da curva revela a opção de sinal negativo da Eq. (3.6). Assim:

$$r = H + R_{esf} - \sqrt{R_{esf}^2 - (L - z)^2} = R(z) \quad (3.7)$$

O Volume Total ( $V_t$ ) foi, então, calculado:

$$V_t = 2 \int_0^L \pi R^2(z) dz \quad (3.8)$$

$$\frac{V_t}{2\pi} = [H + R_{esf}^2 - L^2] \int_0^L dz - \int_0^L (z^2 - 2Lz) dz - 2(H + R_{esf}) \int_0^L \sqrt{R_{esf}^2 - (L - z)^2} dz \quad (3.9)$$

Sabendo que:

$$\int_0^L (z^2 - 2Lz) dz = \left[ \frac{z^3}{3} - 2L \frac{z^2}{2} \right]_0^L = \frac{L^3}{3} - L^3 = -2 \frac{L^3}{3} \quad (3.10)$$

Então:

$$V_t = \pi L \left\{ (H + R_{esf})^2 + R_{esf}^2 - \frac{L^2}{3} - (H + R_{esf}) \left[ \frac{\sqrt{R_{esf}^2 - L^2 + R_{esf}^2}}{L \left( \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \frac{L}{R_{esf}} \right)} \right] \right\} \quad (3.11)$$

A porosidade ( $\phi$ ) é dada pela razão entre o volume de poros e o volume da caixa imaginária que representa o meio poroso ideal escolhido neste trabalho, o número de poros ( $N_{poros}$ ) é dado pela Eq. (3.12).

$$N_{poros} = \frac{AL\phi}{V_t} \quad (3.12)$$

Onde:

A – área;

L – profundidade do poro ideal;

Sendo  $Q_1$  a vazão em um poro, a Eq. (3.13) expressa a velocidade do fluido ao longo de z. Entretanto, esse é um valor médio.

$$u(z) = \frac{Q_1}{\pi R(z)^2} \quad (3.13)$$

Para simplificar, adotamos  $u_{médio}$  para explicitar a velocidade do fluido em cada seção:

$$\frac{du(z)}{dz} = \frac{-Q_1 2 \frac{dR(z)}{dz}}{\pi R(z)^3} \quad (3.14)$$

Neste trabalho utilizamos dois modelos para o escoamento, a fim de compararmos os resultados, dados pelas Eqs. (3.15) que representa o modelo de Carreau e a Eq. (3.16) que constitui o modelo de Carreau com a introdução do parâmetro de ponderação  $\delta$ .

$$\eta = \eta_\infty + (\eta_0 + \eta_\infty) [1 + (\lambda \dot{\gamma})^2]^{(n-1)/2} \quad (3.15)$$

$$\eta = \{ \eta_{0S} [1 + (\lambda_S \dot{\gamma})^2]^{(n_S-1)/2} \}^\delta \{ \eta_{0E} [1 + (\lambda_E \dot{\gamma})^2]^{(n_E-1)/2} \}^{1-\delta} \quad (3.16)$$

Admitindo que  $\eta_{0S} = \eta_{0E}$ ,  $\lambda_S = \lambda_E$  e  $n_S \neq n_E$

Simplificando a Eq. (3.16), obtém-se a Eq.(3.17).

$$\eta = \{\eta_0[1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]\}^{\left[\frac{\delta(n_s - n_E) + n_E - 1}{2}\right]} \quad (3.17)$$

Assim como Santos et al (2007), utilizamos outra aproximação que trata da hipótese de lubrificação. A queda de pressão possui a mesma relação do caso do escoamento em duto, como mostra a Eq. (3.18).

$$\frac{dp(z)}{dz} = \frac{8\eta(z)u(z)}{R(z)^2} \quad (3.18)$$

Sendo a vazão  $Q$  correspondente a  $Q_1 N_{poros}$ , o valor da queda de pressão ( $\Delta P$ ) que será utilizado na Eq. (3.19).

$$Mob = \frac{QL}{A\Delta P} \quad (3.19)$$

Onde:

$Q$  – vazão volumétrica total no meio poroso ( $m^3/s$ );

$L$  – comprimento total do reservatório (m);

$A$  – área da seção do reservatório ( $m^2$ );

$\Delta P$  – queda de pressão do fluido (Pa).

O parâmetro  $\delta$  utilizado no modelo da Eq. (3.16) foi calculado a partir da razão entre as áreas transversais da entrada do poro e do estreitamento do mesmo. Este cálculo é explicitado na Eq. (3.20) e a Fig. (3.3) mostra um esquema do canal poroso onde ocorre o escoamento.

$$\delta = \frac{H^2}{[R(z(i))]^2}, \text{ para } i = 1 \quad (3.20)$$

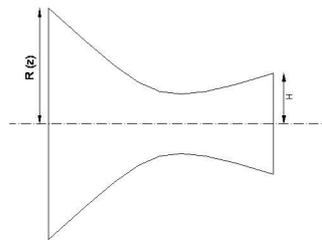


Figura 3.3. Canal convergente – divergente

## 4. PROGRAMACAO NO MATLAB

### 4.1. Dados de entrada

#### 4.1.1. Dados do poro

- Porosidade ( $\phi$ ) = 0,2%
- Permeabilidade ( $k$ ) = 1,4 darcies

#### 4.1.2. Dados do fluido

- Vazão ( $Q$ ) = 0,1  $m^3/s$ 
  - a) Utilizando a Eq. (3.16) – Modelo de Carreau sem o parâmetro de ponderação:
    - Índice de Comportamento do Escoamento para Fluidos não Newtonianos ( $n$ ) = variável
    - Inverso da velocidade de deformação ( $\lambda$ ) = 2s
  - b) Utilizando a Eq. (3.17) – Modelo de Carreau com o parâmetro de ponderação:
    - Parâmetro extensional ( $n_e$ ) = variável
    - Parâmetro de cisalhamento ( $n_s$ ) = variável
    - Inverso da velocidade de deformação ( $\lambda$ ) = 2 s

#### 4.1.3. Dados da geometria

- Raio da esfera ( $R_{esf}$ ) = 1,0 ( $L \leq R_{esf}$ )
- Semi-espacamento entre esferas ( $H$ ) = variável (m)
- Comprimento do reservatório ( $L$ ) = variável (m)
- Área da seção do reservatório = 0,001 $m^2$
- Adimensional Geométrico de  $L$  ( $L'$ ) =  $L/R_{esf}$
- Adimensional Geométrico de  $H$  ( $H'$ ) =  $H/H_{esf}$

Como  $R_{esf}$  corresponde a 1,0, então:  $L' = L$  e  $H' = H$ .

## 4.2. Dados de saída

- Mobilidade
- Gráficos
- Parâmetro de ponderação

## 5. RESULTADOS:

A partir do Modelo de Carreau da Eq. (3.15) foram gerados gráficos para analisar o comportamento do fluido, as características do escoamento e suas variações de acordo com mudanças na geometria do meio poroso, assim como a mobilidade.

Os gráficos das Figs 5.1 a 5.10 mostram o comportamento da Viscosidade ( $\eta$ ) em função da Taxa de Deformação ( $\dot{\gamma}$ ) e da Viscosidade ao longo de Z. A geometria do poro foi mantida constante:

- $R_{\text{esf}} = 1,0\text{m}$
- $H = 0,25\text{m}$
- $L = 0,50\text{m}$

Os gráficos das Fig. (5.1) e (5.2) revelam a variação da Viscosidade ao longo Z (onde  $Z \leq L$ ) novamente para os casos  $n < 1$  (no primeiro) e  $n > 1$  (no segundo). Observou-se que a curva da Viscosidade possui um comportamento quase constante em ambos os gráficos quando o n é próximo a 1 (newtoniano) e depois tem uma forte ascensão (ou queda) quando se aproxima de  $Z=L$ . Isto ocorre devido ao estreitamento que ocorre no meio poroso idealizado (em  $Z=L$ ), que demonstra que as tensões geradas no escoamento tendem a modificar a característica da viscosidade ao longo do meio poroso.

As Figs (5.3) e (5.4) mostram diminuição da Mobilidade com o aumento do parâmetro n, tanto para o caso do fluido pseudo-plástico quanto para o dilatante. Isto se torna evidente quando se analisa a Fig. (5.5), que corrobora com os gráficos das Figs (5.3) e (5.4).

É possível observar no primeiro gráfico da Fig. (5.3) que há queda do valor da Mobilidade conforme se aumenta o semi-espacamento entre as esferas (H) e no segundo há aumento da Mobilidade. No primeiro gráfico da Fig. (5.4) nota-se que aumento do valor da Mobilidade conforme se aumenta o comprimento do reservatório (L) e o inverso ocorre no segundo gráfico onde o parâmetro n é maior que 1.

Os gráficos das Fig 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10 foram produzidos a partir do modelo de Carreau apresentado na Eq. (3.17), que possui algumas modificações em relação ao anterior e que leva em consideração se o escoamento tem características extensionais ou de cisalhamento, além de inserir novos parâmetros que caracterizam o fluido.

Antes da elaboração dos gráficos, foi feito o cálculo do parâmetro de ponderação ( $\delta$ ), utilizando-se a Eq. (3.25), para diversos semi-espacamentos entre as esferas (H) e assim obter um valor para  $\delta$  no qual o escoamento permaneça com característica predominantemente extensional. Os resultados obtidos estão apresentados na Tab. (5.1). A partir daí decidiu-se utilizar o valor de  $H=0.25$ , já que o mesmo foi o valor utilizado nos testes do modelo anterior e assim permite realizar comparações entre os métodos.

Analisando-se o gráfico da Fig. (5.6), nota-se que a Mobilidade decai com o aumento de  $n_s$  e  $n_e$ . Como deseja-se estudar o comportamento de baixas Mobilidades para um fluido shear-thinning ( $n_s < 1$ ) extensional-thickening ( $n_e > 1$ ), será adotado o valor de  $n_s=0.9$  e  $n_e=1.5$ .

Os gráficos das Figs. (5.7) e (5.8) são gráficos que relacionam a Mobilidade x  $n_e$  e Mobilidade x  $n_s$ , para  $L=0.50$  e  $L=0.90$ . Nota-se que o tamanho do reservatório não tem grande influência na Mobilidade, pois a mesma continua decrescendo com o aumento dos parâmetros  $n_e$  e  $n_s$ .

A Fig. (5.9) do gráfico de Mobilidade x H revelou que a Mobilidade aumenta com o aumento do semi-espacamento entre as esferas (H) e que isso ocorrerá com mais intensidade para um comprimento de reservatório menor. Já na Fig. (5.10) é possível observar que Mobilidade tem grande acréscimo conforme aumenta-se o parâmetro  $\delta$ .

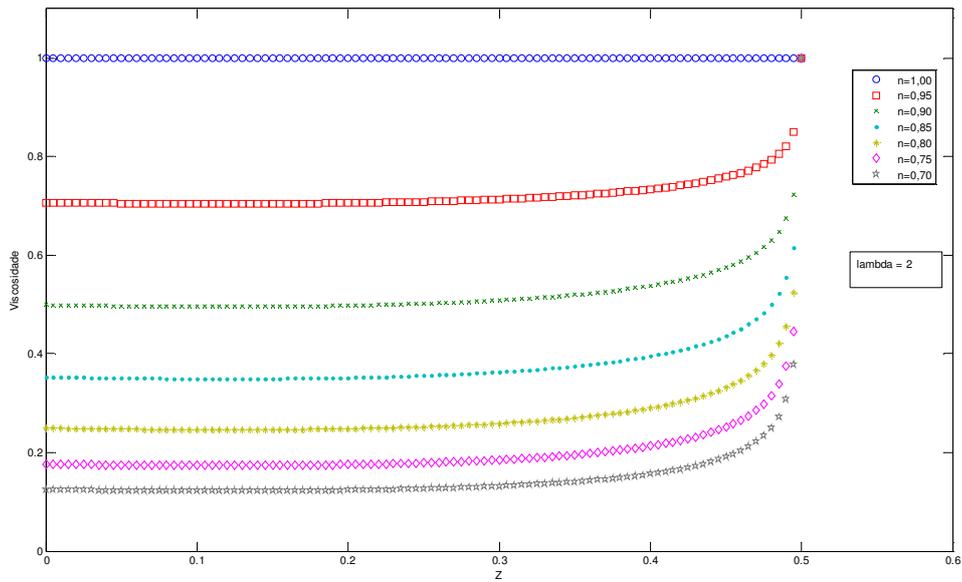


Figura 5.1. Gráficos da Viscosidade x Z (para  $n < 1$ )

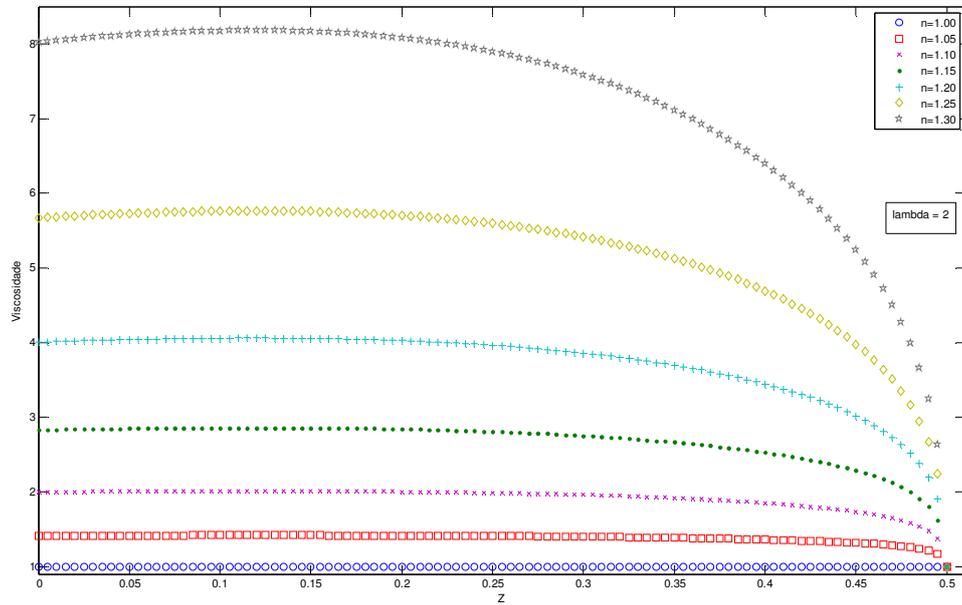


Figura 5.2. Gráficos da Viscosidade x Z (para  $n < 1$  e  $n > 1$ )

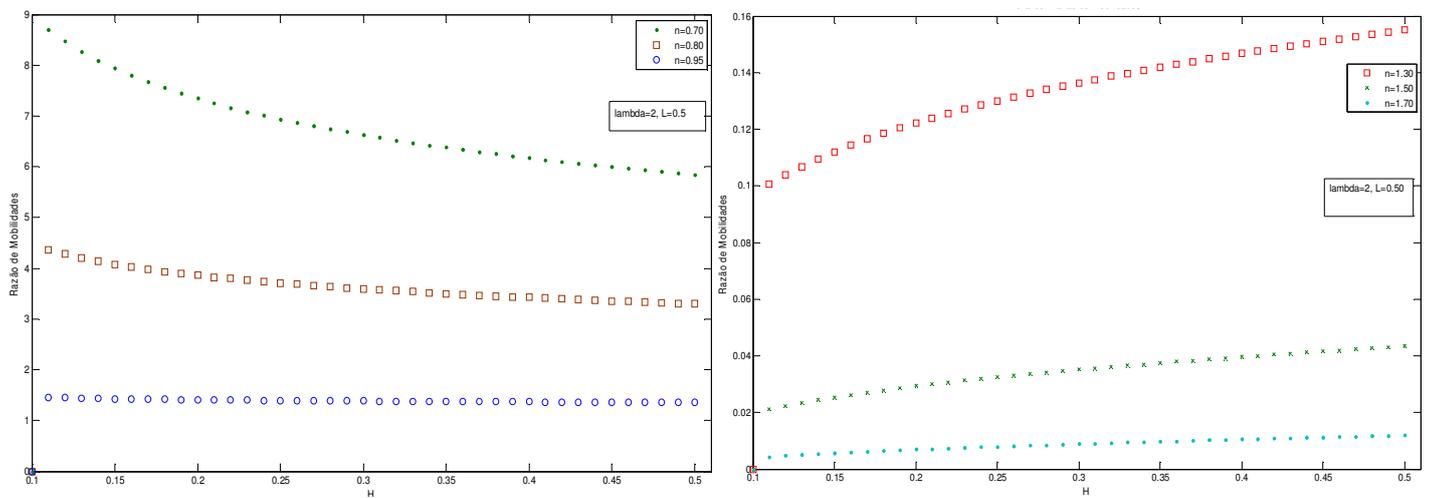


Figura 5.3. Gráficos da Razão de Mobilidades x H (para  $n < 1$  e  $n > 1$ )

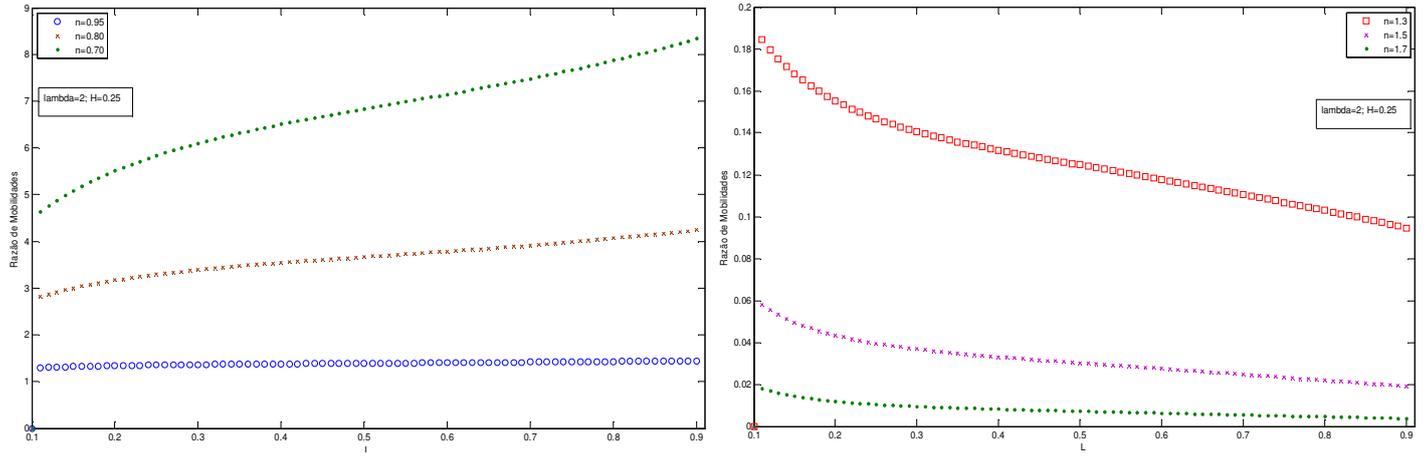


Figura 5.4. Gráficos da Razão de Mobilidades x L (para n<1 e n>1)

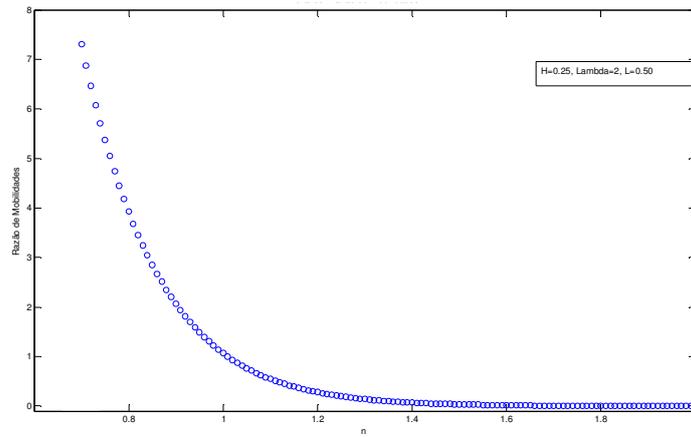


Figura 5.5. Gráfico Razão de Mobilidades x n

Tabela 5.1. Relação entre H e o parâmetro de ponderação

$\delta = H^2/[R(1)]^2$	H	$\delta = H^2/[R(1)]^2$	H	$\delta = H^2/[R(1)]^2$	H
0.2425	0.1400	0.4467	0.2800	0.5681	0.4200
0.2790	0.1600	0.4679	0.3000	0.5813	0.4400
0.3128	0.1800	0.4875	0.3200	0.5938	0.4600
0.3439	0.2000	0.5059	0.3400	0.6056	0.4800
0.3727	0.2200	0.5230	0.3600	0.6167	0.5000

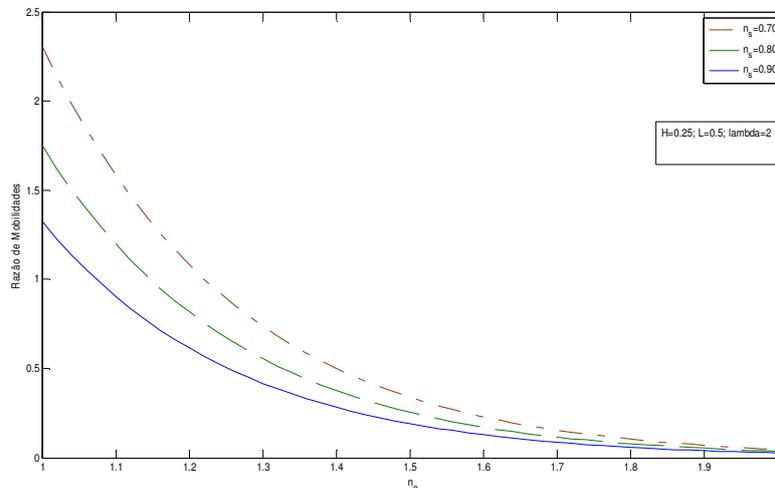


Figura 5.6. Gráfico Razão de Mobilidades x ne (variando ns)

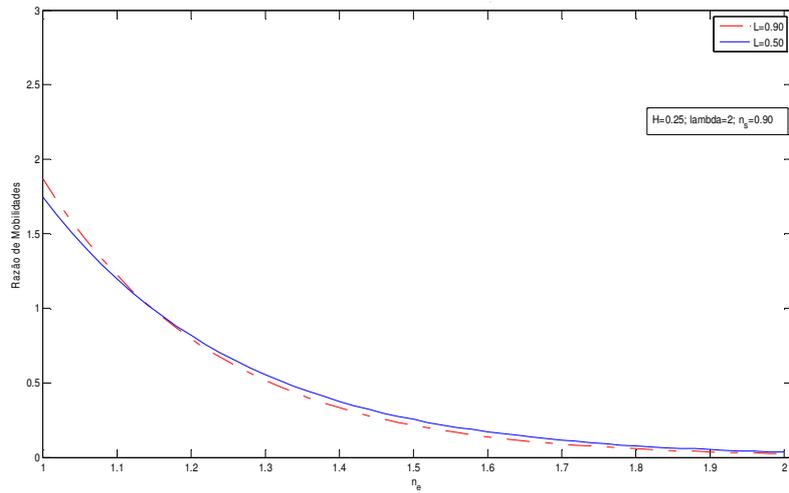


Figura 5.7. Gráfico Razão de Mobilidades x  $n_e$  (variando L)

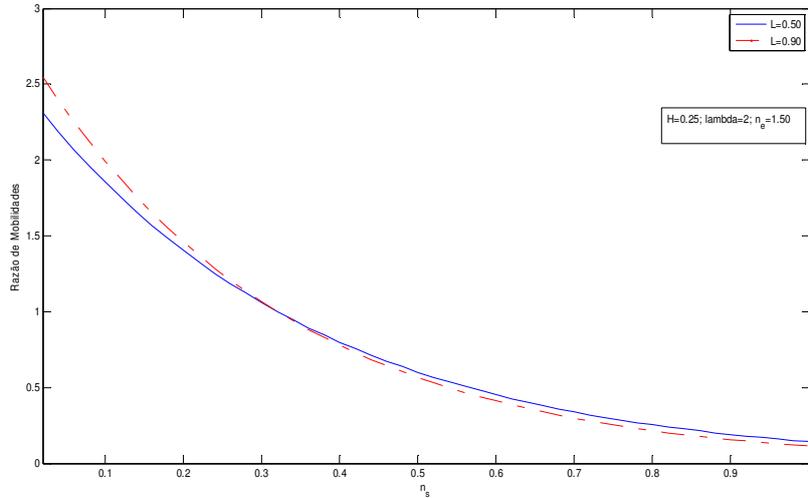


Figura 5.8. Gráfico Razão de Mobilidades x  $n_s$  (variando L)

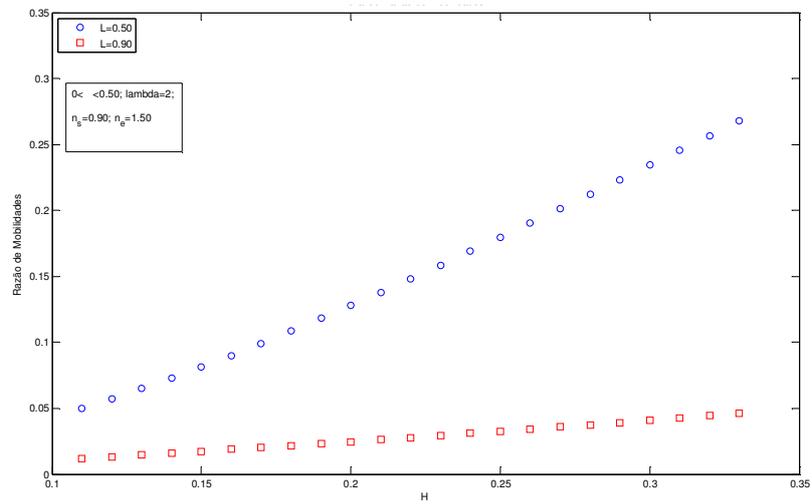


Figura 5.9. Gráfico Razão de Mobilidades x H (variando L)

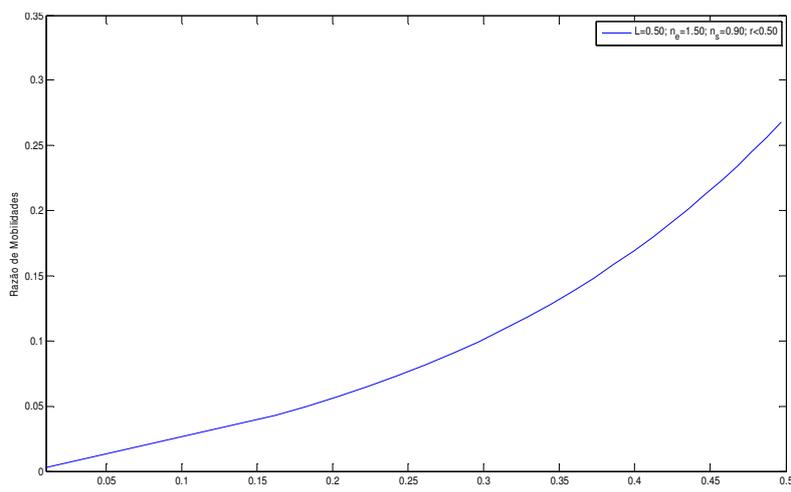


Figura 5.10. Gráfico Razão de Mobilidades x  $\delta$

## 6. CONCLUSÕES

Este trabalho constitui um avanço na obtenção da Mobilidade de um fluido newtoniano generalizado no meio poroso. Os resultados mostram que a viscosidade depende da taxa de deformação imposta ao fluido e revelam que a taxa de deformação varia ao longo da geometria. Isso faz com que o desacoplamento permeabilidade-viscosidade da Lei de Darcy não seja possível de ser utilizada neste caso.

O estudo proporciona uma maneira numérica de se obter a Mobilidade como forma alternativa a uma equação fechada como a Lei de Darcy. É válido ressaltar que essa Mobilidade obtida numericamente é sensível a mudanças nos parâmetros do fluido e na geometria do poro, e que é possível definir parâmetros ajustados para se obter baixas Mobilidades.

A investigação que norteou o projeto teve como objetivo avaliar um escoamento de características extensionais para um fluido shear-thinning extensional-thickening. E um importante progresso foi feito ao se calcular o parâmetro de ponderação  $\delta$  para diversos semi-espacamentos  $H$  entre as esferas. Isto possibilita a utilização de um valor de  $H$  que irá fornecer um parâmetro  $\delta$  não muito distante de zero, ou seja, tornará possível o estudo de um escoamento próximo ao puramente extensional com baixas mobilidades do fluido.

## 7. REFERÊNCIAS

- Astarita G., 1979, "Objective and generally applicable criteria for flow classification", Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, pág.69-76.
- Durst F., Haas R., Interthal W., 1999, "The nature of flows through porous media", J. Non Newtonian Fluid Mechanics.
- Lane M., 2004, "Escoamento de fluidos não-newtonianos através de canais convergentes-divergentes". Dissertação de Mestrado, PUC, Departamento de Engenharia Mecânica, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Petróleo, Rio de Janeiro/RJ.
- Santos A. F., 2007, "Procedimento numérico para obtenção de um modelo de darcy generalizado para escoamento de fluidos não newtonianos do tipo power-law em meios porosos", Trabalho de Conclusão de Curso, UFF, Departamento de Engenharia Mecânica, Niterói/RJ.
- Souza Mendes P. R., Naccache M.F., 2002, "A Constitutive Equation for Extensional" – Thickening Fluids Flowing Through Porous Media.
- Thompson R. L., Souza Mendes P. R., Naccache M. F., 1999, "A New Viscoelastic Constitutive Equation and its Behavior in Contraction Flows", International Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics.

## 8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

## MODELS FOR FLOW OF NON-NEWTONIAN FLUIDS IN POROUS MEDIA

Carmo, L. V., luanavalim@gmail.com<sup>1</sup>  
Marques, D. M., diogomm13@gmail.com<sup>1</sup>  
Thompson, R. L., roney@vm.uff.br<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Engenharia Macânica, TEM/PGMEC, Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria, 156, Niterói, RJ, CEP 24210-240, Brazil

**Abstract:** *The process of oil recovery in reservoirs by the injection of liquid polymer in porous media is an important technique, which has stimulated many researches. The Darcy law is presented as an expression for the mobility of the joint fluid-porous medium in which the permeability and viscosity are coupled due to the complexity of the fluid. The model used in the paper intends to consider the effects especially for non-newtonian extensional flows, which are prevalent in porous media. The numerical procedure was developed to allow an analysis on the movement and its sensitivity to rheological fluid and the pore geometry, treated as a channel convergent - divergent or as a neck between two spheres of same radius whose geometry provides an outlet extensional. The constitutive equations for non-Newtonian fluids used are based models Carreau. We also studied the relationship of "weighting parameter"  $\delta$  with the geometrical characteristics of the pore and mobility.*

**Palavras-chave:** *non-newtonian fluids, porous media, mobility.*

