

MÉTODO NUMÉRICO PARA A OTIMIZAÇÃO DO TEMPO DE ATITUDE DE SATÉLITE EM ÓRBITA CIRCULAR TERRESTRE, EQUIPADO COM TRÊS RODAS DE REAÇÃO INTERNAS

Alexandre Carbonera Bettiato, bettiato@petrobras.com.br¹
Wanderley Pires Cunha, wanderleyp@iae.cta.br²
Pedro Paglione, paglione@ita.br¹

¹Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, CEP 12.228.904.

²Instituto de Aeronáutica e Espaço, Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, CEP 12.228.904

Resumo: Este trabalho apresenta um método de otimização do tempo de manobra para atitude de satélites artificiais equipados com três rodas de reação. Considera-se o objeto em estudo em órbita circular terrestre e sujeito a momentos resultantes do gradiente gravitacional. As velocidades angulares das rodas de reação têm seus vetores coincidentes com os eixos principais de inércia do satélite. As variáveis de controle são os torques aplicados aos eixos de cada roda de reação. A solução do problema numérico para minimização do tempo, incluindo limitações nos valores absolutos dos controles (bang-bang), é extremamente difícil. Logo, é apresentada uma alternativa numérica para sua solução, utilizando um índice de desempenho misto (minimização de energia e tempo de manobra). Repetições da rotina de cálculo são efetuadas com o índice de desempenho misto tendendo para tempo mínimo, até que os valores dos controles (torques) atinjam os limites absolutos determinados. A solução numérica é elaborada através de um algoritmo implementado com o aplicativo MatLab, que utiliza a função "bvp4c" de seu pacote de otimização para a solução de um problema de valor de contorno em dois pontos.

Palavras-chave: satélite, atitude, controle, otimização, minimização

1. INTRODUÇÃO

A pesquisa no campo da otimização da atitude de satélites artificiais em órbita terrestre, foi desenvolvida através de vários projetos de sistemas de controle de manobra de veículos espaciais rígidos, utilizando-se métodos numéricos para modelos compostos de equações não lineares acopladas. A seguir será apresentada uma breve descrição histórica das pesquisas realizadas nesse campo.

Considerando-se a otimização do tempo de atitude, foi desenvolvido um procedimento para se calcular manobras utilizando-se um dispositivo giroscópico com controle de momento (Kranton, 1970). Nesse trabalho, o problema de otimização do tempo da atitude de veículos espaciais foi tratado utilizando-se métodos numéricos, com limitações de forças e torques e com o tempo determinado através de seqüências de reduções do tempo de manobra, até que essas reduções atingissem os limites impostos pelo problema, configurando-se como um procedimento "Bang Bang" (Li e Bainum, 1990). O problema de valores de contorno em dois pontos foi derivado de uma aplicação do princípio de Pontryagin, resolvido utilizando-se um programa de quase-linearização. Foi estabelecido analiticamente em um trabalho complementar, que um veículo espacial rígido com simetria inercial, pode ser controlado independentemente nos três eixos, mas sem ser simultaneamente singular, em nenhum momento, no procedimento de manobra de tempo mínimo (Bilimoria, 1993). Em um trabalho complementar no campo de otimização de controle de tempo mínimo, a solução foi obtida através de um algoritmo de chaveamento, utilizando-se um procedimento em malha aberta (Méier e Bryson, 1993). O mesmo algoritmo foi usado para se obter soluções aproximadas, com controle de chaveamento, para minimização de tempo de manobra de atitude de satélite (Byers, 1993). Uma solução que empregou o procedimento de minimização de tempo, onde três torques para controle independente são aplicados, cada um alinhado a um dos eixos principais de inércia do veículo, foi publicada, mostrando que para certos problemas, todos os procedimentos para minimização foram de ordem infinita (Seywald, 1993). Esse trabalho utilizou o método "Bang Bang", para uma estratégia de controle infinita e singular. Em uma publicação posterior, foi mostrado que é possível simular muitas soluções utilizando-se uma variedade de configurações de veículos espaciais, através de controle de manobra de atitude de tempo mínimo, para corpos rígidos e flexíveis (Scrivener, 1994). Posteriormente, um método de controle para

garantir uma estabilização ótima do satélite foi proposto para um veículo equipado com três rodas de reação. Neste caso, a ação de controle foi obtida através dos movimentos de rotação das rodas de reação internas.

Como um complemento dos estudos mencionados acima, o presente trabalho analisará, em particular, o caso da estratégia de otimização de controle baseada na abordagem do tempo mínimo.

2. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO, CONTROLE E OTIMIZAÇÃO

O movimento angular é relativo ao centro de massa do satélite. As equações cinemáticas são (Bryson, 1994):

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p - n \sec \theta \sin \psi + r \cos \phi \tan \theta + q \sin \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi - n \cos \psi - r \sin \phi \\ \dot{\psi} &= \sec \theta (r \cos \phi + q \sin \phi - n \sin \theta \sin \psi)\end{aligned}\tag{1}$$

Onde:

n é a velocidade angular da órbita, e é definida como:

$$n = \sqrt{\frac{g}{R}}, \text{ sendo } g \text{ a aceleração da gravidade da terra e } R \text{ a distância entre o centro de gravidade da terra e o centro}$$

de gravidade do satélite.

p , q e r são as velocidades angulares do satélite em relação aos seus eixos principais de inércia x , y e z , respectivamente.

ϕ , θ , ψ são os ângulos de Euler.

As velocidades angulares estão em função de n e dos ângulos de Euler para as posições de equilíbrio (Bryson, 1994):

$$\begin{aligned}p &= -n \cos \theta \sin \psi \\ q &= -n(\cos \phi \cos \psi + \sin \theta \sin \phi \sin \psi) \\ r &= -n(-\cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi)\end{aligned}\tag{2}$$

As equações dinâmicas das rodas de reação internas são (Junkins, 1986):

$$\begin{aligned}\dot{h}_1 &= u_1 - J_a \dot{p} \\ \dot{h}_2 &= u_2 - J_a \dot{q} \\ \dot{h}_3 &= u_3 - J_a \dot{r}\end{aligned}\tag{3}$$

Onde \dot{h}_1 , \dot{h}_2 e \dot{h}_3 correspondem às variações com relação ao tempo das quantidades de movimento angular das rodas internas, u_1 , u_2 e u_3 são os torques aplicados aos seus eixos e J_a é o momento de inércia das mesmas.

São definidos os seguintes parâmetros de inércia (Bryson, 1994):

$$a = \frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}} \quad b = \frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}}\tag{4}$$

I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} são os momentos principais de inércia do satélite.

Inserindo nas equações dinâmicas (Bryson, 1994) os torques aplicados às rodas internas, seus momentos de inércia e os parâmetros de inércia (3), obtém-se:

$$\begin{aligned}\dot{p} &= \frac{2((I+ab)h_3nq - (h_2n(I+ab) + (a-I)bp)r + u_1 + abu_1) + 3n^2(a-I)b \cos^2 \theta \sin(2\phi)}{2(a-I+J_a+abJ_a)} \\ \dot{q} &= \frac{-(I+ab)h_3np + (h_1n(I+ab) - (a+b)p)r + u_2 + abu_2 - 3n^2(a+b)\cos \theta \cos \phi \sin \theta}{(I+ab)(J_a-I)} \\ \dot{r} &= \frac{(I+ab)h_2np - h_1nq - abh_1nq + apq + abpq + u_3 + abu_3 + 3n^2a(I+b)\cos \theta \sin \theta \sin \phi}{-I-b+J_a+abJ_a}\end{aligned}\quad (5)$$

As equações dinâmicas acima incluem os momentos resultantes do gradiente gravitacional.

As quantidades de movimento angular, bem como suas variações com relação ao tempo, os torques aplicados às rodas de reação internas e seus momentos de inércia estão “parametrizados” como uma função do momento principal de inércia I_{yy} :

$$h_{1,2,3} = \frac{h_{x,y,z}}{I_{yy}}, \quad \dot{h}_{1,2,3} = \frac{\dot{h}_{x,y,z}}{I_{yy}}, \quad u_{1,2,3} = \frac{u_{x,y,z}}{I_{yy}}, \quad J_a = \frac{J}{I_{yy}} \quad (6)$$

O sistema é descrito através das equações não lineares Eq. (1), Eq. (3) e Eq. (5), para satisfazer os requisitos do modelo:

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) \quad (7)$$

Com:

$$x = \{p, q, r, h_1, h_2, h_3, \phi, \theta, \psi\}; \quad u = \{u_1, u_2, u_3\}$$

A seguir são definidas as equações de otimização utilizadas no presente trabalho.

Índice de desempenho (Lewis, 1986):

$$J(t_0) = \phi(x(T), T) + \int_{t_0}^T L(x(t), u(t), t) dt \quad (8)$$

Função Hamiltoniana:

$$H(x, u, \lambda) = L(x, u, t) + \lambda^T(x, u, t) \quad (9)$$

Coestados dinâmicos:

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x, u, \lambda) \quad (10)$$

Condição de otimalidade:

$$0 = \frac{\partial H}{\partial u}(x, u, \lambda) \quad (11)$$

As Eq.(7) e Eq.(8) e as restrições $x(0) = x_0, (x_0 \in R^n)$, e $\psi(x(T), T) = 0, (\psi \in R^q)$, com $q \leq n$, levam a um “problema de valores de contorno em dois pontos”, cujo vetor de condições de contorno é:

$$R[x(0), x(T)] = \begin{bmatrix} y(0) - y_0 \\ \psi[y(T), T] \\ \lambda(T) - \frac{\partial \phi^T(T)}{\partial y} - \frac{\partial \psi^T(T)}{\partial y} \\ H(T) \end{bmatrix} = 0, R[x(0), x(T)] \in R^N \quad (12)$$

3. OTIMIZAÇÃO DE ATITUDE

A manobra de atitude é realizada através de posições definidas pelos estados inicial e final conhecidos, caracterizando-se como um problema de valores de contorno (PVC) em dois pontos, de sistemas contínuos no tempo. A manobra é realizada através dos torques (controles) aplicados às três rodas de reação internas. A formulação do problema será apresentada com sua implementação computacional.

3.1. bvp4c – Descrição do método numérico

A função bvp4c do Matlab implementa o método para a solução do PVC como segue (Shampine, 2000):

$$y' = f(x, y, p), \quad i \leq x \leq f \quad (13)$$

Onde:

i é o parâmetro de estado inicial x

f é o parâmetro de estado final y

e p é um vetor de parâmetros desconhecidos

Sujeito a condições de contorno em dois pontos, geralmente não linear:

$$g(y(i), y(f), p) = 0 \quad (14)$$

E a relação acima satisfaz as equações diferenciais em cada intervalo nos pontos intermediário e final:

$$S'(x_n) = f(x_n, S(x_n)) \quad (15)$$

$$S\left(\frac{x_n + x_{n+1}}{2}\right) = f\left[\frac{x_n + x_{n+1}}{2}, S\left(\frac{x_n + x_{n+1}}{2}\right)\right] \quad (16)$$

$$S'(x_{n+1}) = f(x_{n+1}, S(x_{n+1})) \quad (17)$$

Essas condições resultam em um sistema de equações diferenciais não lineares com os coeficientes $S(x)$. Diferentemente dos métodos dos “tiros”, a solução $y(x)$ é aproximada sob o intervalo $[i, f]$ e as condições de contorno são consideradas a cada passo do processo de solução. As equações algébricas são solucionadas iterativamente por linearização, então esta aproximação é realizada com os recursos para solução de equações lineares do MatLab. O método básico utilizado pela função bvp4c é conhecido como “método da colocação”.

3.2. Formulação do problema de controle de atuação para minimização de tempo

A solução do problema para a minimização do tempo de manobra é extremamente difícil. Como os controles aparecem de forma linear nas equações, a aplicação da condição de otimalidade, Eq. (11), resultaria em valores infinitos para os controles. A solução apresentada no presente trabalho é a utilização de um índice de desempenho misto, composto pelos índices de desempenho para tempo mínimo e energia mínima. Assim é possível a aplicação da condição de otimalidade para a determinação das equações dos controles, uma vez que os mesmos estarão na forma não linear. Os índices de desempenho são relacionados através da introdução de uma variável de ponderação “ v ” com intervalo de 0 a 1. Se o valor de “ v ” for igual a 1, o problema será de energia mínima, e se “ v ” for zero, o problema será de tempo mínimo. O objetivo é iniciar o problema com um valor de “ v ” intermediário, assim o algoritmo aplicará reduções sucessivas à variável “ v ”, conduzindo a um problema de tempo mínimo. Com a aplicação de valores limites (“batentes”) para os controles, as reduções da variável “ v ” ocorrerão até que os controles se aproximem dos limites arbitrados para o problema. Desta forma, as curvas dos controles serão semelhantes ao tipo “bang-bang”, método pelo qual os controles assumem os valores limites absolutos, ocorrendo apenas alterações de sinal, Eq. (25), conforme os sinais dos valores calculados para os controles.

Logo, os torques aplicados aos eixos das rodas internas ($u_1(t)$), Eq. (3), atuam como variáveis de controle do sistema (Junkins, J. L., Kim, Y., 1993).

O problema é formulado com o estado final livre, que é uma condição que inclui na equação o índice de desempenho, a função de estado final $\phi(x(T), T)$, onde as variáveis de estado tendem a assumir valores muito próximos das variáveis de estado final.

A equação do índice de desempenho para o problema misto, incluindo a função de estado final, é definida como segue:

$$J = \frac{1}{2} (x(T) - r(T))^T S(T) (x(T) - r(T)) + \frac{1}{2} \int_0^T L dt \quad (18)$$

“S” é a variável de ponderação de estado final.

A função $L(x, u, t)$ proposta como alternativa para o índice de desempenho misto, derivada das funções para problemas de tempo mínimo e energia mínima (Lewis, 1986), é determinada através da seguinte equação:

$$L = \frac{v}{2} (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) + (1 - v) \quad (19)$$

Logo, a Eq. (19) e as nove equações diferenciais que definem o sistema, sendo três delas aquelas que determinam o seu comportamento cinemático, Eq. (1), e seis que determinam seu comportamento dinâmico parametrizado, Eq. (3) e Eq. (5), inseridas na Eq. (9), resultam na seguinte equação Hamiltoniana:

$$H = \frac{v}{2} (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) + (1 - v) + \lambda_p \dot{p} + \lambda_q \dot{q} + \lambda_r \dot{r} + \lambda_{h1} \dot{h}_1 + \lambda_{h2} \dot{h}_2 + \lambda_{h3} \dot{h}_3 + \lambda_\phi \dot{\phi} + \lambda_\theta \dot{\theta} + \lambda_\psi \dot{\psi} \quad (20)$$

Através da derivação da equação Hamiltoniana em relação a cada variável de estado, obtém-se as nove equações diferenciais dos coestados (Bettiato, 2003). As equações dos controles são obtidas através da condição de “otimalidade” Eq. (11):

$$u_1 = - \frac{\lambda_{h1}(a-1) + \lambda_p(ab+1)}{J_a + abJ_a + a-1} \quad (21)$$

$$u_2 = - \frac{\lambda_{h2} + \lambda_q}{J_a - 1} \quad (22)$$

$$u_3 = - \frac{\lambda_{h3}(b+1) + \lambda_r(ab+1)}{J_a + abJ_a - b-1} \quad (23)$$

3.3. Implementação computacional do problema para tempo mínimo com índice de desempenho para minimização da energia de atuação do controle

A elaboração de um programa computacional para resolver o problema de controle ótimo para minimização do tempo de manobra foi realizada através do “software” **MatLab 6.5**, com a utilização da função “**bvp4c**” de seu pacote de otimização, para a solução de um problema de valor de contorno em dois pontos.

O vetor de estados e coestados é:

$$y = [p, q, r, h_1, h_2, h_3, \phi, \theta, \psi, \lambda_p, \lambda_q, \lambda_r, \lambda_{h1}, \lambda_{h2}, \lambda_{h3}, \lambda_\phi, \lambda_\theta, \lambda_\psi] \quad (24)$$

A dinâmica do sistema é descrita através de dezoito equações diferenciais de estados e coestados (Bettiato, 2003), incluindo a dinâmica das rodas internas. Para a solução do problema de otimização de tempo, dezoito condições de contorno são estabelecidas, sendo nove para os estados iniciais e nove para os estados finais. Para estes, as componentes do vetor de condições de contorno são computadas como uma função de estado final $\phi(x(T), T)$. A diferença entre os coestados e os valores definidos pela função de estado final gera resíduos que são termos do vetor de condições de contorno.

A solução numérica também inclui uma função de comutação (controle “bang-bang”) para a determinação do sinal dos valores de controle máximo. Quando os valores absolutos dos controles excederem os limites determinados para o problema, os mesmos não serão considerados, e em substituição, a cada evolução de cálculo, serão aplicados os valores absolutos máximos. A função de comutação é definida como:

$$U_i = u_{\max} \text{sign}(u_i) \quad (25)$$

Ao satélite em estudo foram atribuídos os seguintes parâmetros de inércia:

$$a = 0,2$$

$$b = -0,1$$

Estes parâmetros correspondem às seguintes relações:

$$I_{xx} = 0,816 I_{yy}$$

$$I_{zz} = 0,918 I_{yy}$$

Assim, os resultados para os torques e quantidades de movimento angular das rodas internas também estão parametrizadas em função de I_{yy} .

Este trabalho usa o tempo expresso em unidades canônicas. Sua vantagem é facilitar o desenvolvimento do cálculo numérico. Neste artigo, uma unidade canônica de tempo (u.c.t.) é definida como o tempo necessário para o satélite percorrer o arco equivalente a um radiano de sua órbita.

As ângulos de Euler iniciais e finais, bem como as quantidades de movimento angular parametrizadas das rodas de reação internas são:

	$\phi = 0^\circ$		$\phi = 8,6^\circ$
	$\theta = 0^\circ$		$\theta = 11,46^\circ$
Iniciais:	$\psi = 0^\circ$	Finais:	$\psi = 8,6^\circ$
	$h_1 = 0,5 \text{ rd/u.c.t.}$		$h_1 = 0,5 \text{ rd/u.c.t.}$
	$h_2 = 0,5 \text{ rd/u.c.t.}$		$h_2 = 0,5 \text{ rd/u.c.t.}$
	$h_3 = 0,5 \text{ rd/u.c.t.}$		$h_3 = 0,5 \text{ rd/u.c.t.}$

A velocidade angular de órbita é: $n = -1 \text{ rd/u.c.t.}$

As velocidades angulares do satélite são as componentes da velocidade angular de órbita, expressas no sistema de coordenadas do corpo, conforme os ângulos de Euler ϕ , θ e ψ :

Iniciais: $p = 0 \text{ rd/u.c.t.}$	Finais: $p = 0,1465 \text{ rd/u.c.t.}$
$q = 1 \text{ rd/u.c.t.}$	$q = 0,9821 \text{ rd/u.c.t.}$
$r = 0 \text{ rd/u.c.t.}$	$r = -0,1184 \text{ rd/u.c.t.}$

Dados complementares:

Momento de inércia parametrizado das rodas internas: $J_a = 0.05$

Ponderações de estado final (S) e número de intervalos do vetor de tempo (N) utilizados no algoritmo: $S_1 = 1000$, $S_2 = 10000$, $S_3 = 100000$ e $N = 25$.

Os resultados do problema são apresentados nas Figuras 1 – 4:

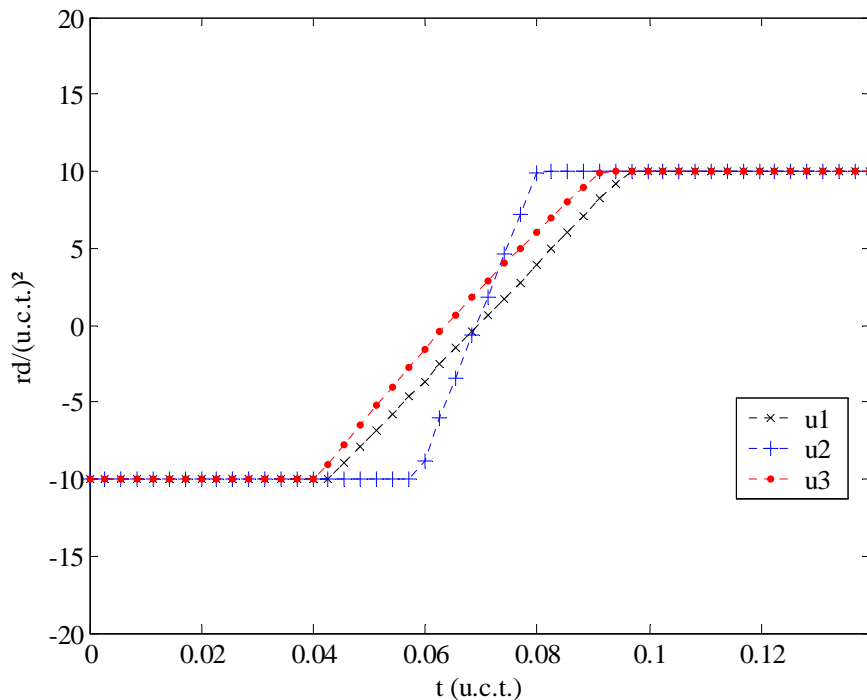


Figura 1. Controles (Torques)

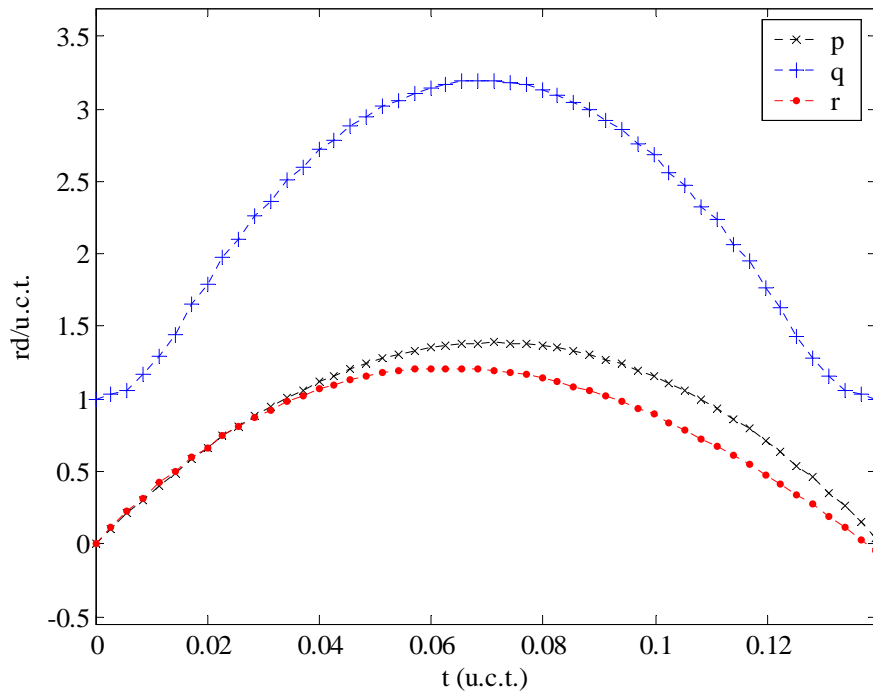


Figura 2. Velocidades angulares

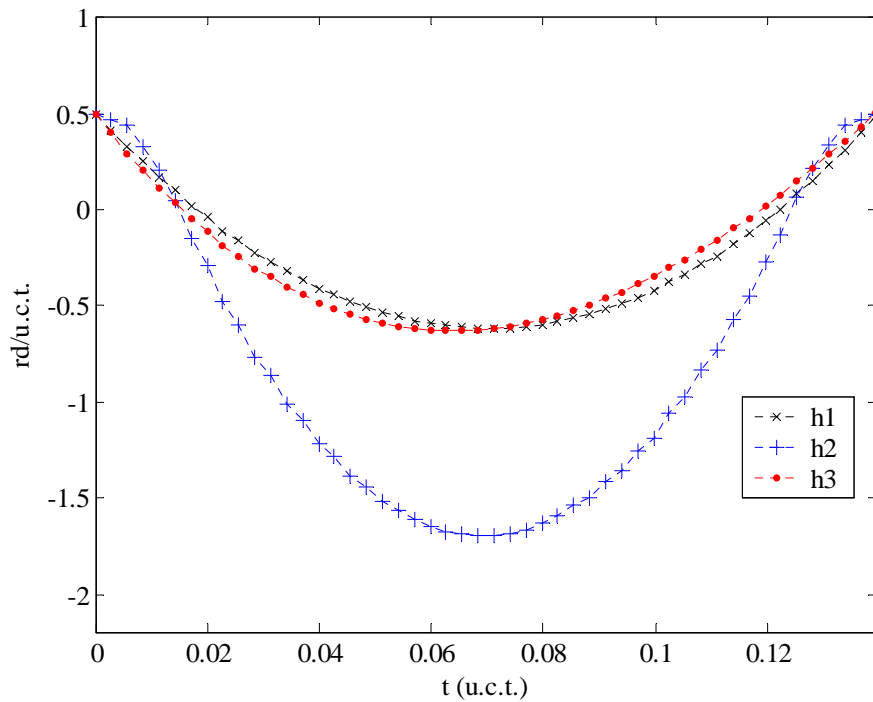


Figura 3. Quantidades de movimento angular parametrizadas das rodas internas

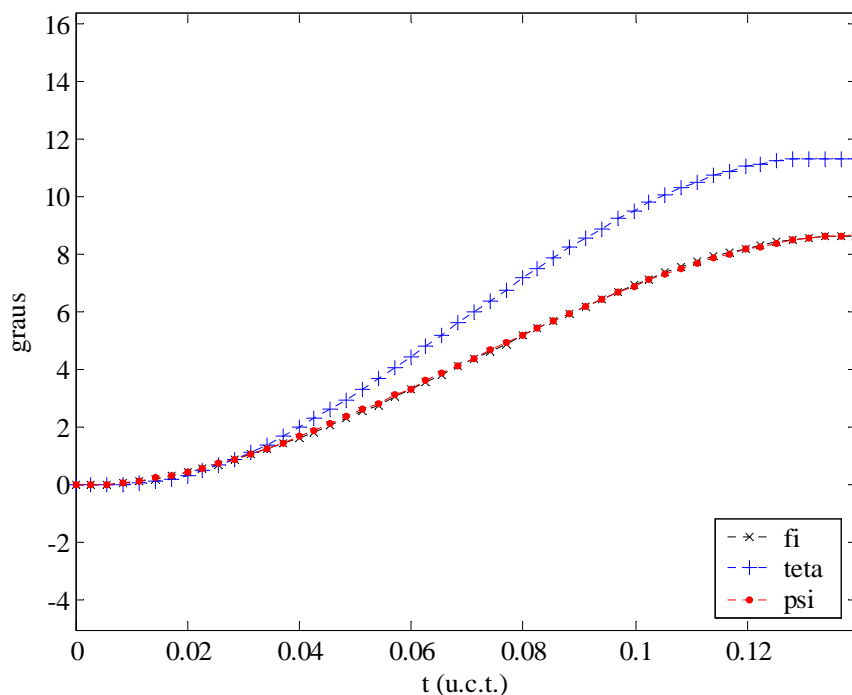


Figura 4. Ângulos de Euler

4. CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho, determinar a trajetória ótima de um satélite com três rodas de reação internas, através de um procedimento de otimização que utiliza métodos numéricos, foi satisfatoriamente atingido empregando-se a função “bvp4c” do “software” Matlab, para a solução de um problema de valores de contorno em dois pontos. O uso de métodos numéricos foi justificado devido ao fato da manipulação de métodos analíticos para a solução das equações de movimento ser extremamente difícil. Entretanto, este problema pode ser a base para trabalhos futuros, de forma a complementar a literatura no campo de controle de satélite e o suporte teórico para estudos de satélites equipados com três rodas de reação internas. Também, a inclusão de torques magnéticos e a modelagem para corpos flexíveis poderiam ser analisados em futuros trabalhos futuros de pesquisa de controle ótimo de satélites artificiais.

5. REFERÊNCIAS

- Bettiato, A.C., 2003, “Estabilidade e Controle Ótimo de Atitude de Satélites Artificiais com Rotores de Reação em Órbitas Circulares”, Dissertação de Mestrado, ITA, São José dos Campos, Brasil.
- Bilimoria, K. D.; Wie, B.,”Time-Optimal Three-Axis Reorientation of a Rigid Spacecraft”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v.16, n.3, may-jun., p. 446-452, 1993.
- Bryson, A. E., “Control of Spacecraft and Aircraft”, Princeton: Princeton University Press, 1994.
- Byers, R. M., V.R. Vadali, “Quasi-Closed-Form Solution to the Time-Optimal Rigid Spacecraft Reorientation Problem”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v.16, n. 3, may-jun., p.453-461, 1993
- Druzhinin, E. I., “The Permanent Rotations of a Balanced Non-Autonomous Gyrostat” *J. Appl. Maths Mechs*, v.63, n.5, p. 825-826, 1999.
- El Gohary, A. “On the Orientation of a Gyrostat Using Internal Rotors”, *International Journal of Mechanics Sciences*, v.43, p. 225-235, 2001.
- Junkins, J.L.; Turner, J. D., “Optimal Spacecraft Rotational Maneuvers”, Amsterdam: Elsevier, 1986.
- Kim, S.; Kim, Y., “Spin-Axis Stabilization of Rigid Spacecraft Using Two Reaction Wheels”, *Journal of Guidance AIAA*, v.24, n. 5, p.1046-1049, 2001.
- Kranton, J., “Minimum Time Attitude Maneuvers with Control Moment Gyroscopes”, *AIAA Journal*, v.8, n.8, aug., p. 1523-1525, 1970.
- Lewis, F. L., “Optimal Control”, New York: John Wiley, 1986.
- Li, F.; Bainum, P. M., “Numerical Approach for Solving Rigid Spacecraft Minimum Time Attitude Maneuvers”, *Journal of Guidance, AIAA*, v.13, n.1, p. 38-45, 1990.
- Longman, R.; Hagedorn, P.; Beck, A., “Stabilization Due to Gyroscopic Coupling in Dual-Spin Satellites Subject to Gravitational Torques”, *Celestial Mechanics*, v.25, n.4, p. 353-373, 1981.

Sarychev, V. A.; Mirer, S. A., "Relative Equilibria of a Gyrostat Satellite With Internal Angular Momentum Along a Principal Axis", Acta Astronautica, v.49, n.11, p. 641-644, 2001

Sarychev, V. A.; Isakov, V., "Dual-Spin Satellite With Gyro-Damping", Acta Astronautica, v.9, n.5, p.285-289, 1982.

Scrivener, S. L.; Thompson, R. C. "Survey of Time-Optimal Attitude Maneuvers" Journal of Guidance, Control and Dynamics, v.17, n.2, mar.-apr., p. 225-233, 1994.

Seywald, H. R., Kumar, R.R. "Singular Control in Minimum Time Spacecraft Reorientation" Journal of Guidance, Control and Dynamics, v.16, n.4, jul.-aug., p. 686-694, 1993.

Shampine, L.F.; Kierzenka, J.; Reichelt, M. W. "Solving Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations in Matlab with `bvp4c`". Natick: The MathWorks, Oct., 2000

6. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

NUMERICAL METHOD FOR THE TIME ATTITUDE OPTIMIZATION OF SATELLITE ON TERRESTRIAL CIRCULAR ORBIT, EQUIPPED WITH THREE INTERNAL REACTION WHEELS

Alexandre Carbonera Bettiato, bettiato@petrobras.com.br¹

Wanderley Pires Cunha, wanderleyp@iae.cta.br²

Pedro Paglione, paglione@ita.br¹

¹Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, CEP 12.228.904.

²Instituto de Aeronáutica e Espaço, Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50, Vila das Acácias, São José dos Campos, SP, CEP 12.228.904

Abstract: *This work presents a method of optimization of the maneuvering time of a satellite equipped with three reaction wheels. In this study, the satellite is on a circular terrestrial orbit and is subjected to gravitational torques. The reaction wheels angular velocities have their vector coincident with the vehicle principal axes of inertia. The control variables are the torques applied on each internal reaction wheel axis. The solution of the numerical problem for the minimization of time, including limitations on the control variables absolute values (bang bang) is extremely difficult. Concerning this, it is presented here a numerical alternative for the problem solution, through a mixed performance index, with minimization of the maneuvering time and minimization of energy. Repetitions of the calculation routine are conducted with the mixed performance index tending to minimum time, until the control values, i.e. torques, matches the determined absolute values. The numerical solution is accomplished through an algorithm developed with the Matlab function "bvp4c" of the Matlab optimization subroutine for the solution of a boundary value problem in two points.*

Keywords: *satellite, attitude, control, optimization, minimization*

The authors are the only responsible for the printed material included in this paper.