

## **INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA NA SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SECAGEM DE TELHAS CERÂMICAS ATRAVÉS DO MODELO DE DIFUSÃO USANDO SOLUÇÕES ANALÍTICAS E MÉTODO INVERSO**

Vera S. O. Farias, vera-solange@uol.com.br<sup>1</sup>  
Cleide M. D. P. S. e Silva, cleidedps@uol.com.br<sup>2</sup>  
Wilton Pereira da Silva, wiltonps@uol.com.br<sup>2</sup>  
Antônio G. B. Lima, Gilson@dem.ufcg.edu.br<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, I.C.T., Campus de Diamantina, MG, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal de Campina Grande, UAF, CCT, Aprígio Veloso 882, Campina Grande, PB, Brasil

<sup>3</sup>Universidade Federal de Campina Grande, UAEM, CCT, Aprígio Veloso 882, Campina Grande, PB, Brasil

**Resumo:** O presente artigo apresenta um estudo sobre secagem de corpos de prova na forma de telhas cerâmicas, moldadas com argila vermelha. Amostras do produto com teor de umidade inicial de 0,2381 (bs) foram colocadas numa estufa na temperatura de 55,6 °C, e os dados da cinética de secagem foram obtidos. Soluções analíticas da equação de difusão para parede infinita, retângulo e paralelepípedo com condição de contorno de terceiro tipo foram usadas para descrever o processo de secagem. Os parâmetros do processo, a partir de um conjunto de dados experimentais, foram determinados usando um algoritmo de otimização baseado no método inverso acoplado às soluções analíticas. Após a determinação dos coeficientes de transporte, as cinéticas de secagem para as telhas foram simuladas através de cada modelo proposto. A análise dos resultados obtidos, através dos gráficos das cinéticas de secagem e dos indicadores estatísticos, permite concluir que as três geometrias descrevem de forma satisfatória a cinética de secagem do produto, havendo concordância entre os modelos estudados. Os valores obtidos para o coeficiente de transferência convectivo de massa e para a difusividade efetiva da água foram consistentes com valores disponíveis na literatura.

**Palavras-chave:** coeficiente de transferência convectivo de massa, difusividade efetiva da água, otimização, cerâmica, meio poroso

### **1. INTRODUÇÃO**

Um importante estágio em vários processos produtivos, nas mais diferentes áreas da atividade humana está relacionado com a secagem de materiais porosos. Por exemplo, secagem é usada nas indústrias alimentícia, farmacêutica, cerâmica e de papel. Na indústria de materiais cerâmicos, a água usada na conformação do produto deve ser eliminada, antes da queima, através do processo de secagem. As condições sob as quais esta secagem ocorre são importantes em relação à qualidade final do produto. Podem ocorrer defeitos durante os processos de secagem, porque tensões internas são geradas no produto devido a gradientes de temperatura e umidade (Su, 1997; Gong et al., 1998; Musielak, 2001; Barati et al., 2003; Itaya et al., 2005; Maciulaitis, et al., 2008; Maciulaitis, e Malaiškien, 2009; Musielak, e Mierzwa, 2009). Em muitas situações, a perda do produto é verificada imediatamente após a secagem (Maciulaitis, e Malaiškien, 2009), em outras situações os danos causados pelo processo são observados somente após a queima (Maciulaitis, et al., 2008). Assim, a descrição detalhada do processo de secagem é importante para fornecer informações que resultem num produto final de boa qualidade com o mínimo de desperdício.

Para materiais cerâmicos, vários tipos de secagem são descritas na literatura, dentre os quais podem ser citados: secagem por microondas (Skansi, e Tomas, 1995), secagem utilizando o ar quente (Su, 1997; Musielak, 2001; Musielak, e Mierzwa, 2009; Sander et al., 2003), método de secagem por líquido dessecante (Barati et al., 2003), radiação de calor em estufa (Itaya et al., 2005), secagem convectiva-radioativa (Boukadida, e Nasrallah, 2002) e vapor superaquecido sob pressão (Looi et al., 2002). Em alguns países, como o Brasil, o ar quente é normalmente usado na secagem de produtos cerâmicos, apesar dos vários tipos de secagem acessíveis.

A fim de descrever a secagem de um produto, um modelo matemático deve ser usado. Na literatura, particularmente para materiais cerâmicos, vários modelos são disponibilizados. Dentre esses modelos, pode-se citar: modelos empíricos (Skansi, e Tomas, 1995; Sander et al., 2003), modelos de difusão (Sander et al., 2003; Looi et al., 2002; Chemkhi, e Zagrouba, 2005) e o modelo de fluxo de Darcy (Su, 1997; Chemkhi, e Zagrouba, 2008). Em alguns trabalhos, os períodos de secagem são descritos por diferentes modelos: período de taxa constante, período de taxa decrescente e período de difusão polimétrica (Ghosal et al., 1999). Para modelos de

difusão, as condições de contorno apropriadas devem ser identificadas na descrição do processo de secagem. Embora o uso de condições de contorno do terceiro tipo seja mais comum, alguns trabalhos usando condições de contorno do primeiro tipo são também encontrados na literatura (Chemkhi, e Zagrouba, 2005).

Para descrever o transporte de umidade, a geometria do sólido poroso deve ser definida. Em muitos estudos sobre secagem de produtos cerâmicos são usados corpos de teste na forma de paralelepípedo. Em vários desses trabalhos, a geometria é aproximada para uma parede infinita (Su, 1997; Musielak, 2001; Itaya et al., 2005; Chemkhi, e Zagrouba, 2005), e conseqüentemente, a descrição do processo é uni-dimensional. São encontrados também trabalhos que usam tijolos cerâmicos e aproximam a geometria para o caso bi-dimensional (Boukadida, e Nasrallah, 2002), bem como para o caso tri-dimensional (Nascimento, 2002, Cadê et al., 2005).

Na simulação do processo de secagem, os parâmetros termo-físicos devem ser conhecidos. Em muitas situações de interesse, tais parâmetros são avaliados na literatura e podem ser usados na simulação da cinética de secagem (Su, 1997; Looi et al., 2002; Chemkhi, e Zagrouba, 2008). No entanto, se esses parâmetros não são conhecidos, eles devem ser determinados de alguma forma, através de otimização, permitindo realizar a simulação do processo de secagem.

Este artigo propõe um estudo sobre a influência da forma geométrica considerada para o produto a ser seco: unidimensional, bidimensional e tri dimensional. Par isto, foi utilizado um algoritmo baseado no método inverso visando determinar a difusividade efetiva da água,  $Def$  e o coeficiente de transferência convectivo de massa  $h$  por otimização. O otimizador foi acoplado às soluções analíticas 1D, 2D e 3D da equação de difusão, escrita em coordenadas cartesianas, com condições de contorno de terceiro tipo. O algoritmo tornou possível determinar os parâmetros  $Def$  e  $h$  na secagem de produtos cerâmicos e foi aplicado ao estudo da secagem de telhas com ar quente.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

No presente artigo, o modelo da difusão líquida foi considerado adequado para descrever o transporte de água em telhas cerâmicas. Este modelo é amplamente aceito na literatura (Sander et al., 2003; Looi et al., 2002; Chemkhi, e Zagrouba, 2005; Li et al., 2004; Wu et al., 2004; Carmo e Lima, 2005; Hacıhafizoglu et al., 2008; Silva et al., 2008; Silva et al., 2008; Da Silva et al., 2009) para descrever o transporte de água tanto com a condição de contorno de primeiro tipo como com a condição de contorno de terceiro tipo.

Dentre os modelos disponíveis, três foram escolhidos para descrever a secagem das telhas. Em tais modelos, a condição de contorno empregada é a de terceiro tipo e as soluções analíticas da equação de difusão se referem a três geometrias distintas: parede infinita, retângulo e paralelepípedo.

### 2.1. Equação de Difusão

A equação de difusão, muitas vezes usadas para descrever o transporte de água em meios porosos, pode ser escrita como (Luikov, 1968; Cranck, 1992; Bird et al., 2001):

$$\frac{\partial}{\partial t}(M) = \nabla \cdot (D \nabla M) \quad (1)$$

onde  $M$  representa o teor de umidade em base seca,  $t$  é o tempo e  $D$  é a difusividade efetiva. Em coordenadas cartesianas, a Eq. (1) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial(M)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D \frac{\partial M}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D \frac{\partial M}{\partial z} \right) \quad (2)$$

A Equação (2) pode ser resolvida numericamente e, sob certas condições, também analiticamente. Para tal, as condições de contorno e inicial devem ser definidas. Se o interesse é resolver analiticamente a Eq. (2), algumas hipóteses devem ser estabelecidas:

- 1) as dimensões do sólido não variam durante a difusão da água.
- 2) a difusão líquida é o único mecanismo de transporte de água dentro do sólido.
- 3) a distribuição inicial do teor de umidade deve ser uniforme.
- 4) o sólido é considerado homogêneo e isotrópico.
- 5) o coeficiente de transferência convectivo de massa é constante durante a difusão da água.
- 6) a difusividade efetiva da água não varia durante o processo.

Em geral, para as hipóteses acima, as soluções analíticas podem ser obtidas para várias geometrias por separação de variáveis, e algumas dessas soluções serão apresentadas abaixo.

### 2.1.1 Solução Unidimensional com Condição de Contorno Convectiva

A condição de contorno convectiva é obtida impondo a igualdade entre os fluxos que chegam na superfície (difusivo no interior e convectivo no exterior) Para um problema de difusão unidimensional, esta imposição resulta em:

$$-\text{Def} \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=\pm L_1/2} = h \left( M(x,t) \Big|_{x=\pm L_1/2} - M_{\text{eq}} \right) \quad (3)$$

em que  $h$  é o coeficiente de transferência convectivo de massa,  $M(x,t)$  é o teor de umidade na posição  $x$ , no instante  $t$ ,  $M_{\text{eq}}$  é o teor de umidade de equilíbrio e  $L_1$  é largura da parede infinita. A solução analítica da Eq.(2), com distribuição uniforme do teor de umidade inicial  $M_0$  e condição de contorno definida pela Eq.(3) é dada por (Luikov, 1968; Cranck, 1992):

$$M(x,t) = M_{\text{eq}} - (M_{\text{eq}} - M_0) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \times \cos\left(\mu_n \frac{x}{L_1/2}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_1/2)^2} \text{Def}\right)t\right] \quad (4)$$

onde

$$A_n = \frac{4\sin\mu_n}{2\mu_n + \sin(2\mu_n)} \quad (5)$$

onde  $\mu_n$  são as raízes da equação característica para a parede infinita dada por:

$$\cot(\mu_n) = \frac{\mu_n}{\text{Bi}} \quad (6)$$

O parâmetro  $\text{Bi}$  é o número de Biot definido abaixo

$$\text{Bi}_1 = \frac{hL_1/2}{\text{Def}}, \quad (7)$$

Assim, para um dado número de Biot, se os  $\mu_n$  são conhecidos, os coeficientes  $A_n$  estão completamente definidos. A Eq.(6) pode ser resolvida numericamente para qualquer número de Biot. Neste artigo, foi utilizado um programa auxiliar, escrito em Fortran, e as 16 primeiras raízes da equação característica foram calculadas para 469 valores específicos do número de Biot que variaram desde  $\text{Bi} = 0$  (que corresponde a uma resistência infinita para o fluxo de água na superfície) até  $\text{Bi} = 200$  (que praticamente corresponde à condição de contorno de equilíbrio).

A expressão para o teor de umidade médio no tempo  $t$  pode ser escrito como:

$$\bar{M}(t) = \frac{1}{V} \int M(x,t) dx, \quad (8)$$

onde a integração é executada em todo domínio (de  $-L_1/2$  até  $L_1/2$ ).

Substituindo a Eq. (4) na Eq.(8), o teor de umidade médio,  $\bar{M}(t)$  no tempo  $t$ , para uma parede infinita é dado por:

$$\bar{M}(t) = M_{\text{eq}} - (M_{\text{eq}} - M_0) \sum_{n=1}^{\infty} B_n \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_1/2)^2} \text{Def}\right)t\right] \quad (9)$$

onde os parâmetros  $B_n$  são dados por

$$B_n = \frac{2Bi^2}{\mu_n^2 (Bi^2 + Bi + \mu_n^2)} \quad (10)$$

Assim, para um dado número de Biot, com os valores de  $\mu_n$  calculados pela Eq. (6), os coeficientes  $B_n$  estão completamente definidos. Desse modo a Eq.(9) pode ser usada para calcular o teor de umidade médio no instante t.

### 2.1.2 Solução Bidimensional com Condição de Contorno Convectiva

Para problemas de difusão bidimensional, considerando um retângulo com lados de comprimentos  $L_1$ (em x) e  $L_2$ (em y), a solução analítica no instante t, na posição (x,y) é apresentada do seguinte modo (Luikov, 1968; Cranck, 1992):

$$M(x, y, t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n A_m \times \cos\left(\mu_n \frac{x}{L_1/2}\right) \times \cos\left(\mu_m \frac{y}{L_2/2}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_1/2)^2} + \frac{\mu_m^2}{(L_2/2)^2}\right) Def \times t\right] \quad (11)$$

Para a situação física analisada é razoável admitir o mesmo valor de h em todas as faces do retângulo e esta suposição resulta em expressões análogas às Eq. (5), (6) e (7) para calcular os termos referentes ao índice m relativo a  $L_2$ . Por outro lado, o teor de umidade médio no instante t é dado por:

$$\bar{M}(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} B_n B_m \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_1/2)^2} + \frac{\mu_m^2}{(L_2/2)^2}\right) Def \times t\right] \quad (12)$$

e os parâmetros  $B_m$  são dados por equações análogas a Eq.(10).

### 2.1.3 Solução Tridimensional com Condição de Contorno Convectiva

A solução apresentada para o caso tridimensional descreve a secagem de corpos de prova na forma de telhas cerâmicas que, desprezando a curvatura, apresenta a forma de um paralelepípedo, como mostrado na Fig. 1.

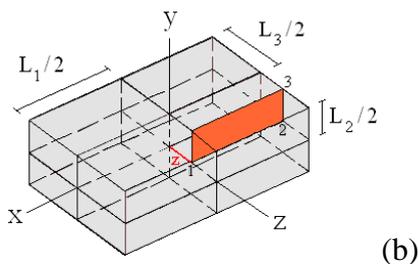


Figura 1. (a) Sólido na forma de telha cerâmica (b) Geometria considerada para a telha: paralelepípedo

Neste caso, a solução analítica para um dado instante t, numa posição (x,y,z) dentro do paralelepípedo é da forma(Luikov, 1968; Cranck, 1992):

$$M(x, y, z, t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} A_n A_m A_k \times \cos\left(\mu_n \frac{x}{L_1/2}\right) \times \cos\left(\mu_m \frac{y}{L_2/2}\right) \times \cos\left(\mu_k \frac{z}{L_3/2}\right) \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_1/2)^2} + \frac{\mu_m^2}{(L_2/2)^2} + \frac{\mu_k^2}{(L_3/2)^2}\right) \text{Def} \times t\right] \quad (13)$$

Mais uma vez, expressões análogas às das Eq. (5), (6) e (7) para calcular os termos referentes aos índices m e k relativos às dimensões  $L_2$  e  $L_3$ , lembrando ser razoável considerar o mesmo valor de h para todas as faces do paralelepípedo.

O teor de umidade médio para um dado instante t é dado pela expressão abaixo:

$$\bar{M}(t) = M_{eq} - (M_{eq} - M_0) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} B_n B_m B_k \times \exp\left[-\left(\frac{\mu_n^2}{(L_1/2)^2} + \frac{\mu_m^2}{(L_2/2)^2} + \frac{\mu_k^2}{(L_3/2)^2}\right) \text{Def} \times t\right] \quad (14)$$

e os parâmetros  $B_m$  e  $B_k$  são dados por equações análogas as da Eq. (10).

## 2.2 Otimizador Para Solução Analítica Com Condição De Contorno Convectiva.

Para um dado conjunto de dados experimentais, as soluções analíticas apresentadas podem ser usadas para determinar os parâmetros do processo se tais soluções são acopladas a um otimizador. Silva et al. (2009) apresentaram um algoritmo para a determinação da difusividade da água e do coeficiente de transferência convectivo de massa durante o processo de secagem, usando o método inverso. A função objetivo para este problema inverso é o qui-quadrado obtido através do ajuste da solução analítica aos pontos experimentais (Bevington, e Robinson, 1992; Taylor, 1997):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_p} \left[ \bar{M}_i^{\text{exp}} - \bar{M}_i^{\text{ana}}(\text{Def}, B_i) \right]^2 \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (15)$$

onde  $\bar{M}_i^{\text{exp}}$  é o  $i^{\text{th}}$  ponto experimental do teor de umidade médio;  $\bar{M}_i^{\text{ana}}(\text{Def})$  é o teor de umidade médio no mesmo ponto obtido a partir da solução analítica da equação de difusão;  $\sigma_i$  é o desvio padrão do teor de umidade médio experimental no ponto i; D é a difusividade efetiva da água  $B_i$  é o número de Biot e  $N_p$  é o número de pontos experimentais.

A função objetivo dada pela Eq. (15) depende da difusividade efetiva da água e do número de Biot para transferência de massa ou, equivalentemente, do coeficiente de transferência convectivo de massa h. No entanto, para um número de Biot específico, a Eq. (16) é função somente da difusividade efetiva de massa. Admitindo que a difusividade efetiva da água Def e o coeficiente de transferência convectivo da massa h são independentes um do outro, o otimizador desenvolvido por Silva et al., (2009) pode ser aplicado para minimização da Eq. (15), determinando um valor mínimo da difusividade efetiva para um determinado número de Biot especificado.

O algoritmo consiste essencialmente dos seguintes passos:

1) um valor inicial próximo de zero ( $1 \times 10^{-20}$ ) é atribuído a Def e substituído na solução analítica da equação de difusão, aproximada por um certo número nt de termos. Então,  $\bar{M}_i^{\text{ana}}(\text{Def})$  pode ser calculado para um dado tempo e, conseqüentemente,  $\chi^2$  pode ser determinado para um conjunto de dados experimentais, através da Equação 15. Assim, o valor de Def é dobrado, e um novo  $\chi^2$  é calculado. Então, o novo valor do  $\chi^2$  é comparado com o anterior e, se for menor, D é novamente dobrado, o valor correspondente do  $\chi^2$  calculado e comparado com o anterior. Este procedimento é repetido até que o valor do  $\chi^2$  calculado seja maior do que o anterior. Assim, o antepenúltimo e o último valores para Def, denotados por Def<sub>a</sub> e Def<sub>b</sub>, respectivamente,

definem uma região que contém o valor mínimo do  $\chi^2$ . O penúltimo valor da difusividade efetiva da água corresponde ao menor valor do  $\chi^2$  obtido neste intervalo.

2) o último procedimento pode ser refinado entre  $Def_a$  e  $Def_b$ , subdividindo este intervalo em  $n$  valores de  $Def$  uniformemente distribuídos. Então, um intervalo mais refinado pode ser obtido, e este procedimento pode ser repetido até satisfazer o critério de convergência.

3) o processo de otimização pode ser repetido para todos os 469 números de Biot, cobrindo o domínio de 0 a 200. Após varrer todos os números de Biot, o menor qui-quadrado dos 469 mínimos é determinado

Desde que o domínio inteiro para o número de Biot é varrido, não é necessário indicar valores iniciais ou intervalos de pesquisa para determinação dos valores ótimos de  $Def$  e  $Bi$  e, conseqüentemente, para  $h$ .

O otimizador descrito foi acoplado às soluções analíticas apresentadas para três geometrias distintas (parede infinita, retângulo e paralelepípedo), e em todos os casos as expressões para o número de Biot foram definidas pela Eq.(7).

### 2.3 Software Usado Nesta Pesquisa.

Uma vez que  $Def$  e  $Bi$  foram determinados pelo algoritmo proposto, para um conjunto de dados experimentais, as Eq. (4), (11) e (13) podem ser usadas para determinar a distribuição do teor de umidade para uma parede infinita, um retângulo e um paralelepípedo, respectivamente, como função da posição para um dado instante  $t$ . Por outro lado, as Eq. (9), (12) e (14) podem ser usadas para descrever a cinética de secagem do produto para as três geometrias mencionadas anteriormente.

O otimizador acoplado com a solução analítica para o paralelepípedo com condição de contorno convectiva foi desenvolvido num computador Intel Pentium IV com 1 GB (RAM). O código fonte foi compilado por Compaq Visual Fortran (CVF) 6.6.0 Professional Edition, usando a opção de programação QuickWin Application, na plataforma Windows XP. Por outro lado, o critério de convergência estipulado para a determinação da difusividade para cada Biot específico foi  $1 \times 10^{-15}$ .

Os resultados obtidos foram estatisticamente analisados pelo LAB Fit Curve Fitting Software (Silva e Silva, acessado em fevereiro de 2010). Os coeficientes de determinação  $R^2$  e o qui-quadrado  $\chi^2$  foram usados como indicadores estatísticos para análise dos resultados.

### 2.4 Dados Experimentais

A matéria prima usada neste trabalho foi argila vermelha para tijolos e telhas, oriunda da cidade de Parelhas, interior do Rio Grande do Norte.

A primeira etapa desta pesquisa foi desenvolvida no “Laboratório de Beneficiamento e Processamento de Materiais (LBPM), Unidade Acadêmica de Engenharia de Materiais, Universidade Federal de Campina Grande”. Inicialmente, a amostra foi seca a 110 °C, desintegrada em moinho de bolas e peneirada em malha nº 80 (180  $\mu\text{m}$ ). O pó de cerâmica foi umidificado uniformemente com uma quantidade de água próxima de 20% e permaneceu em repouso por 24 horas para melhorar a plasticidade. A massa plástica foi processada por extrusão usando uma Extrusora de Laboratório, marca Verdé. Após a moldagem na forma de telha, o produto foi levado para o “Laboratório Experimental de Térmica e Fluidos (LETF), Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande”, onde foi submetido ao processo de secagem. Amostras em duplicata foram colocadas em uma estufa de circulação mecânica de ar e controlador digital de temperatura, modelo 320E, FANEM.

A secagem foi realizada para uma temperatura de 55,6 °C e a correspondente velocidade do fluxo de ar foi de 0,06  $\text{m s}^{-1}$ , enquanto a temperatura e a umidade relativa do ar ambiente foram 26 °C e 75%, em média. As telhas foram pesadas em intervalos que variaram de 10 min no início da secagem, até 1 h, no final do processo. Para medir as massas das telhas, foi utilizada uma balança digital da Marte, modelo AL 500C. Este procedimento aconteceu até que a massa atingisse seu valor de equilíbrio. No final da secagem, a temperatura da estufa foi regulada para 105 °C e os corpos de prova permaneceram lá por 24 h permitindo medir a massa seca.

Dados experimentais sobre a cinética de secagem estão resumidos na Tabela 1.

**Tabela 1. Teor de umidade inicial ( $M_0$ ), de equilíbrio ( $M_{eq}$ ), e dimensões das telhas.**

| T (°C) | $M_0$ (db) | $M_{eq}$ (db) | $L_1$ (m)             | $L_2$ (m)              | $L_3$ (m)              |
|--------|------------|---------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| 55,6   | 0,2381     | 0,0133        | $6,02 \times 10^{-3}$ | $46,16 \times 10^{-3}$ | $86,74 \times 10^{-3}$ |

Neste experimento, não foram determinadas as incertezas para o teor de umidade médio e, por isso, neste artigo elas serão feitas iguais a unidade.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com o intuito de comparar os três modelos, cada um deles foi utilizado para descrever o conjunto de dados experimentais da secagem de telhas cerâmicas. Os resultados obtidos serão apresentados abaixo.

#### 3.1 Modelo 1: Geometria Unidimensional - Parede Infinita

Para analisar a influência da geometria, um modelo unidimensional com  $L_1 = 6,02 \times 10^{-3}$  m foi considerado. Neste caso, o algoritmo utilizado foi acoplado à solução analítica unidimensional. Os valores para a difusividade efetiva e para o coeficiente de transferência convectivo de massa, determinados por otimização, foram, respectivamente  $Def = 7,0975 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup> e  $h = 7,8992 \times 10^{-7}$  m s<sup>-1</sup>. Por outro lado, o número de Biot foi 0,335 e os indicadores estatísticos foram:  $R^2 = 0,9976$  e  $\chi^2 = 2,0071 \times 10^{-4}$ . Usando a Eq.(9) e os valores determinados para  $Def$  e  $h$ , a cinética de secagem pode ser simulada, como é mostrado na Fig. (2).

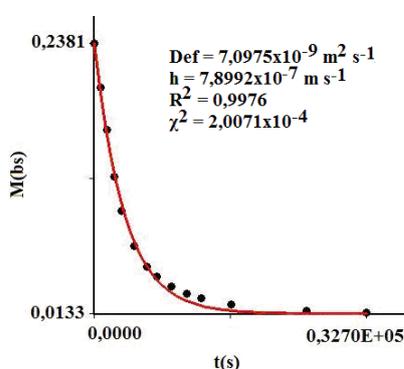


Figura2. Cinética de Secagem para o modelo 1: Parede Infinita com condição de contorno convectiva

Uma inspeção visual na Fig. (2) e também os indicadores estatísticos permite afirmar que este modelo descreve de forma adequada a cinética de secagem das telhas cerâmicas.

#### 3.2 Modelo 2: Geometria Bidimensional - Retângulo

Para o modelo 2, que trata da situação bidimensional com um retângulo de dimensões  $L_1 = 6,02 \times 10^{-3}$  m e  $L_2 = 46,16 \times 10^{-3}$  m, os valores encontrados para a difusividade efetiva e para o coeficiente de transferência convectivo de massa, por otimização, foram, respectivamente  $Def = 8,9702 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup> e  $h = 8,0463 \times 10^{-7}$  m s<sup>-1</sup>. Por outro lado, o número de Biot foi 0,270 e os indicadores estatísticos foram:  $R^2 = 0,9976$  e  $\chi^2 = 2,0346 \times 10^{-4}$ . Usando a Eq.(12) e os valores determinados para  $Def$  e  $h$ , a cinética de secagem pode ser simulada, como é mostrado na Fig. (3).

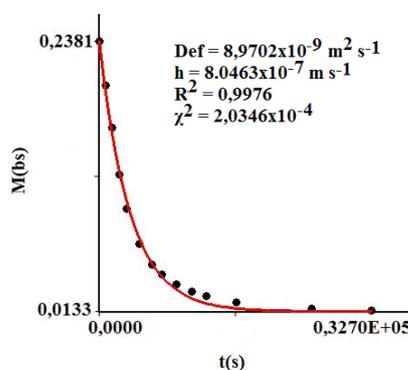


Figura3. Cinética de Secagem para o modelo 2: Retângulo com condição de contorno convectiva

Baseado na cinética de secagem e nos indicadores estatísticos apresentados na Fig. (3), pode-se afirmar que este modelo também descreve adequadamente o processo de secagem das telhas.

### 3.3 Modelo 3: Geometria Tridimensional - Paralelepípedo

Para o último modelo estudado (modelo 3), que considera a telha como um paralelepípedo, cujas dimensões foram apresentadas na Tab. (1), os valores encontrados para a difusividade efetiva e para o coeficiente de transferência convectivo de massa, por otimização, foram, respectivamente  $Def = 7,7153 \times 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  e  $h = 7,8179 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$ . Por outro lado, o número de Biot foi 0,305 e os indicadores estatísticos foram:  $R^2 = 0,9976$  e  $\chi^2 = 2,0103 \times 10^{-4}$ . Usando a Eq.(12) e os valores determinados para Def e h, a cinética de secagem pode ser simulada, como é mostrado na Fig. (4).

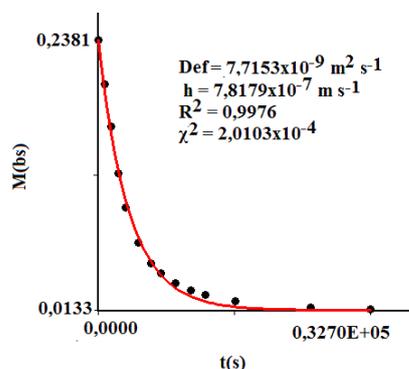


Figura4. Cinética de Secagem para o modelo 3: Paralelepípedo com condição de contorno convectiva

Mais uma vez, pelos resultados mostrados na Fig. (4), pode-se concluir que o modelo tri-dimensional também descreve de forma satisfatória a cinética de secagem do produto estudado.

Os valores dos parâmetros do processo, bem como dos indicadores estatísticos estão resumidos na Tab. (2).

Tabela 2. Resultados dos parâmetros e dos indicadores estatísticos determinados para os três modelos.

| Modelo          | Def ( $\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) | h ( $\text{m s}^{-1}$ ) | $R^2$  | $\chi^2$                |
|-----------------|-------------------------------------|-------------------------|--------|-------------------------|
| uni-dimensional | $7,0975 \times 10^{-9}$             | $7,8992 \times 10^{-7}$ | 0,9976 | $2,0071 \times 10^{-4}$ |
| bi-dimensional  | $8,9702 \times 10^{-9}$             | $8,0463 \times 10^{-7}$ | 0,9976 | $2,0346 \times 10^{-4}$ |
| tri-dimensional | $7,7153 \times 10^{-9}$             | $7,8179 \times 10^{-7}$ | 0,9976 | $2,0103 \times 10^{-4}$ |

Com o objetivo de verificar a influência da geometria no comportamento da cinética de secagem, foram traçados num mesmo sistema de eixos, os gráficos correspondentes às soluções analíticas obtidas para as para os três modelos propostos. O resultado está apresentado na Fig.(5)

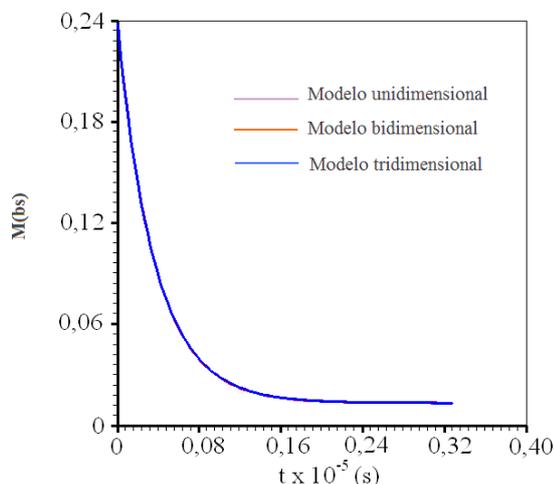


Figura 5. Cinética de Secagem para os 3 modelos: Concordância entre as geometrias

#### 4. CONCLUSÕES

Os resultados permitem concluir que o algoritmo de otimização utilizado para determinação de  $De$  e  $h$ , produziu resultados coerentes com os valores esperados para estes parâmetros. A principal vantagem deste algoritmo é o fato de não ser necessário informar valores iniciais (ou faixas de valores), por parte do usuário, para os parâmetros a serem determinados. Por tratar-se de solução analítica, uma das desvantagens é a imposição de volume e parâmetros termo-físicos constantes durante o processo de secagem.

Com relação aos modelos de difusão líquida utilizados, pode-se afirmar que eles descrevem de forma satisfatória a cinética de secagem de telhas cerâmicas. Em se tratando da geometria, os coeficientes de correlação obtidos são coincidentes para os três casos, enquanto os valores encontrados para os qui-quadrados são praticamente iguais e, por isso, é possível afirmar que qualquer uma das três geometrias pode ser utilizada de forma apropriada para descrever a cinética de secagem das telhas cerâmicas com condição de contorno de terceiro tipo. Esta última conclusão foi ratificada partir de uma inspeção dos gráficos traçados na Fig. (5), onde se observa uma perfeita concordância entre as curvas obtidas.

Assim, se o interesse é apenas na cinética da secagem, o modelo unidimensional pode ser preferido, porque o seu processo de otimização é muito mais rápido do que o dos outros modelos.

#### 5. REFERÊNCIAS

- Barati, A.; Kokabi, M.; Famili, M.H.N. "Drying of gelcast ceramic parts via the liquid desiccant method", *Journal of the European Ceramic Society* 2003, 23(13), 2265–2272.
- Bevington, P.R., Robinson, D.K. "Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences", Second ed., WCB/McGraw-Hill, Boston, 1992.
- Bird, R.B.; Stewart, W.E.; Lightfoot, E.N. *Transport phenomena*. 2<sup>nd</sup> Ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- Boukadida, N.; Nasrallah, S.B. "Effect of the variability of heat and mass transfer coefficients on convective and convective-radiative drying of porous media", *Drying Technology* 2002, 20(1), 67-91.
- Cadê, M. A.; Nascimento, J. J. S.; Lima, A. G. B. Secagem de tijolos cerâmicos vazados: uma aproximação por volumes finitos. *Revista Matéria*, v. 10, n. 3, p. 433-453, 2005.
- Carmo, J.E.F.; Lima, A.G.B. Drying of lentil including Shrinkage: a numerical simulation. *Drying Technology* 2005, 23(9-11), 1977-1992.
- Chemkhi, S.; Zagrouba, F. "Water diffusion coefficient in clay material from drying data", *Desalination* 2005, 185(1-3), 491-498.
- Chemkhi, S.; Zagrouba, F. "Development of a Darcy-flow model applied to simulate the drying of shrinking media", *Brazilian Journal of Chemical Engineering* 2008, 25(3), 503-514.
- Crank, J. *The mathematics of diffusion*. Clarendon Press, Oxford, UK, 1992.
- Da Silva, C.K.F.; Da Silva, Z.E.; Mariani, V.C. "Determination of the diffusion coefficient of dry mushrooms using the inverse method", *Journal of Food Engineering* 2009, 95(1), 1–10.
- Ghosal, S.; Emami-Naeini, A.; Harn, Y.P.; Draskovich, B.S.; Pollinger, J.P. "A physical model for the drying of gelcast ceramics", *Journal of the American Ceramic Society* 1999, 82(3), 513-520.
- Gong, Z.X.; Mujumdar, A.S.; Itaya, Y.; Mori, S.; Hasatani, M. "Drying of clay and nonclay media: heat and mass transfer and quality aspects" *Drying Technology* 1998, 16(6), 1119-1152.
- Hacihafizoglu, O.; Cihan, A.; Kahveci, K.; Lima, A.G.B. "A liquid diffusion model for thin-layer drying of rough rice", *European Food Research and Technology* 2008, 226(4), 787-793.
- Itaya, Y.; Uchiyama, S.; Hatano, S.; Mori, S. "Drying "Enhancement of clay slab by microwave heating" *Drying Technology* 2005, 23(6), 1243-1255.
- Li, Z.; Kobayashi, N.; Hasatani, M. "Modeling of diffusion in ellipsoidal solids: a comparative study", *Drying Technology* 2004, 22(4), 649-675.
- Looi, A.Y.; Golonka, K.; Rhodes, M. "Drying kinetics of single porous particles in superheated steam under pressure", *Chemical Engineering Journal* 2002, 87(3), 329–338.
- Luikov, A.V. *Analytical heat diffusion theory*. Academic Press, Inc. Ltd, London, 1968.
- Maciulaitis, R.; Malaiškien, J.; Kicait, "A. The regulation of physical and mechanical parameters of ceramic bricks depending on the drying regime", *Journal of Civil Engineering and Management* 2008, 14(4), 263-268.
- Maciulaitis, R.; Malaiškien, J. "The regulation of structural parameters of ceramics depending on the drying regime", *Journal of Civil Engineering and Management* 2009, 15(2), 197-204.
- Musielak, G.; Mierzwa, D. "Permanent strains in clay-like material during drying", *Drying Technology* 2009, 27(7-8), 894-902.
- Musielak, G. "Possibility of clay damage during drying", *Drying Technology* 2001, 19(8), 1645-1659.

- Nascimento, J. J. S. Fenômenos de difusão transiente em sólidos paralelepípedos. Estudo de caso: secagem de materiais cerâmicos. 2002, 181 p. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Centro de Tecnologia, UFPB, João Pessoa, PB, Brasil.
- Taylor, J.R. An Introduction to Error Analysis. Sausalito, California: University Science Books, 2nd Edition, 1997.
- Sander, A.; Skansi, D.; Bolf, N. "Heat and mass transfer models in convection drying of clay slabs", *Ceramics International* 2003, 29(6), 641–653.
- Skansi, D.; Tomas, S. "Microwave drying kinetics of a clay-plate" *Ceramics International* 1995, 21(3), 207-211.
- Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S.; Silva, D.D.P.S.; Silva, C.D.P.S. "Numerical Simulation of the Water Diffusion in Cylindrical Solids", *International Journal of Food Engineering* 2008, 4(2), article 6.
- Silva, W.P.; Mata, M.E.R.M.C.; Silva, C.D.P.S.; Guedes, M.A. Lima, A.G.B. "Determinação da difusividade e da energia de ativação para feijão macassar (*vigna unguiculata* (L.) *walp.*), variedade sempre-verde, com base no comportamento da secagem" *Engenharia Agrícola* 2008, 28(2), 325-333.
- Silva, W.P.; Precker, J.W.; Silva, C.M.D.P.S.; Silva, D.D.P.S. "Determination of the effective diffusivity via minimization of the objective function by scanning: application to drying of cowpea" *Journal of Food Engineering* 2009, 95(2), 298–304.
- Silva, W.P.; Silva, C.M.D.P.S. *LAB Fit Curve Fitting Software*; Available from: [www.labfit.net](http://www.labfit.net) (accessado em Setembro de 2009).
- Su, S.L. "Modeling of multi-phase moisture transfer and induced stress in drying clay bricks", *Applied Clay Science* 1997, 12(3), 189-207.
- Wu, B.; Yang, W.; Jia, C. "A three-dimensional numerical simulation of transient heat and mass transfer inside a single rice kernel during the drying process". *Biosystems Engineering* 2004, 87(2), 191-200.

#### 4 DIREITOS AUTORAIS

### INFLUENCE OF GEOMETRY IN THE SIMULATION OF DRYING PROCESSES OF CERAMIC ROOF TILES THROUGH DIFFUSION MODELS USING ANALYTICAL SOLUTIONS AND INVERSE METHODS.

Vera S. O. Farias, [vera-solange@uol.com.br](mailto:vera-solange@uol.com.br)<sup>1</sup>  
Cleide M. D. P. S. e Silva, [cleidedps@uol.com.br](mailto:cleidedps@uol.com.br)<sup>2</sup>  
Wilton Pereira da Silva, [wiltonps@uol.com.br](mailto:wiltonps@uol.com.br)<sup>2</sup>  
Antônio G. B. Lima, [Gilson@dem.ufcg.edu.br](mailto:Gilson@dem.ufcg.edu.br)<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri, I.C.T., Campus de Diamantina, MG, Brasil

<sup>2</sup>Universidade Federal de Campina Grande, UAF, CCT, Aprígio Veloso 882, Campina Grande, PB, Brasil

<sup>3</sup>Universidade Federal de Campina Grande, UAEM, CCT, Aprígio Veloso 882, Campina Grande, PB, Brasil

**Abstract:** *This article presents a study about drying of ceramics roof tiles, shaped from red clay. Samples of the product with initial moisture content of 0.2381(bs) were placed inside an oven in the temperature of 55,6 °C, and the data of the drying kinetics were obtained. The analytical solutions of the diffusion equation for the infinite slab, rectangle and parallelepiped with boundary conditions of the third kind were used to describe the drying processes. The process parameters for an experimental data set were determined using an optimization algorithm based on inverse method coupled to the analytical solutions. Once process parameters were determined, the drying kinetics of ceramics roof tiles was simulated through each proposed model. The analysis of the obtained results (statistical indicators and graphics) makes it possible to affirm that three geometries adequately describe the drying kinetics, with concordance between the three models studied. The values obtained for the convective mass transfer coefficient and for the effective water diffusivity were consistent with values reported in the literature.*

**Keywords:** *convective mass transfer coefficient, effective water diffusivity, optimization, ceramic, porous media*

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.