



COMPROMETIDA COM A PROMOÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DA ENGENHARIA E DAS CIÊNCIAS MECÂNICAS

VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING 18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil

# CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE POROSA HETEROGÊNEA: EFEITO DA RAZÃO DE ASPECTO

Fernando César De Lai, fernandodelai@utfpr.edu.br<sup>1</sup> Silvio L. M. Junqueira, silvio@utfpr.edu.br<sup>1</sup> Admilson T. Franco, admilson@utfpr.edu.br<sup>1</sup> José L. Lage, JLL@smu.edu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Curitiba-PR 80230-901, Brasil <sup>2</sup>Southern Methodist University – SMU, Dallas-TX 75275-0337, USA

**Resumo:** Neste estudo, propõe-se modelar e simular numericamente o processo de transferência de calor por convecção natural em cavidades porosas retangulares, aquecidas lateralmente, segundo uma abordagem microscópica em escala da ordem de grandeza dos poros. Esta abordagem utiliza o modelo heterogêneo (ou contínuo) para idealizar o meio poroso, considerando os constituintes sólido e fluido separadamente, através de blocos sólidos, quadrados, desconectados, condutores de calor e uniformemente distribuídos no interior de uma cavidade preenchida com fluido. A solução das equações governantes (conservação da massa, quantidade de movimento e energia), para as fases sólido e fluido, é obtida numericamente através do método dos volumes finitos. O foco do estudo se concentra em caracterizar o processo da convecção natural em cavidades preenchidas com meio poroso heterogêneo, para diferentes razões de aspecto. Resultados mostram os efeitos da variação do número de blocos e da porosidade do meio (associada a permeabilidade da cavidade), da razão de condutividade térmica sólido-fluido e da intensificação de recirculação do fluido (associado ao número de Rayleigh), para cavidades achatadas, quadradas e altas, investigadas quantitativamente em relação ao número de Nusselt médio na fronteira aquecida e qualitativamente por linhas de corrente e isotermas. Expressões analíticas são obtidas para prever o fenômeno de interferência entre os obstáculos sólidos e a região de camada limite, decorrente do aumento do número de blocos, da redução da porosidade, do aumento da altura da cavidade e redução do número de Rayleigh.

Palavras-chave: Convecção natural, Meios porosos, Modelo heterogêneo, Transferência de calor, Razão de aspecto.

## 1. INTRODUÇÃO

Os fenômenos de transporte envolvendo a convecção natural em meios porosos têm despertado interesse em diversas áreas da ciência e da engenharia (e.g., mecânica dos solos, hidrologia, engenharia petrolífera, purificação de água, dispersão de poluentes, filtragem industrial, filtragem acústica, geração de energia, engenharia têxtil, refrigeração). Nield e Bejan (1998) destacam diversas aplicações, seja em atividades de projeto e otimização de sistemas, a exemplo da construção civil (isolamento térmico de edificações e aquecimento solar), ou na indústria de eletro-eletrônicos (empacotamento de sistemas e refrigeração de gabinetes), de alimentos (secagem e armazenamento de grãos), assim como na área biomédica (respiração pulmonar e circulação capilar).

Particularmente para a indústria petrolífera o estudo da transferência de calor e percolação em rocha fraturada para processos de perfuração e produção é de grande importância, devido a constante interação dos fluidos com a formação porosa. Estas interações somadas as condições adversas dos poços podem originar a invasão desses fluidos através das fraturas, comprometendo a produtividade do poço. Formações fraturadas, observadas em processos de engenharia, geotécnica e hidrogeologia, podem atuar como condutores hidráulicos ao prover um caminho preferencial para a passagem do escoamento ou atuar como um obstáculo para o desenvolvimento do escoamento através de reservatórios.

Em virtude da grande complexidade geométrica e dinâmica, presente nos fenômenos de transporte em meios porosos reais, torna-se difícil a caracterização destes domínios. Para tanto, estes meios podem ser modelados utilizandose de abordagens micro e macroscópicas para escalas da ordem de grandeza do poro ou da fratura do domínio poroso.

O modelo heterogêneo, também denominado na literatura como modelo contínuo, é basicamente constituído de duas fases contínuas, uma sólida e outra fluida, sendo que o balanço das equações governantes (massa, quantidade de movimento e energia) para cada constituinte é aplicado separadamente. O domínio poroso heterogêneo a ser investigado, implica em uma simplificação geométrica de um meio poroso real, sendo constituído de blocos sólidos (impermeáveis), quadrados, desconectados, condutores de calor e uniformemente distribuídos em uma cavidade

preenchida com fluido. Esta idealização retrata um domínio formado por uma rede conectada de poros (fraturas) em uma matriz sólida desconectada (blocos impermeáveis), representando uma escala microscópica da ordem de grandeza dos poros.

Um dos primeiros trabalhos sobre a convecção natural em cavidades parcialmente preenchidas com blocos sólidos foi apresentado por House et al. (1990), que investigou os efeitos da convecção natural através da variação da condutividade térmica de um único bloco centralizado no interior de uma cavidade quadrada. Merrikh e Mohamad (2001) foram os primeiros a analisar o efeito de múltiplos blocos sobre o processo da convecção natural em uma cavidade retangular, abordando principalmente o arranjo geométrico e a intensidade da condutividade térmica dos blocos sólidos sobre o processo convectivo no interior da cavidade, devido ao fenômeno de interferência entre os obstáculos sólidos e região de empuxo das paredes isotérmicas. Estas análises foram corroboradas com o trabalho de Merrikh e Lage (2005), que considerou, adicionalmente, o efeito da variação do número de obstáculos sólidos condutivos em uma cavidade quadrada, fornecendo uma abrangente análise paramétrica para o comportamento do processo convetivo sobre o efeito da interferência dos blocos, assim como uma previsão analítica para o número mínimo de blocos para a existência deste fenômeno. Estudo semelhante foi apresentado por Braga and de Lemos (2005), que realizaram a comparação entre os modelos heterogêneo (contínuo ou microscópico) e homogêneo (porocontínuo ou macroscópico) para o processo da convecção natural laminar e turbulenta, relatando uma certa discrepância entre os modelos para os resultados do número de Nusselt médio nas paredes isotermicamente ativas. O trabalho de De Lai et al. (2008) apresenta pela primeira vez o estudo da convecção natural em uma cavidade quadrada preenchida com meio poroso heterogêneo, considerando o efeito da variação da porosidade da cavidade com a variação do número de blocos sólidos. Estes resultados foram complementados com o trabalho de De Lai et al. (2009), que mostra a análise paramétrica para o efeito simultâneo da variação das propriedades termo-hidráulicas do modelo heterogêneo, assim como uma previsão para a porosidade mínima no interior da cavidade em função do número de blocos, para que exista o fenômeno de interferência de quantidade sólida sobre as regiões de camada limite, abordando os efeitos competitivos entre os processos convectivo e condutivo no interior da cavidade, devido, principalmente, ao efeito da variação simultânea da porosidade e da razão de condutividade térmica sólido-fluido.

Com a finalidade de complementar estes estudos, o presente trabalho propõe-se em modelar e simular numericamente o processo da convecção natural em cavidades retangulares, aquecidas lateralmente, preenchidas com meio poroso heterogêneo. O foco do estudo se concentra na variação da razão de aspecto da cavidade (A = L/H). Resultados mostram os efeitos da variação do número de blocos (N), da porosidade do meio ( $\phi$ ), da razão de condutividade térmica sólido-fluido (K) e da intensificação de recirculação do fluido (associado ao número de Rayleigh, Ra), para cavidades achatadas (A > 1), quadradas (A = 1) e altas (A < 1), investigadas quantitativamente em relação ao número de Nusselt médio na fronteira aquecida e qualitativamente por linhas de corrente e isotermas.

Expressões analíticas são obtidas para prever o fenômeno de interferência entre os obstáculos sólidos e a região de camada limite, característico do modelo heterogêneo, decorrente do aumento do número de blocos e da redução da porosidade (efeito dos blocos sólidos) ou do aumento da altura da cavidade e redução do número de Rayleigh (efeito da região de empuxo do escoamento). A caracterização destas propriedades termo-hidráulicas serve como referência para a obtenção de meios porosos sintéticos.

## 2. MODELO HETEROGÊNEO: EQUAÇÕES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

A Figura 1 representa esquematicamente a idealização de um meio poroso encontrado em reservatórios de petróleo e gás natural, sendo possível observar sua complexidade geométrica, assim como as diferentes escalas de representação de um modelo poroso (Figs. 1.b e 1.c). Tendo em vista esta dificuldade, observa-se o desafio intrínseco frente ao objetivo de simulá-los numericamente, principalmente devido ao grande esforço computacional e a representação das equações, geralmente não-lineares, que governam estes meios. A geometria do domínio poroso heterogêneo é simplificada e as condições de contorno adimensionalizadas (Fig. 1.d), sendo utilizadas para a etapa de formulação matemática e simulação numérica.

A razão de aspecto da cavidade é expressa por A = L/H, sendo L o comprimento horizontal e H a altura da cavidade.  $U \in V$  são as componentes adimensionais da velocidade nas direções  $X \in Y$ , respectivamente. As paredes da cavidade são isotermicamente aquecidas à esquerda,  $\theta_H$ , e resfriadas à direita,  $\theta_C < \theta_H$ . A base e do topo são mantidas adiabáticas,  $\partial \theta / \partial Y = 0$ . A aceleração da gravidade g atua na direção vertical. Sabe-se que a presença do gradiente horizontal termicamente ativo aplicado entre as paredes verticais do domínio é responsável pelo desequilíbrio entre as forças de empuxo e viscosas. A presença destas forças sobre o fluido no interior da cavidade dá origem às chamadas correntes de convecção natural, que caracteriza o fenômeno da recirculação do fluido.

No presente estudo, o modelo heterogêneo representa uma escala microscópica da ordem de grandeza dos poros, sendo composto por dois constituintes, sólido e fluido, considerados como homogêneos e isotrópicos.

A proporção de fluido e sólido no interior da cavidade é representada pela porosidade, definida como  $\phi = \Delta V_f / \Delta V_T$ , que é função dos parâmetros geométricos N,  $A \in D$  (comprimento adimensional dos blocos), sendo  $\Delta V_f$  e  $\Delta V_T$ , respectivamente, o volume de fluido e volume total da cavidade.



Figura 1. Idealização do modelo heterogêneo: (a) representação esquemática de um reservatório real;
(b) escala macroscópica do poro; (c) escala microscópica do poro; (d) idealização geométrica do modelo heterogêneo e condições de contorno; (e) detalhe das condições de interface sólido-fluido.

Na formulação das equações governantes do modelo heterogêneo, o problema é considerado como bidimensional em regime permanente com escoamento laminar, incompressível e monofásico. O fluido é considerado newtoniano, sem dissipação viscosa, com propriedades constantes e uniformes, exceto para o termo de empuxo da Eq. (4), onde a variação da massa específica do fluido é modelada pela aproximação de Boussinesq (Nield e Bejan, 1998), que para casos bidimensionais é uma aproximação conveniente na análise de processos de transferência de calor por convecção natural.

Conforme mencionado, o modelo heterogêneo resolve as equações governantes separadamente para as fases sólido e fluido, sendo a quantidade de movimento local resolvida para o fluido e a equação da energia (problema de transferência de calor conjugado) para a fase sólida e para a rede de poros preenchida por fluido. Com isso, as equações para o modelo heterogêneo, são adimensionalizadas com as seguintes relações adimensionais (Merrikh e Lage, 2005):

$$(X,Y) = \frac{(x,y)}{H}; \quad (U,V) = \frac{(u,v)H}{\alpha_f}; \quad \tau = \frac{t\,\alpha_f}{H^2}; \quad P = \frac{p\,H^2}{\rho_f\,\alpha_f^2}; \quad \theta = \frac{T-T_c}{T_H - T_c} \tag{1}$$

sendo  $\alpha_f$  a difusividade térmica do fluido, p a pressão e  $\rho_f$  a massa específica do fluido.

Assim, as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento (nas direções horizontal e vertical) e da energia podem ser escritas na forma adimensional, como:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{2}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)$$
(3)

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + Ra Pr \theta$$
(4)

fluido: 
$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}$$
 (5)

sólido: 
$$0 = \frac{K}{\sigma} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right)$$
(6)

sendo identificados os parâmetros adimensionais que regem o modelo heterogêneo, como: número de Prandtl, Pr, número de Rayleigh, Ra, razão de capacidade térmica sólido-fluido,  $\sigma$ , e razão de condutividade térmica sólido-fluido, K.

$$Pr = \frac{v_f}{\alpha_f}; \quad Ra = \frac{g\beta H^3(T_H - T_C)}{v_f \alpha_f}; \quad \sigma = \frac{(\rho c_P)_s}{(\rho c_P)_f}; \quad K = \frac{k_s}{k_f}$$
(7)

sendo  $v_f$  a viscosidade cinemática do fluido,  $\beta$  o coeficiente de expansão térmica volumétrico,  $c_P$  o calor específico a pressão constante e k a condutividade térmica (com subscritos f e s representando, respectivamente, a fase fluido e sólido).

Na Figura 1 é possível observar as condições de contorno para o modelo heterogêneo (Fig. 1.d), assim como o detalhe das condições para a interface sólido-fluido (Fig. 1.e).

Portanto, as condições de contorno para a cavidade heterogênea, representadas na forma adimensional, são:

para 
$$X = 0: U = V = 0, \ \theta = 1 \text{ e para } X = A: U = V = 0, \ \theta = 0$$
 (8)

para 
$$Y = 0$$
 e  $Y = 1$ :  $\frac{\partial \theta}{\partial Y} = U = V = 0$  (9)

e para a interface sólido-fluido dos blocos sólidos, as seguintes condições de contorno foram utilizadas:

$$U = V = 0; \quad \theta \Big|_{f} = \theta \Big|_{s}; \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{f} = K \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{s}; \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{f} = \frac{\partial \psi}{\partial n} \Big|_{s}, \tag{10}$$

sendo *n* o vetor unitário na direção normal para cada contorno dos blocos. A função linha de corrente  $\psi$ , definida na Eq. (11), segundo Kimura e Bejan (1983), pode ser fisicamente unificada para atender automaticamente a equação da conservação de massa Eq. (2).

$$\psi = \psi_{i,j} = \psi_{i,j-1} + \int_0^1 U dY = \psi_{i-1,j} + \int_0^1 -V dX$$
(11)

sendo  $\psi_{i,j-1}$  o valor da função corrente no volume de controle abaixo, e  $\psi_{i-1,j}$  o valor da função corrente no volume de controle à esquerda. Os valores numéricos para as linhas de corrente são obtidos e mostrados em módulo para o menor valor encontrado no interior da cavidade,  $|\psi_{min}|$ . Por conveniência, na visualização dos resultados este valor será expresso por  $|\psi_{min}| = |\psi|$ . Nas paredes sólidas da cavidade,  $\psi = 0$ .

O gradiente de temperatura adimensional médio,  $Nu_{av}$ , permite analisar quantitativamente a transferência de calor por convecção que ocorre em uma superfície, de forma independente de sua coordenada, podendo ser definido como  $Nu_{av} = h_{av}H/k_f$ . O coeficiente de transferência de calor médio,  $h_{av}$ , pode ser obtido pela expressão  $h_{av} = q_{av}^{*}/(T_H - T_C)$ , sendo o fluxo de calor na parede quente dado por  $q_{av}^{*} = -k_f (\partial T / \partial x)_{av:h}$ . A análise da transferência de calor através da cavidade é descrita pelo  $Nu_{av}$  na parede quente, considerando que este deve ser o mesmo para a parede fria, devido às condições adiabáticas na base e no topo da cavidade. Portanto o número de Nusselt médio na parede quente é definido como:

$$N u_{av} = \frac{h_{av}H}{k_f} = -\int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} \bigg|_{X=0} dY$$
(12)

A solução das Eqs. (2)-(6) é feita numericamente. A discretização destas equações é realizada através do método numérico dos volumes finitos. O esquema de interpolação para os termos convectivos é o Híbrido. O algoritmo utilizado para o acoplamento pressão-velocidade é o SIMPLEST (Patankar e Spalding, 1972). A convergência do processo iterativo, realizado pelo algoritmo, é determinada pela soma dos valores absolutos dos resíduos locais entre duas iterações sucessivas, para cada variável (U, V,  $P \in \theta$ ), sendo que este deve ser menor que  $1 \times 10^{-6}$  para que a solução seja considerada convergida.

#### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para o modelo heterogêneo proposto (Fig. 1.d), são apresentados os resultados para o efeito da variação dos valores e dos parâmetros da Tab. 1. Na solução das Eqs. (2)-(6), são considerados valores unitários para  $\sigma$  e Pr. Para o estudo da variação simultânea das propriedades termo-hidráulicas é necessário compreender algumas características da construção geométrica da cavidade. A porosidade  $\phi$  é mantida constante a medida que N aumenta, através da redução do parâmetro geométrico D. Contudo, para o estudo da variação de  $\phi$ , a dimensão de D deve ser reduzida conforme o aumento de  $\phi$  para um determinado N. Com isso, para a construção geométrica da cavidade heterogênea é necessário a determinação de D, que é obtido para uma dada configuração de N e  $\phi$  conhecidos, através da expressão  $D = [(1-\phi)/N]^{1/2}$ , onde  $(1-\phi)$  representa a fração de sólidos.

Tabela 1. Parâmetros e valores para caracterização do modelo heterogêneo.

Α	0,25; 0,5; 1; 2; 4
Ra	$10^5; 10^6; 10^7; 10^8$
Ν	$1 \times g_B$ ; $9 \times g_B$ ; $16 \times g_B$ ; $36 \times g_B$
Κ	0,1; 1; 10; 100
$\phi$	0,36; 0,51; 0,64; 0,75; 0,84
Pr, $\sigma$	1

Para a variação de *A* o parâmetro arbitrado como constante é a porosidade  $\phi$ , devido a melhor interpretação e comparação dos resultados, ao invés de utilizar *N* como constante com a variação de *A*. Desta forma, é introduzido o conceito de número de grupos de blocos,  $g_B$ , para manter a mesma porosidade com a variação da razão de aspecto da cavidade. A Figura 2.a exemplifica a repetição de grupos de blocos na vertical (cavidade alta) e na horizontal (cavidade achatada) de acordo com a variação de *A* para configurações com  $N = 16 \times g_B$ . Observa-se que para uma cavidade com A = 1 existe um grupo de 16 blocos ( $N = 16 \times 1$ ), quando a configuração muda para A = 2 é introduzido mais um grupo de blocos na horizontal ( $N = 16 \times 2$ ), mantendo assim a mesma porosidade nas duas cavidades. Com isso, o número de grupos de blocos,  $g_B$ , pode ser identificado em função da razão de aspecto A. Para a cavidade alta, significa o número de vezes que um grupo de blocos será repetido na vertical, determinado para A < 1 como  $g_B = A^{-1}$ .



Figura 2. (a) Número de grupos de blocos na vertical ( $g_B = A^{-1}$ ), para cavidade alta (A < 1), e na horizontal ( $g_B = A$ ), para cavidade achatada (A > 1); (b) Detalhe da malha computacional não-uniforme.

A Figura 2.b mostra em detalhe a malha computacional não-uniforme utilizada nas regiões adjacentes às paredes isotermicamente ativas da cavidade. Esta região de refino na malha tem como base a espessura de camada limite das superfícies, onde são encontrados os maiores gradientes do escoamento, que varia em função do número de Rayleigh Ra e da altura da cavidade H.

A validação da metodologia e do código numérico utilizado, é obtida para duas configurações clássicas da literatura. A primeira para cavidade limpa, i.e., com ausência de blocos sólidos (Tab. 2), e a segunda para cavidade com um único bloco quadrado, condutor e centralizado no interior da cavidade (Tab. 3). A boa comparação dos resultados fornece credibilidade para o modelo numérico empregado na solução da convecção natural em domínios heterogêneos.

Ra	House <i>et al.</i> (1990)	Braga e de Lemos (2005)	Merrikh e Lage (2005)	[presente] Pr = 1
	Pr = 0,71	Pr = 1	Pr = 1	
104	2,254	2,249	2,244	2,258
$10^{5}$	4,561	4,575	4,536	4,605
106	8,923	8,918	8,860	8,992
107		16,725	16,625	16,890
$10^{8}$		30.642	31.200	31.048

Tab. 2.  $Nu_{av}$  para cavidade limpa.

Tab. 3.	Num	para cavidade co	om um único	bloco condutivo.
	- · • • uv	para ca raaace co		

Ra	D	K	Braga e de Lemos (2005) Pr = 1	Merrikh e Lage (2005) Pr = 0,71	House et al. (1990) Pr = 0,71	[presente] Pr = 0,71
105	0,5	0,2	4,667	4,605	4,624	4,625
		5,0	4.375	4,280	4,324	4,320
106	0,9	0,2		2,352	2,402	2,415
		5,0		-	3,868	3,810

#### 3.1. Interferência na camada limite

No presente trabalho, o efeito geométrico devido à presença dos blocos sólidos pode ser analisado e considerado principalmente entre a distância da primeira coluna de blocos até as paredes da cavidade,  $S_B$ , como mostra a Fig. 1.d.

Quando se aumenta N de modo que os blocos se aproximem das paredes, ocupando as regiões de empuxo (regiões de camada limite), observa-se que os blocos dificultam o desenvolvimento do escoamento, devido à interferência das interfaces sólidas na camada-limite. Assim, é concebível que exista um número mínimo de blocos,  $N_{min}$ , a partir do qual o escoamento é afetado de forma mais pronunciada. Dessa forma, a trajetória preferencial do escoamento, adjacente às paredes, tende a afastar-se para o primeiro canal vertical entre duas colunas de blocos, como discutido em Merrikh e Lage (2005). De forma análoga à concepção de  $N_{min}$ , é possível prever uma porosidade mínima,  $\phi_{min}$ , para a qual o escoamento e a transferência de calor na cavidade sejam afetados de forma mais pronunciada, devido ao aumento de fração sólida no interior da cavidade, proveniente da diminuição de  $\phi$ , como apresentado por De Lai *et al.* (2009).

Este fenômeno pode ser previsto analiticamente, comparando-se a escala estimada da camada limite de convecção natural,  $S_C$ , com a distância da parede vertical aquecida (ou resfriada) até os blocos sólidos, dada por  $S_B = [1 - (1 - \phi)^{1/2}]/(2N^{1/2})$ . Para  $Pr \ge 1$  e apenas uma parede aquecida, a análise de escala que melhor representa a espessura de camada limite é obtida através da relação  $H Ra^{-1/4} \sim S_C/2$  (Nield e Bejan, 1998). A interferência dos blocos sólidos sobre a região de empuxo, proveniente do aumento de N ou redução de  $\phi$ , é esperada quando  $S_B < S_C$ . Utilizando a relação de entre  $S_B$  e  $S_C$ , em função de Ra, N,  $\phi$  e H, é possível obter as previsões de  $N_{min}$ , Eq. (14.a), e  $\phi_{min}$ , Eq. (14.b). A Tabela 4 mostra os resultados para a previsão de  $N_{min}$  para cada configuração de  $Ra \in N$ , considerando  $\phi = 0, 64$ .

(a) 
$$N > \frac{[1 - (1 - \phi)^{1/2}]^2}{16 H^2} Ra^{1/2}$$
; (b)  $\phi < 1 - \left(1 - \frac{4 H N^{1/2}}{Ra^{1/4}}\right)^2$  (14)

Tabela 4. Previsão de  $N_{min} = f(Ra, H, \phi)$ , Eq. 14.a, considerando  $\phi = 0.64$ .

Ra		Α	
	0,25	0,5	1;2;4
105	-	1	3
106	1	3	10
107	2	8	32
108	6	25	100

Vale ressaltar que a previsão de  $N_{min}$  para  $A \ge 1$  ocorre para os mesmos N, tendo em vista que o comprimento H para essas configurações é o mesmo.

Na Tabela 4, observa-se a inexistência de um  $N_{min}$  para  $Ra = 10^5$  e A = 0,25, que significa a existência da interferência das camadas limites ascendente (parede quente) e descendente (parede fria) uma sobre a outra, independente da existência ou não blocos no interior da cavidade.

#### 3.2. Efeito das propriedades termo-hidráulicas

Os resultados obtidos para o modelo heterogêneo são analisados segundo as previsões de  $N_{min}$  e  $\phi_{min}$ , devido ao comportamento característico do escoamento e da transferência de calor, que varia conforme a disposição dos obstáculos sólidos no interior das cavidades, assim como com a variação de suas propriedades termo-hidráulicas.

Conforme discutido, a introdução dos blocos sólidos no interior da cavidade, pode atuar de forma mais ou menos significativa no desenvolvimento do escoamento e, consequentemente, na transferência de calor, haja visto a possibilidade de ocorrência de interferência sobre a camada limite nas paredes isotérmicas.

A Figura 3 (lado esquerdo) apresenta para cada configuração de *A* um gráfico do  $Nu_{av}$  em função de *N*, para cada *Ra*, assim como a curva de previsão de  $N_{min}$ , Eq. (14.a), que delimita as configurações que apresentam interferência na camada limite em relação a variação de *N*. No lado direito da Fig. 3 são mostrado as linhas de corrente para a variação de  $N \times g_B$  para  $Ra = 10^7$ ,  $\phi = 0,64$  e K = 1, apresentadas em escalas diferentes, em relação a variação de *A*. Pretende-se, desta forma identificar a evolução do escoamento com o aumento de *N*, assim como identificar a transição das configurações que apresentam interferência na camada limite.

Para as curvas de  $Ra = 10^5$  dos gráficos da Fig. 3 é possível observar um limite para o  $Nu_{av}$  com o aumento de N. Este limite pode ser visto como um regime de condução pura, presente para baixos Ra e altos valores de N. Nestas configurações predominantemente condutivas, pode-se associar o  $Nu_{av}$  em função da razão de aspecto da cavidade, A, através da expressão  $Nu_{av} \sim A^{-1}$ .



Figura 3. Na esquerda:  $Nu_{av}$  em função de N (previsão de  $N_{min}$ , Eq. 14.a, para  $\phi = 0, 64$ ); e à direita: linhas de corrente para variação de N e A considerando  $Ra = 10^7$ ,  $\phi = 0, 64$  e K = 1.

A Figura 4 mostra as isolinhas, (a) isotermas e (b) linhas de corrente, para as configurações com processo condutivo dominante, representado neste caso para  $Ra = 10^5$  e  $N = 36 \times g_B$ , podendo ser acompanhada a evolução das isolinhas, assim como o valor de  $Nu_{av}$ , através da variação de A. A estratificação vertical das isotermas (Fig. 4.a) é característica do processo condutivo, assim como a baixa magnitude de recirculação, observada qualitativamente pela uniformidade nos perfis de linha de corrente (Fig. 4.b).

Estas análises são corroboradas com os resultados da Fig.3 (lado esquerdo), que mostra os valores de  $Nu_{av}$  para a variação de A,  $Ra \in N$ . Nesta tabela pode-se observar a tendência para o limite de condução dos valores de  $Nu_{av}$  para baixo  $Ra \in A$  e alto N, ficando evidente que a presença dos blocos no interior da camada limite, i.e., quando  $N > N_{min}$ , participa de forma significativa na redução de  $Nu_{av}$  para o regime condutivo.

Na Figura 5 são apresentadas configurações opostas às mostradas na Fig. 4, i.e., configurações com o processo convectivo dominante, observadas para alto Ra e baixo N. Esta figura mostra as isolinhas para  $Ra = 10^8$  e  $N = 9 \times g_B$ , através da variação de A. Observa-se a estratificação horizontal das isotermas (Fig. 5.a), característica do processo convectivo, assim como a alta magnitude de recirculação, observada através da anti-simetria nos perfis de linha de corrente (Fig. 5.b).

Com base na Tab. 4 (previsão de  $N_{min}$ ) é fácil analisar que apenas a configuração com A = 0,25 apresenta interferência na camada limite, pois para esta configuração tem-se  $N_{min} = 6$ . Para as outras configurações de A os blocos não apresentam a interferência na camada limite, sendo assim, o escoamento se desenvolve adjacentes as paredes isotérmicas.

VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 18 a 21 de Agosto 2010, Campina Grande - Paraíba



Figura 4. (a) isotermas e (b) linhas de corrente: variação da razão de aspecto A = L/H, considerando  $Ra = 10^5$ ,  $N = 36 \times g_B$ ,  $\phi = 0,64$  e K = 1.



Figura 5. (a) isotermas e (b) linhas de corrente: variação da razão de aspecto A = L/H, considerando  $Ra = 10^8$ ,  $N = 9 \times g_B$ ,  $\phi = 0.64$  e K = 1.

### 4. CONCLUSÕES

Para a variação do parâmetro A, da cavidade heterogênea, são investigados apenas os efeitos simultâneos sobre os parâmetros  $Ra \in N$ , analisados para valores de  $K \in \phi$  constantes. Os resultados provenientes das simulações numéricas são analisados segundo as previsões de  $N_{min}$ , tendo em vista que  $\phi$  é mantido constante. Em geral, para A < 1, a espessura da camada limite  $S_C = f(Ra, H)$  aumenta em relação a A = 1, fazendo com que a previsão da interferência dos blocos sobre a camada limite ocorra para menores N quanto menor o valor de A. Para  $A \ge 1$ , o  $S_C$  é o mesmo, isto implica que a interferência ocorre para os mesmos N. Em resumo, a transferência de calor com o aumento de A apresenta comportamentos distintos em relação aos blocos sobre a camada limite. Para configurações com  $N < N_{min}$  o aumento de A para um dado N, apresenta uma redução do  $Nu_{av}$ , devido a redução de H das superfícies isotérmicas para A < 1 e ao aumento de L para a trajetória do escoamento para A > 1. Em configurações com  $N > N_{min}$ , o aumento de A < 1 até A = 1 para um dado N, apresenta um aumento de  $Nu_{av}$ , devido a maior interferência dos blocos sobre a camada limite, quanto menor o A. Para o aumento de A = 1 até A > 1, observa-se uma redução de  $Nu_{av}$ , pois estas configurações apresentam o mesmo  $S_C$ , sendo afetadas apenas pelo aumento de L que aumenta trajetória do escoamento. Para configurações com processo condutivo predominante, presente para baixos Ra e alto N, caracteriza-se um regime de condução pura, em relação ao valor de  $Nu_{av}$  que pode ser determinado em função da razão de aspecto da cavidade pela expressão  $Nu_{av} \sim A^{-1}$ .

### 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio do TEP/CENPES/PETROBRAS, à Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP – por meio do programa PRH-ANP/MCT (PRH10-UTFPR) e à Fundação de Apoio à Educação, Pesquisa e Desenvolvimento Científico e Tecnológico da UTFPR – FUNTEF-PR.

## 6. REFERÊNCIAS

- Braga, E.J. and de Lemos, M.J.S., 2005, "Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 48, pp. 4748-4765.
- De Lai, F.C Junqueira, S.L.M., Franco, A.T., Lage, J.L., Martins, A.L. e Lomba, R.F.T., 2009, "Análise paramétrica da transferência de calor por convecção natural em cavidade com meio poroso heterogêneo", Anais do 5° Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, Fortaleza, Ceará, Brasil.
- De Lai, F.C., Junqueira, S.L.M., Franco, A.T. and Lage, J.L., 2008, "Natural convection through enclosed disconnected solid blocks", Proceedings of the 12th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.
- House, J.M., Beckermann, C. and Smith T.F., 1990, "Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 18, pp. 213-225.
- Kimura, S. and Bejan, A., 1983, "The 'heatline' visualization of convective heat transfer", ASME Journal Heat Transfer, Vol. 105, pp. 916-919.
- Merrikh, A.A. and Lage, J.L., 2005, "Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 48, pp. 1361-1372.
- Merrikh, A.A. and Mohamad, A.A., 2001, "Blockage effects in natural convection in differentially heated enclosure", Journal Enhanced Heat Transfer, Vol. 8, pp. 55-74.

Nield, D.A. and Bejan, A., 1998, "Convection in porous media", Second ed., Springer-Verlag, New York, U.S.A.

Patankar, S.V. and Spalding, D.B., 1972, "A calculation procedure for heat. mass and momentum transfer in threedimensional parabolic flows", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 5, pp. 1787-1806.

### 7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

# NATURAL CONVECTION IN A HETEROGENEOUS POROUS CAVITY: ASPECT RATIO EFFECTS

Fernando César De Lai, fernandodelai@utfpr.edu.br<sup>1</sup> Silvio L. M. Junqueira, silvio@utfpr.edu.br<sup>1</sup> Admilson T. Franco, admilson@utfpr.edu.br<sup>1</sup> José L. Lage, JLL@smu.edu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Curitiba-PR 80230-901, Brasil <sup>2</sup>Southern Methodist University – SMU, Dallas-TX 75275-0337, USA

**Resumo:** In this study, the modeling and numerical simulation of natural convection process in rectangular porous cavity, heated from the side, are proposed using a microscopic approach in scale of the order of magnitude of the pores. This approach uses the heterougeneous model (or continuum) to idealize the porous medium, considering the solid and fluid constituents separately. The solid square blocks are equally spaced, disconnected and conducting within a cavity filled with fluid. The solution of conservation equations (mass, momentum and energy) for the solid and fluid phases, is obtained numerically using the finite-volume method. The aim of this study is concerned on characterizing the natural convection process in cavities filled with heterogeneous porous media for different aspect ratios. Results show the effects of varying the number of blocks and the porosity of the medium (associated to the permeability of the cavity), the solid-to-fluid thermal conductivity ratio and the intensification of fluid recirculation (associated to the Rayleigh number), for shallow, square and tall cavities. A quantitative investigation, in relation to the average Nusselt number of heated boundary is carried out, and qualitatively by the streamlines and isotherms. Analytical expressions are obtained to predict the phenomenon of interference between the solid obstacles and the boundary layer region, as a result of the increase of the number of blocks, the reduction of the porosity, the increase of the height of the cavity and the reduction of the Rayleigh number.

Palavras-chave: Natural convection, Porous media, Heterogeneous Model, Heat transfer, Aspect ratio.