



**VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING**  
**18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil**  
*August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil*

## **SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA DE UM ROBÔ MÓVEL NÃO-HOLONÔMICO COM PERTURBAÇÕES CINEMÁTICAS: UM PROJETO DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL**

**Nardênio A. Martins, nardenio@das.ufsc.br**  
**Ebrahim S. Elyoussef, ebrahim@das.ufsc.br**  
**Douglas W. Bertol, dwbertol@das.ufsc.br**  
**Edson R. De Pieri, edson@das.ufsc.br**  
**Ubirajara F. Moreno, moreno@das.ufsc.br**  
**Eugênio B. Castelan, eugenio@das.ufsc.br**

Universidade Federal de Santa Catarina, CTC, DAS, Caixa Postal 476, CEP 88040-900, Florianópolis, SC, Brasil

**Resumo:** Neste artigo é proposto um controle de seguimento de trajetória para um robô móvel não-holonômico sujeito a perturbações cinemáticas. Um controlador com estrutura variável (CEV) baseado na teoria de modos deslizantes é usado para compensar estas perturbações. Para minimizar os problemas encontrados em implementações práticas de controladores com estrutura variável clássicos e para eliminar o fenômeno de chattering, é usado um compensador neuronal, que é contínuo e não-linear, no lugar do termo descontínuo dos sinais de controle presentes nas formas clássicas. O compensador neuronal proposto é projetado por uma técnica de modelagem de redes neuronais de funções de bases radiais Gaussianas e não necessita de consumo de tempo com processo de treinamento. A análise de estabilidade é assegurada com base no método de Lyapunov. Resultados de simulações são fornecidos para mostrar a eficiência da abordagem proposta.

**Palavras-chave:** robô móvel não-holonômico, seguimento de trajetória, controle com estrutura variável, redes neuronais, método de Lyapunov

### **1. INTRODUÇÃO**

O robô móvel do tipo (2,0) é plenamente utilizado na literatura como plataforma de testes, devido a sua simplicidade mecânica e por representar adequadamente os desafios do problema de controle tratado neste artigo (Campion e Chung, 2008; Morin e Samson, 2008). Este tipo de robô móvel pode ser controlado em três vertentes a saber: controle considerando apenas o modelo cinemático, controle considerando apenas o modelo dinâmico, e controle utilizando tanto o modelo cinemático quanto o modelo dinâmico (Sousa Júnior e Hemerly, 2003). Assim, este artigo descreve apenas o projeto de um controlador cinemático, para este tipo de robô móvel, baseado na teoria de modos deslizantes, considerando a presença de perturbações cinemáticas.

O projeto de controladores com estrutura variável utiliza uma lei de controle chaveada de alta velocidade para guiar as trajetórias de estados não-lineares pré-definidas a uma superfície específica (chamada de superfície de deslizamento ou de chaveamento) com o intuito de alcançar os objetivos convencionais de controle, tais como, estabilização e seguimento.

Devido à propriedade de robustez contra incertezas, imprecisão na modelagem e perturbações, o controle com estrutura variável tem se tornado muito popular e empregado em muitas áreas de aplicação (Utkin et al., 2009; Decarlo et al., 1996; Hung et al., 1993; Gao e Hung, 1993). Porém, este esquema de controle tem importantes desvantagens que limitam sua aplicabilidade prática, tais como o chaveamento de alta frequência (*chattering*) e a vasta autoridade de controle, que deterioram o desempenho do sistema (Shuwen et al., 2000). A primeira desvantagem citada é devida às ações de controle que são descontínuas sobre as superfícies de deslizamento, o que ocasiona o chaveamento de alta frequência no limite das mesmas. Tal chaveamento de alta frequência pode excitar dinâmicas não-modeladas e impor desgastes indevidos sobre os atuadores, de modo que a lei de controle não seria considerada aceitável. Já a segunda desvantagem citada, baseia-se na exigência do conhecimento a priori do limite da incerteza nos compensadores. Se o limite for desconhecido, um valor alto tem de ser aplicado ao ganho da parte descontínua do sinal de controle e este ganho de controle alto pode intensificar o chaveamento de alta frequência sobre as superfícies de deslizamento.

Pesquisas têm utilizado metodologias computacionais, tais como redes neuronais artificiais, de modo a melhorar o desempenho e diminuir os problemas encontrados nas implementações práticas de controladores com estrutura variável (Efe e Kaynak, 2001; Kaynak et al., 2001). Ainda, cabe ressaltar que redes neuronais artificiais possuem somente a

capacidade de mapeamento estático (Runmelhart e McClelland, 1986), porém, quando elas são utilizadas como controladores, elas devem ser capazes de compensar as dinâmicas.

Neste artigo, as redes neurais de funções de bases radiais (RNFBRs) são aplicadas para compensar as perturbações cinemáticas, visto que a estrutura de uma RNFBR é mais simples do que a de uma rede *perceptron* multicamada (PMC), a taxa de aprendizado de uma RNFBR é geralmente mais rápida do que a de uma PMC, além da RNFBR ser de fácil tratamento matemático (Seshagiri e Khalil, 2000).

Diferente de outros trabalhos que consideram a cinemática de robôs móveis livre de incertezas e/ou perturbações e que usam a teoria de modos deslizantes aplicados a robôs móveis (Li et al., 2009; Lee et al., 2009; Chwa, 2004; Chwa et al., 2002; Yang e Kim, 1999; Shim et al., 1995; Guldner, e Utkin, 1994), as contribuições deste artigo são:

- Um controlador com estrutura variável (CEV) em coordenadas retangulares para compensar as perturbações cinemáticas, baseado na teoria de modos deslizantes;
- Um compensador neuronal (CN) usado para substituir o termo descontínuo do CEV clássico, evitando as vibrações de alta frequência assim como as perturbações cinemáticas;
- A implementação do CN é baseado no particionamento das RNFBRs em várias sub-redes menores, de modo a obter uma computação mais eficiente;
- Os pesos da camada oculta das RNFBRs são atualizados em tempo real para garantir estabilidade do sistema completo, sem ter qualquer conhecimento das perturbações do sistema;
- A análise de estabilidade global do sistema de controle do robô móvel não-holonômico e do algoritmo de aprendizagem são provados utilizando a teoria de Lyapunov.

Este artigo é organizado como segue. A seção 2 são apresentados o modelo cinemático de um robô móvel não-holonômico com perturbações e a dinâmica do erro correspondente. O CEV proposto e CN para o seguimento de trajetória de referência são descritos na seção 3. A seção 4 são mostrados os resultados de simulações e na seção 5 são apresentadas as conclusões.

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Nesta seção são descritos o modelo cinemático, o problema de controle de seguimento de trajetória e a dinâmica do erro para um robô móvel não-holonômico.

### 2.1. Cinemática de um Robô Móvel Não-Holonômico

Um exemplo típico de um robô móvel não-holonômico é mostrado na Fig. (1). O robô possui duas rodas motrizes montadas no mesmo eixo e uma roda livre frontal. As duas rodas motrizes são independentemente acionadas por dois atuadores para realizar o movimento e a orientação. A posição do robô móvel não-holonômico no sistema de coordenadas inercial  $\{X_0, O, Y_0\}$  pode ser descrita pelo vetor  $\overline{OC}$  e a orientação  $\theta$  entre o sistema de coordenadas do robô móvel não-holonômico  $\{X_c, C, Y_c\}$  e o sistema de coordenadas inercial, onde  $C$  são as coordenadas do centro de massa, com  $P$ ,  $d$ ,  $r$  e  $2R$  sendo a interseção do eixo de simetria com o eixo das rodas motrizes, a distância do ponto  $C$  ao ponto  $P$ , o raio das rodas, e a distância entre as rodas motrizes e o eixo de simetria, respectivamente.

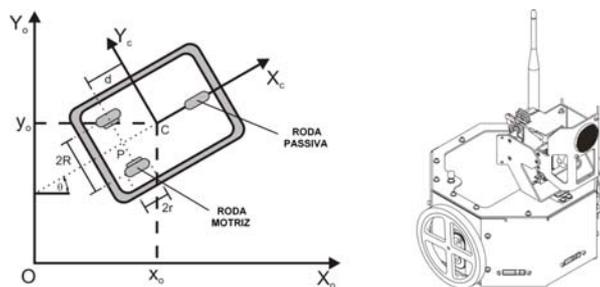


Fig. 1. Um robô não-holonômico e o seu sistema de coordenadas.

O vetor de postura  $q \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  do robô móvel não-holonômico é descrito por três coordenadas generalizadas como:

$$q = [x_c \ y_c \ \theta]^T, \quad (1)$$

onde  $x_c$ ,  $y_c$  são as coordenadas de  $C$ .

Sob as condições de rolamento puro e não deslizamento e considerando  $d = 0$ , o modelo cinemático do robô móvel não-holonômico pode ser expresso como:

$$\dot{q} = S(q)v(t), \quad (2)$$

com:

$$S(q) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

e  $v(t) = [v_l \ \omega_a]^T$  representando as velocidades linear e angular do robô móvel não-holonômico, respectivamente. Porém, tal modelo cinemático, Eq. (3), não leva em consideração os ruídos de medições, as incertezas de modelagem e as perturbações. Como há perturbações de entrada em  $v_l$  e  $\omega_a$ , um modelo cinemático mais realista do robô móvel não-holonômico pode ser denotado por:

$$\dot{q} = S(q) \left( v(t) + \tilde{d}_0(t) \right), \quad (4)$$

onde  $\tilde{d}_0(t) = [\delta_{v_l} \ \delta_{\omega_a}]^T$  representa somente as perturbações, assumindo que os seus limites superiores são:

$$|\delta_{v_l}| < \varepsilon_{v_l}, \quad |\delta_{\omega_a}| < \varepsilon_{\omega_a}, \quad (5)$$

com  $\varepsilon_{v_l}$  e  $\varepsilon_{\omega_a}$  sendo constantes positivas limitadas.

## 2.2. Dinâmica do Erro de um Robô Móvel Não-Holonômico

A fim de formular o problema de seguimento de trajetória, uma trajetória de referência é gerada pelo seguinte modelo cinemático de referência:

$$\begin{aligned} \dot{q}_r &= S(q_r)v_r, \\ \dot{x}_r &= v_{l_r} \cos(\theta_r), \quad \dot{y}_r = v_{l_r} \sin(\theta_r), \quad \dot{\theta}_r = \omega_{a_r}, \end{aligned} \quad (6)$$

onde  $q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T \in \mathfrak{R}^3$  denota a postura de referência do robô móvel não-holonômico, a estrutura de  $S(q_r)$  é similar a da Eq. (3), e  $v_r = [v_{l_r} \ \omega_{a_r}]^T$  denota as velocidades linear e angular do robô móvel não-holonômico, respectivamente. Com respeito a Eq. (6), assume-se que o sinal  $v_r(t)$  é escolhido para produzir o movimento desejado e para que  $v_r(t)$ ,  $\dot{v}_r(t)$ ,  $q_r(t)$ , e  $\dot{q}_r(t)$  sejam limitados para todo o tempo.

O problema de controle do seguimento de trajetória de um robô móvel não-holonômico é resolvido projetando uma entrada de controle  $v(t) = [v_l \ \omega_a]^T$  tal que o sistema, Eq. (4), siga a referência, Eq. (6), apesar das perturbações. De fato, o objetivo é convergir os erros de seguimento ( $e_x = x_r - x_c$ ,  $e_y = y_r - y_c$ ,  $e_\theta = \theta_r - \theta$ ) a zero, respeitando as seguintes restrições:

$$|v_l| \leq v_{l_{max}}, \quad |\omega_a| \leq \omega_{a_{max}}. \quad (7)$$

Convertendo os erros de seguimento do sistema de coordenadas inercial para o sistema de coordenadas do robô móvel não-holonômico, a equação do erro de postura do robô móvel não-holonômico pode ser denotada como (Campion e Chung, 2008):

$$\tilde{z} = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix}. \quad (8)$$

A dinâmica do erro pode ser obtida a partir da derivada no tempo da Eq. (8) como:

$$\dot{\tilde{z}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \\ \dot{\tilde{\theta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{l_r} \cos(\tilde{\theta}) \\ v_{l_r} \sin(\tilde{\theta}) \\ \omega_{a_r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & \tilde{y} \\ 0 & -\tilde{x} \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_l + \delta_{v_l} \\ \omega_a + \delta_{\omega_a} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

## 3. PROJETO DE CONTROLE PARA O SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA

Nesta seção, um CEV é desenvolvido para o modelo cinemático, Eq. (4), apenas com perturbações. As RNFBRs são usadas em substituição ao termo descontínuo do CEV clássico para evitar as vibrações de alta frequência assim como para suprimir as perturbações cinemáticas. Para tal desenvolvimento é requerida a seleção de superfícies de deslizamento e uma breve descrição da modelagem genérica de sistemas não-lineares para o projeto do CEV (Utkin et al., 2009; Hung et al., 1993; Gao e Hung, 1993).

### 3.1. Escolha das Superfícies de Deslizamento

O CEV é um controle realimentado com chaveamento de alta frequência, no qual as ações são tratadas em duas fases: a fase de alcance e a fase de deslizamento. Na fase de alcance, as trajetórias dos estados do sistema (linear ou não-linear) são direcionadas para um local no espaço de estados escolhido pelo projetista. Em geral, este local é definido por superfícies lineares dos erros de controle (neste caso,  $\tilde{z} = [\tilde{x} \ \tilde{y} \ \tilde{\theta}]^T$ ), conhecidas como superfícies de chaveamento ou deslizamento ( $\sigma$ ), cada uma descrita por:

$$\sigma_i(\tilde{z}, t) = c_i^T \tilde{z} = 0, \quad i = 1, \dots, n_\sigma. \quad (10)$$

Na fase de deslizamento, as trajetórias dos estados são forçadas a permanecer nas superfícies de deslizamento. Escolhendo apropriadamente as constantes  $c_i^T$  da Eq. (10), os erros irão tender exponencialmente a zero, de acordo com o padrão determinado por estas constantes, durante a fase de deslizamento.

Dessa forma, para controlar o modelo cinemático, Eq. (4), são selecionadas as seguintes superfícies de deslizamento:

$$\sigma(\tilde{z}, t) = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \tilde{x} \\ k_2 \tilde{y} + k_3 \tilde{\theta} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

onde  $k_1, k_2, k_3$  são constantes positivas.

### 3.2. Modelo Genérico para Sistemas Não-Lineares

A derivação do CEV e de suas propriedades são diretamente produzidos para uma classe importante de sistemas não-lineares, cujo modelo, na forma de equação de estados, é dado por:

$$\dot{\tilde{z}}(t) = A(\tilde{z}, \rho, t) + B(\tilde{z}, \rho, t)v(\tilde{z}, t) + d_b(t), \quad (12)$$

com  $A(\tilde{z}, \rho, t) = A_0(\tilde{z}, t) + \Delta A(\tilde{z}, \rho, t)$  e  $B(\tilde{z}, \rho, t) = B_0(\tilde{z}, t) + \Delta B(\tilde{z}, \rho, t)$ , onde  $\tilde{z}(t)$  é o vetor de estados;  $A(\tilde{z}, \rho, t)$  é o vetor de funções não-lineares;  $v(\tilde{z}, t)$  é o vetor de entradas de controle;  $\rho(\tilde{z}, t)$  é o vetor de incertezas paramétricas;  $B(\tilde{z}, \rho, t)$  é a matriz de funções não-lineares;  $\Delta A(\tilde{z}, \rho, t)$  e  $\Delta B(\tilde{z}, \rho, t)$  são o vetor e a matriz representando as perturbações no sistema provenientes das incertezas paramétricas, respectivamente;  $d_b(t)$  é o vetor de perturbações externas, e  $A_0(\tilde{z}, t)$ ,  $B_0(\tilde{z}, t)$  referem-se ao vetor e a matriz de parâmetros nominais, respectivamente.

O objetivo deste estudo é a derivação de um CEV robusto às perturbações presentes no modelo cinemático, Eq. (4). Para garantir a robustez do controlador, as perturbações devem ser limitadas, a matriz  $B(\tilde{z}, \rho, t)$  deve ser não-singular e as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\begin{aligned} \Delta A(\tilde{z}, \rho, t) &= B_0(\tilde{z}, t)\tilde{a}, \\ \Delta B(\tilde{z}, \rho, t) &= B_0(\tilde{z}, t)\tilde{b}, \\ d_b(t) &= B_0(\tilde{z}, t)\tilde{d}_0, \end{aligned} \quad (13)$$

o que significa que  $\Delta A(\tilde{z}, \rho, t)$ ,  $\Delta B(\tilde{z}, \rho, t)$  e  $d_b(t)$  deve pertencer à imagem de  $B_0(\tilde{z}, t)$ ;  $\tilde{a}$  e  $\tilde{b}$  são o vetor e a matriz que incorporam as incertezas paramétricas, respectivamente;  $\tilde{d}_0$  representa as perturbações externas.

Portanto, a dinâmica do erro, Eq. (9), pode ser reescrita baseada nas Eqs. (12) e (13) como:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= A_0(\tilde{z}, t) + B_0(\tilde{z}, t)v(t) + d_b(t), \\ d_b(t) &= B_0(\tilde{z}, t)\tilde{d}_0(t), \end{aligned} \quad (14)$$

haja vista que não há incertezas paramétricas ( $\Delta A = 0$ ,  $\Delta B = 0$ ) na Eq. (9).

### 3.3. Projeto de Controle com Estrutura Variável

De modo a ter influência também no processo de alcance das superfícies de deslizamento, o controle  $v(\tilde{z}, t)$  será escolhido de tal forma a impor  $\sigma(\tilde{z}, t)$  a ter a dinâmica dada pela seguinte equação diferencial de primeira ordem:

$$\dot{\sigma}(\tilde{z}, t) = -G \text{sign}(\sigma) - K_p h(\sigma), \quad (15)$$

onde  $G$  e  $K_p$  são matrizes diagonais definidas positivas,  $h(\sigma) = \sigma$  (pode ser outra função, desde que  $\sigma^T h(\sigma) > 0$ ) e

$sign(\sigma) = \frac{\sigma}{|\sigma|}$  é uma função descontínua.

Reescrevendo a Eq. (15) para a  $i$ -ésima superfície de deslizamento, obtém-se:

$$\dot{\sigma}_i(\tilde{z}, t) + k_{p_i}\sigma_i = -g_i sign(\sigma_i), \quad (16)$$

Retornando à Eq. (15) e levando em consideração a Eq. (14), resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(\tilde{z}, t) &= \frac{\partial \sigma(\tilde{z}, t)}{\partial \tilde{z}} \dot{\tilde{z}} + \frac{\partial \sigma(\tilde{z}, t)}{\partial t} \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{z}} (A_0 + B_0 v + d_b) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{z}} (A_0 + B_0 v) + \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{z}} B_0 \tilde{d}_0 + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ &= -G sign(\sigma) - K_p \sigma \end{aligned} \quad (17)$$

com

$$\frac{\partial \sigma(\tilde{z}, t)}{\partial \tilde{z}} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

de onde é derivada a seguinte lei de controle:

$$v = -B_{0\sigma}^{-1} \left( A_{0\sigma} + G sign(\sigma) + K_p \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right), \quad (19)$$

na qual

$$A_{0\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{z}} A_0 = \begin{bmatrix} k_1 v_{l_r} \cos(\tilde{\theta}) \\ k_2 v_{l_r} \sin(\tilde{\theta}) + k_3 \omega_{a_r} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$B_{0\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{z}} B_0 = \begin{bmatrix} -k_1 & k_1 \tilde{y} \\ 0 & -k_2 \tilde{x} - k_3 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$B_{0\sigma}^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{k_1} & -\frac{\tilde{y}}{k_2 \tilde{x} + k_3} \\ 0 & -\frac{1}{k_2 \tilde{x} + k_3} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

e  $k_2 = k_3 \alpha$ ,  $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{\|\tilde{x}\|+1}$  similar a Cheng e Tsai (2005).

Definindo

$$v^* = - \left( G sign(\sigma) + K_p \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right), \quad (23)$$

e substituindo Eq. (19) na Eq. (17), resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= A_{0\sigma} - B_{0\sigma} B_{0\sigma}^{-1} (A_{0\sigma} - v^*) + d_\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \\ &= -G sign(\sigma) - K_p \sigma + \psi \end{aligned} \quad (24)$$

onde

$$\begin{aligned} d_\sigma &= \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{z}} B_0 \tilde{d}_0 = \frac{\partial \sigma}{\partial \tilde{z}} d_b \\ &= \begin{bmatrix} -k_1 (\delta v_l - \tilde{y} \delta \omega_a) \\ -(k_2 \tilde{x} + k_3) \delta \omega_a \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (25)$$

$B_{0\sigma} B_{0\sigma}^{-1} = I_n$  e  $\psi = d_\sigma$  são perturbações no sistema.

### 3.4. Análise de Estabilidade

Escolhendo  $V = \frac{1}{2}\sigma^T\sigma$  como uma função candidata de Lyapunov, a qual é definida positiva, a superfície de deslizamento será atrativa desde que a lei de controle, Eq. (19), assegure que  $\dot{V} = \sigma^T\dot{\sigma}$  seja definida negativa. Utilizando o resultado descrito pela Eq. (24), obtém-se a seguinte  $\dot{V}$ :

$$\dot{V} = \sigma^T\dot{\sigma} = -\sigma^T G \text{sign}(\sigma) - \sigma^T K_p \sigma + \sigma^T \psi. \quad (26)$$

Como  $\sigma^T K_p \sigma \geq 0$ , a condição  $\dot{V} \leq 0$  pode ser expressa por:

$$\sigma^T G \text{sign}(\sigma) \geq \sigma^T \psi. \quad (27)$$

a qual é satisfeita se os elementos diagonais de  $G$  atendem à seguinte condição:

$$g_i > |\bar{\psi}_i|, \forall i. \quad (28)$$

Se  $g_i > \bar{\psi}_i$ , então  $\dot{V} \leq 0$  ( $\dot{V} = 0$  somente se  $V = 0$ ), o que implica que  $V$  deve decrescer para  $V = 0$  exponencialmente; porém, se  $g_i < \bar{\psi}_i$ , existe um valor de  $V = V_{ss} > 0$  para o qual  $\dot{V} = 0$  pode levar para erros diferentes de zero. Por isso, é possível afirmar que se as perturbações forem melhor estimadas, os resultados serão melhores.

### 3.5. Projeto do Compensador Neuronal

Devido a atrasos, limitações físicas dos atuadores e imperfeições no chaveamento, não é possível mudar o controle de um valor para outro instantaneamente. Por causa disto, as trajetórias dos estados variam na vizinhança em torno da superfície de deslizamento, ao invés de deslizar sobre ela. Este fenômeno, conhecido como vibrações de alta frequência (*chattering*), pode ser evitado ou ao menos reduzido utilizando RNFBRs, as quais são funções não-lineares e contínuas, para aproximar  $G \text{sign}(\sigma)$  na Eq. (19) (Martins et al., 2008). Então,  $v$  fica:

$$\begin{aligned} v &= -B_{0\sigma}^{-1} \left( A_{0\sigma} + \hat{P}(\sigma) + K_p \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right), \\ v &= B_{0\sigma}^{-1} \left( A_{0\sigma} + \left[ \{\widehat{W}_\sigma\}^T \cdot \{\xi_\sigma(\sigma)\} \right] + K_p \sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right), \end{aligned} \quad (29)$$

onde  $\{\widehat{W}_\sigma\}$  e  $\{\xi_\sigma(\sigma)\}$  são vetores GL de pesos e de funções de bases radiais Gaussianas (Ge, 1996), e seus respectivos elementos são  $\widehat{W}_{\sigma_k}$  e  $\xi_{\sigma_k}(\sigma)$ , com  $\hat{P}(\sigma)$  sendo um vetor  $n \times 1$  referentes às saídas das RNFBRs. A estabilidade das RNFBRs pode ser analisada, usando matrizes e vetores Ge-Lee (GL) (Ge, 1996), os quais são definidos por  $\{\cdot\}$  e pelo operador de produto  $\cdot$ . A matriz e o vetor convencionais são denotados por  $[\cdot]$ .

Substituindo a Eq. (29) na Eq. (17), resulta em:

$$\dot{\sigma} = - \left[ \{\widehat{W}_\sigma\}^T \cdot \{\xi_\sigma(\sigma)\} \right] - K_p \sigma + \psi. \quad (30)$$

Assim, pode-se escolher a função candidata de Lyapunov como segue:

$$V = \frac{1}{2} \left( \sigma^T \sigma + \sum_{k=1}^n \widetilde{W}_{\sigma_k}^T \Gamma_{\sigma_k}^{-1} \widetilde{W}_{\sigma_k} \right), \quad (31)$$

onde  $\Gamma_{\sigma_k}$  é uma matriz simétrica definida positiva e dimensionalmente compatível, e  $\{\widetilde{W}_{\sigma_k}\} = \{W_{\sigma_k}\} - \{\widehat{W}_{\sigma_k}\}$ .

Diferenciando a Eq. (31), e substituindo na Eq. (30),  $\dot{V}$  é obtida como:

$$\dot{V} = -\sigma^T \left[ \{\widehat{W}_\sigma\}^T \cdot \{\xi_\sigma(\sigma)\} \right] - \sigma^T K_p \sigma + \sigma^T \psi - \sum_{k=1}^n \widetilde{W}_{\sigma_k}^T \Gamma_{\sigma_k}^{-1} \dot{\widetilde{W}}_{\sigma_k}. \quad (32)$$

Lembrando que:

$$\sigma^T \left[ \{\widehat{W}_\sigma\}^T \cdot \{\xi_\sigma(\sigma)\} \right] = \sum_{k=1}^n \{\widetilde{W}_{\sigma_k}\}^T \cdot \{\xi_{\sigma_k}(\sigma)\} \sigma_k, \quad (33)$$

e escolhendo a lei de aprendizado da RNFBRs como:

$$\hat{W}_{\sigma_k} = \Gamma_{\sigma_k} \cdot \{\xi_{\sigma_k}(\sigma)\} \sigma_k, \quad (34)$$

e substituindo as Eqs. (33) e (34) na Eq. (32),  $\dot{V}$  fica:

$$\dot{V} = -K_{p_{min}} |\sigma|^2 + \sigma^T \psi - \sigma^T [\{W_{\sigma}\}^T \cdot \{\xi_{\sigma}(\sigma)\}], \quad (35)$$

onde  $K_{p_{min}}$  é o menor valor singular de  $K_p$ .

A  $\dot{V}$  pode ser reescrita como:

$$\dot{V} = -K_{p_{min}} |\sigma|^2 + |\Delta f - P| |\sigma|, \quad (36)$$

com  $P = [\{W_{\sigma}\}^T \cdot \{\xi_{\sigma}(\sigma)\}]$  sendo o compensador ótimo para  $\Delta f = \psi$ . De acordo com a propriedade de aproximação universal das RNFBRs (Wang, 1996), existe  $\mu > 0$  satisfazendo  $|\Delta f - P| \leq \mu$ , onde  $\mu$  é arbitrário e pode ser escolhido tão pequeno quanto possível. Assumindo que  $\mu \leq \beta |\sigma|$  com  $0 < \beta < 1$ , obtém-se que  $|\Delta f - P| |\sigma| \leq \beta |\sigma|^2 = \beta \sigma^2$ , por isso,  $\dot{V}$  resulta em:

$$\dot{V} \leq -(K_{p_{min}} - \beta) \sigma^2. \quad (37)$$

Devido a  $K_{p_{min}} > \beta$ ,  $\dot{V}$  é definida negativa.

#### 4. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Nas simulações é usado o mesmo modelo cinemático do robô móvel não-holonômico descrito em Sousa Jr. et al., 2002. Uma trajetória de referência foi implementada e simulada utilizando o programa MATLAB/Simulink, a qual é uma trajetória circular com  $v_{l_r} = 0.5$  m/s,  $\omega_{a_r} = 0.5$  rad/s e as coordenadas iniciais são dadas por  $[x_r \ y_r \ \theta_r]^T = [1 \ m \ 2 \ m \ 26.56^\circ]^T$ . A posição inicial do robô móvel não-holonômico é  $[x_c \ y_c \ \theta]^T = [1 \ m \ 1 \ m \ 10^\circ]^T$ .

Nesses casos, três tipos de estratégias de controle são consideradas:

- Controle 1: o CEV proposto sem o termo descontínuo, Eq. (19), ou seja, com  $G = 0$ ;
- Controle 2: o CEV proposto com o termo descontínuo, Eq. (19), ou seja, com  $G \neq 0$ ;
- Controle 3: o CEV com CN, Eq. (29) e Eq. (34).

Os ganhos para cada simulação estão sumarizados na Tab. 1.

**Tabela 1. Parâmetros dos controladores.**

Ganhos	Controle 1	Controle 2	Controle 3
$k_1$	1.0	1.0	1.0
$k_2$	1.0	1.0	1.0
$k_3$	1.0	1.0	1.0
$G_{11}$	0.0	1.5	-
$G_{22}$	0.0	1.5	-
$K_{p11}$	1.5	1.5	1.5
$K_{p22}$	3.0	3.0	3.0
$\Gamma_{\sigma_k}$	-	-	0.2

Além disso, no Controle 3, o número de neurônios na camada oculta é 25. Por simplificação, os centros das funções de bases radiais Gaussianas localizadas são igualmente distribuídos com a finalidade de gerar o espaço de entrada da rede neuronal e a variância é fixa em  $\sqrt{1.5}$ . Os pesos das RNFBRs são inicializados em zero, sem ter qualquer conhecimento *a priori* das perturbações do sistema. É importante enfatizar que diferentes desempenhos de seguimento podem ser alcançados ajustando os parâmetros de ganho e outros fatores, tais como o tamanho das RNFBRs, centros e variâncias das funções de bases radiais Gaussianas.

Na Fig. (2) pode ser visualizado o termo de perturbação periódica limitada para todo tempo que é inserido ao vetor de velocidades  $v$  do robô móvel não-holonômico, o qual é dado por:

$$\tilde{d}_0 = \begin{bmatrix} \delta_{v_l} \\ \delta_{\omega_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 + 0.1 \sin(0.01t) \\ 0.2 + 0.1 \cos(0.01t) \end{bmatrix}.$$

Os resultados para o Controle 1 sob a influência das perturbações são exibidos nas Figs. (3)-(5), onde pode-se ver que: o robô móvel não-holonômico não consegue seguir corretamente a trajetória desejada; há erros de seguimento diferentes de zero; as velocidades tendem para os valores desejados, porém elas não fornecem os sinais de controle

requeridos para compensar as perturbações.

Os resultados para a simulação do Controle 2 são mostrados nas Figs. (6)-(8). A Fig. (6) demonstra que o controlador parece ser capaz de conduzir o robô móvel não-holonômico para a postura e orientação desejadas. Apesar dos erros de seguimento na Fig. (7) tenderem a zero, os sinais de controle apresentam vibrações em alta frequência (*chattering*) em regime permanente como visto na Fig. (8), o que é indesejável.

As Figs. (9)-(12) ilustram os resultados para o Controle 3. Vê-se na Fig. (9) que o robô móvel não-holonômico naturalmente descreve um seguimento de caminho suave sobre a trajetória de referência. Os erros de seguimento tendem a zero como mostrado na Fig. (10). Observa-se que na Fig. (11) não há vibrações de altas frequências nas velocidades linear e angular, as quais representam os sinais de controle. Os valores das saídas das RNFBRs apresentam comportamento similar ao das perturbações (magnitudes em valores absolutos) em regime permanente como visto na Fig. (12).

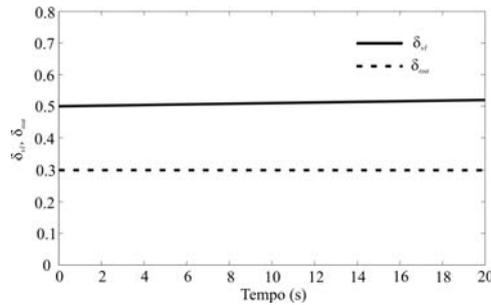


Fig. 2. Perturbações aplicadas no robô móvel não-holonômico.

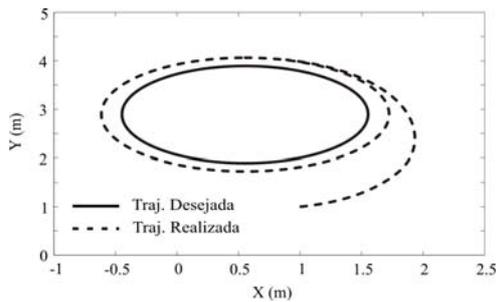


Fig. 3. Seguimento de trajetória - Controle 1.

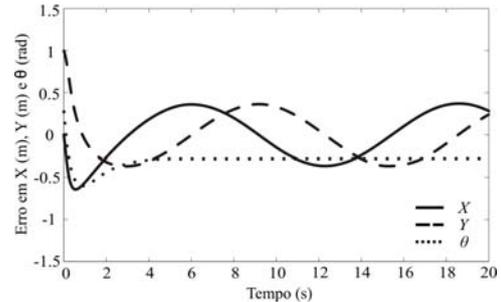


Fig. 4. Erros de seguimento - Controle 1.

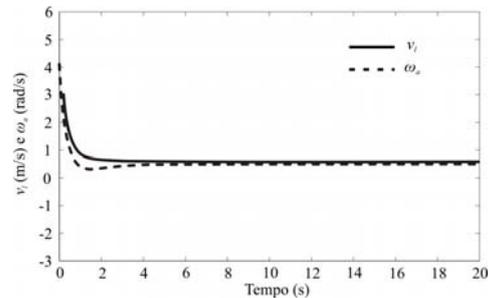


Fig. 5. Velocidades de linear e angular - Controle 1.

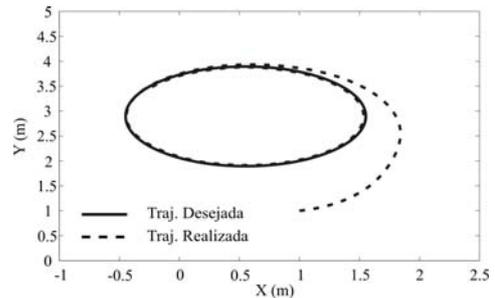


Fig. 6. Seguimento de trajetória - Controle 2.

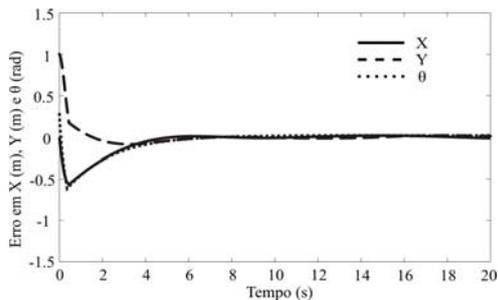


Fig. 7. Erros de seguimento - Controle 2.

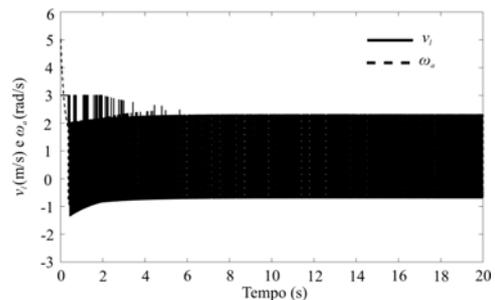


Fig. 8. Velocidades linear e angular - Controle 2.

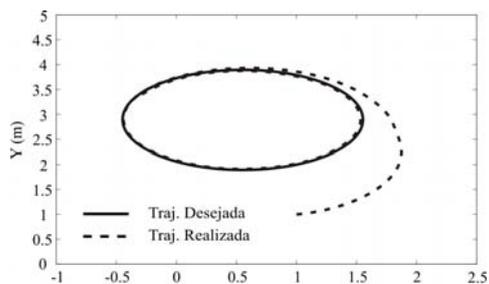


Fig. 9. Seguimento de trajetória - Controle 3.

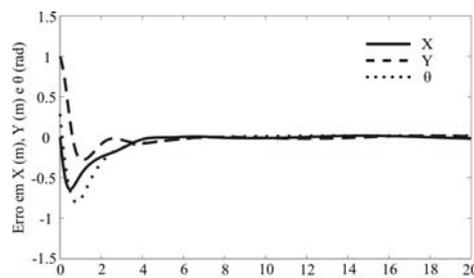


Fig. 10. Erros de seguimento - Controle 3.

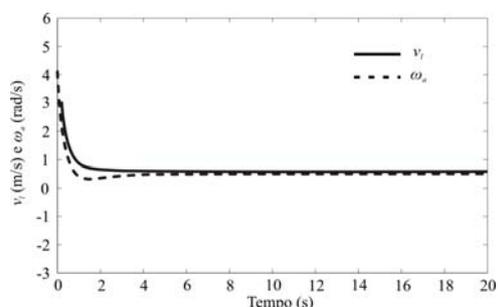


Fig. 11. Velocidades linear e angular - Controle 3.

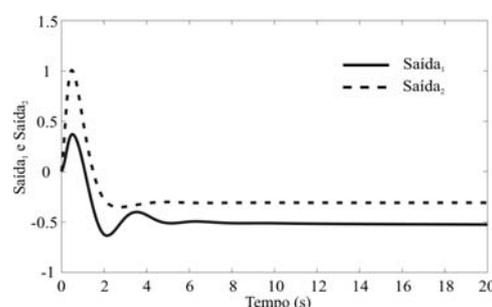


Fig. 12. Saídas das RNFBRs - Controle 3.

## 5. CONCLUSÕES

Um CEV e um CN considerando perturbações no modelo cinemático foram propostos neste artigo e utilizados como uma solução alternativa para o problema de seguimento de trajetória em um robô móvel não-holonômico.

O CEV foi considerado devido ao princípio de invariância aplicável a ele. No entanto, esta técnica exibe o fenômeno de vibrações em alta frequência (*chattering*), o que é altamente indesejável, além de necessitar do conhecimento das amplitudes máximas ou limites superiores das perturbações para determinar os valores de  $G$ . Para evitar tal fenômeno, bem como evitar tal conhecimento acerca das perturbações, RNFBRs foram utilizadas substituindo o termo descontínuo do CEV clássico. Com essa substituição, o princípio da invariância não foi mais verificado, reduzindo a robustez, porém, um sinal de controle contínuo e suave foi realizado. Os resultados das simulações da abordagem proposta foram satisfatórios.

A implementação prática destes controladores cinemáticos será objeto de trabalhos futuros, os quais devem considerar necessariamente metodologias para redução do fenômeno de *chattering* sem perder a principal característica do controlador com relação à robustez frente a perturbações e variações paramétricas. Outros trabalhos futuros também deverão levar em conta a integração de controladores de torque com os controladores cinemáticos propostos aqui.

## 6. REFERÊNCIAS

- Campion, G. and Chung, W., 2008, "Wheeled Robots", in B. Siciliano and O. Khatib (Eds.), Handbook of Robotics, Berlin, Heidelberg, Germany, Springer-Verlag, pp. 391-410.
- Cheng, M.-B. and Tsai, C.-C., 2005, "Robust Backstepping Tracking Control using Hybrid Sliding-Mode Neural Network for a Nonholonomic Mobile Manipulator with Dual Arms", Proc. 44<sup>th</sup> IEEE Conf. on Decision and Control, and the European Control Conf., pp. 1964-1969.
- Chwa, D., Seo, J. H., Kim, P. and Choi, J. Y., 2002, "Sliding Mode Tracking Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots", Proceedings of the 2002 American Control Conference, vol. 5, pp. 3991-3996.
- Chwa, D., 2004, "Sliding-Mode Tracking Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots in Polar Coordinates", IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 12, n° 4, pp. 637- 644.
- Decarlo, R. A., Zak, S. H. and Drakunov, S., 1996, "Variable Structure Sliding Mode Controller Design", in W. Levine (Ed.), The Control Handbook, Boca Raton, FL, CRC Press, pp. 941-951.
- Efe, M. O. and Kaynak, O., 2001, "Variable Structure Systems Theory based Training Strategies for Computationally Intelligent Systems", Proc. Annual Conf. IEEE Industrial Electronics Society, pp. 1563-1576.
- Gao, W. and Hung, J. C., 1993, "Variable Structure Control of Nonlinear Systems: A New Approach", IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 40, n° 1, pp. 45-55.
- Ge, S. S., 1996, "Robust Adaptive NN Feedback Linearization Control of Nonlinear Systems", Int. J. Systems Science, pp. 1327-338.
- Guldner, J. and Utkin, V. I., 1994, "Stabilization of Nonholonomic Mobile Robots using Lyapunov Functions for Navigation and Sliding Mode Control", Proc. of the 33rd IEEE Conf. on Dec. and Cont., vol. 3, pp. 2967-2972.
- Hung, J. Y., Gao, W. and Hung, J. C., 1993, "Variable Structure Control: A Survey", IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 40, n° 1, pp. 2-22.

- Kaynak, O., Erbatur, K. and Ertugrul, M., 2001, "The Fusion of Computationally Intelligent Methodologies and Sliding Mode Control - A Survey", IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 48, n°. 1, pp. 4-17.
- Lee, J. H., Lin, C., Lim, H. and Lee, J. M., 2009, "Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Mobile Robot in the RFID Sensor Space", International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 7, n°. 3, pp. 429-436.
- Li, Y., Zhu, L., Wang, Z. and Liu, T., 2009, "Trajectory Tracking for Nonholonomic Wheeled Mobile Robots based on an Improved Sliding Mode Control Method", Proc. Int. Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management, vol. 2, pp. 55-58.
- Martins, N. A., Bertol, D. W., Lombardi, W. C., De Pieri, E. R. and Castelan, E. B., 2008, "Trajectory Tracking of a Nonholonomic Mobile Robot with Parametric and Nonparametric Uncertainties: A Proposed Neural Control," International Journal of Factory Automation, Robotics and Soft Computing, vol. 2, pp. 103-110.
- Morin, P. and Samson, C., 2008, "Motion Control of Wheeled Mobile Robots", in B. Siciliano and O. Khatib (Eds.), Handbook of Robotics, Berlin, Heidelberg, Germany, Springer-Verlag, pp. 799-826.
- Runmelhart, D. E. and McClelland, J. L., 1986, "Parallel Distributed Processing", Cambridge, MA: MIT Press.
- Seshagiri, S. and Khalil, H. K., 2000, "Output Feedback Control of Nonlinear Systems using RBF Neural Networks", IEEE Trans. Neural Networks, vol. 11, n°. 1, pp. 69-79.
- Shim, H.-S., Kim, J.-H. and Koh, K., 1995, "Variable Structure Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robot", Proc. 1995 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, vol. 2, pp. 1694-1699.
- Shuwen, P., Hongye, S., Xiehe, H. and Jian, C., 2000, "Variable Structure Control Theory and Application: A Survey", Proc. World Congress Intel. Control and Automation, pp. 2977-2981.
- Sousa Jr., C. de, e Hemerly, E. M., 2003, "Controle de Robôs Móveis Utilizando o Modelo Cinemático", Revista Controle & Automação, vol. 14, n°. 4, pp. 384-392.
- Sousa Jr., C. de, Hemerly, E. M. and Galvao, R. K. H., 2002, "Adaptive Control for Mobile Robot using Wavelet Networks", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, vol. 32, n°. 4, pp. 493-504.
- Utkin, V., Guldner, J. and Shi, J., 2009, "Sliding Mode Control in Eletro-Mechanical Systems", Second Edition, CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida, USA.
- Yang, J.-M. and Kim, J.-H., 1999, "Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots", IEEE Trans. Robotics and Automation, vol. 15, n°. 3, pp. 578-587.
- Wang, L. X., 1996, "A Course in Fuzzy Systems and Control", Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc..

## 7. DIREITOS AUTORAIS

### TRAJECTORY TRACKING OF A NONHOLONOMIC MOBILE ROBOT WITH KINEMATIC DISTURBANCES: A VARIABLE STRUCTURE CONTROL DESIGN

Martins, Nardênio A.; Elyoussef, Ebrahim S.; Bertol, Douglas W.; De Pieri, Edson R.; Moreno, Ubirajara F.; Castelan, Eugênio B.

Federal University of the Santa Catarina, CTC, DAS, P. O. Box 476, CEP 88040-900, Florianópolis, SC, Brazil

*Abstract: In this paper, a trajectory tracking control for a nonholonomic mobile robot subjected to kinematic disturbances is proposed. A variable structure controller based on the sliding mode theory is used, and applied to compensate these disturbances. To minimize the problems found in practical implementations of the classical variable structure controllers, and eliminate the chattering phenomenon a neural compensator is used, which is nonlinear and continuous, in lieu of the discontinuous portion of the control signals present in classical forms. The proposed neural compensator is designed by the Gaussian radial basis function neural networks modeling technique and does not require the time-consuming training process. Stability analysis is guaranteed based on the Lyapunov method. Simulation results are provided to show the effectiveness of the proposed approach.*

*Keywords: nonholonomic mobile robot, trajectory tracking, variable structure control, sliding mode theory; neural networks; Lyapunov method*

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.