

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO MAGNETOHIDRODINÂMICO EM UM FLUIDO ELETROLÍTICO

Luciano Pires Aoki, lucianoaoki@gmail.com¹
Wesley Bionês Grupioni, wesley0049@yahoo.com.br¹
Michael George Maunsell, mike@usp.br¹

¹Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia Mecânica.
Avenida Trabalhador São Carlense 400
Arnold Schimidt
13566-590 – São Carlos, SP – Brasil

Resumo: *Este projeto utiliza um circuito fechado preenchido com um fluido eletrolítico, onde um ímã permanente gera um campo magnético e eletrodos geram campo elétrico no escoamento. O fluido condutor movimenta-se no interior do circuito através do efeito magnetohidrodinâmico. Os componentes elétricos e magnéticos acoplados na câmara de ensaio auxiliam na criação da propulsão do fluido eletrolítico. As forças eletromagnéticas, que surgem, são devido ao produto vetorial entre o vetor densidade da corrente elétrica induzida e o vetor densidade do campo magnético aplicado. Esta é força de Lorentz. O objetivo é relacionar o campo magnético com o campo elétrico e a quantidade de movimento produzida. A análise do escoamento é realizada com o campo magnético e elétrico fixos, onde é medida a pressão dinâmica. Observando-se a interação entre as forças de campo testadas, viscosidade e densidade do fluido eletrolítico, determina-se uma configuração ideal para velocidade do escoamento.*

Palavras-chave: *magnetohidrodinâmico, força de Lorentz*

1. INTRODUÇÃO

A magnetohidrodinâmica ou MHD tem por objetivo estudar o movimento de fluidos condutores submetidos à influência de campos elétricos e magnéticos. Ela vem se destacando recentemente em diversas áreas do conhecimento, entre elas a Geofísica no estudo do núcleo do planeta, que se comporta como um grande sistema magnético, na física nuclear com o estudo de gases ionizados para manter as reações de fusão nuclear e na engenharia, com motores de propulsão magnéticos e modelagem de aeronaves de alta velocidade ou de reentrada na atmosfera.

Tal fenômeno une conceitos da dinâmica dos fluidos e eletromagnetismo. Segundo Shercliff (1965), um condutor (fluido ou sólido), ao encontrar-se na presença de um campo magnético variável, por exemplo, por meio do movimento de um ímã permanente ou por meio de um solenóide alimentado por uma fonte de corrente variando com o tempo, externamente aplicado, cria uma densidade de corrente elétrica induzida neste condutor que interage mutuamente com o campo magnético original, tendo como resultantes forças eletromagnéticas que alteram o gradiente de pressão do fluido ou o estado de movimento do sólido. As forças eletromagnéticas que surgem, são devido ao produto vetorial entre o vetor densidade de corrente elétrica e o vetor densidade de campo magnético aplicado.

Os princípios básicos para a interação do movimento do fluxo conduzido por eletricidade e campos magnéticos fornecidos por uma variedade de fenômenos associados à energia, fazem com que o campo magnético e o campo elétrico se cruzem perpendicularmente em determinado fluido condutor, como por exemplo, a água do mar.

2. ANÁLISE TEÓRICA

No referido artigo é considerado um escoamento laminar desenvolvido em um tubo cilíndrico. Esse mecanismo de “bombeamento” não utiliza partes mecânicas móveis, valendo-se apenas do domínio eletromagnético contendo os ímãs e eletrodos. Para tanto deve-se acoplar as equações da fluidodinâmica com as do eletromagnetismo. No domínio fluidodinâmico utiliza-se para o cálculo, coordenadas cilíndricas. Um volume de controle diferencial deve ser estabelecido. Considerando que o escoamento é simétrico em relação ao seu eixo, o volume de controle será um anel circular, conforme mostrado na Fig. (1). O volume de controle deverá ter comprimento dx e espessura dr .

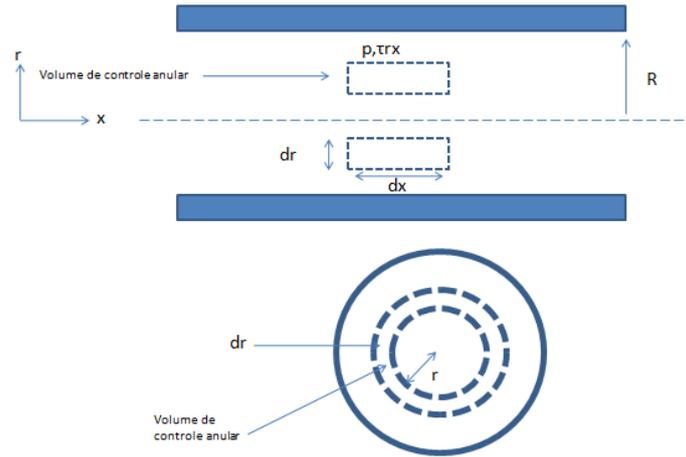


Figura 1. Volume de controle desenvolvido em um tubo

Deseja-se desenvolver uma formulação matemática para a aplicação do volume de controle. Por serem equações clássicas, Fox et al. (2004), alguns passos serão omitidos. A equação da quantidade de movimento é vetorial. Como com todas as quantidades vetoriais, pode ser escrita na forma de três equações componentes escalares. Logo em um sistema de coordenadas xyz tem-se:

$$\vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_b = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \rho dV + \int_{SC} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (1)$$

Para o regime estudado a componente x da equação da quantidade de movimento quando aplicada ao volume de controle será reduzido a:

$$F_x = F_{B_x} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} u \rho dV + \int_{SC} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (2)$$

Onde:

$$F_{S_x} = 0 \quad (3)$$

Uma vez que não há forças de massa atuando na direção x . A seguir deve-se somar todas as forças que atuam sobre o volume de controle na direção x , e as tensões de cisalhamento no volume de controle nas superfícies externa e interna do cilindro. Computando as forças que atuam sobre o volume e aplicando as condições de contorno adequadas, chega-se ao seguinte resultado, segundo Fox et al. (2004):

$$u = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (4)$$

A partir da Eq. (4) pode-se obter várias características adicionais do escoamento como a distribuição de tensão de cisalhamento como a vazão em volume em função da queda de pressão:

$$Q = \int_A \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_0^R \mu 2\pi r dr = \int_0^R \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (r^2 - R^2) 2\pi r dr \quad (5)$$

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (6)$$

A vazão em volume como função Q da diferença de pressão, supondo que o escoamento seja laminar:

$$Q = \frac{-\pi R^4}{8\mu} \left[\frac{-\Delta p}{L} \right] = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\mu L} = \frac{\pi \Delta p D^4}{128\mu L} \quad (7)$$

A velocidade média \vec{V} é dada por:

$$\vec{V} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi R^2} = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (8)$$

E a velocidade máxima:

$$u = u_{\text{máximo}} = U = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = 2\vec{V} \quad (9)$$

Logo o perfil de velocidade no centro (velocidade máxima) será:

$$\frac{u}{U} = 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \quad (10)$$

O número de Reynolds pode ser calculado como sendo:

$$Re = \frac{\rho \vec{V} D}{\mu} \quad (11)$$

O princípio físico do circuito MHD estudado é baseado na força eletromagnética de Lorentz, que impulsiona o fluido pelo canal, Fig. (2). De posse das equações da velocidade, velocidade média, vazão e do número de Reynolds, pode-se finalmente acrescentar tais valores nas equações da fluidodinâmica.

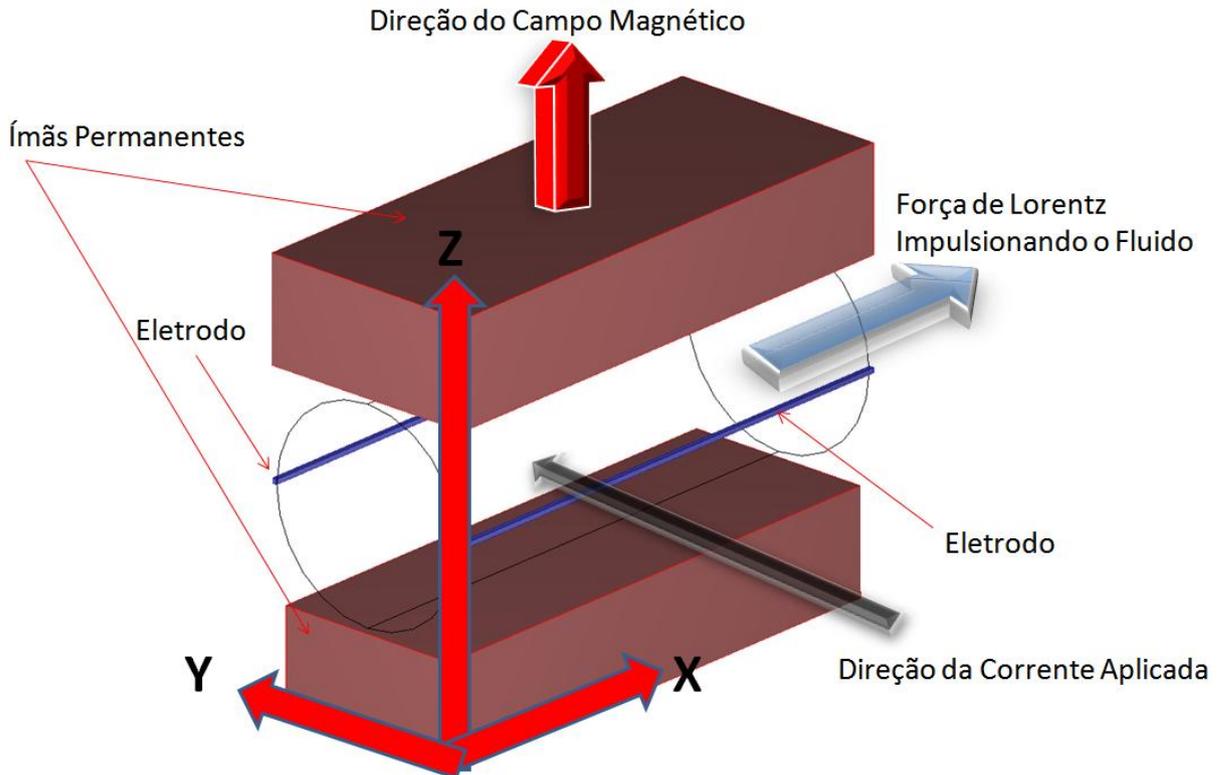


Figura 2. Configuração de um túnel MHD cilíndrico

A formulação do estado estacionário MHD do modelo é calculado a partir das equações de Maxwell (domínio eletromagnético) acoplado as equações de Navier-Stokes para um fluido laminar incompressível Newtoniano. O modelo é regido por modelo Eletromagnético:

$$\nabla \times \left(\frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J} \quad (12)$$

$$\vec{J} = \sigma[-\nabla\phi + \vec{u} \times (\nabla \times \vec{A})] \quad (13)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (14)$$

Modelo de escoamento laminar:

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} - \nabla \cdot [\eta(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T)] = -\nabla P + (\vec{J} \times \vec{B}) \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (16)$$

O domínio eletromagnético é representado pela Lei de Maxwell-Ampère na Eq. (12), Lei de Ohm, Eq. (13) e a conservação da corrente elétrica na Eq. (14), onde ϕ é o potencial escalar elétrico e \vec{A} é o vetor potencial magnético, \vec{u} é a velocidade do fluido na direção x , \vec{J} é a densidade total de corrente, σ é a condutividade elétrica da solução, μ é a permeabilidade. O potencial escalar elétrico é determinado resolvendo a equação de Poisson:

$$\nabla^2 \phi = \nabla \cdot [\vec{u} \times (\nabla \times \vec{A})] \quad (17)$$

A Equação (13) também pode ser formulada em termos da intensidade do campo elétrico:

$$\vec{E} = -\nabla\phi \quad (18)$$

E da densidade do fluxo magnético:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (19)$$

Logo:

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (20)$$

O acoplamento do modelo eletromagnético e fluidodinâmico é atingido introduzindo a força de Lorentz $d\vec{F}$, dada pelo produto vetorial $\vec{J} \times \vec{B}$. A força total de Lorentz que age no volume do líquido pode ser definida integrando-se todas as forças elementares $d\vec{F}$. Note que a densidade de corrente Eq. (20) possui duas componentes; a primeira refere-se ao campo eletrostático externo imposto \vec{E} e a segunda ao campo eletromotivo induzido $\vec{u} \times \vec{B}$. Em condições estáticas (onde o fluido não se movimenta ou está em baixo escoamento laminar), o segundo termo é igual a zero ou desprezível e a Lei de Ohm fica:

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \quad (21)$$

E a força de Lorentz que “empurra” o fluido será dada por:

$$\vec{F} = \sigma\vec{E} \times \vec{B} \quad (22)$$

Segundo Daoud e Kandev (2008), em casos onde o fluido é turbulento, ou possui uma velocidade considerável ou está sob o domínio de campos magnéticos muito fortes, uma resistência hidráulica é observada (Efeito Hartmann). Esse efeito MHD é gerado devido ao próprio campo magnético do imã que ao interagir com o fluido, acaba criando uma força eletromagnética contrária à direção do mesmo, atuando como um “freio” eletromagnético.

Esse fenômeno depende da condutividade elétrica, da densidade e da viscosidade do fluido. A corrente elétrica induzida então será:

$$\vec{J}_i = \sigma(\vec{u} \times \vec{B}) \quad (23)$$

Logo a força eletromagnética induzida contrária ao fluido será:

$$\vec{F}_i = \sigma(\vec{u} \times \vec{B}) \times \vec{B} \quad (24)$$

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O objetivo do trabalho é calcular a velocidade de fluxo, a diferença de pressão, vazão, número de Reynolds e a força de Lorentz atuando sobre o líquido analisado, utilizando o princípio da magnetohidrodinâmica e fluidodinâmica. Para tanto um mini-circuito de água salgada foi construído. A Figura (3) ilustra a configuração de um sistema axial que criaria o fenômeno MHD através de dois ímãs permanentes e eletrodos acoplados perpendicularmente aos magnetos, gerando a ação de uma força chamada Força de Lorentz que impulsionaria o fluido.

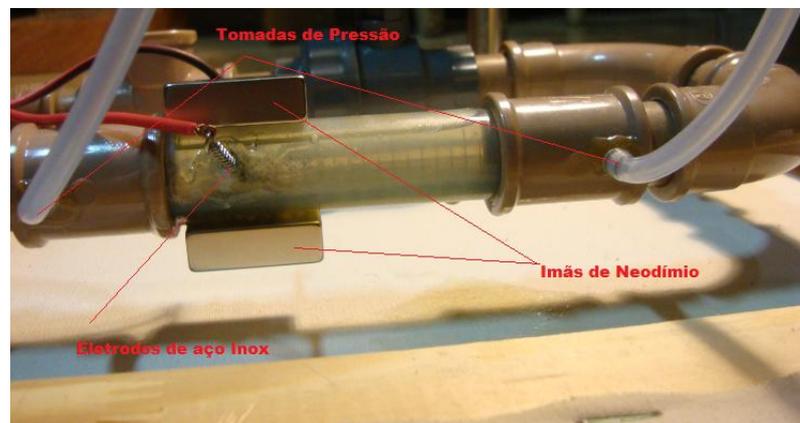


Figura 3. Configuração e posicionamento dos ímãs e eletrodos

O experimento foi feito a uma pressão atmosférica de aproximadamente 1 atm ($1.0 \cdot 10^5\text{ Pa}$) e temperatura de 297 K . A movimentação do fluido ocorreu ao ligar os eletrodos em uma bateria de 12 V . De posse de um manômetro foram tomadas medidas de pressão nos pontos marcados, conforme Fig.4 e a partir de tais dados foi possível o cálculo da velocidade, vazão e número de Reynolds.

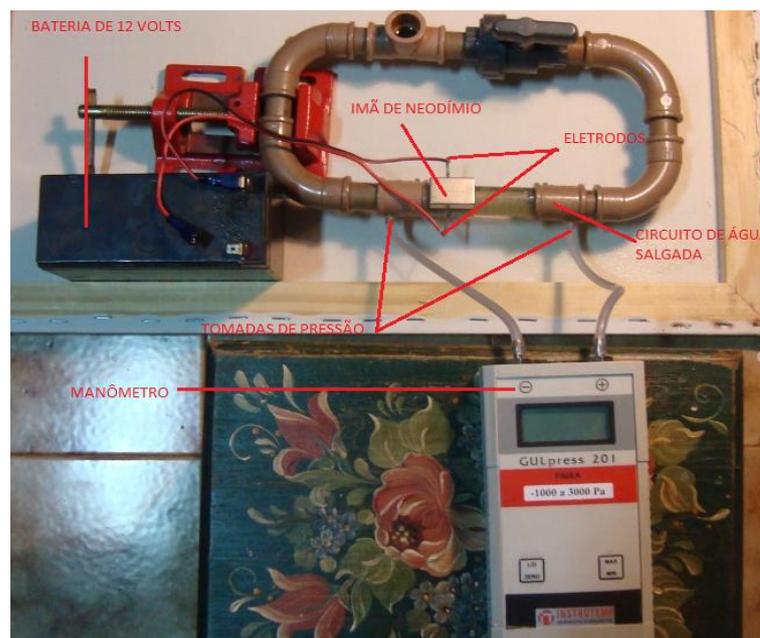


Figura 4. Esquema do circuito de água salgada

As especificações do túnel foram medidas, usando-se paquímetro e um micrômetro e as características dos eletrodos e magnetos encontram-se na Tab.(1).

Tabela 1. Características do circuito

Diâmetro do tubo externo (m)	Diâmetro do tubo interno (m)	Distancia entre as tomadas de pressão (m)	Volume do túnel (m ³)	Diâmetro dos eletrodos de aço inox (m)	Comprimento dos eletrodos de aço inox (m)	Volume do ímã de neodímio N42 (m ³)	Densidade de fluxo magnético médio (T)
0.02	0.016	0.133	1.92*10 ⁻⁴	6.90*10 ⁻⁴	3.38*10 ⁻²	6.00*10 ⁻⁶	0.364

Foram utilizados 400 ml de água salgada. A solução foi obtida dosando quantidades de sal e água, de forma a simular as condições da água salgada do mar. A resistência da solução e suas características estão representadas na Tab.(2) abaixo. Para efeito de comparação, dados da água do mar também foram inseridos.

Tabela 2. Características da solução

Solução	Resistência Elétrica Ω (Ohm)	Condutividade Elétrica σ (S/m)	Densidade ρ (kg/m ³)	Viscosidade Dinâmica μ (N*s/m ²)
Água do mar	1000	5.3	1020	1.20*10 ⁻³
H ₂ O + NaCl	26000	2.3	1010	1.13*10 ⁻³

O experimento durou aproximadamente 5 minutos, pois ocorreu a eletrólise dos eletrodos de alumínio. O conceito de eletrólise segundo Serrano (2000) deve ser considerado em todos os experimentos MHD realizados com tais dispositivos. A eletrólise é processo de decomposição química que surge em um eletrólito devido à passagem de corrente elétrica. De acordo com Franke (1967), a eletrólise tem importantes aplicações, como por exemplo, na fabricação de alumínio, na produção de hidrogênio, etc. No presente trabalho tal fenômeno é prejudicial ao experimento. A formação de Hidrogênio e outros componentes químicos isolantes interferem diretamente na condutividade do fluido, diminuindo e comprometendo seu desempenho, bloqueando também a passagem do líquido pelo túnel.

A partir das medidas de pressão e das configurações do circuito podem-se fazer os cálculos necessários utilizando a Eq. (7):

$$Q = \frac{-\pi R^4}{8\mu} \left[\frac{-\Delta p}{L} \right] = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\mu L} = \frac{\pi \Delta p D^4}{128\mu L} \quad (7)$$

Onde D é o diâmetro do tubo, Δp é a medida do manômetro no caso 12 Pa, μ é a viscosidade da solução (próxima a água do mar) e L é a distância entre as tomadas de pressão. Substituindo na Eq. (7) chega-se ao resultado $Q=1.22*10^{-4} m^3$. Analogamente:

$$\vec{V} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi D^2} = \frac{-D^2}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (8)$$

Onde Q é a vazão e D o diâmetro do cilindro. Logo a velocidade média \vec{V} será $\vec{V} = \vec{u} = 0.152 m/s$. Para o cálculo do numero de Reynolds teremos na Eq.(11):

$$Re = \frac{\rho \vec{V} D}{\mu} \quad (11)$$

Utilizando os resultados obtidos anteriormente chega-se a um valor baixo de Reynolds de aproximadamente $Re = 2116$, podendo ser tratado como escoamento laminar, supondo que o fluido passa por um tubo (Fox, 2004). Vale ressaltar que no experimento foi observado formação de turbulência, mas para efeito de cálculo e baixo Re o mesmo foi tratado como laminar. Para o cálculo da densidade de corrente e da força de Lorentz serão consideradas apenas a Eq. (21) e a Eq. (22). A razão para o uso delas está no fato de que a velocidade do fluido e a magnitude do campo

magnético são muito pequenas se comparados ao campo eletrostático imposto externamente, gerando densidade e forças eletromagnéticas induzidas muito baixas, pois de acordo com as Eqs. (23) e (24):

$$\vec{J}_i = \sigma(\vec{u} \times \vec{B}) = 0.127 A / m^2 \quad (23)$$

$$\vec{F}_i = \sigma(\vec{u} \times \vec{B}) \times \vec{B} = 0.046 N / m^3 \quad (24)$$

Logo poderemos desprezar o campo eletromotivo induzido $\vec{u} \times \vec{B}$ e conseqüentemente a força de Lorentz induzida \vec{F}_i que atua contra o fluido. Sabe-se que o campo elétrico (V/m) é calculado pela Eq. (18), ou seja, o potencial aplicado de 12 V nos eletrodos vai variar axialmente. Devida a simetria do problema é pertinente utilizar o gradiente em coordenadas cilíndricas. Por ser tratar de uma solução numérica, a mesma deve ser tratada computacionalmente.

Com os dados do campo elétrico médio aplicado, do campo magnético médio e da condutividade do fluido pode-se calcular a densidade de corrente aproximada de $J = 3930 A/m^2$ e a força de Lorentz $F = 1434 N/m^3$, que multiplicada pelo volume do túnel de $1.92 \cdot 10^{-4} m^3$, fornece a força eletromagnética média agindo no fluido $F = 0.275 N$. É sabido que tal força não age uniformemente pelo tubo inteiro, variando nas bordas e fora do domínio eletromagnético.

Apesar do pequeno valor da força de Lorentz ocasionado pela baixa condutividade do fluido eletrolítico e a ausência de campos elétricos mais poderosos, o sistema MHD foi capaz de impulsionar o fluido a uma velocidade satisfatória de $\vec{V} = 0.152 m/s$.

Utilizando água salgada, cuja condutividade é maior que a solução salina $\sigma = 5.3 S/m$, obtém-se uma velocidade superior de $\vec{V} = 0.17 m/s$, pois σ aumentou, conseqüentemente elevando \vec{J} e \vec{F} aumentando a velocidade do fluido. A velocidade e força eletromagnética foram comparadas aos trabalhos de (Daoud e Kandev, 2008 e Patel, 2007) que utilizaram soluções eletrolíticas com maior condutividade e analisaram tanto o efeito de bombeamento quanto de frenagem do líquido, mostrando que mesmo usando um fluido de baixa condutividade e baixa voltagem consegue-se velocidades e forças eletromagnéticas bastante razoáveis.

4. EQUIPAMENTO UTILIZADO

Para a realização do experimento foram utilizados canos de PVC comuns, bateria (CSB) GP 1270 F2 de 12 Volts e 7.0Ah, manômetro (Gul Press 201) Faixa de -1000 a 3000 Pa, eletrodos de alumínio, dois ímãs de neodímio 30x20x10 N35, paquímetro 125 MEB Brasil, multímetros e água salgada.

5. CONCLUSÕES

O escoamento foi tratado como laminar devido ao seu baixo Reynolds, no entanto foi possível ver formação de turbulência no tubo.

Apesar da rápida corrosão dos eletrodos, formação de bolhas de hidrogênio e oxigênio e da baixa velocidade, foi possível analisar a diferença de pressão no circuito, calcular a velocidade de escoamento, da força eletromagnética exercida sobre o fluido e seu numero de Reynolds. A baixa força de Lorentz exercida pelo sistema MHD foi suficiente para impulsionar o fluido a uma velocidade razoável. De acordo com as equações da magnetohidrodinâmica pode-se variar a velocidade de escoamento no tubo alterando simplesmente a densidade de corrente ou a densidade de fluxo magnético, ocasionando uma variação na força de Lorentz e assim modificando o escoamento, seja ele atuando como um dispositivo de bombeamento ou de frenagem.

Atualmente, há um grande interesse nas interações entre correntes, soluções eletrolíticas e campos magnéticos para gerarem a Força de Lorentz e impulsionar um fluido.

Uma aplicação direta desse experimento MHD, envolve sistemas de bombeamento de líquidos condutores; segundo Daoud e Kandev (2008), tal sistema vem sendo usado amplamente, por exemplo, para o transporte de metais fundidos, separação de resíduos em metais líquidos e produção de ligas. Uma vez que tal sistema não dispõe de partes móveis, o custo de manutenção acaba sendo inferior a um sistema com partes mecânicas. O ajuste de vazão e velocidade do fluido pode ser configurado apenas mudando os valores do campo elétrico e magnético, permitindo assim ajustes mais finos e precisos.

A característica básica do experimento realizado foi a sua multidisciplinaridade, envolvendo reações químicas e equações clássicas fundamentais da fluidodinâmica e do eletromagnetismo, fornecendo uma base sólida em matemática e física essenciais para o aprendizado do aluno, independente de sua área de atuação. A partir da experiência o estudante pode ter uma visão mais abrangente de suas aplicações industriais, avanços tecnológicos ocorridos nessa área, pesquisas recentes e a fenomenologia abordada. O aluno desde cedo começa a ter experiência no uso de instrumentos básicos de medida como manômetro, multímetro ou micrômetro. Outra vantagem é a disposição e o custo para a montagem do circuito. Como foi observado, o mesmo utilizou materiais simples, disponíveis em qualquer lugar e o tempo de preparação do sistema foi relativamente baixo.

Apesar de o sistema ser relativamente simples, ele acaba se tornando uma ferramenta didática poderosa para o ensino e aprendizagem do aluno.

6. AGRADECIMENTOS

Agradecimentos ao professor Dawson Tadeu Izola pelo fornecimento e assistência dos equipamentos na realização do presente experimento.

7. BIBLIOGRAFIA

- Daoud, A., Kandev, N., 2008, "Magneto-Hydrodynamic Numerical Study of DC Electromagnetic Pump for Liquid Metal", Proceedings of the COMSOL Conference, Hannover, Germany.
- Fox, R. W., McDonald, A. T., and Pritchard, P. J., 2004, "Introduction to Fluid Mechanics", Ed. John Wiley & Sons, Inc, New Jersey, United States, 322p.
- Franke, H., 1967, "In Diccionario de física", Dr. José M.^a Vidal Llenas, Barcelona, v.1-2.
- Serrano, R. B., 2000, "Geração de um Vórtice em Anel em Fluidos Condutores por meio de Indução Magnetohidrodinâmica", Tese de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- Patel, V. D., 2007, "Electroosmosis and Thermal Effects in Magnetohydrodynamic (MHD) Micropumps Using 3D MHD Equations", Requeriments for the Degree Master of Science in Mechanical Engineering, Faculty of San Diego State University.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material incluído neste artigo.

A MAGNETOHYDRODYNAMIC ANALYSIS OF BEHAVIOR IN AN ELECTROLYTE FLUID

Luciano Pires Aoki, lucianoaoki@gmail.com¹
Wesley Bionês Grupioni, wesley0049@yahoo.com.br¹
Michael George Maunsell, mike@usp.br¹

¹Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia Mecânica.
Avenida Trabalhador São Carlense 400
Arnold Schimidt
13566-590 – São Carlos, SP – Brasil

Abstract: *This project uses a closed circuit filled with an electrolyte fluid, where a permanent magnet generates a magnetic field and electrodes generate the electric field in the flow. The fluid conductor moves inside the circuit under magnetohydrodynamic effect. The electric and magnetic components engaged in the test chamber assist in creating the propulsion of the electrolyte fluid. The electromagnetic forces that arise are due to the cross product between the vector density of induced current and the vector density of magnetic field applied. This is the Lorentz force. The goal is to relate the magnetic field with the electric field and the amount of movement produced. The flow analysis is performed with the magnetic and electric fields fixed, which measures the dynamic pressure. Observing the interaction between the fields strengths, tested viscosity, and density of the electrolyte fluid, an optimal configuration for the flow velocity is determined.*

Keywords: *magnetohydrodynamic, Lorentz force*