

## **UM ESTUDO SOBRE MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS VIBRATÓRIOS LINEARES NOS DOMÍNIOS DO TEMPO E DA FREQUÊNCIA**

**Paula, G.M., gabrielmpaula@gmail.com<sup>1</sup>**

**Guimarães, T.A., tobias@div.cefetmg.br<sup>1</sup>**

**Leite, V.J.S., valter@ieee.org<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Campus V, Divinópolis Rua Monte Santo, 319, Bairro Santo Antônio, Divinópolis, MG

***Resumo.** A identificação experimental de sistemas vibratórios normalmente sofre a influência de ruídos externos que comprometem a qualidade da estimação dos parâmetros do modelo. Neste trabalho serão estudadas duas metodologias diferentes para a identificação de modelos de sistemas vibratórios com massa concentrada de 1 e 2 graus de liberdade. Uma alternativa é efetuar a medição de diferentes amostras dos sinais no domínio do tempo de entrada e saída do sistema vibratório e realizar a estimação da função de resposta em frequência (FRF) através de médias no domínio da frequência. Uma outra abordagem que será empregada é utilizar um modelo do tipo auto-regressivo com entradas exógenas (ARX) no domínio do tempo a fim de extrair os parâmetros do modelo de segunda ordem. O objetivo principal deste estudo é comparar a efetividade destas duas técnicas, tanto na identificação não paramétrica da FRF do sistema, como na atenuação do ruído contaminando a entrada e a saída do sistema.*

***Palavras-chave:** função de resposta em frequência, identificação, relação sinal/ruído, sistemas vibratórios.*

### **1. INTRODUÇÃO**

A identificação das ressonâncias estruturais ou modos de vibrar tem se tornado uma prática cada vez mais comum no projeto de estruturas de engenharia (Inman (2005)). Além de comprometer a integridade de uma estrutura, devido à ocorrência de fratura por fadiga, a vibração mecânica é a principal fonte de ruído e desconforto acústico. Nestes casos, o primeiro passo a ser adotado para a resolução do problema é a construção de modelos correlacionando o nível de vibração (resposta) com a força de excitação (entrada) atuante na estrutura. Após a modelagem, o próximo passo consiste em modificar as características de projeto da estrutura a fim de reduzir a vibração a níveis aceitáveis, ou projetar dispositivos apropriados para o controle da vibração (Ewins (1984)). Existe uma série de metodologias já consolidadas na literatura que tem sido propostas para a obtenção de modelos vibratórios de estruturas de engenharia (Desai and Abel (1972), Ewins (1984)). Um método numérico comumente empregado na identificação é a obtenção de um modelo de elementos finitos da estrutura em estudo e a simulação computacional das frequências naturais e modos de vibrar (Desai and Abel (1972)). Uma outra abordagem, conhecida com Análise Modal Experimental (Ewins (1984)), consiste na medição dos sinais de entrada e saída do sistema e a posterior construção do modelo de vibração da estrutura. Neste trabalho, serão investigadas apenas formas de construção de modelos de sistemas vibratórios por meio de técnicas experimentais. A identificação de modelos de sistemas vibratórios por Análise Modal Experimental possui várias vantagens quando comparada à abordagem numérica por elementos finitos. Por exemplo, existem alguns parâmetros do sistema, como o fator de amortecimento e a rigidez, que só podem ser estimados com uma maior exatidão se medidos diretamente no sistema em estudo (Ewins (1984), Meirovitch (1986)). Isto se deve, principalmente, a incertezas na definição das propriedades dos materiais e erros de montagem do protótipo do sistema. Por outro lado, uma das principais dificuldades da obtenção de modelos experimentalmente é presença de ruídos contaminando os sinais de entrada e saída do sistema. Os ruídos podem ser provenientes de várias fontes, como a própria instrumentação usada na aquisição dos sinais, a influência de vibrações externas ao sistema, dentre outras. Neste trabalho pretende-se estudar a efetividade de duas técnicas diferentes para a estimação de modelos de sistemas vibratórios com massa concentrada. A partir dos sinais de entrada e saída medidos no sistema, a Função de Resposta em Frequência (FRF) será estimada usando funções de densidade espectral calculadas pela realização de médias no domínio da frequência (Bendat and Piersol (1986), Neto (1998)). Além desta, será também utilizado um modelo do tipo ARX (auto-regressivo com entradas exógenas) para estimação da função de transferência no

domínio do tempo do sistema em estudo (Aguirre (1998)). O objetivo é avaliar a efetividade destas duas técnicas tanto na estimação do modelo, como na atenuação do ruído contaminando os sinais medidos.

## 2. MODELOS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS VIBRATÓRIOS LINEARES

### 2.1 Modelos Teóricos de Sistemas Vibratórios

Para um sistema vibratório com massa concentrada de 1 grau de liberdade, a magnitude da função de transferência,  $H$ , no domínio da frequência ou função de resposta em frequência (FRF) é dada por Meirovitch (1986):

$$H = \frac{\omega^2}{\sqrt{(k - \omega^2 m)^2 + (\omega c)^2}} \quad (1)$$

Em que  $\omega$  representa frequência em rad/s e  $H$  a relação entre a aceleração (saída) e a força (entrada) de excitação harmônica atuante no sistema vibratório. Na Equação (1), os parâmetros  $m$ ,  $c$  e  $k$ , representam, respectivamente, a massa, o amortecimento e a rigidez do sistema mecânico mostrado na Fig. (1). A FRF definida acima representa um modelo matemático clássico dos sistemas mecânicos lineares de segunda ordem (Ewins (1984), Bendat and Piersol (1986)). Para uma estrutura de 1 grau de liberdade sub-amortecido, a magnitude da FRF é caracterizada pela presença de uma ressonância ou pico com máximo ganho da saída em relação a entrada. Além disto, a resposta do sistema em relação à entrada apresenta uma inversão de fase de 0 a 180 graus exatamente na frequência correspondente à ressonância do sistema (Meirovitch (1986)). A equação da FRF de um sistema vibratório com 2 graus de liberdade é análoga à Eq. (1), porém apresenta uma anti-ressonância e duas ressonâncias. Neste caso, as duas frequências naturais sofrem a influência do acoplamento dos movimentos das duas massas concentradas do sistema. O desacoplamento dos dois modos de vibrar resulta em um problema de autovalores cuja solução fornece as duas frequências naturais do sistema. Usando o método das matrizes de impedância em conjunto com o problema de autovalores, pode ser demonstrado que a FRF do sistema da Fig. (2) não amortecido é definida por Meirovitch (1986):

$$H = \frac{(k_2 - \omega^2 m_2)\omega^2}{(k_1 + k_2 - \omega^2 m_1)(k_2 - \omega^2 m_2) - k_2^2} \quad (2)$$

Em que o subscrito 1 refere-se aos parâmetros de massa e rigidez da massa 1, do andar de baixo do sistema da Fig. (2) e o subscrito 2 aos parâmetros da massa do andar de cima. A FRF da Eq. (2) foi definida considerando uma força de excitação harmônica aplicada na massa 1 com a resposta do sistema medida na massa 1. As fórmulas das FRF's dadas nas equações (1) e (2) serão usadas neste trabalho apenas para comparar as metodologias de estimação experimental de modelos definidos a seguir com os modelos teóricos dos sistemas de 1 e 2 graus de liberdade.

### 2.2 Estimação da FRF no Domínio da Frequência

A FRF de qualquer sistema dinâmico pode ser estimada usando funções de densidade espectral calculadas dos sinais de entrada e saída medidas experimentalmente (Bendat and Piersol (1986), Neto (1998)). Seja  $H(\omega)$  a FRF do sistema vibratório e  $X(\omega)$  e  $Y(\omega)$  a entrada e saída no domínio da frequência. A resposta do sistema,  $Y(\omega)$  é dada por:

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) \quad (3)$$

A partir da relação acima é possível obter dois estimadores diferentes da FRF do sistema definidos na literatura como  $H_1$  e  $H_2$  (Bendat and Piersol (1986)). Por exemplo, multiplicando ambos os lados da equação acima pelo complexo conjugado da entrada,  $X^*(\omega)$ :

$$X^*(\omega)Y(\omega) = H(\omega)X^*(\omega)X(\omega) \quad (4)$$

E aplicando o operador esperança matemática,  $E$ , nos dois lados da Eq. (4), tem-se que:

$$G_{xy} = H_1 G_{xx} \quad (5)$$

Em que  $G_{xy}$  representa a função de densidade espectral cruzada entre a entrada e a saída e  $G_{xx}$  a função de auto-densidade espectral da entrada. As funções  $G_{xy}$  e  $G_{xx}$  podem ser calculadas através de um processo de médias de várias amostras de sinais coletadas ou via Transformada de Fourier Discreta de funções de correlação no domínio do tempo (Bendat and Piersol (1986)). Analogamente a Eq. (5), se a Eq. (3) for multiplicada pelo complexo conjugado da saída,  $Y^*(\omega)$  e se for aplicado novamente o operador esperança matemática aos dois lados desta equação, um novo modelo de estimador é obtido:

$$G_{yy} = H_2 G_{yx} \quad (6)$$

Tal que  $G_{yy}$  representa a função auto-densidade espectral da saída e  $G_{yx}$  a função densidade espectral cruzada entre a saída e a entrada. A escolha do tipo de estimador a ser usado na identificação depende da presença do ruído na entrada ou saída do sistema. Bendat and Piersol (1986) demonstram que para um ruído não correlacionado com a entrada e nem com a saída, somado a saída do sistema, o estimador  $H_2$  é dado por:

$$H_2 = H + \frac{G_{nn}}{G_{yx}} \quad (7)$$

Em que  $H$  representa o valor exato da FRF do sistema e  $G_{nn}$  a função auto-densidade espectral do ruído aditivo a saída. Assim, de acordo com a Eq. (7), o melhor estimador para o caso de ruído não correlacionado atuante na saída é  $H_1$ , pois  $H_2$  fornece uma função superestimada de  $H$  somada à parcela  $G_{nn}/G_{yx}$ . Considerando agora um ruído não correlacionado somado à entrada:

$$H_1 = \frac{H}{(1 + \frac{G_{nn}}{G_{xx}})} \quad (8)$$

Tem-se que, nesta situação, que o melhor estimador é  $H_2$ , pois desta vez,  $H_1$  fornece uma sub-estimativa da FRF exata do sistema dinâmico. As equações (7) e (8) serão usadas neste trabalho para avaliar a exatidão na identificação dos modelos dos sistemas vibratórios das Fig. (1) e (2) e também o ruído presente nos sinais medidos.

### 2.3 Estimação Da FRF Usando Um Modelo Auto-Regressivo Com Entrada Exógena (ARX)

Os sistemas vibratórios mostrados nas Fig. (1) e (2) também podem ser estimados por funções de transferência no domínio do tempo ou Funções de Resposta ao Impulso (FRI). Neste caso, a resposta do sistema no domínio do tempo,  $y(t)$ , para uma entrada arbitrária,  $x(t)$  é calculada usando uma integral de convolução (Meirovitch (1986), Aguirre (1998)):

$$y(t) = \int_0^t h(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad (9)$$

Em que  $h(t)$  representa a FRI do sistema mecânico e  $\tau$  uma variável de atraso no tempo usado na integração do sinal de entrada. A Equação (9) possui a vantagem de fornecer a saída a qualquer sinal de entrada no domínio do tempo para sistemas lineares. Uma desvantagem é o alto custo computacional visto que a integração deve ser realizada para todos os pontos da variável de atraso no tempo,  $\tau$ . Na forma mais geral, a equação anterior pode ser definida considerando que na medição um ruído aditivo,  $n(t)$ , não correlacionado esteja atuando na saída. Considerando a relação anterior para sinais discretos amostrados no domínio do tempo e com o ruído aditivo na saída (Aguirre (1998)):

$$y(k) = H(q)x(k) + \frac{1}{A(q)}n(k) \quad (10)$$

Gera-se um modelo auto-regressivo com entradas exógenas (ARX) onde  $k$  representa uma variável de tempo discreta e  $q$  o operador de atraso no domínio do tempo. Uma das vantagens da relação anterior é a possibilidade de se estimar os parâmetros do modelo do sistema vibratório. Na estimação da FRF no domínio da frequência, por ser um processo de identificação não paramétrica, é necessário utilizar um procedimento “a posteriori” de ajuste de parâmetros a fim de extrair os parâmetros do modelo (Caetano and Pereira (2008)). Por exemplo, definindo uma função erro quadrático,  $J$ , do tipo Aguirre (1998):

$$J = e^T e \quad (11)$$

Pode-se estimar os parâmetros do modelo do sistema vibratório através da minimização da equação anterior via procedimento de mínimos quadrados. Na Equação (11), a variável  $e$  representa o erro entre o modelo exato do sistema de 2ª ordem e o medido experimentalmente. Neste trabalho será empregada esta metodologia para a estimação da FRI do sistema e a posterior transformação para o domínio da frequência.

## 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL E NUMÉRICO DE ESTIMAÇÃO DA FRF

### 3.1 Características dos Sistemas Vibratórios

As Figuras (1) e (2) ilustram os sistemas vibratórios de massa concentrada de 1 e 2 graus de liberdade a serem estudados neste trabalho. As Tabelas (1) e (2) mostram os valores dos parâmetros físicos e geométricos correspondentes aos dois sistemas. O bloco de madeira representa fisicamente a massa concentrada e as duas lâminas de aço correspondem as molas de deflexão que geram forças elásticas atuantes no sistema. O amortecimento é provocado pela dissipação de energia devido à força de atrito das próprias molas e a resistência do ar. Os valores das massas concentradas dos sistemas

Tabela 1. Parâmetros do sistema vibratório de 1 grau de liberdade.

Massa (kg)	Fator de Amortecimento	Altura das lâminas (m)
0.35	0.1	0.167

Tabela 2. Parâmetros do sistema de 2 graus de liberdade.

Massa 1 (kg)	Massa 2 (kg)	Altura da lâmina 1 (m)	Altura da lâmina 2 (m)
0.35	0.35	0.167	0.107

de 1 e 2 graus de liberdade foram obtidas por medição direta em uma balança de precisão. A Tabela (1) ilustra apenas um valor estimado do coeficiente de amortecimento de cada sistema pois, na teoria, é muito difícil efetuar com exatidão os valores numéricos destes parâmetros (Meirovitch (1986), Inman (2005)). Os valores da rigidez de cada mola, dos dois sistemas, não aparecem definidos nas tabelas. Entretanto, considerando cada lâmina como uma viga engastada em cada morsa mostrada nas figuras, pode ser demonstrado que a rigidez de cada mola é calculada por Meirovitch (1986):

$$k = \frac{3E_x I}{l^3} \quad (12)$$

Em que  $k$  é a rigidez de cada mola a ser usada nas equações das FRF's teóricas (1) e (2),  $E_x = 210 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  é o Módulo de Young do material usado na construção das molas,  $I$  o momento de inércia de área da seção transversal e  $l$  a altura livre de cada lâmina. Como os sistemas mostrados nas Fig. (1) e (2) não estão isolados de vibrações externas por mesas inerciais (Neto (1998)), ao realizar as medições, a vibração proveniente das morsas também poderá influenciar a estimação das FRF's dos sistemas mecânicos em estudo.



Figura 1. Sistema vibratório de 1 grau de liberdade.

### 3.2 Procedimento Experimental de Estimação das FRF's

Os sinais de vibração no domínio do tempo de entrada e saída foram medidos usando acelerômetros do fabricante Bruel & Kjaer, modelo 4214, fixados nos sistemas mecânicos conforme ilustra a Fig. (1). A Tabela (3) ilustra os parâmetros usados na aquisição dos sinais. Os sinais do cristal piezoelétrico do sensor de vibração são pré-amplificados pela própria eletrônica integrada do acelerômetro. Estes sinais foram enviados diretamente para uma placa de aquisição do fabricante National Instruments e deste para o computador. Os sinais foram salvos no computador, em um formato de arquivo de texto usando o programa Labview. Na medição, foi aplicada uma excitação impulsiva na entrada e medida a saída correspondente (Neto (1998)). Durante o processo de medição houveram alguns empecilhos que dificultaram a medição dos sinais, como, por exemplo, a necessidade de sincronizar a excitação impulsiva, que foi feita manualmente, com o momento de o programa feito começa a medir os dados do sistema. Esse problema pode gerar ruídos e grandes dificuldades na modelagem e identificação do sistema. Uma forma de contorná-lo seria utilizando um Trigger para executar a excitação impulsiva, uma vez que ele automaticamente sincroniza a excitação com o início de aquisição dos dados.



Figura 2. Sistema vibratório de 2 graus de liberdade.

Tabela 3. Parâmetros usados na aquisição dos sinais.

Numero de pontos	Frequência de amostragem	Ganho do acelerômetro ( $mV/m/s^2$ )
4000	2000	1.05

Uma outra forma de excitação é aplicar uma força harmônica com frequência variável no tempo utilizando um excitador modal conectado à estrutura (Ewins (1984)). Usualmente, a medição da força de excitação impulsiva (entrada) é medida usando uma célula de carga fixada no sistema. Neste trabalho, a medição da força de excitação impulsiva foi estimada multiplicando a massa do acelerômetro pelo sinal de aceleração no domínio do tempo.

No procedimento de estimação da FRF no domínio da frequência, foram coletadas 10 amostras das entradas e saídas no domínio do tempo. Para a identificação do modelo dos sistemas no domínio do tempo usando o método ARX, foi utilizada apenas uma amostra contendo os vetores da entrada e a saída medidas.

### 3.3 Procedimento Numérico de Estimação das FRF's

Após a aquisição dos sinais usando o programa Labview, eles foram processados usando as ferramentas de simulação numérica disponíveis no programa Matlab. No procedimento de estimação da FRF, os sinais foram inicialmente processados para o domínio da frequência usando o algoritmo da transformada rápida de Fourier. Posteriormente, foram calculadas as funções de densidade espectral, definidas nas equações (5) e (6) via processo de médias das 10 amostras de entradas e saídas medidas nos sistemas. Por último, os estimadores  $H_1$  e  $H_2$  definidos nas equações (8) e (9) foram computados e comparados com as FRF's teóricas dos sistemas. Na estimação da FIR usando o modelo ARX, foi utilizado o algoritmo de estimação de parâmetros, função arx, disponível no programa Matlab. A partir dos sinais de entrada e saída no domínio do tempo e de informações relativas à ordem do sistema e do tipo de ruído, foram estimados os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez dos modelos teóricos dos sistemas vibratórios mostrados nas Fig. (1) e (2). No caso do sistema de 1 grau de liberdade, foi escolhido um modelo de 2ª ordem, com 1 pólo e com a ordem do ruído igual a 2. Para o sistema de 2 graus de liberdade, a ordem do modelo foi igual a 4 com 2 pólos e um ruído de ordem também igual a 2.

## 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Figura (3) compara as FRF's teórica e experimental pelos estimadores  $H_1$  e  $H_2$  do sistema vibratório de 1 grau de liberdade. Pela figura, verifica-se que o estimador  $H_1$  foi o que mais se aproximou do comportamento da FRF teórica do sistema vibratório. Desta forma, pode-se afirmar que a parcela de ruído mais significativa está atuando na saída do sistema visto que a curva de  $H_2$  está acima da FRF teórica, fornecendo uma super-estimativa do valor exato da FRF. O ruído atuante na saída é proveniente de várias fontes, mas, a parcela mais significativa é devido a vibração da base onde são fixadas as molas de deflexão dos sistemas das Fig. (1) e (2). Como este ruído é correlacionado com a entrada e saída, ele também aparece somado a entrada do sistema, conforme ilustra o comportamento do estimador  $H_1$  da Fig. (3).

É interessante observar que a frequência natural da FRF teórica e estimada por  $H_1$  foi praticamente a mesma, 22 Hz. No estimador  $H_2$ , o pico de máximo ganho correspondente a ressonância não está muito bem definido, provavelmente

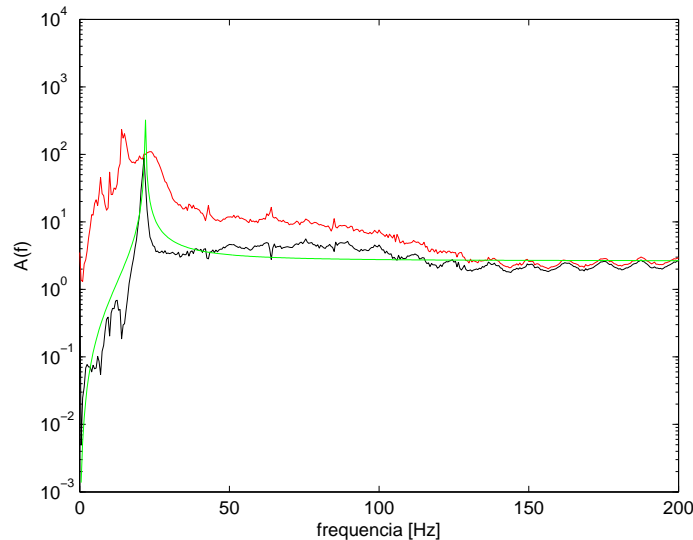


Figura 3. **Estimação do modelo do sistema de 1 grau de liberdade: FRF teórica (cor verde); estimador H1 (cor negra); estimador H2 (cor vermelha).**

devido a influência do ruído. Uma outra observação é a diferença entre as alturas dos picos comparando a FRF teórica com  $H_1$ . Isso acontece porque o fator de amortecimento do sistema medido é maior do que o estipulado, 0.1, para o modelo da FRF teórica. A comparação entre os estimadores  $H_1$  e  $H_2$  e a FRF teórica do sistema de 2 graus de liberdade está mostrada na Fig. (4). Neste caso a 1ª frequência natural do sistema, 14 Hz, foi estimada com precisão por  $H_1$  e  $H_2$  e praticamente coincidiu com a ressonância teórica do sistema. Por outro lado, houve uma discrepância considerável entre a 2ª ressonância (28 Hz) estimada por  $H_1$  e  $H_2$  comparada com o valor fornecido pela FRF teórica do sistema (35 Hz). Esta diferença se justifica por incertezas provocadas pela própria montagem do sistema e pelas diferenças entre os valores dos parâmetros geométricos e físicos mostrados na Tab. (2) com os valores exatos. Além disto, observa-se que o amortecimento das molas dos 1º e 2º andares do sistema são bem maiores que 0 (zero) pois as alturas dos picos são bem menores que os da FRF teórica.

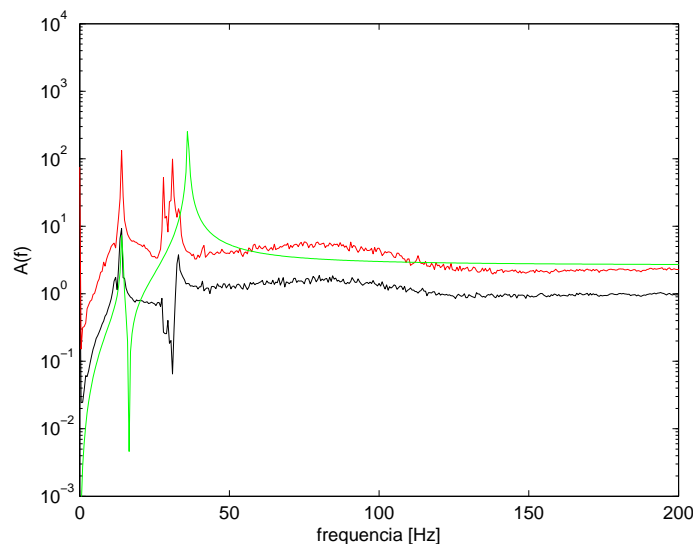


Figura 4. **Estimação do modelo do sistema de 2 graus de liberdade: FRF teórica (cor verde); estimador H1 (cor negra); estimador H2 (cor vermelha).**

No caso do sistema vibratório de 2 graus de liberdade, observa-se que o ruído esteve mais presente na entrada medida pelo acelerômetro. Embora o comportamento de  $H_1$  se aproxime mais da FRF teórica, a Fig. (4) mostra que a curva de  $H_1$  está abaixo do valor exato de FRF do sistema, ou seja,  $H_1$  foi sub-estimada em relação a FRF teórica.

A Figura (5) mostra a FRF estimada pelo modelo ARX do sistema de 1 grau de liberdade em comparação com as

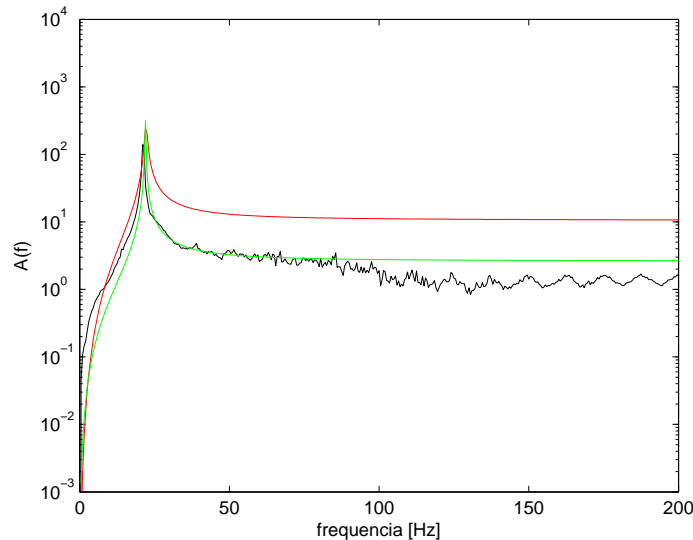


Figura 5. **Estimação do modelo ARX do sistema de 1 grau de liberdade: FRF teórica (cor verde); estimador H1 (cor negra); estimador ARX (cor vermelha).**

FRF's teórica e estimada por funções de densidade espectral. A frequência natural estimada pelo modelo ARX (16  $Hz$ ) não coincide com a ressonância do modelo teórico e nem com a do modelo baseada em funções de densidade espectral (22  $Hz$ ). Portanto, pode-se afirmar que o ruído teve uma influência significativa provocando uma grande discrepância na estimação dos parâmetros do sistema vibratório. Um outro detalhe visível na FRF é grande diferença do ganho entre a saída e a entrada para as frequências acima da ressonância no modelo ARX. Para o sistema de 2 graus de liberdade, com as FRF's mostradas na Fig. (6), o modelo ARX não teve um desempenho satisfatório. Devido a grande parcela de ruído contaminando a entrada medida, o procedimento de estimação de parâmetros ARX acabou mascarando, tanto as duas frequências naturais, como o ganho da resposta em praticamente toda a banda de frequências da FRF. Considerando apenas uma amostra de sinais de entrada e saída medidas, verifica-se que as FRF's estimadas por funções de densidade espectral e via procedimento ARX possuem um alto grau de contaminação de ruídos.

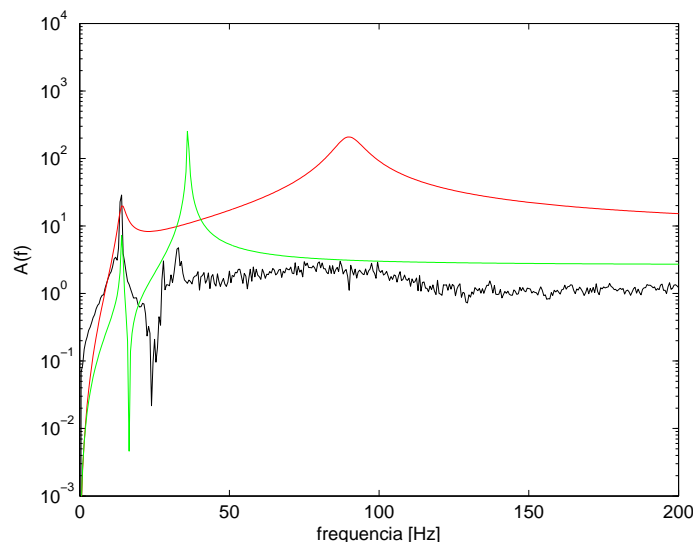


Figura 6. **Estimação do modelo ARX do sistema de 2 graus de liberdade: FRF teórica (cor verde); estimador H1 (cor negra); estimador ARX (cor vermelha).**

## 5. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi realizado um estudo comparativo entre diferentes estimadores da função de transferência de sistemas vibratórios de massa concentrada nos domínios do tempo e da frequência. No domínio da frequência, foi possível

identificar a localização do ruído nos sinais medidos na entrada e/ou saída. Além disto, usando as FRF's estimadas experimentalmente, os valores das ressonâncias foram extraídos com relativa precisão o grau de amortecimento das estruturas em estudo foi analisado qualitativamente. Para os dois sistemas estudados, o estimador  $H_1$  se aproximou mais do comportamento das FRF's exatas. No sistema de 1 grau de liberdade, o ruído teve maior influência na saída medida. Já para o sistema de 2 graus de liberdade, o ruído foi mais significativo na entrada medida. Considerando o uso do método ARX foi constatado que ruído presente nos sinais medidos acabou provocando sérias discrepâncias na estimação dos parâmetros dos modelos dos sistemas vibratórios. Principalmente no caso do sistema de 2 graus de liberdade, como a maior parte do ruído estava presente na entrada, as ressonâncias identificadas pelo modelo foram totalmente diferentes do modelo teórico e experimental. No futuro, pretende-se utilizar outras metodologias de identificação no domínio do tempo, como ARMAX, a fim de verificar se os parâmetros estimados conferem com os parâmetros do modelo teórico.

## 6. REFERÊNCIAS

### Referências

- Aguirre, L.A., 1998. *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. UFMG, 1st edition.
- Bendat, J.S. and Piersol, A.G., 1986. *Elements of Vibration Analysis*. John Wiley & Sons, 3rd edition.
- Caetano, T.F. and Pereira, J.A., 2008. *Experimental Modal Analysis of a Frame Structure Using Only Response Data*. Congresso Nacional de Engenharia Mecânica.
- Desai, C.S. and Abel, J.F., 1972. *Introduction to the Finite Element Method: A Numerical Method for Engineering Analysis*. Van Nostrand Reinhold Company, 1st edition.
- Ewins, D.J., 1984. *Modal Testing: Theory and Practice*. John Wiley & Sons, 1st edition.
- Inman, D.J., 2005. *Engineering Vibration*. Prentice Hall, 2nd edition.
- Meirovitch, L., 1986. *Elements of Vibration Analysis*. McGraw-Hill International Editions, 4th edition.
- Neto, F.P.L., 1998. *Notas de sala de aula da disciplina Fundamentos de Análise de Sinais, Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica*. McGraw-Hill International Editions.

## 7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

# A STUDY ABOUT IDENTIFICATION METHODS OF LINEAR VIBRATORY SYSTEMS IN TIME AND FREQUENCY DOMAIN

Paula, G.M., gabrielmpaula@gmail.com<sup>1</sup>  
 Guimarães, T.A., tobias@div.cefetmg.br<sup>1</sup>  
 Leite, V.J.S., valter@ieee.org<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Campus V, Divinópolis Rua Monte Santo, 319, Bairro Santo Antônio, Divinópolis, MG

**Abstract.** Usually, the vibration systems that are estimated by the measurement of the output and input signals have noise that may mask the analysis. In this work, it will be studied two different approaches in order to identify the vibration systems models with lumped mass of one and two degree of freedom. An alternative methodology is to evaluate the measurement of several vibration signals samples in the time domain and to estimate the frequency response function (FRF) by the average in the frequency domain. Another approach is to use a model auto-regressive, like ARX, in order to extract the model parameters of order second. The objective of this study is to compare the effectiveness of abovementioned two techniques in the nonparametric identification of the FRF and the attenuation of added noise to the input and the output from system.

**Keywords:** frequency response function, identification, signal/noise ratio, vibration systems.