

ANÁLISE TEÓRICA PARA O DESENVOLVIMENTO HIDRODINÂMICO DE FLUÍDOS NÃO-NEWTONIANOS NO INTERIOR DE CANAIS DE PLACAS PLANAS

Jacques Cesar dos Santos, jacquesles@yahoo.com.br¹
Jean Pierre Veronese, jpveronese@hotmail.com¹
Jailson Charles dos Santos, jurca@yahoo.com.br²
Wilson Luciano de Souza, wilson@ufs.br³
Lesso Benedito dos Santos, lesso.santos@yahoo.com.br¹
Carlos A. Cabral dos Santos, cabral@les.ufpb.br¹

¹Laboratório de Energia Solar(LES) da UFPB, Cidade Universitária -Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB.

² Universidade Regional do Cariri, Departamento de Engenharia de Produção, Juazeiro do Norte, Ceará, Brasil.

³ Universidade Federal de Sergipe (UFS), Av. Marechal Rondon, s/n, Jardim Rosa Elze, 49100-000, São Cristóvão-SE, Brasil.

Resumo: No presente trabalho, o escoamento laminar de fluidos não newtonianos, com modelo lei de potencia, é estudado no interior do canal de placas planas. O Método das Linhas é utilizado para solucionar as equações de camada limite no desenvolvimento hidrodinâmico. A formulação em variáveis primitivas é adotada. É utilizado o Método das Linhas para transformar o sistema de equações diferenciais parciais em um sistema acoplado de equações ordinárias não-lineares, que pode ser solucionado numericamente. São apresentados resultados e comparações com dados disponíveis na literatura.

Palavras-chave: Escoamento, Não-Newtoniano, Método das Linhas.

1. INTRODUÇÃO

O estudo do desenvolvimento hidrodinâmico no escoamento laminar de fluidos tem motivado muitos pesquisadores, segundo Shah & London (1978). As equações da camada limite são um modelo matemático importante na simulação de vários problemas de interesse prático. Segundo Veronese *et all* (2002) exemplos típicos de substâncias com comportamento não newtoniano são: suspensões de sólidos em líquidos, polímeros, emulsões, borrachas, plásticos, petróleo, detergente, fluidos biológicos e farmacêuticos, alimentos, óleos e tintas. Com o crescimento da importância destes fluidos nos processos industriais, notadamente nas indústrias petroquímica, siderúrgica, nuclear, aeroespacial entre outras. Assim a simulação do escoamento de fluidos não-newtonianos tem se tornado uma necessidade prática para o desenvolvimento de equipamentos mais eficientes para o uso nos mais diversos campos da indústria. No presente trabalho o escoamento laminar de fluidos não newtonianos no interior do canal de placas planas será estudado adotando-se o modelo de camada limite em variáveis primitivas e assumindo-se o modelo de lei de potencia de Ostwald-de Waele, Veronese (2002) e Nascimento *et all* (2006). A solução é obtida através do método das Linhas Schiesser (1991), segundo Wouwer *et all* (2005), consiste em reduzir um sistema de equações diferenciais parciais a um sistema de equações diferenciais ordinárias, através de aproximações como diferenças finitas, e solucionar o sistema resultante através de rotinas numéricas para sistemas de equações diferenciais ordinárias. Segundo Uygur *et all* (2005), o Método da Linhas tem sido utilizado extensivamente para solucionar equações diferenciais parciais, desde o seu aparecimento em 1930 na União Soviética, e tem sido aplicado com sucesso na solução das equações de Navier-Stokes. São apresentados resultados e comparações com dados disponíveis na literatura.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema físico consiste no desenvolvimento hidrodinâmico no escoamento laminar de um fluido não newtoniano no interior de um canal de placas planas. As hipóteses simplificadoras são: escoamento incompressível bidimensional, ausência dos efeitos de dissipação viscosa, as propriedades físicas são consideradas constantes. Será

utilizado o modelo Lei de Potência para o fluido não newtoniano. Dessa forma o problema proposto pode ser representado pelo modelo adimensional apresentado por Veronese (2002), como:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 ; 0 < Y < 1 ; X > 0 \quad (1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{-dP^x}{dX} + \frac{1}{R_{ea}} \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial U}{\partial Y} \right] ; 0 < Y < 1 ; X > 0 \quad (2)$$

$$0 = \frac{\partial P^x}{\partial Y} ; X > 0 \quad (3)$$

Condições de entrada e de contorno

$$U(0, Y) = 1 ; V(0, Y) = 0 ; 0 < Y < 1 \quad (4,5)$$

$$\frac{\partial U(X, Y)}{\partial Y} = V(X, Y) = 0 ; Y = 0 ; X > 0 \quad (6)$$

$$U(X, 1) = 0 = V(X, 1) ; X > 0 \quad (7)$$

Os grupos adimensionais segundo Veronese (2002) são dados por:

$$X = \frac{x}{d} ; Y = \frac{y}{d} ; U = \frac{u}{u_o} ; V = \frac{v}{u_o} ; P^x = \frac{P}{\rho u_o^2} ; R_{ea} = \frac{\rho u_o^{2-n} d^n}{K} \quad (8-13)$$

3. MÉTODO DE SOLUÇÃO

O modelo adimensionalizado será discretizado na direção transversal ao escoamento, utilizando-se um esquema em diferenças finitas, que produz um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares. O sistema de equações diferenciais ordinárias foi numericamente solucionado com controle preestabelecido sobre o erro, foi utilizada a rotina DAE disponível no ambiente computacional Scilab, Champbell *et all* (2006). São utilizadas as seguintes aproximações no modelo matemático:

$$U_i \frac{dU_i}{dX} + V_i \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2 \Delta Y} = \frac{-dP^x}{dX} + \frac{1}{R_{ea} \Delta Y} \left[\left[\left(\frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta Y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{U_{i+1} - U_i}{\Delta Y} - \left[\left(\frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta Y} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \frac{U_i - U_{i-1}}{\Delta Y} \right]$$

para $X > 0$ (14)

O gradiente de pressão foi estimado a partir da própria equação do movimento, no limite quando $Y \rightarrow 1$, e V_i é obtida através da integração da Eq. (1).

4. RESULTADOS PARA O CAMPO DE VELOCIDADE

Para avaliar a presente solução é apresentado um estudo da convergência da velocidade para diferentes posições ao longo da linha central do canal. Os dados para o caso Newtoniano são comparados com os resultados teóricos obtidos por Figueira da Silva (1996), Medeiros (1998) e Veronese (2002). A Tab. (1) mostra a convergência da velocidade longitudinal no cento do canal de placas planas com índice de lei de potência $n=1$. A coordenada longitudinal foi adimensionalizada seguindo a adimensionalização apresentada por Figueira da Silva (1996), Medeiros (1998) e

Veronese (2002) da seguinte forma $X^{++} = 10^3 \frac{X}{D_h R_{eh}}$, foi assumido $R_{eh} = 2000$. Os dados obtidos na presente solução são comparados aos resultados apresentados, por Veronese (2002), Medeiros (1998) e Figueira da Silva (1996) respectivamente, observa-se que os valores obtidos no presente estudo estão próximos dos obtidos pelos demais pesquisadores, principalmente com relação aos dados apresentados por Veronese (2002). Observa-se que a convergência da solução aumenta com o aumento do número de equações.

Tabela 1. Convergência da velocidade longitudinal no centro do canal, n=1.

X^{++}	101 Eqs	251 Eqs	351 Eqs	451 Eqs	Veronese	Medeiros	Figueira
0,375	1,1291	1,1265	1,1261	1,1258	1,1258	1,1244	1,1244
0,750	1,1782	1,1758	1,1754	1,1752	1,1752	1,1739	1,1738
1,500	1,2468	1,2445	1,2441	1,2439	1,2438	1,2428	1,2427
2,500	1,3135	1,3113	1,3108	1,3106	1,3105	1,3096	1,3096
5,000	1,4155	1,4132	1,4128	1,4125	1,4122	1,4116	1,4116
12,500	1,4952	1,4927	1,4922	1,4919	1,4913	1,4910	1,4910
62,500	1,5043	1,5017	1,5012	1,5009	1,5002	1,5000	1,5000
90,500	1,5043	1,5017	1,5012	1,5009	1,5002	1,5000	1,5000

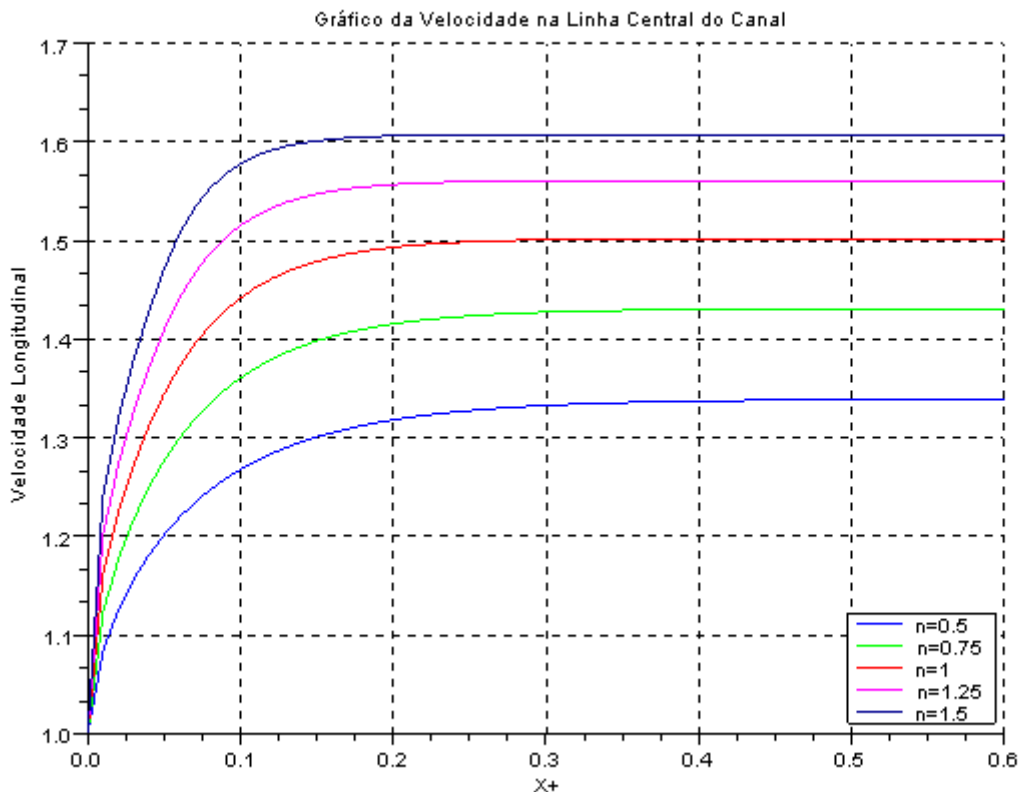


Figura 1. Velocidade no centro do canal para diferentes valores de n.

A Para visualizar graficamente o comportamento da velocidade longitudinal no centro do canal é realizada uma simulação para vários valores do índice n . A variável adimensional utilizada foi $X^+ = \frac{X}{R_{ea}}$, segundo Nascimento *et al* (2006) torna o resultado independente do número de Reynolds aparente. Observa-se o aumento do valor da velocidade no centro do canal com o aumento do valor do índice. A velocidade se aproxima dos valores teóricos esperados para o perfil de velocidade completamente desenvolvido.

5. CONCLUSÃO

Uma solução obtida através do Método das Linhas foi utilizada no estudo de desenvolvimento hidrodinâmico no escoamento laminar de fluidos não newtonianos no interior do canal de placas planas. O Método das Linhas se mostrou de fácil implementação, além da possibilidade de ser utilizado em associação com programas disponíveis em bibliotecas científicas de alto nível. O que fornece um ganho em tempo de programação e desempenho. Foram apresentados resultados teóricos para a velocidade longitudinal no centro do canal, os resultados foram comparados com os dados apresentados por Figueira da Silva (1996), Medeiros (1998) e Veronese (2002). A presente solução mostrou ser útil no estudo do desenvolvimento hidrodinâmico no escoamento laminar de fluidos não newtonianos no interior do canal de placas planas, apresentando concordância com os dados disponíveis na literatura, representando uma possível alternativa no estudo do desenvolvimento hidrodinâmico de fluidos e evitando a discretização de todo o domínio.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o financiamento do trabalho pelo MCT/CNPq(CT-Petro/CNPq), Processo : 550598/2007-3.

7. REFERÊNCIAS

- Champbell, S. L., Chancelier, J. P., Nikoukhah, R., 2006, “Modeling and Simulation in Scilab/Scicos”, Ed. Springer, New York Diego, USA, 313 p.
- Figueira da Silva, E., Perez Guerreiro, J.S. e Cotta, R.M. 1996. “A comparison of Integral Transform Strategies for Solving the Boundary Layer Equations”. In VII ENCIT, pages 73–78.
- Medeiros, J. M. 1998 “Análise Teórica da Convecção Forçada Laminar Transiente em Desenvolvimento Simultâneo em Dutos”, Dissertação de Mestrado, UFPB.
- Nascimento, S. C. C., Macêdo, E. N., Quaresma, J. N. N., 2006. “Generalized Integral Transform Solution for Hydrodynamically Developing Non-Newtonian Flows in Circular Tubes”. In J. of the Braz. Soc. Of Mech. Sci. & Eng. Vol. XXVIII N° 1.
- Schuler, C., Campo, A. 1990, “A calculation Procedure for Momentum and Heat Transfer in the Turbulent Boundary Layer of Gases Using the Method of Lines and control volumes (MOLCV)”, Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 11, pp. 79-81.
- Schiesser, W. E., 1991, “The Numerical Methods of Lines Integration of Partial Differential Equations”, Ed. Academic Press, San Diego, USA, 326 p.
- Uygur, A. B., Tarhan, T., Selçuk, N., 2005, “Mol Solution for Transient Flow in Heated Pipe”, Int. J. of Thermal Sciences, Vol. 44, pp. 726-734.
- Shah, R. K. e London A. L., 1978, “Lamina Flow Forced Convection in Ducts”, In: Supplement 1, Advances in eat Transfer, Academic Press Ltd., New York.
- Veronese, J.P.,2002, “Análise de Convecção Forçada Transiente em Canais de Placas Planas de Fluidos Não-Newtonianos Usando o Modelo Lei de Potencia”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, PB, Brasil.
- Veronese, J. P. ; Santos, J. C. ; Medeiros, M. J. ; Santos, C. A. C. ; Quaresma, J. N. N.,2006, “Análise Da Convecção Forçada Em Canais De Placas Planas No Escoamento De Fluidos Não-Newtonianos Via Gitt”. Anais Do Congresso Nacional De Engenharia Mecânica, Conem-2006, Recife.
- Wouwer, A. V., Saucez, P., Schiesser, W. E., Thompson, S., 2005, “A MATLAB implementation of upwind finite differences and adaptive grids in method of lines”, Journal of Computational and Applied Mechanics, Vol. 183, pp. 245-258.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

THEORETICAL ANALYSIS FOR HYDRODYNAMICALLY DEVELOPING NON-NEWTONIAN FLOWS INSIDE PRALLEL-PLATES CHANNEL

Jacques Cesar dos Santos, jacquesles@yahoo.com.br¹
Jean Pierre Veronese, jpveronese@hotmail.com¹
Jailson Charles dos Santos, jsturca@yahoo.com.br²
Wilson Luciano de Souza, wilson@ufs.br³
Lesso Benedito dos Santos, lessosantos@yahoo.com.br¹
Carlos A. Cabral dos Santos, cabral@les.ufpb.br¹

¹Laboratório de Energia Solar(LES) da UFPB, Cidade Universitária -Campus I, 58059-900, João Pessoa/PB.

²Universidade Regional do Cariri, Departamento de Engenharia de Produção, Juazeiro do Norte, Ceará, Brasil.

³ Universidade Federal de Sergipe (UFS), Av. Marechal Rondon, s/n, Jardim Rosa Elze, 49100-000, São Cristovão-SE, Brasil.

Abstract. *In this work, the laminar flow of non-Newtonian fluids with power law model, is studied within the channel of flat plates. The Method of Lines is used to solve the equations of boundary layer in the hydrodynamic development. The primitive variables formulation is adopted. We use the Method of Lines to transform the system of partial differential equations in a coupled system of ordinary nonlinear equations, which can be solved numerically. Results are presented and comparisons with data available in literature.*

Keywords: *Flow, Non-Newtonian, Method of Lines.*

1. RESPONSIBILITY NOTICE

The authors are the only responsible for the printed material included in this paper.