



**VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING**  
**18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil**  
*August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil*

## **APLICAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA SÍNTESE DE TOLERÂNCIAS DIMENSIONAIS DETERMINÍSTICAS EM PEÇAS TORNEADAS**

**José Eduardo Ferreira de Oliveira, jefocefetpe@yahoo.com.br<sup>1</sup>**  
**Noemia Gomes de Mattos de Mesquita, mesquita.noemia@gmail.com<sup>2</sup>**  
**Tiago Leite Rolim, tlr@ufpe.br<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca – Departamento de Mecânica – Rio de Janeiro – RJ – Brasil

<sup>2</sup> Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI-PE – Unidade Santo Amaro – Recife – PE – Brasil

<sup>3</sup> Universidade Federal de Pernambuco – Departamento de Engenharia Mecânica – Recife – PE – Brasil

***Resumo:** Um correto toleranciamento dimensional representa, atualmente, um papel de suma importância no projeto de peças. Porém, por não se conhecer plenamente as exigências funcionais de peças que serão fabricadas, o projetista tende naturalmente a diminuir tais tolerâncias. Pequenas tolerâncias exigem máquinas ferramentas e equipamentos de medição mais precisos, o que pode onerar expressivamente o custo final do produto. A soma das componentes das tolerâncias deve ser igual à tolerância total, mas em muitos projetos mecânicos isto não ocorre. Nestes casos a programação linear pode ser usada para otimizar as tolerâncias componentes, de tal maneira que o somatório das mesmas seja igual à tolerância da dimensão total. Este trabalho tem como objetivo apresentar uma aplicação prática do modelo matemático para a síntese de tolerâncias dimensionais determinísticas usando a programação linear.*

**Palavras-chave:** Modelo matemático, síntese de tolerâncias, torneamento, programação linear

### **1. INTRODUÇÃO**

Na determinação das tolerâncias funcionais para cada dimensão de uma determinada peça, em um grande número de vezes, o somatório dos afastamentos das dimensões parciais difere do afastamento da dimensão total que é resultante da soma das dimensões parciais. Quando tal situação ocorre, há a necessidade de se ajustar as tolerâncias parciais de modo que o somatório dos afastamentos superiores das dimensões parciais seja igual ao afastamento superior da dimensão total, bem como que a soma dos afastamentos inferiores das mesmas dimensões parciais seja igual à soma do afastamento inferior da dimensão total. Uma das formas de se realizar tal ajuste é através da otimização das tolerâncias fazendo-se uso da programação linear, realizando, portanto, a síntese das tolerâncias. As técnicas usadas são baseadas no modelo de qualidade seis sigma ou nos coeficientes de capacidade do processo (Kusniak et al, 1995; Teeravaraprug, 2002; Feng et al, 2001 e HE, 1991), o que requer em muitas situações, que um grande número de peças sejam fabricadas até que a peça com as dimensões corretas seja obtida. Tal situação implica em um aumento de custos devido aos ajustes de processo e de ferramental, sem falar nos custos de material, salário homem e salário máquina.

Dentro deste contexto, o objetivo deste trabalho é apresentar uma aplicação experimental, referente ao processo de torneamento cilíndrico externo, de um novo modelo matemático para a síntese de tolerâncias dimensionais determinísticas, considerando-se ao invés do modelo seis sigma como equação de restrição, a incerteza do sistema de medição de acordo com a proposta do guia para a expressão da incerteza de medição ISO GUM (2003) ou a precisão da máquina-ferramenta, reduzindo assim, o lote experimental.

## 2. APRESENTAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO PARA A SÍNTESE DE TOLERÂNCIAS DIMENSIONAIS DETERMINÍSTICAS

Usualmente,, um projetista seleciona as tolerâncias com base na sua experiência e na funcionalidade do produto (Kussiak et al, 1995). Há, portanto, uma tendência natural de se realizar um estreitamento das tolerâncias componentes para compensar a carência de conhecimento das fases de fabricação e medição, bem como de variáveis ligadas à utilização do produto.

Há dois processos básicos a considerar em tolerância de projeto (Kussiak et al, 1995 e Teeravaraprug, 2002):

- a análise e
- a síntese.

Na “análise de tolerância”, as tolerâncias componentes são especificadas e a variação do conjunto resultante é calculada. A “síntese de tolerâncias”, por sua vez, envolve a alocação do conjunto de tolerâncias especificado, dentro das dimensões componentes de um conjunto, para assegurar uma produção específica. Outra maneira de se explicar tal situação, é quando, por exemplo, se determinam as tolerâncias componentes e a tolerância da dimensão total em separado. Quando as tolerâncias componentes são somadas, percebe-se que a mesma se apresenta diferente da tolerância da dimensão total, quando na verdade, deveriam ter o mesmo valor. Neste caso, pode-se utilizar a programação linear para otimização das tolerâncias componentes, de tal maneira que o somatório das mesmas seja igual à tolerância da dimensão total. A literatura que trata de composição de tolerâncias tem sido bastante estudada (Voelcker, 1993; Juster, 1992 e Chase et al, 1991) e dentro deste contexto, duas categorias de objetivos têm sido usadas no projeto de tolerâncias:

- a minimização do custo direto de fabricação, isto é, o projeto de tolerâncias em função do custo e
- a minimização da sensibilidade de tolerâncias de acordo com variações nos processos de fabricação e ambiente de serviço, isto é, o projeto de tolerâncias em função da qualidade e da confiabilidade.

Por sua vez, os métodos de projeto de tolerâncias são classificados como:

- determinísticos ou
- probabilísticos.

Entre os métodos determinísticos, a programação linear e a programação não linear têm sido freqüentemente usadas. A programação inteira em composição de tolerâncias discretas foi usada pela primeira vez por Ostwald et al (1977). O trabalho de Monte et al (1982) é uma extensão da programação inteira apresentada por Ostwald et al (1977) para resolver uma larga escala de problemas de toleranciamento determinístico utilizando a programação linear.

O modelo matemático apresentado a seguir, de acordo com a Eq. (1) até a Eq. (6) apresenta uma forma para se determinar as tolerâncias finais com base na incerteza de medição ou na precisão da máquina-ferramenta, dependendo de qual situação apresenta um erro mais elevado.

Minimizar

$$y = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeita a

$$\sum_{i=1}^m Z_i \leq T_f \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n e_{1j} x_{1j} &\leq Z_1 \\ \sum_{j=1}^n e_{2j} x_{2j} &\leq Z_2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n e_{ij} x_{ij} \leq Z_i$$

$$Z_1 \leq b_1$$

$$\begin{aligned} Z_2 &\leq b_2 \\ &\vdots \\ Z_i &\leq b_i \end{aligned} \quad (5)$$

$$x_{ij} = 0-1 \quad (6)$$

onde:

$y$  = função objetivo que representa o custo direto ou o tempo total para se fabricar a peça;

$a_{ij}$  = custo ou tempo total para a geração da dimensão “i”, utilizando-se a máquina-ferramenta ou o processo “j”;

$x_{ij} = 1$  (um) se a máquina-ferramenta ou o processo “j” for selecionado para gerar a dimensão “i” e 0 (zero), caso contrário;

$T_f$  = afastamento da tolerância funcional limite ou tolerância funcional total;

$e_{ij}$  = incerteza expandida oriunda do sistema de medição ou da máquina-ferramenta;

$Z_i$  = valor do afastamento da tolerância funcional da dimensão “i”;

$m$  = número de dimensões que serão trabalhadas na peça;

$n$  = número de máquinas-ferramenta ou processos possíveis de serem utilizados para a geração das dimensões da peça;

$b_1, b_2, \dots, b_i$  = afastamento das tolerâncias funcionais de cada dimensão específica.

### 3. APLICAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO MATEMÁTICO PROPOSTO

A fim de realizar uma aplicação do modelo matemático proposto foram realizados experimentos, nos quais foram torneadas seis peças de aço ABNT 1020, a partir de eixos com 51,70 mm de diâmetro e comprimento de 73,80 mm, utilizando-se dois tornos, sendo um deles convencional e o outro CNC. O desenho da peça final está apresentado na Fig. 1.

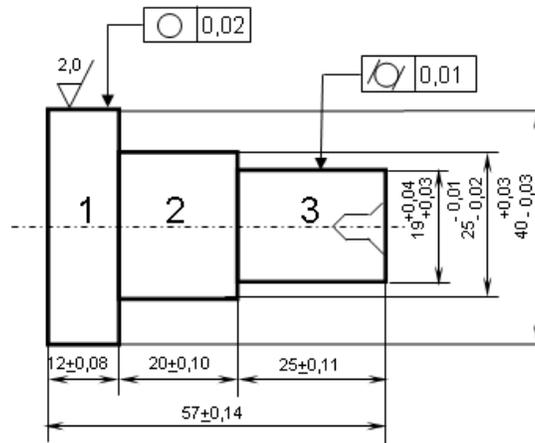


Figura 1. Ponta de eixo com suas características funcionais

Para dar suporte à obtenção dos parâmetros de projeto, fabricação e medição de peças torneadas foi desenvolvido no âmbito deste trabalho um programa computacional em VBA (Visual Basic for Application), denominado SGF (Sistema de Gerenciamento da Fabricação), através do qual se determina as tolerâncias dimensionais e geométricas; calculam-se os parâmetros ótimos de fabricação por usinagem e seleciona-se o sistema de medição dimensional mais adequado, e determinado ainda, o resultado da medição com sua respectiva incerteza de medição.

Para a fabricação destas peças foram considerados os seguintes aspectos determinados pelo SGF:

- Para a superfície 1, a tolerância dimensional foi expressa em função do acabamento superficial, cujo valor máximo de  $R_a$  será igual a 2  $\mu\text{m}$  (superfícies usinadas em geral, eixos, chavetas de precisão, alojamentos de rolamentos);
- As superfícies 2 e 3 trabalharão com buchas;
- O ajuste da superfície 2 é H7g6 (com folga);
- O ajuste da superfície 3 é H7r6 (por interferência);
- A fixação da peça será realizada com placa e contra-ponto;
- O desvio permissível de circularidade na superfície 1 = 0,02 mm;
- O desvio máximo permissível de cilíndricidade na superfície 3 = 0,01 mm;
- A profundidade de corte no acabamento = 1 mm e

- Para as tolerâncias de comprimento, as superfícies são consideradas como peças isoladas e as respectivas dimensões 1, 2, 3 e 4 (comprimento total) são enquadradas na classificação menos grosseira possível (IT12).

### 3.1 Ensaios de Usinagem

Na otimização da fabricação foram consideradas para todas as peças, os seguintes dados: Coeficiente  $K_{S1}$  da fórmula de Kienzle = 185 (Kuramoto, 1997); Coeficiente  $1-z$  da fórmula de Kienzle = 0,85 (Kuramoto, 1997); Salário homem (R\$/h) = 3; Tempo de troca da ferramenta (min.) = 1; Preço da matéria-prima (R\$/kg) = 4,00; Densidade da matéria-prima (kg/m<sup>3</sup>) = 7800;

Para a fabricação das peças foram utilizadas duas máquinas-ferramentas, sendo uma delas uma máquina com comando numérico computadorizado – CNC, e a outra, uma máquina convencional, ambas pertencentes ao Laboratório de Usinagem do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Pernambuco.

A peça apresentada na Fig. 1 foi confeccionada em três escalonamentos apresentados a seguir. Além disto, considerou-se a profundidade de corte para o acabamento como sendo igual a 1 mm, a profundidade de corte no faceamento igual a 1mm e o diâmetro do furo de centro igual a 5 mm.

Escalonamento 1:  $d_i = 51,7$  mm;  $d_f = 40,0$  mm e  $l_f = 58,0$  mm.

Escalonamento 2:  $d_i = 40,0$  mm;  $d_f = 25,0$  mm e  $l_f = 45,0$  mm.

Escalonamento 3:  $d_i = 25,0$  mm;  $d_f = 19,0$  mm e  $l_f = 25,0$  mm.

O torno CNC possui as seguintes características: Potência = 15kW ( $\cong 20,39$  CV); Variação contínua de rotações; Rotação máxima = 3500 rpm; Rendimento = 90%.

Os dados específicos relacionados ao processo de fabricação são: Salário máquina (R\$/h) = 15,00; Tempo de preparação da máquina-ferramenta (minutos) = 15,00; Tempo improdutivo (minutos) = 0,5; Parâmetros da Fórmula Expandida de Taylor, obtidos do banco de dados do SGF: G = -0,35; C = 660; E = -0,15; F = -0,1.

A ferramenta e porta-ferramenta utilizados possuem as características apresentadas na Tab. (1) e Tab. (2).

**Tabela 1. Dados da ferramenta de corte utilizada no torno CNC**

Ferramenta	Inserto reversível de metal duro
Fabricante	Sandvik Coromant
Referência	DCMT 11T3 08 - UR
Raio de arredondamento da ponta	0,8 mm
Número de arestas cortantes	4
Comprimento da aresta cortante	11 mm
Custo da ferramenta (R\$)	50,00

**Tabela 2. Dados do porta-ferramenta utilizado no torno CNC**

Fabricante	Sandvik Coromant
Referência	SDJCR 2525 M11
Ângulo de posição	93°
Ângulo de folga	7°
Custo do porta-ferramenta (R\$)	420,00
Vida do porta-ferramenta em número de fios de corte até sua possível inutilização	3000 arestas

De posse destes dados, o programa SGF determinou os parâmetros ótimos de fabricação, de acordo com a Tab. (3). O custo e o tempo apresentados nesta tabela referem-se apenas ao custo e ao tempo direto para a geração da respectiva dimensão, não considerando os custos indiretos e os tempos improdutivos.

**Tabela 3. Parâmetros ótimos para a fabricação no torno CNC**

OPERAÇÃO	PARÂMETROS	ESCALON. 1	ESCALON. 2	ESCALON. 3
DESBASTE	Vc (m/min)	152	152	152
	f (mm/volta)	0,22	0,22	0,22
	ap (mm)	4,85	6,50	2,00
	Kp (R\$) direto	0,13	0,16	0,03
	Tt (min) direto	0,28	0,34	0,06
ACABAMENTO	Vc (m/min)	152	152	152
	f (mm/volta)	0,22	0,22	0,22
	ap (mm)	1,00	1,00	1,00
	Kp (R\$) direto	0,10	0,05	0,02
	Tt (min) direto	0,22	0,11	0,05
FACEAMENTO	n (rpm)	1052	1467	2190
	f (mm/volta)	0,22	0,22	0,22
	ap (mm)	1,00	1,00	1,00
	Kp (R\$) direto	1,62	0,16	0,02
	Tt (min) direto	4,04	0,35	0,04
	CUSTO TOTAL (R\$)	8,84		
	TEMPO TOTAL(min)	11,12		

Da mesma forma que no torno CNC, foram confeccionadas outras três peças em um torno convencional que possui as seguintes características:

Potência = 6,3 cv;

Avanços (mm/volta): 0,053; 0,074; 0,079; 0,094; 0,116; 0,14; 0,15; 0,16; 0,19; 0,223; 0,254; 0,282; 0,297; 0,32; 0,348; 0,374; 0,394; 0,449; 0,49; 0,554; 0,62; 0,675; 0,731 e 1,013.

Rotações (RPM): 31,5; 50; 63; 80; 100; 125; 160; 200; 250; 315; 400; 500; 630; 800; 1000; 1250; 1600 e 2500;

Rendimento = 80%.

Os dados específicos relacionados ao processo de fabricação são: Salário máquina (R\$/h) = 20,00; Tempo de preparação da máquina-ferramenta (min) = 20,00; Tempo improdutivo (minutos) = 3,0

A ferramenta e porta-ferramenta utilizados possuem as características apresentadas na Tab. (4) e na Tab. (5).

**Tabela 4. Dados da ferramenta de corte utilizada no torno Nardini**

Ferramenta	Inserto reversível de metal duro
Fabricante	Sandvik Coromant
Referência	SPMR 090304
Raio de arredondamento da ponta	0,4 mm
Número de arestas cortantes	4
Comprimento da aresta cortante	9 mm
Custo da ferramenta (R\$)	25,00

**Tabela 5. Dados do porta-ferramenta utilizado no torno Nardini**

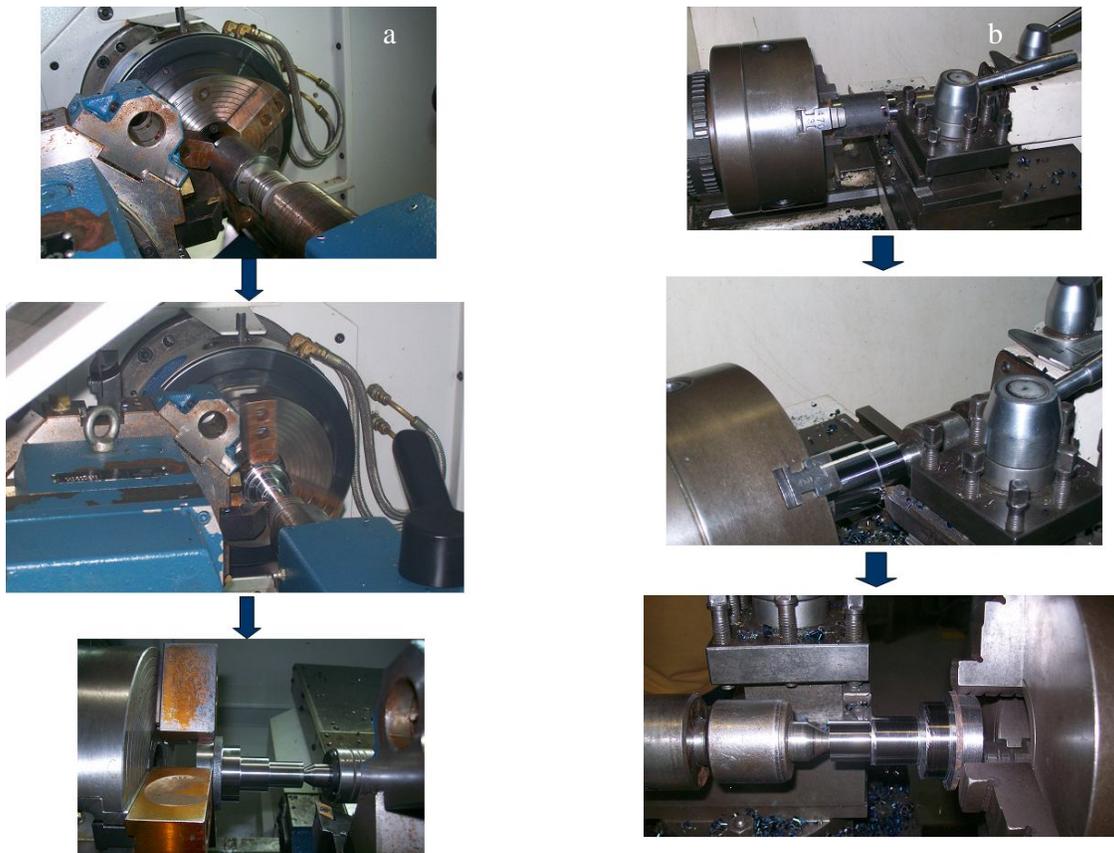
Fabricante	Sandvik Coromant
Referência	Csbpr 1616 H 09
Ângulo de posição	75°
Ângulo de folga	11°
Custo do porta-ferramenta (R\$)	79,00
Vida do porta-ferramenta em número de fios de corte até sua possível inutilização	500 arestas

De posse de todos os dados, o programa determinou os parâmetros ótimos de fabricação, de acordo com a Tab. 6. O custo e o tempo apresentados nesta tabela referem-se apenas ao custo e ao tempo direto para a geração da referida dimensão, não considerando os custos indiretos e os tempos improdutivos.

**Tabela 6. Parâmetros ótimos para a fabricação no torno Nardini**

OPERAÇÃO	PARÂMETROS	ESCALON. 1	ESCALON. 2	ESCALON. 3
	n (RPM)	630	1000	1600
DESBASTE	Vc (m/min)	102	90	126
	f (mm/volta)	0,15	0,15	0,15
	ap (mm)	4,85	3,25	2,00
	Kp (R\$) direto	0,25	0,24	0,04
	Tt (min) direto	0,60	0,58	0,1
	n (RPM)	1250	1250	1600
ACABAMENTO	Vc (m/min)	203	157	126
	f (mm/volta)	0,15	0,15	0,15
	ap (mm)	1,00	1,00	1,00
	Kp (R\$) direto	0,15	0,08	0,04
	Tt (min) direto	0,25	0,16	0,08

A Fig. 2 representa três etapas distintas do processo de fabricação das peças no torno CNC (a) e no convencional (b), respectivamente.



**Figura 2. Apresentação de três etapas distintas da fabricação da peça no torno CNC (a) e no torno convencional (b)**

### 3.2 Medição Dimensional

Para as medições dos comprimentos das peças foi utilizado um paquímetro digital referência LMD – 076, com faixa nominal de 0 – 150 mm, menor divisão de 0,01 mm, pertencente ao Laboratório de Metrologia Dimensional da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. O paquímetro possui certificado de calibração de N° 0338-7/07, emitido em 12/11/2007, apresentando uma incerteza expandida de medição igual a + 0,02 mm para um fator de abrangência  $k = 2,2$ . A temperatura média do laboratório durante as medições de comprimento foi igual a 19,98°C. Os valores medidos para cada uma das peças estão apresentados nas Tabs. (7), (8), (9), (10), (11) e (12). A média das indicações, incerteza expandida de medição e o seu respectivo fator de abrangência para cada medição foram determinados pelo programa SGF. Cada valor medido em cada uma das peças foi corrigido, através de interpolação linear, tomando como base o erro de indicação de -0,03 mm para o ponto calibrado de 12,50 mm e o erro de indicação de -0,01 mm para o ponto de 50,00 mm, ambos obtidos do certificado de calibração do paquímetro.

**Tabela 7. Dados de medição dos comprimentos da peça 1 fabricada no torno convencional**

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm)	Fator de abrangência k
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
12,00	12,07	12,09	12,13	12,10	+ 0,07	3,31
20,00	20,06	20,01	20,04	20,04	+ 0,05	2,87
25,00	25,08	25,02	25,04	25,05	+ 0,07	3,31

**Tabela 8. Dados de medição dos comprimentos da peça 2 fabricada no torno convencional**

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm)	Fator de abrangência k
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
12,00	12,06	12,03	12,04	12,04	+ 0,03	2,23
20,00	20,75	20,74	20,78	20,76	+ 0,04	2,52
25,00	24,91	24,96	24,90	24,92	+ 0,07	3,31

**Tabela 9. Dados de medição dos comprimentos da peça 3 fabricada no torno convencional**

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm)	Fator de abrangência k
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
12,00	12,08	12,07	12,07	12,07	+ 0,02	2,01
20,00	20,82	20,81	20,82	20,82	+ 0,02	2,01
25,00	24,96	24,99	24,95	24,97	+ 0,04	2,52

**Tabela 10. Dados de medição dos comprimentos da peça 4 fabricada no torno CNC**

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm)	Fator de abrangência k
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
12,00	12,07	12,09	12,06	12,07	+ 0,03	2,23
20,00	20,07	20,10	20,09	20,09	+ 0,03	2,23
25,00	24,78	24,71	24,75	24,75	+ 0,08	3,31

**Tabela 11. Dados de medição dos comprimentos da peça 5 fabricada no torno CNC**

Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm)	Fator de abrangência k
	$x_1$	$x_2$	$x_3$			
12,00	12,04	12,07	12,05	12,05	+ 0,03	2,23
20,00	20,04	20,07	20,06	20,06	+ 0,03	2,23
25,00	24,90	24,95	24,90	24,92	+ 0,06	2,87

**Tabela 12. Dados de medição dos comprimentos da peça 6 fabricada no torno CNC**

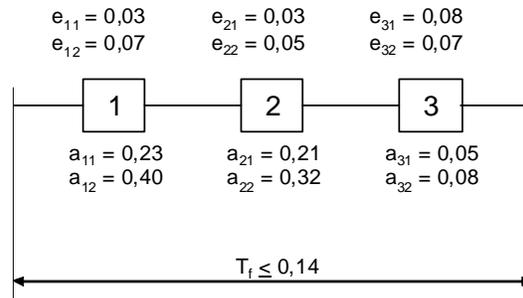
Comprimento nominal (mm)	Medições (mm)			Média das indicações (mm)	Incerteza expandida de medição (mm)	Fator de abrangência k
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>			
12,00	12,04	12,07	12,05	12,05	+ 0,03	2,23
20,00	20,06	20,04	20,03	20,04	+ 0,03	2,23
25,00	24,61	24,62	24,59	24,61	+ 0,03	2,23

**3.3 Aplicação do Modelo**

Analisando-se os afastamentos de cada um dos comprimentos da peça da Fig. 1, constata-se que o somatório dos mesmos é igual a 0,29 mm (0,08+0,10+0,11). Porém, o afastamento funcional da dimensão total foi igual a 0,14 mm, havendo, portanto, a necessidade de reduzir os afastamentos dos comprimentos parciais para no máximo 0,14 mm. Este ajuste de tolerância, no entanto, não poderá ser realizado de maneira aleatória, pois terá uma implicação direta no custo de geração do produto, devendo-se para tal, aplicar o modelo matemático proposto neste trabalho.

Para a geração de cada uma das três superfícies longitudinais da ponta de eixo da Fig. 1 foram consideradas as operações de desbaste e acabamento. Logo, os custos diretos referentes à geração de cada uma das dimensões serão compostos pela soma dos custos de desbaste e acabamento.

A Fig. 3 apresenta a configuração dos custos diretos e incerteza expandida de medição para cada dimensão, em cada um dos tornos. A incerteza expandida adotada foi a maior obtida para cada uma das cotas, considerando as três peças fabricadas em cada máquina-ferramenta.



**Figura 3. Representação dos parâmetros necessários à síntese das tolerâncias dimensionais determinísticas**

Aplicando-se os dados da Fig. 3 no modelo matemático composto pelas equações que variam da Eq.(1) à Eq. (6), e utilizando-se o programa computacional de programação linear LINDO (Linear Interactive aNd Discrete Optimizer), obtém-se o seguinte equacionamento:

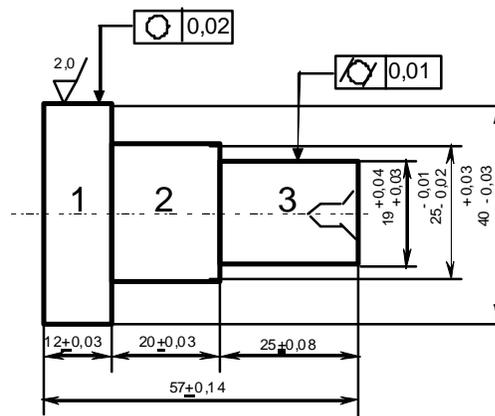
```

MIN 0.23X11+0.4X12+0.21X21+0.32X22+0.05X31+0.08X32
ST
Z1<=0.08
Z2<=0.1
Z3<=0.11
Z1+Z2+Z3<=0.14
0.03X11+0.07X12-Z1<=0
0.03X21+0.05X22-Z2<=0
0.08X31+0.07X32-Z3<=0
X11+X12=1
X21+X22=1
X31+X32=1
END
GIN X11
GIN X12
GIN X21
GIN X22
GIN X31
GIN X32
  
```

O resultado da otimização é apresentado na Tab. 13. O valor da função objetivo é  $y^* = 0,49$ . Analisando-se esta tabela constata-se que as variáveis que apresentam valores unitários são: X11, X21 e X31. Isto significa que os afastamentos para a dimensão 1 será igual a  $+0,03$  mm, para a dimensão 2 igual a  $+0,03$  mm e para a dimensão 3 vale  $+0,08$  mm. Um aspecto importante é que foi utilizada apenas uma máquina-ferramenta para a fabricação de toda a peça, o torno CNC. A Fig. 4 mostra a peça após a síntese das tolerâncias dimensionais determinísticas. A dimensão que sofreu a maior redução foi a dimensão 2 que baixou de  $+0,10$  mm para  $+0,03$  mm.

**Tabela 13. Resultado da otimização para a síntese de tolerâncias determinísticas**

Variável	Valor
X11	1
X12	0
X21	1
X22	0
X31	1
X32	0
Z1	0,03
Z2	0,03
Z3	0,08



**Figura 4. Desenho esquemático da peça após a síntese das tolerâncias**

#### 4. CONCLUSÕES

Com relação aos dados de medição dos comprimentos, percebe-se, de maneira geral, uma melhor repetitividade e exatidão nas peças 4, 5, e 6, as quais foram fabricadas no torno CNC. Na peça 1 apenas a dimensão nominal de 12,00 mm apresentou valor médio fora da faixa de tolerância. As peças 2 e 3 apresentaram apenas o valor de 20,00 mm fora da faixa de tolerância. Já as peças 4 e 6 apresentaram apenas o valor médio da dimensão nominal de 25,00 mm fora da faixa de tolerância. Todos os valores médios da peça 5 apresentaram-se dentro da faixa de tolerância.

Um aspecto importante a ser considerado durante a fabricação das peças no torno convencional é que em cada passe realizado para a geração de cada superfície, era feita uma medição, porém, não foram realizadas correções dimensionais ao final de cada escalonamento, com o intuito de se obter o erro sistemático da escala longitudinal e da transversal da máquina-ferramenta. Com relação ao torno CNC, também não foram realizadas correções no programa CNC para compensar os erros sistemáticos das duas escalas pelo mesmo motivo.

Através dos estudos realizados no âmbito deste trabalho é possível se concluir que a síntese de tolerâncias dimensionais determinísticas envolve a determinação de uma série de variáveis que vão desde a fase de projeto até a fase de medição, passando pelos parâmetros do processo de fabricação.

O modelo matemático apresentado neste trabalho reflete as três fases ligadas ao produto: projeto, fabricação e medição, pois o toleranciamento inicial envolve questões como o ajuste, o acabamento superficial, a precisão da máquina-ferramenta e o tipo de acoplamento. Já a síntese das tolerâncias envolve todos os parâmetros de processo refletidos na condição do mínimo custo ou da máxima produção para a geração de cada superfície, bem como na incerteza do sistema de medição ou na incerteza da máquina-ferramenta no tocante aos seus deslocamentos.

Um aspecto a ser considerado para a eficiência da síntese das tolerâncias diz respeito à qualidade dos valores obtidos tanto com relação ao custo quanto ao tempo de geração de cada superfície, quanto com relação à incerteza de medição adotada ou a incerteza da máquina-ferramenta. Estes parâmetros deverão ser otimizados de modo a se escolher a máquina-ferramenta correta, bem como o sistema de medição mais adequado.

A ferramenta programação linear apresenta-se neste tipo de otimização como uma ferramenta de grande importância, pois possibilita que se obtenha a melhor condição de resposta, combinando-se, direta ou indiretamente, todas as variáveis de influência no processo.

O modelo matemático desenvolvido no âmbito deste trabalho para a síntese das tolerâncias dimensionais determinísticas garante que a tolerância encontrada jamais ultrapassará uma tolerância parcial limite.

## 5. REFERÊNCIAS

- Chase, K and Parkinson, A. A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies. Res. Eng. Des. Vol 1 N° 3(1991), pp 23-37.
- Feng, C.; Wang J. & Wang, J. S. "Na optimization model for concurrent selection of tolerances and suppliers". Computers & Industrial Engineering 40, 2001.
- Guia para a expressão da incerteza de medição – Terceira edição brasileira em língua portuguesa – Rio de Janeiro: ABNT, INMETRO, 2003.
- HE, J. E. "Tolerancing for manufacturing via cost minimization". Int. J. Mach. Tools Manufact., Vol. 31, n° 4, 1991.
- Juster, N. Modelling and representation of dimensions and tolerances: a survey. Comput. Aided Dês. Vol 24 N° 1 (1992), pp 3-17.
- Kuramoto, A. Ensaio de Força de Corte – Relatório. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997
- Kussiak, A. & Feng, C. "Deterministic tolerance synthesis: a comparative study". Computer-aided design, vol. 27, n° 10, 1995.
- Monte, M. and Datsaris, P. Optimum tolerance selection for minimum manufacturing cost and other design criteria. ASME technical paper 82-DET35 (1982), pp 1-9.
- Ostwald, P. and Huang, J. A method for optimal tolerance selection. ASME J. Eng. Indust. Vol 109 N° 4 (1977), pp 558-565.
- Teeravarapug, J. "Deterministic tolerance synthesis with a consideration of nominal values". Thammasat Int. J. Sc. Tech, vol. 7, n° 1, January-April, 2002.
- Voelcker, H. A current perspective on tolerancing and metrology. Proc. Int. Fórum Dimensional Tolerancing & Metrology ASME, USA (1993), pp 49-60.

## 6. DIREITOS AUTORAIS (Times New Roman, negrito, tamanho 10)

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

# EXPERIMENTAL APPLICATION OF A MATHEMATICAL MODEL FOR DETERMINISTIC DIMENSIONAL TOLERANCE SYNTHESIS IN TURNED PARTS

**Abstract:** *A correct dimensional tolerancing represents currently, an action very important in the project of parts. However, for not knowing completely the functional requirements, the designer tends to use small values of tolerances. Small tolerances require more accuracy of tool machines and measuring equipment, that increases manufacturing and measuring costs as so the product price. The sum of the components of tolerance must to be equal to the total tolerance, but by various mechanical designs this does not occur. In this fall, the linear programming can be used to optimization component tolerances, so that the sum of them is equal to the tolerance of the total dimension. This work has like objective presents a practice application of a mathematical model for the synthesis of deterministic dimensional tolerances using linear programming.*

**Key words:** *Mathematic model, tolerance synthesis, turning, linear programming*