

ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA NA SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE POLÍMEROS EM CANAIS

Paulo Sergio Berving Zdanski, zdanski@joinville.udesc.br¹
Miguel Vaz Júnior, m.vaz@joinville.udesc.br¹
David Roza José, c1b3rz@hotmail.com¹
Allan Patrick Cordeiro Dias, allanpatrickcd@yahoo.com.br¹

¹Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências Tecnológicas – CCT, Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC, Cep.: 89223-100 - Joinville - SC.

Resumo: *A análise experimental do escoamento de polímeros fundidos no interior de canais é extremamente limitada devida a vários fatores, dentre os quais podem-se citar: elevadas pressões de trabalho e pequenas dimensões geométricas envolvidas no processo. Neste contexto, uma análise numérica computacional se torna interessante, podendo fornecer uma previsão do comportamento do escoamento com custo relativamente baixo. O sucesso de um esquema numérico depende de alguns fatores, podendo-se destacar, acurácia, estabilidade (robustez) e taxa de convergência. Neste trabalho é apresentada uma análise numérica do escoamento de polímeros fundidos no interior de canais com expansão súbita onde algumas técnicas de estabilização e aceleração de convergência são testadas, a saber: (i) utilização de matrizes Jacobianas completas, (ii) emprego de diferentes condições de contorno para a equação da pressão e (iii) utilização de diferentes estimativas iniciais (perfis) para as variáveis do problema. O esquema numérico utilizado consiste na utilização da técnica de diferenças finitas para a discretização das equações de governo. A abordagem de fluido Newtoniano generalizado é adotada para modelar o problema físico que consiste na solução acoplada das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia. O escoamento foi considerado laminar e incompressível. A relação constitutiva conhecida como lei de Cross é utilizada para descrever o comportamento não-Newtoniano do polímero (determinação da viscosidade aparente). As principais análises realizadas consistem no estudo da variação do resíduo médio durante o processo iterativo em função das diferentes técnicas empregadas. Dentre os principais resultados obtidos destaca-se a constatação de que a utilização de condições de contorno para a pressão a partir das equações de quantidade de movimento torna o processo de convergência mais estável.*

Palavras-chave: *Análise numérica, Escoamento de polímeros, Estudo de convergência, Diferenças finitas*

1. INTRODUÇÃO

Polímeros são utilizados como matéria prima em indústrias de transformação de plástico. A atividade de simulação numérica tem sido uma prática comum no cotidiano de grande parte destas indústrias. Como exemplo, destaca-se o grande uso de ‘softwares’ comerciais tais como C-MOLD, MOLDFLOW e POLYFLOW. A utilização de simuladores permite uma previsão inicial de certos parâmetros do escoamento, visando principalmente reduzir o re-trabalho (consequência direta do método empírico da tentativa e do erro). Sendo assim, o desenvolvimento de ‘ferramentas’ numéricas para efetuar esse tipo de análise é importante, tendo, dentre outros, o papel de auxiliar a fase inicial de projeto de moldes de injeção.

Além do interesse a nível industrial, o problema em questão também representa uma área científica pouco explorada. Aspectos sobre a modelagem numérica, bem como uma análise detalhada da física envolvida, são tópicos de interesse científico. A literatura recente apresenta inúmeros trabalhos relacionados à simulação do escoamento de fluidos não-Newtonianos utilizando o modelo de fluido Newtoniano generalizado. Entretanto, a maioria dos estudos tem considerado um escoamento isotérmico (Ternik et al., 2006; Neofytou, 2006; Pinho et al., 2003), compreendendo uma faixa do número de Reynolds elevada (10–50) (característica de soluções poliméricas aquosas). No caso do escoamento de polímeros fundidos em processos de injeção, o número de Reynolds característico é da ordem de 10^{-3} - 10^{-4} como em Zdanski e Vaz Jr., (2006). A ‘fidelidade’ para com esta faixa do número de Reynolds é importante para manter uma similaridade com o processo industrial. Mais recentemente, Zdanski e Vaz Jr. (2009) apresentaram análises interessantes sobre os efeitos térmicos neste tipo de escoamento, destacando-se os estudos do efeito da dissipação viscosa e da temperatura de injeção sobre a perda de carga no escoamento. Na mesma linha de análise dos efeitos

térmicos, Hassan et al (2009 e 2010) apresentam estudos interessantes sobre os efeitos da posição do canal de resfriamento sobre o campo térmico em peças moldadas pelo processo de injeção de polímeros.

No que se refere a novas propostas de metodologias numéricas para a solução do problema de escoamento de polímeros, a literatura apresenta trabalhos recentes onde se aplicam as técnicas de elementos finitos, como em Bao (2003), diferenças finitas, por Vaz Jr. e Zdanski (2007) e volumes finitos por Zdanski e Vaz Jr. (2008). No presente trabalho, o esquema numérico desenvolvido em Vaz Jr. e Zdanski (2007) é utilizado para efetuar as simulações com o objetivo de avaliar algumas técnicas de estabilização numérica e aceleração de convergência. Os principais resultados obtidos evidenciaram que a utilização de condições de contorno para a pressão a partir das equações de quantidade de movimento torna o processo de convergência mais estável.

2. FORMULAÇÃO TEÓRICA

2.1. Equações Governantes

O escoamento de polímeros fundidos em processos de injeção pode ser aproximado pelo modelo de fluido Newtoniano generalizado, sendo a viscosidade determinada como função da temperatura e taxa de deformação cisalhante. Desta forma, a solução de um conjunto de equações diferenciais parciais fornece as grandezas de interesse, ou seja, componentes do vetor velocidade (u e v no caso bidimensional), pressão (p) e temperatura (T). As equações de conservação da quantidade de movimento, na forma conservativa, são dadas por

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

onde o vetor das variáveis conservadas é dado por

$$Q = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho v \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Os vetores de fluxo 'E' e 'F' são compostos por duas parcelas, a saber, 'E_e' e 'E_v' contendo, respectivamente, os termos de inércia e viscosos,

$$E = E_e - E_v, \quad F = F_e - F_v, \quad (3)$$

$$E_e = \begin{Bmatrix} \rho uu + p \\ \rho uv \end{Bmatrix}, \quad E_v = \begin{Bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \end{Bmatrix}, \quad F_e = \begin{Bmatrix} \rho uv \\ \rho vv + p \end{Bmatrix} \text{ e } F_v = \begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

As tensões viscosas, para o caso do escoamento incompressível, são dadas por

$$\tau_{xx} = 2\eta \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \eta \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \text{ e } \tau_{yy} = 2\eta \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right). \quad (5)$$

De forma análoga, o princípio de conservação da energia é dado por

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial e}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = s, \quad (6)$$

sendo o vetor da variável conservada e os vetores de fluxo dados por

$$q = (\rho c_p T), \quad e = \left(\rho u c_p T - k \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad f = \left(\rho v c_p T - k \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad s = (\Phi). \quad (7)$$

O termo fonte 's' na equação acima corresponde à função dissipação viscosa,

$$\Phi = \tau_{xx} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \tau_{yy} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (8)$$

modelando a conversão de energia mecânica em calor devido ao atrito no escoamento.

Para determinação da viscosidade aparente do polímero, η (ver eq. (5)), a relação constitutiva conhecida como lei de Cross é utilizada, como em Zdanski e Vaz Jr. (2006). Por outro lado, o princípio de conservação da massa em conjunto com as equações de quantidade de movimento é transformado em uma equação de Poisson para a determinação do campo de pressão, conforme descrição detalhada apresentada em Vaz Jr. e Zdanski (2007) e Zdanski e Vaz Jr. (2008).

2.2. Modelagem Numérica

O esquema numérico utilizado para a discretização das equações físicas foi inicialmente proposto em Vaz Jr. e Zdanski (2007). O referido método consiste em discretizar as equações do modelo matemático em uma malha colocalizada, utilizando diferenças finitas centrais e dissipação artificial para controle das oscilações numéricas. O avanço no tempo (falso transiente) é realizado com um esquema de Euler implícito, objetivando uma solução em regime estacionário.

Desta forma, as equações de quantidade de movimento discretizadas, são dadas por

$$L_x L_y \Delta Q^n = R_x + R_y, \quad (9)$$

onde

$$L_x = I + \Delta t \delta_x A_e^m - \Delta t \hat{\delta}_x M_x^m - \varepsilon_i I (\Delta x)^2 \nabla_x \Delta_x, \quad (10)$$

$$L_y = I + \Delta t \delta_y B_e^m - \Delta t \hat{\delta}_y M_y^m - \varepsilon_i I (\Delta y)^2 \nabla_y \Delta_y, \quad (11)$$

$$R_x = -\Delta t \delta_x E_e^m + \Delta t \hat{\delta}_x E_v^m - \varepsilon_e I (\Delta x)^4 (\nabla_x \Delta_x)^2 Q^m, \quad (12)$$

$$R_y = -\Delta t \delta_y F_e^m + \Delta t \hat{\delta}_y F_v^m - \varepsilon_e I (\Delta y)^4 (\nabla_y \Delta_y)^2 Q^m. \quad (13)$$

O somatório dos termos R_x e R_y (Eqs. (12) e (13)) corresponde ao resíduo, devendo tender a zero quando a convergência for atingida. Estes termos equivalem exatamente à equação de transporte, em regime estacionário, discretizada. O último termo nas Eqs. (10) – (13) corresponde à dissipação artificial, sendo que os coeficientes ε_i e ε_e controlam o nível de dissipação introduzido. Por sua vez, as matrizes Jacobianas são obtidas diferenciando os vetores de fluxo em relação ao vetor das variáveis conservadas, ou seja,

$$A_e^m = \frac{\partial E_e^m}{\partial Q}, \quad B_e^m = \frac{\partial F_e^m}{\partial Q}, \quad M_x^m = \frac{\partial E_v^m}{\partial Q}, \quad M_y^m = \frac{\partial F_v^m}{\partial Q}. \quad (14)$$

Para os problemas bidimensionais simulados neste trabalho, executando as operações de cálculo segundo as definições da Eq. (14), obtêm-se as seguintes matrizes:

$$A_e^m = \begin{bmatrix} u & -v \\ v & u \end{bmatrix}, \quad B_e^m = \begin{bmatrix} v & u \\ -u & v \end{bmatrix}, \quad M_x^m = \begin{bmatrix} \frac{2}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial x} & 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad M_y^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ 0 & \frac{2}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

As matrizes Jacobianas têm origem no processo de linearização dos vetores de fluxo e, em termos práticos, quanto mais informação física estiver contida nelas, mais efetivo é o processo de convergência do método. Convém destacar que, uma das análises efetuadas neste trabalho corresponde ao estudo do efeito das matrizes Jacobianas viscosas (M_x e M_y) no processo de convergência. Os resultados deste estudo são apresentados na seção 3 – resultados e discussões.

Maiores detalhes sobre a metodologia numérica podem ser obtidos Vaz Jr. e Zdanski (2007). O algoritmo final de solução apresenta as seguintes etapas: (i) arbitrar um valor inicial para as variáveis do problema (u , v , T , p e η); (ii) resolver as equações de quantidade de movimento (u e v); (iii) solucionar a equação da energia (T); (iv) resolver a equação de Poisson para a pressão (p); (v) determinar o novo campo de viscosidade (η); (vi) retornar ao passo (ii) e iterar até que a convergência ser atingida.

2.3. Condições de Contorno

Para a solução numérica do sistema de equações diferenciais proposto é necessária a especificação de condições de contorno. A geometria analisada neste trabalho corresponde a uma expansão súbita bidimensional, conforme representação da Fig. (1). Nas paredes sólidas é utilizada a condição de não-escorregamento (para as velocidades) e temperatura prescrita (T_p). Na fronteira de entrada prescrevem-se perfis uniformes de velocidade e temperatura (U_e e T_e), enquanto que na fronteira de saída utiliza-se uma condição parabólica não-reflexiva tanto para as velocidades quanto para a temperatura.

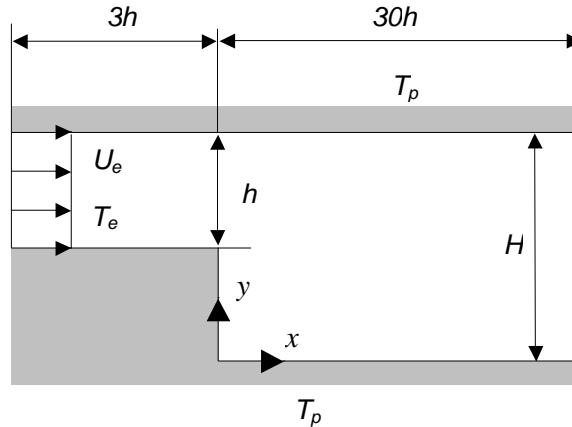


Figura 1. Representação de um canal plano com uma expansão súbita bidimensional.

Para a pressão foram testados dois tipos de condições de contorno: (i) nas paredes e na fronteira de saída aplicam-se extrapolações de ordem zero (derivada normal nula), enquanto que na fronteira de entrada é aplicada uma variação linear (assume-se que a pressão varia linearmente nas adjacências da fronteira de entrada); este tipo de condição de contorno para a pressão pode ser classificada como física, sendo baseada em um comportamento observado em escoamentos no interior de canais; (ii) o segundo tipo de condição de contorno utilizado, corresponde simplesmente em isolar o termo referente ao gradiente de pressão nas equações de quantidade de movimento, aplicando-o nas respectivas fronteiras; desta forma, para o caso bidimensional tem-se

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho vu)}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}. \quad (17)$$

Como as equações acima (Eqs. (16) e (17)) são aplicadas no contorno, é necessário a utilização de fórmulas assimétricas para a discretização. Este tipo de condição de contorno para a pressão é mais consistente do ponto de vista da formulação, porém para malhas mais grosseiras pode adicionar erros devido ao grande número de derivadas que devem ser avaliadas numericamente. Finalmente, convém salientar que a análise dos efeitos da condição de contorno da pressão sobre o processo de convergência será apresentado na próxima seção.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados os resultados da simulação do escoamento de um polímero fundido no interior de um canal com variação abrupta de seção (ver Fig. (1)), onde algumas técnicas de estabilização numérica e aceleração de convergência foram testadas, a saber: (i) utilização de matrizes Jacobianas completas, (ii) emprego de diferentes condições de contorno para a equação da pressão e (iii) utilização de diferentes estimativas iniciais (perfis) para as variáveis do problema. As simulações realizadas correspondem a geometria de um canal plano com uma expansão súbita onde $h=4.10^{-3}m$ e $H=2h=8.10^{-3}m$ (ver Fig. (1)). A velocidade e temperatura na seção de entrada (perfis uniformes) são, respectivamente $u=6.10^{-2}m/s$ e $T_e=473K$. A temperatura das paredes do canal foi especificada em $T_w=453K$. Outras velocidades também foram testadas, porém os resultados obtidos foram similares e não serão apresentados. Convém destacar que, os valores anteriormente apresentados condizem com os parâmetros normalmente utilizados nos processos industriais de injeção de polímeros. Finalmente, é importante destacar que as técnicas propostas foram testadas em três malhas distintas, a saber: (i) a que doravante denomina-se de “refinada”, constituída de

27010 pontos; (ii) a malha “intermediária”, constituída de 10650 pontos e (iii) a malha “grosseira”, constituída de 3500 pontos.

A análise de eficiência das técnicas propostas foi efetuada computando o resíduo médio em todo o domínio (para cada iteração), que consiste em somar o resíduo ponto a ponto (somatório dos termos R_x e R_y - (Eqs. (12) e (13)), em módulo, e dividir pelo número total de pontos. Os principais resultados obtidos neste estudo são apresentados nas Figs. (2) – (7), que representam a variação do logaritmo do resíduo médio como função do número de iterações.

Inicialmente, nas Figs (2) e (3) são apresentados os resultados obtidos para todas as técnicas testadas considerando uma malha refinada (27010 pontos). Na Fig. (2) é apresentada a variação do resíduo médio da equação de quantidade de movimento em x , e na Fig. (3) apresenta-se o resíduo médio da equação da energia. A primeira constatação importante diz respeito à utilização das matrizes Jacobianas completas no processo iterativo. Percebe-se claramente que considerar ou desprezar as matrizes Jacobianas viscosas (M_x e M_y na Eq. (15)) não acarreta mudanças significativas na variação do resíduo médio ao longo das iterações. A provável causa para este efeito está relacionada à baixa ordem de grandeza destas matrizes quando comparadas com as matrizes Jacobianas A_e e B_e (ver Eq. (15)). Nota-se que, enquanto A_e e B_e dependem diretamente das componentes de velocidade, M_x e M_y dependem do inverso da massa específica do polímero ($\rho = 1143 \text{ kg/m}^3$), que é de elevada ordem de grandeza.

Outro teste realizado e apresentado nas Figs. (2) e (3) corresponde à utilização de diferentes condições de contorno para a pressão. A maioria dos métodos numéricos para simulação de escoamentos incompressíveis utiliza condições de contorno para a pressão do tipo (i) (ver definição na seção 2.3). Neste trabalho, porém, foi feito um teste utilizando novas condições de contorno para a pressão, originadas do isolamento do termo referente ao gradiente de pressão nas equações de quantidade de movimento (condição do tipo (ii) – ver definição na seção 2.3). Conforme se observa na Fig. (2), com a utilização desta condição de contorno (tipo (ii)), o resíduo médio da equação de quantidade de movimento teve uma queda mais lenta com comportamento oscilatório na etapa inicial do processo iterativo (até em torno de 45000 iterações). Por outro lado, a análise da Fig. (3) que apresenta a variação do resíduo médio da equação da energia revela uma situação distinta. Na fase final do processo iterativo (acima de 60000 iterações), a utilização de condições de contorno do tipo (ii) para a pressão torna o processo de convergência mais estável. O resíduo revela-se significativamente menor do que para as outras técnicas utilizadas, condizendo com a suposição de que o refinamento de condições físicas contribui significativamente para o processo de convergência. Neste ponto, é interessante destacar que o efeito maior da alteração da condição de contorno da pressão refletiu-se no resíduo da equação da energia, o que demonstra o alto grau de não-linearidade do acoplamento das equações governantes.

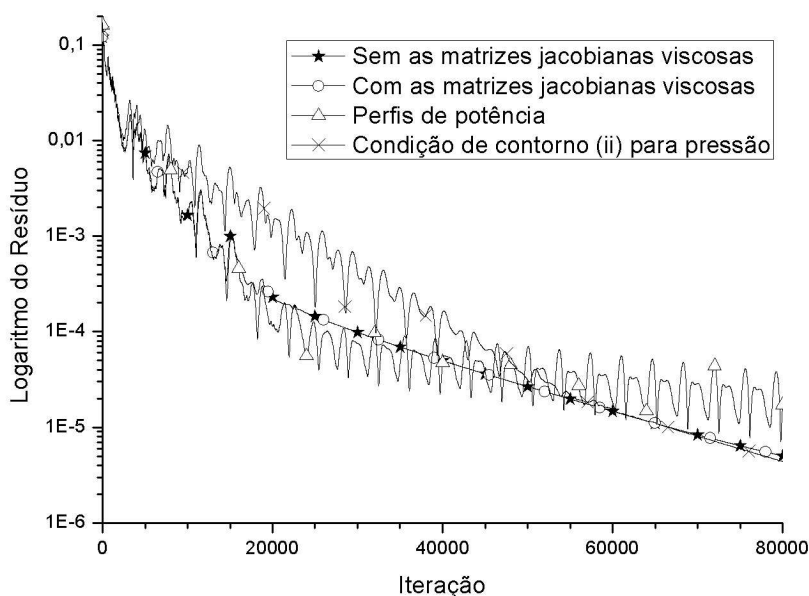


Figura 2. Logaritmo do resíduo médio da quantidade de movimento em x .

Finalmente, um último teste executado e apresentado nas Figs. (2) e (3) corresponde à utilização de diferentes estimativas iniciais para algumas variáveis do problema. Como a solução final em regime estacionário é alcançada em um processo iterativo (no presente caso é percorrido um falso transiente), espera-se que o arbítrio inicial das variáveis tenha efeito na variação do resíduo. Na análise das três técnicas discutidas anteriormente (considerar/desprezar as matrizes Jacobianas viscosas e aplicar as condições de contorno do tipo (ii) para a pressão) foram utilizados em todo o domínio perfis uniformes como estimativas iniciais para as variáveis do problema. Neste teste, porém, a idéia foi utilizar como estimativas iniciais, para a velocidade e temperatura, soluções analíticas de um escoamento plenamente

desenvolvido em um canal plano utilizando a lei potencial, dada em Zdanski et al (2008). Conforme pode ser observado nas Figs. (2) e (3), para esta técnica, o resíduo experimentou oscilações periódicas, e de maneira geral não se mostrou satisfatório, mantendo-se, em média, mais alto que o resíduo das outras técnicas utilizadas.

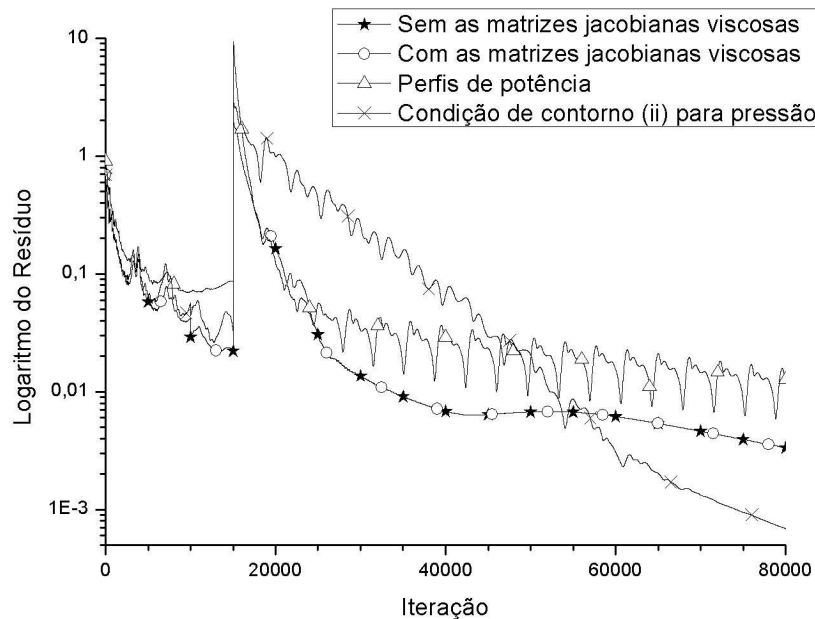


Figura 3. Logaritmo do resíduo médio da energia.

Os resultados apresentados nas Figs. (4) – (8) correspondem a um estudo de refinamento de malha, onde cada uma das técnicas foi testada para três resoluções de malha (ver definição do número de pontos das malhas no início da seção 3). Inicialmente, analisando as Figs. (4) e (5), observa-se que o comportamento do resíduo é similar entre as malhas, o que reforça a questão da ineficiência das matrizes jacobianas viscosas na melhora e aceleração da convergência (para a faixa de velocidades testadas). Por outro lado, analisando as Figs. (4) e (5), percebe-se que o resíduo tem uma queda mais rápida no início do processo iterativo para a malha grosseira, que é um comportamento esperado.

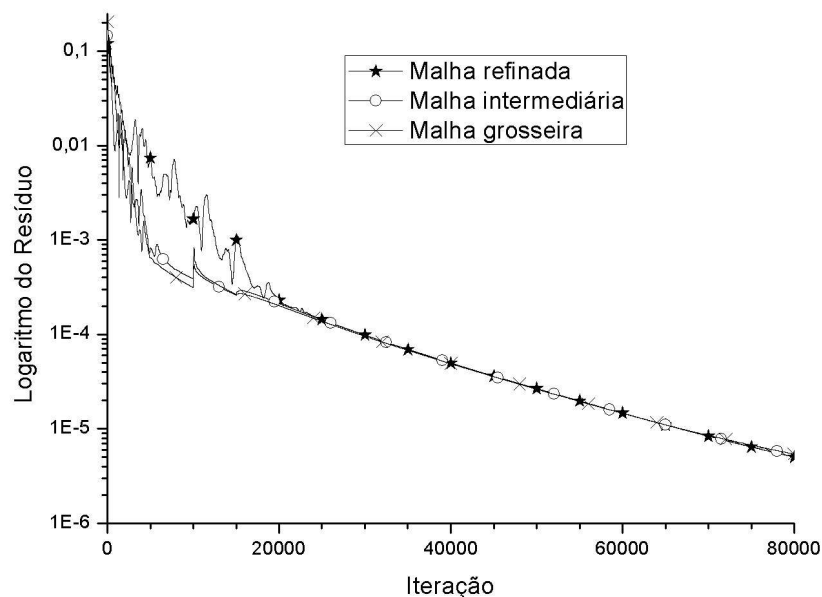


Figura 4. Logaritmo do resíduo médio da equação de quantidade de movimento em x desprezando as matrizes Jacobianas viscosas.

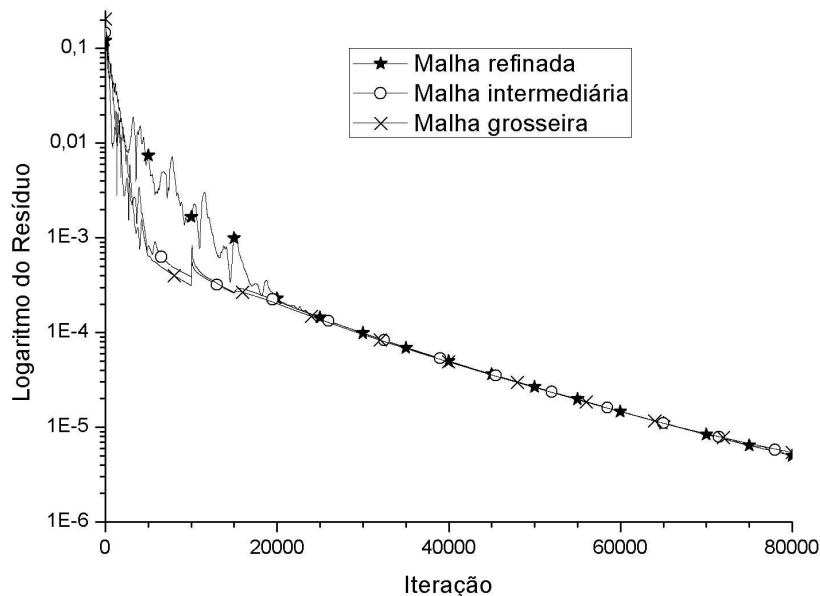


Figura 5. Logaritmo do resíduo médio da equação de quantidade de movimento em x, com a utilização das matrizes jacobianas viscosas.

Na Fig. (6) é apresentada a variação do resíduo (para malhas com densidades de pontos distintas) para o caso onde se utilizaram perfis de potência como estimativa inicial para as variáveis. Conforme discutido anteriormente, este caso se apresentou muito instável (para a malha refinada), mas na medida em que o número de pontos da malha diminui, as oscilações do resíduo tornam-se menos acentuadas. Este comportamento é explicado pelo fato de que malhas grosseiras eliminam mais rapidamente os erros de alta frequência, sendo este o fundamento de técnicas clássicas de aceleração de convergência (técnica de solução por malhas múltiplas – por exemplo).

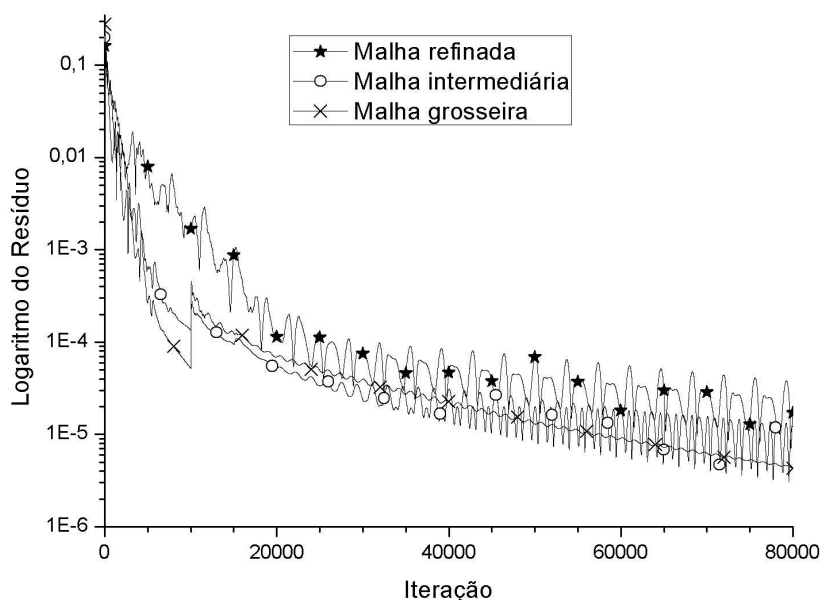


Figura 6. Logaritmo do resíduo médio da equação de quantidade de movimento em x, com a utilização dos perfis de potência como condição inicial.

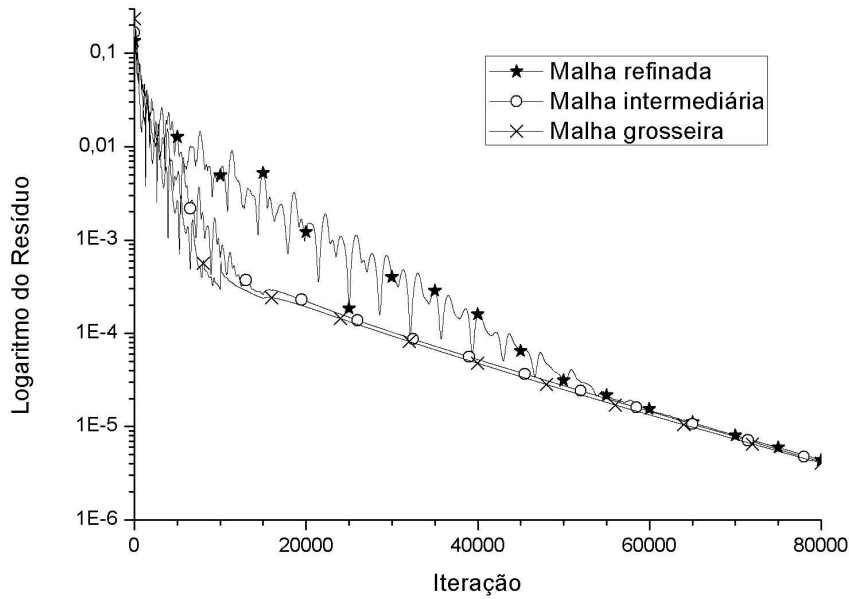


Figura 7. Logaritmo do resíduo médio da equação de quantidade de movimento em x, utilizando condições de contorno do tipo (ii) para a pressão.

Para as simulações efetuadas utilizando condições de contorno do tipo (ii) para a pressão, percebe-se novamente que a utilização de uma malha mais grosseira (menor densidade de pontos) elimina rapidamente as oscilações presentes no processo de convergência (ver Fig. (7)).

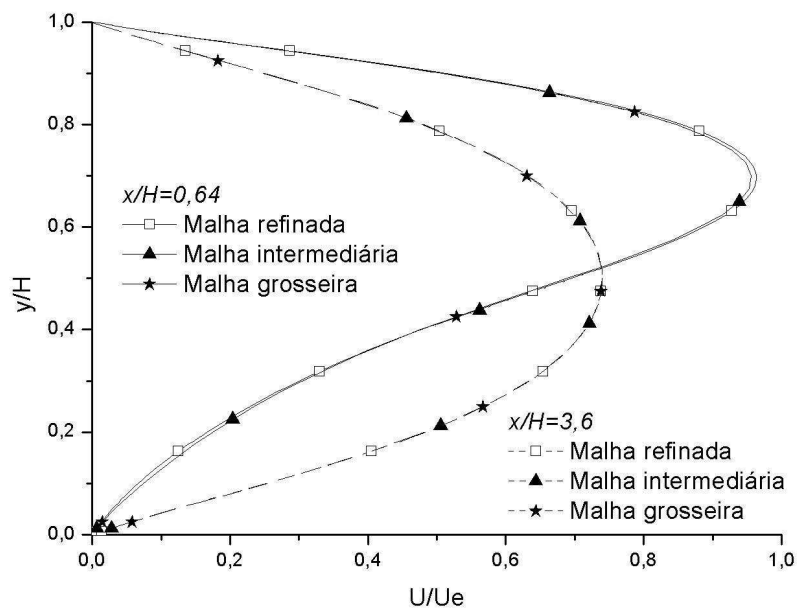


Figura 8. Comparação dos perfis de velocidade nas três malhas, em $x=0,64H$ e $x=3,6H$ a partir da seção de expansão.

Finalmente, na Fig. (8) são apresentados perfis de velocidade em duas posições a jusante da seção de expansão. Em $x/H=0,64$ o perfil de velocidades não é simétrico, em decorrência da proximidade da seção de expansão. Na seção $x/H=3,6$ pode-se observar um perfil simétrico característico de um escoamento plenamente desenvolvido. Percebe-se claramente que os resultados são independentes da malha (a solução está convergida), o que demonstra a robustez do

esquema numérico utilizado. Discussões interessantes sobre a física deste tipo de escoamento podem ser encontradas em Zdanski e Vaz Jr. (2009).

4. CONCLUSÕES

A credibilidade de uma solução numérica está relacionada a alguns fatores, a saber: precisão, estabilidade (robustez) e taxa de convergência do esquema numérico. Dentro deste escopo, algumas técnicas de estabilização numérica e aceleração de convergência foram analisadas, ou seja: (i) utilização de matrizes Jacobianas completas, (ii) emprego de diferentes condições de contorno para a equação da pressão e (iii) utilização de diferentes estimativas iniciais (perfis) para as variáveis do problema. Para as faixas de velocidades analisadas neste trabalho, as principais conclusões obtidas foram:

(a) A utilização das matrizes Jacobianas viscosas não apresentou desempenhos notáveis. O comportamento e também os valores do resíduo ao longo das iterações foram similares ao caso onde estas matrizes são desprezadas. Desta forma, infere-se que a implementação destas não é recomendável, visto que utiliza uma quantidade maior de operações matemáticas – requerendo maior processamento computacional – sem oferecer melhorias significativas.

(b) O emprego das condições de contorno do tipo (ii) para a equação da pressão teve um efeito positivo na queda do resíduo (no final do processo iterativo). Previamente, supunha-se que os efeitos seriam mais visíveis no resíduo da equação de quantidade de movimento, porém foi o resíduo da equação da energia que apresentou a maior redução (em comparação com as outras técnicas). Este resultado demonstrou o alto grau de não-linearidade no acoplamento das equações governantes.

(c) Por fim, a utilização de uma solução analítica (perfis de potência) como estimativa inicial para as variáveis do problema revelou-se instável (especialmente para a malha refinada), onde o resíduo apresentou oscilações periódicas que possuem um valor médio maior que o de outras técnicas utilizadas.

5. AGRADECIMENTOS

O autor Paulo Sergio Berving Zdanski agradece ao CNPq (processo número 471619/2009-4) pelo apoio financeiro recebido. O autor David Roza José agradece ao programa PIBIC/CNPq/UDESC (processo CPA 1093/2009) pela bolsa concedida.

6. REFERÊNCIAS

- Bao, W., 2003, "An Economical Finite Element Approximation of Generalized Newtonian Flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, pp. 3637-3648.
- Hassan, H., Regnier, N., Defaye, G., 2009, "A 3D Study on the Effect of Gate Location on the Cooling of Polymer by Injection Molding", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 30, pp. 1218-1229.
- Hassan, H., Regnier, N., Le Bot, C., Defaye, G., 2010, "3D Study of Cooling System Effect on the Heat Transfer during Polymer Injection Molding", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 49, pp. 161-169.
- Neofytou, P., 2006, "Transition to Asymmetry of Generalized Newtonian Fluid Flows Through a Symmetric Sudden Expansion", *Journal of non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 133, pp. 132-140.
- Pinho F.P., Oliveira P.J., Miranda J.P., 2003, "Pressure Losses in the Laminar Flow of Shear-Thinning Power-Law Fluids across a Sudden Axisymmetric Expansion", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 24, pp. 747-761.
- Ternik, P., Marn, J. and Zunik, Z., 2006, "Non-Newtonian Fluid Flow through a Planar Symmetric Expansion: Shear-Thickening Fluids", *Journal of non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 135, pp. 136-148.
- Vaz Jr., M., Zdanski, P.S.B., 2007, "A Fully Implicit Finite Difference Scheme for Velocity and Temperature Coupled Solutions of Polymer Melt Flow", *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 23, pp. 285-294.
- Zdanski, P.S.B., Vaz Jr., M., 2006, "Polymer Melt Flow in Plane Channels: Effects of the Viscous Dissipation and Axial Heat Conduction", *Numerical Heat Transfer Part A - Applications*, Vol. 49, n. 2, pp. 159-174.
- Zdanski, P.S.B., Vaz Jr., M., 2009, "Non-Isothermal Polymer Melt Flow in Sudden Expansions", *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 161, pp. 42-47.
- Zdanski, P.S.B., Vaz Jr., M.; Inácio, G.R., 2008, "A Finite Volume Approach to Simulation of Polymer Melt Flow in Channels", *Engineering Computations*, Vol. 25, n. 3, pp. 233-250.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores Paulo Sergio Berving Zdanski, Miguel Vaz Júnior, David Roza José e Allan Patrick Cordeiro Dias são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.



VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA
VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING
18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil
August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil

CONVERGENCE ANALYSIS ON THE NUMERICAL SOLUTION OF POLYMER MELT FLOW INSIDE CHANNELS

Paulo Sergio Berving Zdanski, zdanski@joinville.udesc.br¹

Miguel Vaz Júnior, m.vaz@joinville.udesc.br¹

David Roza José, c1b3rz@hotmail.com¹

Allan Patrick Cordeiro Dias, allanpatrickcd@yahoo.com.br¹

¹Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências Tecnológicas – CCT, Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC, Cep.: 89223-100 - Joinville - SC.

***Abstract.** Experimental analysis of polymer melts inside channels is extremely limited, because the process typically requires high pressures and little dimensions. In this context, a numerical analysis becomes attractive since it produces good results with relatively low costs. Anyway, the success of a numerical scheme is related to some aspects, i.e., accuracy, stability and convergence rate. In this work is presented a numerical analysis of the polymer melt flow inside channels (with sudden expansions) where some techniques to improve stability and convergence rate are tested, i.e., (i) implementation of the complete set of Jacobian matrices, (ii) testing new kind of boundary condition for the pressure equation and (iii) adoption of alternative initial guess for the variables of the problem. The numerical scheme used is based on the finite difference technique. The Generalized Newtonian fluid model is adopted where the principles of conservation of mass, linear momentum and energy are solved. The flow is considered laminar and incompressible, being the Cross model adopted as constitutive relation to describe the non-Newtonian flow behaviour. The main analysis performed comprises to assess the variation of the average residue during the iterative process. The main results obtained shows that specifying the pressure gradients from momentum equations as boundary conditions enhance the stability and convergence rate of the numerical process.*

Keywords: numerical analysis, polymer melt flow, convergence analysis, finite differences