



VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING 18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM UMA ESTRUTURA POROSA FORMADA POR UM ARRANJO PERIÓDICO DE HASTES CILÍNDRICAS

Rodolfo Oliveira, oliveira.rodolfo@hotmail.com¹ Renato A. Silva, renatosilva@ceunes.ufes.br²

^{1,2}Departamento de Engenharias e Computação Centro Universitário Norte do Espírito Santo Universidade Federal do Espírito Santo 29932-540 - São Mateus - ES

Resumo: Este trabalho pretende comparar os resultados numéricos encontrados na literatura com os resultados obtidos com código computacional comercial. Para isso será realizado o estudo do escoamento turbulento em um meio poroso formado por um arranjo infinito de hastes cilíndricas. Os resultados obtidos são então integrados no volume, através da aplicação da média volumétrica e posteriormente comparados aos dados encontrados na literatura. As equações que governam o escoamento são discretizadas pelo método de volumes finitos com arranjo co-localizado das variáveis. O sistema de equações algébricas é resolvido usando o método de solução segregado, sendo que para o acoplamento pressão-velocidade é utilizado o algoritmo SIMPLE. O presente trabalho mostra uma boa concordância entre os resultados obtidos e os dados encontrados na literatura. Além disso, observou-se que o aumento da porosidade da matriz porosa ocasiona uma diminuição na geração de energia cinética de turbulência e conseqüentemente de sua taxa de dissipação, o que por sua vez, indica que a geração da energia cinética é ocasionada pela presença da matriz porosa.

Palavras-chave: escoamento turbulento; matriz porosa; hastes sólidas; solução numérica.

1. INTRODUÇÃO

Os problemas de engenharia que envolvem escoameto em uma matriz porosa são diversos e vão desde o transporte de um poluente através do solo até o lençol freático até a questão do aumento da recuperação secundária de hidrocarbonetos em um reservatório de petróleo. Tendo em vista os diversos problemas de engenharia que envolvem o escoamento através de uma estrutura porosa, vários centros de pesquisa voltaram a atenção para a modelagem e consequente descrição física dos fenômenos de transporte que ocorrem em um meio poroso.

Kuwahara *et. al.* (1994) e Nakayama *et. al.* (1995) testaram vários modelos numéricos de meios porosos formados por hastes cilíndricas, quadradas e esféricas, e encontraram que o modelo bi-dimensional e o tri-dimensional levam a expressões semelhantes para a estimativa da permeabilidade.

Kuwahara *et. al.* (1998), utilizando um modelo de turbulência de baixo Reynolds (modelagem microscópica), resolveram o escoamento interno a um meio poroso infinito formado por hastes quadradas com um arranjo espacialmente periódico. Eles constataram a presença de turbulência para Re_{H} >10⁴ e que, nessas condições, o modelo estendido Darcy-Forchheimer apresenta bons resultados.

Pedras e De-Lemos (2001a-b) desenvolveram um conjunto de equações macroscópicas de turbulência onde uma constante, c_k , foi introduzida nas equações macroscópicas de transporte de energia cinética de turbulência e da taxa de dissipação de energia cinética de turbulência. O valor desta constante foi obtido através de experimentação numérica aplicada a um meio poroso formado por hastes cilíndricas com um arranjo espacialmente periódico. Posteriormente, Pedras e De-Lemos (2001c) e Pedras e De-Lemos (2003), ampliaram a validade desta constante, utilizando para obtê-la, um meio poroso formado por um arranjo de hastes elípticas longitudinais e transversais.

Prinos *et. al.* (2003) analisaram numérica e experimentalmente as características do escoamento turbulento em um canal aberto com uma camada porosa, donde concluíram que a estrutura da camada porosa (*"staggered"* e *"non-staggered"*) tem pouca influência na característica do escoamento próximo à interface entre os meios limpo e poroso.

Oliveira e Silva (2009) investigaram o escoamento em um meio poroso formado por um arranjo infinito de hastes cilíndrica e observaram que a partir do número de $\text{Re}_H = 10$, os efeitos de inércia, independente do valor de porosidade, se tornam predominante.

VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 18 a 21 de Agosto 2010, Campina Grande - Paraíba

Tendo em vista os trabalhos descritos e o fato da constante, c_k , obtida em Pedras e De-Lemos (2001a-b), ter sido obtida através de um código acadêmico. Esse trabalho propõe investigar o escoamento em regime turbulento em uma matriz porosa formada por um arranjo periódico de hastes cilíndricas com o intuito de obter, através de um software comercial, a referida constate; além de analisar a influência do meio poroso na geração/produção de energia cinética de turbulência.

2. GEOMETRIA

A geometria sob consideração é apresentada na Fig. (1), onde um meio poroso, formado por um arranjo espacialmente periódico de hastes, denominado célula periódica, é mostrado. Nas faces leste e oeste é utilizado condição de periodicidade espacial, nas faces norte e sul simetria e sobre as paredes das hastes condição de nãoescorregamento. O fluido com propriedades constantes entra pela face esquerda e permeia através da célula periódica. Na figura (1), H é o comprimento característico da célula periódica e D é o diâmetro da haste cilíndrica.



Figura 1 - Célula periódica.

3. EQUAÇÕES GOVERNATES

As equações obtidas através da média temporal das equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, que regem o escoamento em regime turbulento, com propriedades constantes (fluido incompressível e Newtoniano) são:

Conservação da massa:
$$\nabla . \overline{\mathbf{u}} = 0$$
 (1)

Conservação da quantidade de movimento:

$$\rho \left[\frac{\partial \overline{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{u}} \, \overline{\mathbf{u}} \right) \right] = -\nabla \overline{P^*} + \mu \nabla^2 \overline{\mathbf{u}} + \nabla \cdot \left(-\rho \, \overline{\mathbf{u'u'}} \right)$$
(2)

onde $\overline{\mathbf{u}}$ representa a média temporal do vetor velocidade do fluido, P^* é a média temporal da pressão termodinâmica, $-\rho \mathbf{u'u'}$ é o tensor de Reynolds, ρ é a densidade e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

Baseado na aproximação de Boussinesq, o tensor de Reynolds é relacionado com a viscosidade turbulenta, μ_t , da seguinte forma:

$$-\rho \overline{\mathbf{u'u'}} = \mu_t 2\overline{\mathbf{D}} - \frac{2}{3}\rho k\mathbf{I}$$
(3)

onde

$$\overline{\mathbf{D}} = \frac{1}{2} \left[\nabla \overline{\mathbf{u}} + \left(\nabla \overline{\mathbf{u}} \right)^T \right]$$
(4)

é o tensor taxa de deformação.

Para o cálculo da viscosidade turbulenta, μ_t , o modelo $k - \varepsilon$ de baixo Reynolds proposto por Launder e Sharma (1974) é utilizado, que adota $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\nu \left(\nabla \sqrt{k} \right)^2$ ao invés de ε , com o objetivo de simplificar a prescrição da condição de contorno de ε na parede. O uso deste modelo é necessário nas regiões onde a turbulência é amortecida (próximo às paredes).

A viscosidade turbulenta, μ_t , é relacionada com k e com a taxa de dissipação de k modificada, $\tilde{\epsilon}$, através da relação de Kolmogorov-Prandtl:

$$\mu_t = \rho c_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \tag{5}$$

onde $c_{\mu} = 0,09$ é uma constante empírica do modelo, $f_{\mu} = \exp\left[-3.4/(1 + \text{Re}_t/50)^2\right]$ é uma função de amortecimento e $\text{Re}_t = \rho k^2 / \mu \varepsilon$ é o número de Reynolds turbulento (É importante salientar que os efeitos viscosos são importantes apenas para $\text{Re}_t < 100$).

As quantidades escalares de turbulência ($k \in \tilde{\varepsilon}$) usadas para o cálculo de μ_t são obtidas da equação de transporte de energia cinética de turbulência, k:

$$\rho \left[\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{\mathbf{u}} k \right) \right] = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] - \rho \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} : \nabla \overline{\mathbf{u}} - \rho \widetilde{\varepsilon} + D$$
(6)

onde $\sigma_k = 1,0$ é uma constante do modelo e $D = -2\mu (\nabla \sqrt{k})^2$ é uma função de correção da equação de k, para a região próxima a parede, e pela equação de transporte da taxa de dissipação da energia cinética de turbulência, $\tilde{\varepsilon}$:

$$\rho \left[\frac{\partial \widetilde{\varepsilon}}{\partial t} + \nabla . \left(\overline{\mathbf{u}} \widetilde{\varepsilon} \right) \right] = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \nabla \widetilde{\varepsilon} \right] - c_1 f_1 \frac{\widetilde{\varepsilon}}{k} \rho \overline{\mathbf{u'u'}} : \nabla \overline{\mathbf{u}} - \rho c_2 f_2 \widetilde{\varepsilon} \frac{\widetilde{\varepsilon}}{k} + E$$
(7)

onde $c_1 = 1,44$, $c_2 = 1,92$ e $\sigma_{\varepsilon} = 1,3$ são constantes empíricas do modelo, $f_1 = 1,0$ e $f_2 = 1-0,3 \left[\exp\left(-\operatorname{Re}_t^2\right) \right]$ são funções de amortecimento e $E = \nu \mu_t \left(\nabla^2 \mathbf{u} \right)^2$ é uma função de correção da equação de transporte de $\tilde{\varepsilon}$, para a região próxima a parede, que tem como objetivo melhorar a previsão do perfil de energia cinética de *k* junto a parede.

4. CONDIÇÕES DE CONTORNO

As equações (1), (2), (6) e (7) são resolvidas usando as seguintes condições de contorno:

i) na superfície dos sólidos:

$$\overline{u} = \overline{v} = 0, \ k=0 \ e \ \widetilde{\varepsilon} = \varepsilon - 2\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial\sqrt{k}}{\partial y}\right)^2 = 0$$
(8)

ii) Em y=0 e y=H, condição de simetria:

$$\frac{d\overline{u}}{dy} = \overline{v} = \frac{dk}{dy} = \frac{d\varepsilon}{dy} = 0$$
(9)

iii) Em x=0 e x=2H (condição de periodicidade espacial):

$$\overline{u}\Big|_{x=0} = \overline{u}\Big|_{x=2H}, \ \overline{v}\Big|_{x=0} = \overline{v}\Big|_{x=2H},$$
(10)

$$k\Big|_{x=0} = k\Big|_{x=2H}, \ \varepsilon\Big|_{x=0} = \varepsilon\Big|_{x=2H}$$
(11)

5. MÉTODO NUMÉRICO

O código computacional empregado, Fluent $6.2.16^{\circ}$, usa a técnica baseada em volumes finitos com arranjo colocalizado das variáveis para converter as equações governantes (1), (2), (6) e (7) em equações algébricas que são resolvidas numericamente usando método de solução segregado.

Para o cálculo computacional, foi utilizada uma malha composta por elementos retangulares sobre as paredes (vide Figura 2), nestas regiões a malha foi refinada próxima à parede de tal forma que dentro da subcamada viscosa houvesse ao menos dois nodos. No restante do domínio foram utilizados elementos triangulares. Para o acoplamento pressão-velocidade foi utilizado o algoritmo SIMPLE e para o cálculo das variáveis convectivas (\bar{u} , \bar{v} , $k \in \varepsilon$), UPWIND.

Os cálculos foram considerados convergidos quando todos os resíduos atingissem valores menores que 10⁻⁶.



Figura 2 - Malha computacional não-estruturada.

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tabela 1 apresenta os valores de velocidade de Darcy, $|\overline{\mathbf{u}}_D|$, gradiente de pressão adimensional, $\left(\frac{d\langle p \rangle^i}{dx_1}\right)_{Ad}$, média intrínseca da energia cinética de turbulência, $\langle k \rangle^i$, média intrínseca da taxa de dissipação da energia cinética de turbulência, $\langle \varepsilon \rangle^i$, para três valores de porosidade, ϕ , de permeabilidade, K_{calc} , e de Reynolds, Re_H, usando os modelos de turbulência de alto e baixo Reynolds. A velocidade de Darcy é calculada segundo a expressão:

$$\mathbf{u}_D = \phi \langle \mathbf{u} \rangle^i \tag{12}$$

onde a média intrínseca de um propriedade qualquer, $\langle \varphi \rangle^i$, é calculado da seguinte forma:

$$\left\langle \boldsymbol{\varphi} \right\rangle^{i} = \frac{1}{\Delta V_{f}} \int_{V_{f}} \boldsymbol{\varphi} dV \tag{13}$$

Na equação (13), ΔV_f representa o volume de fluido contido num volume elementar representativo, ΔV [maiores informações vide Pedras e De-Lemos (2001b)].

O gradiente de pressão adimensional, $\left(d\langle p\rangle^i/dx_1\right)_{Ad}$, é calculado usando a expressão:

$$\left(\frac{d\langle p\rangle^{i}}{dx}\right)_{Ad} = -\frac{d\langle p\rangle^{i}}{dx}\frac{H^{2}}{\mu|\mathbf{u}_{D}|}$$
(14)

onde o gradiente da média intrínseca da pressão foi calculado através do campo de pressão microscópico, como:

$$\frac{d\langle \overline{p} \rangle^{\prime}}{dx} = \frac{1}{2H(H-D)} \int_{D/2}^{(H-D/2)} (p|_{x=2H} - p|_{x=0}) dy$$
(15)

Para caracterizar o meio poroso, além da porosidade, é necessário a definição da propriedade do meio poroso, denominada permeabilidade, K (= K_{calc} mostrado na tabela 1), que indica a facilidade com que o fluido permeia a estrutura porosa. Para estimar a permeabilidade foi utilizada a lei de Darcy (vide Darcy, (1856)), que é expressa por:

$$\mu \mathbf{u}_D = -K_{calc} \nabla \langle p \rangle^i \dots \tag{16}$$

onde $\langle p \rangle^i$ é a média intrínseca da pressão. No entanto, essa relação é restrita a escoamentos onde os efeitos viscosos sobrepujam os efeitos de inércia. Logo, para simular esta condição foi realizado um experimento numérico na célula unitária mostrada na Figura (1) com condição inicial de fluxo mássico prescrito, onde $\text{Re}_H < 0,1$, e com condições de contorno de periodicidade espacial nas faces leste e oeste, e de simetria nas faces norte e sul.

VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 18 a 21 de Agosto 2010, Campina Grande - Paraíba

A tabela 1 mostra que o aumento do número de Reynolds implica num aumento da queda de pressão adimensional, da média intrínseca da energia cinética de turbulência e de sua taxa dissipação, comportamento este, condizente com o esperado, corroborando os valores apresentados por Pedras e De-Lemos (2001b). Além disso, é mostrado que o aumento da porosidade faz com que haja uma diminuição na queda de pressão adimensional e uma diminuição da média intrínseca da energia cinética de turbulência e de sua taxa de dissipação.

| Re _H | Modelo k - ε | $\left \overline{\mathbf{u}}_D \right [\text{m/s}]$ | $\left(d\left\langle p\right\rangle ^{i}/dx_{1} ight) _{Ad}$ | $\langle k \rangle^i [\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2]$ | $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{i} [\mathrm{m}^{2}/\mathrm{s}^{3}]$ | |
|---|----------------------------|--|---|--|---|--|
| $\phi = 0.40 / K_{calc} = 5.31 \text{E} - 06 \text{ m}^2$ | | | | | | |
| Pedras e De-Lemos (2001b) | | | | | | |
| 1.20E04 | Baixo Reynolds | 1.80E-01 | 1.34E05 | 7.31E-02 | 1.18E00 | |
| 1.20E05 | | 1.80E00 | 1.02E06 | 5.92E00 | 9.93E02 | |
| 1.20E05 | Alto Reynolds | 1.80E00 | 1.11E06 | 5.71E00 | 9.65E02 | |
| 1.20E06 | | 1.80E01 | 1.08E07 | 5.81E02 | 9.31E05 | |
| Resultados Presentes | | | | | | |
| 1.20E04 | Baixo Reynolds | 1.80E-01 | 1.28E05 | 6.79E-02 | 1.20E00 | |
| 1.20E05 | | 1.80E00 | 1.14E06 | 6.26E00 | 1.19E03 | |
| 1.20E05 | Alto Reynolds | 1.80E00 | 1.12E06 | 6.01E00 | 1.27E03 | |
| 1.20E06 | | 1.80E01 | 9.09E06 | 5.78E02 | 1.07E06 | |
| $\phi = 0.60 / K_{calc} = 4.18 \text{E} - 05 \text{ m}^2$ | | | | | | |
| Pedras e De-Lemos (2001b) | | | | | | |
| 1.20E04 | Baixo Reynolds | 1.79E-01 | 3.37E04 | 3.50E-02 | 2.25E-01 | |
| 1.20E05 | | 1.79E00 | 2.22E05 | 2.26E00 | 1.56E02 | |
| 1.20E05 | Alto Reynolds | 1.79E00 | 2.63E05 | 2.65E00 | 1.77E02 | |
| 1.20E06 | | 1.79E01 | 2.70E06 | 2.79E02 | 1.81E05 | |
| Resultados Presentes | | | | | | |
| 1.20E04 | D. D | 1.80E-01 | 3.27E04 | 3.33E-02 | 3.03E-01 | |
| 1.20E05 | Daixo Reynolus | 1.80E00 | 3.19E05 | 3.46E00 | 2.48E02 | |
| 1.20E05 | Alto Reynolds | 1.80E00 | 2.82E05 | 2.97E00 | 2.91E02 | |
| 1.20E06 | | 1.80E01 | 2.99E06 | 3.42E02 | 2.55E05 | |
| $\phi = 0.80 / K_{calc} = 1.77 \text{E-04 m}^2$ | | | | | | |
| Pedras e De-Lemos (2001b) | | | | | | |
| 1.20E04 | Daivo Davnolda | 1.79E-01 | 9.60E03 | 1.32E-02 | 4.90E-02 | |
| 1.20E05 | Baixo Reynolus | 1.79E00 | 5.78E04 | 8.05E-01 | 3.19E01 | |
| 1.20E05 | A1(+, D+, ++11) | 1.79E00 | 6.51E04 | 8.74E-01 | 3.28E01 | |
| 1.20E06 | Alto Reyliolus | 1.79E01 | 6.88E05 | 9.45E01 | 3.49E04 | |
| Resultados Presentes | | | | | | |
| 1.20E04 | Baixo Reynolds | 1.80E-01 | 8.98E03 | 1.18E-02 | 6.36E-02 | |
| 1.20E05 | | 1.80E00 | 8.27E04 | 1.12E00 | 4.56E01 | |
| 1.20E05 | Alto Reynolds | 1.80E00 | 8.05E04 | 1.11E00 | 6.39E01 | |
| 1.20E06 | | 1.80E01 | 7.69E05 | 1.09E02 | 4.62E04 | |

| Tabela 1: | Características | hidrodinâmicas. |
|------------|-----------------|-----------------|
| I abola I. | Caracteristicas | manucas |

A Figura 3 mostra o efeito do número de Reynolds e da porosidade na queda de pressão adimensional; observe que o aumento da porosidade acarreta numa diminuição da queda de pressão; por outro lado, o aumento do número de Reynolds implica num aumento da queda de pressão, para os diversos valores de porosidade, tanto para escoamento em regime laminar (para $Re_H>10$) como para escoamento turbulento; no entanto, o aumento da queda de pressão se torna mais expressivo para escoamento em regime turbulento. Além disso, observe que a figura mostra que a partir de $Re_H=10$, o termo de Forchheimer passa a ser significativo e não pode mais ser ignorado na equação macroscópica da quantidade de movimento.



Figura 3: Influência do número de Reynolds e da porosidade no gradiente de pressão.

A Figura 4 mostra a influência do número de Reynolds na queda de pressão adimensional para ϕ =0,8. Note, como esperado, o aumento do número de Reynolds leva ao aumento da queda de pressão; além disso, a figura 4 mostra que há uma boa concordância entre os resultados obtidos e os resultados apresentados em Pedras e De-Lemos (2001b).



Figura 4:Influência do número de Reynolds no gradiente de pressão – para ϕ =0,8.

Na Figura 5 é apresentado o efeito do número de Reynolds na média intrínseca da energia cinética de turbulência, para diversos valores de porosidade. Observe que há um aumento linear da energia cinética de turbulência com o aumento do número de Reynolds. Por outro lado, o aumento da porosidade acarreta numa diminuição da média intrínseca da energia cinética de turbulência.



Figura 5: Influência do número de Reynolds na média intrínseca da energia cinética de turbulência, $\langle k \rangle^{i}$.

As Figuras $6a \ e \ 6b$ mostram, respectivamente, o campo de velocidade junto com as linhas de corrente e o campo de energia cinética de turbulência, para $Re_H=1E05$ e $\phi=0,6$. A Figura 6a mostra que o escoamento é simétrico em relação a sua linha de centro e apresenta fortes gradientes de velocidade a montante e a jusante das hastes, onde por sua vez se encontram os picos de energia cinética de turbulência, k – vide Figura 6b.

Nos trabalhos apresentados por Pedras e De-Lemos (2001a) e De-Lemos e Pedras (2000) os autores aplicaram a média volumétrica nas equações de transporte de energia cinética de turbulência, k, e na sua taxa de dissipação, ε , e propuseram as seguintes equações macroscópicas:

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \langle k \rangle^{i} \right) + \nabla \left(\overline{\mathbf{u}}_{D} \langle k \rangle^{i} \right) \right] = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t_{\phi}}}{\sigma_{k}} \right) \nabla \left(\phi \langle k \rangle^{i} \right) \right] - \rho \left\langle \overline{\mathbf{u}' \mathbf{u}'} \right\rangle^{i} : \nabla \overline{\mathbf{u}}_{D} + c_{k} \rho \phi \frac{\langle k \rangle^{i} |\overline{\mathbf{u}}_{D}|}{\sqrt{K}} - \rho \phi \langle \varepsilon \rangle^{i}$$

$$\tag{17}$$

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\phi \langle \varepsilon \rangle^{i} \right) + \nabla \left(\overline{\mathbf{u}}_{D} \langle \varepsilon \rangle^{i} \right) \right] = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_{t_{\phi}}}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \nabla \left(\phi \langle \varepsilon \rangle^{i} \right) \right] + c_{1\varepsilon} \left(- \rho \left\langle \overline{\mathbf{u'u'}} \right\rangle^{i} : \nabla \overline{\mathbf{u}}_{D} \right) \frac{\langle \varepsilon \rangle^{i}}{\langle k \rangle^{i}} + c_{2\varepsilon} \rho \phi \left[c_{k} \frac{\langle \varepsilon \rangle^{i} |\overline{\mathbf{u}}_{D}|}{\sqrt{K}} - \frac{\langle \varepsilon \rangle^{i^{2}}}{\langle k \rangle^{i}} \right]$$

$$(18)$$

com

$$-\rho\phi \left\langle \overline{\mathbf{u'u'}} \right\rangle^{i} = \mu_{t_{\phi}} 2 \left\langle \overline{\mathbf{D}} \right\rangle^{v} - \frac{2}{3} \phi \rho \left\langle k \right\rangle^{i} \mathbf{I}$$

$$\mu_{t_{\phi}} = \rho c_{\mu} \frac{\left\langle k \right\rangle^{i^{2}}}{1 + 1}$$
(19)
(20)

$$\mu_{t_{\phi}} = \rho c_{\mu} \frac{\langle \cdot \rangle}{\langle \varepsilon \rangle^{i}} \tag{2}$$

onde c_k , $c_{1\varepsilon}$, $c_{2\varepsilon}$, e c_{μ} são constantes adimensionais.

Para o escoamento unidimensional macroscópico completamente desenvolvido em um meio poroso homogêneo e isotrópico, os valores limites para $\langle k \rangle^i$ e $\langle \varepsilon \rangle^i$ são dados por k_{ϕ} e ε_{ϕ} , respectivamente. Nesta condição limite, as equações (17) e (18) se reduzem a:

$$\left\langle \varepsilon \right\rangle^{i} = \varepsilon_{\phi} = c_{k} \frac{k_{\phi} |\overline{\mathbf{u}}_{D}|}{\sqrt{K}} \\ \frac{\left\langle \varepsilon \right\rangle^{i^{2}}}{\left\langle k \right\rangle^{i}} = c_{k} \frac{\varepsilon_{\phi} |\overline{\mathbf{u}}_{D}|}{\sqrt{K}}$$

$$\Rightarrow \left\langle k \right\rangle^{i} = k_{\phi}$$

$$(21)$$

ou na seguinte forma adimensional:



 $Re_{H}=1.E05.$

A Figura 7 mostra um ajuste de curva pelo método dos mínimos quadrados, nos dados apresentados na Tabela 1 utilizando a expressão (22), onde o valor de c_k é determinado, note que esse valor difere em apenas 5% daquele apresentado em Pedras e De-Lemos (2001b) e que o parâmetro R²=0,91, indica uma boa correlação entre os dados e a curva ajustada. Observe ainda, que o comportamento da curva indica, como esperado, que o aumento da média intrínseca da energia cinética de turbulência adimensional implica num aumento da média intrínseca da taxa de

dissipação de energia cinética de turbulência adimensional. A Figura evidencia ainda, que o aumento da porosidade ocasiona uma diminuição na geração de energia cinética de turbulência e conseqüentemente de sua taxa de dissipação, o que por sua vez, indica que a geração da energia cinética é ocasionada, nesse caso, pela presença da matriz porosa.



Figura 7: Determinação do valor de c_k , para um meio poroso formado de hastes cilíndricas.

7. CONCLUSÃO

Esse trabalho investiga o efeito da porosidade e do número de Reynods no escoamento de um fluido Newtoniano em regime turbulento através de uma matriz porosa modelada por um arranjo espacialmente periódico de hastes cilíndricas. Pode-se observar que os resultados obtidos mostram uma boa concordância com os resultados encontrados na literatura. Além disso, constatou-se, claramente, que a partir do número de $\text{Re}_H = 10$, o termo de Forchheimer não pode mais ser ignorado na equação macroscópica de quantidade de movimento. Os resultados obtidos mostraram ainda que o aumento da porosidade ocasiona uma diminuição na geração de energia cinética de turbulência e conseqüentemente de sua taxa de dissipação, o que por sua vez, indica que a geração da energia cinética é ocasionada, nesse caso, pela presença da matriz porosa.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos a FAPES pelo suporte financeiro durante a preparação deste trabalho.

9. REFERÊNCIAS

Darcy, H., 1856, "Les Fontaines Publiques de la Vile Dijon", Victor Dalmond, Paris, France.

- De-Lemos, M.J.S., Pedras, M.H.J., 2000, "Modeling Turbulence Phenomena in Incompressible Flow through Saturated Porous Media, Proc. 34th ASME – National Heat Transfer Conference, Pittsburgh, PA, USA.
- Kuwahara, F., Nakayama, A. and Koyama, H., 1994, "Numerical Modeling of Heat and Fluid Flow in a Porous Medium". Proc. Int. Heat Transfer Conf., Vol. 5, pp. 309-314.
- Kuwahara, F., Kameyama, Y., Yamashita, S. and Nakayama, A., 1998, "Numerical Modeling of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array". Journal of Porous Media, Vol. 1, nº 1, pp. 47-55.
- Launder, B.E., Sharma, B.I., 1974, Application of the Energy-Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near a Spinning Disc. Letters in Heat and Mass Transfer, vol. 1, pp. 131-138.
- Nakayama, A., Kuwahara, F., Kawamura, Y. and Koyama, H, 1995, "Three-Dimensional Numerical Simulation of Flow Through a Microscopic Porous Structure". ASME/JSME Thermal Engineering Conf., Vol. 3, pp. 313-318.
- Oliveira, R. Silva, R., 2009, "Escoamento em uma Estrutura Porosa Formada por um Arranjo Infinito de Hastes Cilíndricas", III Encontro Latino Americano de Iniciação Científica, São José dos Campos, SP.
- Pedras, M.H.J., De-Lemos, M.J.S., 2001a, "Macroscopic Turbulence Modeling for Incompressible Flow Through Undeformable Porous Media". Intern. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 44, nº 6, pp. 1081-1093.
- Pedras, M.H.J., De-Lemos, M.J.S., 2001b, "Simulation of Turbulent Flow in Porous Media Using a Spatially Periodic Array and a Low Re Two-Equation Closure". Numerical Heat Transfer Part A Applications, Vol. 39, pp. 35-59.
- Pedras, M.H.J, De-Lemos, M.J.S., 2001c, "On the mathematical Description and Simulation of Turbulent Flow in a Porous Medium Formed by an Array of Elliptic Rods". Journal of Fluids Engineering, Vol. 123, nº 4, pp. 941-947.

- Pedras, M.H.J., De-Lemos, M.J.S., 2003, "Computation of Turbulent Flow in Porous Media Using a Low Reynolds k-Model an Infinite Array of Spatially Periodic Elliptic Rods". Numerical Heat Transfer – Part A, Vol. 43, pp. 585-602.
- Prinos, P., Sofialidis, D. and Keramaris, E., 2003, "Turbulent Flow Over and Within a Porous Bed". Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 129, nº 9, pp. 720-733.