

MODELAGEM E SIMULAÇÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA NO PROCESSO DE SECAGEM DE UM GRÃO

D. O. Andrade, nielleandrade@ig.com.br¹

L. A. Sphaier, lasphaier@mec.uff.br¹

¹Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria 156, bloco E, sala 216, Niterói, RJ, 24210-240, Brasil

Resumo. O processo de secagem é uma etapa importante na cadeia produtiva de grãos, pois essa operação reduz a quantidade de água contida neles até limites considerados seguros para a armazenagem, além de prolongar o tempo de conservação destes produtos agrícolas. Com isso a simulação do processo de secagem torna-se uma etapa importante para poder se ter um controle da quantidade de umidade contida nos grãos, em conseqüência, maximizar o aproveitamento e evitar as perdas destes. Para tal, modelos físicos e matemáticos tornam-se necessários para descrever o processo de secagem. Este envolve a transferência de calor e massa acoplada em um material poroso, havendo adsorção física. Neste trabalho propõe-se um modelo matemático para descrever a transferência de calor e massa no processo de secagem de um grão esférico sem haver variação da geometria do mesmo. O modelo resultante é um sistema de equações diferenciais parciais parabólico para determinar a variação da temperatura e a concentração d'água no grão em função do tempo de secagem. O modelo é resolvido numericamente utilizando uma combinação do método de volumes finitos e do método das linhas. Finalmente, resultados ilustrativos de um caso teste sujeito a duas diferentes condições de secagem são apresentados.

Palavras-chave: secagem; grãos; transferência de calor e massa; adsorção.

1. NOMENCLATURA

| | | | |
|----------------|---|------------------------|---------------------------------------|
| Bi | Número Biot | \mathcal{V} | Volume |
| c | Calor Específico | \dot{W} | Taxa de Trabalho |
| \mathcal{D} | Difusividade Mássica | W | concentração d'água na fase adsorvida |
| Fi | Número de Fick | Y | concentração d'água na fase gasosa |
| Fo | Número de Fourier | Símbolos Gregos | |
| h | Coefficiente de Transferência de Convectiva | α | Difusividade Térmica |
| i | Entalpia | ρ | Massa Específica |
| i_{sor} | calor de adsorção | τ | Tortuosidade |
| \mathbf{j}'' | Vetor Fluxo de Massa | ϵ | Porosidade |
| k | Condutividade Térmica | ϕ | Umidade Relativa do Ar |
| K | Energia Cinética | Subscritos | |
| Le | Número de Lewis | s | Sólido |
| m | Massa | p | Partícula Porosa |
| \dot{m} | Vazão em Massa | a | Ar Seco |
| \hat{n} | Vetor Normal | v | Vapor d'água |
| p | Pressão | g | Fase gasosa |
| \mathbf{q}'' | Vetor Fluxo de Calor | l | Fase adsorvida |
| \dot{Q} | Taxa de Transferência de Calor | n | Normal |
| r | Raio | t | Tangencial |
| R | Constante de Gás Ideal | e | Efetiva |
| t | Tempo | m | Massa |
| T | Temperatura | δ | Poros Fechados |
| u | Energia Interna Específica | π | Poros Ativos |
| U | Energia Interna | ∞ | Condições do ar |

2. INTRODUÇÃO

A produção de alimentos com alto teor de água requer cuidados em relação ao processo de secagem. Está é uma das operações de maior importância no processamento industrial de alimentos, pois uma secagem adequada mantém a qualidade e prolonga o tempo de conservação dos alimentos. Os alimentos são constituídos de células de estruturas fibrosas e conservam água no interior de pequenos poros internos. Dentro destas estruturas, encontram-se zonas com altas concentrações de umidade e outras com baixa concentração, além de cavidades que facilitam a formação e movimento de vapor de água no interior do alimento. O movimento da água no interior dos alimentos é lento, ocorrendo principalmente por difusão. Com isso, a estrutura de alimentos é comumente tratada como agregados de partículas sólidas, separadas por interstícios, os quais se encontram total ou parcialmente contidos com água.

Diante da importância do processo de secagem de alimentos, investigações foram realizadas e diversos trabalhos podem ser encontrados na literatura, tanto de natureza experimental quanto teórica. Pavón-Melendez *et al.* (2002) analisaram a transferência de calor e massa no processo de secagem de alimentos, mostrando alguns parâmetros adimensionais relevantes no processo de secagem. Outras pesquisas têm estudado o fenômeno de transferência de calor e massa descrevendo matematicamente o processo com equações diferenciais parciais que não tem solução analítica. Para a solução desses modelos são utilizadas simplificações, negligenciando a transferência de calor para descrever o processo de secagem (Karathanos *et al.*, 1990; Chávez *et al.*, 1995; Zogzas e Maurolis, 1996). Thorvaldsson e Janestad (1999), analisaram a secagem de alimentos de estrutura porosa considerando que há evaporação de água em toda a superfície exposta. Eles constataram que, devido à alta porosidade interna do produto, ocorre uma geração de vapor no interior do alimento que não é desprezível, portanto, a formação deste vapor deve ser considerada ao formular as equações de transferência de calor e massa. Além dos estudos anteriormente mencionados, existem diversos outros trabalhos que estudam o processo de secagem de alimentos. Entre eles devem ser mencionados (Husain *et al.*, 1972; Balaban e Pigott, 1988; Sakai e Hayakawa, 1993; Mulet, 1994; Maurolis *et al.*, 1995; Ratti e Crapiste, 1995; Wang e Brennan, 1995).

A importância industrial do problema de secagem de alimentos é uma forte justificativa para o desenvolvimento de modelos e soluções computacionais que simulem, de maneira adequada, o processo de secagem. O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático para descrever os processos de transferência de calor e massa que ocorrem durante a secagem de um grão, tratando este como um meio poroso higroscópico. Além do modelo matemático, parâmetros adimensionais relevantes serão introduzidos, e uma solução numérica para um caso teste será implementada. Finalmente diferentes casos de secagem serão analisados.

Com o desenvolvimento deste trabalho poderá então ser visualizada a variação da concentração do teor de água em diferentes regiões no interior do grão e a variação da temperatura. Estes parâmetros são fundamentais para controlar a qualidade do alimento após o processo de secagem, reduzindo a possibilidade de formação de trincas e a aceleração do metabolismo.

3. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

As hipóteses simplificadoras utilizadas no desenvolvimento do modelo aqui proposto são: 1. Os efeitos da radiação são desprezíveis, devido à presença de baixas temperaturas; 2. Nenhuma reação química ocorre, nem existem quaisquer fontes de energia dentro do sistema; 3. Os efeitos da força da gravidade são desprezíveis; 4. O escoamento no leito poroso (entre partículas) é incompressível e a dissipação viscosa é desprezada; 5. Todos os fenômenos de adsorção são termodinamicamente reversíveis; 6. Os componentes gasosos da mistura de fluidos são tratados como gases ideais com termo constante nas propriedades físicas; 7. A concentração de ar seco na mistura se mantém constante; 8. O calor específico e a condutividade térmica do adsorvente seco e da água são assumidos constantes. 9. As misturas de gases são soluções diluídas; 10. As partículas são consideradas homogêneas e isotrópicas; 11. O equilíbrio termodinâmico existe em qualquer ponto entre a água na fase gasosa e na fase adsorvida; 12. Não há nenhuma influência explícita da transferência através dos efeitos de *Soret* ou *Dufor* (Bear, 1988).

3.1 Volumes, Porosidades e Concentrações

O problema de remoção de umidade em um grão envolve o transporte de calor e de massa. O volume \mathcal{V} pode ser subdividido, de uma forma geral, em

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_s + \mathcal{V}_\delta + \mathcal{V}_\pi = \mathcal{V}_p, \quad (1)$$

onde \mathcal{V}_π é o volume vazio total utilizável. Os poros fechados não contribuem para transferência de massa e conseqüentemente o volume efetivamente útil se exclui \mathcal{V}_δ . A Figura 1 ilustra os volumes descritos anteriormente.

Assumindo que os espaços vazios são uniformemente distribuídos, a porosidade de uma partícula é definida, como:

$$\epsilon_p = \frac{\mathcal{V}_\pi}{\mathcal{V}_p}, \quad (2)$$

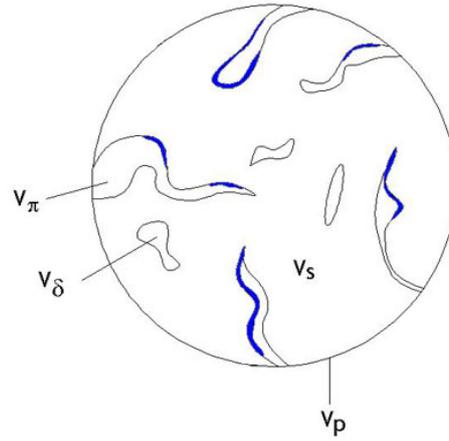


Figura 1. Estrutura do grão

Assumindo que a massa do sólido é uniformemente distribuída dentro do meio, a massa específica do sólido, que abrange o volume de pequenos espaços vazios num sólido e os poros fechados, é definida como:

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s + V_\delta}, \quad (3)$$

A massa específica de uma partícula pode ser definida como:

$$\rho_p = \frac{m_s}{V_p} = \rho_s (1 - \epsilon_p). \quad (4)$$

A concentração da fase gasosa é escrita em termos de espaços vazios excluindo os poros fechados. Considerando que a concentração da fase adsorvida é definida em termos do volume da partícula, tem-se:

$$\rho_g = \frac{dm_g}{dV_g}, \quad \rho_l = \frac{dm_l}{dV_p}, \quad (5)$$

onde quantidades infinitesimais são consideradas acima. A fase gasosa é composta do ar seco e vapor d'água, de tal forma que pode ser escrita:

$$\rho_g = \rho_a + \rho_v, \quad \text{onde} \quad \rho_a = \frac{dm_a}{dV_g}, \quad \rho_v = \frac{dm_v}{dV_g}, \quad (6)$$

3.2 Balanço de Massa para uma Partícula

Considerando que a concentração do ar seco permanece inalterada, o balanço geral de massa para o vapor d'água é escrito para um volume de controle fixo envolvendo uma partícula:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}, \quad (7)$$

Considerando que a concentração de massa na fase gasosa é expressa em termos de volume de poros e que a concentração da fase líquida é representada em termos de volume total da partícula, a massa total de água armazenada em uma partícula é dada por:

$$m = \int_{V_\pi} \rho_v dV + \int_{V_p} \rho_l dV = \int_{V_p} (\epsilon_p \rho_v + \rho_l) dV. \quad (8)$$

A vazão em massa líquida para dentro de uma partícula é expressa por:

$$\dot{m} = - \int_{S_p} (\mathbf{j}_v'' + \mathbf{j}_l'') \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = - \int_{V_p} (\nabla \cdot \mathbf{j}_v'' + \nabla \cdot \mathbf{j}_l'') dV, \quad (9)$$

Finalmente, simplificando, a seguinte equação é obtida:

$$\epsilon_p \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l}{\partial t} = - \nabla \cdot \mathbf{j}_v'' - \nabla \cdot \mathbf{j}_l''. \quad (10)$$

3.3 Balanço de Energia para uma Partícula

De maneira geral, o balanço de energia é escrito em termos de um volume de controle fixo envolvendo uma partícula:

$$\frac{dU}{dt} + \frac{dK}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}_v + \dot{W}_n + \dot{W}_t + \dot{U} + \dot{K}, \quad (11)$$

onde a taxa de trabalho realizado no volume de controle é subdividida em trabalho de forças volumétricas (ou corpo) e trabalho de forças de superfície (normal e tangencial) denotados por \dot{W}_v , \dot{W}_n e \dot{W}_t , respectivamente. Supondo que o aquecimento devido ao atrito no fluido é desprezível e que o efeito combinado da variação de energia cinética e potencial¹ são desprezíveis, resultando em:

$$\dot{W}_t \approx 0, \quad \frac{dK}{dt} - \dot{K} - \dot{W}_v \approx 0. \quad (12)$$

As quantidades remanescentes na equação (11) podem ser escritas como:

$$\dot{Q} = - \int_{S_p} \mathbf{q}'' \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dA = - \int_{V_p} \nabla \cdot \mathbf{q}'' \, dV, \quad (13)$$

$$U = \int_{V_p} (\epsilon_p (u_a \rho_a + u_v \rho_v) + u_l \rho_l + u_s \rho_p) \, dV, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{I} = \dot{U} + \dot{W}_n &= - \int_{S_p} (i_a \mathbf{j}''_a + i_v \mathbf{j}''_v + i_l \mathbf{j}''_l) \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dA = \\ &= - \int_{V_p} [\nabla \cdot (i_a \mathbf{j}''_a) + \nabla \cdot (i_v \mathbf{j}''_v) + \nabla \cdot (i_l \mathbf{j}''_l)] \, dV, \end{aligned} \quad (15)$$

Substituindo na equação (11) e simplificando:

$$\rho_e c_e \frac{\partial}{\partial t} (u_a \rho_a + u_v \rho_v) + \frac{\partial}{\partial t} (u_l \rho_l) + \frac{\partial}{\partial t} (u_s \rho_p) + \nabla \cdot \mathbf{q}'' = -\nabla \cdot (i_v \mathbf{j}''_v) - \nabla \cdot (i_l \mathbf{j}''_l). \quad (16)$$

onde o fato de que não há movimento de ar seco dentro de uma partícula foi considerado. Então, empregando as relações termodinâmicas e assumindo a variação da pressão desprezível, o balanço de energia pode ser simplificado, resultando em:

$$\rho_e c_e \frac{\partial T}{\partial t} + (c_{p_v} \mathbf{j}''_v + c_l \mathbf{j}''_l) \cdot (\nabla T) = -\nabla \cdot \mathbf{q}'' + i_{sor} \dot{g}'''_{sor}, \quad (17)$$

onde $\rho_e c_e$ é a *capacidade térmica efetiva*, \dot{g}'''_{sor} é a *taxa de adsorção* e i_{sor} que é o *calor diferencial de adsorção*, definidos como:

$$\rho_e c_e = (\rho_p c_s + \rho_l c_l) + \epsilon_p (\rho_a c_{p_a} + \rho_v c_{p_v}), \quad (18)$$

$$\dot{g}'''_{sor} = \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}''_l, \quad (19)$$

$$i_{sor} = i_v - i_l. \quad (20)$$

Uma última simplificação leva em conta o fato de que, dentro das partículas, o fluxo de massa é devido à difusão somente. Assim, os termos de transporte advectivo associados a esses fluxos de massa são relativamente pequenos e conseqüentemente considerados insignificantes, levando à seguinte forma:

$$\rho_e c_e \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}'' + i_{sor} \dot{g}'''_{sor}, \quad (21)$$

3.4 Fluxos de Calor e Massa

O fluxo de vapor na fase gasosa pode ocorrer devido à difusão molecular e/ou à difusão de Knudsen que pode ser escrito utilizando a Lei de Fick:

$$\mathbf{j}''_v = - \frac{D_g \epsilon_p}{\tau_g} \nabla \rho_v, \quad (22)$$

¹a variação da energia potencial é contabilizada pelo trabalho das forças conservativas.

onde τ_g é o fator de tortuosidade (que leva em consideração o fato de que os poros não são cilíndricos) e \mathcal{D}_g é a difusividade efetiva. O fluxo de massa na fase líquida é devido à difusão superficial e a fórmula proposta em (Gilliland *et al.*, 1974; Sladek *et al.*, 1974) pode ser empregada:

$$\mathbf{j}_l'' = -\frac{\mathcal{D}_s}{\tau_s} \nabla \rho_l, \quad \mathcal{D}_s = \mathcal{D}_0 \exp\left(-\alpha_s \frac{i_{sor}}{RT}\right), \quad (23)$$

O fluxo de calor é escrito usando a Lei de Fourier.

$$\mathbf{q}'' = -k \nabla T, \quad (24)$$

onde k é a condutividade térmica efetiva da partícula porosa.

3.5 Condições de Contorno

As condições de contorno são dadas em termos de uma única superfície externa ($r = R$):

$$(\mathbf{j}_v'' + \mathbf{j}_l'') \cdot \hat{\mathbf{n}} = \dot{m}_R'' = h_m (\rho_v - \rho_{v,\infty}), \quad (25)$$

$$(i_v \mathbf{j}_v'' + i_l \mathbf{j}_l'') \cdot \hat{\mathbf{n}} + \mathbf{q}'' \cdot \hat{\mathbf{n}} = h_h (T - T_\infty) - i_\infty \dot{m}_R'', \quad (26)$$

onde h_h é o coeficiente de transferência de calor que leva em conta a resistência convectiva na superfície externa e h_m é o coeficiente de transferência de massa por convecção. A condição de contorno de energia pode ser simplificada utilizando a condição de contorno de massa, levando a:

$$\mathbf{q}'' \cdot \hat{\mathbf{n}} = i_{sor} \mathbf{j}_l'' \cdot \hat{\mathbf{n}} + h_h (T - T_\infty) + (i_v - i_\infty) h_m (\rho_v - \rho_{v,\infty}), \quad (27)$$

onde se pode observar um termo relacionado ao aquecimento de adsorção na fronteira. Usando relações termodinâmicas, a última equação pode ser escrita como:

$$\mathbf{q}'' \cdot \hat{\mathbf{n}} = i_{sor} \mathbf{j}_l'' \cdot \hat{\mathbf{n}} + h_h^+ (T - T_\infty) \quad (28)$$

onde

$$h_h^+ = h_h + c_{p_v} \dot{m}_R'' = h_h + c_{p_v} h_m (\rho_v - \rho_{v,\infty}). \quad (29)$$

3.6 Concentrações em Base Seca

Como o problema considerado envolve misturas diluídas (pequenas concentrações de vapor), é comum expressar a massa específica em termos de concentrações em base seca. Estas são definidas como:

$$Y = \frac{\rho_v}{\rho_a}, \quad W = \frac{\rho_l}{\rho_p}. \quad (30)$$

Além das concentrações em base seca acima, é conveniente introduzir os fluxos de massa em base seca:

$$\hat{\mathbf{j}}_v'' = \frac{\mathbf{j}_v''}{\rho_a}, \quad \hat{\mathbf{j}}_l'' = \frac{\mathbf{j}_l''}{\rho_p}. \quad (31)$$

Com a introdução das concentrações e fluxos em base seca, as equações que regem o problema são simplificadas para:

$$\epsilon_p \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{\rho_p}{\rho_a} \frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \hat{\mathbf{j}}_v'' - \frac{\rho_p}{\rho_a} \nabla \cdot \hat{\mathbf{j}}_l'' \quad (32)$$

$$\rho_e c_e \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}'' + i_{sor} \dot{g}_{sor}''', \quad (33)$$

Finalmente, as condições de contorno são escritas na forma:

$$\left(\hat{\mathbf{j}}_v'' + \frac{\rho_p}{\rho_a} \hat{\mathbf{j}}_l'' \right) \cdot \hat{\mathbf{n}} = h_m (Y - Y_\infty), \quad (34)$$

$$\mathbf{q}'' \cdot \hat{\mathbf{n}} = \rho_p i_{sor} \hat{\mathbf{j}}_l'' \cdot \hat{\mathbf{n}} + h_h^+ (T - T_\infty) \quad (35)$$

onde o parâmetro h^+ é escrito na forma:

$$h_h^+ = h_h + c_{p_v} h_m \rho_a (Y - Y_\infty). \quad (36)$$

Após a introdução de concentrações em base seca, as condições iniciais para o problema são escritas em termos de concentração e temperatura:

$$Y(t=0) = Y_0, \quad T(t=0) = T_0, \quad (37)$$

4. ADIMENSIONALIZAÇÃO

A adimensionalização das equações podem ser feitas a partir das seguintes grandezas adimensionais:

$$r^* = \frac{r}{R}, \quad t^* = \frac{t}{\tau}, \quad W^* = \frac{W}{W_{\max}}, \quad Y^* = \frac{Y - Y_{\min}}{Y_{\max} - Y_{\min}}, \quad T^* = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}, \quad (38)$$

Algumas simplificações podem ser realizadas através dos parâmetros adimensionais, apresentados a seguir:

$$\Omega = \frac{W_{\max} \rho_p}{\Delta Y \rho_a}, \quad \text{Fi}_s = \frac{\mathcal{D}_s^* \tau}{R^2}, \quad \text{Fi}_g = \frac{\mathcal{D}_g^* \tau}{R^2}, \quad \text{Fo} = \frac{\alpha_e^* \tau}{R^2}, \quad (39)$$

$$i_{sor}^* = \frac{i_{sor} \Delta Y \rho_a}{\Delta T \rho_e^* c_e^*}, \quad \text{Bi}_g^m = \frac{h_m R}{\mathcal{D}_g^*}, \quad \text{Bi}_s^m = \frac{h_m R}{\mathcal{D}_s^*}, \quad \text{Bi}^h = \frac{h_h R}{k^*}, \quad (40)$$

$$\text{Le}_g = \frac{\alpha_e^*}{\mathcal{D}_g^*}, \quad \text{Le}_s = \frac{\alpha_e^*}{\mathcal{D}_s^*}, \quad C_r = \frac{c_{pv} \rho_a \Delta Y}{\rho_e^* c_e^*}, \quad \delta_g = \frac{\epsilon_p \mathcal{D}_s}{\tau \mathcal{D}_g^*}, \quad \chi = \frac{\rho_e c_e}{\rho_e^* c_e^*} \quad (41)$$

onde $\alpha_e^* = k^*/(\rho_e^* c_e^*)$.

Depois de adimensionalizadas e simplificadas as equações da massa, energia e as condições de contorno são apresentadas abaixo:

$$\epsilon_p \frac{\partial Y^*}{\partial t^*} + \Omega \frac{\partial W^*}{\partial t^*} = -\text{Fi}_g \nabla^* \cdot \mathbf{j}_v^* - \Omega \text{Fi}_s \nabla^* \cdot \mathbf{j}_l^* \quad (42)$$

$$\chi \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = -\text{Fo} \nabla^* \cdot \mathbf{q}^* + i_{sor}^* \Omega \left(\frac{\partial W^*}{\partial t^*} + \text{Fi}_s \nabla^* \cdot \mathbf{j}_l^* \right), \quad (43)$$

Condições de contorno:

$$\frac{1}{\text{Bi}_g^m} \mathbf{j}_v^* \cdot \hat{\mathbf{n}} + \frac{\Omega}{\text{Bi}_g^m} \mathbf{j}_l^* \cdot \hat{\mathbf{n}} = Y^* - Y_{\infty}^*, \quad \text{em} \quad r^* = 1, \quad (44)$$

$$\mathbf{q}^* \cdot \hat{\mathbf{n}} = i_{sor}^* \frac{\Omega}{\text{Le}_s} \mathbf{j}_l^* \cdot \hat{\mathbf{n}} + \text{Bi}^h (T^* - T_{\infty}^*) + \frac{\text{Bi}_g^m}{\text{Le}_g} C_r (T^* - T_{\infty}^*) (Y^* - Y_{\infty}^*) \quad \text{em} \quad r^* = 1, \quad (45)$$

Condições iniciais:

$$T^* = 0 \quad \text{e} \quad Y^* = 1, \quad \text{em} \quad t^* = 0 \quad (46)$$

5. CASO TESTE

Assumindo que o armazenamento na fase gasosa é pequeno, que a difusão superficial é insignificante e reconhecendo que $C_r \ll 1$, simplifica-se o modelo matemático para coordenadas esféricas:

$$\Omega \frac{\partial W^*}{\partial t^*} = \text{Fi}_g \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^{*2} \delta_g \frac{\partial Y^*}{\partial r^*} \right) \quad \text{para} \quad 0 \leq r^* \leq 1, \quad (47)$$

$$\chi \frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \text{Fo} \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^{*2} k^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + i_{sor}^* \Omega \frac{\partial W^*}{\partial t^*} \quad \text{para} \quad 0 \leq r^* \leq 1, \quad (48)$$

$$-\delta_g \frac{\partial Y^*}{\partial r^*} = \text{Bi}_g^m (Y^* - Y_{\infty}^*), \quad \text{em} \quad r^* = 1, \quad (49)$$

$$-k^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = \text{Bi}^h (T^* - T_{\infty}^*), \quad \text{em} \quad r^* = 1, \quad (50)$$

Como o domínio considerado é uma esfera maciça, ainda é necessário considerar as condições físicas abaixo:

$$|T^*(0, t^*)| < \infty, \quad |Y^*(0, t^*)| < \infty, \quad (51)$$

5.1 Solução Numérica

A solução numérica do problema teste é efetuada utilizando o Método de Volumes Finitos, no qual as equações do problema teste são discretizadas utilizando uma malha uniforme (espaçamento Δr^*) e escritas na seguinte forma geral:

$$\left(\gamma_1 \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \gamma_2 \frac{\partial Y^*}{\partial t^*} \right)_P = F_P^m(t) \quad (52)$$

$$\left(\gamma_3 \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \gamma_4 \frac{\partial Y^*}{\partial t^*} \right)_P = F_P^h(t) \quad (53)$$

válidas para $P = 1, 2, i_{\max}$. Os coeficientes γ são funções de T^* e Y^* sendo dados por:

$$\gamma_1 = \Omega \frac{\partial W^*}{\partial T^*}, \quad (54)$$

$$\gamma_2 = \Omega \frac{\partial W^*}{\partial Y^*}, \quad (55)$$

$$\gamma_3 = \chi - i_{\text{sor}}^* \Omega \frac{\partial W^*}{\partial T^*}, \quad (56)$$

$$\gamma_4 = -i_{\text{sor}}^* \Omega \frac{\partial W^*}{\partial Y^*}. \quad (57)$$

As funções F^m e F^h , as quais carregam toda informação sobre a discretização espacial, são definidas abaixo, de acordo com o valor de P . Os pontos E e W representam pontos à direita e à esquerda, respectivamente, do ponto P , de modo que $E = P + 1$ e $W = P - 1$.

- Para $i = 1$ (volume adjacente ao centro do grão):

$$F_P^m = \text{Fig} \frac{1}{(r_P^*)^2 \Delta r^*} \left(r_e^{*2} (\delta_g)_e \frac{Y_E^* - Y_P^*}{\Delta r^*} \right) \quad (58)$$

$$F_P^h = \text{Fo} \frac{1}{(r_P^*)^2 \Delta r^*} \left(r_e^{*2} (k^*)_e \frac{T_E^* - T_P^*}{\Delta r^*} \right) \quad (59)$$

- Para $1 < i < i_{\max}$ (volumes internos ao grão):

$$F_P^m = \text{Fig} \frac{1}{(r_P^*)^2 \Delta r^*} \left[\left(r_e^{*2} (\delta_g)_e \frac{Y_E^* - Y_P^*}{\Delta r^*} \right) - \left(r_w^{*2} (\delta_g)_w \frac{Y_P^* - Y_W^*}{\Delta r^*} \right) \right] \quad (60)$$

$$F_P^h = \text{Fo} \frac{1}{(r_P^*)^2 \Delta r^*} \left[\left(r_e^{*2} (k^*)_e \frac{T_E^* - T_P^*}{\Delta r^*} \right) - \left(r_w^{*2} (k^*)_w \frac{T_P^* - T_W^*}{\Delta r^*} \right) \right] \quad (61)$$

- Para $i = i_{\max}$ (volume adjacente a superfície externa do grão):

$$F_P^m = \text{Fig} \frac{1}{(r_P^*)^2 \Delta r^*} \left[-\text{Bi}_g^m r_e^{*2} (Y_E^* - Y_\infty^*) - \left(r_w^{*2} (\delta_g)_w \frac{Y_P^* - Y_W^*}{\Delta r^*} \right) \right] \quad (62)$$

$$F_P^h = \text{Fo} \frac{1}{(r_P^*)^2 \Delta r^*} \left[-\text{Bi}_g^h r_e^{*2} (T_E^* - T_\infty^*) - \left(r_w^{*2} (k^*)_w \frac{T_P^* - T_W^*}{\Delta r^*} \right) \right] \quad (63)$$

Nas equações anteriores, as quantidades avaliadas em faces de volumes (posições e e w) são calculadas fazendo-se:

$$f_e = \frac{1}{2}(f_E + f_P), \quad f_w = \frac{1}{2}(f_W + f_P). \quad (64)$$

onde f representa uma quantidade qualquer.

Uma vez que o problema foi escrito na forma discretizada dada pelas equações (52) e (53), uma metodologia alternativa de solução é utilizada. Ao invés de se utilizar os tradicionais esquemas de integração no tempo (explícitos e/ou implícitos), o sistema é resolvido através de uma rotina de integração de sistemas de EDOs. Tal rotina permite que o usuário especifique a precisão desejada na integração temporal, melhorando significativamente o controle de erro da solução final. Esta metodologia de solução é denominada como Método Numérico das Linhas (Schuesser, 1991), e sua utilização em problemas de transferência de calor e massa foi analisada em um estudo recente (Sphaier e Worek, 2008). A implementação da metodologia acima descrita foi realizada utilizando o software *Mathematica*.

5.2 Isoterma de Adsorção

O cálculo dos coeficientes γ envolve as derivadas de W^* , obtidas através de uma isoterma de adsorção. O modelo simples com uma isoterma linear é selecionado:

$$W^* = \phi, \quad (65)$$

onde ϕ é a umidade relativa do ar, dada por:

$$\phi = \frac{Y}{r_M + Y} \frac{p_{\text{atm}}}{p_{\text{vs}}(T)}, \quad (66)$$

e p_{vs} é a pressão de saturação do vapor (em Pascal), dada pela seguinte relação (ASHRAE, 2005):

$$\log(p_{vs}) = \frac{C_8}{T} + C_9 + T C_{10} + T^2 C_{11} + T^3 C_{12} + C_{13} \log(T), \quad (67)$$

e T é a temperatura absoluta, dada em Kelvin (K). A equação acima é válida para temperaturas entre 273.15K e 473.15K.

A definição de r_M é a razão entre as massas moleculares da água e do ar e o valor deste pode ser encontrado em (ASHRAE, 2005), juntamente com os valores de C_i .

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Uma vez que a solução numérica foi implementada, os resultados ilustrativos da formulação são apresentados. Neste estudo inicial, duas situações diferentes de secagem foram analisadas. A primeira (caso A) corresponde a secagem utilizando ar seco (baixa umidade absoluta) à mesma temperatura que a temperatura inicial do grão. A segunda (caso B) corresponde em utilizar ar seco e quente (resultando em uma umidade relativa ainda menor que no caso A) para a secagem. A Tabela 1 apresenta um resumo das condições iniciais utilizadas nestes casos.

Tabela 1. Condições iniciais no processo de secagem do grão

| Caso | T_{ini}^* | Y_{ini}^* | T_{∞}^* | Y_{∞}^* |
|------|-------------|-------------|----------------|----------------|
| A | 0 | 1 | 0 | 0 |
| B | 0 | 1 | 1 | 0 |

Os valores para os parâmetros adimensionais utilizados nas simulações foram: $Fo = 1$, $Bi_h = 1$, $Bi_m = 1$, $Fi_g = 1$, $\Omega = 1$, $\chi = 1$, $i_{sor} = 0$, $T_{min} = 298.15K$, $T_{max} = 348.15K$, $Y_{min} = 0$, $Y_{max} = 0.02$.

A Figura 2 apresenta perfis de temperatura e concentração na fase adsorvida dentro do grão para diferentes instantes de tempo: vermelho ($t^* = 0$), roxo ($t^* = 0.2$), azul ($t^* = 0.4$), amarelo ($t^* = 0.6$), verde ($t^* = 0.8$) e preto ($t^* = 1.0$). Neste caso, o processo de desumidificação ocorre principalmente devido a transferência de massa, ou seja, devido à diferença de umidade entre o ar dentro do grão e o ar utilizado para secagem. Os perfis de concentração na fase adsorvida mostram que a umidade é gradualmente removida do grão, iniciando-se na superfície externa ($r^* = 0$), como esperado. Pode-se observar também que para o caso simulado, o grão não foi completamente seco, pois ainda há concentração de água no grão em $t^* = 1$. Ao focar nos perfis de temperatura, observa-se um comportamento um pouco diferente. A medida que a água na fase adsorvida (líquida) dentro do grão começa a ser removida (e consequentemente transformada em vapor), calor é consumido, fazendo com que a temperatura do grão caia, como pode ser observado na Figura 2. Entretanto após passar um tempo, a temperatura volta a subir devido a troca de calor sensível com o ar de secagem (como visto nas curvas verde e preta).

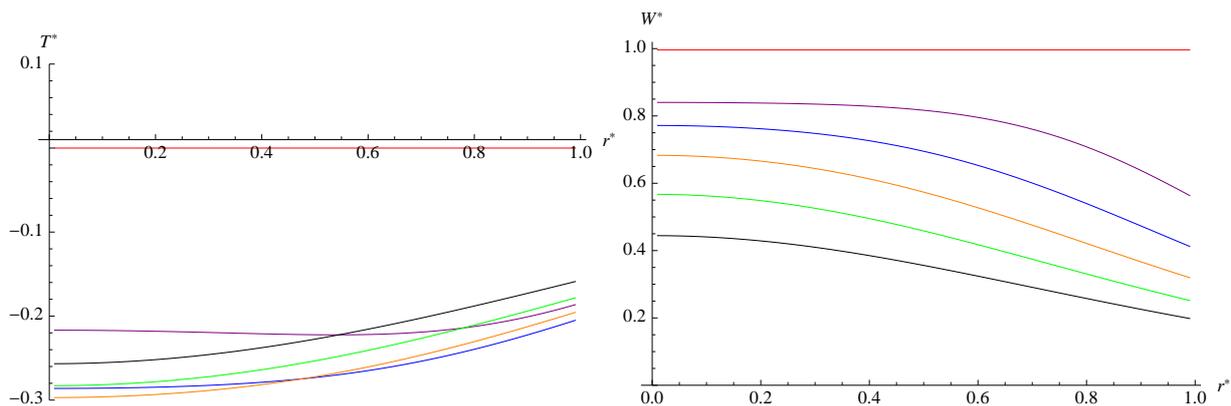


Figura 2. Distribuição de temperatura e concentração d'água dentro do grão durante a secagem, para o caso A, para diferentes tempos igualmente espaçados desde a condição inicial até $t^* = 1$.

No caso B, cujo resultado é exibido na Figura 3, além da diferença de concentração existe também uma diferença entre a temperatura do grão e do ar. Para este caso o ar de secagem aquece o grão, e este processo ocorre da superfície externa ($r^* = 1$) para o centro do grão ($r^* = 0$). Como leva um tempo para que o centro do grão comece a sentir o efeito do aquecimento, inicialmente, a região próxima ao centro é resfriada, devido ao efeito da volatilização da água, como observado no caso A. Todavia, com o passar do tempo, todo o grão sofre o efeito do aquecimento imposto na

superfície externa e a temperatura no centro começa a subir. Para tempos grandes há uma tendência do grão entrar em equilíbrio com a temperatura do ar quente de secagem. Nas curvas de concentração pode-se observar um comportamento normal durante o processo de secagem, no qual os gradientes da concentração são maiores perto do contorno ($r^* = 1$). Comparativamente pode ser observado que o processo de secagem utilizando ar quente é mais rápido do que um processo unicamente baseado em uma diferença de concentrações d'água (o caso B seca mais rápido do que o caso A).

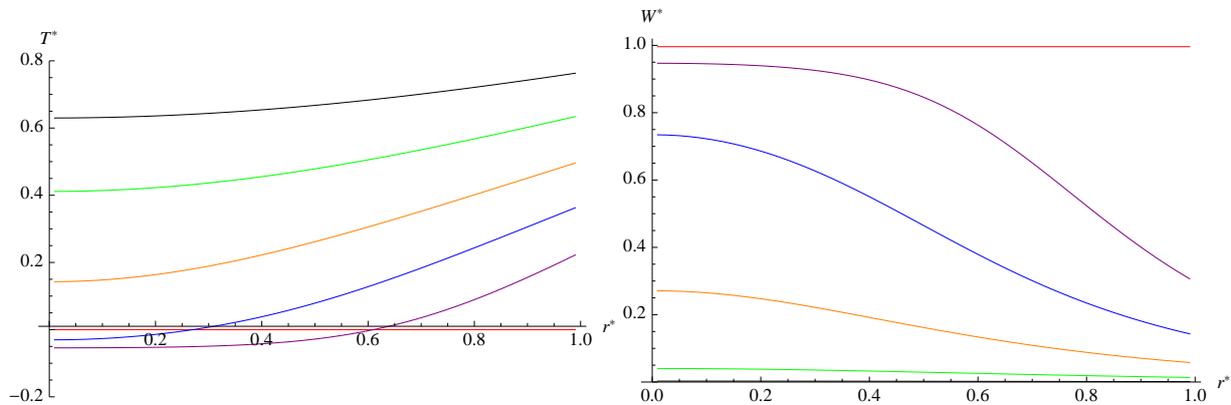


Figura 3. Distribuição de temperatura e concentração d'água dentro do grão durante a secagem, para o caso B, para diferentes tempos igualmente espaçados desde a condição inicial até $t^* = 1$.

7. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou o desenvolvimento de uma formulação matemática para a simulação de processos de secagem em grãos. Tal formulação contempla equações para transferência de calor e massa acopladas com a presença de adsorção física. As equações de transporte foram normalizadas utilizando parâmetros adimensionais relevantes em transferência de calor e massa com adsorção. Simplificações no modelo foram feitas, e um caso teste resolvido para ilustrar a utilização do modelo proposto. Como o problema resultante é não linear, uma solução numérica utilizando o Método de Volumes Finitos combinado ao Método das Linhas foi implementada. Após a implementação da solução numérica, simulações ilustrativas foram feitas, considerando duas diferentes situações de secagem: a primeira utilizando ar seco a mesma temperatura inicial do grão e a segunda considerando ar seco e quente. Como esperado a segunda situação gera uma secagem mais eficiente. Em ambos os casos, observa-se que o calor de adsorção tem o efeito de reduzir a temperatura do grão durante a secagem, o que tende a reduzir a eficiência do processo de secagem (pois fica mais difícil remover água a uma temperatura mais baixa). Todavia, no caso B o efeito da queda da temperatura no grão é menos pronunciado devido ao aquecimento provocado pelo ar quente de secagem. Como comentários finais, deve-se mencionar que este estudo ainda encontra-se em fase preliminar de desenvolvimento, e mais análises deverão ser feitas. Diferentes processos de secagem, utilizando diferentes condições e outros valores para os parâmetros adimensionais deverão ser testados, e eventualmente, um modelo que leve em consideração um conjunto de grãos será desenvolvido. Com este modelo mais completo processos de secagem mais próximos dos realizados comercialmente poderão ser simulados.

8. AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer pelo apoio financeiro recebido pela CAPES, CNPq, FAPERJ e a Universidade Federal Fluminense.

9. REFERÊNCIAS

- ASHRAE, 2005. *Fundamentals (SI)*. American Society of Heating, Refrigerating & Air-Conditioning Engineers, Atlanta, GA.
- Balaban, M. e Pigott, G.M., 1988. "Mathematical model of simultaneous heat and mass transfer in food with dimensional changes and variable transport parameters". *Journal of Food Science*, Vol. 53, No. 3, pp. 935–939.
- Bear, J., 1988. *Dynamics of fluids in porous media*. Dover, Mineola, NY.
- Chávez, C., Salgado, M.A., García, H.S., la Cruz, J.D. e García, M.A., 1995. "Modeling of drying curves for some foodstuff using a kinetic equation of high order". *Drying Technology*, Vol. 13, No. 8–9, pp. 2113–2122.
- Gilliland, E.R., Baddour, R.F., Perkinson, G. e Sladek, K.J., 1974. "Diffusion on surfaces – I: Effect of concentration on the diffusivity of physically adsorbed gases". *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 13, No. 2, pp. 95–100.

- Husain, A., Chen, C.S., Clayton, J.T. e Whitney, L.F., 1972. "Mathematical simulation of mass and heat transfer in high moisture foods". *Transaction of the ASAE*, Vol. 15, pp. 732–736.
- Karathanos, V.T., Villalobos, G. e Saravacos, G.D., 1990. "Comparison of two methods of estimation of the effective moisture diffusivity from drying data". *Journal of Food Science*, Vol. 55, No. 1, pp. 218–223.
- Maurolis, Z.B., Kiranoudis, C.T. e Marionos-Kouris, D., 1995. "Heat and mass transfer modeling in air drying of foods". *Journal of Engineering*, Vol. 26, pp. 113–130.
- Mulet, A., 1994. "Drying modeling and water diffusivity in carrots and potatoes". *Journal of Food Engineering*, Vol. 22, pp. 329–348.
- Pavón-Melendez, G., Hernández, J.A., Salgado, M.A. e García, M.A., 2002. "Dimensionless analysis of the simultaneous heat and mass transfer in food drying". *Journal of Food Engineering*, Vol. 51, pp. 347–353.
- Ratti, C. e Crapiste, G.H., 1995. "Determination of heat transfer coefficients during drying of foodstuff". *Journal of Food Process Engineering*, Vol. 18, pp. 41–53.
- Sakai, N. e Hayakawa, K.I., 1993. "Heat and moisture transfer in composite food-theoretical analysis of influence of surface conductance and component arrangement". *Journal of Food Science*, Vol. 58, No. 6, pp. 1335–1339.
- Schiesser, W.E., 1991. *The Numerical Method of Lines: integration of partial differential equations*. Academic Press, San Diego, CA.
- Sladek, K.J., Gilliland, E.R. e Baddour, R.F., 1974. "Diffusion on surfaces – II: Correlation of diffusivities of physically and chemically adsorbed species". *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 13, No. 2, pp. 100–105.
- Sphaier, L.A. e Worek, W.M., 2008. "Numerical solution and optimization of combined heat and mass diffusion in rotary regenerators". *Numerical Heat Transfer – Part A*, Vol. 53, No. 11, pp. 1133–1155.
- Thorvaldsson, K. e Janestad, H., 1999. "A model for simultaneous heat, water and vapour diffusion". *Journal of Food Engineering*, Vol. 40.
- Wang, N. e Brennan, J.G., 1995. "A mathematical model of simultaneous heat and mass transfer during drying of potato". *Journal of Food Engineering*, Vol. 24, pp. 47–60.
- Zogzas, N.P. e Maurolis, Z.B., 1996. "Effective moisture diffusivity estimation from drying data. a comparison between various methods of analysis". *Drying Technology*, Vol. 14, No. 7–8, pp. 1543–1573.

10. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

MODELING AND SIMULATION OF THE HEAT AND MASS TRANSFER IN THE PROCESS DRYING OF GRAIN

D. O. Andrade, nielleandrade@ig.com.br¹

L. A. Sphaier, lasphaier@mec.uff.br¹

¹Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria 156, bloco E, sala 216, Niterói, RJ, 24210-240, Brasil

Abstract. *The drying process is an important step in the production chain of grains, since this operation reduces the amount of water contained in them to limits considered safe for storage, and extend the shelf life of these products. Thus the simulation of the drying process becomes an important step in order to have control of the amount of moisture contained in the grains, and, consequently, maximize recovery and prevent these losses. To this end, physical and mathematical models becomes necessary to describe the drying process. This involves the transfer of heat and mass engaged in a porous material, with physical adsorption. This paper proposes a mathematical model to describe the transfer of heat and mass in the drying process of a spherical grain with no change in the geometry of it. The resulting model is a system of parabolic partial differential equations to determine the temperature and concentration of water in the grain as a function of drying time. The model is solved numerically using a combination of the finite volumes method and the numerical method of lines. Finally, illustrative results of a test case subjected to two different drying conditions are presented.*

Keywords: *drying; grains; heat and mass transfer; adsorption*