

ABCM

COBEM 75

ANAIS

III Congresso Brasileiro
de Engenharia Mecânica

Volume A

Rio de Janeiro, RJ

9 - 11 de Dezembro 1973



PROCEEDINGS ANAIS DO
III CONGRESSO BRASILEIRO
DE ENGENHARIA MECANICA



COBem 75



ABCM • COPPE • CAPES



RIO DE JANEIRO 9/10/11 de dezembro de 1975



• VOLUME • A •



COMISSÃO ORGANIZADORA

ORGANIZING COMMITTEE

Presidente:

Prof. Luiz Bevilacqua
COPPE/UFRJ

Vice-Presidentes:

Prof. Sidney Stuckenbruck
PUC/RJ
Prof. Alcyr F. Orlando
UNICAMP

Secretário:

Prof. Solly A. Segenreilch
COPPE/UFRJ

Editor-Chefe:

Prof. W. M. Mansour
COPPE/UFRJ

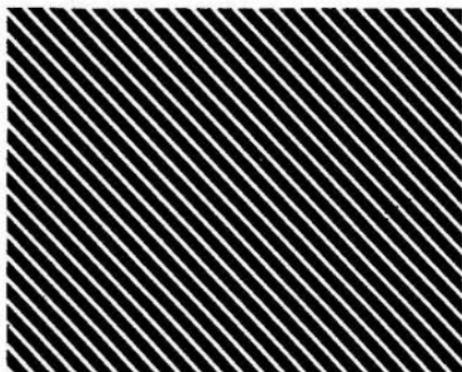
Conselho Editorial:

Dr. Arthur P. Ripper Neto
CEPEL
Prof. Decio Zagottis
USP
Dr. Djalma R. Teixeira F.^o
PROMON ENGENHARIA S. A.
Prof. Hans I. Weber
UNICAMP
Prof. Nelson Back
CT/UFSC
Prof. W. Altman
ITA/CTA

Tesoureiro:

Prof. Moyses Zindeluk
COPPE/UFRJ

A



MECANICA EXPERIMENTAL
EXPERIMENTAL MECHANICS

PROJETO DE MAQUINAS
MACHINE DESIGN

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
MATERIAL PROPERTIES

VIBRAÇÕES
VIBRATIONS



Os nossos mais sinceros agradecimentos à CAPES que apoiou substancialmente o COBEM 75, tornando possível a realização deste encontro entre os pesquisadores nacionais e estrangeiros.

BOAS-VINDAS AO COBEM 75

Em nome da comissão organizadora, tenho o prazer de estender a todos os participantes do COBEM 1975 as mais calorosas manifestações de boas vindas ao nosso Congresso, especialmente aos colegas do exterior.

Quero agradecer em primeiro lugar à Comissão Organizadora pelo seu entusiasmo e dedicação nos trabalhos de organização deste Congresso, bem como a todos os autores que contribuíram com a apresentação de seus melhores resultados de pesquisa. Quero ressaltar ainda, minha gratidão à CAPES, CNPq, e a COPPE que deram apoio financeiro para que este Congresso pudesse se realizar. Não pode ser ainda esquecido a colaboração do Centro de Tecnologia da UFRJ que gentilmente cedeu este auditório e as salas de reuniões.

Gostaria de me desculpar por terem sido recusados alguns excelentes trabalhos e por ter sido pedido a alguns autores que condensassem seus trabalhos. Estas decisões foram tomadas principalmente, por limitações nas nossas verbas para edição dos anais e pelo tempo disponível para apresentação de todos os trabalhos.

Faço votos para que todos aproveitem ao máximo as apresentações e discussões que se seguirão nas diversas sessões técnicas.

PRESIDENTE

WELCOME TO COBEM 75

On behalf of the organizing committee, I am pleased to extend a warm welcome to all participants in COBEM 75, especially to our distinguished colleagues from abroad.

My sincere thanks go to the members of the organizing committee for their enthusiasm and hard work, and to the authors and co-authors for contributing their fine research to the Congress.

I would like also to express my gratitude to CAPES, CNPq and COPPE which provided the financial assistance for this dream to come true.

I apologize for turning down some excellent research and for asking some authors to condense their work as Technical Notes. These decisions were mainly dictated by the constraints on our budget and by the limited time and space to present all the papers.

I hope that you will all have a fruitful and challenging time in the Congress.

PRESIDENT

COBEM 77

É indiscutível a necessidade de se congregar regularmente, a cada dois anos, professores, pesquisadores e engenheiros dedicados a pesquisa nos diversos centros governamentais e privados, para apresentar e discutir os resultados de suas pesquisas recentes em Engenharia Mecânica.

Esta necessidade vem se acentuando de ano para ano, como comprova a participação crescente em Congressos do tipo COBEM 75. Estas reuniões promovem a oportunidade para um intercâmbio de idéias, para se entrar em contato com cientistas do exterior e estabelecem um mecanismo para publicação e divulgação das pesquisas em andamento no Brasil, nesta área.

O lugar e a data para a realização do COBEM 77 serão decididos na Reunião da Assembléia Geral da ABCM, que se congregará no dia 11, à tarde, conforme consta na agenda do COBEM 75. Nesta ocasião, discutir-se-á também a possibilidade de marcar-se reuniões ou simpósios especializados nos anos pares, mantendo sempre o COBEM nos anos ímpares. Estas conferências serão patrocinadas por iniciativa de grupos de especialidades (mecânica dos fluidos, mecânica dos sólidos, projeto de máquinas, etc) que as considerem possíveis e oportunas para o seu progresso.

Para informação de todos os participantes brasileiros, os estatutos da ABCM estão publicados nas últimas páginas do Volume D dos anais.

Espero que todos nós possamos estar reunidos novamente no COBEM 77.

SECRETÁRIO

COBEM 77

There is a basic need in Brazil to congregate regularly every two years to discuss and present the recent achievements in research in the area of Mechanical Engineering. This need is strongly felt by the academicians in the learning institutes as well as by the colleagues conducting research in industrial and governmental centers. These congregations are FORUMS to exchange ideas, to meet distinguished researchers from abroad, and to provide a mechanism to publish the ongoing research in Brazil in that area. The place and time to hold COBEM 77 will be decided in the "General Assembly Meeting" of ABCM which will convene on the afternoon of Dec. 11, 1975 at the time and place announced in the agenda of COBEM 75. The possibility of holding "Conferences", not COBEM's, in the even-numbered years will also be discussed in that meeting. These conferences will be sponsored by specialized groups, (fluid mechanics group, machine design group, etc) who feel that such conferences are desirable and possible for their progress. For the benefit of all Brazilian participants, the constitution of ABCM is published in the last few pages of Volume D of these proceedings.

I hope to see you all again at COBEM 77.

SECRETARY

ORGANIZAÇÃO DOS ANAIIS DO COBEM 75

Os anais deste Congresso estão publicados em quatro volumes separados. O conteúdo de cada um pode ser sumarizado como se segue:

VOLUME A *contem publicações relativas a análises de tensões (teórica e experimental), sistemas dinâmicos, projeto de máquinas, propriedades mecânicas de materiais, vibrações, etc.*

VOLUME B *abrange pesquisas em mecânica dos fluidos, aerodinâmica, transferência de calor, termodinâmica, conversão de energia, etc.*

VOLUME C *compreende as áreas de usinagem, forjamento, transporte de material, sistemas de controle, bio-engenharia, etc.*

VOLUME D *é dedicado a trabalhos em mecânica clássica, mecânica não-linear, estabilidade de sistemas, otimização, método dos elementos finitos, métodos numéricos, etc.*

Foi feito todo o possível para se colocar cada trabalho no volume mais apropriado. Entretanto, não é raro encontrar-se trabalhos que estão na interface dos assuntos descritos acima. Peço a compreensão dos autores que consideram seus trabalhos impropriamente classificados.

Para facilitar a consulta, preparou-se um índice de autores. Os nomes de todos os autores e co-autores estão dispostos em ordem alfabética. Neste índice são dadas informações relativas a sua afiliação e localização do trabalho nos anais. A tabela seguinte mostra o número de autores e co-autores que contribuíram para o Congresso. Esta estatística será eventualmente de interesse dos participantes.

Finalmente, eu gostaria de estender meus sinceros agradecimentos aos meus colegas e ao corpo de consulta editorial no Brasil e no exterior que ajudaram a montar os anais na sua forma final.

EDITOR

ORGANIZATION OF THE PROCEEDINGS OF COBEM 75

The proceedings of this Congress are published in four separated volumes. The following is a brief description of the contents of each.

VOLUME A contains publications pertaining to analytical and experimental stress analysis, system dynamics, machine design, properties and strength of materials, vibrations, etc.

VOLUME B encompasses research in fluid mechanics, aerodynamics, heat transfer, thermodynamics, energy conversion, etc.

VOLUME C comprises the areas of metal cutting, metal forming, material transport, control systems, bio engineering, etc.

VOLUME D is dedicated to papers in classical mechanics, stability of systems, optimization techniques, finite element methods, numerical algorithms, etc.

Considerable effort was made to place each paper in the proper volume. However, it is not uncommon to encounter research which cuts across the imaginary boundaries given above. For this, I apologize to the authors who consider that their papers are misplaced.

For ease of reference, an "authors-index" is prepared. The names of all authors and co-authors are arranged in an alphabetical order. Information regarding their affiliation, and (paper-volume-page) numbers are all given in the "authors-index".

The table shown after gives the number of authors and co-authors who contributed papers to these proceedings. These statistics may be of interest to the participants. Finally, I would like to extend my sincere thanks to the many colleagues and to the referees in Brazil and abroad who helped shape the proceedings to its present form.

EDITOR-IN-CHIEF

UNIVERSIDADES

BRASILEIRAS

Brazilian Universities

	NÚMERO DE AUTORES E CO-AUTORES				TOTAL
	A	B	C	D	
Brasília	1	1	-	-	2
COPPE/UPRJ	10	6	4	10	30
EFEI	-	1	-	-	1
FFEUUnU	-	-	-	1	1
IME	-	1	-	-	1
ITA	1	5	1	1	8
PUC/RJ	8	3	-	-	11
UFES	-	-	1	-	1
UFRGS	-	-	-	2	2
UFSC	4	4	3	5	16
UNICAMP	6	6	8	1	21
USP/EP	-	2	3	2	7
USP/SC	2	-	7	-	9

CENTROS DE PESQUISA
BRASILEIROS

	4	4	4	3	15
--	---	---	---	---	----

NÚMERO DE TRABALHOS

	NÚMERO DE TRABALHOS				TOTAL
	A	B	C	D	
	1	1	-	-	2
	5	3	3	7	18
	-	1	-	-	1
	-	-	-	1	1
	-	1	-	-	1
	-	3	2	1	6
	4	1	-	-	5
	-	-	-	-	-
	-	-	-	1	1
	3	2	2	5	12
	5	5	4	1	15
	-	1	2	2	5
	1	-	4	-	5

	2	2	2	2	8
--	---	---	---	---	---

Nº DE TRABALHOS POR PAÍSES

Papers by Countries	AUTORES E CO-AUTORES				TOTAL
	A	B	C	D	
Brasil	36	33	31	25	125
Argentina	-	2	-	7	9
Canada	-	4	6	1	11
Chile	-	-	3	-	3
Inglaterra	1	-	-	-	1
França	1	-	-	1	2
Alemanha	-	1	-	1	2
Nigéria	-	1	-	-	1
Estados Unidos	4	6	2	3	15
Venezuela	1	-	1	1	3
Iugoslávia	-	-	2	-	2

TRABALHOS				TOTAL
A	B	C	D	
21	20	19	20	80
-	2	-	2	4
-	3	2	1	6
-	-	1	-	1
-	-	-	-	-
1	-	-	-	1
-	1	-	1	2
-	1	-	-	1
2	3	-	2	7
1	-	1	1	3
-	-	1	-	1

TOTAL DE TRABALHOS → 106

ÍNDICE DE AUTORES

AUTHORS INDEX

NÚMERO DE TRABALHO PRECEDIDO POR
T, REFERE-SE À NOTA TÉCNICA.

** REFERE-SE A PRIMEIRO AUTOR.

PAPER NUMBERS STARTING WITH THE
LETTER T REFER TO TECHNICAL NOTES.

** REFER TO FIRST AUTHOR OF PAPER.

1. Akinsete A.

Lagos, Nigeria
 paper n^o B - 6 **
 Vol. B, p 341 - 354

2. Almeida J.G.

Brasília, Brasil
 paper n^o TA - 3 **
 Vol. A, p 219 - 224

3. Almeida L.H.

UFRJ, Brasil
 paper n^o TA - 4
 Vol. A, p 225 - 230

4. Alpay S.A.

Waterloo, Canada
 paper n^o B - 4 **
 Vol. B, p 309 - 324

5. Al-Qureshi H.A.

ITA, Brasil
 paper n^o C - 9 **
 Vol. C, p 695 - 704

paper n^o TC - 3 **
 Vol. C, p 837 - 840

6. Alves D.B.

UFSC, Brasil
 paper n^o D - 17 **
 Vol. D, p 1067 - 1078

paper n^o TD - 2 **
 Vol. D, p 1099 - 1104

7. Andrade M.L.

UNICAMP, Brasil
 paper n^o TC - 5 **
 Vol. C, p 639 - 650

8. Antoniassi A.

UNICAMP, Brasil
 paper n^o D - 10 **
 Vol. D, p 983 - 992

9. Araujo N.A.

UFRJ, Brasil
 paper n^o TC - 6 **
 Vol. C, p 853 - 858

10. Arruda Alves V.F.

USP/EP, Brasil
 paper n^o B - 4
 Vol. B, p 309 - 324

11. Ateaga J.C.

UCC, Chile
 paper n^o C - 8
 Vol. C, p 679 - 694

12. Back N.

UFSC, Brasil
 paper n^o D - 15 **
 Vol. D, p 1045 - 1056

paper n^o TA - 6
 Vol. A, p 235 - 240

13. Banerjee J.K.

Los Andes, Venezuela
 paper n^o C - 2 **
 Vol. C, p 601 - 612

paper n^o D - 5 **
 Vol. D, p 919 - 930

14. Bastianon R.A.

ITN, Argentina
 paper n^o TB - 1 **
 Vol. B, p 513 - 518

- | | |
|---|---|
| 15. <u>Bastos L.E.G.</u>
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n ^o B - 9 **
Vol. B, p 383 - 394 | 25. <u>Brinati H.L.</u>
USP/EP, Brasil
paper n ^o C - 16 **
Vol. C, p 791 - 804 |
| 16. <u>Beim J.W.</u>
PUC/RJ, Brasil
paper n ^o TA - 10
Vol. A, p 255 - 260 | 26. <u>Bukumirović M.</u>
Belgrade, Yugoslavia
paper n ^o C - 12 **
Vol. C, p 731 - 746 |
| 17. <u>Bellorin N.</u>
Los Andes, Venezuela
paper n ^o A - 3 **
Vol. A, p 55 - 64 | 27. <u>Burian Y.</u>
UNICAMP, Brasil
paper n ^o C - 17 **
Vol. C, p 805 - 814 |
| 18. <u>Bernussou J.</u>
Toulouse, France
paper n ^o D - 8
Vol. D, p 953 - 968 | paper n ^o C - 18
Vol. C, p 815 - 824 |
| 19. <u>Bevilacqua L.</u>
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n ^o B - 13
Vol. B, p 435 - 448 | 28. <u>Carajilescov P.</u>
ITA, Brasil
paper n ^o B - 1 **
Vol. B, p 269 - 282 |
| paper n ^o D - 2
Vol. D, p 881 - 894 | 29. <u>Celere S.W.</u>
USP/SC, Brasil
paper n ^o TC - 4 **
Vol. C, p 841 - 846 |
| 20. <u>Blütaumüller K.</u>
Dedini, SP, Brasil
paper n ^o TA - 8 **
Vol. A, p 245 - 248 | 30. <u>Cernosek J.</u>
PUC/RJ, Brasil
paper n ^o A - 1
Vol. A, p 27 - 42 |
| 21. <u>Böer C.</u>
Carlton, Canada
paper n ^o C - 3
Vol. C, p 613 - 624 | 31. <u>Churro J.J.T.</u>
Fisher Controls, RJ, Brasil
paper n ^o TC - 6
Vol. C, p 853 - 858 |
| 22. <u>Borchers A.</u>
UCC, Chile
paper n ^o C - 8 **
Vol. C, p 679 - 694 | 32. <u>Colle S.</u>
UFSC, Brasil
paper n ^o B - 16 **
Vol. B, p 475 - 490 |
| 23. <u>Bottura C.P.</u>
UNICAMP, Brasil
paper n ^o C - 18 **
Vol. C, p 815 - 824 | paper n ^o TD - 9 **
Vol. D, p 1141 - 1146 |
| 24. <u>Brimley W.</u>
Atomic Energy, Canada
paper n ^o B - 11 **
Vol. B, p 407 - 422 | 33. <u>Correa F.P.R.</u>
CEPEL, Brasil
paper n ^o A - 9 **
Vol. A, p 123 - 132 |

34. Courtemanche R.
Sherbrooke, Canada
paper n^o C - 10
Vol. C, p 705 - 714

35. Cravalho E.G.
MIT, USA
paper n^o C - 15
Vol. C, p 775 - 790

36. Crespo da Silva M.R.M.
Cincinnati, USA
paper n^o A - 15 **
Vol. A, p 197 - 206

paper n^o TD - 3 **
Vol. D, p 1105 - 1110

37. Cupini N.L.
UNICAMP, Brasil
paper n^o C - 7
Vol. C, p 667 - 678

38. Darchis M.
CTA/IPD/PMO, Brasil
paper n^o TB - 8
Vol. B, p 555 - 560

39. Darwish F.A.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o A - 4 **
Vol. A, p 65 - 78

40. Dransfield P.
Concordia, Canada
paper n^o C - 14 **
Vol. C, p 761 - 774

41. El-Chaer C.R.
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o C - 1 **
Vol. C, p 587 - 600

42. El-Naggar M.M.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o A - 4
Vol. A, p 65 - 78

43. Espindola J.J.
UFSC, Brasil
paper n^o A - 11 **
Vol. A, p 143 - 158

44. Feijóo R.
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o D - 7
Vol. D, p 941 - 952

45. Feldman G.A.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o TB - 4
Vol. B, p 531 - 536

46. Felicio L.C.
USP/SC, Brasil
paper n^o TC - 7 **
Vol. C, p 859 - 862

47. Feng K.L.
ITA, Brasil
paper n^o TB - 2 **
Vol. B, p 519 - 524

48. Ferrante A.J.
UFRGS, Brasil
paper n^o D - 18
Vol. D, p 1079 - 1092

49. Ferreira A.C.
UFSC, Brasil
paper n^o C - 3 **
Vol. C, p 613 - 624

50. Fletcher L.S.
Virginia, USA
paper n^o A - 6
Vol. A, p 91 - 100

51. Forslund R.P.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o TB - 7
Vol. B, p 549 - 554

52. Freire J.L.F.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o TA - 1 **
Vol. A, p 207 - 212

53. Frota M.N.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o TB - 4 **
Vol. B, p 531 - 536

54. Galeão A.C.N.
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o D - 2 **
Vol. D, p 881 - 894

55. Garcia J.J.
USP/SC, Brasil
paper n^o TC - 7
Vol. C, p 859 - 862

56. Gelos R.
IMAS, Argentina
paper n^o TD - 1
Vol. D, p 1093 - 1098

57. Ghia K.N.
Cincinnati, USA
paper n^o B - 5 **
Vol. B, p 325 - 340

paper n^o TB - 3
Vol. B, p 525 - 530

58. Ghia U.
Cincinnati, USA
paper n^o B - 5
Vol. B, p 325 - 340

paper n^o TB - 3
Vol. B, p 525 - 530

59. Gielow R.
IPE/CTA, Brasil
paper n^o TB - 11
Vol. B, p 573 - 578

60. Gimeno L.
UNICAMP, Brasil
paper n^o TC - 5
Vol. C, p 847 - 852

61. Gomide H.A.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o A - 1 **
Vol. A, p 27 - 42

paper n^o TA - 1
Vol. A, p 207 - 212

62. Goz R.D.S.
UFSC, Brasil
paper n^o D - 15
Vol. D, p 1045 - 1056

63. Gumieiro D.
UNICAMP, Brasil
paper n^o TB - 5
Vol. B, p 537 - 542

64. Hagedorn P.B.
Darmstadt, Germany
paper n^o TD - 7 **
Vol. D, p 1129 - 1134

65. Halbritter A.L.
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o TD - 6 **
Vol. D, p 1123 - 1128

66. Hamed A.
Cincinnati, USA
paper n^o B - 8
Vol. B, p 367 - 382

67. Hussein M.F.
Cincinnati, USA
paper n^o B - 8 **
Vol. B, p 367 - 382

68. Iguti F.
UNICAMP, Brasil
paper n^o A - 12 **
Vol. A, p 159 - 170

69. Ismail K.A.R.
UNICAMP, Brasil
paper n^o TB - 5 **
Vol. B, p 537 - 542

70. Jullien Y.
C.N.R.S., France
paper n^o A - 10 **
Vol. A, p 133 - 142

71. Kohler H.M.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o A - 4
Vol. A, p 65 - 78

72. Konieczniak F.T.
UFSC, Brasil
paper n^o C - 6 **
Vol. C, p 651 - 666

73. Kozel J.
UFSC, Brasil
paper n^o C - 6
Vol. C, p 651 - 666

74. Krieger M.J.
ITA, Brasil
paper n^o TB - 2
Vol. B, p 519 - 524

75. Kuniyoshi S.
Metal Leve/SP, Brasil
paper n^o B - 15
Vol. B, p 465 - 474

76. Laura P.A.A.
IMAS, Argentina
paper n^o TD - 1 **
Vol. D, p 1093 - 1098

77. Lauterbach R.L.
UCC, Chile
paper n^o C - 8
Vol. C, p 679 - 694

78. Laux, G.E.C.
UFES, Brasil
paper n^o C - 5
Vol. C, p 639 - 650

79. Lauzier C.
Sherbrooke, Canada
paper n^o C - 10
Vol. C, p 705 - 714

80. Leal L.C.M.
UFSC, Brasil
paper n^o TA - 6 **
Vol. A, p 235 - 240

81. Leipholtz H.H.E.
Waterloo, Canada
paper n^o D - 1 **
Vol. D, p 871 - 880

82. Lirani J.
USP/SC, Brasil
paper n^o TC - 1 **
Vol. C, p 825 - 830

83. Liu Hsu
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o D - 8 **
Vol. D, p 953 - 968

84. Loula A.D.
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o D - 2
Vol. D, p 881 - 894

85. Luisoni L.E.
IMAS, Argentina
paper n^o TD - 1
Vol. D, p 1093 - 1098

86. Macêdo I.C.
UNICAMP, Brasil
paper n^o B - 18 **
Vol. B, p 503 - 512

paper n^o TB - 9 **
Vol. B, p 561 - 566

87. Mahrus D.
Metal Leve/SP, Brasil
paper n^o B - 15 **
Vol. B, p 465 - 474

paper n^o TB - 8 **
Vol. B, p 555 - 560

88. Maliska C.R.
UFSC, Brasil
paper n^o B - 16
Vol. B, p 475 - 490

89. Mansour W.M.
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o C - 1
Vol. C, p 587 - 600

90. Martins Ferreira S.M.
Petrobras, Brasil
paper n^o TD - 8 **
Vol. D, p 1135 - 1140

91. Massoud M.
Sherbrooke, Canada
paper n^o C - 10 **
Vol. C, p 705 - 714

92. Maurizi M.J.
UNS, Argentina
paper n^o D - 16
Vol. D, p 1057 - 1066

93. Mazurkiewicz M.
Rolla, USA
paper n^o C - 4 **
Vol. C, p 625 - 638

94. Mead D.J.
 Southampton, England
 paper n^o A - 11
 Vol. A, p 143 - 158

95. Mikhail A.G.
 Cincinnati, USA
 paper n^o B - 5
 Vol. B, p 325 - 340

paper n^o TB - 3 **
 Vol. B, p 525 - 530

96. Mira C.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper n^o D - 4 **
 Vol. D, p 905 - 918

97. Miranda P.E.V.
 UFRJ, Brasil
 paper n^o TA - 4
 Vol. A, p 225 - 230

98. Monteiro S.N.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper n^o A - 5 **
 Vol. A, p 79 - 90

paper n^o TA - 4 **
 Vol. A, p 225 - 230

99. Nakamura P.K.
 UNICAMP, Brasil
 paper n^o TA - 2
 Vol. A, p 213 - 218

100. Nicoll W.B.
 Waterloo, Canada
 paper n^o B - 10 **
 Vol. B, p 395 - 406

paper n^o B - 11
 Vol. B, p 407 - 422

101. Nobrega R.B.
 UFRJ, Brasil
 paper n^o A - 5
 Vol. A, p 79 - 90

102. Oliveira Pinto A.R.
 UNICAMP, Brasil
 paper n^o TA - 2 **
 Vol. A, p 213 - 218

103. Ong Tiong Hiap
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper n^o B - 7 **
 Vol. B, p 355 - 366

104. Orlando A.F.
 UNICAMP, Brasil
 paper n^o B - 2 **
 Vol. B, p 283 - 294

105. Oszter Z.F.
 Promon/RJ, Brasil
 paper n^o C - 11 **
 Vol. C, p 715 - 730

106. Paiva Netto J.S.
 UNICAMP, Brasil
 paper n^o TB - 10 **
 Vol. B, p 567 - 572

107. Pantelic T.
 Belgrade, Yugoslavia
 paper n^o C - 12
 Vol. C, p 731 - 746

108. Pereira Filho H.D.V.
 UFSC, Brasil
 paper n^o D - 13 **
 Vol. D, p 1019 - 1032

109. Philippi P.C.
 UFSC, Brasil
 paper n^o TB - 11 **
 Vol. B, p 573 - 578

110. Pombo J.L.
 IMAS, Argentina
 paper n^o TD - 1
 Vol. D, p 1093 - 1098

111. Porto A.A.G.
 UNICAMP, Brasil
 paper n^o B - 13
 Vol. B, p 435 - 448

112. Prates de Lima E.C.
 UFRGS, Brasil
 paper n^o D - 18 **
 Vol. D, p 1079 - 1092

113. Prates M.
UNICAMP, Brasil
paper n^o C - 7 **
Vol. C, p 667 - 678

114. Prodonoff V.
Petrobras, Brasil
paper n^o D - 6 **
Vol. D, p 931 - 940

115. Purquerio B.M.
USP/SC, Brasil
paper n^o TA - 7 **
Vol. A, p 241 - 244

paper n^o TC - 2
Vol. C, p 831 - 836

116. Raulino G.R.
Brasília, Brasil
paper n^o TB - 7 **
Vol. B, p 549 - 554

117. Reyes J.A.
CONICET, Argentina
paper n^o D - 16 **
Vol. D, p 1057 - 1066

118. Ricci J.E.R.
EFEI, MG, Brasil
paper n^o TB - 6 **
Vol. B, p 543 - 548

119. Rios Neto A.
USP/EP, Brasil
paper n^o C - 16
Vol. C, p 791 - 804

paper n^o D - 9 **
Vol. D, p 969 - 982

120. Ripper Neto A.P.
CEPEL, Brasil
paper n^o A - 9
Vol. A, p 123 - 132

paper n^o D - 3
Vol. D, p 895 - 904

121. Rizzi P.
Stanford, USA
paper n^o TA - 9
Vol. , p 249 - 254

122. Roehrle M.
Stuttgart, Germany
paper n^o B - 14 **
Vol. B, p 449 - 464

123. Rosa C.A.
UNICAMP, Brasil
paper n^o A - 2 **
Vol. A, p 43 - 54

124. Rossi R.E.
CONICET, Argentina
paper n^o D - 16
Vol. D, p 1057 - 1066

125. Ruffino R.T.
USP/SC, Brasil
paper n^o TA - 7
Vol. A, p 241 - 244

paper n^o TC - 1
Vol. C, p 825 - 830
paper n^o TC - 2
Vol. C, p 831 - 836

126. Saboya F.E.M.
ITA, Brasil
paper n^o B - 17 **
Vol. B, p 491 - 502

127. Saddy M.
COPPE/UF RJ, Brasil
paper n^o B - 9
Vol. B, p 383 - 394

128. Schmidt M.J.P.
ITA, Brasil
paper n^o TB - 2
Vol. B, p 519 - 524

129. Schultz W.
USP/SC, Brasil
paper n^o TC - 2 **
Vol. C, p 831 - 836

130. Scieszko J.L.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper nº A - 13 **
 Vol. A, p 171 - 186

paper nº B - 7
 Vol. B, p 355 - 366

131. Segenreich S.A.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper nº D - 12 **
 Vol. D, p 1005 - 1018

paper nº TA - 9 **
 Vol. A, p 249 - 254

132. Serrão J.B.E.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper nº A - 8 **
 Vol. A, p 113 - 122

133. Shoup T.E.
 Rutgers, USA
 paper nº A - 6 **
 Vol. A, p 91 - 100

134. Sielawa J.T.
 ITA, Brasil
 paper nº TD - 5 **
 Vol. D, p 1117 - 1122

135. Silva T.F.C.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper nº C - 5 **
 Vol. C, p 639 - 650

136. Silvaes O.M.
 USP/EP, Brasil
 paper nº C - 15 **
 Vol. C, p 775 - 790

137. Simão R.
 FFEUnU, MG, Brasil
 paper nº D - 3 **
 Vol. D, p 895 - 904

138. Slama J.G.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper nº A - 8
 Vol. A, p 113 - 122

paper nº TA - 3
 Vol. A, p 219 - 224

139. Strong A.B.
 Waterloo, Canada
 paper nº B - 11
 Vol. B, p 407 - 422

140. Summers D.A.
 Rolla, USA
 paper nº C - 4
 Vol. C, p 625 - 638

141. Szajnbok M.
 USP/EP, Brasil
 paper nº D - 14 **
 Vol. D, p 1033 - 1044

142. Tabakoff W.
 Cincinnati, USA
 paper nº B - 8
 Vol. B, p 367 - 382

143. Tapley B.D.
 Texas, USA
 paper nº D - 9
 Vol. D, p 969 - 982

144. Taroco E.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper nº D - 7 **
 Vol. D, p 941 - 952

145. Tavares H.
 UNICAMP, Brasil
 paper nº TC - 5
 Vol. C, p 847 - 852

146. Teixeira Filho D.R.
 Promon / Rio, Brasil
 paper nº C - 13 **
 Vol. C, p 747 - 760

147. Tenenbaum R.A.
 COPPE/UFRJ, Brasil
 paper nº B - 13 **
 Vol. B, p 435 - 448

148. Thompson C.A.
IME, Brasil
paper n^o B - 3 **
Vol. B, p 295 - 308

149. Trauer R.O.
UFSC, Brasil
paper n^o TA - 5 **
Vol. A, p 231 - 234

150. Vanderplaats G.N.
NASA, USA
paper n^o D - 11 **
Vol. D, p 993 - 1004

151. Vasconcelos H.F.
PUC/RJ, Brasil
paper n^o TA - 10 **
Vol. A, p 255 - 260

152. Venâncio Filho F.
ITA, Brasil
paper n^o A - 12
Vol. A, p 159 - 170

153. Vieira M.N.
CIA/Bahia, Brasil
paper n^o A - 14
Vol. A, p 187 - 196

154. Weber H.I.
UNICAMP, Brasil
paper n^o A - 14 **
Vol. A, p 187 - 196

paper n^o A - 7
Vol. A, p 101 - 112

155. Winton R.D.
Waterloo, Canada
paper n^o C - 14
Vol. C, p 761 - 774

156. Yamane E.
USP/EP, Brasil
paper n^o B - 12 **
Vol. B, p 423 - 434

157. Zamboni I.
UNICAMP, Brasil
paper n^o C - 17
Vol. C, p 805 - 814

158. Zamlung J.
CMSP, Brasil
paper n^o TC - 5
Vol. C, p 847 - 852

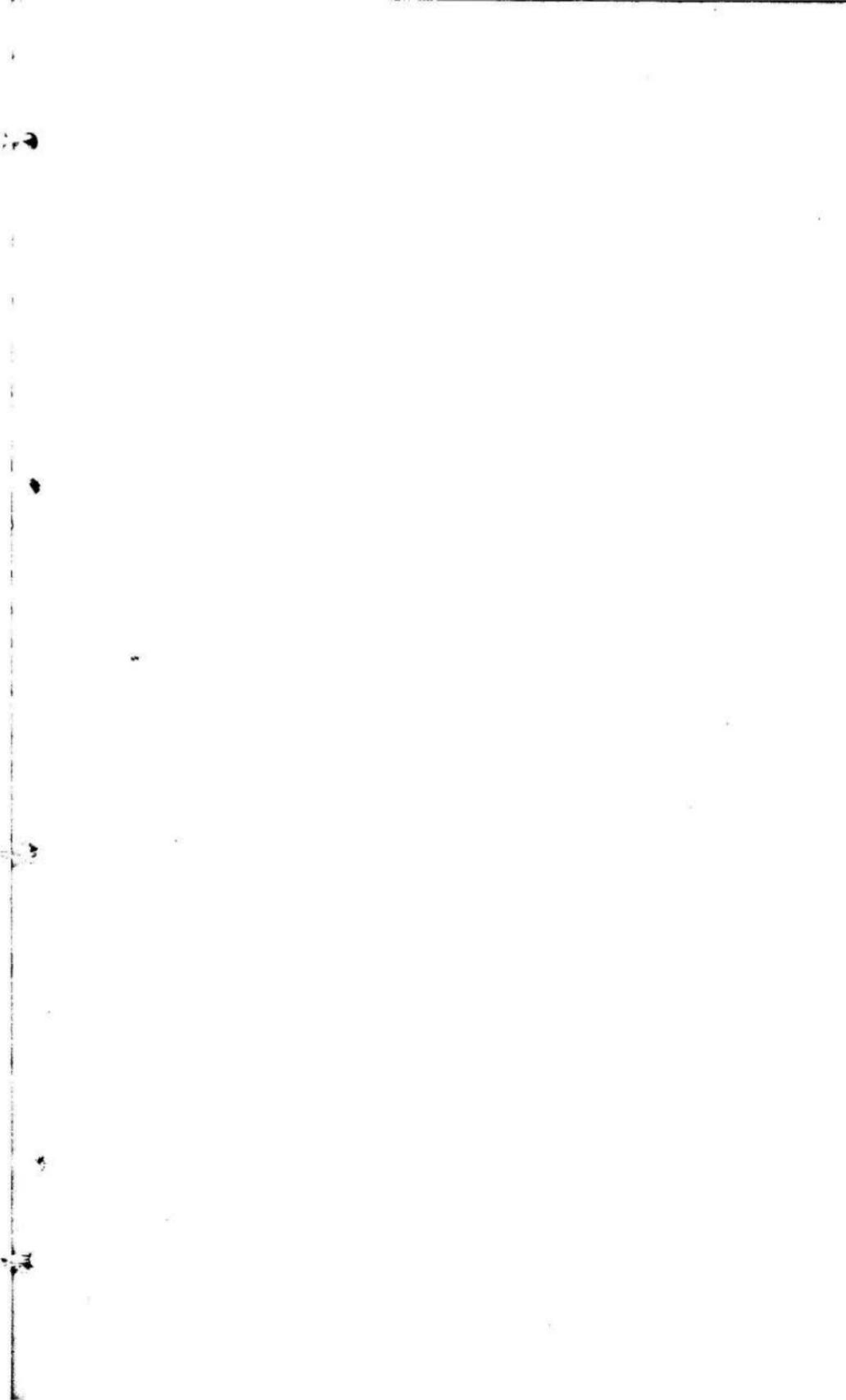
159. Zampieri D.E.
UNICAMP, Brasil
paper n^o A - 7 **
Vol. A, p 101 - 112

160. Zindeluk M.
COPPE/UFRJ, Brasil
paper n^o TD - 4 **
Vol. D, p 1111 - 1116

paper n^o A - 5
Vol. A, p 79 - 90

161. Zonenschein M.
UFRJ, Brasil
paper n^o A - 4
Vol. A, p 225 - 230

162. Zúrn H.H.
UFSC, Brasil
paper n^o B - 10
Vol. B, p 395 - 406



1. ANÁLISE EXPERIMENTAL DE TENSÕES

EXPERIMENTAL STRESS ANALYSIS

ÍNDICE

CONTENTS

VOLUME

A

- ➔ Paper A - 1, pp 27 - 42
Gomide H.A.; Cernosek J.
PUC/RJ (Brasil)
"Desenvolvimento de um Material para Fotoelasticidade Tri-Dimensional"
- ➔ Paper A - 2, pp 43 - 54
Rosa C. A.
UNICAMP (Brasil)
"Estudo da Distribuição de Tensões no Colo do Fêmur Humano Usando o Método Fotoelástico Tri-Dimensional"
- ➔ TA - 1, pp 207 - 212
Freire J.L.F.; Gomide H.A.
PUC/RJ (Brasil)
"Determinação do Fator Teórico de Concentração de Tensões em Barras e Eixos com Entalhes em U Submetidos a Esforços Combinados, Utilizando Técnicas Fotoelásticas"
- ➔ TA - 2, pp 213 - 218
Oliveira Pinto A.R.; Nakamura P.K.
UNICAMP (Brasil)
"Processo Experimental de Medida de Tensões em Trilhos Ferroviários"
- ➔ TA - 3, pp 219 - 224
Almeida J.G.; Brasília (Brasil)
Slama J.G.; COPPE/UFRJ (Brasil)
"Um Estudo sobre a Resistência a Fadiga dos Aços Submetidos a Carregamentos Combinados de Flexão Plana Flutuante com Torque Constante"

2. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

MATERIAL PROPERTIES

ÍNDICE

CONTENTS

VOLUME A

- ➔ Paper A - 3, pp 55 - 64
Bellorin N.
Los Andes (Venezuela)
"Application of J-Contour Integral to
Fracture of Mild Steel"
- ➔ Paper A - 4, pp 65 - 78
Darwish F.A.; Kohler H.M.; El-Naggar M.M.
PUC/RJ (Brasil)
"Stress Distribution in a Fiber Composite
with Plastic Deformation in the Matrix"
- ➔ Paper A - 5, pp 79 - 90
Monteiro S.N.; COPPE/UFRJ (Brasil)
Nobrega R.B.; UFRJ (Brasil)
Zindeluk M.; COPPE/UFRJ (Brasil)
"Escoamento Plástico por Propagação de Onda
Compressiva Uniaxial"
- ➔ TA - 4, pp 225 - 230
Monteiro S.N.; COPPE/UFRJ (Brasil)
Zonenschein M.; Miranda P.E.V.; Almeida L.H.
UFRJ (Brasil)
"Relaxação da Tensão Interna de Metais em
Condições de Plasticidade"

3. PROJETO DE MÁQUINAS

MACHINE DESIGN

ÍNDICE

CONTENTS

VOLUME

A

- ➔ Paper A - 6, pp 91 - 100
Shoup T.E.; Rutgers (U.S.A.)
Fletcher L.S.; Virginia (U.S.A.)
"Design and Analysis of a New Spring
Mounting Device for Vibration Isolation"
- ➔ TA - 5, pp 231 - 234
Trauer R.O.
UFSC (Brasil)
"Influência do Cisalhamento na Rigidez à
Flexão"
- ➔ TA - 6, pp 235 - 240
Leal L.C.M.; Back N.
UFSC (Brasil)
"Análise dos Mancais Radiais Hidrostáticos
da Árvore Principal de um Torno"
- ➔ TA - 7, pp 241 - 244
Purquerio B.M.; Ruffino R.T.
USP/SC (Brasil)
"Banco de Ensaio para Mancais Adiais a
Gás Avaliação de Alguns Parâmetros Geomé-
tricos"
- ➔ TA - 8, pp 245 - 248
Blutaumüller K.
Dedini (Brasil)
"Rolamento de Arame um Produto da Mecânica
Fina"

4. ACÚSTICA E VIBRAÇÕES

SOUND AND VIBRATIONS

ÍNDICE

CONTENTS

VOLUME

A

- ➔ Paper A - 7, pp 101 - 112
Zampieri D.E.; Weber H.I.
UNICAMP (Brasil)
"Otimização de Modelos de Suspensão de Veículos sobre Trilhos"
- ➔ Paper A - 8, pp 113 - 122
Serrão J.B.E.; Slama J.G.
COPPE/UFRJ (Brasil)
"Estudo por Cepstrum Ponderado de um Sistema a Eco"
- ➔ Paper A - 9, pp 123 - 132
Correa F.P.R.; Ripper Neto A.P.
CEPEL (Brasil)
"Simulação Experimental de Emissão Acústica"
- ➔ Paper A - 10, pp 133 - 142
Jullien Y.
C.N.R.S. (France)
"Dynamique des Solides Elastiques ou Visco-Elastiques Associes: Application aux Poutres et aux Plaques"

5. VIBRAÇÃO DE ESTRUTURAS

VIBRATIONS OF STRUCTURES

ÍNDICE

CONTENTS

VOLUME

A

- ✦ Paper A - 11, pp 143 - 158
 Espindola J.J.; UFSC (Brasil)
 Mead D.J.; Southampton (England)
 "A General Theory of Free Wave Propagation
 in Periodic Structures"
- ✦ Paper A - 12, pp 159 - 170
 Igutí F.; UNICAMP (Brasil)
 Venâncio Filho F.; ITA (Brasil)
 "Análise Dinâmica de Pórticos Planos"
- ✦ TA - 9, pp 249 - 254
 Segenreich S.A.; COPPE/UFRJ (Brasil)
 Rizzi P.; Stanford (U.S.A.)
 "Algumas Propriedades de Vibrações
 Longitudinais ou Torsionais de Barras
 pelo Método dos Elementos Finitos"

6. DINAMICA DE SISTEMAS

SYSTEM DYNAMICS

ÍNDICE

CONTENTS

VOLUME

A

- Paper A - 13, pp 171 - 186
 Scieszko J.L.
 COPPE/UFRJ (Brasil)
 "The Phenomenon of Loosening of Nuts Due to the Vibratory Excitation of Machine Members"
- Paper A - 14, pp 187 - 196
 Weber H.I.; UNICAMP (Brasil)
 Vieira M.N.; CIA (Brasil)
 "Estudo do Movimento de Balanço de um Sistema com Perturbação Interna"
- Paper A - 15, pp 197 - 206
 Crespo da Silva M.R.M.
 Cincinnati (U.S.A.)
 "Dynamics of Internal Combustion Engines with an Application to Optimum Gear Shifting"
- TA - 10, pp 255 - 260
 Vasconcelos H.F.; Beim J.W.
 PUC/RJ (Brasil)
 "Uma Análise Experimental do Comportamento Dinâmico de Estruturas Submetidas a Solicitações de Natureza Aleatória"



A N A I S
DO
III CONGRESSO BRASILEIRO
DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 1
P P. 27 - 42



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS
OF THE THIRD
BRAZILIAN CONGRESS
OF
MECHANICAL ENGINEERING

DESENVOLVIMENTO DE UM MATERIAL PARA

FOTOELASTICIDADE TRI-DIMENSIONAL

Henner A. GOMIDE, Professor Assistente
Jan CERNOSEK, Professor Associado
Deptº de Engenharia Mecânica
Pontifícia Universidade Católica
Rio de Janeiro, Brasil

1. Introdução

Tendo em vista o recente avanço da fotoelasticidade no Brasil, na solução de problemas em análise de tensões, fez-se necessário o estudo de um material fotoelástico com a utilização de matéria prima nacional. O emprego de material importado, acarreta elevados custos à pesquisa, além de ser pouco utilizado na solução de problemas da Engenharia.

A análise experimental desenvolvida neste trabalho, propõe estabelecer um material ideal, à base de resina epo-

xi, para aplicação em fotoelasticidade tri-dimensional usando o método de "congelamento das tensões". Este método foi desenvolvido na Alemanha há 40 anos atrás, usando Trolon como material. Hoje, esta técnica é aplicada em vários materiais. De acordo com A. Kuske, a anisotropia ótica pode ser fixada no material, por meio de um tratamento térmico especial, que não é trocada mesmo se a carga for removida. Desta forma, as tensões podem ser "congeladas" no modelo, que poderá ser cortado em fatias, para que as mesmas sejam analisadas. Cernosek e Perla [1] desenvolveram materiais fotoelásticos para análise tri-dimensional, partindo da resina epoxi CHS-110 fundida com a combinação dos endurecedores anidridos ftálico e maleico. Deste estudo foram obtidos alguns materiais com diferentes propriedades físicas, principalmente no módulo de elasticidade. Leven [2] em seu estudo, concluiu que a resina epoxi é um excelente material fotoelástico para análise tri-dimensional, em virtude do material apresentar alta sensibilidade ótica com a deformação, de poder ser fundido facilmente em grandes espessuras, e pelo fato de complicados modelos poderem ser feitos através de usinagem. Das resinas fundidas com anidrido ftálico, resultaram materiais que são apontados por ele como sendo os melhores. Leven obteve o melhor material com a araldite 6020, onde 50 partes em peso de anidrido ftálico foi utilizado.

No presente trabalho foi usada a resina epoxi como material básico, fornecida pela Ciba S/A do Brasil, tratada com diferentes partes em peso dos endurecedores anidridos ftálico e maleico. O resultado deste estudo tem como objetivo o desenvolvimento de materiais fotoelásticos, que gozam da propriedade de "congelamento das tensões", e por conseguinte, sua aplicação na análise tri-dimensional de tensões.

2. Condições Requecidas para um Bom Material Fotoelástico

Quando se usa resina epoxi na obtenção de material fotoelástico para análise tri-dimensional, algumas propriedades básicas devem ser levadas em consideração, para a esco-

lha do material ideal.

- a) Fundido em grandes espessuras - Esta propriedade implica em poder adicionar na resina os agentes endurecedores a uma temperatura suficientemente alta, permitindo o escape das bolhas que eventualmente se formarão na mistura, sem ter grande liberação de calor durante o processo de endurecimento. Em outras palavras, a mistura durante a cura, deve ter uma baixa reação exotérmica.
- b) Alta figura de mérito - A figura de mérito é definida pela relação $Q = E/K$, onde E é o módulo de elasticidade e K é o valor da franja (tensão necessária para obter uma franja por unidade de espessura). É bastante importante que a ordem de grandeza das deflexões e deformações no modelo plástico e no protótipo sejam relativamente as mesmas. Isto se consegue com uma alta figura de mérito.
- c) Baixo efeito do tempo nas faces - Este efeito é causado, na maioria das vezes, pela absorção de água nas faces do material devido a umidade do ar. Este efeito aparece, principalmente, depois de congeladas as tensões, nas fatias cortadas do modelo.
- d) Isento de manchas - O aparecimento de manchas no material é devido a um índice de refração não uniforme, provocado por tensões residuais, que altera sensivelmente o meio isotrópico. Isto acarreta sérios problemas, permitindo de outra forma, uma classificação rápida do material quanto a sua utilização.
- e) Transparência - Na seleção dos materiais para aplicações fotoelásticas em simples polariscópio de transmissão com luz visível, é sumamente importante a boa transparência desses materiais. A transparência permite uma classificação rápida do material pela simples observação.

Além destas propriedades citadas, existem outras importantes para a escolha do material, tal como: isotropia, livre de tensões iniciais, linearidade da tensão-deformação, materiais usináveis, mas que serão assumidas para a resina epoxi como possuidora desses requisitos [2].

3. Componentes Usados na Obtenção dos Materiais

A resina epoxi usada neste trabalho é um produto dis-

tribuído pela Produtos Químicos Ciba S/A do Brasil. Tem marca registrada de araldite, que são fornecidas comercialmente sob diferentes nomenclaturas relativas às suas propriedades. Assim, dois tipos de araldites, CY 175 e F-CY205, foram usadas para a obtenção dos materiais. Por outro lado, três diferentes tipos de endurecedores foram usados, na maioria das vezes combinados dois a dois. Estes componentes, têm a finalidade de desencadear na resina uma reação química envolvendo os grupos epoxi e hidroxil, provocada pelos hidrogênios ativos encontrados nos endurecedores. Dois desses endurecedores, anidrido ftálico e metilendometilene são distribuídos pela Ciba S/A, e o terceiro, anidrido maleico, distribuído pela Ucebel Produtos Químicos S/A.

4. Materiais Desenvolvidos

Dos componentes citados, foram feitas quatro combinações da mistura araldite-endurecedor, objetivando este estudo.

Araldite CY 175 + anidrido ftálico

Araldite CY 175 + anidridos ftálico e maleico

Araldite CY 205 + anidridos ftálico e metilendometilene

Araldite CY 205 + anidridos ftálico e maleico

Depois de obtidos os materiais, foram obedecidas preliminarmente certas condições, consideradas essenciais e indispensáveis na escolha do material. Desta maneira, a boa transparência e a ausência de manchas, serviram para a seleção inicial das melhores combinações. Em cada composição da mistura, foi usado 100 partes em peso da araldite e diferentes partes em peso de endurecedor ou combinação dos mesmos.

4.1. Preparação das Misturas

As misturas de araldite-endurecedor foram preparadas, tendo em vista uma sequência pré-estabelecida, baseada nos resultados obtidos por Cernosek e Perla [1].

- a) A quantidade desejada de araldite é aquecida à temperatura de 180°C , e mantida durante 1/2 hora. A finalidade é eliminar prováveis agentes voláteis contidos na resina.
- b) A araldite é resfriada à temperatura de 150°C , onde o anidrido ftálico é adicionado em estado sólido. A mistura obtida deve ser bastante agitada para assegurar sua uniformidade, pois a partir deste instante uma reação interna inicia com liberação de calor. Se apenas este endurecedor for usado para obter o material, a mistura está pronta para ser fundida, bastando para isto a escolha da temperatura de fundição que é função da quantidade de endurecedor. Em outras palavras, a temperatura de fundição, que é a temperatura em que a mistura é colocada no molde, deve ser escolhida de tal forma a evitar a precipitação do anidrido ftálico.
- c) Após resfriar a mistura araldite-anidrido ftálico à temperatura de 80°C , é adicionado o segundo endurecedor, anidrido maleico ou metilendometilene. Este endurecedor é preparado separadamente, e deverá ter a mesma temperatura da mistura. Desta forma, a mistura resultante, bastante agitada, é resfriada à temperatura de 70°C , quando então é fundida em moldes pré-aquecidos.

4.2. Cura do Material

Depois da preparação da mistura que dará origem ao material, segue-se os períodos de tratamento técnico, denominados 1º e 2º períodos de cura. No primeiro período a mistura é fundida na temperatura pré-estabelecida, e permanece nesta durante um tempo também estabelecido. Como o tempo necessário para endurecer a mistura (primeiro período) é função da temperatura, foi determinado o "gelling time" (tempo necessário para a mistura ficar gelatinosa, a uma temperatura constante) para alguns materiais. A finalidade foi definir uma melhor temperatura para o primeiro período. Entretanto, verificou-se que a temperatura funciona apenas como um catalizador. Desta forma, as limitações para a escolha da temperatura de fundição, ficam restritas aos problemas da precipitação e evaporação dos anidridos. Para a maioria

dos materiais obtidos, a temperatura de 70°C e o tempo de 48 horas, foram constatados como sendo ideais para este primeiro período de cura. Após este tempo, o material já parcialmente curado, pode ser tirado do molde na temperatura ambiente. No segundo período o material sofre o seguinte tratamento:

- Uma elevação de temperatura, a partir da temperatura ambiente, com variação de $\sim 5,5^{\circ}\text{C/h}$ (10°F/h) até a temperatura de 160°C , onde então é mantida constante durante 48 horas.
- Depois desse período, é efetuado um resfriamento lento de $\sim 1,5^{\circ}\text{C/h}$ (3°F/h) até a temperatura de 100°C , seguido de um subsequente resfriamento de $\sim 5^{\circ}\text{C/h}$ até a temperatura ambiente.

Terminados estes tratamentos, o material pode ser utilizado desde que preencha as condições requeridas para um material fotoelástico. A Figura 1 ilustra o primeiro e o segundo períodos de tratamento térmico.

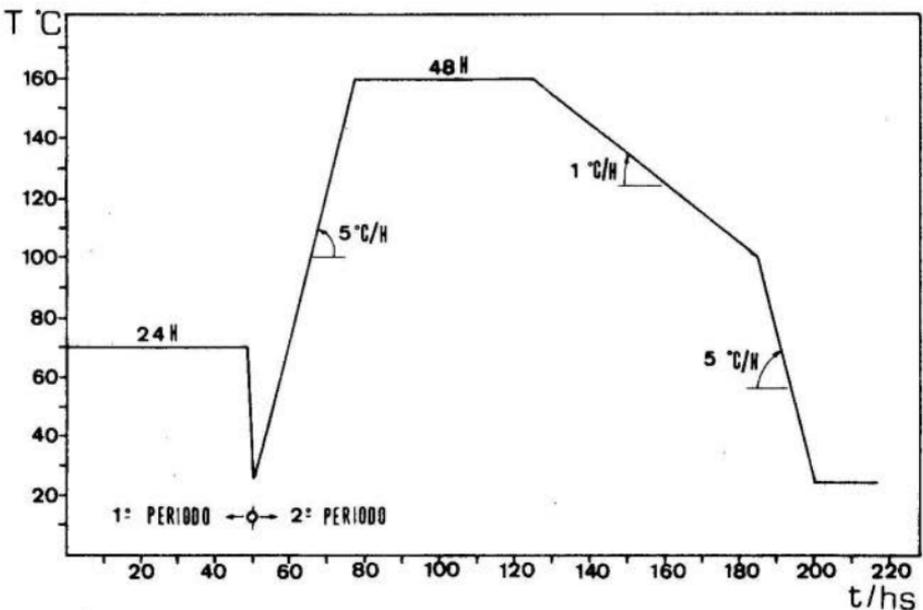


Fig. 1 - Primeiro e Segundo Períodos de Tratamento Térmico.

5. Propriedades Determinadas para Seleção dos Materiais

5.1. Temperatura Crítica e Valor da Franja

Como o objetivo desse trabalho é desenvolver material para aplicação em análise tri-dimensional, foi necessário a determinação da temperatura crítica ou temperatura de congelamento das tensões. Essa temperatura pode ser definida como sendo a temperatura acima da qual o modelo deve ser carregado, para a fixação das deformações após ser resfriado à temperatura ambiente. O método usado foi o do disco de calibração, submetido a um carregamento diametral [3, 4]. A Figura 2 mostra a típica variação do valor da franja em função da temperatura. A temperatura crítica T_C é então determinada pela intersecção das tangentes à curva na parte inferior. Da mesma forma, a temperatura T_B determinada na parte superior define o intervalo $T_C - T_B$, como sendo a zona de transição do material, na qual o material sofre grandes variações em suas propriedades físicas. É importante que a temperatura crítica seja superior a 100°C , para evitar tensões residuais devidas a usinagem, e inferiores a 200°C para tornar mais fácil o processo de congelamento.

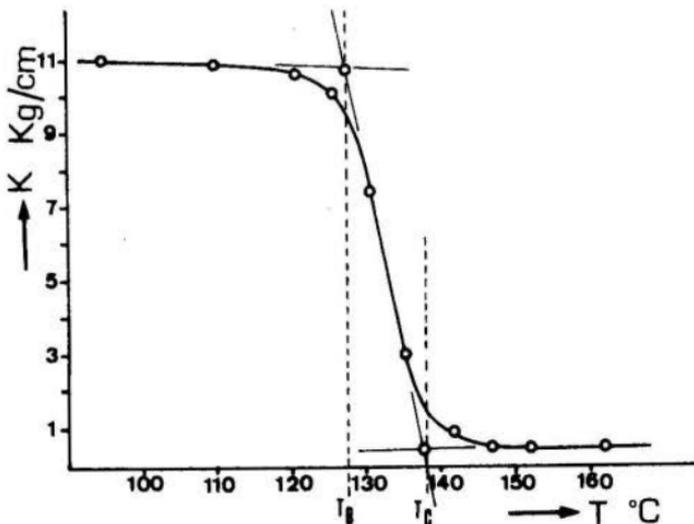


Fig. 2 - Variação do Valor da Franja com a Temperatura

5.2. Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade é importante na seleção dos materiais fotoelásticos, porque controla as distorções do modelo causadas pela aplicação de esforços. O módulo de elasticidade é determinado à temperatura crítica, pois é nesta temperatura que o material sofre as maiores deformações em virtude da mudança das propriedades físicas, assumindo valores cem vezes menor em relação ao valor medido na temperatura ambiente. O método usado para a sua determinação foi de flexão de barras [3], sendo o erro inferior a 10%.

6. Avaliação e Discussão dos Resultados

6.1. Araldite CY 175 + Anidrido Ftálico

O material obtido dessa composição, quando se usa de 20 a 50 partes em peso de anidrido ftálico com 100 partes em peso da resina, apresenta muito boa transparência, bem como, totalmente isento de manchas. Pode ser facilmente usinado, principalmente por sua temperatura crítica ser alta (superior a 200°C). Por outro lado, devido à rápida reação interna que provoca grande liberação de calor, não é aconselhável a fundição em blocos e nem à temperatura constante. As dificuldades do congelamento das tensões, por ser alta sua temperatura crítica, e da fundição em grandes espessuras, fazem com que a utilização do material fique restrita a aplicações em análise plana de tensões.

6.2. Araldite CY 175 + Anidrido Ftálico e Maleico

Em uma primeira análise dessa composição, onde se utilizou 100 PP (partes em peso) de CY 175, 25 PP de MA (anidrido maleico) e 20 PP de PA (anidrido ftálico), constatou-se que o material obtido não era portador de propriedades necessárias para ser um material fotoelástico, como a transparência. Nesta composição a reação interna se desencadeia com grande liberação de calor, dando origem a materiais totalmente escuros e sem nenhuma transparência.

6.3. Araldite CY 205 + Anidridos Ftálico e Metilendometilene

Para esta combinação de endurecedores com a araldite CY 205, verificou-se que a temperatura de fundição (para o primeiro período) proposta inicialmente, era baixa por dois motivos. O primeiro devido aos problemas com a precipitação do anidrido ftálico, e o segundo por ser o "gelling time" bastante grande. Este problema pode ser contornado usando temperaturas maiores para o primeiro período de cura, sendo a de 90°C a recomendada. Desta forma alguns materiais foram obtidos usando diferentes partes em peso dos endurecedores combinados, com a finalidade de obter maiores informações sobre suas propriedades, já que estes materiais apresentam boa transparência e praticamente isento de manchas. Para estes materiais obtidos, o módulo de elasticidade e o valor da franja foram determinados, possibilitando o cálculo da figura de mérito. Como os valores encontrados foram baixos, ocasionando grandes distorções no modelo à temperatura crítica, não foi realizada uma análise mais completa desses materiais.

6.4. Araldite CY 205 + Anidridos Ftálico e Maleico

Utilizando a araldite CY 205 e a combinação desses dois endurecedores, anidridos ftálico e maleico, pôde-se obter materiais que atendem a todos os requisitos enumerados para um bom material fotoelástico. Por outro lado, foi possível obter materiais com variações nas suas propriedades físicas, dependendo das porcentagens de endurecedores utilizados. A Figura 3 mostra as diferentes combinações usadas, com o objetivo de definir o material ideal. Cada composição pode ser descrita pela formulação CY 205 - X PA - Y MA, onde X e Y representam respectivamente, a quantidade de PA (anidrido ftálico) e MA (anidrido maleico) em gramas, por 100 grs da araldite.

Depois de obtidos todos os materiais, usando os métodos descritos, pôde-se verificar a presença de manchas como função das quantidades de endurecedores usados. Entretanto, vários materiais se apresentaram completamente sem manchas. Nenhum critério lógico ou lei de variação pode ser apresentada para explicar o fato. Pode-se, por outro lado, assegu

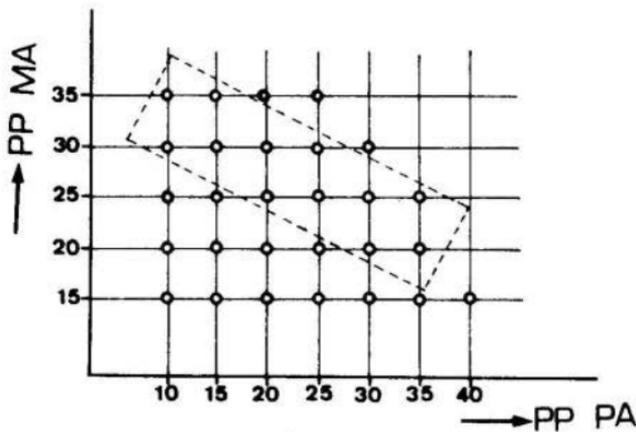


Fig. 3 - Materiais Obtidos da Composição de
100 CY 205 - X PA - Y MA

rar que a evaporação dos anidridos, principalmente do anidrido maleico, é em parte responsável por esta causa. Aconselha-se por isto, cobrir todo o modelo com borracha de silicone, após o primeiro período de cura. Esta medida, além de contribuir para eliminar as manchas, evita o aparecimento do efeito de bordo (skin effect) permitindo a obtenção e uso de complicados modelos tri-dimensionais. O contorno interno à linha tracejada da Figura 3, permite a seleção dos materiais que se apresentam totalmente sem manchas.

Para cada material obtido, foram determinados o módulo de elasticidade e a temperatura crítica, com o objetivo de selecionar o material ideal. Assim, as tabelas I e II mostram esses valores encontrados.

Tabela I - Valores da Temperatura Crítica da Composição
CY 205 - X PA - Y MA em °C

PA \ MA	10	15	20	25	30	35
30	131	145	152	145	315	*
25	115	130	138	151	148	138
20	87	106	124	138	149	147
15	67	83	95	117	133	140

Tabela II - Valores do Módulo de Elasticidade da Composição CY 205 - X PA - Y MA em Kg/cm^2

MA \ PA	10	15	20	25	30	35	40
35	470	505	470	460	*	*	*
30	505	520	565	540	460	*	*
25	390	425	440	470	445	350	*
20	260	315	310	360	440	370	*
15	140	195	215	255	320	420	350

Estes resultados estão mostrados na Fig. 4, em curvas de níveis de mesmo módulo de elasticidade e temperatura crítica.

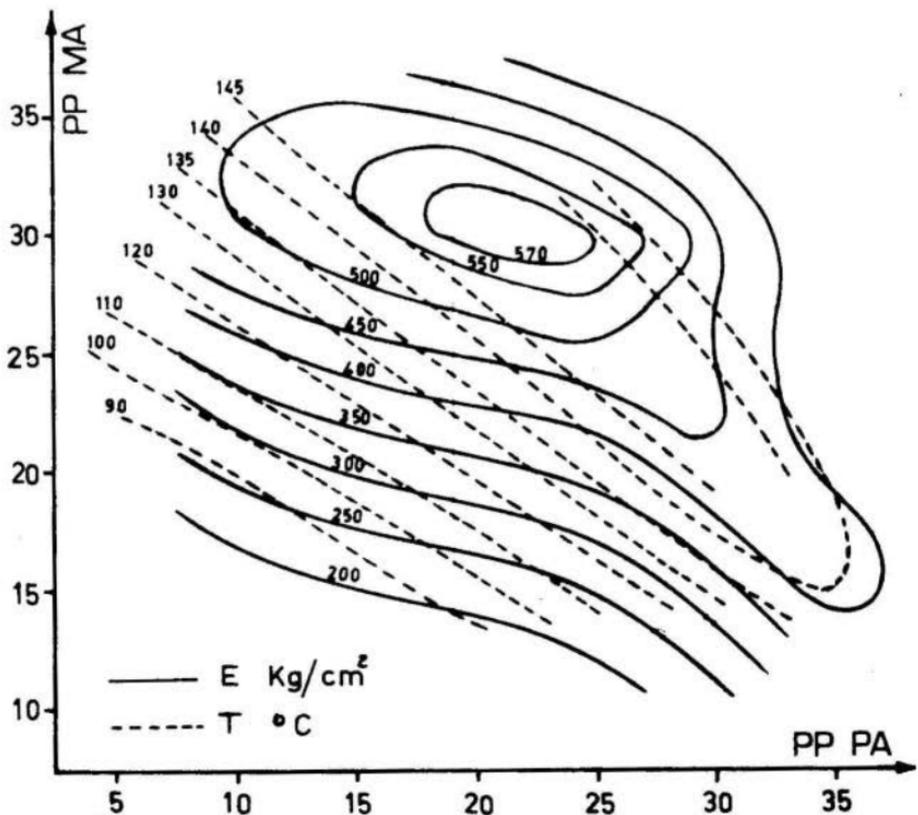


Fig. 4 - Nomograma para a Seleção do Material
CY 205 - X PA - Y MA

Fazendo uma inspeção nesses resultados experimentais mostrados na Figs. 3 e 4, pode-se definir vários materiais para utilização em fotoelasticidade tri-dimensional. O material ideal para esta composição, fica então definido com sendo o CY 205 - 20 PA - 31 MA. Este material é portador de propriedades como: usinagem, transparência, livre de manchas e fundido em grandes quantidades, além de ser o material encontrado de maior figura de mérito, como pode ser visto na Tabela III.

Tabela III - Propriedades à Temperatura Crítica do Material CY 205 - 20 PA - 31 MA

Temperatura crítica	$T_C = 155^{\circ}\text{C}$
Valor da franja	$K = 0,485 \text{ Kg/cm}$
Módulo de elasticidade	$E = 590 \text{ Kg/cm}^2$
Figura de mérito	$Q = 1.215 \text{ l/cm}$



7. Conclusão

A análise experimental das resinas, araldites CY 205 e CY 175, curados com os endurecedores anidridos ftálico, maleico e metilendometilene, permitiram estabelecer neste trabalho as seguintes conclusões:

- a) A araldite CY 175 curada com anidrido ftálico, apresenta excelentes propriedades como material fotoelástico para análise plana de tensões, exibindo boa transparência, boa sensibilidade ótica, além de ser isento de manchas e de fácil obtenção.
- b) Da utilização da araldite CY 175 tratada com a combinação dos endurecedores anidridos ftálico e maleico, resultou materiais que, pelo método de obtenção usado neste trabalho, não apresentou nenhuma condição para serem usados como materiais fotoelásticos.
- c) Da utilização da araldite CY 205 curada com a combinação dos anidridos ftálico e metilendometilene, em diferentes porcentagens em peso, foi possível obter materiais que atendessem a quase todos os requisitos de um bom material. A baixa figura de mérito à temperatura crítica, impede a sua utilização com sucesso em análises tri-dimensionais.
- d) Os materiais obtidos usando a araldite CY 205 curada com a combinação dos endurecedores anidridos ftálico e maleico em diferentes proporções, são apresentados como sendo os melhores. A investigação experimental mostrou que os melhores materiais são obtidos quando se usa aproximadamente 50 partes em peso da combinação dos endurecedores, em 100 partes em peso da resina. É um excelente material para fotoelasticidade tri-dimensional (método do congelamento das tensões), pois goza de todas as propriedades requeridas para esta utilização. Como pôde ser comprovado, materiais com diferentes propriedades físicas podem ser obtidos, como função das porcentagens de endurecedores usados. De outra forma, fazendo uma comparação de preços entre os materiais desenvolvidos e os importados, conclui-se que os materiais nacionais podem ser obtidos por um preço aproximadamente 4 vezes menor do que os outros.

O desenvolvimento desse material fotoelástico, permite a solução de problemas pela fotoelasticidade tri-dimensional em vários campos da engenharia, onde os mais intrincados modelos podem ser construídos e analisados. Por outro lado, o desenvolvimento e a utilização de um material nacional se faz necessário, tendo em vista a difusão desta área de pesquisa em todo país, evitando dessa forma a importação de outros similares.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior, ao Banco Nacional do Desenvolvimento Econômico e ao Conselho Nacional de Pesquisas, pela ajuda financeira recebida. Da mesma forma, agradecem ao Instituto Tecnológico da Universidade Católica pelos serviços prestados durante o desenvolvimento deste trabalho.

$ff \rightarrow$

Bibliografia

- [1] Cernosek, J. e Perla, M., "Composite Model Technique for Three-dimensional Photoelastic Stress Analysis", Proceedings of IV International Conference on Stress and Strain Analysis, Cambridge, England, April 1970.
- [2] Leven, M.M. e Sampson, R.C., "Large Epoxy Resin Castings for Three-dimensional Photoelastic Tests", Res. Rept. 60-94459-2-R3, Westinghouse Research Laboratories, 1956.
- [3] Frocht, M.M., "Photoelasticity", Vol I e II, John Wiley & Sons, Inc., 1941.
- [4] Durelli, A.J. e Riley, W.F., Introduction to Photomechanics", Prentice-Hall, Inc., 1965.

GOMIDE H.A., e CERNOSEK J.

DESENVOLVIMENTO DE UM MATERIAL PARAFOTOELASTICIDADE TRI-DIMENSIONALSumário

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um material fotoelástico, utilizando matéria prima exclusivamente brasileira, para o emprego na análise das tensões em ensaios tri-dimensionais. Foram usados dois tipos de resina epoxi, araldites CY 175 e CY 205, tratadas com os endurecedores anidridos ftálicos e metilendometilene, todos da Ciba S/A, e ainda o endurecedor anidrido maleico, produzido pela Ucebel S/A. Foram fundidos diferentes partes em peso desses componentes, e analisados os materiais obtidos com relação a suas propriedades fotoelásticas. É descrito também o método de preparação e de tratamento térmico dos materiais. Os materiais obtidos da resina CY 205 com a combinação dos endurecedores anidridos maleico e ftálico, foram encontrados como possuidores das melhores propriedades fotoelásticas. Um nomograma é traçado indicando as propriedades mecânicas, em função da combinação dos endurecedores, permitindo a determinação da melhor composição.

DEVELOPMENT OF THE MODEL MATERIAL FORTHREE-DIMENSIONAL PHOTOELASTICITYSummary

The presented work describes the development of the photoelastical material for two and three-dimensional experiments. The model material has been developed using the epoxy resin manufactured in Brazil. Two kinds of epoxy resins has been used, CY 205 and CY 175, both produced by Ciba S/A, together with the hardeners phtalic anhydrid and metilendometylen anhydrid of Ciba S/A and maleic anhydrid, manufactured by Ucebel S/A. The different mixtures of epoxy resins and hardeners have been casted into samples and investigated with respect the properties essential in photoelasticity. The method of casting and heat treatment is also described. The mixture of epoxy CY 205 with the combination of phtalic and maleic anhydrides has been found to have the best photoelastical properties. The nomogram indicating the mechanical properties as a function of combination of hardeners has been design. It can be used for determination of optimum composition.

ANAI S

DO
III CONGRESSO BRASILEIRO
DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 2
P P. 43 - 54



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
BRAZILIAN CONGRESS
OF
MECHANICAL ENGINEERING

ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NO COLO DO FEMUR

HUMANO USANDO O MÉTODO FOTOELÁSTICO TRI-DIMENSIONAL

Clovis de A. ROSA, Assistant Professor
Depto. de Materiais e Mecânica dos Sólidos
Faculdade de Engenharia de Campinas - UNICAMP
Campinas, Brasil

1. Introdução

As constantes fraturas do femur, imobilizando as pessoas acometidas deste incidente, fez com que pesquisadores voltassem suas atenções para este problema no sentido de recompor a sua forma, dan do possibilidade ao paciente de se locomover. As fraturas ocorrem com maior incidência na região do colo do femur. Vários são os tipos de sin teses utilizados na recuperação do paciente, dependendo do estado em que se encontra a fratura. Até hoje, estas próteses são aplicadas -

com base em informações estatísticas. Recentes pesquisas tem sido feitas por equipes médicas no sentido de otimizar as sínteses existentes e melhorar as condições do paciente.

John P. Paul [3] realizou vários estudos sobre os esforços atuantes no femur, sendo que um de seus trabalhos chega a calcular as tensões, utilizando os dados obtidos com extensômetros elétricos por Rydell, e sugere em comentários o método fotoelástico para obtenção das tensões.

Este trabalho visa uma primeira parte do estudo completo da distribuição de tensões no colo do femur e análise da redistribuição causada pela síntese, usando métodos fotoelásticos tri-dimensionais. Assim, nesta etapa é feita a análise de um modelo tri-dimensional do osso sem respeitar suas propriedades físicas e elásticas. Com isso, pretende-se obter as primeiras informações a esse respeito.

2. Obtenção do Modelo a Ser Analisado

Para a análise da distribuição de tensões usando o método fotoelástico, é importante a repetição exata da conformação do modelo tri-dimensional a ser analisado. O processo de usinagem de um bloco de material fotoelástico, previamente preparado, é bastante aceitável quando o modelo tem formas geométricas bem definidas e de fácil obtenção em máquinas operatrizes. Por este procedimento, é removido o material de contorno do bloco, eliminando assim o efeito de bordo (skin effect) que torna difícil a aferição dos dados na periferia do modelo. Recentes resultados mostram importantes conclusões a respeito da modelagem direta, usando técnicas especiais, evitando sobremaneira o efeito de bordo que até então, só se fazia pela remoção do material da superfície. Por esse motivo e principalmente pelo fato do modelo em estudo ter uma conformação irregular, sendo quase impraticável sua confecção por usinagem, usou-se a técnica de modelagem direta.

2.1. Construção do Molde.

Consta de duas partes principais, uma interna e outra externa bipartida, definindo a forma interna e externa do osso respectivamente.

Para a construção de todo o molde foi utilizado a metade superior do femur humano onde situa o colo, região de maior interesse de análise. Esta parte foi devidamente preparada, restituindo sua conformação externa com emprego de parafina, possibilitando uma melhor modelagem. A

seguir, foi feito um corte em um plano, chamado neste trabalho de plano meridional, que passa pelo eixo diafisário e o centro da cabeça do fêmur, o que possibilita a confecção do modelo interno. O molde externo, feito em duas metades, foi construído de borracha silicone (Dow Corning RTV-B) e revestido externamente por uma camada grossa de gesso de modo a dar-lhe rigidez. O molde interno, com o fim de reproduzir o vazio de forma irregular correspondente ao espaço ocupado pela medula óssea, foi feito recobrimdo com uma fina camada de borracha silicone as duas semi-partes do osso previamente preparado. Para dar rigidez ao molde interno, utilizou-se uma liga especial de parafina e polietileno, visando obter um melhor comportamento físico para a obtenção do modelo interno. Um sistema de fixação do conjunto foi estabelecido visando a união do molde interno e externo respeitando suas exatas posições relativas, bem como a fixação das duas metades do molde externo.

Para a confecção do modelo, foi escolhido o material indicado por Gomide [1] como sendo o portador das melhores propriedades fotoelásticas. Consta das seguintes partes em peso:

- 100 partes em peso de araldite (CY-205)
- 31 partes em peso de anidrido maleico (MA)
- 20 partes em peso de anidrido ftálico (PA)

2.2. Carregamento do Modelo

O carregamento do modelo foi feito após a preparação do modelo e os respectivos tratamentos térmicos [1] para extinguir as possíveis tensões residuais e efetuar a cura do material. O carregamento foi admitido como uma carga de compressão atuando no centro da cabeça do fêmur, simulando simplesmente a resultante dos esforços provenientes da bacia, quando uma pessoa se encontra na vertical, com a perna colocada na posição tal que o eixo diafisário fique também na vertical. Todos os outros tipos de esforços foram desprezados.

Visando a análise tri-dimensional de tensões, foi usado o método de congelamento das tensões [4].

3. Corte do Modelo em Fatia

Para a aplicação do método fotoelástico tri-dimensional, faz-se necessário retirar fatias do modelo em estudo, em planos de interesse, para serem analisadas no polariscópio. Estas fatias são idealizadas como apresentando um estado uniforme de tensões ao longo de sua espessura

ou seja, considera-se a fatia como sendo um plano retirado do interior do modelo. Como o objetivo desse trabalho é determinar a distribuição das tensões na região do colo do fêmur, foi escolhido uma plano na posição vertical que possivelmente conteria as máximas tensões atuantes. Este plano passa pelo eixo diafisário e pela direção da carga aplicada, sendo portanto o plano meridional. Uma fatia de $\sim 1,5$ mm de espessura foi cortada como mostra a Figura 1.

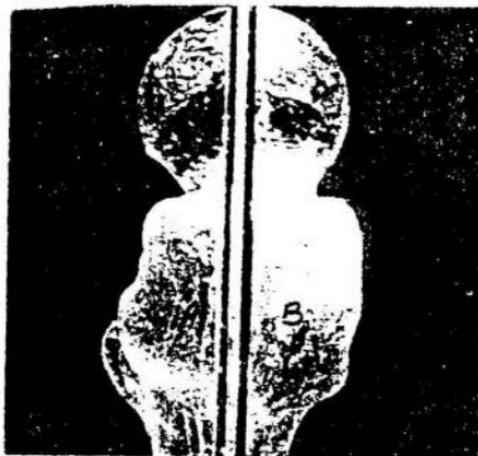


Fig. 1 - Posição da Fatia Meridional no Modelo.

Esta fatia meridional foi cortada em sub-fatias de iguais espessuras limitadas por planos paralelos entre si, mas perpendiculares ao plano da fatia meridional, situadas em posições como pode ser visto na Figura 2.

A distribuição das sub-fatias foi feita segundo uma sequência que possibilitou o corte, em regiões de maior influência das tensões. A marcação das sub-fatias foi feita com cada uma contendo em uma de suas extremidades um ponto do contorno da fatia meridional, e sendo o seu eixo sempre perpendicular à curvatura do contorno.

4. Avaliação e Separação das Tensões

Com as equações de contorno e as equações básicas da elasticidade, é possível a separação das tensões no contorno, sem a necessidade de se recorrer as equações de equilíbrio.

Para a separação destas tensões, foram utilizadas as informações colhidas segundo duas direções ortogonais pré-estabelecidas. Em cada direção são obtidos dois parâmetros fotoelásticos (isoclínica e isocromã-

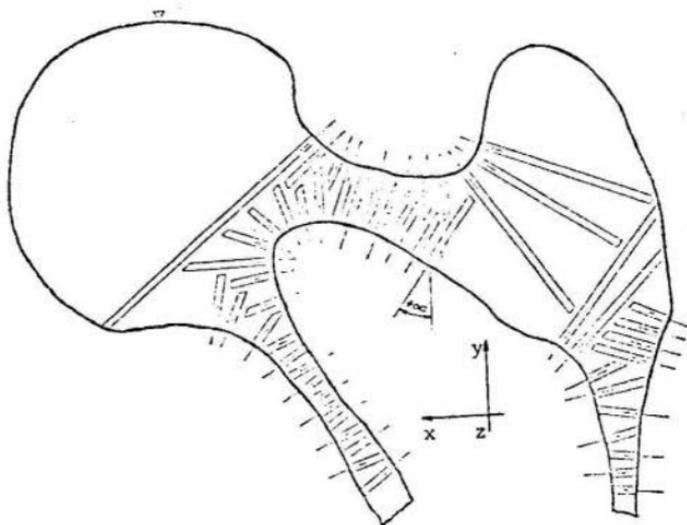


Fig. 2 - Distribuição das sub-fatias na fatia meridional.

tica) e um parâmetro geométrico. Os parâmetros geométricos são os ângulos que determinam, sobre cada ponto escolhido, a posição da normal à superfície periférica da sub-fatia correspondente, em relação a um sistema de eixos tri-ortogonais. Com a utilização de um polariscópio de projeção obtém-se em cada ponto desejado dois dados fundamentais para a separação das tensões, ou seja, o parâmetro das isoclinicas (ϕ) e o parâmetro das isocromáticas (N). Então, segundo a teoria da elasticidade e da fotoelasticidade tem-se, por exemplo, para um sistema de coordenada tri-ortogonal (x, y, z) com a luz incidindo segundo z , no plano x, y , que:

$$N_z = \frac{tz}{k} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \quad (1)$$

$$\text{tg } 2\phi_z = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2)$$

onde N_z = ordem da franja (parâmetro da isocromática)
 ϕ_z = parâmetro da isoclinica
 t_z = espessura da fatia medida segundo a direção
 k = valor da franja do material.

Os sistemas de coordenadas ortogonais (x, y, z) foi escolhido como referencial, onde o plano meridional contém os eixos x e y , sendo o eixo y paralelo ao eixo diafisário com o sentido positivo voltado para cima, e o eixo x com o sentido positivo voltado para direção da cabeça do fêmur.

Sobre cada ponto distribuído ao longo do contorno da fatia, conforme mostra Figura 2, pode-se passar um sistema de eixos auxiliares (x', y', z') , onde o eixo z' tem a mesma direção e sentido de z , e o eixo y' tem a direção da normal à linha do contorno e sentido positivo voltado para o interior da fatia. O eixo y' gira de um ângulo α em relação ao eixo y . Define-se um outro sistema auxiliar de coordenadas, (x', l, a) com uma rotação do sistema (x', y', z') em torno do eixo x' de um ângulo β , de forma que a nova direção de y' coincida com a direção l - normal à superfície de contorno. Portanto β é o ângulo entre y' e a direção l .

Com estas informações e com a condição de contorno livre, é fácil montar um sistema de equações que separa as tensões:

$$\sigma_x = K \frac{N_{x'}}{t_{x'}} \cdot \text{sen} \beta \cdot \text{sen}(\beta - 2\phi_{x'}) + K \frac{N_z}{t_z} \cdot \text{coss} \alpha \cdot \text{cos}(\alpha - 2\phi_z) \quad (3)$$

$$\sigma_y = K \frac{N_{x'}}{t_{x'}} \cdot \text{sen} \beta \cdot \text{sen}(\beta - 2\phi_{x'}) - K \frac{N_z}{t_z} \cdot \text{sena} \alpha \cdot \text{sen}(\alpha - 2\phi_z) \quad (4)$$

$$\sigma_z = -K \frac{N_{x'}}{t_{x'}} \cdot \text{cos} \beta \cdot \text{cos}(\beta - 2\phi_{x'}) \quad (5)$$

$$\tau_{xy} = 0,5 K \frac{N_z}{t_z} \cdot \text{sen} 2\phi_z \quad (6)$$

$$\tau_{yz} = 0,5 K \frac{N_{x'}}{t_{x'}} \cdot \text{sen} 2\phi_{x'} \cdot \text{coss} \alpha + 0,5 K \frac{N_z}{t_z} \cdot \frac{\text{sena} \alpha}{\text{tg} \beta} \cdot \text{sen}(\alpha - \phi_z) \quad (7)$$

$$\tau_{xz} = -0,5 K \frac{N_{x'}}{t_{x'}} \cdot \text{sen} 2\phi_{x'} \cdot \text{sena} \alpha + 0,5 K \frac{N_z}{t_z} \cdot \frac{\text{coss} \alpha}{\text{tg} \beta} \cdot \text{sen} 2(\alpha - \phi_z) \quad (8)$$

Os parâmetros $N_{x'}$, $t_{x'}$, $\phi_{x'}$, têm o mesmo significado que os anteriormente definidos, sendo que o índice x' denota a direção de propagação da luz do polariscópio.

σ_x , σ_y , σ_z são as tensões normais

τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} são as tensões cisalhantes

As equações de (3) a (8) são válidas para separar as tensões nos pontos onde o ângulo β for diferente de zero. Para os pontos onde o ângulo β tem valor igual a zero, a normal à superfície periférica se confunde com a normal à curvatura da borda da fatia no respectivo ponto. Neste caso, um pequeno cubo contendo o ponto referido é separado da sub-fatia e medido o parâmetro da isoclínica ($\phi_{y'}$) na direção y' . Então um novo sistema de equações é obtido e separa-se as tensões com:

$$\sigma_x = K \frac{N_z}{t_z} \cdot \cos^2 \alpha \quad (9)$$

$$\sigma_y = K \frac{N_z}{t_z} \cdot \sen^2 \alpha \quad (10)$$

$$\sigma_z = -K \frac{N_{x'}}{t_{x'}} \quad (11)$$

$$\tau_{xy} = 0,5 K \frac{N_z}{t_z} \cdot \sen 2\alpha \quad (12)$$

$$\tau_{xz} = 0,5 K \left(\frac{N_{x'}}{t_{x'}} + \frac{N_z}{t_z} \right) \cdot \tg 2\phi_{y'} \cdot \cos \alpha \quad (13)$$

$$\tau_{yz} = 0,5 K \left(\frac{N_{x'}}{t_{x'}} + \frac{N_z}{t_z} \right) \cdot \tg 2\phi_{y'} \cdot \sen \alpha \quad (14)$$

5. Resultados Experimentais

De posse das medidas experimentais dos parâmetros geométricos e fotoelásticos colhidos para cada ponto determinado na Figura 2, pode-se com um programa de computador separar as tensões. Estas tensões foram plotados em direção normal ao contorno da fatia, mostrados nas Figs. 3a8.

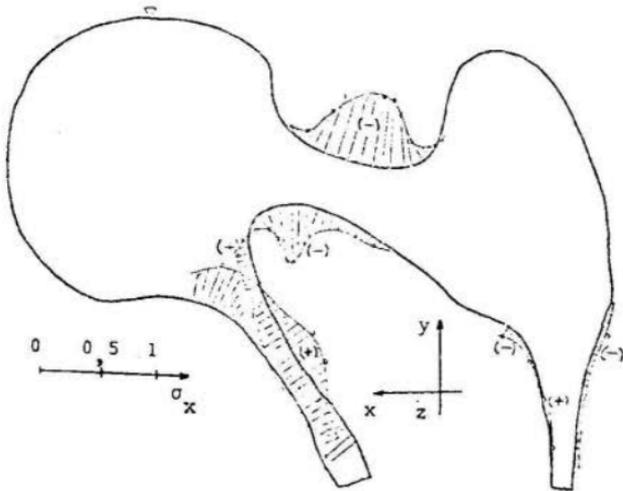


Fig. 3 - Distribuição das tensões normais na direção x , no plano meridional, para carga unitária (Kg/cm^2).

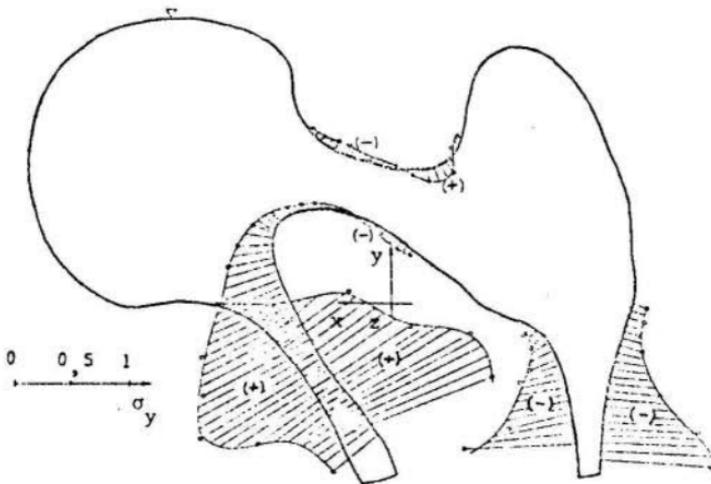


Fig. 4 - Distribuição das tensões normais na direção y , no plano meridional, para carga unitária (Kg/cm^2).

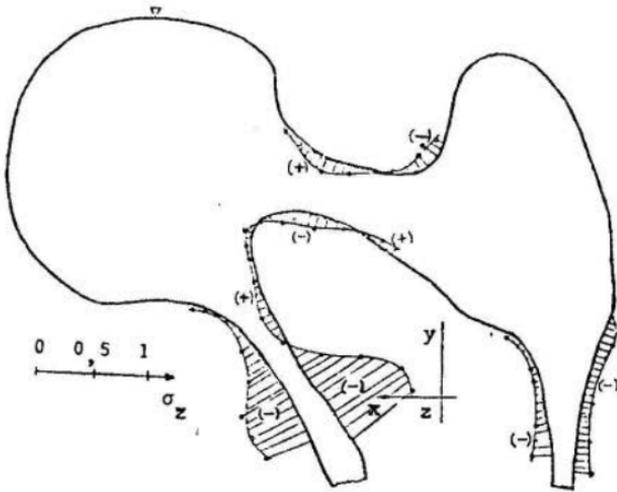


Fig. 5 - Distribuição das tensões normais na direção z , no plano meridional, para carga unitária (Kg/cm^2).

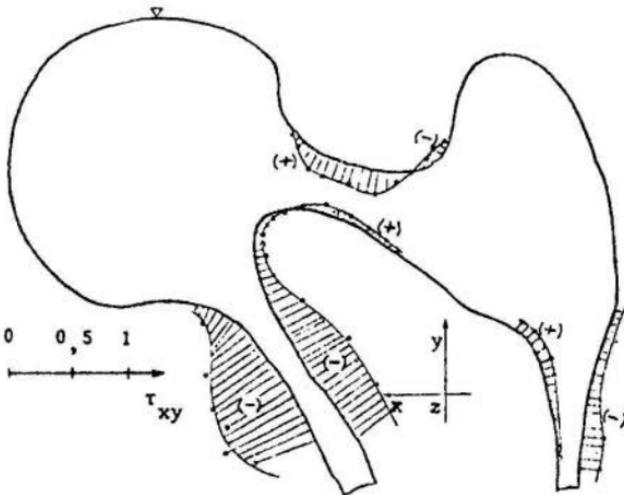


Fig. 6 - Distribuição das tensões cisalhantes no plano xy , segundo a fatia meridional, para carga unitária (Kg/cm^2).

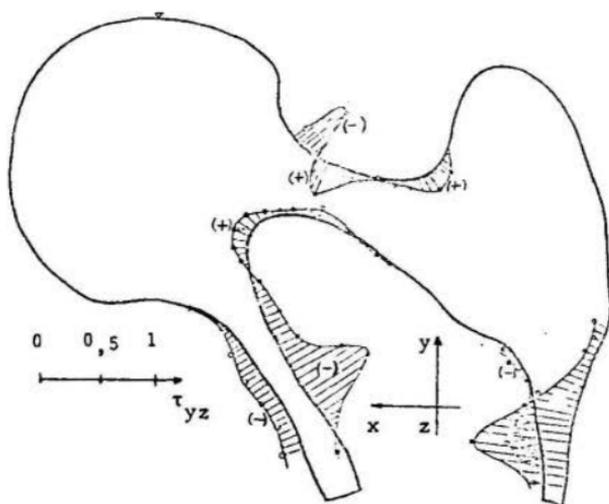


Fig. 7 - Distribuição das tensões cisalhantes no plano yz, segundo a fatia meridional, para carga unitária (Kg/cm²).

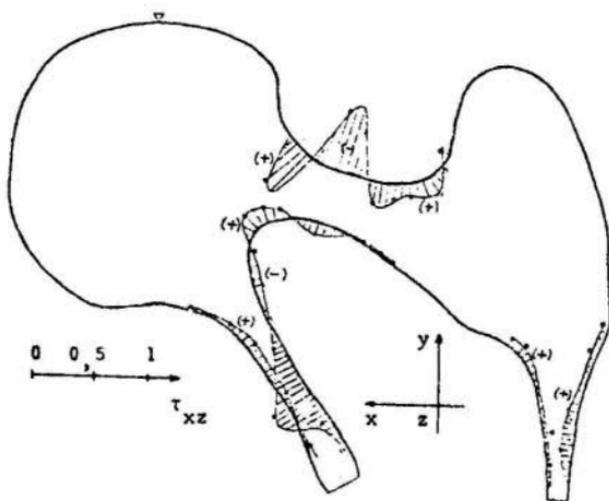


Fig. 8 - Distribuição das tensões cisalhantes no plano xz, segundo a fatia meridional, para carga unitária (Kg/cm²).

6. Conclusão

É importante notar que as escalas usadas nos gráficos das Figs. 3 a 8 são referentes a uma carga unitária aplicada como tração no ponto indicado. Isto porque o sistema de aplicação da carga utilizado para este modelo foi de tração ao invés de compressão. Visto ter considerado o material isotrópico, basta que se invertam os sinais e os resultados tornam-se válidos para uma carga unitária de compressão.

Observando os resultados obtidos nos gráficos das Figs. 3 a 8, pode-se constatar que realmente na região média do colo do femur existe um maior pronunciamento das tensões. Verifica-se também que onde há uma maior sollicitação, corresponde no osso uma região onde o material parece mais resistente, inclusive nota-se que as fibras do osso se orientam no sentido de maior sollicitação, o que assegura de certa forma uma confiabilidade nos resultados obtidos.

Esta distribuição de tensões colhidas no colo do femur humano, servirá como um referencial para comparar a redistribuição de tensão proveniente de sínteses.

Bibliografia

- [1] Gomide, H.A., "Desenvolvimento de um material para fotoelasticidade tri-dimensional", Tese de Mestrado, PUC/RJ, 1972.
- [2] Cernosek, J. e Perla, M., "Composite model technique for three-dimensional photoelastic stress analysis", Proceedings of IV International Conferenced on Stress and Strain Analysis, Cambridge, England, April 1970.
- [3] John, P.P., "Load Actions on the Human Femur in Walkings and Some Resultant Stresses", Presented at 1970 SESA Spring Meeting, Huntsville, Ala.
- [4] Frocht, M.M., "Photoelasticity", Vol. I, II, John Wiley & Sons Inc., 1965.
- [5] Rosa, C.A., "Estudo da distribuição de tensões no colo do femur humano usando o método fotoelástico tri-dimensional, Tese de Mestrado, PUC/RJ, 1973.

ROSA C.A.

ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NO COLO DO FEMURHUMANO USANDO O MÉTODO FOTOELÁSTICO TRI-DIMENSIONALSumário

Este trabalho se propõe a analisar o estado de tensões no femur humano, usando o método da fotoelasticidade tri-dimensional. O modelo de femur foi construído de um material ópticamente sensível, desprezando as propriedades não homogêneas e anisotrópicas do osso real. O modelo do femur foi carregado por uma força vertical e o estado de tensões, foi analisado na região do colo onde ocorre com frequência a fratura do osso real.

É discutido em detalhes o procedimento de confecção do modelo. O estado de tensão é determinado em um modelo sem se considerar o efeito da medula óssea.

STRESS DISTRIBUTION ANALYSE IN THE HUMAN FEMUR NECKUSING THE METHOD OF THREE-DIMENSIONAL PHOTOELASTICITYSummary

This work presents the attempt to analyse the state of stress of human femur using the method of three-dimensional photoelasticity. The model of woman's femur was made from the optically sensitive material neglecting the non-homogeneity and anisotropy of real bone. The model of femur was loaded by vertical force and the state of the stresses was analysed within area of the neck, where the fracture of real bone frequently occurs.

The special procedure of manufacturing of the model is discussed in detail. The state of the stress is determined in the hollow bone.

ANais

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 3
PP. 55 - 64



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

APPLICATION OF J-CONTOUR INTEGRAL TO

FRACTURE OF MILD STEEL

Nicolas BELLORIN, Instructor.
 Dept. of Mechanical Engineering,
 Universidad de los Andes,
 Merida, Venezuela

1. Introduction

A failure criterion which could predict fracture in cracked bodies would be a powerful engineering tool for both the avoidance of failure and the selection of a material for a given purpose.

For the limited case where small scale yielding is present, linear elastic fracture mechanics (l.e.f.m.), based on elastic analysis, provides one parameter whose singularity characterises fully the stress-strain field at the crack tip region. The strength of such singularity [1] is the stress intensity factor K and provided that the stress values do not exceed the elastic limit and certain

minimum requirements related to specimen dimensions are met [2] fracture must occur at a critical value of K i.e. K_{IC} for the plane strain condition.

Characterisation of the crack tip region without concentration of attention directly on the crack tip area would be more practical, and the path independent J integral proposed by Rice [3] provides a single parameter whose value [4] is a measure of the near tip stress-strain field.

Due to its proper path independence, this parameter allows a path taken far from the crack tip to be substituted for a path close to the damage zone.

Rice [4] has proven the path independence of J and since the path can be chosen quite far from the crack tip its value represents some measure of the near tip stress-strain field.

The advantage of such parameter over others like K or G , the strain energy release rate, is that it does not focus direct attention on the crack tip where analysis of stresses and strains are most difficult. As a result, its evaluation is easier to perform.

J must be related to energy balance considerations and it has been demonstrated by Rice that it may be interpreted as the potential energy difference between two identically loaded bodies having similar crack lengths i.e.

$$J = (dU/da)_{\Delta = \text{const.}}$$

where U is the potential energy, a the crack length and Δ the displacement. J is equal to G , the strain energy release rate or crack driving force, for the case of small scale yielding in a linear elastic case. However if plasticity is present which is the general case, J may still be interpreted as an energy comparison between two identically bodies having approximately equal crack sizes, but due to irreversibility this energy comparison cannot be related to the process of crack extension.

By the present work the writer intends to demonstrate the potentiality of the J contour integral as a characterising parameter for the prediction of fracture in mild steel.

The samples tested were made of a low strength material and

supplied as conventional Charpy specimens. The composition and mechanical properties are given in Tables 1 and 2. The experiments were carried out in three point bend tests using an Instron testing machine provided with a load-displacement recorder. The speeds used were 0.02 in/min and 1.00 in/min for the crosshead and the chart recorder respectively. Before testing, the specimens were pre-cracked to produce a crack length from 2.5 mm to 7.5 mm. The crack was made by a razor blade scratch in the V form of the Charpy specimen and then by fatigue cracking.

The objective of using different lengths of cracks was to study the effect of this parameter on J_{IC} values and correlate it with some previous findings.

Some specimens were tested after making a cut of $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}$ mm (along the width) using a small hacksaw. The purpose of this was to suppress shear lip formation which is sometimes observed as the crack reaches the free surface.

All tests were made at room temperature, -14°C using a mixture of petrol and cardice, and -75°C using cardice alone.

After the experiments the specimens tested were cooled in liquid nitrogen and broken in impact. This was carried out in order to measure: the actual crack length, the crack growth, the thickness (for the specimens with side cuts) and the uncracked ligament, and to look at the appearance of the fracture surfaces. It was also noted whether shear lips had formed during testing.

Table 1

Composition of the Test Material (per cent)

C	Si	S	P	Mn
0.17	0.13	0.041	0.026	0.83

Table 2

Principal Mechanical Properties

Young's Modulus (E) = 30×10^6 lbf/in²

Poisson's Ratio (ν) = 0.33

Ultimate Tensile Strength (σ_u) = 62 Ksi

0.2% Yield Strength (σ_{ys}) = 29 Ksi

2. Results and Comparisons

2.1 Evaluation of J from load displacement curves

Values of the J contour integral were calculated using the Begley and Landes procedure. Evaluation of the J integral was performed as follows: at a given total displacement the area under the load displacement curve was evaluated. This energy at constant displacement was normalized per unit thickness and plotted as a function of crack length as indicate Figs 1-3.

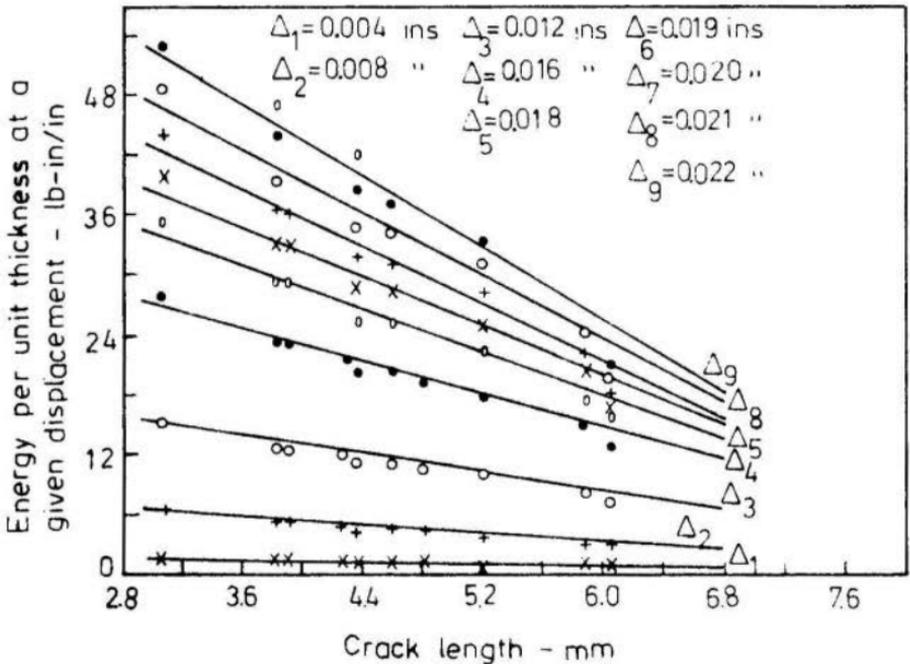


Fig. 1 - Energy absorbed at a given displacement versus crack length, mild steel bend specimens. Room temperature, crosshead speed 0.02 in/min.

An important characteristic of the steel tested is that crack initiation proved to be generally coincident with rapid crack propagation. Instances of stable crack propagation under rising load condition were not observed.

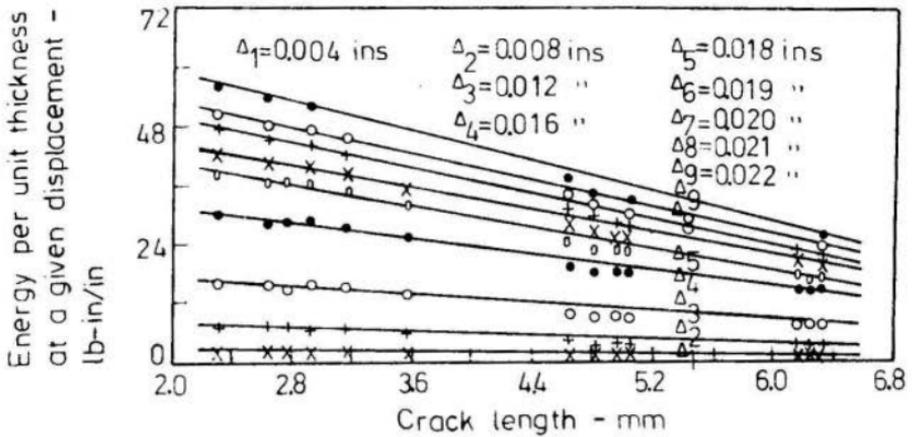


Fig. 2 - Energy absorbed at a given displacement versus crack length, mild steel bend specimens. $T = -14^\circ\text{C}$, crosshead speed 0.02 in/min.

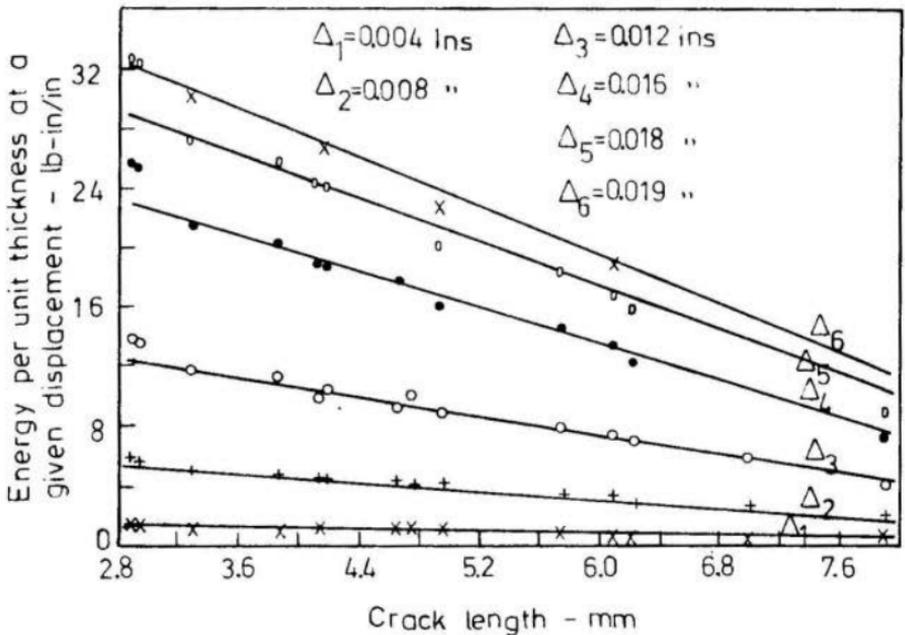


Fig. 3 - Energy absorbed at a given displacement versus crack length, mild steel bend specimens. $T = -75^\circ\text{C}$, crosshead speed 0.02 in/min.

As it was postulated by Begley and Landes [5] crack initiation was unambiguously defined by drop in load. In each test, especially at -75°C , the reduction in load was generally abrupt, probably due to the small size of the specimens.

2.2 Critical displacement at the onset of fracture

As it was postulated by Begley and Landes in their work on J the onset of crack growth may be taken as the point where the load begins to fall off. For all the experiments carried out at different temperatures this occurred at a reasonably constant value Δ_{crit} . With Δ_{crit} a fixed value of J_{IC} could be determined over a wide range of a/W ratios. Nevertheless it may be possible that at this stage (as load begins to decrease from its maximum value) some slow crack growth could have occurred before reaching maximum load. Although there is no evidence of slow crack growth by looking at the appearance of the fracture surface, the slope of the load displacement curve changes before maximum load. This change may be associated with plastic deformation and some crack growth. With the exception of the experiments at -75°C most of the other tests showed a slope change in the load displacement curve.

Fracture of specimens at room temperature and -14°C was in elastic-plastic form while experiments at -75°C the material behaved in a near elastic form, the specimen breaking in a brittle fashion.

2.3 Energy per unit thickness versus crack length

Energy per unit thickness at a given displacement as a function of crack length is plotted in Figs. 1-3. As it may be seen from Fig. 1 results show a fair degree of consistency. However for the case of the specimen with the smallest uncracked ligament (specimen D(6)) the energy values are below the average. As it could be expected the energy absorbed for the specimen decreases when the crack length increases. Nevertheless in Table 3, D(6) shows the largest critical J value obtained at this temperature (owing to having the largest critical displacement), although this figure may not be considered as a critical plane strain value. This critical displacement is the sum of the elastic and plastic displacements and as crack length increases plastic deformation increases. It may be due to the transition from plane strain to plane stress as uncracked ligament decreases.

For specimens tested at -14°C (Fig. 2) there is a better consistency in results than in those obtained at room temperature. This may be due to the fact that the specimens tend to behave in a plane strain fashion. However the scatter in critical displacement is greater. That larger variation in critical displacements may be due to:

- a) the transition from plane stress to plane strain which is influenced by temperature, plane strain is favoured by lowering the temperature
- b) the specimen being in neither fully plane stress nor plane strain condition there is probably not a marked tendency for the critical displacement to increase or decrease its value.

As the temperature decreases the plane strain condition is favoured. For tests at -75°C (Fig. 3), owing to the rigidity of the specimen imposed by the low temperature, specimens fail with relatively little plasticity.

2.4 Critical J values

Fig. 4 shows the J values as a function of displacement. As it may be seen there is a rapid increase in J value with a relatively small increase in displacement. After this rapid increase (which corresponds to an elastic regimen) the J values tend to follow a straight line. It may be seen in Fig. 4 that there is not much difference between the curves obtained at room temperature and -14°C . As might be expected the general trend of J to decrease with temperature is evident from the curve obtained at -75°C .

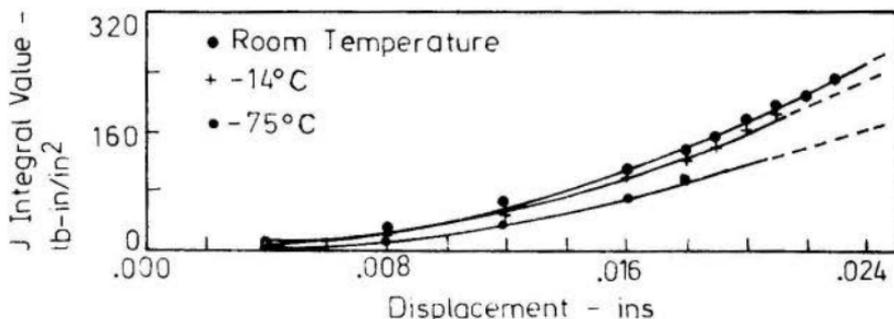


Fig 4 - J value as a function of displacement, mild steel bend specimens. Crosshead speed 0.02 in/min.

Summary of the J_{Ic} values and test data following the Begley and Landes procedure. Crosshead speed 0.02 in/min.

Spec.	P_m	a/W	Δ_c	J_{Ic}	K_{Ic}	Spec.	P_m	a/W	Δ_c	J_{Ic}	K_{Ic}
	$\times 10^3$	$\times 10^4$		$\times 10^{-2}$			$\times 10^3$	$\times 10^4$		$\times 10^{-2}$	
—	lbs	—	in	$\frac{lb-in}{in^2}$	$\frac{lbs}{in^{3/2}}$	—	lbs	—	in	$\frac{lb-in}{in^2}$	$\frac{lbs}{in^{3/2}}$

Table 3. Room temperature

A(5)	1350	431	220	232	884	C(6)	780	592	210	201	823
B(3)	1875	309	235	280	971	D(6)	740	606	255	367	111
B(5)	1220	479	230	267	948	G(5.5)	1500	393	205	195	810
C(5)	1200	461	220	232	884	I(4.5)	1600	385	230	264	943

Table 4. T = -14°C

A(5.5)	1200	505	230	244	906	E(6)	710	633	220	213	847
B(4.5)	1260	357	195	156	725	F(5)	770	595	220	213	847
B(5.5)	1130	333	230	244	906	H(5)	1130	466	220	213	847
D(3)	1750	317	210	188	796	M(3)	2675	232	235	267	948

Table 5. T = -75°C

H(3)	1460	292	200	122	641	J(6)	690	614	190	110	609
I(3)	1390	287	210	135	674	K(3)	1190	388	185	104	592
I(5)	990	497	210	135	674	K(5)	970	418	180	98	574
I(6)	685	628	200	122	641	Q(5)	300	794	180	98	574

The difference on J values (Tables 3 to 5) may be due to:

- at higher temperatures (room temperature and -14°C) the material is not fully in plane strain condition, since probably the specimen size does not allow a plane strain condition
- even in the case that the specimen size allowed plane strain condition, the specimen dimensions (crack length, thickness and uncracked ligament) probably do not meet the exact requirements for a J_{Ic} valid test.

2.5 Stress intensity factor K

For tests carried out at room temperature the average K_{Ic} value obtained was 90,000 lb/in^{3/2}. This result is in agreement with the

value of K_{Ic} equal to 100,000 lb/in^{3/2} obtained by Krafft and Eftis [6] for a similar mild steel. The tendency of K_{Ic} to decrease with the temperature is evident from the value of 60,000 lb/in^{3/2} obtained at -75°C.

3. Conclusions

1. The J integral has proven to be successful as a failure criterion for mild steel when relatively large scale yielding is present.
2. Calculations of K_{Ic} starting from the J_{Ic} values were in good agreement with the K_{Ic} values previously calculated for similar mild steels.

References

- [1] Tetelman A. S. and McEvily A. J., "Fracture of Structural Materials", John Wiley and Sons, 1967
- [2] Brown W. F. and Swralely J. E., "Plane Strain Crack Toughness of High Strength Metallic Materials", ASTM STP 410.
- [3] Rice J. R., "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, pp 379-386, June 1968.
- [4] Rice J. R. and Rosegreen G. F., "Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power Hardening Material", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 16, 1968, Pergamon Press.
- [5] Begley J. A. and Landes J. D., "The J Integral as a Fracture Criterion", Fracture Toughness, ASTM STP 514, Part II.
- [6] Eftis J. and Krafft J. M., "A Comparison of the Initiation with the Rapid Propagation of a Crack in a Mild Steel Plate", AWS-ASME Metals Engineering Conference, Detroit, Michigan, 1964.

BELLORIN N.

APPLICATION OF J-CONTOUR INTEGRAL TOFRACTURE OF MILD STEELSummary

The J contour integral has been proposed as a failure criterion which may fully characterise the stress-strain state at the crack tip for materials failing in the plastic range.

In the present work, J has been applied for the prediction of fracture in mild steel. The specimens were supplied in the form of a Charpy V-notch specimen and were tested in the three point bend configuration.

Three different temperatures: room temperature, -14°C and -75°C were selected. The crosshead speed used to test the specimens was 0.02 in/min.

Critical J values were calculated using the Begley and Landes procedure.

Starting from the critical J values, the critical crack stress intensity factors were evaluated and compared with previous critical K values, obtained in similar mild steels.

APLICACIÓN DE LA INTEGRAL DECONITORNO J A LA FRACTURA EN ACEROS SUAVESSumario

La integral de contorno J, ha sido propuesta como un criterio de falla, el cual puede caracterizar completamente el estado de esfuerzo-deformación en la punta de la grieta, para materiales que fallan en el rango plástico.

En el presente trabajo, J se utiliza para predecir fractura en aceros suaves. Se usaron probetas de la forma Charpy V y se ensayaron a flexión en tres puntos.

Se usaron tres temperaturas: temperatura ambiente, -14°C y -75°C y la velocidad de la plataforma para la aplicación de la carga fue de 0.02 in/min.

Los valores críticos de J se calcularon siguiendo el procedimiento de Begley y Landes.

A partir de los valores críticos de J, se evaluaron y compararon los valores críticos del factor de intensidad de esfuerzo K, con los K críticos obtenidos previamente en aceros similares.

A N A I S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 4
P P. 65 - 78



PROCEEDINGS
 OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

STRESS DISTRIBUTION IN A FIBER COMPOSITE

WITH PLASTIC DEFORMATION IN THE MATRIX

Fathi A. DARWISH, Professor Associado.
 Helio M. KOHLER, Professor Assistente.
 Mohamed M. EL-NAGGAR, Professor Associado.
 Dept. de Ciência dos Materiais e Metalurgia,
 Pontifícia Universidade Católica, R.J.,
 Rio de Janeiro, Brasil.

1. Introduction

Nonmetallic solids are attractive for many engineering applications in view of their high strength to weight ratio and their low chemical reactivity. However they are susceptible to failure that can easily start at a surface flaw or scratch [1]. One way to overcome this problem is to disperse these strong brittle solids in a softer matrix

material. The matrix would protect them from surface damage and bind them together. With adequate inter-particle spacing, cracks cannot be transmitted through the matrix from one particle to its neighbors.

If these solids are aligned in the form of long thin filaments, the structure is known as a fiber composite. In addition to their high strength and high stiffness to weight ratios, fiber composites have the advantage of retaining their strength at high service temperatures. Under certain conditions, fiber composites can be made to be notch insensitive [2, 3]. Because of these attractive properties, there has been a wide spread interest in applying these materials to aerospace projects and elsewhere.

The strength of such composites depends on many parameters. The stress-strain relationship of the individual components, the nature of the filament-matrix interface and fiber volume fraction are but few examples of the parameters affecting the strength of the composite material. Rosen [4, 5] evaluated the tensile strength of a composite in terms of the statistical strength characteristics of its fibers, fiber volume fraction V_F and fiber ineffective length δ . The latter is the part of the filament over which the load is gradually transferred from the matrix to the filament as shown in Fig.1(a). The fiber efficiency ϕ is defined as the ratio of the stress at a distance δ from the end of a given fiber to the stress at the midpoint of a very long fiber. That is,

$$\phi = \frac{\sigma_F(\ell - \delta)}{\sigma_F(0) | \ell \rightarrow \infty}$$

where ℓ is half the fiber length and σ_F is a function of z where z is measured from the fiber center. Thus for a given fiber efficiency, δ can be readily obtained from the knowledge of the stress distribution along the fiber in question. As such δ depends on the properties of the composite

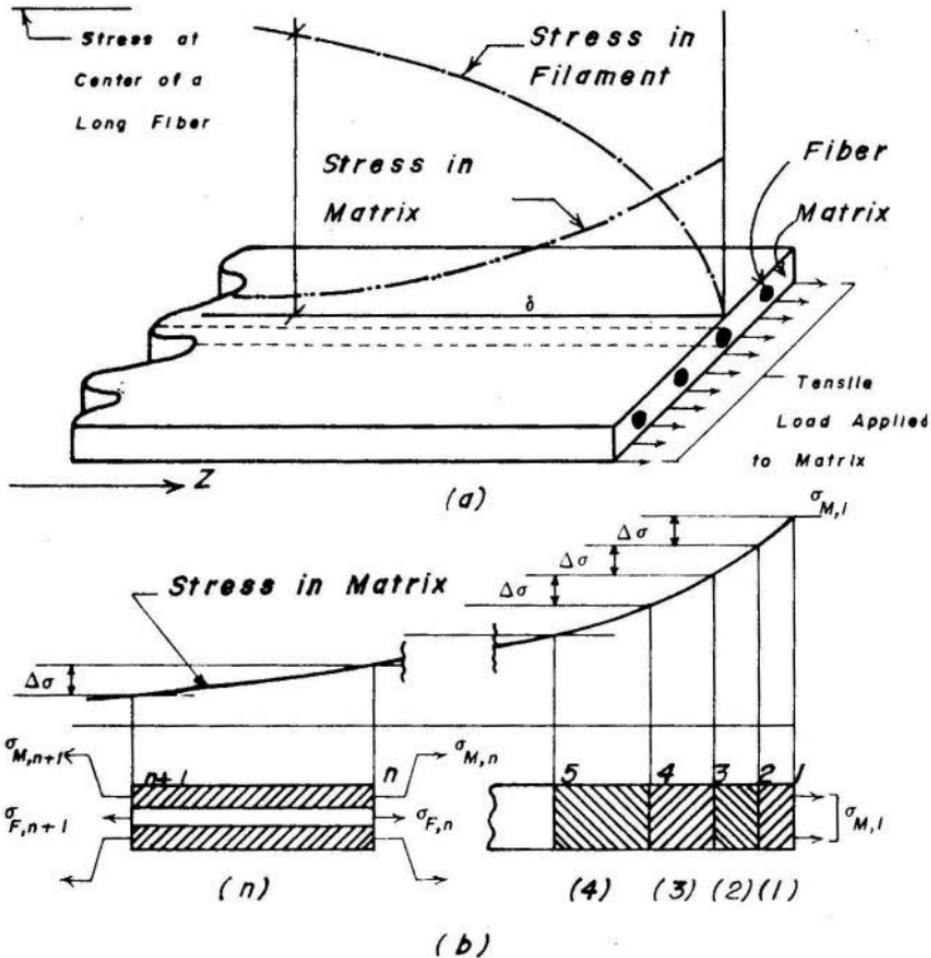


Fig.1(a) Schematic for load transfer from the matrix to fiber (b) Schematic of the fiber-matrix model.

constituents as well as V_F . The ineffective length for the fully elastic case treated by Rosen is given in reference [5].

For many composites the matrix is expected to pass into the plastic state. The plasticity of the system can be taken into account by considering the stress-strain relation of the matrix as a series of pseudo-elastic por-

tions. This treatment was first introduced by Dow [6] and later applied by Darwish [7] to predict the tensile strength of the unidirectionally solidified aluminum-nickel eutectic alloy.

In this paper a generalization of the Dow's treatment is presented and is applied to determine the axial stress distribution along an elastic fiber embedded in a plastic matrix. A study is also made for the dependence of δ on the properties of the composite constituents and on the filament volume fraction.

2. Axial stress distribution

The stress applied to the matrix at $z=l$ is denoted by $\sigma_{M,1}$ where the first subscript M is used to denote that σ pertains to the matrix. As one moves from $z=l$ towards the center of the filament, the stress in the matrix will decrease as the load is transferred gradually to the fiber. The filament-matrix model is divided into a number of segments as shown in Fig.1(b). Each segment pertains to a fixed stress drop $\Delta\sigma$ in the matrix. The lines dividing the matrix into segments are numbered 1,2,3,...etc. as shown. At the n'th station, the stress is given by:

$$\sigma_{M,n} = \sigma_{M,1} - (n-1) \Delta\sigma$$

Each segment is treated as part of an elastic continuum to which the equations predicting the stress distribution along an elastic fiber in an elastic matrix [6] can be applied. The elastic constant (the secant modulus) for each segment is obtained as shown in Fig.2. In what follows, the variables and parameters of the matrix are distinguished by the subscript M and those of the fiber by the subscript F. Considering equilibrium of the individual segments in the z-direction and matching the axial tensile stress in the filament at the touching ends of two consecutive segments, the axial stress distribution

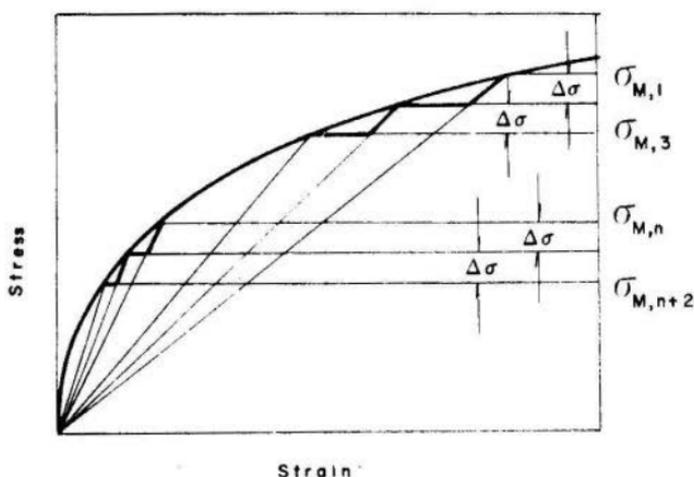


Fig.2. Linearization of the matrix stress-strain curve

along the elastic fiber can be shown (see Appendix) to be given by:

$$\frac{\ell_n}{d} = \frac{1}{\lambda_{n-1}} \cosh^{-1} \left[\frac{K_{n-1} - a_r \Delta\sigma}{K_{n-1}} \cosh \lambda_{n-1} \frac{\ell_{n-1}}{d} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_{F,n} = a_r(n-1) \Delta\sigma \quad 1 < n \leq n^* \quad (2)$$

where ℓ_n is the z-coordinate of the n'th station ($\ell_1 = \ell$), $\sigma_{F,n}$ is the corresponding axial stress in fiber and d is the fiber diameter. λ_n and K_n are defined by:

$$\lambda_n = 2 \left[\frac{2 \sqrt{2} \left(\frac{G_F}{E_F} \right) \left[1 + \frac{A_F E_F}{A_M E_{M,n}} \right]}{\sqrt{2} - 1 + \left(\frac{G_F}{G_{M,n}} \right) \left[\sqrt{\frac{A_M}{A_F} + 2} - \sqrt{2} \right]} \right]^{1/2} \quad (3)$$

$$K_n = \frac{P_n E_F}{A_F E_F + A_M E_{M,n}} \quad (4)$$

where G , E , A and V denote the shear modulus, modulus of elasticity, cross sectional area and volume fraction respectively. a_r is the volume fraction ratio $V_M/V_F = A_M/A_F$.

P_n is the load differential between the fiber and matrix at the n 'th station and is given by [6]:

$$P_n = P_{M,n} - P_{F,n} \frac{A_M E_{M,n}}{A_F E_F} \quad (5)$$

where $P_{M,n}$, $P_{F,n}$ = load applied to the matrix and fiber, respectively, at the n 'th station.

The maximum value n can have is denoted by n^* and it corresponds to the station at which the matrix ceases to transfer load to the fiber i.e., $P_{n^*} = 0$. From equation (5), one can show that n^* is given by:

$$\frac{\sigma_{M,1}/\Delta\sigma}{n^* - 1} = 1 + a_r \frac{E_{M,n^*}}{E_F} \quad (6)$$

where it is understood that n^* should be an integer.

Equation (1) can be used recursively to obtain ℓ_2, ℓ_3, \dots etc. However the following inequality should be satisfied for all values of $1 < n \leq n^*$:

$$\left[1 - \frac{a_r \Delta\sigma}{K_{n-1}} \right] \cosh \lambda_{n-1} \frac{\ell_{n-1}}{d} \geq 1$$

It can be shown that the bracketed term on the left hand side of the above inequality is positive for all values of $1 < n \leq n^*$. However, if the filament is not long enough,

the inequality will not be satisfied for all the values of $1 < n \leq n^*$. The fiber aspect ratio, $2\ell_1/d$, just enough for the inequality to be satisfied corresponds to $\ell_{n^*}/d = 0$. Knowing ℓ_{n^*}/d , the corresponding ℓ_1/d can be readily calculated.

The stress distribution given by equation (1) and (2) is valid for the cases where a perfect bond exists between the filament and the matrix.

3. Numerical calculations

Let the matrix stress-strain curve be given by:

$$\epsilon = f(\sigma)$$

from which one can write:

$$E_{M,n} = \frac{\sigma_{M,n}}{f(\sigma_{M,n})}$$

Taking $f(\sigma) = \alpha\sigma^\gamma$ and using equation (6) one obtains:

$$\left[(\sigma_{M,1}/\Delta\sigma)^{-n^* + 1} \right]^\gamma = \frac{a_r(n^*-1)}{\alpha E_F (\Delta\sigma)^{\gamma-1}} \quad (7)$$

Calculations of the axial stress distribution in filaments of various aspect ratios and for different levels of applied stress were performed using a value of $\Delta\sigma = 100$ p.s.i.. The shear modulus G is taken to be half the modulus of elasticity. For the purpose of estimating the maximum stress that can develop in a very long filament, a value of $\Delta\sigma = 10$ p.s.i. is used. The corresponding value of σ_{F,n^*} is taken to represent the maximum stress (stress at the midpoint in such a fiber). From equation (2) one can show that the upper bound of the error $|e_{\max}|$ in estimating the maximum stress in the fiber using the previous approach is

given by:

$$|e_{\max}| = \frac{a_r \Delta\sigma}{\sigma_{F,n^*}}$$

which decreases as $\Delta\sigma$ decreases.

For the purpose of evaluating δ , a value of $\phi = 0.9$ is considered and δ is estimated for this stress ratio value. Thus, effective length is that portion of the filament in which the average axial stress is greater than 90% of the stress which would exist for infinite filaments. To study the dependence of δ on the properties of the individual components of the composite, the calculations were performed for various values of E_F , α and V_F . A value of 2 was assumed for the exponent γ in equation (7).

4. Results and discussion

Fig.3 shows the stress distribution along a filament of a given aspect ratio for various levels of applied stress. The corresponding stress distribution in the matrix is also given. It is noted that the stress distribution becomes steeper as the level of applied stress increases.

The stress distribution due to a given applied stress is shown in Fig.4 for filaments of various aspect ratios. One observes that a given stress level is reached over a distance, from the fiber end, that decreases as the fiber aspect ratio decreases. This is also true for the fully elastic state as treated by Dow [6].

Effect of E_F and α

The maximum stress that can develop in a long filament corresponding to a given applied stress is shown as a function of E_F and α in Fig.5 and 6, respectively. It is

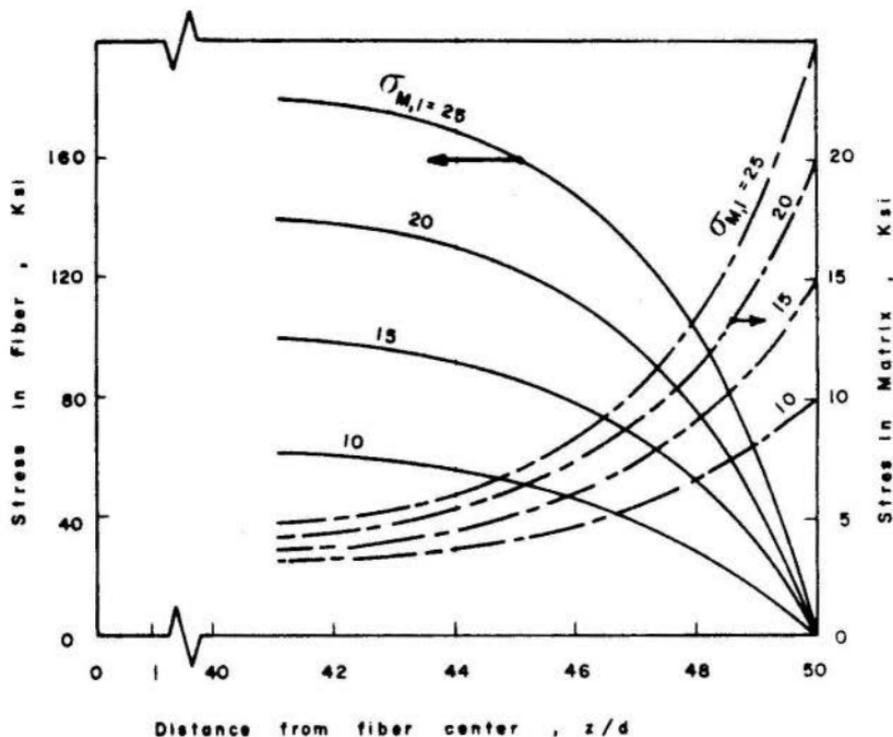


Fig.3. Stress distribution along a fiber of a given aspect ratio for various levels of applied stress. ($E_F = 20 \times 10^6$ p.s.i., $\alpha = 4 \times 10^{-10}$ p.s.i. $^{-2}$, $V_F = 0.1$)

noted that an increase in E_F or α results in an increase in the maximum stress attainable in the filament and hence an increase in the fraction of the applied load that is eventually transferred to the filament. This is in agreement with the results obtained by Dow [6] where the tensile stresses developed in an elastic fiber were found to increase considerably when the matrix was permitted to flow plastically. For a given matrix strain, a stiffer fiber would be highly stressed and hence would carry a larger portion of the applied load.

The variation of the fiber ineffective length ratio, δ/d , with E_F and α is depicted in Fig.5 and 6, respec-

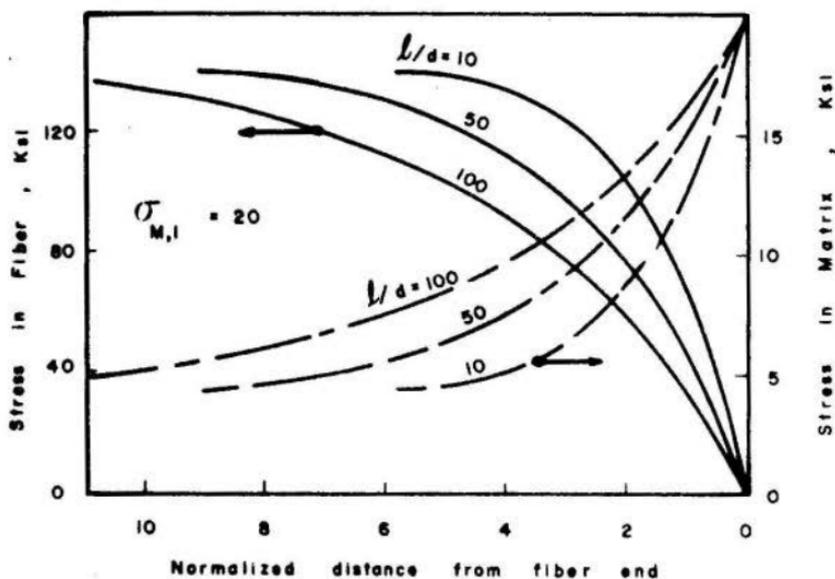


Fig.4. Stress distribution along fibers of various aspect ratios for a given applied stress.

($E_F = 20 \times 10^6$ p.s.i., $\alpha = 4 \times 10^{-10}$ p.s.i. $^{-2}$, $V_F = 0.1$)

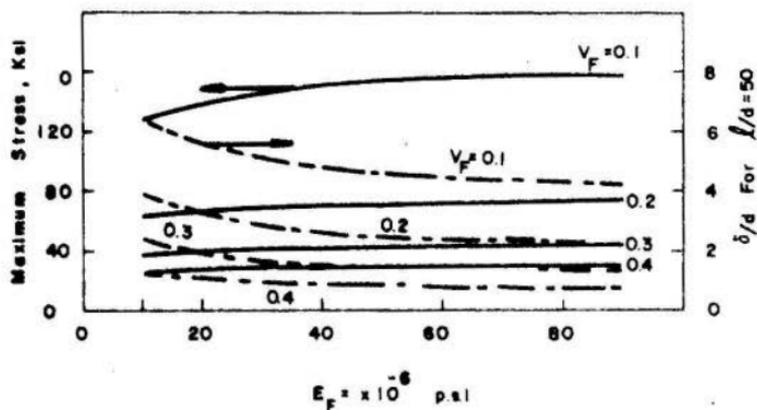


Fig.5. Maximum stress developed in a long filament and δ/d for a given fiber as functions of E_F .

($\alpha = 4 \times 10^{-10}$ p.s.i. $^{-2}$, $\sigma_{M,1} = 20$ K.s.i.)

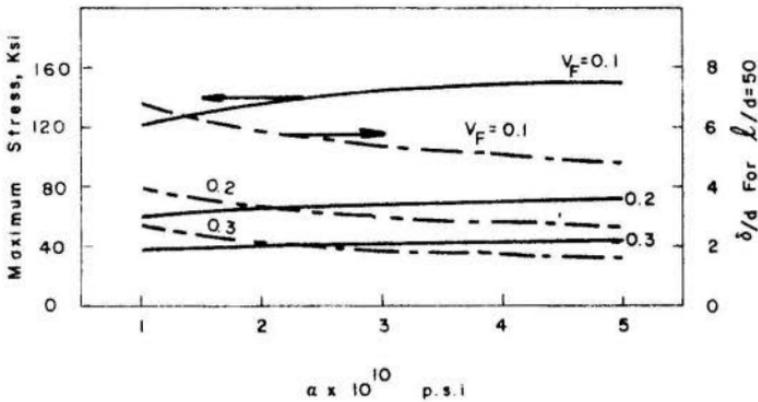


Fig.6. Maximum stress developed in a long filament and δ/d for a given fiber as functions of α .
($E_F = 30 \times 10^6$ p.s.i., $\sigma_{M,1} = 20$ K.s.i.)

tively. It is concluded that an increase in E_F or α results in more effective load transfer to the fiber over a relatively shorter distance.

Effect of V_F

Figures 5 and 6 indicate that an increase in V_F has the effect of reducing both the maximum stress attainable in the filament and the distance over which load transfer takes place. The maximum stress developed in a long fiber, due to a given applied stress, and the fraction of the applied load that is eventually transferred are shown as functions of V_F in Fig.7. Although the stress borne by the filament decreases with the increase in V_F , the fraction of the applied load transferred to the filament increases. This is because the reduction in the stress level in the fiber is compensated for by a larger load-supporting area. However, high filament volume fractions increase the chance for the filaments to be contiguous. This would provide an easy path for crack propagation and lower the toughness of the material.

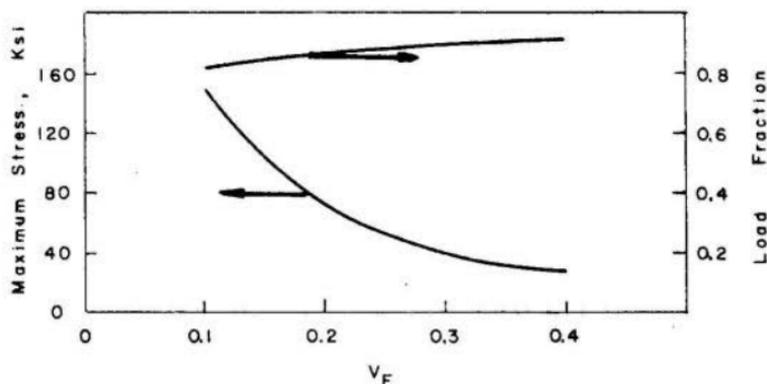


Fig.7. Maximum stress developed in a long filament and the corresponding load fraction as functions of V_F . ($E_F = 30 \times 10^6$ p.s.i., $\alpha = 4 \times 10^{-10}$ p.s.i. $^{-2}$, $\sigma_{M,1} = 20$ K.s.i.)

References

- [1] Tetelman, A.S. and McEvily, A.J., Jr., Fracture of Structural Materials, Wiley, New York (1967).
- [2] Cook, J. and Gordon, J.E., Proc.Roy.Soc., A282 (1964), 508.
- [3] Cooper, G.A. and Kelly, A., J.Mech.Phys.Solids, 15 (1967), 279.
- [4] Rosen, B.W., AIAA Journal, 2,11 (1964), 1985.
- [5] Rosen, B.W., ASM, Fiber Composite Materials (1965), 37.
- [6] Dow, N.F., "Study of Stresses near a discontinuity in a Filament Reinforced Composite Metal" General Electric Report R635D61 (1963).
- [7] Darwish, F.A., Ph. D. Thesis, Stanford (1969).

Appendix

Considering equilibrium of forces acting on the n'th

segment (Fig.1(b)) in the z-direction, $\sigma_{F,n}$ is obtained as:

$$\sigma_{F,n} = a_r (n-1) \Delta\sigma$$

The shear stress distribution along the filament-matrix interface in the n'th segment is given by [6]:

$$\tau_j(z) = \frac{\lambda_n}{4} \left[\frac{P_n E_F}{A_F E_F + A_M E_M} \right] \frac{\sinh \lambda_n \frac{z}{d}}{\cosh \lambda_n \frac{\ell_n}{d}}$$

The relationship between $\sigma_F(z)$ and $\tau_j(z)$ can be shown to be given by [7]:

$$\sigma_F(z) = -\frac{4}{d} \int \tau_j(z) dz$$

which yields:

$$\sigma_F(z) = C_n - K_n \frac{\cosh \lambda_n \frac{z}{d}}{\cosh \lambda_n \frac{\ell_n}{d}} \quad \ell_{n+1} \leq z < \ell_n$$

where C_n can be determined from knowledge of the stress in fiber at the n'th station. Thus

$$\sigma_F(z) = a_r(n-1) \Delta\sigma + K_n \left[1 - \frac{\cosh \lambda_n \frac{z}{d}}{\cosh \lambda_n \frac{\ell_n}{d}} \right] \quad \ell_{n+1} \leq z \leq \ell_n$$

The above equation is valid at the n+1'st station. Therefore,

$$\sigma_{F,n+1} = a_r(n-1) \Delta\sigma + K_n \left[1 - \frac{\cosh \lambda_n \frac{\ell_{n+1}}{d}}{\cosh \lambda_n \frac{\ell_n}{d}} \right] \quad 1 < n \leq n^*$$

which can be rewritten to give equation (1) in the text.

DARWISH F.A., KOHLER H.M., and EL-NAGGAR M.M.

STRESS DISTRIBUTION IN A FIBER COMPOSITE
WITH PLASTIC DEFORMATION IN THE MATRIX

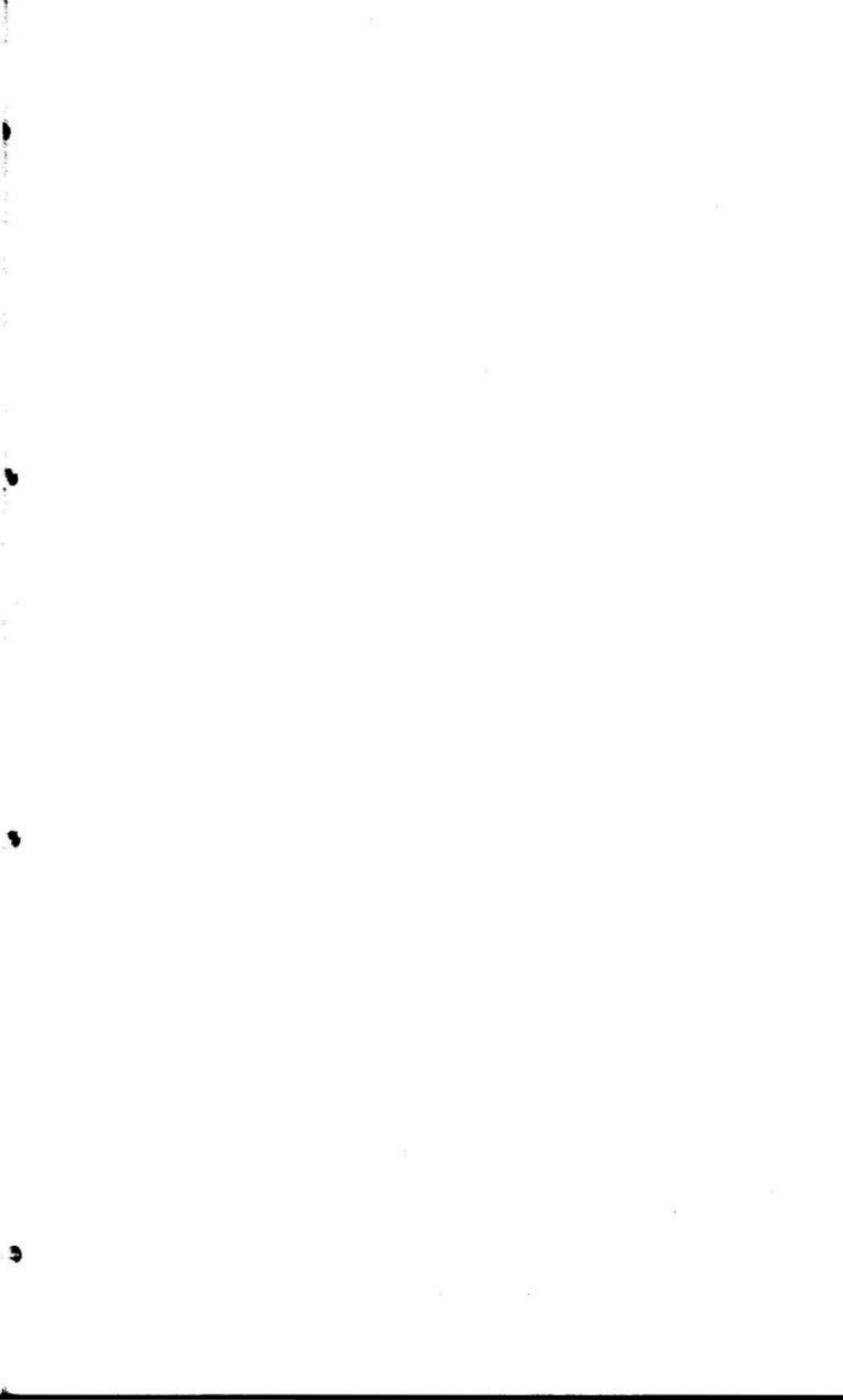
Summary

This paper presents an approach to determine the stress distribution in a composite slab subjected to a tensile force applied to the matrix. The load transfer to the fibers was studied taking into account the possibility of having plastic deformation in the matrix. The results indicate that the load transfer to the fibers takes place more effectively and over a shorter distance for a composite with stiffer fibers and/or softer matrix. Parametric studies are presented to show the roles played by the fiber volume fraction, fiber stiffness and matrix properties.

DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES NUM MATERIAL COMPOSTO
FIBROSO COM DEFORMAÇÃO PLÁSTICA NA MATRIZ

Sumário

Este trabalho apresenta um método para determinar a distribuição de tensões numa placa de material composto submetida a um esforço tensor aplicado em sua matriz. A transferência de carga as fibras foi estudada levando-se em consideração a possibilidade de haver deformações plásticas na matriz. Os resultados indicam que a transferência de carga para as fibras é mais eficiente e distribui-se por um menor comprimento delas quando o material composto possui as fibras mais indeformáveis e/ou a matriz mais macia. Estudos paramétricos são apresentados para mostrar a influência da fração volumétrica das fibras, indeformabilidade das fibras e as propriedades da matriz.



A N A I S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 5
P P. 79 - 90



COPPE/CAPEB

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

ESCOAMENTO PLÁSTICO POR PROPAGAÇÃO
DE ONDA COMPRESSIVA UNIAXIAL

Sergio Neves MONTEIRO, Assoc.Prof. COPPE/UFRJ

Ricardo B. NOBREGA, Estudante Graduado EEUFRJ

Moyes ZINDELUK, Ass.Prof. COPPE/UFRJ

1. Introdução

O escoamento plástico a altas taxas de deformação tem sido objeto de inúmeros trabalhos nestas últimas décadas. Sob o ponto de vista prático esta área tem interesse na laminação, extrusão, embutimento, bem como situações de impacto em estrutura, balística e outras em que são atingidas elevadas velocidades de sollicitação. Entretanto no estudo da plasticidade dinâmica vêm sendo utilizados modelos simples para o encruamento cuja validade é motivo de dúvidas. Além

disto, muito pouco tem sido feito no sentido de estudar-se as características estruturais associadas à plasticidade dinâmica. O objetivo do presente trabalho é efetuar uma análise do escoamento plástico, focalizando particular atenção na evolução do encruamento, para altas taxas de deformação. Isto é feito com base em ensaios de propagação de onda compressiva uniaxial em corpos de prova de cobre comercialmente puro. Complementando esta análise realizou-se observações estruturais para caracterizar os possíveis mecanismos de plastificação.

2. Fundamentos da Plasticidade Dinâmica

2.1. Teoria Mecânica

A teoria da mecânica do contínuo para a plasticidade [1] admite um critério de escoamento plástico

$$f(\sigma) = k \quad (1)$$

onde k é uma constante do material. Neste caso algumas funções empíricas como a de Tresca e Von Mises são aceitas como critério de escoamento. A deformação plástica subsequente é regida por condições de evolução da superfície de escoamento. Teorias de evolução do escoamento [2] como a do Encruamento Isotrópico, Encruamento Cinemático, Teoria do Deslizamento e da Deformação Total admitem possibilidades analíticas com base na relação entre invariantes da tensão e da deformação plástica.

$$\bar{\sigma} = H \bar{\epsilon}_p \quad (2)$$

onde a função H poderia ser caracterizada através de um simples ensaio uniaxial. Efeitos da taxa de deformação também são previstos na mecânica do contínuo [3-4]. Neste caso admite-se um estado de encruamento estático sobre o qual superpor-se-ia os efeitos da taxa de deformação [5]. Por outro lado a teoria da plasticidade com base em defeitos atômicos diverge destas hipóteses em virtude do grau de diversificação e da complexidade dos mecanismos responsáveis pelo escoamento plástico. Estes mecanismos podem ser efetivos em uma faixa de condições atuantes, como por exemplo um cer

to intervalo de taxas de deformação; dando lugar a outros mecanismos para outras condições.

2.2. Aspectos Estruturais

As razões físicas para o escoamento plástico em sólidos cristalinos, como os metais e ligas, já estão bem caracterizados em termos da participação de defeitos atômicos conhecidos como discordâncias ("dislocations"). Modelos calçados em bases experimentais mostram que a taxa de deformação plástica pode ser relacionada à tensão uniaxial [6]

$$\dot{\epsilon}_p = \phi b \rho B \sigma^m \quad (3)$$

onde ρ é a densidade de discordâncias móveis, b a intensidade de cisalhamento associada à uma discordância, ϕ um fator de orientação e B e m parâmetros característicos do metal.

Um ponto de grande relevância é a não uniformidade do processo de plastificação dos sólidos cristalinos.

A ação de componentes cisalhantes que efetivamente movimentam as discordâncias acarretam bandas de deslizamento com disposição e orientações que podem depender de uma série de fatores. Fenômenos como a maclagem, o dobramento de bandas associados à existência de contornos também contribuem para a não uniformidade da plastificação. Isto é especialmente importante em solicitações mecânicas a altas taxas de deformação onde os efeitos de estrutura são específicos.

Diversos estudos estruturais, com base nas marcas de deformação vêm sendo realizados [7-9] em metais ensaiados por propagação de ondas.

Em alumínio constatou-se [7] uma grande dependência da tensão com a taxa de deformação associada a um menor contraste nas bandas de deslizamento. Por outro lado ensaios dinâmicos em cobre policristalino [8] poucas diferenças estruturais e mecânicas apresentariam em relação aos ensaios estáticos.

3. Resultados Experimentais

Ensaiou-se corpos de prova cilíndricos de cobre eletrolítico (99,9 por cento de pureza) com relação unitária entre diâmetro e comprimento l_0 .

Uma pequena faixa plana foi longitudinalmente polida para permitir observações metalográficas em alguns corpos de prova. Tratamentos térmicos adequados produziram estruturas recozidas com tamanhos de grão de 300 μm e 30 μm . A estrutura recozida está ilustrada na Fig. 1 para uma composição de fotos na faixa plana. Os ensaios foram realizados em uma "Barra de Pressão Dividida" também conhecida como "Barra Hopkinson" [10,11].

Nesta técnica, para taxas de deformação entre 10^2 e 10^4 /seg, o impacto causado por uma barra propaga-se na outra plastificando o corpo de prova encaixado entre esta e uma terceira barra. Os pulsos de deformação transmitida, ϵ_t e refletida ϵ_R são detetados em sensores simétricos permitindo avaliar-se diretamente a tensão

$$\sigma_S = E \left(\frac{A}{A_0} \right) \epsilon_t \quad (4)$$

e, através de um integrador, a deformação

$$\epsilon_S = \frac{2c_0}{l_0} \int_0^t \epsilon_R dt \quad (5)$$

onde E é o módulo de elasticidade das barras, A_0 e A as áreas das seções retas da barra e do corpo de prova, c_0 a velocidade de propagação do pulso. Os valores de σ_S e ϵ_S alimentados simultaneamente em um osciloscópio "dual beam" permite que se obtenha uma curva de tensão-deformação. A taxa de deformação a que fica sujeito o corpo de prova sendo:

$$\dot{\epsilon}_S = \frac{2c_0}{l_0} \dot{\epsilon}_R \quad (6)$$

A Fig. 2 apresenta as curvas de tensão verdadeira contra deformação verdadeira para o cobre ensaiado. A análise do encruamento foi realizada com auxílio de computador investigando-se a dependência de $d\sigma/d\epsilon$ com a deformação ϵ .

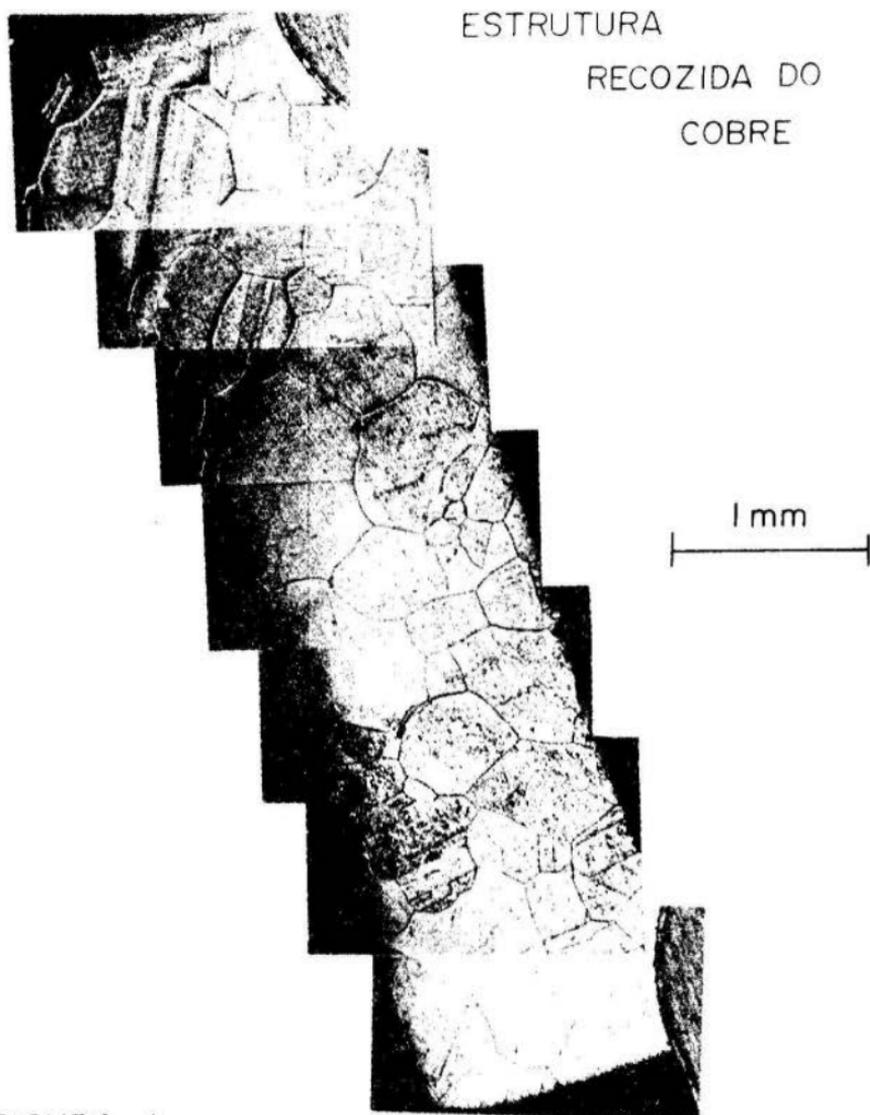


FIGURA 1

FIG. 1 - Foto-Composição da Estrutura Recozida do Cobre com Tamanho de grão de $300\mu\text{m}$.

A curva da Fig. 3 ilustra esta variação em escala logarítmica. Observa-se inicialmente a existência de um trecho aproximadamente linear de aumento de $\ln d\sigma/d\epsilon$ com $\ln \epsilon$. Segue-se um decréscimo no encruamento associado a uma razoável oscilação nos valores de $d\sigma/d\epsilon$. Trechos lineares na curva $\ln d\sigma/d\epsilon$ versus $\ln \epsilon$ traduzem a relação potencial típica

$$\sigma = \sigma_0 + k \epsilon^n \quad (7)$$

O efeito da taxa de deformação sobre a tensão no início do escoamento está apresentado na Fig. 4 para os dois tamanhos de grão empregados. Os resultados obtidos conformam-se com a equação (3) para as diversas taxas de deformação. Apesar da diferença nos tamanhos de grão de uma ordem de grandeza, não parece confirmar-se a relação de Hall-Petch nos ensaios dinâmicos por propagação de onda em cobre. Isto é, a resistência ao escoamento não parece aumentar com a diminuição do tamanho de grão.

A micro-estrutura deformada dinamicamente e semi-estaticamente ($\dot{\epsilon}=10^{-3}/\text{seg}$) está, em foto-composição, apresentada na Fig. 5. Deve-se notar as marcas de deformação mais pronunciadas na deformação semi-estática do que na dinâmica. Detalhes estruturais com maior aumento, Fig. 6 e 7 mostram genericamente que a deformação semi-estática apresenta marcas mais espaçadas. Além disto, a superfície nos ensaios dinâmicos é visivelmente ondulada contrastando com a superfície facetada, correspondendo aos grãos, nos ensaios semi-estáticos.

4. Discussão

As investigações do encruamento e da estrutura do cobre deformado dinamicamente revelaram importantes aspectos do escoamento plástico por propagação de onda compressiva uniaxial. A variação do encruamento, $d\sigma/d\epsilon$, durante o escoamento plástico como está exemplificado na Fig. 3, mostra um comportamento peculiar. No escoamento plástico dos metais policristalinos deformados semi-estaticamente, o en

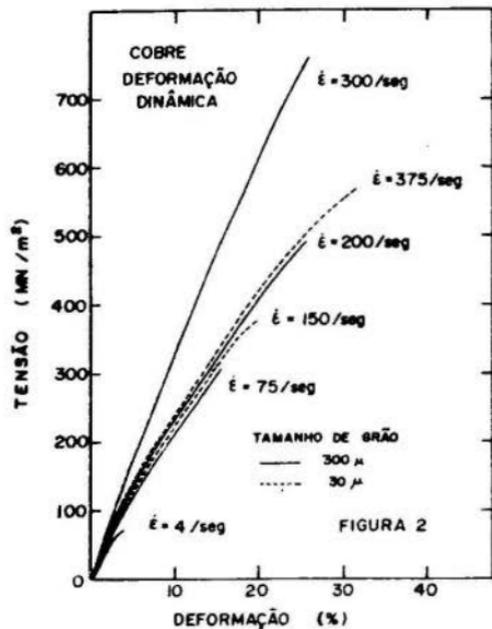


FIG.2-Curvas Dinâmicas em Cobre

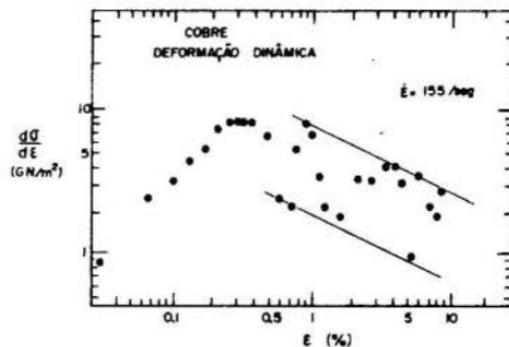


FIG.3-Variação do Encruamento Dinâmico com a deformação plástica no cobre

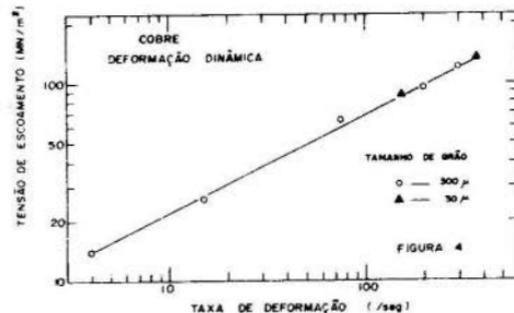


FIG.4-Variação da Tensão com a Taxa de Deformação

COBRE

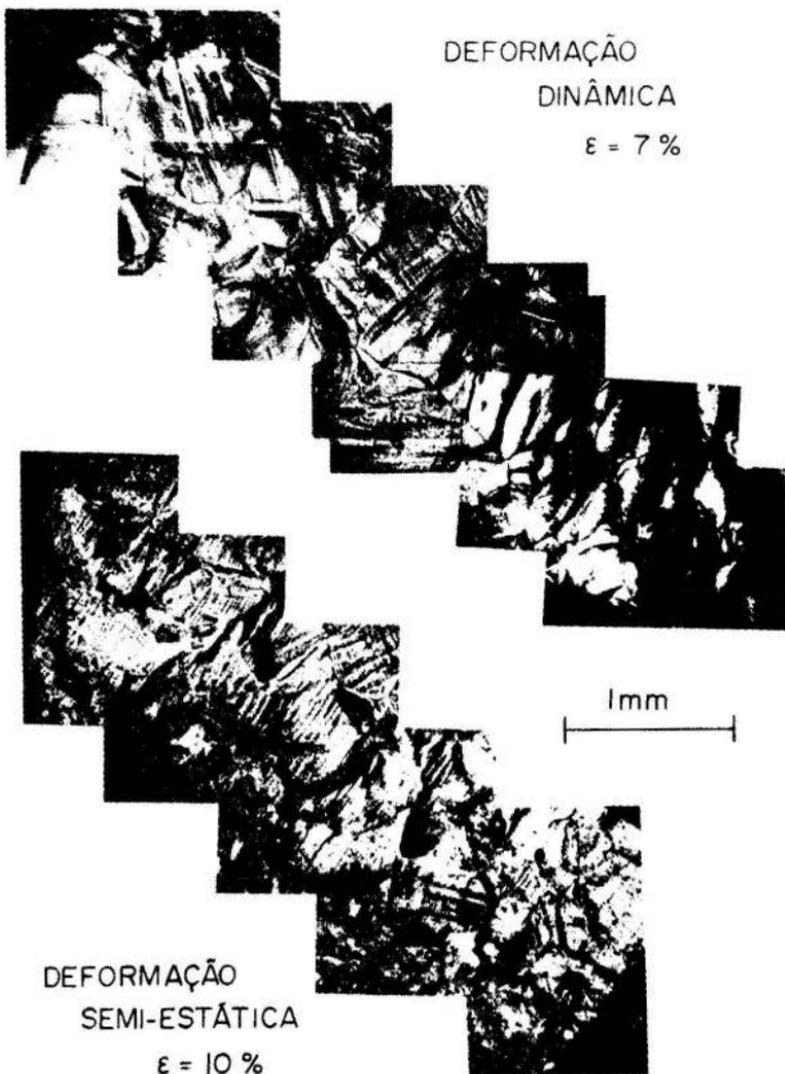
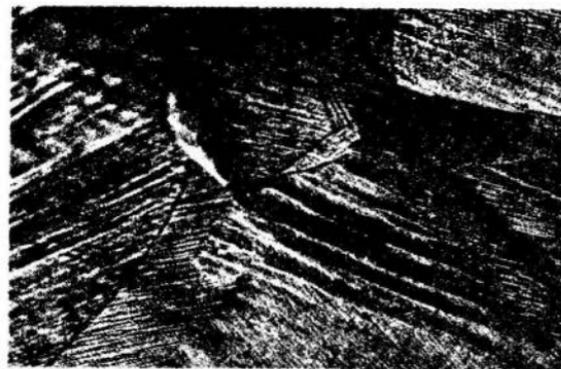
DEFORMAÇÃO
DINÂMICA $\epsilon = 7\%$ 

FIG. 5 - Foto-Composição da Estrutura do Cobre deformada dinamicamente e semi-estaticamente.

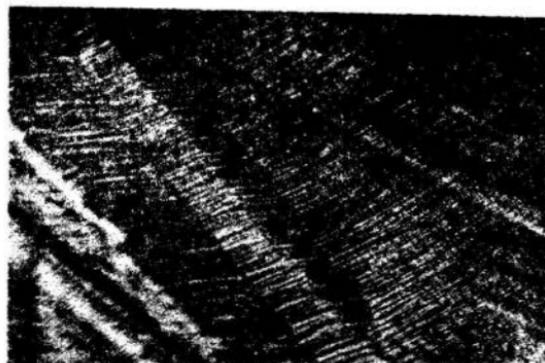


(a)

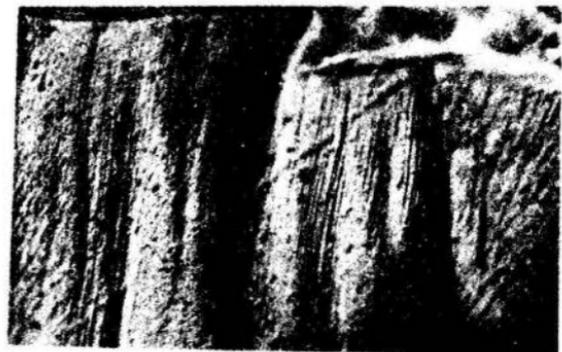


(b)

FIG. 6 - Aspectos estruturais do cobre deformado 10%; (a) semi-estático; (b) Dinâmico



(a)



(b)

FIG. 7 - Aspectos estruturais do cobre deformado 30%; (a) semi-estático; (b) Dinâmico

cruamento é sempre decrescente [12]. Excessões a este comportamento verificam-se para mono-cristais e casos de transformação de fases. Na presente situação, Fig. 3, verifica-se um aumento aparentemente linear do $\ln d\sigma/d\epsilon$ com o $\ln \dot{\epsilon}$. Já que não ocorrem transformações de fase neste cobre, isto poderia ser comparável ao comportamento dos estágios iniciais na deformação de monocristais. Evidência adicional em suporte desta comparação seria a insensibilidade ao tamanho de grão, Fig. 4, apresentado pelo material. É pois de se prever que no início da deformação plástica por propagação de onda ocorra uma crescente dificuldade para operar os mecanismos responsáveis pelo escoamento. O pulso de deformação provavelmente cria discordâncias incapazes de acompanhar a frente elástica da onda [2]. A relativa imobilidade destas discordâncias não permite grandes incrementos na deformação para acompanhar a crescente tensão no material. A energia da onda provoca maior multiplicação das discordâncias que serão densamente distribuídas. Atinge-se um ponto que a taxa de deformação imposta poderá ser satisfeita pela grande densidade de discordâncias móveis, equação (3). A partir daí a variação da tensão com a deformação tenderá a ser decrescente como mostra a Fig. 4. Esta inércia inicial no escoamento plástico sobrepunha o efeito dos contornos de grão pois, pelo menos no início, as discordâncias não percorreriam distâncias comparáveis com os tamanhos de grão empregados. As ondulações e curtos trechos de marcas observadas, Fig. 6 e 7, corroboram estas idéias.

Finalmente deve ser ressaltado o fato que os resultados e idéias expostos neste trabalho questionam a validade de um modelo de encruamento dinâmico baseado em simples superposição de efeitos de taxa de deformação sobre o estado estático [5,13]. Embora sejam as discordâncias a razão física para o escoamento plástico dos metais, sua inércia de acompanhamento da sollicitação dinâmica (arrasto viscoso) acarreta um comportamento diferente do semi-estático. Além disto, a existência de estágios no encruamento torna a relação $\bar{\sigma}/\bar{\epsilon}$, equação (2), bem mais complexa do que aquelas preconizadas nos modelos de evolução da superfície de escoamento [2].

5. Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro concedido a esta investigação pelo CNPq, FINEP e CEPG da UFRJ. Também é motivo de agradecimento a colaboração do Prof. L. Bevilacqua.

Bibliografia

- [1] HILL, R., "Plasticity", ed. Oxford Univ. Press ,
Londres, 1950.
- [2] MONTEIRO, S.N., "Análise Funcional do Estado de
Tensão-Deformação Associado à Plasticidade dos
Metais", II Simpósio Nacional de Engenharia Mecâ
nica, Rio de Janeiro, 1973.
- [3] MALVERN, L.E., Journal Appl. Mech., Vol. 18(1951),
p. 203.
- [4] RUBIN, R.J., Journal Appl. Phys., Vol. 25(1954),
p. 528.
- [5] SOKOLOVSKY, V.V., Prikl. Mat. Mekh., Vol. 12
(1948), p. 261.
- [6] OROWAN, E., Proc. Phys. Soc. (London, Vol. 52
(1940), p. 8.
- [7] YOSHIDA, S. e NAGATA, N., Trans. Japan Inst.Met.
Vol. 7(1966), p. 273.
- [8] NAGATA, N. e YOSHIDA, S., Trans. Japan Inst.Met.
Vol. 13(1972), p. 332.
- [9] YOSHIDA, S. e NAGATA, N., Trans. Japan Inst.Met.
Vol. 9(1968), p. 110.
- [10] HOPKINSON, B., Phil. Trans. Roy. Soc. A213(1914),
p. 437.
- [11] KOLSKY, H., Proc.Phys.Soc. B62(1949),p. 676.
- [12] MONTEIRO, S.N. e REED-HILL, R.E., Metalurgia(ABM)
Vol. 28(1972), p. 741.
- [13] PERZYNA, P., "Advances in Applied Mechanics",Vol.
9, p.243, Academic Press, New York, 1966.

MONTEIRO S.N., NOBPEGA R.H., ZINDELIK M., REVILACQUA L.

ESCOAMENTO PLÁSTICO POR PROPAGAÇÃO
DE ONDA COMPRESSIVA UNIAXIAL

Sumário

Estudou-se as características funcionais associadas à tensão e deformação durante a propagação de onda compressiva uniaxial em cobre em condições de plastificação. Observa-se que nesta condição o escoamento do cobre não é uniforme divergindo dos modelos propostos para a plastificação dinâmica. As alterações no escoamento podem ser acompanhadas pela variação nos valores de $d\sigma/d\epsilon$ que indicam existir diferentes estágios durante a deformação plástica do cobre por propagação de onda compressiva uniaxial. Este comportamento está aparentemente associado a diferentes mecanismos ligados à resistência oferecida pela malha à movimento de discordâncias.

PLASTIC FLOW BY UNIAXIAL COMPRESSIVE
WAVE PROPAGATION

Summary

The functional characteristics associated to the copper stress-plastic strain behavior during uniaxial compressive wave propagation has been studied. It is found that under this condition the plastic flow of copper is not uniform. This has not been taken into account by the proposed models for dynamic plasticity. The changes in the flow behavior can be followed by the variation of the $d\sigma/d\epsilon$ values. Different stages are observed during dynamic hardening of copper. This is apparently related to different dislocation strength mechanisms.

A N A I S

DO

III CONGRESSO BRASILEIRO
DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 6
P P. 91 - 100

COPPE/CAPEB

PROCEEDINGSOF THE THIRD
BRAZILIAN CONGRESS
OF
MECHANICAL ENGINEERINGDESIGN AND ANALYSIS OF A NEW SPRING MOUNTINGDEVICE FOR VIBRATION ISOLATION

Terry E. SHOUP
Associate Professor and Executive Officer
Mechanical, Industrial, and Aerospace Engineering Dept.
Rutgers University
New Brunswick, New Jersey USA

Leroy S. FLETCHER
Professor and Chairman
Mechanical Engineering Department
University of Virginia
Charlottesville, Virginia USA

1. Introduction

The generation of unwanted noise and vibration is a severe problem in the production and automation sectors of industry. With increased pressure being applied by governmental and public organizations to reduce factory and plant noise levels, new improved techniques are being sought for the vibration isolation of machinery. No optimum solution has as yet been found for vibration isolation design when the constraints include both high effectiveness and low cost. A few isolation devices, however, have been suggested as having much promise within this domain. Among these devices is the nonlinear vibration isolation mount.

Nonlinear springs that stiffen have been shown to perform better than linear springs when used as low frequency vibration isolation

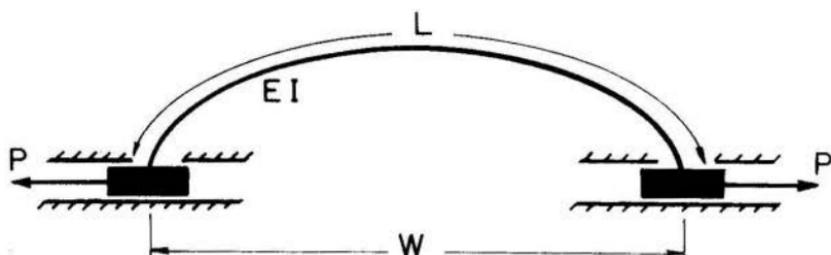


Figure 1. The Flexible Strip, Nonlinear Spring.

mounts [1]. In order to produce nonlinear spring behavior, a number of ingenious devices have been developed. One such device consists of a uniform flexible strip that is doubly clamped. The nonlinear behavior of various configurations of this device has been studied because of the simple, practical construction of the device [2]. A new variation of the doubly clamped flexible strip is shown in Figure 1 and is considered in the present investigation. In this device an initially straight, flexible strip of constant cross section properties has been clamped perpendicular to the direction of motion of its two ends. The ends are free to move relative to each other and will achieve an equilibrium deflection position based on the applied load P . In general, the deflection of an initially straight, flexible strip may be described by the equations of the "elastica" as long as the bending stresses within the strip are held within the elastic range. These equations of flexible strips were first investigated by Euler [3] and have since been the topic of a book by Frish-Fay [4].

Elastica curves fall into two general families depending on whether inflection points occur along the flexible span. For the device shown in Figure 1, the curve classification will depend on the direction of the applied load P . This fact is illustrated by the configurations shown in Figure 2. At zero load ($P=0$), the flexible strip assumes the

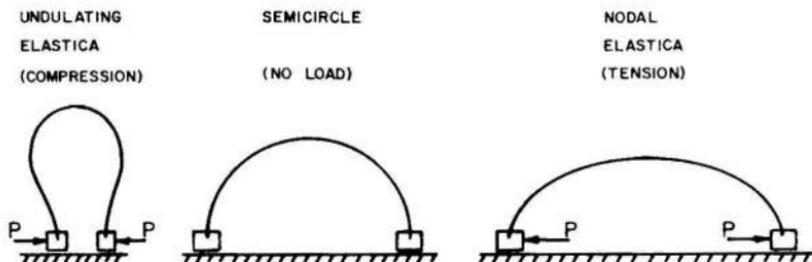


Figure 2. The Three Types of Elastica Curves.

shape of a complete semicircle with the diameter as its deflection ($W/L=2/\pi$). For compressive loads, the flexible strip assumes the shape known as the "undulating elastica" which is the name given to elastica curves having points of inflection (zero curvature) somewhere along their span. For tensile loads, the flexible spring assumes the shape known as the "nodal elastica" which is the name given to elastica curves having no points of inflection along their span. Deflection values of $W/L < 0$ are possible if the flexible strip ends are permitted to pass each other. Such behavior is not practical, however, when the device is used as a suspension system. The spring device shown in Figure 1 will stiffen as it deflects, and thus it can be used as a non-linear isolation mount when it connects a moving frame of reference to a fixed frame of reference by means of its two ends. In order to utilize this suspension spring in a design situation, it is necessary to be able to describe its load-vs-deflection behavior.

2. Deflection Analysis

The most general configuration of a deflected flexible strip is shown in Figure 3. The description of this configuration can be developed from the three equilibrium equations, from an exact form of the familiar moment curvature differential equation for beams:

$$\text{Moment} = \text{Curvature} * \text{Flexural Rigidity},$$

and from the physical boundary conditions that are applied to this differential equation. The resulting equations that will describe the

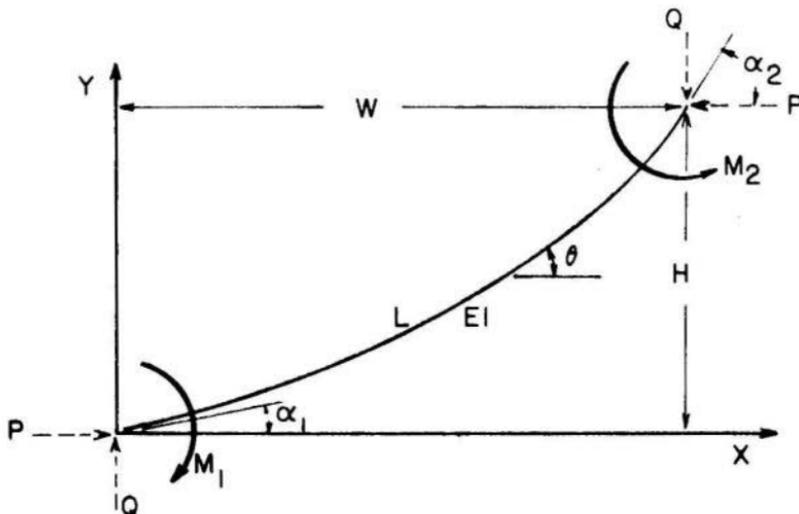


Figure 3. The General Configuration of a Flexible Strip.

undulating elastica are:

$$0 = (2k^2 \sin^2 \phi_1 - 1) \sqrt{P^2 + Q^2} + P \cos \alpha_1 + Q \sin \alpha_1 \quad (1)$$

$$0 = (2k^2 \sin^2 \phi_2 - 1) \sqrt{P^2 + Q^2} + P \cos \alpha_2 + Q \sin \alpha_2 \quad (2)$$

$$M_1 = 2k\sqrt{EI}(P^2 + Q^2)^{1/4} \cos \phi_1 \quad (3)$$

$$M_2 = 2k\sqrt{EI}(P^2 + Q^2)^{1/4} \cos \phi_2 \quad (4)$$

$$O = [-L(P^2 + Q^2)^{1/4}/\sqrt{EI}] + [F(k, \phi_2) - F(k, \phi_1)] \quad (5)$$

$$0 = [-W(P^2 + Q^2)^{3/4}/\sqrt{EI}] + P[2E(k, \phi_2) - 2E(k, \phi_1) - F(k, \phi_2) + F(k, \phi_1)] + 2kQ[\cos \phi_2 - \cos \phi_1] \text{ and } (6)$$

$$0 = [-H(P^2 + Q^2)^{3/4}/\sqrt{EI}] + Q[2E(k, \phi_2) - 2E(k, \phi_1) - F(k, \phi_2) + F(k, \phi_1)] + 2kP[\cos \phi_1 - \cos \phi_2] \quad (7)$$

The resulting equations for the nodal elastica are:

$$0 = (2 \sin^2 U_1 - 1) \sqrt{P^2 + Q^2} + P \cos \alpha_1 + Q \sin \alpha_1 \quad (8)$$

$$0 = (2 \sin^2 U_2 - 1) \sqrt{P^2 + Q^2} + P \cos \alpha_2 + Q \sin \alpha_2 \quad (9)$$

$$M_1 = 2\sqrt{EI}(P^2 + Q^2)^{1/4} \sqrt{k^2 - \sin^2 U_1} \quad (10)$$

$$M_2 = 2\sqrt{EI}(P^2 + Q^2)^{1/4} \sqrt{k^2 - \sin^2 U_2} \quad (11)$$

$$0 = [-L(P^2 + Q^2)^{1/4}/\sqrt{EI}] + \left[F\left(\frac{1}{k}, U_2\right) - F\left(\frac{1}{k}, U_1\right) \right] / k \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
0 = & [-W(P^2 + Q^2)^{1/2}/\sqrt{EI}] \\
& + 2kP \left[E\left(\frac{1}{k}, U_2\right) - E\left(\frac{1}{k}, U_1\right) \right. \\
& \left. + F\left(\frac{1}{k}, U_1\right) - F\left(\frac{1}{k}, U_2\right) \right] \\
& + P \left[F\left(\frac{1}{k}, U_2\right) - F\left(\frac{1}{k}, U_1\right) \right] / k \\
& + 2Q[\sqrt{k^2 - \sin^2 U_2} - \sqrt{k^2 - \sin^2 U_1}] \text{ and (13)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 = & [-H(P^2 + Q^2)^{1/2}/\sqrt{EI}] \\
& + 2kQ \left[E\left(\frac{1}{k}, U_3\right) - E\left(\frac{1}{k}, U_1\right) \right. \\
& \left. + F\left(\frac{1}{k}, U_1\right) - F\left(\frac{1}{k}, U_3\right) \right] \\
& + Q \left[F\left(\frac{1}{k}, U_2\right) - F\left(\frac{1}{k}, U_1\right) \right] / k \\
& + 2P[\sqrt{k^2 - \sin^2 U_1} - \sqrt{k^2 - \sin^2 U_2}] \text{ (14)}
\end{aligned}$$

The force and torque loads contained in these equations are P , Q , M_1 , and M_2 , and are positive in the directions indicated in Figure 3. The elastic properties and dimensional parameters in these equations are W , L , H , α_1 , α_2 and EI . The functions $F(k, \phi)$ and $E(k, \phi)$ represent elliptic integrals of the first and second type with amplitude ϕ and modulus k .

For the device shown in Figure 1, the following values are known:

$$\alpha_1 = 90^\circ,$$

$$\alpha_2 = -90^\circ, \text{ and}$$

$$H = 0.0$$

In order to analyze this device, the geometry (L , W , and EI) may be specified and the load may then be determined. For either of the two sets of equations, the process involves the solution of seven simultaneous, nonlinear equations for seven unknowns. For the undulating elastica the unknowns will be P , Q , M_1 , M_2 , k , ϕ_1 , and ϕ_2 ; for the nodal elastica the unknowns will be P , Q , M_1 , M_2 , k , U_1 , and U_2 . In this study the equation systems were solved using the method of Newton-Raphson iteration. An experimental model, shown in Figure 4, was then used to verify the numerical results. The model utilizes eight feeler strips in parallel. These strips are 0.005 inch tempered metal feeler

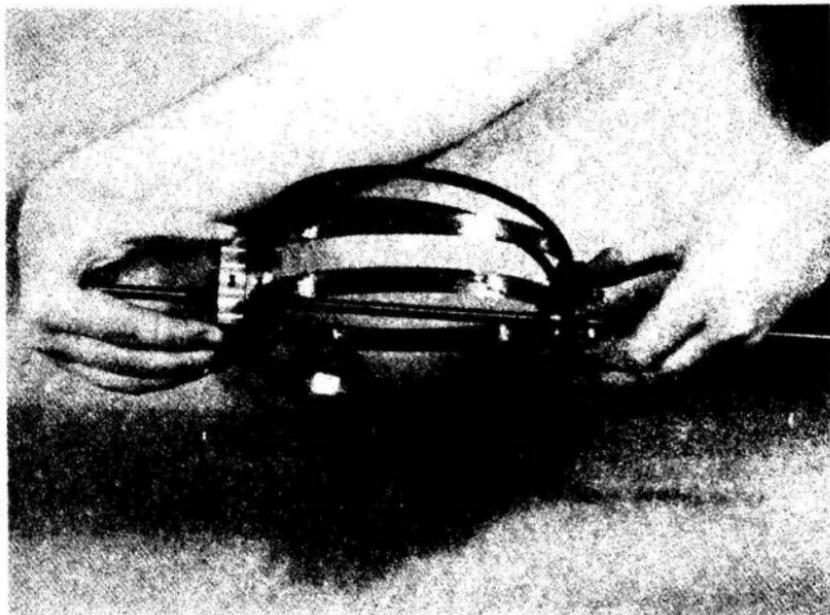


Figure 4. Experimental Model Used for Verification of Numerical Results.

stock of length 10 inches. In order to minimize the frictional effects within the model, the movable clamp block utilizes a 1/4 inch ball bushing operating on a hardened shaft.

3. Spring Design

The load-vs-deflection behavior for this nonlinear spring is shown in nondimensional form in Figure 5 in terms of the flexural rigidity (EI), the strip length (L), and the deflection width (W). In using this curve, the designer should keep in mind that the equilibrium position ($P=0$) corresponds to the value $W/L=2/\pi$. In order to facilitate the stress analysis portion of the design process, a nondimensional maximum bending moment (M_{\max})-vs-deflection curve is presented in Figure 6. The maximum bending stress occurs where the curvature of the strip is greatest. In the present investigation, the points of critical stress for the case $W/L > 2/\pi$ are at the ends of the strip while the critical point for maximum bending stress for the case $W/L < 2/\pi$ is at the center of the span. The bending moment for the case $W/L = 2/\pi$ is constant along the span since the curvature is constant along the span. It should be noted that if the cross section dimensions of the flexible strip approach the proportions of a plate, the flexural rigidity EI should be replaced by $EI(1-\nu^2)$ where ν is Poisson's ratio for the material being used. Ashwell [5] discusses the conditions for transition between plates and beams.

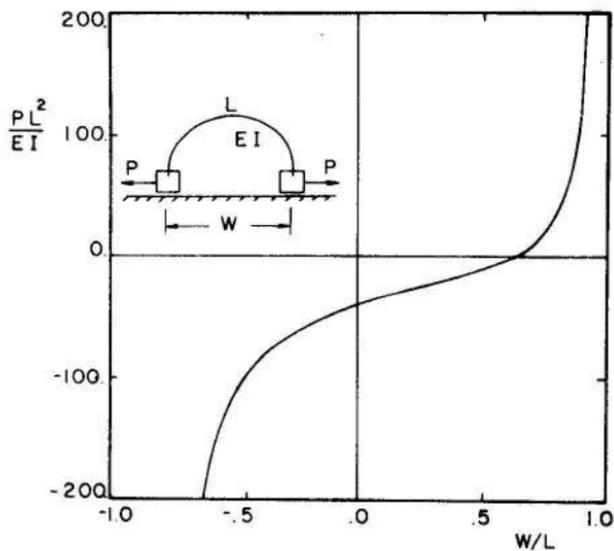


Figure 5. Nondimensional Load-vs-Deflection Curve.

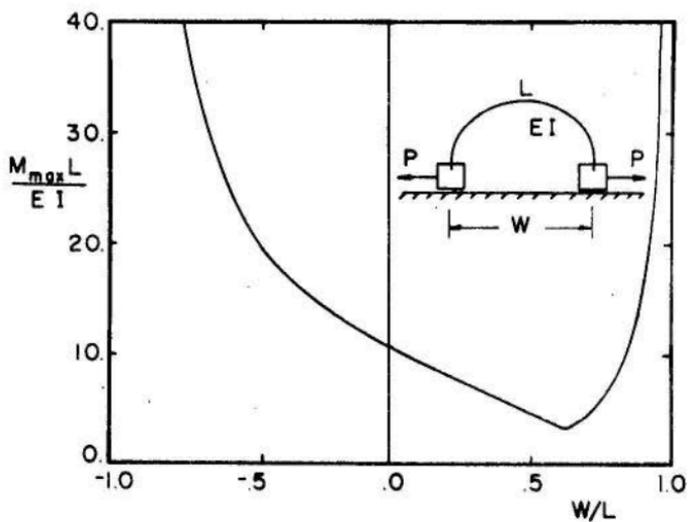


Figure 6. Maximum Bending Moment-vs-Deflection Curve.

4. Example Design

As an example of a design application for this nonlinear spring, suppose that it is desired to have a spring that will deflect over a range of 2.5 inches from equilibrium (in tension) and will stiffen as it deflects. Suppose, further, that the following design information is known:

P_{max} (maximum load)	1 lb.
E (elastic modulus)	30×10^6 psi
S_{max} (maximum allowable stress)	100,000. psi
ν (Poisson's ratio)	0.3

The designer may choose the most desirable range from Figure 5. For example, the portion of the curve from $W/L=0.637$ (no load) to $W/L=0.887$ (full load) could be used. This is a change in W/L of 0.25. Such a range would work if $L=10.0$ inches. The maximum bending stress occurring in this device will be:

$$S_{max} = \frac{M_{max}(t/2)}{I}$$

From Figure 6, using the flexural rigidity of a plate,

$$\frac{M_{max} L}{EI(1-\nu^2)} = 15.$$

Substituting the stress equation into this relationship gives:

$$t \leq 0.0049 \text{ inch.}$$

Thus $t = 0.004$ inch is an acceptable thickness for the strip. From Figure 5 at $W/L = 0.887$:

$$\frac{PL^2}{EI(1-\nu^2)} = 100.$$

For a rectangular cross section, the moment of inertia $I = bt^3/12$. Applying this to the above relationship gives $b=6.86$ for the width of the cross section of the strip. Since this width is rather large relative to the length of the strip, the designer may wish to use several strips, side by side, that have their combined width equal to 6.86 inches. Such parallel spring configurations are quite common in linear spring designs.

5. Conclusions

This example design also suggests that this new spring could be combined in parallel or in series with other types of linear or nonlinear springs to create a variety of load-vs-deflection forms for use as isolation mounts. The example application also serves to demonstrate that this new type of spring is best suited for the design of isolation mounts requiring large deflections at relatively small maximum design loads.

6. Acknowledgment

The authors gratefully acknowledge the financial assistance of the Rutgers University Research Council.

References

- [1] Tobias, S. A. "Design of Small Isolator Units for the Suppression of Low-Frequency Vibration," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 1, No. 3, 1959, pp. 280-292.
- [2] Shoup, T. E. "An Analytical Investigation of the Large Deflection of Flexible Beam Springs," Dissertation, The Ohio State University, 1969.
- [3] Euler, L. Methodus Inveniendi Leneas Curvas Maximi Minimive Proprietate Gvadentes, Lusanne and Geneva, 1744, (Book in Latin) Appendix: "De Curvis Elasticis" English Translation in Isis, Vol. 20, Burges, Belgium, 1933.
- [4] Frish-Fay, R. Flexible Bars, Butterworth & Company Ltd., London, England, 1962.
- [5] Ashwell, D. C., "The Anticlastic Curvature of Rectangular Beams and Plates," Journal of the Royal Aeronautical Society, Vol. 54, 1950, pp. 708-715.

SHOUP T. E. AND FLETCHER L.S.

DESIGN AND ANALYSIS OF A NEW SPRING MOUNTINGDEVICE FOR VIBRATION ISOLATIONSummary

This paper presents a heretofore unpublished technique for the design of a new type of nonlinear vibration isolation spring. The spring is constructed of a doubly clamped, thin flexible strip of constant cross section properties. The resulting elastica equations describing the large deflection of this device are solved by the method of Newton-Raphson iteration to obtain nondimensional design curves. A technique is described for the use of these curves to design mounting springs that stiffen as they deflect. An example design utilizing the load-deflection curves is presented. The results are demonstrated to be applicable for the design of isolation mounts requiring large deflections at relatively small loads.

CONCEPTION ET ANALYSE D'UN NOUVEAU SYSTEME DEMONTAGE D'UN RESSORT POUR L'ISOLATION DES VIBRATIONSRESUME

Ce document a pour objet la présentation d'une technique inédite à ce jour et destinée à la conception d'un ressort non linéaire de type nouveau, pour l'isolation des vibrations. Ce ressort est formé d'une lamelle mince et flexible, qui est attachée à deux endroits, et dont la section transversale a la propriété d'être constante. Les équations d'élasticité afférentes au système, qui décrivent les déviations importantes de ce dispositif, sont résolues par la méthode de récurrence NEWTON-RAPHSON, de façon à obtenir des courbes de plan non-dimensionnelles. Une technique est décrite pour l'utilisation de ces courbes afin de concevoir le montage de ressorts dont la rigidité augmente avec la déformation. Un projet, qui utilise les courbes de déviation en charge, est présenté à titre d'exemple. Les résultats se sont avérés applicables à la conception de montages isolants nécessitant des déviations importantes pour des charges relativement faibles.

ANAI S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 7
PP. 101 - 112



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

OTIMIZAÇÃO DE MODELOS DE SUSPENSÃO

DE VEÍCULOS SOBRE TRILHOS

Douglas E. ZAMPIERI, Professor Assistente.
 Dept. de Materiais e Mecânica dos Sólidos,
 Faculdade de Engenharia, UNICAMP,
 Campinas, Brasil

Hans I. WEBER, Professor Adjunto.
 Dept. de Materiais e Mecânica dos Sólidos
 Faculdade de Engenharia, UNICAMP,
 Campinas, Brasil

1. Introdução

O estudo de veículos sobre trilhos ganhou crescente interesse científico, principalmente na última década, devido a ser solução para o

transporte em massa desde que fossem resolvidos alguns problemas básicos, notadamente aqueles que afetam diretamente a segurança e o conforto. Estes problemas são muito bem descritos no trabalho de Law e Cooper rider [1], e suas soluções visam melhorar a manobrabilidade sem comprometer a estabilidade, absorver a vibração da irregularidade dos trilhos através da suspensão, diminuir as amplitudes das vibrações laterais, atingir velocidades superiores às atuais.

Tais estudos nos levam a complexos sistemas de equações, onde os deslocamentos angulares em torno dos eixos principais são acoplados com os deslocamentos lineares nestas mesmas direções, e um bom exemplo é o trabalho de Dokainish, Siddall e Elmaraghy [2].

Toma-se como ponto de partida um vagão ferroviário de suspensão convencional como primeiro modelo para fazer-se um estudo analítico. Escolheu-se, para modelo físico, uma caixa retangular (corpo) apoiada através de 4 molas e 4 amortecedores em outras duas menores e idênticas (trucks), que por sua vez possuem, cada uma, dois eixos diretamente apoiados nos trilhos. A ligação entre cada eixo e cada caixa secundária é através de 2 molas e 2 amortecedores.

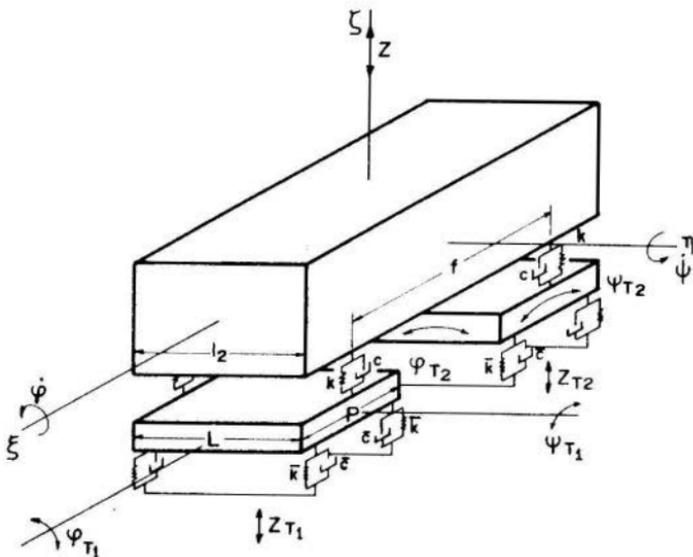


Fig.1 - Modelo Físico.

Faz-se necessário salientar que, para um estudo básico de um modelo simplificado, alguns movimentos devem ser desprezados, e neste caso, foi deixado de lado o contato roda-trilho e a guinagem (yaw), para tomar-se como movimentos principais o deslocamento vertical do sistema, o balanço (roll) e a inclinação (pitch). A Fig. 1 representa o modelo admitido, bem como, os valores das constantes de mola e amortecimento; os eixos principais, os deslocamentos lineares e angulares do corpo principal e dos trucks 1 e 2.

Nosso objetivo neste trabalho é determinar as características de estabilidade do sistema ante a variação de alguns parâmetros, suas características dinâmicas, assumindo que a força de excitação é gerada pela irregularidade dos trilhos. A análise será feita, supondo-se o modelo deslocando-se em uma trajetória retilínea.

2. Modelo Matemático

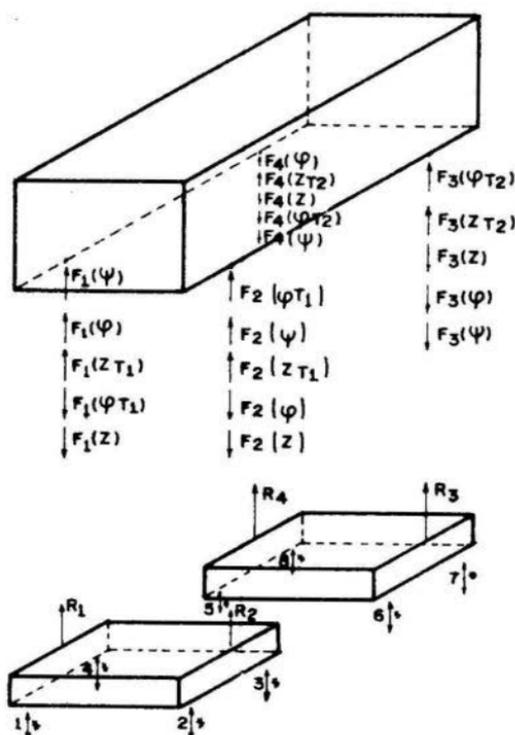
Para obter-se o modelo matemático tomou-se o corpo do vagão como possuindo uma massa M ; inércias I_x, I_y, I_z ; e dimensões l_2, f e l_1, l_i ligando-se aos trucks através de molas de constantes k e de amortecedores de constante c . Por sua vez os trucks possuem massas m_T ; inércias $I_{x_T}, I_{y_T}, I_{z_T}$; e dimensões l, p e o . A ligação entre os trucks e o eixo das rodas se faz através de molas de constante \bar{k} e amortecedores de constante \bar{c} .

Considerando-se uma excitação F_i para cada roda, traça-se o esquema das forças que atuam no sistema conforme a Fig. 2.

Para o modelo matemático foram feitas as seguintes simplificações:

- Os componentes são perfeitamente rígidos e toda a elasticidade do sistema está concentrada nos elementos da suspensão.
- Todos os deslocamentos são pequenos.
- Todas as molas possuem características lineares.

São 3 graus de liberdade para o corpo principal: a translação segundo o eixo vertical ξ , a inclinação ψ , e o balanço ϕ . Para cada truck temos: $|z_{T1,2}; \psi_{T1,2}; \phi_{T1,2}|$.



$$F_i(t) + F_{Ri}(\varphi_{T_1,2}) + F_{Ri}(\psi_{T_1,2}) + F_{Ri}(Z_{T_1,2})$$

$$i = 1, \dots, 8$$

Fig.2 - Esquema das forças.

Após aplicar-se as leis de Newton para obter-se as equações do movimento, faz-se necessário linearizar o sistema e, além disso pré-multiplicar o mesmo por uma matriz de transformação de modo a chegar-se a um novo sistema no qual pode-se observar o desacoplamento entre os vários movimentos. Deste modo temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix} \ddot{Z} \\ \ddot{Z}_{T1} + \ddot{Z}_{T2} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{Z}_{T1} - \ddot{Z}_{T2} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\phi}_{T1} + \ddot{\phi}_{T2} \\ \ddot{\psi}_{T1} \\ \ddot{\psi}_{T2} \\ \ddot{\phi}_{T1} - \ddot{\phi}_{T2} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 4\delta & -2\delta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4\delta\mu & r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\delta\mu f & r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_1 & t_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_1 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{Z}_{T1} + \dot{Z}_{T2} \\ \dot{\psi} \\ \dot{Z}_{T1} - \dot{Z}_{T2} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\phi}_{T1} + \dot{\phi}_{T2} \\ \dot{\psi}_{T1} \\ \dot{\psi}_{T2} \\ \dot{\phi}_{T1} - \dot{\phi}_{T2} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 4\gamma & -2\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4\gamma\mu & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 & d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\gamma\mu f & r_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & s_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & t_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & t_2 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix} Z \\ Z_{T1} + Z_{T2} \\ \psi \\ Z_{T1} - Z_{T2} \\ \phi \\ \phi_{T1} + \phi_{T2} \\ \psi_{T1} \\ \psi_{T2} \\ \phi_{T1} - \psi_{T2} \end{Bmatrix} -$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ \epsilon_1 + \epsilon_2 \\ 0 \\ \epsilon_1 - \epsilon_2 \\ 0 \\ M\epsilon_{1\eta} + M\epsilon_{2\eta} \\ M\epsilon_{1\xi} \\ M\epsilon_{2\xi} \\ M\epsilon_{1\eta} - M\epsilon_{2\eta} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{onde: } a_1 = \frac{\delta l_2^2}{\rho_1^2}; \quad b_1 = \frac{-\delta \mu l_2 L}{2\rho_{1T}^2}; \quad c_1 = \frac{\delta f^2}{\rho_2^2}; \quad d_1 = \frac{\delta f}{\rho_2^2}$$

$$r_1 = 4\bar{\delta} + 2\delta\mu; \quad s_1 = \frac{-\delta l_2 L}{2\rho_1^2}; \quad t_1 = \frac{L^2}{\rho_{1T}^2} \left| \bar{\delta} + \frac{\delta\mu}{2} \right|; \quad u_1 = \frac{2p\bar{\delta}}{\rho_{2T}^2}$$

$$a_2 = \frac{\gamma l_2^2}{\rho_1^2}; \quad b_2 = \frac{-\gamma \mu l_2 L}{2\rho_{1T}^2}; \quad c_2 = \frac{\gamma f^2}{\rho_2^2}; \quad d_2 = \frac{\gamma f}{\rho_2^2}$$

$$r_2 = 4\bar{\gamma} + 2\gamma\mu; \quad s_2 = \frac{-\gamma l_2 L}{2\rho_1^2}; \quad t_2 = \frac{L^2}{\rho_{1T}^2} \left| \bar{\gamma} + \frac{\gamma\mu}{2} \right|; \quad u_2 = \frac{2p\bar{\gamma}}{\rho_{2T}^2}$$

$$\delta = c/M; \quad \gamma = k/M; \quad \rho_1^2 = Ix/M; \quad \rho_2^2 = Iy/M$$

$$\bar{\delta} = \bar{c}/m_T; \quad \bar{\gamma} = \bar{k}/m_T; \quad \rho_{1T}^2 = Ix_T/m_T; \quad \rho_{2T}^2 = Iy_T/m_T; \quad \mu = M/m_T$$

$$\epsilon_1 = \bar{\delta} \sum_{i=1}^4 \dot{F}_i + \bar{\gamma} \sum_{i=1}^4 F_i; \quad \epsilon_2 = \bar{\delta} \sum_{i=5}^8 \dot{F}_i + \bar{\gamma} \sum_{i=5}^8 F_i$$

$$M\epsilon_{1\eta} = \left(\bar{\delta}L/2\rho_{1T}^2 \right) \sum_{i=1}^4 \dot{F}_i + \left(\bar{\gamma}L/2\rho_{1T}^2 \right) \sum_{i=1}^4 F_i$$

$$M\epsilon_{2\eta} = \left(\bar{\delta}L/2\rho_{1T}^2 \right) \sum_{i=5}^8 \dot{F}_i + \left(\bar{\gamma}L/2\rho_{1T}^2 \right) \sum_{i=5}^8 F_i$$

$$M\epsilon_{1\xi} = \left(\bar{\delta}p/2\rho_{2T}^2 \right) \sum_{i=1}^4 \dot{F}_i + \left(\bar{\gamma}p/2\rho_{2T}^2 \right) \sum_{i=1}^4 F_i;$$

$$M\epsilon 2\xi = \left(\bar{\delta}p/2\rho_{2T}^2 \right) \sum_{i=5}^8 \ddot{F}_i + \left(\bar{\gamma}p/2\rho_{2T}^2 \right) \sum_{i=5}^8 \dot{F}_i$$

São, portanto, seis os sistemas desacoplados entre si: Z e $Z_{T1} + Z_{T2}$, Ψ e $Z_{T1} - Z_{T2}$, ϕ e $\phi_{T1} + \phi_{T2}$, Ψ_{T1} , Ψ_{T2} , $\phi_{T1} - \phi_{T2}$.

Para análise mais detalhada no sentido de se otimizar um projeto, exemplificaremos com um dentre os sistemas citados: Z , $Z_{T1} + Z_{T2}$.

Observa-se que neste sistema as matrizes de rigidez e de amortecimento não são simétricas, o que nos levaria a concluir que existem forças giroscópicas e forças dissipativas. Isto, na realidade, não acontece, pois se pré-multiplicarmos por $|T_1|$, chegaremos a:

$$\begin{bmatrix} 2\mu & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{Z} \\ \ddot{Z}_{T1} + \ddot{Z}_{T2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 8\delta\mu & -4\delta\mu \\ -4\delta\mu & 4\bar{\delta} + 2\delta\mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{Z}_{T1} + \dot{Z}_{T2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 8\gamma\mu & -4\gamma\mu \\ -4\gamma\mu & 4\bar{\gamma} + 2\gamma\mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Z \\ Z_{T1} + Z_{T2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{\delta} \sum_{i=1}^8 \ddot{F}_i + \bar{\gamma} \sum_{i=1}^8 \dot{F}_i \end{Bmatrix}, \text{ onde } |T_1| = \begin{bmatrix} 2\mu & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

3. Grau de Estabilidade

A raiz do sistema (2) mais próxima do eixo imaginário define o grau de estabilidade. Para a otimização é interessante se conhecer a influência dos diversos parâmetros, tanto no grau de estabilidade como no valor das diversas raízes. Procura-se, frequentemente, elevar o grau de estabilidade, visando obter um sistema capaz de retornar rapidamente à posição de equilíbrio. No presente caso, a escolha final dos parâmetros será feita, comparando-se esta avaliação com a resposta em frequência. Um exemplo de cálculo é dado com:

$$M = 23 \text{ ton.}; k = 1,472 \times 10^6 \text{ N/m}; c = 4,56 \times 10^4 \text{ N.s/m}$$

$$I_x = 3,56 \times 10^4 \text{ kg.m}^2 \quad I_y = 4,62 \times 10^5 \text{ kg.m}^2$$

$$m_T = 4 \text{ ton} ; \bar{k} = 2,06 \times 10^6 \text{ N/m} ; \bar{c} = 6,38 \times 10^4 \text{ N.s/m}$$

$$I_{x_T} = 9,36 \times 10^2 \text{ kg.m}^2 ; I_{y_T} = 2,165 \times 10^3 \text{ kg.m}^2$$

Deste modo, a equação característica será:

$$\lambda^4 + 94,49 \lambda^3 + 3557,29 \lambda^2 + 32648 \lambda + 527360 = 0$$

Para diversos parâmetros, obtêm-se como resultado a Fig. 3. Nota-se que sô influem, acentuadamente, os fatores de amortecimento δ e $\bar{\delta}$. Para uma análise mais completa veja-se [3]

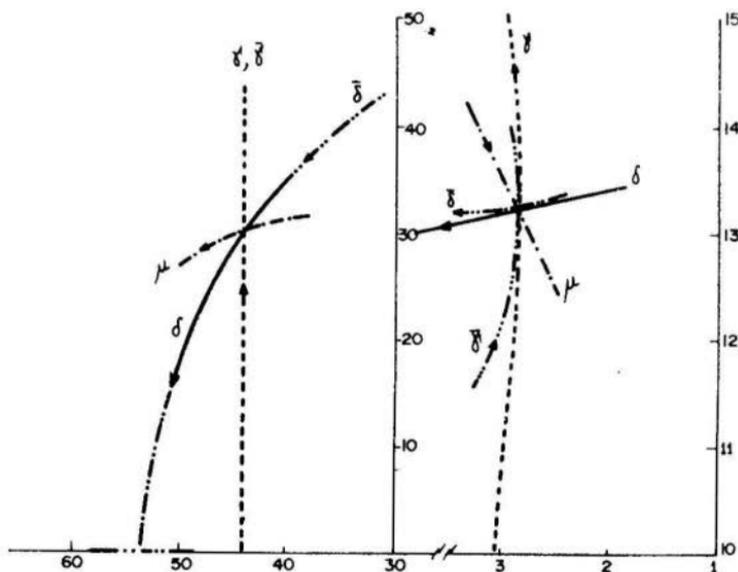


Fig.3 - Variação de λ em função de diversos parâmetros.

4. Resposta

Tomou-se dois tipos diferentes de força de excitação:

- a força de excitação é periódica.
- a força de excitação é um pulso.

Para o primeiro caso, adotou-se o método de resolução proposto por Müller e Schiehlen em [4], baseado na inversão das matrizes complexas do sistema, e para o segundo adotou-se o método proposto por Meirovitch em [5], baseado na resolução de uma integral de convolução. Os dois resultados podem ser considerados como um outro padrão para a análise dos melhores parâmetros que devem ser escolhidos para o sistema. As Figs. 4 e 5 mostram as amplitudes do sistema para o caso, respectivamente.

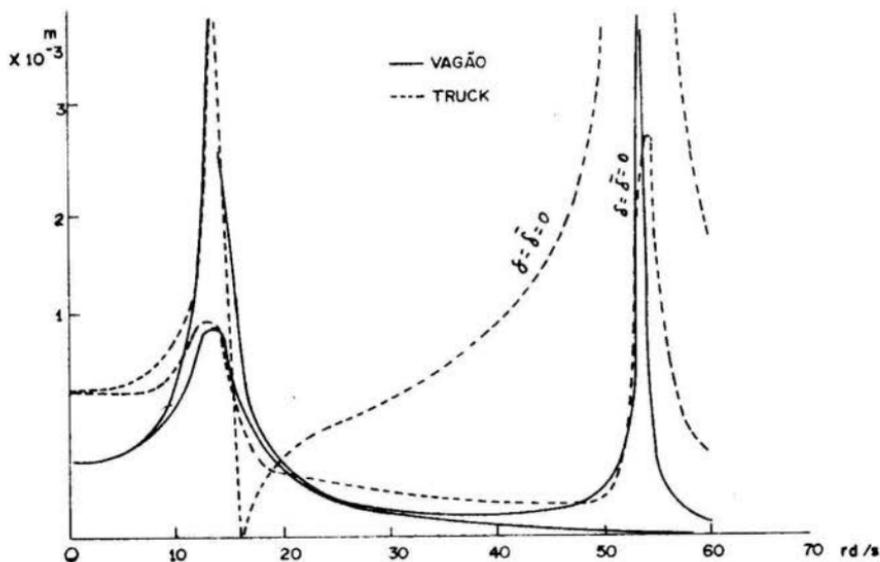


Fig.4 - Amplitudes Z e $Z_{T1} + Z_{T2}$ em função de Ω .

Na Fig. 4, representa-se a curva que mostra a resposta em frequência do deslocamento do sistema base analisado. Foi escolhida uma análise com δ e $\bar{\delta}$ por estes serem os valores que mais acentuadamente influem sobre o grau de estabilidade e, como casos limites, mostra-se também as curvas para $\delta = \bar{\delta} = 0$ do sistema Z e $Z_{T1} + Z_{T2}$. Maior discussão

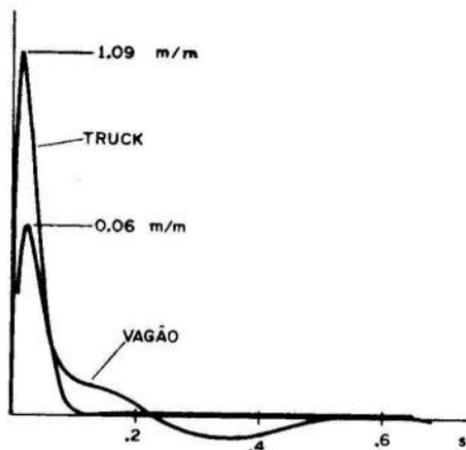


Fig.5 - Amplitudes Z e $Z_{T1} + Z_{T2}$ em função de t .

dos resultados intermediários foi apresentada em [3].

Na Fig. 5, representa-se um dos resultados para uma força impulsiva. O máximo é alterado variando-se os parâmetros do sistema.

Os resultados que poderão ser considerados ótimos, podem ser obtidos, fazendo-se uma avaliação com critérios de engenharia entre os parâmetros resultantes dos processos acima. Eles vão depender muito de cada projeto específico e não são objetivo do presente trabalho.

5. Conclusões

Foi apresentado neste trabalho um método de análise para o comportamento de um modelo simplificado de um vagão ferroviário com suspensão convencional.

Pela análise dos gráficos apresentados, conclui-se que o dado de projeto "mais importante" é a escolha dos valores do amortecimento da suspensão primária e secundária.

Observa-se, ainda, que para o caso limite, temos para a frequência de 16 rad/s uma amplitude nula para o truck, ou seja, a massa do vagão atua como um absorvedor dinâmico de vibração. Mais ainda, para δ e $\bar{\delta}$ diferentes de zero a segunda amplitude de ressonância do vagão desaparece, isto é, tem-se um caso de ressonância aparente, que é demonstrado

analiticamente em [3]. Este ponto é de grande importância para o modelo estudado e, é uma característica que se mantém em todos os casos de amortecimento finito, no movimento vertical do vagão e do conjunto de trucks.

Bibliografia

- [1] Law, H.E. e Cooperrider, N.K., "A Survey of Railway Vehicle Dynamics Research", Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, June 1974, pp. 132-146.
- [2] Dokainish, M.A., Siddall, J.N. e Elmaraghy, W., "On the Effect of Track Irregularities on the Dynamic Response of Railway Vehicles", Journal of Engineering for Industry, November 1974, pp. 1147-1158.
- [3] Zampieri, D.E., "Estudo Analítico da Suspensão de um Veículo Sobre Trilhos", Tese de Mestrado, UNICAMP, 1975.
- [4] Müller, P.C., Schiehlen, W., "Lineare Schwingungen", Akadem Verlag, Frankfurt, 1975
- [5] Meirovitch, L., "Analytical Methods in Vibrations", The MacMillan Company, 1967, pp. 427-429.

ZAMPIERI D.E. e WEBER H.I.

OTIMIZAÇÃO DE MODELOS DE SUSPENSÃODE VEÍCULOS SOBRE TRILHOSSumário

Faz-se um estudo analítico de um modelo físico simplificado de um vagão ferroviário de suspensão convencional. A partir de suas equações de movimento, tomando-o em uma trajetória retilínea, determina-se seu grau de estabilidade ante a variação de alguns parâmetros. Sua resposta em frequência é analisada, tomando-se tipos diferentes de excitação. A partir desses dados, são sugeridos critérios de projeto, que visam melhorar sua estabilidade dinâmica e adequar sua suspensão às características dos trilhos.

OPTIMIZATION OF SUSPENSION MODELSOF RAILWAY VEHICLESSummary

An analytic study of a simplified physical model of a conventional suspension of a railway vehicle is made. Considering the equations of motion on a straight track the influence of different parameters on the degree of stability is examined. The frequency response for different types of excitation is analysed. The result will give design criteria to improve dynamic stability and adequate the suspension to the track characteristics.

A N A I S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 8
P P. 113 - 122



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

ESTUDO POR CEPSTRUM PONDERADO DE UM SISTEMA A ECO

João B.E. SERRÃO, Aluno de pós-graduação
 Jules G. SLAMA, Professor Assistente
 Programa de Engenharia Mecânica
 COPPE/UFRJ
 Rio de Janeiro, BRASIL

1. Introdução.

Este trabalho apresenta uma técnica de análise da propagação de sinal acústico em meio com ecos.

Em 1955 GOFF [1] mostrou o interesse das funções de correlação em acústica. J.MAX [2] citou várias utilizações do processamento do sinal em mecânica.

Utilizando o algoritmo da FFT são estimados vários parâmetros do sinal transmitido por uma sala [3], [4].

2. Estimação de tempos de propagação de ruídos.

Em geral, temos em acústica, o problema da redução de

ruidos existentes em locais vindos de várias fontes. Estes ruidos vão ser transmitidos e refletidos até chegar ao ponto de observação (fig.1). A determinação dos caminhos de propagação pode ser feita a partir do estudo dos tempos de propagação. Estimaremos estes tempos de propagação usando as funções de correlação e o Cepstrum.

PROPAGAÇÃO DO RUÍDO NO MEIO AMBIENTE

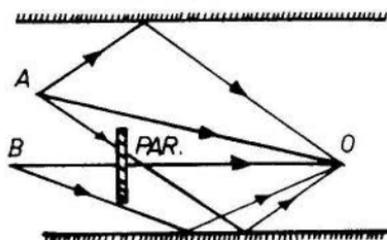


Fig. 1

2.1 Estimativa dos Tempos de Propagação por Correlação.

Seja o sinal propagado:

$$y(t) = \alpha x(t-T) \quad \alpha \text{ pequeno}$$

Definimos:

autocorrelação de um sinal $Z(t)$

$$\Gamma_{zz}(\xi) = E\{Z(t) Z(t+\xi)\}$$

cross correlação de $Z(t)$ com $W(t)$

$$\Gamma_{zw}(\xi) = E\{Z(t) W(t+\xi)\}$$

Então:

$$\Gamma_{xy}(\xi) = E\{X(t) \alpha X(t+\xi-T)\} = \alpha \Gamma_{xx}(\xi-T)$$

E é o operador esperança matemática.

PROBLEMA A 2 CAMINHOS DE PROPAGAÇÃO

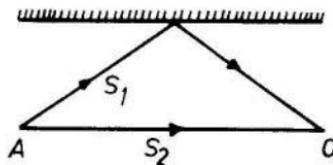


Fig. 2

No caso de dois caminhos de propagação, Fig. 2, a função de correlação apresenta um pico para os valores de $\xi=T_1$ e $\xi=T_2$

FUNÇÃO DE CROSSCORRELAÇÃO
ENTRE O RUÍDO EMITIDO E O
RECEBIDO

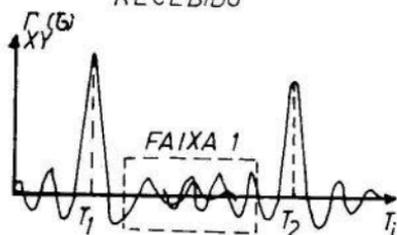


Fig. 3

Podemos ver que a resolução é ligada à largura da função de correlação. A resolução melhor vai ser para um ruído de função de correlação bem estreita (ruído a largo espectro)

$\Gamma_{XX}(\xi)$ DO RUÍDO EMITIDO

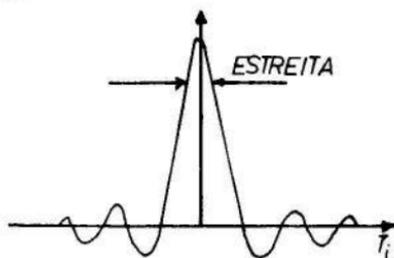


Fig. 4

2.2 Estimativa dos tempos de propagação pelo Cepstrum ponderado.

Seja o sinal propagado:

$$Y(t) = \alpha_1 X(t-T_1) + \alpha_2 X(t-T_2)$$

Formamos o sinal

$$Z(t) = \beta X(t) + Y(t)$$

e calculado o Cepstrum de $Z(t)$:

a densidade de $Z(t)$ é:

$$\gamma_Z(\nu) = [H(\nu)]^2 \gamma_X(\nu)$$

$\gamma_Z(\nu)$ densidade espectral de $Z(t)$

$\gamma_X(v)$ densidade espectral de $X(t)$

$H(v)$ é a função de transferência do meio acústico

$$[H(v)]^2 = \left[\beta^2 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \right] + 2\beta \sum_i \alpha_i \cos 2\pi v T_i + \sum_{i \neq j} \alpha_i \alpha_j \cos 2\pi v T_i - T_j$$

Se $\beta \gg \alpha_i$ temos

$$[H(v)]^2 \approx (\beta^2 + \alpha_1^2 + \alpha_2^2) \left[1 + \frac{2\beta}{\beta^2 + \sum_i \alpha_i^2} \sum_i \alpha_i \cos 2\pi v T_i \right]$$

Donde:

$$\log [\gamma_Z(v)] \approx \log \left[\gamma_X(v) (\beta^2 + \sum_i \alpha_i^2) \right] + \frac{2\beta}{\beta^2 + \sum_i \alpha_i^2} \sum_i \alpha_i \cos 2\pi v T_i$$

$\log(\beta^2 + \sum_i \alpha_i^2) \gamma_X(v)$ é uma função lentamente variável

$\frac{2\beta \alpha_i}{\beta^2 + \sum_i \alpha_i^2} \cos 2\pi v T_i$ é uma função soma de funções periódicas de período $\frac{1}{T_i}$.

Podemos separar as duas componentes por análise espectral de $\log \gamma_Z(v)$.

O resultado é o Cepstrum que apresenta picos para os valores da "quefrência" T_i e um pico em baixa quefrência.

Pode usar o parâmetro β de ponderação para obter-se uma boa resolução em "quefrência".

Com isto, desprezando-se os pontos próximos da origem, teremos apenas a função que nos dá o tempo de propagação para cada caminho.

CEPSTRUM PONDERADO

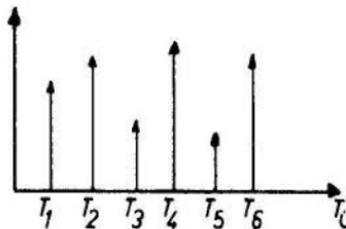


Fig. 5

3. Experiência Realizada.

A fig. 6 nos mostrará o esquema da experiência.

Inicia-se a experiência pelo gerador de ruído branco. Usa-se um filtro de frequência no intervalo de 100 a 2500Hz. O uso do filtro na experiência é justificado pela teoria de Nyquist segundo a qual, numa amostragem o período tem que obedecer à seguinte relação:

$$T < \frac{1}{2 v_{\max}}$$

onde T é o período e v é a frequência máxima a analisar.

Esta teoria nos permite uma análise mais apurada dos resultados. A prática nos ensina que devemos utilizar a seguinte relação:

$$T = \frac{1}{6 v_{\max}}$$

Como podemos digitalizar até 16 KHz no PDP-12 através do programa HFDIGIT, limitamos a frequência máxima em 2,5 KHz num altofalante, o qual fica defronte à parede que estamos estudando.

Por outro lado, da mesma parede temos um microfone que capta o sinal transmitido pelo altofalante. Este sinal é a proximidade de 80 dBA.

ESQUEMA DA EXPERIÊNCIA REALIZADA

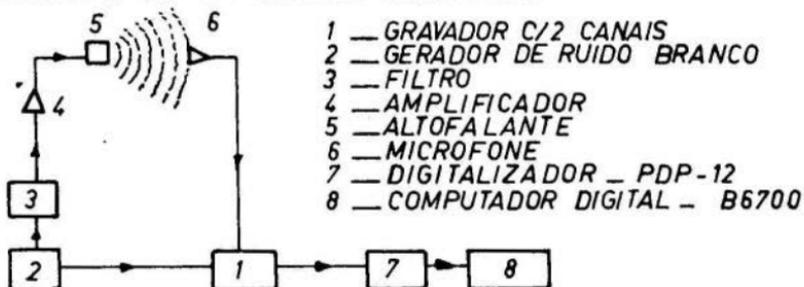


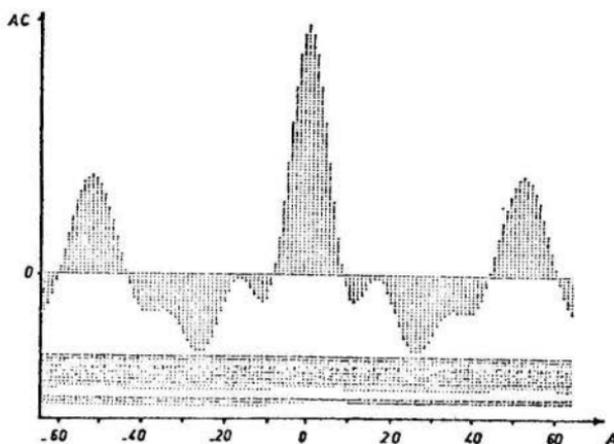
Fig. 6

O gravador registra tanto o ruído branco como o sinal amplificado do microfone.

Numa 2ª fase, digitalizamos a entrada e a saída no PDP-12. Com a situação dos dados em cartões, utilizamos o computador B6700 para cálculo de autocorrelação e Cepstrum ponderado.

Os resultados obtidos estão sob a forma de gráfico na fig. 7.

GRÁFICO DA FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO
DO SINAL DA SAÍDA DO AUTOFALANIE

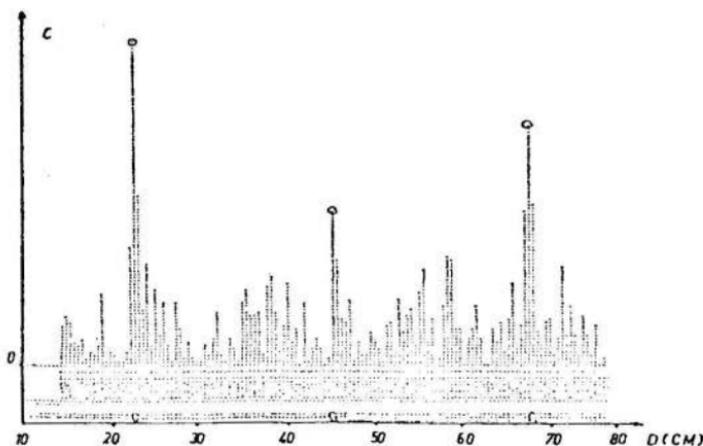


AC - AUTOCORRELAÇÃO (AMPLITUDE)

τ - ATRASO - $\tau = A.T - T = (1/60) \text{MS}$

Fig. 7.a FUNÇÃO DE AUTOCORRELAÇÃO CALCULADA USANDO O PROGRAMA DA FFT

GRÁFICO DO CEPSTRUM



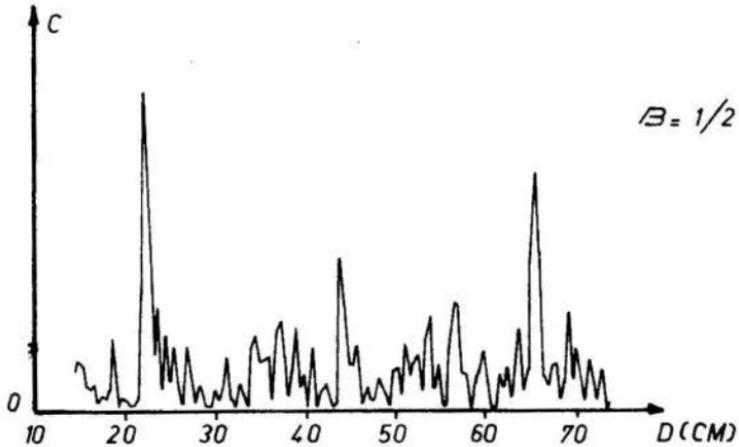
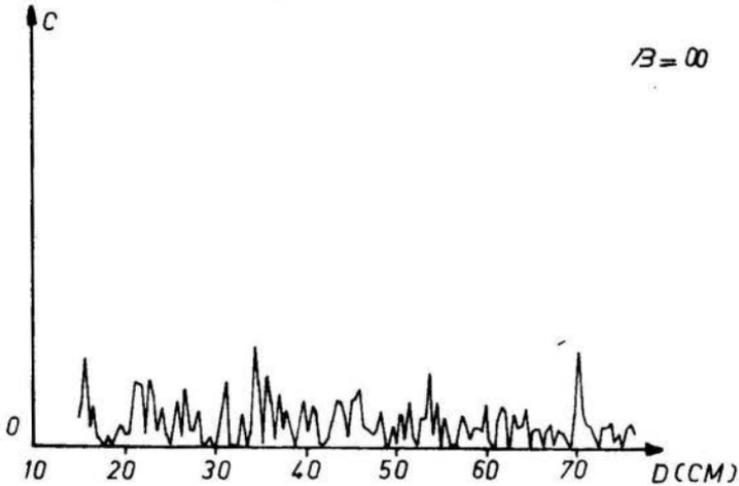
C - CEPSTRUM (AMPLITUDE)

D - DISTÂNCIA - CENTÍMETRO

Fig. 7.b CEPSTRUM PONDERADO CALCULADO COM $\beta = 0,5$

4. Conclusão.

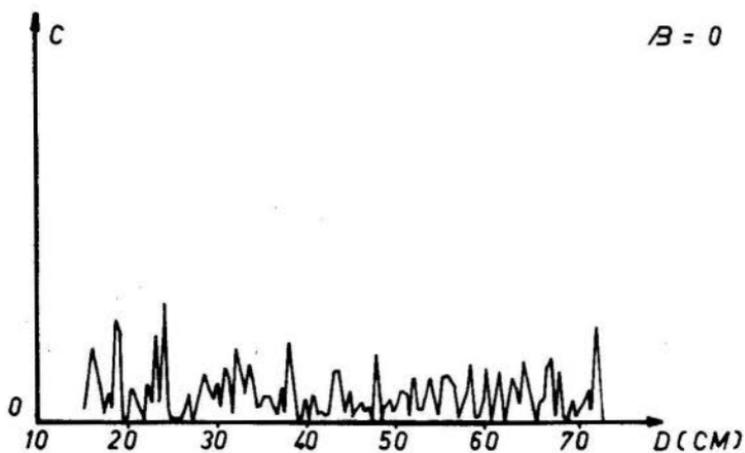
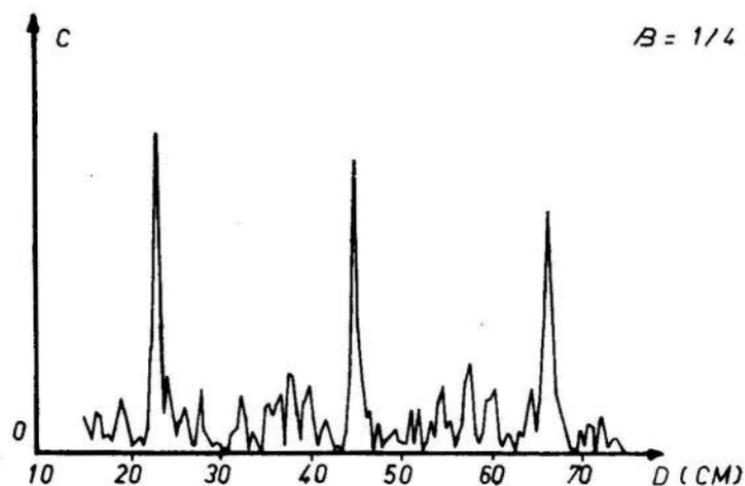
O método do Cepstrum ponderado se mostrou um instrumento eficiente para analisar sistemas de propagação. O modo usado é bastante simples e mesmo assim a resolução obtida é suficiente (Fig. 8).



C - CEPSTRUM PONDERADO

D - DISTÂNCIA (CENTÍMETRO)

Fig. 8.a INFLUÊNCIA DO PARÂMETRO β SOBRE A RESOLUÇÃO DO CEPSTRUM



C - CEPSTRUM PONDERADO

D - DISTÂNCIA (CENTÍMETRO)

Fig. 8.b INFLUÊNCIA DO PARÂMETRO β SOBRE A RESOLUÇÃO DO CEPSTRUM

Agradecimento

Agradecemos ao professor Flávio Grynzpan e ao pessoal do Laboratório de Biomédica, pela colaboração prestada.

Bibliografia

- [1] GOFF, K.W., "The application of correlation techniques to some acoustic measurements" JASA, 27 (2) 1955.
- [2] MAX, J., "Traitement du signal", Tomo I, Masson et c^{ie} Éditeurs.
- [3] NOLL, A.R., "The Cepstrum and some close relatives" JASA, vol. 41 (2), 1967, pp. 223-309.
- [4] MERCER, C.A., "Note on digital estimation of correlation function", Journal of sound and vibration 27 (2), 1973, pp. 262-265.

SERRÃO J.B.E.e SLAMA J.G.

ESTUDO POR CEPSTRUM DE UM SISTEMA A ECO

Sumário

Um método de processamento do sinal nos permitiu resolver o problema da separação de vários caminhos de propagação de um ruído.

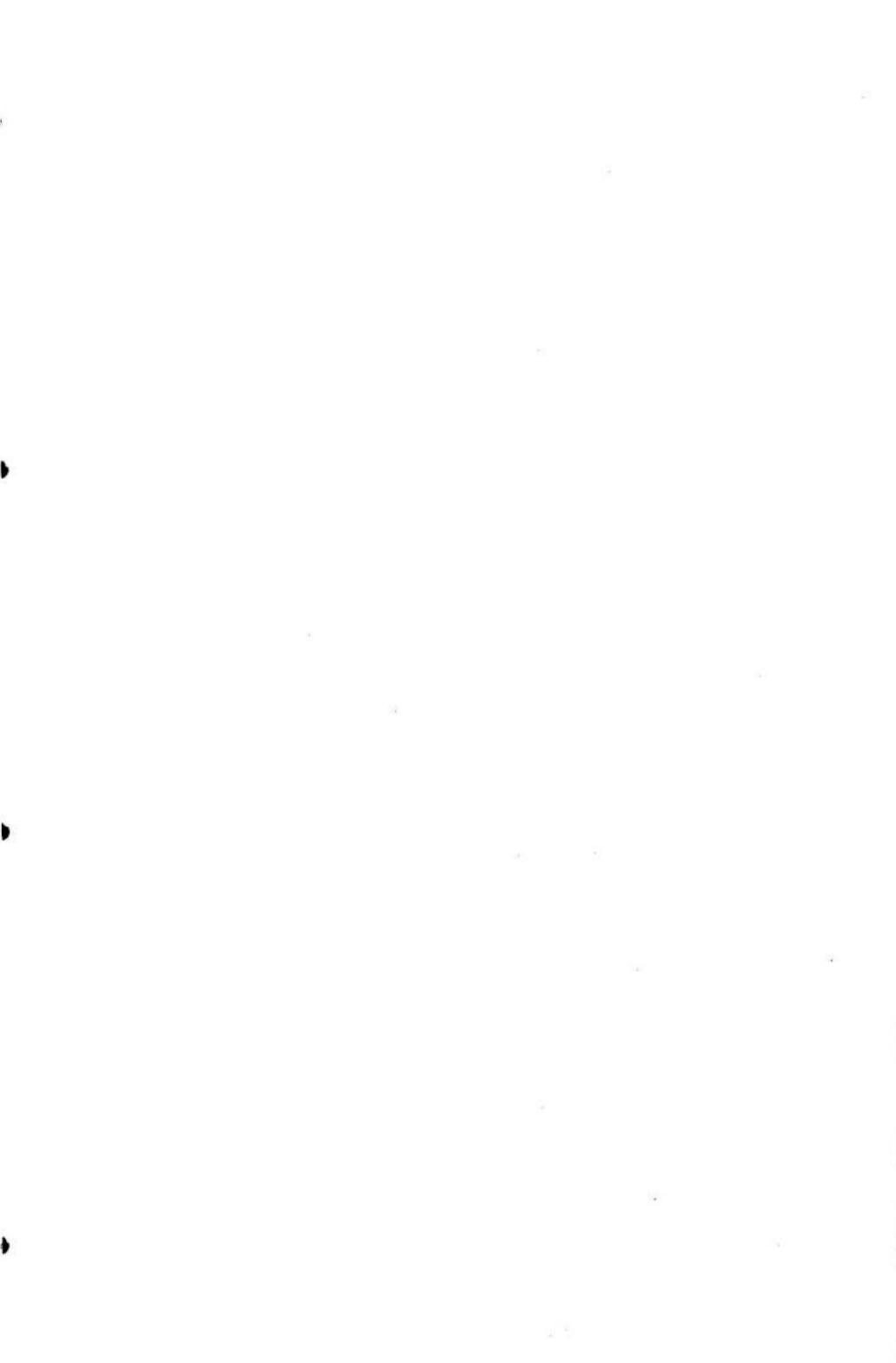
O estudo dos ecos de uma sala confirmou o modelo teórico e evidenciou o interesse da ponderação do Cepstrum para este tipo de problema.

APPLICATION DU CEPSTRUM À L'ETUDE
D'ECHOGRAMES

Resume

Une technique d'analyse du signal nous a permis de résoudre le problème de la separation de différents chemins de propagation d'un bruit.

L'étude de echos d'une salle confirma la validité du modele theorique et montra l'intéret de la ponderation du Cepstrum pour le type de problèmes.



ANAI S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 9
PP. 123 - 132



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL DE EMISSÃO ACÚSTICA

Francisco P. de R. CORREA
 Arthur Palmeira RIPPER NETO

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
 Ilha do Fundão, Rio de Janeiro/RJ- BRASIL

1. Introdução

Emissão Acústica (EA), é a liberação de energia, em processos de deformação, sob forma de ondas de tensão.

Alguns materiais produzem EA audível (latão, madeira) [2], porém o nível de energia e faixa de frequência usuais da EA [1] requerem instrumentação especial [4] para sua detecção.

A EA é promissora como método de detecção de falhas, [3, 6] sendo utilizada no controle "on line" da integridade estrutural de reatores atômicos [5, 7].

A propagação de um pulso de EA entre o ponto de geração e o receptor envolve múltiplas reflexões. A interpretação dos dados experimentais de EA é dificultada pela alteração do sinal neste processo de propagação, no acoplamento do receptor e pela instrumentação de recepção.

O objetivo deste trabalho é determinar uma Função de Transferência única que englobe estes fatores.

2. Descrição do Método

O método consiste em uma simulação, com geração artificial de pulsos mecânicos, em um corpo de prova de geometria e material idênticos ao que será usado na experiência propriamente dita. Extendendo esta identidade à localização do receptor e à instrumentação, a única variável da função de transferência fica sendo a posição da fonte.

3. Formulação Matemática

A formulação aqui apresentada é a do Método dos Modos Normais.

A resposta em um ponto de posição x_1 , no instante t_1 , a um pulso de amplitude unitária gerado em x_0 , no instante t_0 , é dada pela convolução

$$h(x_1, t_1) = \int_D \int_0^{t_0} \delta(x-x_0) \delta(t-t_0) G(x, x_1, t, t_1) dx dt \quad (1)$$

onde D é o domínio das coordenadas espaciais, G é a função de transferência e x é a variável de integração.

Supondo que o sistema satisfaça as condições necessárias à aplicação do método, e que sua resposta seja estacionária no tempo, a resposta a uma excitação, em termos dos modos normais, é

$$G(x_1, x_0, t_1 - t_0) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x_1) T_i(x_0, t_1 - t_0) \quad (2)$$

onde X_i é a função de forma (modo) e T_i é uma função do tempo e da posição da fonte.

Efetutando-se o desenvolvimento de acordo com a teoria do método [8], chega-se à equação

$$G(x_1, x_0, w) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x_1) X_i(x_0) \bar{T}'_i(w) \quad (3)$$

que é a resposta do sistema, em frequência, em termos de seus modos normais. Nesta equação, $X_i(x_0)$ é uma função da posição da fonte, e \bar{T}'_i é a resposta em frequência do i -ésimo modo, para uma excitação impulsiva.

A resposta do sistema, quando a excitação é uma função Dirac, é

$$\bar{H}(x_1, w) = \sum_{i=1}^{\infty} G(x, x_1, w) \delta(x-x_0) dx = G(x_0, x_1, w) \quad (4)$$

Neste caso, a resposta é a própria função de transferência que se quer determinar. Quando se usa pulsos retangulares repetitivos e a duração destes tende a zero, obtêm-se como resposta

$$\bar{H}(x_1, w) = (at/2\pi) \int_D G(x_1, x_0, w) \delta(x-x_0) dx \quad (5)$$

onde t é o período do pulso, e a sua amplitude.

Numa dada posição x' , o módulo da função de transferência é

$$\left| \bar{G}_{x'}(x', x_0, w) \right| = \left| \bar{H}_{x'}(x', x_0, w) \right| / (at/2\pi) \quad (6)$$

Para uma excitação qualquer \bar{E} , a resposta é expressa por

$$\left| \bar{R}_{x'} \right| = \left| \bar{E} \right| \left| \bar{G}_{x'} \right| \quad (7)$$

Conhecendo-se a função de transferência $\left| \bar{G}_{x'} \right|$, pode-se calcular o espectro do pulso na fonte $\left| \bar{E} \right|$ a partir da resposta $\left| \bar{G}_{x'} \right|$.

4. Procedimento Experimental

O procedimento experimental consistiu em usar um trans

dutor piezoelétrico no interior do corpo de prova para simular uma fonte de EA, sendo este transdutor acionado por um gerador de função.

O sinal de resposta foi captado em diversos pontos, deslocando-se o transdutor receptor ao longo do eixo de simetria de uma das faces do corpo de prova.

Duas experiências foram realizadas: uma para determinar a função de transferência, e outra para obter a resposta do sistema a um outro pulso, de grande duração. O pulso usado na primeira experiência tinha uma duração de $0,03 \mu s$, com espectro de amplitude constante na faixa de 60 KHz a 150 KHz. O outro pulso, de $20 \mu s$, possuía espectro de amplitude variável na faixa em questão.

O corpo de prova foi confeccionado em resina "epoxy", sendo a instrumentação utilizada descrita no diagrama de blocos abaixo (Fig. 1)

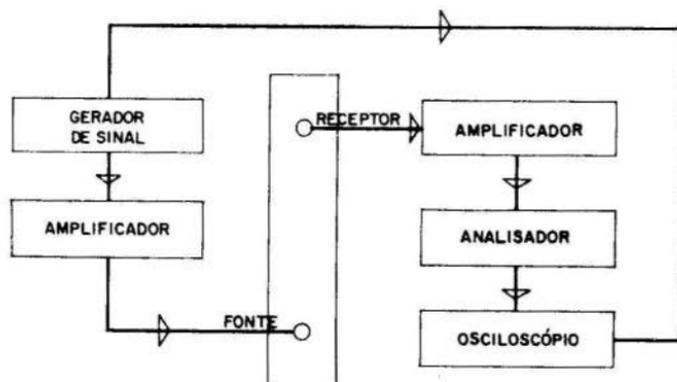
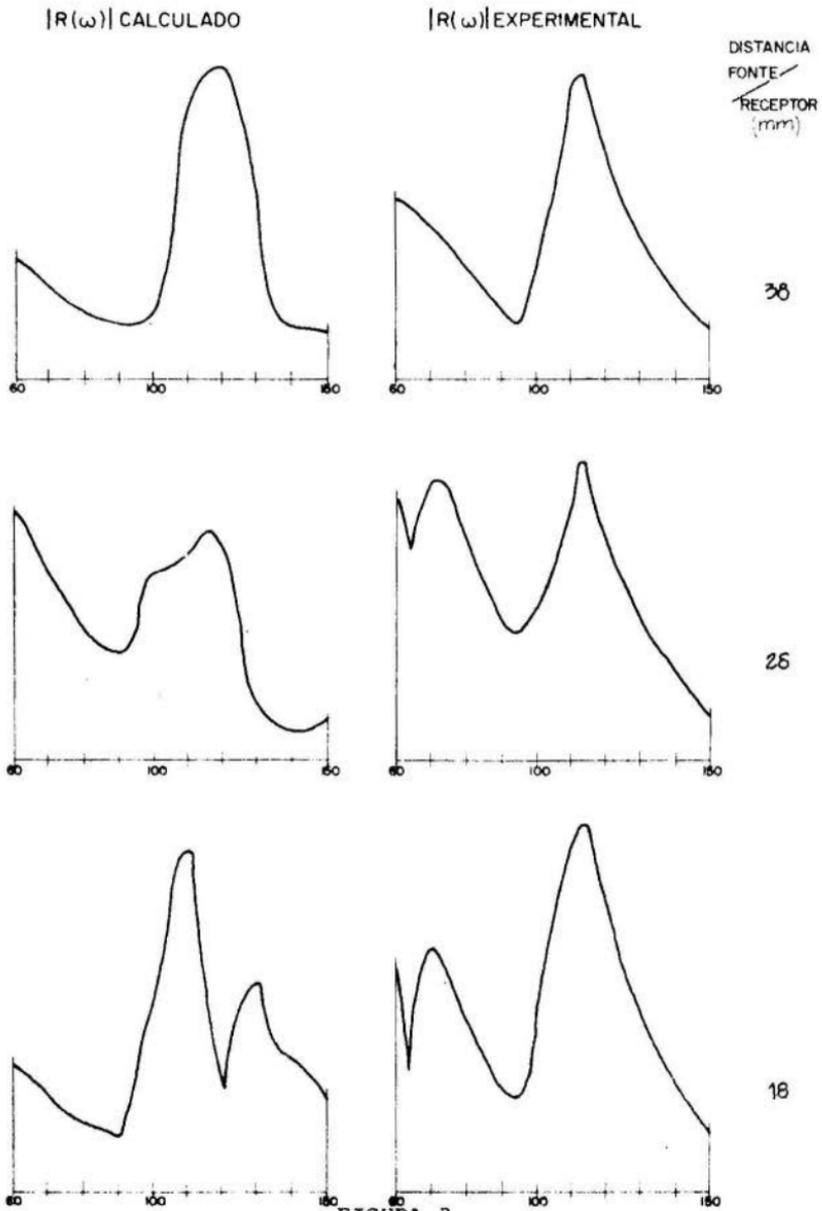


FIGURA 1

Diagrama de Blocos do
Circuito Experimental



Apresentação de Resultados

ESCALAS HORIZONTAL 1cm = 20 KHz
 VERTICAL 1cm = 2 μ V

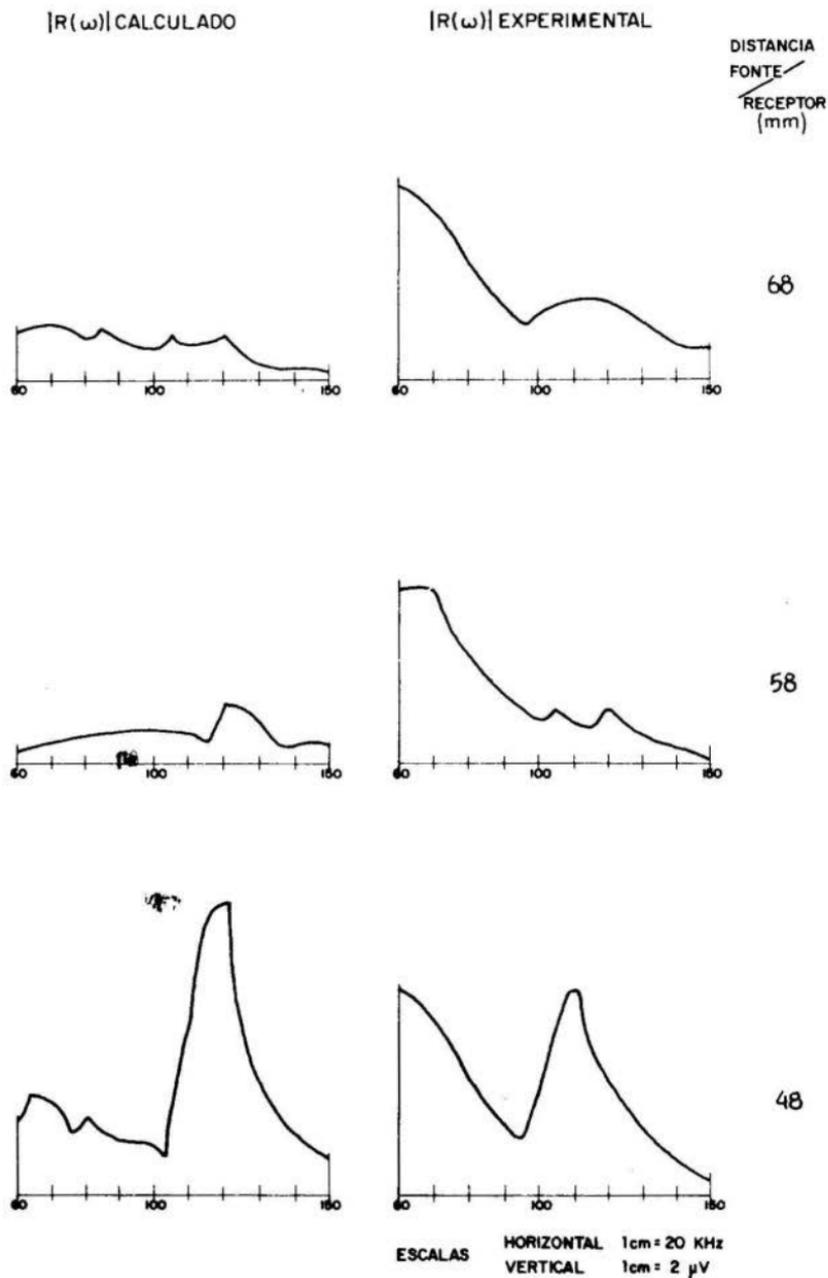


FIGURA 3

Apresentação de Resultados

5. Apresentação de Resultados

Primeiramente calculou-se $|\bar{G}|$, pela eq. (6), usando-se os valores de $|\bar{H}|$ obtidos na primeira experiência. Com os valores de calibração $a = 10 \text{ V}$ e $t = 10^{-4}$, tem-se $(at/2\pi) = 1,59 \times 10^{-4} \text{ Vs}$.

Depois destes cálculos, e com $|\bar{E}|$ dado pela análise espectral do pulso de $20 \mu\text{s}$ calculou-se $|\bar{R}|$ (resposta do sistema para este pulso).

A seguir, determinou-se experimentalmente a resposta do sistema ao pulso de $20 \mu\text{s}$, nos mesmos pontos do corpo de prova onde foi captada a resposta $|\bar{H}|$. Estes resultados foram comparados aos obtidos por cálculo, segundo o processo descrito inicialmente.

Os dados obtidos pelo procedimento acima são apresentados com os resultados das experiências nas figuras 2 e 3.

A complexa geometria do corpo de prova torna difícil a determinação teórica de suas frequências naturais. Entretanto, algumas das frequências predominantes da análise espectral apresentam comprimentos de onda iguais a múltiplos inteiros das dimensões características do corpo de prova, conforme tabela abaixo. A velocidade do som na mistura "epoxy" utilizada, $V = 2.400 \text{ m/s}$, foi determinada experimentalmente.

Tabela dos Comprimentos de Onda

(As dimensões características referem-se à secção de testes do corpo de prova).

Frequência (kHz)	Comprimentos de Onda (λ) (mm)	Dimensão Caract. (d) (mm)	Relação de Proporção (d/ λ) (adim.)
80	30	60 (compr.)	2
100	24	25 (compr.)	-1
120	20	60 (compr.)	3

7. Conclusões

O método apresenta possibilidades de aplicação, pelo menos de modo semi-quantitativo. A precisão dos dados dependerá das características do equipamento e de até que ponto o processo em estudo pode ser aproximado pela formulação teórica utilizada. A distância fonte-receptor parece ser importante para isto: constatou-se que para distâncias inferiores a 28 mm e superiores a 48 mm, não houve concordância apreciável, a não ser em alguns pontos das curvas para 18mm e 58mm. Ainda mais, note-se que dos três melhores resultados, o melhor é o de 38 mm, com os demais apresentando um desvio maior entre as curvas calculadas e as experimentais.

Além disto, verificou-se que o procedimento experimental da simulação deve ser seguido à risca na experiência de aplicação, para evitar distorções que alterem a função de transferência.

Bibliografia

- [1] Stephens, R.W.B. e Hill, R., "Sonic Emissions During Deformation of Solids", Archivum Akustiky, 1971.
- [2] Liptai, R.G. e Harris, D.O., "Acoustic Emission - An Introductory Review", Materials Research and Standards, 10(3) 1971, pp 8-10
- [3] Balderston, H.L., "The Broad Range Detection of Incipient Failure Using Acoustic Emission", Acoustic Emission - ASTM STP 505, 1972, pp. 297-317.
- [4] Tatro, C.A., "Design Criteria for Acoustic Emission Instrumentation", Acoustic Emission - ASTM STP 505, 1972, pp. 84-89.
- [5] Pany, D.L., "Nondestructive Flaw Detection on Nuclear Power Installations", Transactions of the American Nuclear Society, 10 (1), 1967.

- [6] Wells, D., "An Acoustic Apparatus to Record Emissions from Concrete under Strain", Nuclear Engineering and Design, 19(2), 1972, pp. 80-88
- [7] Anderson, T.T., Gavin, A.P., Karvinen, J.R. e Thompson, J.L., "Detecting Acoustic Emission in Large Liquids Cooled Fast Breeder Reactors", Acoustic Emission - ASTM STP 505, 1972, pp. 250-269.
- [8] Lin, Y.K., "Probabilistic Theory of Structural Dynamics", Cap. 7, pp. 207-210, McGraw Hill, 1967.

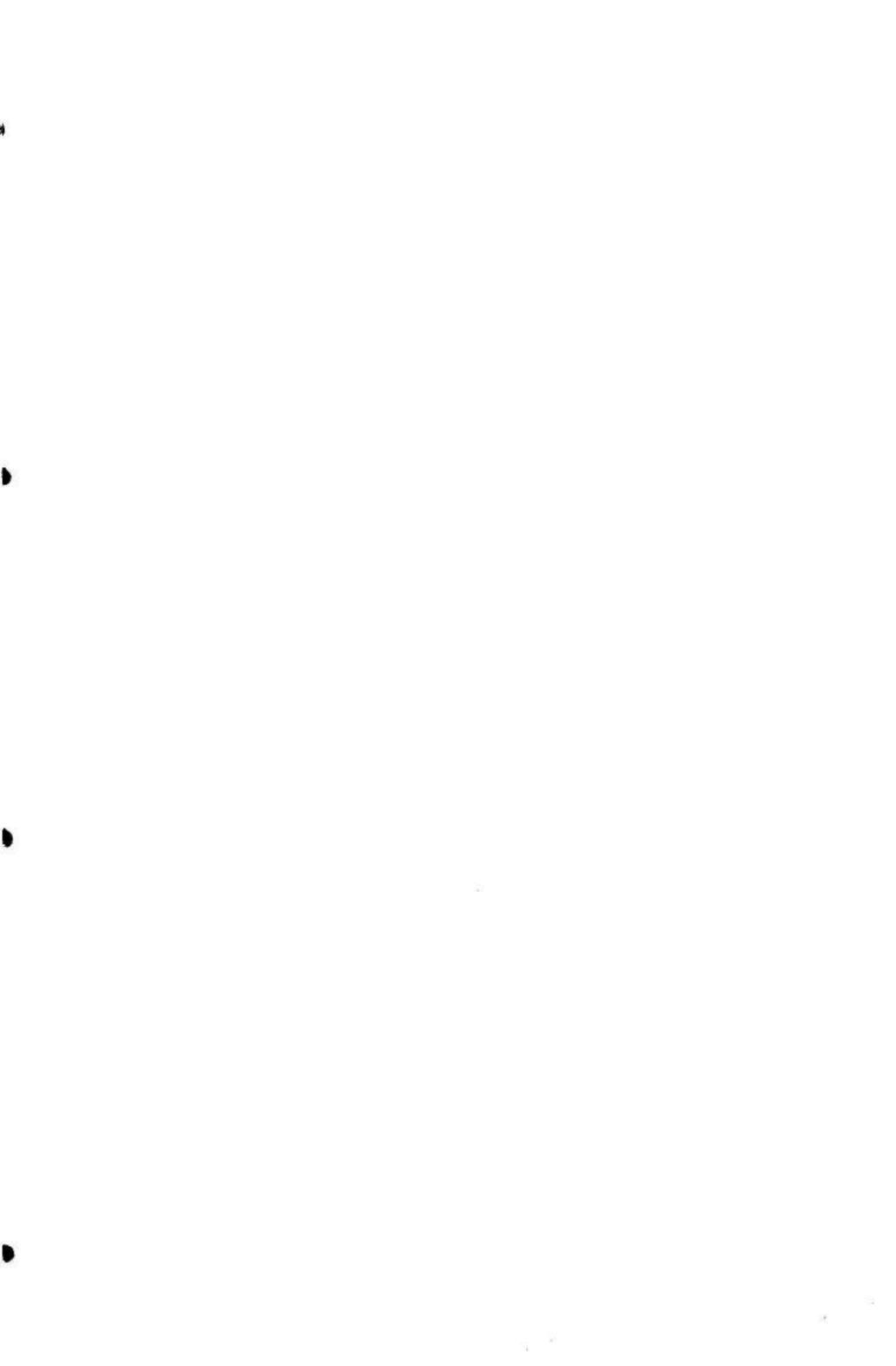
CORREA F.P.R. e RIPPER NETO A.P.

SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL DE EMISSÃO ACÚSTICASumário

Uma metodologia para análise de dados em experiências de Emissão Acústica (EA) é proposta. Esta metodologia baseia-se na utilização de uma simulação experimental para determinar uma Função de Transferência única para os processos de transmissão, recepção e registro dos pulsos de EA. Nesta simulação, os mesmos corpo de prova e equipamento de experiência propriamente dita são utilizados. Este procedimento é adotado para reduzir a um mínimo o número de variáveis envolvidas no processo. A formulação matemática do método é também apresentada, e uma segunda simulação é realizada para efeito de verificação.

EXPERIMENTAL SIMULATION OF ACOUSTIC EMISSIONSummary

A method for data analysis on Acoustic Emission (AE) experiences is proposed. The method consists basically on using a simulation to establish a single Transfer Function for the transmission, reception and pulse registering processes on AE experiences. This simulation uses the same test specimen and detection equipment of the real experience, and this procedure is adopted to reduce the function's variables to a minimum. The mathematic formulation of the method is also presented, and another simulation is made to check the process.



ANAIS

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 10
PP. 133 - 142



COPPE/CAPEB

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

DYNAMIQUE DES SOLIDES ELASTIQUES OU VISCO-ELASTIQUES

ASSOCIES : APPLICATION AUX POUTRES ET AUX PLAQUES

Yves JULLIEN, Maître de Recherche,
 Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique,
 C.N.R.S.,
 Marseille, France

1. Introduction

Pour que les absorbeurs acoustiques soient bien "accordés" en fréquence, il est nécessaire de faire une analyse précise du régime vibratoire de l'ensemble des structures vibrantes ; cette analyse doit être effectuée conjointement avec l'étude du rayonnement acoustique que l'on sait déterminer maintenant par la méthode énergétique de statistique [1]. Les ensembles vibratoires que l'on trouve actuellement dans les complexes industriels sont un assemblage d'éléments de structure de matériaux différents. Nous nous

intéresserons seulement au cas où la liaison entre ces différents éléments peut être considérée comme rigide. En effet, ces éléments sont caractérisés par leurs dimensions, leur poids, leurs propriétés élastiques ou viscoélastiques, et selon les valeurs relatives de ces caractéristiques, nous aurons à résoudre l'un ou l'autre des quatre problèmes suivants :

- 1) Vibrations de systèmes continus présentant des discontinuités de conformation,
- 2) Vibrations de systèmes continus avec conditions aux limites continues par morceaux ou discontinues,
- 3) Vibrations de systèmes continus par morceaux,
- 4) Vibrations de certains systèmes composites.

Seules les vibrations libres seront considérées, ce qui exclut l'étude de l'autre classe importante de problèmes à répartition spatiale de l'excitation [2].

Nous allons donner une méthode de résolution semi-approchée, bien adaptée à chacune des classes de problème. Cette méthode utilise une discrétisation très différente de celle des éléments finis [3], de Ritz [4], et de Galerkin [5] qui ont fait leur preuve et présentent des avantages certains.

$$\iint$$

W W
 W

2. Systèmes à discontinuité de conformation

Ce sera par exemple le cas d'une poutre ou plaque supportant des masses additionnelles ou des ressorts. Le problème aux limites à résoudre est alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} L^{(n)}(w) = 0 \quad w \in D \quad i < n - 1 \\ M_p^{(1)}(\bar{w}) = F \quad \bar{w} \in \bar{D} \quad p = 1, 2, \dots, n \end{array} \right. \quad (1)$$

où L et M_p sont deux opérateurs différentiels. Que l'on soit en présence d'une surcharge M ($F = -M\omega^2\bar{w}$) ou d'un ressort ($F = K\bar{w}$) la discontinuité peut être représentée directement dans l'opérateur L par une certaine fonction $f(P)$.

$$\hat{L} = L + f(P) w \quad (2)$$

et le système à résoudre est identique à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{L}^{(n)}(w) = 0 \\ M_p^i(\bar{w}) = 0 \end{array} \right. \quad (1')$$

Pour le problème unidimensionnel des vibrations transversales d'une poutre, on développera $f(x)$ de la façon suivante :

$$f(x) = m + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M e^{\frac{i n \pi x}{l}} \quad (3)$$

La $EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} - \alpha^2$, la première équation du système (1') est une équation différentielle à coefficient périodique. Le théorème de Floquet entraîne une solution périodique de la forme

$$w = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} b_s e^{\frac{i s \pi x}{l}} \quad (4)$$

L'identification d'une telle solution conduit à :

$$b_s = \frac{AM}{s^4 - \alpha^2} \text{ avec } A = \sum_s b_s$$

L'équation aux valeurs propres α est obtenue par simple substitution :

$$1 = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \frac{M}{s^4 - \alpha^2} \quad (5)$$

Le calcul des sommes intervenant dans l'équation aux valeurs propres et dans les fonctions propres est élémentaire et il n'y a donc pas de difficulté à obtenir les expressions analytiques.

Dans le cas où il y a plusieurs surcharges, la méthode s'adapte très bien alors que la résolution du système (1) devient relativement compliquée. Selon les conditions aux limites désirées, on prendra une période plus grande que la longueur de la poutre réelle pour le développement (3) de $f(x)$ et on adjoindra des masses supplémentaires dites "fictives" (cas de la poutre libre). Les détails des calculs et des résultats sont exposés dans [6].

Le passage à deux dimensions est immédiat : ainsi, pour une plaque appuyée sur des bords et supportant une masse $M (X_1, X_2)$, on trouve l'équation aux valeurs propres suivante :

$$\frac{1}{M} = \sum_{j,k} \frac{\sin^2 j \bar{\xi}_1 \sin^2 k \bar{\xi}_2}{C(j,k)} \quad (6)$$

où

$$\bar{\xi}_i = \frac{\pi X_i}{a,b}, \quad C(j,k) = \pi^4 \left\{ \left[\frac{j^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} \right]^2 - \frac{m\omega^2}{D} \right\} \quad (7)$$

La plaque libre ou encastrée présente plus de difficulté : on utilise les solutions des plaques appuyées et guidées-encastrées ; on répartit sur certains contours C et Γ des masses fictives m et μ de telle sorte que la solution générale u , en vertu du principe de superposition, devienne :

$$u = \int_C mgdc + \int_{\Gamma} \mu \gamma d\Gamma.$$

Le problème revient à chercher m, μ, c, γ tels que :

$$\int_{\Gamma} \mu \bar{\gamma} d\Gamma = 0 \text{ et } \int_C m \bar{g}' dc = 0 \text{ pour la plaque encastrée}$$

ou

$$\int_{\Gamma} \mu M_F(\bar{\gamma}) d\Gamma = 0 \text{ et } \int_C m \kappa(\bar{g}) dc = 0 \text{ pour la plaque libre.}$$

où κ représente l'opérateur de Kirchhoff :

$$\kappa = \frac{\partial^3}{\partial x_i^3} - (2 - \nu) \frac{\partial^3}{\partial x_i^2 \partial x_j}$$

Dans le cas de plaques rectangulaires, les contours C et Γ sont des droites parallèles aux bords. L'équation aux valeurs propres est donnée sous la forme d'un système d'équations aux deux inconnues X (abscisse de la droite

sur laquelle sont réparties les masses fictives) et ω (pulsation propre).

3. Conditions aux limites discontinues

Considérons le cas d'une plaque partiellement appuyée-encastree ou appuyée-libre. Dans les deux cas, une des deux conditions aux limites est conservée ; nous prendrons ces exemples pour simplifier. La seconde condition aux limites présente des discontinuités en n points Q_j du bord. Le problème aux limites à résoudre est de la forme :

$$\begin{cases} L^{(4)}(w) = 0 & w \in D \\ M_1(\bar{w}) = 0 & \bar{w} \in \bar{D} \\ M_2[w(Q)] = \sum_{j=0}^{n-1} A_j \delta(Q - Q_j) \\ N_2[w(Q_j)] = 0 & j = 0, 1, \dots, n-1 \end{cases} \quad (8)$$

Dans le cas d'une plaque circulaire (ρ, θ) , compte tenu de $M_1(\bar{w}) = 0$,

$$w = \sum_{s=0}^{\infty} a_s h_s(\lambda, \rho) \cos s\theta \quad \text{où } h_s(\lambda, \rho) \text{ est une combinaison}$$

linéaire de fonctions de Bessel. La seconde condition aux limites conduit à :

$$\sum_{s=0}^{\infty} a_s M_2 [h_s(\lambda, 1)] \cos \theta = \sum_{s=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{n-1} A_j \cos \theta \cos s\theta_j$$

d'où

$$a_s = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{A_j \cos \theta_j}{M_2 [h_s(\lambda, 1)]}$$

La condition N_2 donne un système linéaire aux A_j .

$$A_j \sum_{s=0}^{\infty} \frac{N_2 [h_s(\lambda, 1)]}{M_2 [h_s(\lambda, 1)]} \cos s\theta_i \cos s\theta_j = A_j G_{ij} = 0$$

Donc $\det |G_{ij}| = 0$ constitue l'équation aux valeurs propres. La référence [7] expose les détails de calcul pour un, puis deux et n points d'encastrement symétriquement répartis sur le pourtour. L'extension au cas d'un arc encasté (condition aux limites continue par morceaux) est immédiate.

4. Opérateurs continus par morceaux

Le problème aux limites à résoudre est du type suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} L_1^{(n)}(w_1) = 0 & w_1 \in D_1 \\ L_2^{(n)}(w_2) = 0, & w_2 \in D_2 \\ M_p^i(\bar{w}) = 0 & \bar{w} \in \bar{D} \\ R_{2n-p}^j(w_1 \equiv \bar{w}_2 = \bar{w}) = 0 & \bar{w} \in S \end{array} \right. \quad (9)$$

Les dernières conditions sont les conditions dites de "raccordement". Les opérateurs L_1 et L_2 ne diffèrent que par leur coefficient : le cas des vibrations transversales de deux poutres collées bout à bout de matériaux différents et de celles d'un disque composé de plusieurs couronnes distinctes entreront dans cette classe de problèmes. Pour les poutres ($n = 4$), il est nécessaire d'écrire quatre conditions de raccordement pour que le système soit compatible. Dans certains cas, la détermination des conditions de raccordement peut être difficile, mais la méthode variationnelle permet de supprimer cette difficulté ; en effet, des intégrations par parties feront apparaître séparément les conditions aux limites et les conditions de raccordement. Plus difficiles à étudier sont les systèmes pour lesquels les opérateurs L_1 et L_2 ne sont pas du même ordre ; ce sera le cas d'association de matériaux à loi de comportement différente (matériaux élastiques et visco-élastiques).

5. Matériaux composites stratifiés

Le problème aux limites prend la forme :

$$L_1^{(n)}(w) = 0 ; L_2^{(m)}(w) = 0 ; R_{m+n-p}^j(\bar{w}) = 0 ; M_p^i(\bar{w}) = 0 \quad (10)$$

Le problème des vibrations des matériaux "sandwich" par exemple appartient à cette catégorie. La difficulté apparaîtra dans le nombre de conditions de raccordement qui sera insuffisant pour que le système soit compatible [8].

Conclusion

L'interprétation de la liaison entre structures associées fait apparaître quatre classes de problèmes aux limites dont la résolution ne présente pas de difficulté dans les trois premières catégories. En ce qui concerne la dernière classe, une formulation variationnelle bien que difficile, devrait être bien appropriée.

Références

- [1] Lyon R. and Eichler E., "Random vibration of connected structures", Journal of the Acoustical Society of America, 36 (7), 1964, pp 1344-1354.
- [2] Filippi P. et Saadat H., "Vibration d'une plaque mince infinie couplée avec un fluide", Acustica, 26 (6), 1972, pp 315-322.
- [3] Zienkiewicz O.C., "The finite element method in engineering Science", Mac Graw Hill, London, 1971
- [4] Jullien Y. "Vibrations transversales de plaques discontinues", Proceed of 3th Int. Congress of Acoustics, Stuttgart, 1968, pp 386-390.

- [5] Bouc R. "Méthode de Galerkin-Urabe pour les systèmes différentiels périodiques", Int. Journal of non-linear mechanics, 7, 1972, pp 157-188.
- [6] Jullien Y. "Vibrations de poutres chargées de façon discontinue", Acustica, 8, 1958, pp 200-211.
- [7] Jullien Y. et Vivoli J. "Problèmes aux limites du IVème ordre avec conditions aux limites discontinues", Revue Roumaine de Mécanique Appliquée, 15(6), 1970, pp 1285-1297.
- [8] Blanc R. et Jullien Y. "Characterization and selection of visco-elastic materials for damping of vibrating structures by optimal distribution", Proceed of 9 th conference on dynamic of machines, Smolenice, 1974, pp 12-36.

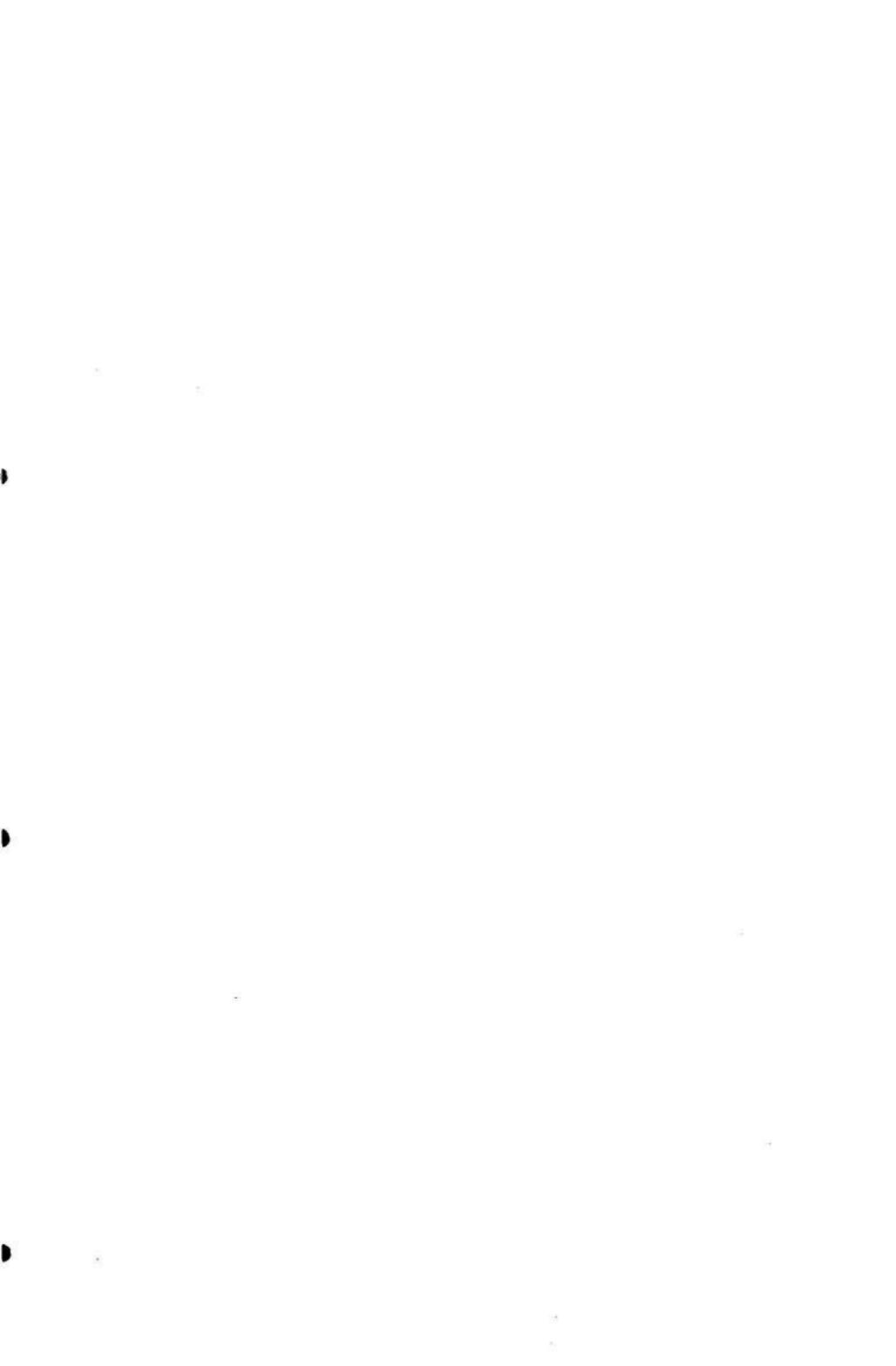
JULLIEN Y.

DYNAMIQUE DES SOLIDES ELASTIQUES OU VISCO-ELASTIQUESASSOCIES : APPLICATION AUX POUTRES ET AUX PLAQUESRésumé

La manière de relier entre eux les éléments d'une structure complexe vibrante conduit à une analyse des systèmes continus non uniformes, hétérogènes et composites. On montre comment les problèmes aux limites obtenus peuvent appartenir à des classes légèrement différentes, pour lesquelles on donne une méthode approchée de résolution. A titre d'applications, on traite des vibrations transversales de poutres et de plaques.

DYNAMICS OF ELASTIC OR VISCO-ELASTIC CONNECTEDSOLIDS : APPLICATION TO BEAMS AND PLATESSummary

Different connections between components of a complex vibrating structure are expounded by the analysis of non uniform, heterogeneous and composite continuous systems. We show how the obtained boundary problems belong not a little different classes, for which we give an approach method of resolution. We study as applications transverse vibrations of beams and plates.



ANAIS

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 11
P P. 143 - 158



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

A GENERAL THEORY OF FREE WAVE PROPAGATION

IN PERIODIC STRUCTURES

José J. de ESPINDOLA, Professor Titular.
 Deptº de Engenharia Mecânica
 Universidade Federal de Santa Catarina
 Florianópolis, Brasil

D. J. MEAD, Department of Aeronautics and
 Astronautics, University of Southampton,
 Southampton, SO9 5NH, England

1. Introduction

A periodic system is one that consists of identical elements joined together in an identical manner to form the whole system. It is possible to find many such systems in engineering; a large hydroelectric power station pipeline

resting on stiffening rings placed at equal distance from each other; a tall building having a uniform structure and identical storeys; an aircraft fuselage consisting of a cylindrical uniform shell stiffened by identical frames and regularly spaced stringers. The modal method of analysing the high frequency forced vibrations of such structures bears inherent shortcomings that are difficult to overcome in practice chiefly when the structure is made up of many periodic elements. For instance, it is well known [1] that the natural frequencies of a periodic structure fall into groups and that each group contain as many natural frequencies as the number of periods of structure. When the number of periods is large (as so often occurs) the natural frequencies are very closely spaced and the modal method becomes complicated to apply to find the response of the structure. Also in these cases the computer time and storage required to find the natural frequencies and normal modes of the structure are very large.

These difficulties may be bypassed by using a wave approach proposed by Mead [2]. No previous calculations of normal modes or natural frequencies are required to compute the response of the structure to external excitations. Also no lengthy summation of modal contributions to the response is needed. Damping adds no further complications to the wave method as it does by coupling the normal modes. The wave approach also provides a better insight to the dynamical behaviour of the structure when it is to be excited by a convected acoustic pressure field or turbulent boundary layer excitations. The wave propagation method is based on a very simple principle (which will be referred to here as 'the basic principle of free wave propagation in spatially periodic systems').

It states that all response quantities ψ associated with a single free harmonic wave in a periodic system (for instance, a transverse displacement, moment, etc.) have values ψ_1, ψ_0 at the extremes of a system period related as:

$$\psi_1 = \psi_0 e^{-i\mu} \quad (1)$$

where μ is the so called propagation constant and it is the change of phase between ψ_1 and ψ_2 .

The basic principle expressed by (1) has extensively been used by Brillouin [3] in connection with crystal structures and electric lines. Its early applications to engineering periodic structures include works by Ungar [4] and Bobrovnikskii and Maslov [5].

Ungar has derived expressions for the propagation constant for a beam resting on periodic impedances in terms of reflections and transmission coefficients. Bobrovnikskii and Maslov have studied the propagation of waves on a beam with periodic point loading.

The use of receptance functions was first introduced by Mead and Wilby [2]. In [6] Mead reviewed in depth the concept of propagation constants in connection with the free wave propagation in beams on identical, equi-spaced supports. Also the concept of free wave motion as a group is analysed in detail. This concept has later been applied to the response of finite periodic one-dimensional structures [7] and to the analysis of rib-skin structures [8].

The use of receptance functions has proved adequate to analyse the sort of structures dealt with in [2], [6], [7] and [8] but it is apparent that the method would become cumbersome for more complex structures (for instance, stringer-stiffened shells) or when the supports have more than one degree of freedom coupled together.

It is the purpose of this work to seek a method of wave solution applicable to such complex structures, which, besides being fairly general, requires only a reasonable amount of algebra and is quite adequate for automatic computations.

It has been previously shown [9], [10], [11] that transfer matrices can be a powerful tool in analysing periodic structures. It was felt then that by coupling the ability of transfer matrices of handling structures with complex supports with the wave framework of thinking it would provide a good approach to the solution of dynamic

problems related to periodic structures.

2. General formulation of the free wave propagation problem

Consider a spatially periodic one-dimensional linear system. Further peculiarities of the system (apart from being periodic, one-dimensional, and linear) are immaterial. Such a system can be considered as a chain of identical black boxes (periods) linked and interacting together. Fig. 1 shows one of such periods with the interactions resultants at its ends. The interaction resultants are to be referred to as terminal generalized forces. Also shown in the figure are the terminal generalized displacements.

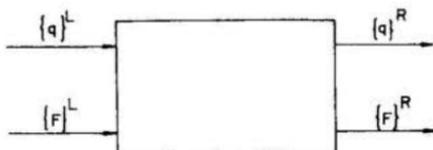


Fig. 1. A system period

The terms generalized forces and generalized displacements are given here the same usual meaning encountered in the study of Lagrange's equations of classical dynamics.

The number of terminal generalized displacements (forces) equals the number of terminal degrees of freedom.

In addition to the terminal generalized displacements and forces, the system might also exhibit a finite (N) or infinite number of non-terminal generalized displacements. External generalized forces applied by the surrounding environment can also be present but they should not be considered in so far as only free waves are concerned.

As a concrete example, a beam on equally spaced simple supports (fig. 2) has one terminal degree of freedom (rotation) and infinite non-terminal degrees of freedom.

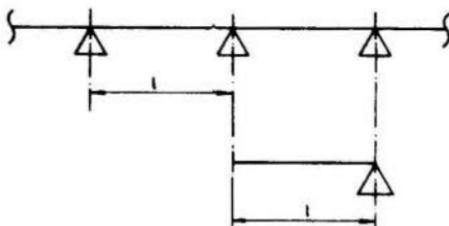


fig. 2. A system with one terminal degree of freedom

The massless beam with three point masses of fig. 3 , periodically restrained by longitudinal and torsional massless springs has two terminal degrees of freedom and three nonterminal degrees of freedom.

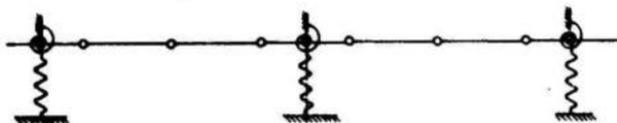


fig. 3. A system with finite nonterminal degrees of freedom

The system represented by fig. 1 is assumed to have n terminal degrees of freedom and the letters L and R stand for left and right of the period, respectively . The terminal quantities (generalized forces and displacements) on the left and right of a period are related by a period transfer matrix $[T]$ according expression (2) :

$$\begin{Bmatrix} \underline{q} \\ \underline{F} \end{Bmatrix}^R = [T] \begin{Bmatrix} \underline{q} \\ \underline{F} \end{Bmatrix}^L \quad (2)$$

The period transfer matrix appearing in expression (2) is of order $2n \times 2n$ and is an operator that can 'transfer' a station vector from the left to the right of a period.

The basic principle of free wave propagation in spatially periodic structures states that if a wave is

propagating along the system then the station vectors in eq. 2 must be the same, apart from a phase factor. In mathematical form:

$$\left\{ \begin{matrix} q \\ F \end{matrix} \right\}^R = \left\{ \begin{matrix} q \\ F \end{matrix} \right\}^L e^{-i\mu} \quad (3)$$

Equations 2 and 3 can be summarized in eq. 4, where the references R or L have been dropped :

$$\left[\begin{matrix} [T] & - e^{-i\mu} [I] \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} q \\ F \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} 0 \end{matrix} \right\} \quad (4)$$

Expression 4 represents an engenvalue problem of order $2n \times 2n$, the engenvalues being $e^{-i\mu}$. So, a system with n terminal degrees of freedom has $2n$ propagation constants for each frequency, no matter how many non-terminal degrees of freedom it has. If the system is nondamped some of the propagation constants might be real, some imaginary or complex. One or more real propagation constants means that energy can freely propagate, or, as it is customary to say [3], the frequency is propagating. The other propagation constants (imaginary or complex) can be thought as representing exponentially decaying waves along the system.

3. The equation for the propagation constant

If the system of equation (4) is to have non-trivial solutions the determinant of its matrix must be zero, that is:

$$\left| \begin{matrix} [T] & - e^{-i\mu} [I] \end{matrix} \right| = 0 \quad (5)$$

This is the equation for the propagation constant, although in a form that is not quite convenient for computations. A first step in transforming eq. 5 to a more suitable form is to expand it according to eq. 6 :

$$\lambda^{2n} (p_1 \lambda^{2n-1} + p_2 \lambda^{2n-2} + \dots + p_{2n-1} + p_{2n}) = 0 \quad (6)$$

where $\lambda = e^{-i\mu}$ is an eigenvalue of eq. 5.

Now, this equation can be brought to a far more convenient form (from the computational point of view) by looking at some properties of a transfer matrix. It can be shown that:

$$p_{2n} = -1 \text{ (the determinant of the overall transfer matrix is one)}$$

$$p_j = p_{2n-j}, \quad j = 1, n \quad (7)$$

The above expressions show that only the n first p_j 's coefficients need to be computed. This fact brings considerable simplifications for systems with up to two terminal degrees of freedom and is also an important fact in cutting down computations and round-off errors in systems with higher number of terminal degrees of freedom.

The symmetry of the coefficients of eq. 6, as expressed by properties (7), means that if μ is one of its solutions, then $-\mu$ is also a solution.

This property, obvious from the physical point of view, comes out mathematically in a very simple way indeed, thanks to relations (7). This property can also be used to reduce the order of the eq. 6 by half, as will be shown in the next section. So far eq. 6 has been looked upon as a polynomial in λ , that is, in $e^{-i\mu}$ and it was said that, at any frequency, $2n$ propagation are to be found if the system has n terminal degrees of freedom. The number of nonterminal degrees of freedom can be finite (N) or infinite. Now, this equation can also be thought as written in the form

$$f(\Omega, \mu) = 0 \quad (6a)$$

where μ is considered an independent variable and Ω an implicit function, the frequency. Thinking in this way one reaches the conclusion that eq. 6 is a polynomial of order N (the number of nonterminal degrees of freedom) in Ω . So, for any real value of μ (say, between 0 and π) there correspond

N real values of Ω . If one thinks now of an $\mu - \Omega$ graph of eq. 6 (thought as written in the 6a form) this will show N $\mu - \Omega$ curves, that is, N bands of propagation. If N is infinite, one shall no longer have a polynomial, but a transcendental equation in Ω . The number of propagation bands is, accordingly, infinite. In practice only the lower propagation bands (say the first and second) are important and worth being computed.

4. Particular cases of eq. 6

Systems with one terminal degree of freedom ($n=1$)

For $n = 1$ eq. 6 is brought to the form :

$$2 \cos \mu - p_1 = 0 \quad (8)$$

where p_1 is the trace of the corresponding period transfer matrix. Mead [6] has obtained an equation for the propagation constant for a beam on periodic massless torsional supports using receptance functions. The similarity in the form of his equation and that if eq. 8 was expected.

Systems with more than one terminal degree of freedom

For n greater than one it can be shown that eq. 6 can be reduced to:

$$\begin{aligned} 2 \cos n\mu - 2p_1 \cos (n-1)\mu - 2p_2 \cos(n-2) - \\ \dots - 2p_{n-1} \cos \mu - p_n = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

It is always possible to write a polynomial equation in $\cos \mu$ of order n . Two important cases are presented below for $n = 3$ and $n = 4$:

$$8 \cos^3 \mu - 4p_1 \cos^2 \mu - (6 + 2p_2) \cos \mu + 2p_2 - p_3 = 0 \quad (10)$$

$$16 \cos^4 \mu - 8p_1 \cos^3 \mu - (4p_2 + 16) \cos^2 \mu - (2p_2 - 6p_1) \cos \mu + 2 + 2p_2 + p_4 = 0 \quad (11)$$

It is worth noting that coefficients p_j are complex when damping is present. For nondamped periodic systems eq. 9 can be interpreted as of the 6a form. That is, varying μ between 0 and π one could compute real values of Ω (frequency) and so to plot curves of Ω versus μ ($\mu - \Omega$ graphs) whose projections on the ordinate axis are propagating bands. In equations like 10 and 11 the frequency should be considered as a given parameter and the propagating constants as unknowns (giving origin to the so called (14) $\Omega - \mu$ graphs).

For n equals or greater than three the p_j coefficients are conveniently found numerically, using a routine based on Leverrier's method with the Faddeev's modification. Of course only half of the coefficients of the period transfer matrix need to be computed, after which the routine should return. This means a considerable saving in numerical computations and, to a certain extent, an increased accuracy.

5. Brief notes on computation of propagation constants

The fundamental computational step that comes out from the previously developed theory is the calculation of the period transfer matrix. For systems with up to two terminal degrees of freedom the period transfer matrix can generally be derived by hand to a final analytical form without strenuous effort [14]. But if the system concerned has many terminal degrees of freedom (say $n > 2$) the amount of work and complexities involved are such that a digital computer is required. One must resort to numerical methods. The author has made a critical review of the many methods available [14] as regarded to its applicability to the present problem. For reasons that are pointed out in the above quoted work, the two critical factors in the numerical

computation of the period transfer matrix (in connection with the free wave propagation problem) are speed and accuracy.

Modifications have been introduced in some methods to meet these requirements and other methods previously used in connection with free and forced vibration problems [9], [11], [15] have been considered not quite suitable to solve numerically the free wave propagation problems.

In the next section some computer results are briefly discussed to give an impression of the power of the method outlined above.

6. Some engineering examples and computer results.

Computations have been carried out for structures such as stringer-stiffened plates and curved shells and ring-stiffened cylinders. Both plates and shells (generally referred to as skins) are supposed to be simply supported along frames (straight in the case of the plates and circular for the shells) distant b units apart and orthogonal to the axis of the skins. The stringers are also supposed to be simply supported at the frames and run parallel to the axis of the skin. These structures are supposed to represent a section of a cylindrical aircraft fuselage (fig. 4).

As pointed out in [16] this is a sound hypothesis for high aspect ratio, say, greater than two and a half

Since panels adjacent across the frame move almost independently and since there is considerable correlation across the stringers, only wave propagation in the direction perpendicular to the stringer is considered in this work.

Limitations imposed to the size of this paper prevents a greater discussion of computer results, so that only $\Omega - \mu$ curves for a stringer-stiffened shell will be briefly commented (fig. 5 and 6).

Figure 5 refers to a non-damped structure and fig. 6 to a structurally damped one with $\eta = 0,15$ (loss factor) at the skin.

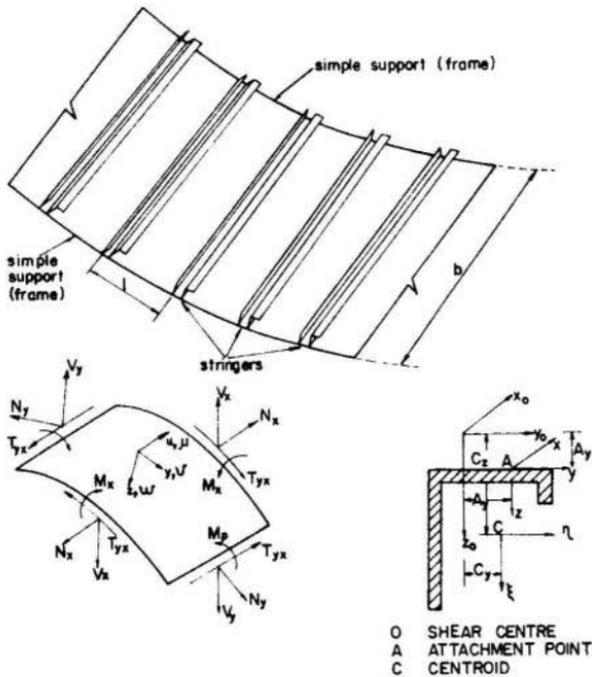


Fig. 4. A stringer-stiffened structure

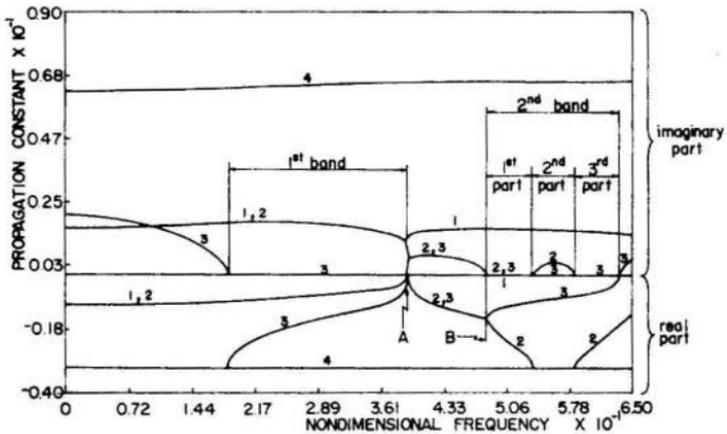


Fig. 5. Propagation constants for a non-damped stringer-stiffened shell

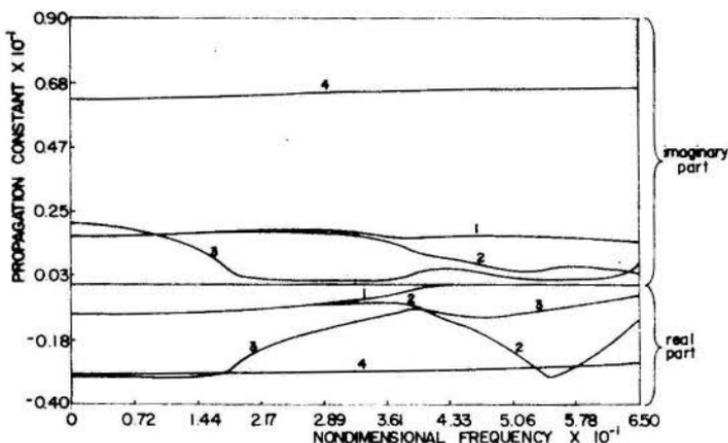


Fig. 6. Propagation constants for a damped stringer-stiffened shell.

The structures period has four terminal degrees of freedom (eight propagation constants) so that only four propagation constants need to be plotted (numbered for easy understand of the graph).

Figure 5 can be better understood as a limit for fig. 6 when damping tends to zero. Damping makes all the propagation constants complex, i.e., all the waves decay along the structure.

Referring again to fig. 5, propagation constants 1 and 2 have complex conjugates values up to point A and propagation constants 2 and 3 from point A to B.

This same graph shows two complete propagation zones, the first being associated with propagation constant number 3.

The second propagation constant can be considered in three parts. In the first part constants 2 and 3 are propagating, so that within this frequency range there are two propagating waves. In the second part (band) there is only one propagating wave (associated with propagation constant number 3) i.e., propagation constant number 2 becomes 'attenuating'.

The third part shows again propagation constant number 3 as propagating, but there is an overlap with the third

propagation band (propagation constant number 2 starts propagating again). So, in this region two propagating waves do exist.

7. Conclusions

The general one-dimensional theory of free wave propagation can lead to a general equation for the propagation constant. The number of propagating constants is twice the number of terminal degrees of freedom and the number of propagating bands is equals to the number of non-terminal degrees of freedom.

Some of the propagation constants can be propagating (in certain bands of frequency) and some can be attenuating.

If the system is damped all the propagation constants are complex.

The theory fully employs the transfer matrix technique and is general in the sense that it completely bypasses all the particulars of the structure (other than spatial periodicity and linearity). It is also computer oriented.

The theory has been checked by applying it to stringer-stiffened and ring-stiffened structures. Comparisons has been made (where possible) with some previously published results and good agreement has been found.

References

- [1] Miles, J.W., "Vibration of Beams on Many Supports", Proc. Am. Soc. Civil Eng., ASCE, vol. 82, nEM1, . 1956, pp 1 - 9.
- [2] Mead D.J. and Wilby E. W., " The Random Vibrations of a Multi-supported Heavily Damped Beam", Shock and Vibration Bulletin, 35, Part 3, 1966.
- [3] Brillouin L., "Wave Propagation in Periodic Structures", Dover Publications, 1953.

- [4] Ungar E. E., "Steady State Response of One Dimensional Periodic Flexural Systems", J. Acoust. Soc. Am., 39, 1966.
- [5] Brobnitskii Uu.I. and Maslov V.P., "Propagation of Flexural Waves along a Beam With Periodic Point Loading", Sovietic Physics Acoustic, 1966.
- [6] Mead D.J., "Free Wave Propagation in Periodically Supported, Infinite Beams", J. Sound Vib., 11(2), 1970.
- [7] Mead D.J. and Sen Gupta, G. "Wave-Group Theory Applied to the Response of Finite Structures", Proc. Conf. on Current Developments in Sonic Fatigue, Paper No. Q, Southampton, 1970.
- [8] Mead D.J. and Sen Gupta G. "Wave Group Theory Applied to the Analysis of Forced Vibrations of Rib-skin Structures", Proc. Symp. Struct. Dynamics, Loughborough, 1970.
- [9] Lin Y.K. and Donaldson B.K., "A Brief Survey of Transfer Matrix Techniques With Special Reference to the Analysis of Aircraft Panels", J. Sound Vib. 10(1), 1969.
- [10] Lin Y.K., McDaniel T., Donaldson B.K., Vail C.F. and Dwyer W.J., "Free Vibration of Continuous Skin-stringer Panels With Non-Uniform Stringer Spacing and Panel Thickness, Air Force Materials Laboratory, Tr-67-347, 1965.
- [11] Henderson J.P. and McDaniel T.J., "The Analysis of Curved Multi-Span Structures", Proc. Symp. Struct. Dyn., Vol. I, Loughborough, 1970.
- [12] Leverrier V.J.J., "Sur les Variations Seclaires des Elements des Orbites", J. Math., 1840.
- [13] Faddeev D.K. and Faddeevs V.H., "Computational

Methods of Linear Algebra", W.H. Freeman and Co.

- [14] De Espindola J.J., I.S.V.R. Ph.D. Thesis ,
University of Southampton, 1974.
- [15] Frame J.S. "Matrix Functions and Applications",
Part I to V, IEEE Spectrum, 1964.
- [16] Clarkson B.L. and Ford R., "The Response of a
Typical Aircraft Structure to Jet Noise", J.Roy.
Aero. Soc., vol. 66, No. 31, 1962.
- [17] Lin Y.K. "Free Vibration of Continuous Skin-
Stringer Panels". J.Appl. Mech. vol. 27, No. 4,
1960.

ESPINDOLA J. J. and MEAD D.J.

A GENERAL THEORY OF FREE WAVE PROPAGATIONIN PERIODIC STRUCTURESSummary

A general computer oriented transfer matrix theory of free wave propagation in one-dimensional is constructed. Motions are defined in terms of generalized coordinates and interactions between structural periods are expressed in term of generalized forces. A general equation for the propagation constants is derived. The adequacy of the method for digital computations is briefly discussed. An application to a stringer-stiffened shell is presented and computer results commented.

UMA TEORIA GERAL DE PROPAGAÇÃO LIVRE DE ONDASEM ESTRUTURAS PERIÓDICASSumário

É construída uma teoria geral de propagação livre de ondas em estruturas periódicas, baseada em matrizes de transferência. Os movimentos são descritos em termo de coordenadas generalizadas e as interações entre períodos estruturais são expressas como forças generalizadas. Uma equação geral para as constantes de propagação é derivada. Uma breve discussão é feita sobre a adequação da teoria para computação digital. Uma aplicação a uma estrutura composta de uma casca cilíndrica com reforços periódicos ("stringers") é apresentada e os resultados de computador brevemente discutidos.

A N A I S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 12
P P. 159 - 170



COPPE/CAPES

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

ANÁLISE DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOS

Fernando IGUTI, Professor Assistente
 Deptº de Materiais e Mecânica dos Sólidos
 Faculdade de Engenharia, UNICAMP
 Campinas, Brasil

Fernando VENÂNCIO FILHO, Professor Eng. Estrutural
 Deptº de Estruturas
 Instituto Tecnológico de Aeronáutica
 São José dos Campos, Brasil

1. Introdução

A análise dinâmica de estruturas pode se tornar muito importante num projeto estrutural. Essa situação pode ocorrer por exemplo em estruturas tipo pórtico alto em local de muito vento, em regiões onde ocorrem abalos sísmicos ou em estruturas que suportam máquinas. A importân-

cia advém do fato de um carregamento dinâmico poder induzir maiores esforços estruturais que uma carga estática relativamente maior. Num problema estático primordialmente fazemos uma análise da rigidez dos elementos estruturais. No dinâmico necessitamos também levar em conta a distribuição de massa do sistema. Para aumentarmos a "rigidez dinâmica" da estrutura devemos modificar a distribuição de massa ou adicionar elementos estruturais de modo que haja um aumento relativo da rigidez do conjunto em relação às forças de inércia que atuam no sistema.

Neste trabalho tratamos das vibrações livres e forçadas de pórticos planos altos. A idealização estrutural é realizada utilizando-se o Método dos Elementos Finitos [1].

Foi elaborado um programa computacional [2,6] utilizando um algoritmo baseado no Método da Iteração Inversa para resolver numericamente o problema que se apresenta na forma de uma equação matricial algébrica explícita de valores característicos, $[K] \{X\} = \omega^2 [M] \{X\}$.

São calculadas as frequências naturais, os modos normais de vibração e a resposta dinâmica em termos de deslocamentos de pórticos submetidos a rajadas de vento. A rajada é simulada como um carregamento com variação senoidal em relação ao tempo e o Método empregado foi o da Superposição Modal ou Análise Modal [1]. É analisado o efeito de contra-ventamentos. O exemplo abordado mostra que o seu uso pode ser uma solução estrutural e economicamente boa para se conseguir um aumento da "rigidez dinâmica" de pórticos planos altos submetidos a carregamentos dinâmicos laterais devido ao vento.

2. Vibrações Livres. Idealização Estrutural

Considera-se o funcional Lagrangeano L do Princípio de Hamilton,

$$L = T - (U + W) \quad (1)$$

onde T é a energia cinética, U é a energia de deformação e W o trabalho devido às forças aplicadas. O Princípio Variacional de Hamilton prescreve que,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0 \quad (2)$$

Seja L_i^e o funcional sobre a região do i -ésimo elemento da discretização considerada e L o funcional sobre toda a estrutura. Pode-se escrever que,

$$L = \sum_{i=1}^N L_i^e \quad (3)$$

onde N é o número de elementos da discretização.

Interpolando-se os deslocamentos de um elemento de viga a partir dos deslocamentos nodais e introduzindo-se a expressão dos deslocamentos assim obtida no funcional L_i^e do elemento, perfazendo a variação do funcional em relação dos deslocamentos nodais e usando-se as expressões (2) e (3) obtém-se a seguinte equação,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^N L_i^e dt = \int_{t_1}^{t_2} \{\delta q\}^t \left(\sum_1^N [K^e] \{q^e\} + \sum_1^N [M^e] \{\dot{q}^e\} - \sum_1^N \{Q^e\} \right) dt = 0 \quad (4)$$

onde $[K^e]$ é a matriz de rigidez de um elemento de viga $|1|$

$[M^e]$ é a matriz de massa consistente $|1|$

$\{Q^e\}$ é o vetor das forças nodais

$\{q^e\}$ é o vetor dos deslocamentos nodais

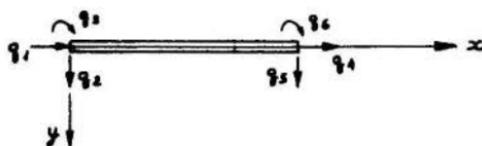


FIG. 1 - ELEMENTO DE VIGA

Tendo em vista na equação (4) que $\{\delta q\}^t$ é arbitrário e considerando-se o processo de espalhamento e acumulação das matrizes $[K^e]$ e $[M^e]$ de todos os elementos nas matrizes $[K]$ e $[M]$ do sistema, de acordo -

com as incidências nodais dos elementos e levando-se que conta as condições de contorno, obtêm-se a seguinte equação diferencial matricial,

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = \{Q\} \quad (5)$$

Em problemas de vibrações livres a equação (5) resulta em,

$$[K] \{X\} = \omega_0^2 [M] \{X\} \quad (6)$$

onde $\{X\}$ é o modo normal de vibração e ω_0 é a frequência natural de vibração do sistema.

3. Vibração Forçada. Método da Superposição Modal.

O método adotado supõe conhecidas as frequências naturais e os respectivos modos normais de vibração que contribuem com maior efeito na resposta dinâmica do sistema. O método é portanto bastante eficiente quando é possível expressar com uma boa aproximação os deslocamentos nodais como uma combinação linear de alguns modos normais de vibração,

$$\{q\} = [X] \{\xi\} \quad (7)$$

onde $[X]$ é uma matriz cujas colunas são os modos normais de vibração considerados e $\{\xi\}$ é o vetor dos deslocamentos generalizados associados aos modos normais considerados. Introduzindo-se (7) em (5) premultiplicando-se ambos os lados por $[X]^t$ obtém-se,

$$[m] \{\ddot{\xi}\} + [\omega_0^2] \{\xi\} = \{\Xi\} \quad (8)$$

$$\{\Xi\} = [X]^t \{Q\} \quad (9)$$

$$[m] = [X]^t [M] [X] \quad (10)$$

Para funções excitações conhecidas perfaz-se a integração de (8) através do uso da integral de Duhamel obtendo-se,

$$\{\xi\} = [\cos \omega_0 t] \{\xi(0)\} + [\omega_0]^{-1} [\sin \omega_0 t] \{\dot{\xi}(0)\} +$$

$$[m]^{-1} [\omega_0]^{-1} \int_0^t [\sin \omega_0 (t-\tau)] \{\Xi(\tau)\} d\tau \quad (11)$$

onde $\xi(0)$ e $\dot{\xi}(0)$ referem-se às condições iniciais do sistema para os deslocamentos e velocidades.

Para se obter os deslocamentos $\{q\}$ e a seguir os esforços internos temos duas alternativas:

- i) $\{q\}$ é obtido através das equações (7) e (11)
- ii) Calculam-se as forças de inércia $\{P(t)\}_{in}$ agindo na estrutura através da seguinte expressão,

$$\{P(t)\}_{in} = - [M] \{\ddot{q}\} \quad (12)$$

Substituindo-se (7) em (12) e utilizando-se a expressão (8) obtém-se,

$$\{P(t)\}_{in} = - [M] [X] ([m]^{-1} \{\Xi\} - [\omega_0^2] \{\xi\}) \quad (13)$$

O sistema é analisado então como um problema estático em vários instantes t desejados,

$$[K] \{q\} = \{P(t)\} + \{P(t)\}_{in} \quad (14)$$

$\{P(t)\}$ é o vetor das forças nodais devido às forças externas aplicadas, no instante t .

A segunda alternativa implica em maior trabalho computacional que a primeira pois em cada instante t considerado é necessário resolver o sistema de equação (14). Entretanto ela fornece resultados mais precisos que a primeira visto que a aproximação assumida (equação (7)) reflete-se apenas sobre as forças de inércia.

No presente trabalho apenas a primeira alternativa foi considerada.

4. Algoritmo Computacional

Foi elaborada uma rotina em Fortran para resolver numericamente o

problema de valores característicos da equação (6). O algoritmo é baseado no Método da Iteração Inversa. Elaborou-se também um programa para o cálculo da resposta dinâmica, apenas em termos de deslocamentos. O diagrama de blocos está na fig. 2.

5. Exemplos

Dois pórticos planos altos são apresentados como exemplos.

Exemplo 1. Pórtico com contraventamentos, Fig. 3. Características estruturais; Elementos 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10 e 11, $A = 132.8 \text{ cm}^2$ e $I = 38540. \text{ cm}^4$; Elementos 12, 13, 16, 17, 18, 19, 20, 21 e 24, $A = 103.6 \text{ cm}^2$ e $I = 21370. \text{ cm}^4$. Elementos 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34 e 35, $A = 94.8 \text{ cm}^2$ e $I = 12690. \text{ cm}^4$. Elementos 49, 50, 51, 52, 53, 56, 57, 58 e 59, $A = 48.3 \text{ cm}^2$ e $I = 2860. \text{ cm}^4$. Elementos 6, 7, 14, 15, 22, 23, 30 e 31, $A = 29.73 \text{ cm}^2$ e $I = 0. \text{ cm}^4$. Elementos 38, 39, 46, 47, 54 e 55, $A = 17.74 \text{ cm}^2$ e $I = 0. \text{ cm}^4$. Todos os elementos são perfis em I com $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.3$ e $\mu = 0.00000801 \text{ kg.seg}^2/\text{cm}^2$. E é o módulo de elasticidade, A a área da seção transversal da viga, I o momento de inércia, ν o coeficiente de Poisson e μ é a massa específica.

Exemplo 2. Pórtico sem contraventamentos. As características estruturais são as mesmas das do exemplo 1 com exceção dos contraventamentos que não existem.

O vento foi simulado considerando-se a seguinte função excitação,

$$P(t) = P_0 + P_1 \text{ sen}(2\pi t/T_0) \quad t < 3 T_0$$

$$P(t) = 0 \quad t > 3 T_0$$

$$T_0 = 0.55 \text{ seg} \quad \text{é o período de uma rajada e } P_0 = 1036.7 \text{ kgf e}$$

$$P_1 = 74.52 \text{ kgf.}$$

6. Resultados e Comentários

Para efeito de comparação foi feito a análise estática dos dois exemplos através do programa Stress [5]. Os resultados estão na Tabela 1 e referem-se apenas aos deslocamentos horizontais em alguns andares do pórtico. O carregamento considerado foi P .

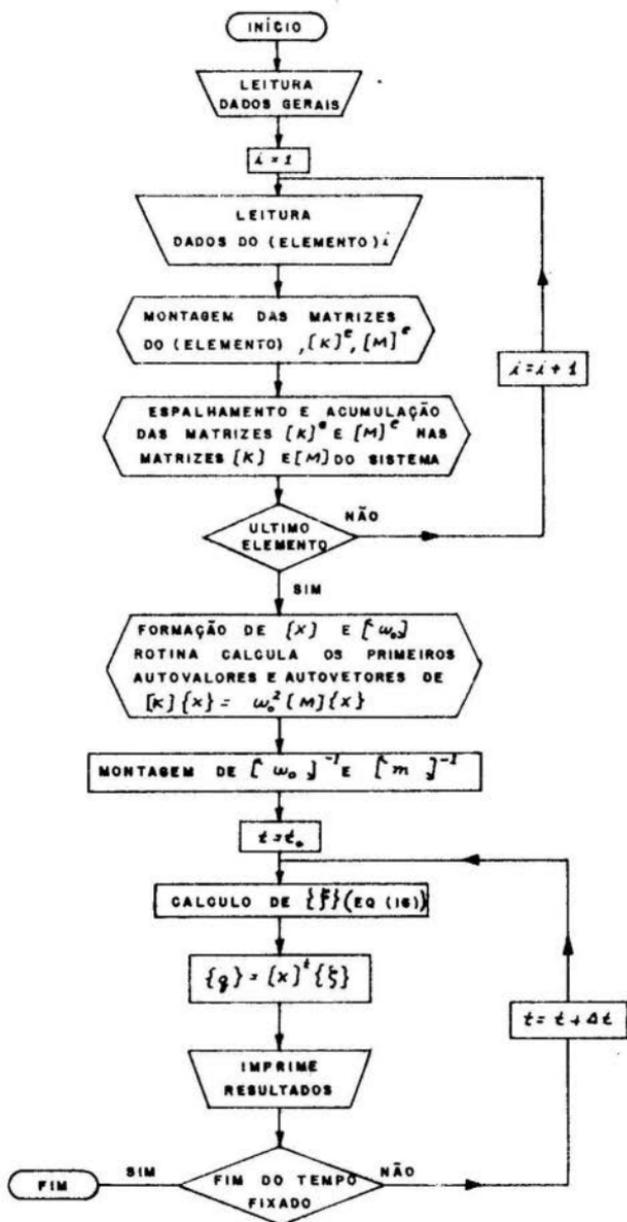


FIG.2 - ROTINA PARA RESPOSTA DINÂMICA

Tabela 1 Deflexão Horizontal Estática (cm)

Andar	c/contraventam.	s/contraventam.
1	0.257	0.422
5	1.65	4.23
10	3.93	11.33
15	6.60	18.21

Na fig. 3 estão os gráficos de deflexão horizontal estática e os 3 primeiros modos normais de vibração dos exemplos 1 e 2. $\bar{\omega}_0$ são as frequências naturais do pórtico com contraventamentos e ω_0 do pórtico sem contraventamentos.

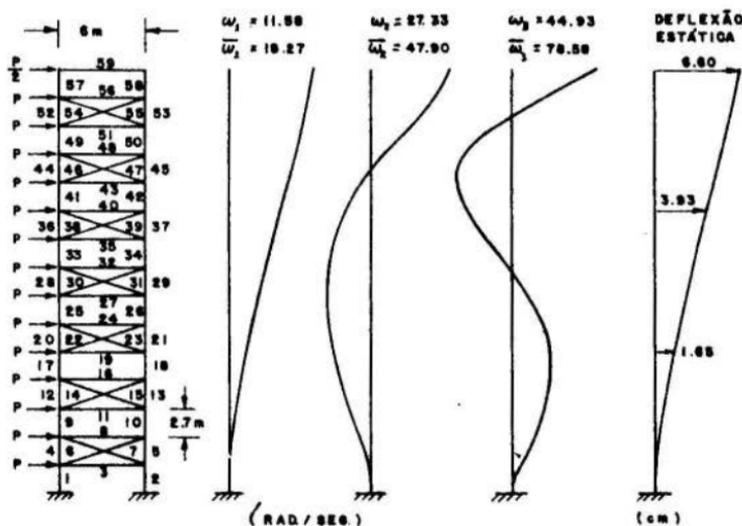


FIG. 3 - EXEMPLO 1 E 2 MODOS NORMAIS. DEFLEXÃO ESTÁTICA

Na fig. 4 está representada a variação da amplitude máxima da deflexão horizontal do 15º andar em função da frequência adimensional da excitação externa (Ω/ω_0).

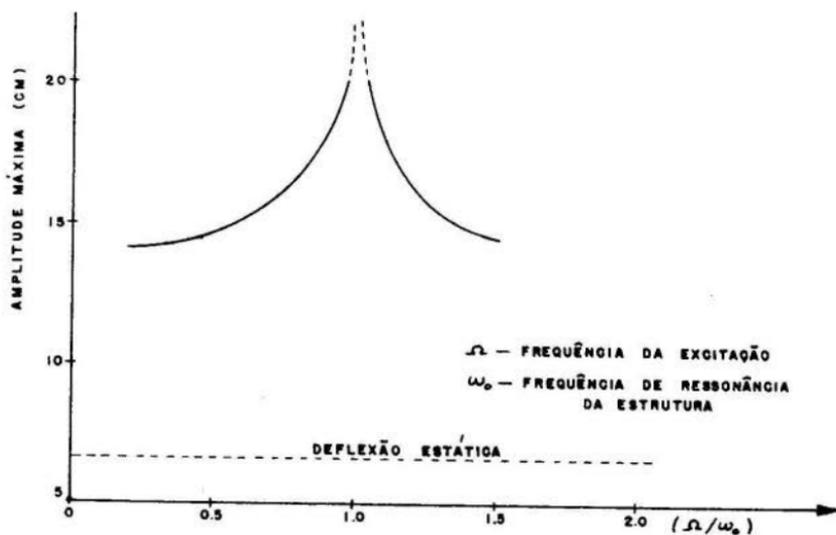


FIG. 4

Na fig. 5 são comparadas as respostas dinâmicas em termos de deslocamentos do 15º andar dos pórticos com e sem contraventamentos para $\Omega = 11.42$ rad/seg.

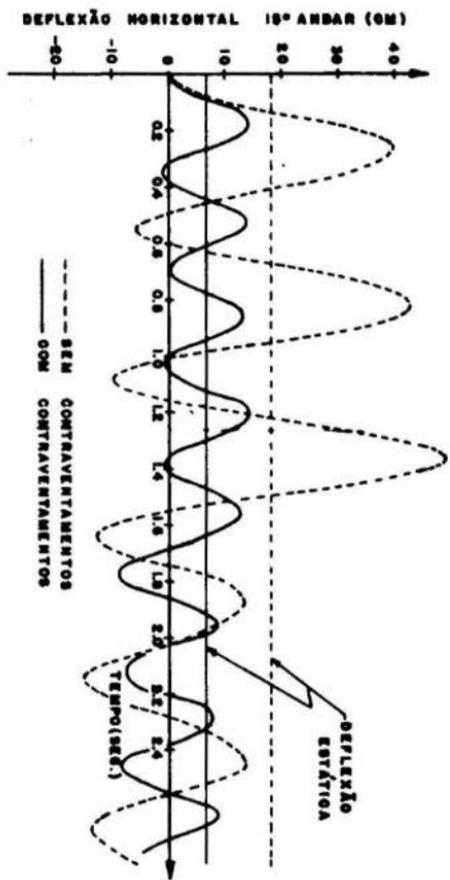


FIG. 3 - INFLUÊNCIA DOS CONTRAVENTAMENTOS

Das figs. 4 e 5 pode-se ver que apesar da componente dinâmica ser mais de 10 vezes menor que a estática, a resposta dinâmica é aproximadamente 2 vezes maior no caso menos crítico. Esse resultado mostra porque as considerações dinâmicas podem se tornar indispensáveis ao projeto estrutural. A fig. 4 nos fornece uma idéia da sensibilidade da estrutura em relação a seu comportamento dinâmico quando submetido a excitações com frequências próximas à frequência natural de vibração do sistema. Nas figs. 3 e 5 podem-se notar o efeito da adição dos contraventamentos no pórtico analisado. Conseguiu-se um aumento de aproximadamente 60% na frequência de ressonância do sistema e a deflexão horizontal foi consideravelmente reduzida.

Foram também estudados vários casos do exemplo 1 considerando-se a superposição de 1, 2 e 3 primeiros modos normais de vibração. A diferença nos resultados obtidos foi muito pequena devido ao tipo e valores das excitações empregadas.

Pode-se dizer que para o problema dinâmico de Pórticos Planos Altos com comportamento linear, o Método da Superposição Modal é uma opção muito atraente para ser utilizada em computadores eletrônicos digitais. A programação é relativamente simples e oferece versatilidade e flexibilidade se usado conjuntamente com o Método dos Elementos Finitos.

Bibliografia

- [1] Przemieniecki, J.S. - "Theory of Matrix Structural Analysis" McGraw-Hill, 1968.
- [2] Iguti, F. - "Estabilidade e Vibrações de Placas por um Modelo Misto de Elemento Finito". Tese de Mestrado, Depto. Estruturas, ITA, São José dos Campos, 1974.
- [3] Coelho, J.C.M. e Basso, L.F.C. - "Análise Dinâmica de Pórticos Planos pelo Método Matricial". Trabalho de Graduação, ITA, São José dos Campos, 1974.
- [4] Venâncio, F.F. - "Vibrações. Análise Dinâmica". Seminário Internacional sobre Elementos Finitos e Utilização da Linguagem Lorane. UFRS, Porto Alegre, 1973.

IGUTI F. e VENÂNCIO FILHO F.

ANÁLISE DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOSSumário

São abordados problemas de vibrações livres e resposta dinâmica em termos de deslocamentos de pórticos planos altos com ou sem contra-ventamento.

O processo de idealização estrutural é realizado utilizando-se o Método dos Elementos Finitos. São calculadas numericamente as características dinâmicas da estrutura através de um algoritmo computacional baseado no Método da Iteração Inversa que resolve o problema de valores característicos que se apresenta na forma $[K] \{X\} = \omega^2 [M] \{X\}$. A resposta dinâmica da estrutura é obtida através do Método da Superposição Modal. O carregamento, considerado através de um modelo determinístico, consiste em rajadas de vento que são simuladas como sendo uma excitação senoidal.

DYNAMIC ANALYSIS OF PLANE FRAMESSummary

Free vibration and dynamic response problems of tall plane frames with or without wind bracings are treated in this work.

The structural idealization process is made by the Finite Element approach. Dynamic structural characteristics are obtained numerically by a computational algorithm based on the Inverse Iteration Method which solve, $[K] \{X\} = \omega^2 [M] \{X\}$ the eigenvalue matrix equation. The dynamic response is obtained in terms of displacements by the Modal Analysis Method. The external load is taken in account in a determinist way and it is simulated as a sinus excitation.

A N A I S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 13
PP. 171 - 186



COPPE/CAPEB

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

THE PHENOMENON OF LOOSENING OF NUTS DUE TO
THE VIBRATORY EXCITATION OF MACHINE MEMBERS

Jan L. SCIESZKO

Federal University of Rio de Janeiro
 COPPE/UFRJ
 Rio de Janeiro, Brazil

1. Introduction

It is known that fastening nuts which secure machine members together tend to loosen under vibratory excitation. The phenomenon is not clearly understood and there is hardly any work reported in the literature in this regard.

This paper is an attempt to shed some light on the phenomenon and on the mechanism of loosening of the nut when the associated bolt is subjected to a vibratory motion.

2. Preliminary experimental observations

A simple experimental set-up was first constructed to observe the phenomenon qualitatively. The schematics of the set-up are as shown in Fig. 1.

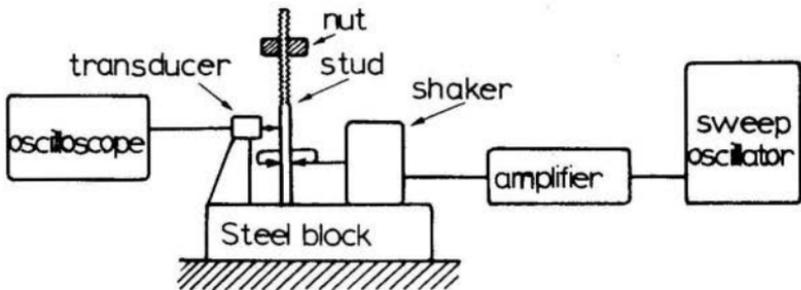


Fig. 1 - Experimental set-up

A heavy block of steel was used to accommodate a stud as shown. The stud was excited sinusoidally perpendicular to its axis by a shaker which was driven by a B and K sweep oscillator and amplifier. A Phillips transducer and the oscilloscope were used to control the amplitude at the point of excitation. The block was tilted to different angles including the 90° position.

Different lengths and materials for the stud, and different sizes and weights for the nuts were tried. Combinations of more than one nut on the same stud were also observed. In each case, different frequencies, amplitudes of excitation, and tilt-angles were used. The following is a brief qualitative account of the experimental observations.

- a) In all the tested cases, the nut exhibited an axial motion relative to the stud. This was found to be fastest in the neighbourhood of the flexural natural frequencies of the fixed-free stud.

- b) The magnitude of the displacement and velocity of the nut relative to the stud appeared to be insensitive to changes in the weight of the nut. They were largely affected though when the clearance of the thread and/or the material were changed.
- c) In most cases, the nut was found to travel forward and backward on the stud with no apparent reason for reversing its direction. This was found true whether the stud was in a vertical or in a horizontal position.
- d) Application of oil or grease was found to slow the motion of the nut considerably. In the previous tests, the excitation was maintained in the neighbourhood of the first flexural frequency of the stud.

The previous qualitative observations hinted strongly to the fact that the major mechanism behind the phenomenon is Coulomb friction, and that the role of the thread itself is secondary since it only transfers the rotary motion of the nut into a translational motion relative to the stud.

To acquire a better understanding of the induced rotary motion of the nut, it was decided to study a one-tooth-nut which is essentially a thin ring. The thread on the stud was dispensed with. The problem thus reduced to the study of the equivalent system shown in Fig. 2.a when the stud is vertical or to that shown in Fig. 2.b when the stud is horizontal.

Two experimental set-ups simulating systems (a) and (b) of the previous Figure were prepared. In system (a), a rotation of the ring was obtained in the direction ω_1 when the ring was lightly touched down by a smooth edge to tilt the ring downward in the direction Z_1Z_1 . Rotation in the opposite sense as shown by ω_2 was obtained when the ring was tilted in the direction Z_2Z_2 . In system (b), a rotation of the ring was obtained in the direction of ω_1 when the steel block was tilted in a way which made the excitation ($A \sin \omega t$) act along Z_1Z_1 . Rotation in the opposite direction was obtained when $A \sin \omega t$ was

obtained when $A \sin \omega t$ was made to act along $Z_2 Z_2$.

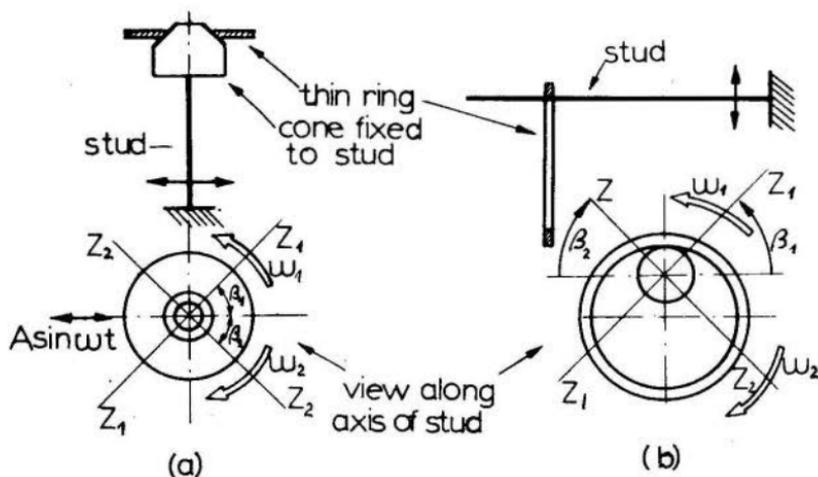


Fig. 2 - Equivalent Systems

3. Mathematical model

The analysis that follows is confined to system (b) of Fig. 2 since system (a) follows identical lines. Fig. 3.a shows the system of accelerations and Fig. 3.b shows the forces and torques on the ring-stud system.

X and Y represent a fixed system of axes in inertial space with origin at O . The radius, mass, and polar mass moment of inertia about the center of gravity O_1 of the ring are denoted by R , m , and I_0 respectively. The geometric center of the stud is denoted by O_2 and its radius by r . The center of the stud O_2 is driven along the straight line ZZ with a sinusoidal acceleration ($A \sin \omega t$) about the fixed point O .

The variables (x and y) denote the coordinates of O_1 or O_2 relative to the X - Y set of axes. These and their derivatives are distinguished by the subscripts (R) and (r) to denote the ring and the stud respectively. Thus (x_R, y_R) , (\dot{x}_R, \dot{y}_R) and (\ddot{x}_R, \ddot{y}_R) denote the X and Y components of

The previous three equations contain six variables, namely:

$$x_R, y_R, \phi, F, N, \text{ and } \theta$$

They have to be amended by relations describing the kinematic constraints. These depend on whether the conditions at the point of contact pertain to pure rolling, rolling with sliding or loss of contact. These three cases are examined separately.

a) Case of pure rolling:

The coefficient of Coulomb friction is denoted by (μ) and to simplify the analysis, it is considered constant. The system will stay in this mode if the following inequalities are satisfied:

$$|F| \leq \mu N \quad ; \quad \text{and} \quad N > 0$$

The condition of no-slip gives the following relation:

$$\dot{\phi} = \frac{R}{r} \dot{\theta} \quad (5)$$

The velocity components of the point of contact on the ring are identical to that on the stud. Thus one can write:

$$\dot{y}_R \cos \phi - \dot{x}_R \sin \phi = \dot{y}_r \cos \phi - \dot{x}_r \sin \phi$$

$$\dot{y}_R \sin \phi + \dot{x}_R \cos \phi - R\dot{\theta} = \dot{y}_r \sin \phi + \dot{x}_r \cos \phi$$

The previous two relations can be combined to yield:

$$\dot{y}_R = R\dot{\theta} \sin \phi - \left(\frac{A \sin \beta}{\omega} \right) \cos \omega t \quad (6.a)$$

$$\dot{x}_R = R\dot{\theta} \cos \phi - \left(\frac{A \cos \beta}{\omega} \right) \cos \omega t \quad (7.a)$$

which can be differentiated to give a more convenient form as follows:

$$\ddot{y}_R = R\ddot{\theta} \sin \phi + \frac{R}{r} \dot{\theta}^2 \cos \phi + (A \sin \beta) \sin \omega t \quad (6.b)$$

$$\ddot{x}_R = R\ddot{\theta} \cos \phi - \frac{R}{r} \dot{\theta}^2 \sin \phi + (A \cos \beta) \sin \omega t \quad (7.b)$$

Relations (2) to (7) constitute the full model in this case

b) Case of rolling and sliding:

The system enters this mode when the following inequalities are satisfied:

$$|F| > \mu N \quad ; \quad \text{and} \quad N > 0$$

The velocity and acceleration of the ring relative to the stud at the point of contact are of magnitudes V_s and a_s respectively. They are both tangent to the stud and ring at the point of contact and are considered positive in the direction shown in Fig. 3.a. The sliding conditions dictate the following relation:

$$F = \mu N \operatorname{sgn}(V_s) \quad (8)$$

The Kinematic Constraints give the following two relations:

$$\dot{y}_R \sin \phi + \dot{x}_R \cos \phi - \dot{y}_R \sin \phi - \dot{x}_R \cos \phi + R\dot{\theta} = V_s$$

$$\dot{y}_R \cos \phi - \dot{x}_R \sin \phi - \dot{y}_R \cos \phi + \dot{x}_R \sin \phi = 0$$

which can be combined to yield:

$$\dot{y}_R = R\dot{\theta} \sin \phi - \left(\frac{A \sin \beta}{\omega} \right) \cos \omega t - V_s \sin \phi \quad (9.a)$$

$$\dot{x}_R = R\dot{\theta} \cos \phi - \left(\frac{A \cos \beta}{\omega} \right) \cos \omega t - V_s \cos \phi \quad (10.a)$$

The velocity V_s can also be inferred in terms of $\dot{\theta}$ and ϕ as follows:

$$R\dot{\theta} - r\dot{\phi} = V_s \quad (11)$$

Relations (9.a) and (10.a) can be differentiated to give a more convenient form as follows:

$$\ddot{y}_R = R\ddot{\theta} \sin \phi + \left(\frac{R^2}{r} \dot{\theta}^2 + \frac{V_s^2}{r} - \frac{2R}{r} \dot{\theta} V_s \right) \cos \phi$$

$$- a_s \sin \phi + (A \sin \beta) \sin \omega t \quad (9.b)$$

$$\ddot{x}_R = R\ddot{\theta} \cos \phi - \left(\frac{R^2}{r} \dot{\theta}^2 + \frac{v_s^2}{r} - \frac{2R}{r} \dot{\theta} v_s \right) \sin \phi - a_s \cos \phi + (A \cos \beta) \sin \omega t \quad (10.b)$$

Equations (2,3, and 4) together with (8,9,10, and 11) constitute the complete model in this case.

c) Case of loss of contact:

When N becomes negative, the contact is lost and the ring is governed by the following equations:

$$\ddot{x}_R = 0 \quad (12)$$

$$\ddot{y}_R = -g \quad (13)$$

$$\ddot{\theta} = 0 \quad (14)$$

until contact is re-established at some other point dictated by the geometrical constraint between the ring and the stud.

4. Strategy of simulation of the phenomenon

The following dimensionless quantities are introduced to simplify the notations:

$$\tau = \omega t \quad ; \quad a_1 = \frac{A}{R\omega^2} \quad (15)$$

$$a_2 = \frac{g}{R\omega^2} \quad ; \quad a_3 = \frac{R}{r}$$

Combining relations (2) to (7) to eliminate all variables but θ and ϕ , one obtains:

$$\theta'' = -0.5 [a_2 \sin \phi + a_1 \cos(\beta - \phi) \sin \tau] \quad (16)$$

$$\phi'' = a_3 \theta''$$

where the primes on the variables denote differentiation with respect to the dimensionless time τ . Relations (16) are the governing equations for the pure rolling case. To remain in this mode, the following two inequalities should be satisfied:

$$N^* > 0 \quad (17)$$

$$|\theta''| < \mu N^*$$

where

$$N^* = a_3 \theta'^2 + a_1 \sin(\beta - \phi) \sin \tau + a_2 \cos \phi \quad (18)$$

If the first inequality is violated, separation of the ring and stud occurs.

If the second is violated, the ring rolls and slips and the model in equations (17) is not valid any more.

Combining relations (2) to (4) and (8) to (11) to eliminate all the variables but θ and ϕ , one obtains:

$$\begin{aligned} \theta'' &= -\mu^* \left[a_2 \cos \phi + \frac{1}{a_3} \phi'^2 + a_1 \sin(\beta - \phi) \sin \tau \right] \\ \phi'' &= -a_3 \left[a_2 \sin \phi + \theta'' + a_1 \cos(\beta - \phi) \sin \tau \right] \end{aligned} \quad (19)$$

Equations (19) govern the system when rolling and slipping occur with μ^* defined as follows:

$$\begin{aligned} \mu^* &= \mu & \text{if } V_s^* > 0 \\ \mu^* &= -\mu & \text{if } V_s^* < 0 \\ V_s^* &= a_3 \theta' - \phi' \end{aligned} \quad (20)$$

To remain in this mode, the following two inequalities should be satisfied:

$$N^{**} > 0 \quad ; \quad V_s^* \neq 0 \quad (21)$$

with N^{**} given by:

$$N^{**} = \frac{1}{a_3} \phi'^2 + a_1 \sin(\beta - \phi) \sin \tau + a_2 \cos \phi \quad (22)$$

If the first inequality in (21) is violated, separation occurs. If V_s^* vanishes, the system enters the pure rolling mode and equations (19) cease to be valid. The end conditions of one mode are the initial conditions for the following mode.

To simplify the analysis and the experimental studies that follows, separation is avoided by the proper selection of the parameters. Guided by the experimental evidence, one can also consider that the angle ϕ is small and that the relations:

$$\sin \phi \approx \phi \quad \text{and} \quad \cos \phi \approx 1.0$$

are acceptable approximations. The model in this case simplifies to the following relations:

a) Pure rolling:

$$\begin{aligned}\theta'' &= -0.5 \left[a_2 \phi + \{ (a_1 \cos \beta) + (a_1 \sin \beta) \phi \} \sin \tau \right] \\ \phi'' &= a_3 \theta'' \\ N^* &= a_3 \theta'^2 + \{ (a_1 \sin \beta) - (a_1 \cos \beta) \phi \} \sin \tau + a_2\end{aligned} \quad (23)$$

b) Rolling and sliding:

$$\begin{aligned}\theta'' &= -\mu^* \left[a_2 + \frac{1}{a_3} \phi'^2 + \{ (a_1 \sin \beta) - (a_1 \cos \beta) \phi \} \sin \tau \right] \\ \phi'' &= -a_3 \left[a_2 \phi + \theta'' + \{ (a_1 \cos \beta) - (a_1 \sin \beta) \phi \} \sin \tau \right] \\ v_s^* &= a_3 \theta' - \phi'\end{aligned} \quad (24)$$

which can be simulated by the analog circuit shown in Fig. 4. The circuit was simulated using an EAI-TR48 analog computer together with the supporting auxiliary unit for providing the logic. The original equations (16) to (22) were also digitally simulated using a fourth order Runge-Kutta algorithm to verify the analog simulation.

5. Results of the simulation

A ring-stud system was chosen for simulation with the following parameters:

$$\begin{aligned}a_1 &= 2.1 & ; & & a_2 &= 1 \\ a_3 &= 2 & ; & & \mu &= 0.3 \\ \beta &= 45^\circ\end{aligned}$$

ϵ is a small tolerance to ensure that the system passes through the pure rolling case when the roll-skip case terminates.

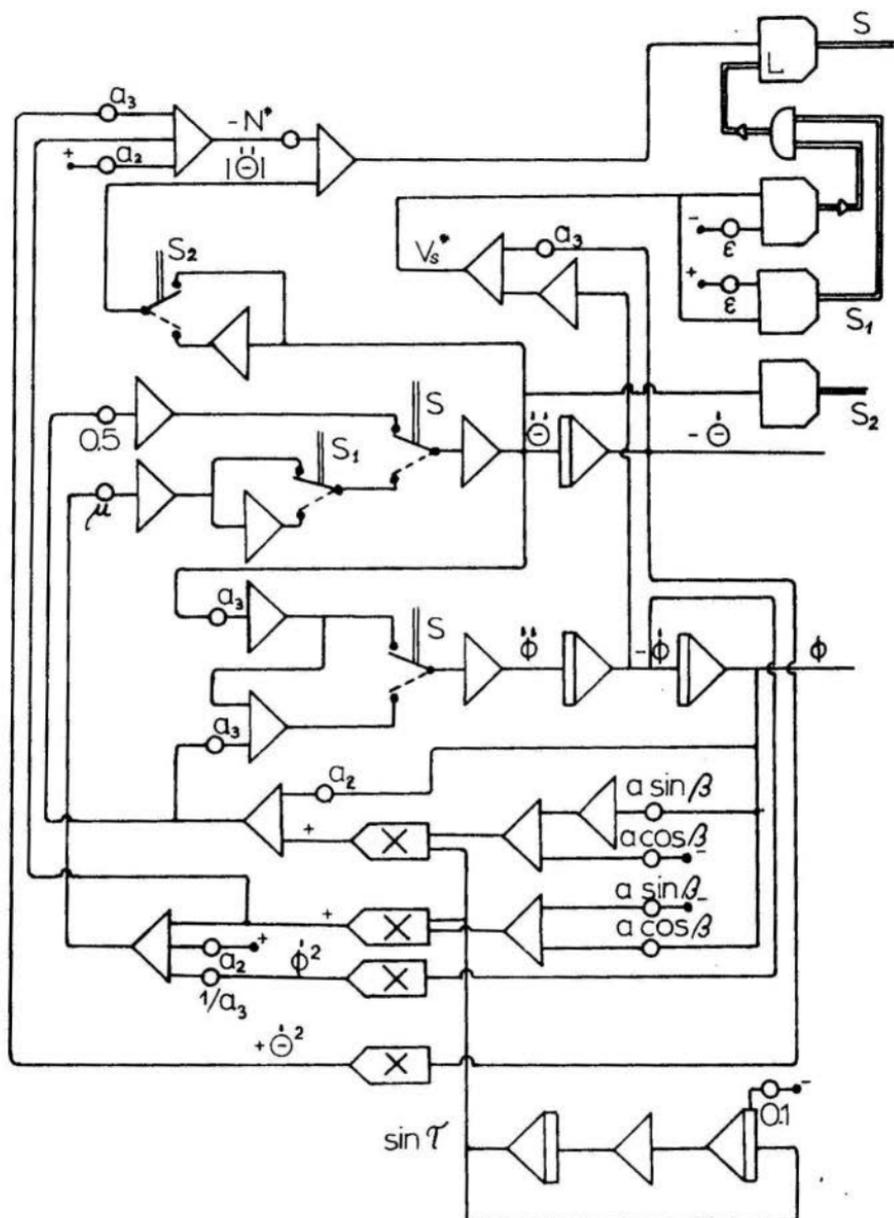


Fig. 4 - Analog simulation of the phenomenon

The variables (ϕ') , (V_s^*) and (θ) against (τ) are shown in Fig. 5. It is noticed that after the decay of the transients, the variables ϕ' and V_s^* reach a periodic steady state which guarantees the steady growth of θ in a given direction.

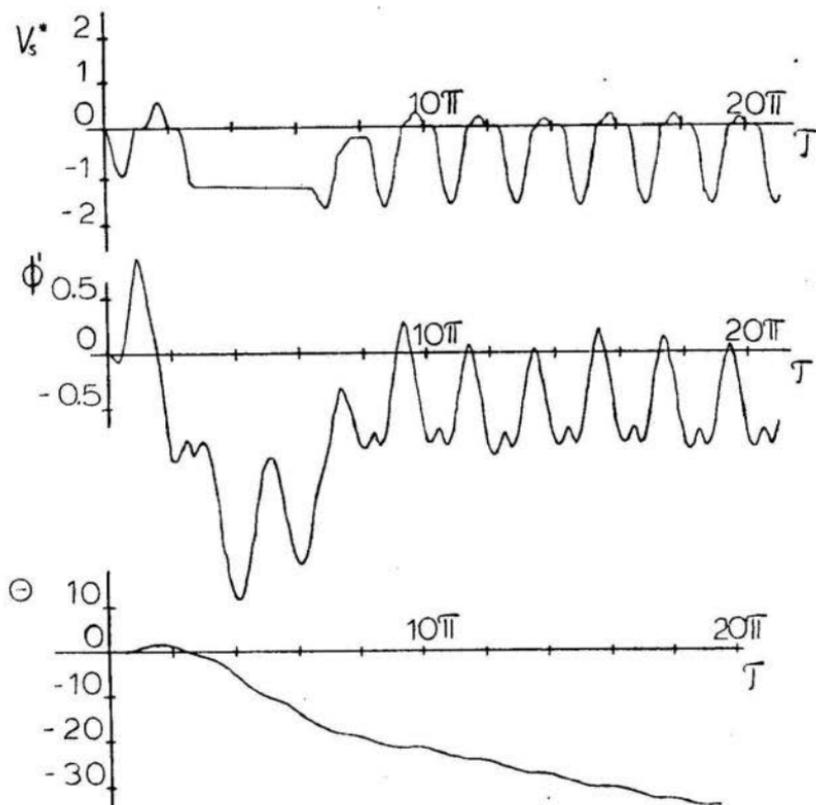


Fig. 5 - Variation of ϕ' , V_s^* and θ with τ

Reversing the sign of β resulted in the steady growth of θ in the opposite direction. Fig. 6 shows two plots for (θ') against (ϕ') when steady state conditions prevailed. One plot corresponds to the positive value of β and the other is for negative β . The curves were traversed in the same anticlockwise direction. The broken line in the Figure pertains to the conditions when pure rolling prevails, when $a_s \theta' = \phi'$.

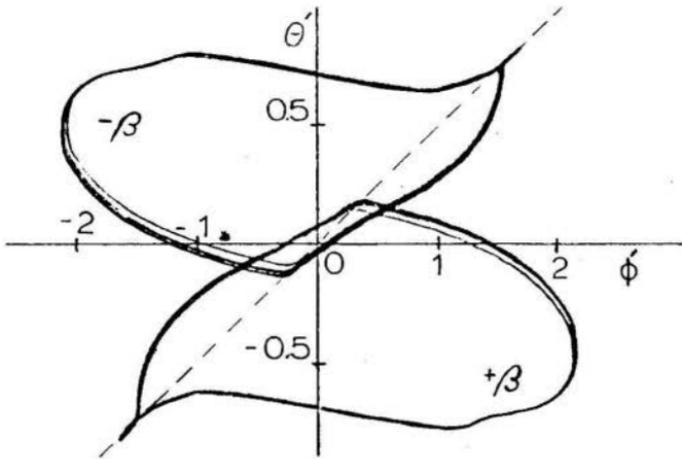


Fig. 6 - Phase plane for ϕ' against θ'

6. Back to experimental tests

Having established a mathematical model that revealed the rôles of the different parameters, it was desirable to verify experimentally the existence of the two modes of the phenomenon. Fig. 7.a shows the details of a specially mode pick-up to measure the angular displacement of the ring which was shaped as shown in Fig. 7.b.

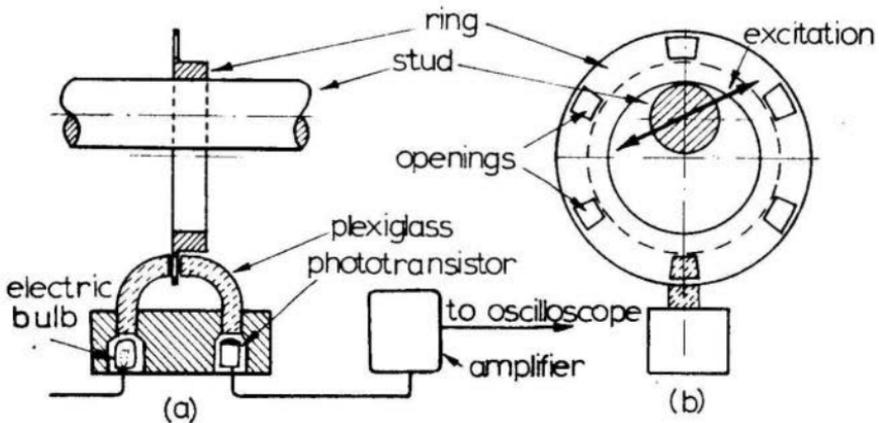


Fig. 7 - Displacement pick-up

Fig. 8 shows the oscilloscope trace of (θ) which confirms the existence of the two modes of motion. Reasonable agreement is noticed between the analytical prediction and the experimental findings.

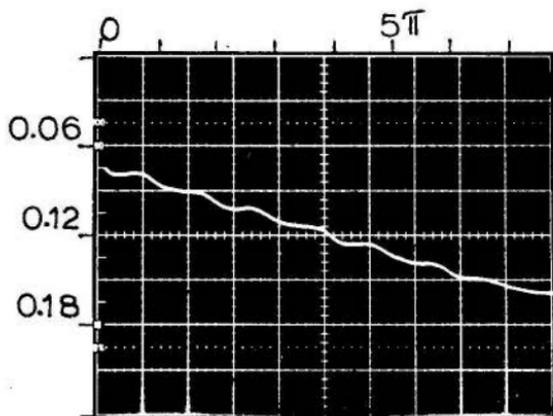


Fig. 8 - Oscilloscope trace for the time history of (θ)



7. Conclusions

Loosening of nuts is prevented in practice by using one of several techniques. The previous study showed that the phenomenon is essentially due to the existence of the unavoidable Coulomb friction. The proper adjustment of the initial tension in the bolt will overcome the loosening phenomenon. Relations (17) and (16) can provide a guide regarding the necessary initial pre-tension (F_i) to avoid loosening. Replacing N^* by F_i , recalling that ϕ is small, and that the angular velocity θ' is maximum when $\beta = 45^\circ$, the previous two relations can be combined to yield the following inequality:

$$F_i > \frac{\Lambda}{2\sqrt{2} \mu R \omega^2} \quad (25)$$

Acknowledgements

The author would like to acknowledge the valuable assistance of professor W.M. Mansour which made this research possible.

SCIESZKO J.L.

THE PHENOMENON OF LOOSENING OF NUTS DUE TO
THE VIBRATORY EXCITATION OF MACHINE MEMBERS

Summary

A study is presented for the phenomenon. Preliminary experimental observations showed that the existence of Coulomb friction is the prime cause. A mathematical model was developed and simulated using the analog computer. The results were compared with the experimentally measured time-history of the rotation of the ring. Reasonable agreement was obtained. Design recommendations regarding the magnitude of the initial tension, to avoid loosening, were inferred from the mathematical model.

AFROUXAMENTO DE PORCAS EM VIRTUDE DE EXCITAÇÃO
PERIÓDICA EM ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Sumário

Resultados experimentais preliminares indicaram que o atrito de Coulomb é o principal responsável pelo fenômeno. Foi desenvolvido um modelo matemático que foi simulado usando-se um computador analógico. Os resultados foram comparados com medidas experimentais da evolução no tempo da rotação de um anel. Obtiveram-se resultados razoavelmente concordantes. Recomendações de projeto para a tensão de aperto inicial, a fim de se evitar o afrouxamento, foram determinadas a partir do modelo matemático.

A N A I S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 14
P P. 187 - 196



COPPE/CAPEB

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

ESTUDO DO MOVIMENTO DE BALANÇO DE UM

SISTEMA COM PERTURBAÇÃO INTERNA

Hans I. WEBER, Professor Adjunto
 Dept. de Materiais e Mecânica dos Sólidos
 Faculdade de Engenharia, UNICAMP
 Campinas, Brasil

Marcio N. VIEIRA, Pesquisador
 Centro Industrial de Aratu, CIA
 Bahia, Brasil

1. Introdução

A análise do movimento de um veículo ao longo de uma trajetória retilínea nos leva, via de regra, a um complexo sistema de equações onde se combinam os movimentos de inclinação (pitch), balanço (roll) e guinagem (yaw) com os movimentos de deslocamento linear nas diversas di

reções. No trabalho de Law e Cooperrider [1] é feito um levantamento das publicações com respaldo analítico em dinâmica de veículos ferroviários. As análises realizadas nesta área são subdivididas em categorias e os últimos resultados são apresentados. Estas categorias compreendem essencialmente a manobrabilidade em vias retas, em vias curvas, o isolamento de vibrações, a sustentação do veículo e a ação de aceleração e frenagem. Como regra geral os problemas são abordados inicialmente por modelos simplificados, que permitam o tratamento analítico e a obtenção de algumas conclusões gerais. Estes modelos são progressivamente adaptados à realidade, enquanto medições efetuadas no sistema procuram aperfeiçoar a identificação paramétrica.

Um problema sério em veículos ferroviários é o comportamento de vagões com carga fluida que podem vir a levantar as rodas de alguns centímetros [2] quando em condições críticas, criando potencialmente uma situação de descarrilhamento. Neste trabalho propomos uma análise bem simplificada, desenvolvida a partir de um modelo que substitui a ação do líquido por um elemento simples, capaz de agir sobre a carcaça do modelo do vagão: um pêndulo. Evidentemente, a possibilidade de fazer esta substituição irá se limitar a certas faixas de frequência e amplitude para as quais se deverá determinar, por uma identificação paramétrica, quais os valores de massa, comprimento e momento de atrito deste pêndulo, correspondentes ao movimento do líquido dentro do recipiente.

Nosso objetivo neste trabalho é determinar algumas características dinâmicas do modelo assumido. A análise será feita como se o sistema estivesse numa via retilínea onde se sabe desacoplados os movimentos verticais e de balanço do movimento de inclinação, e o efeito da guinagem será substituído por uma força perturbadora horizontal. Na fig. 1a representa-se esquematicamente o modelo tratado, incluindo as excitações para as quais se obteve as respostas [3].

2. Modelo Matemático

Para obter o modelo matemático correspondente ao movimento plano de uma caixa de massa M e inércia I contendo um pêndulo de massa m num fio de comprimento l e suspensa sobre um molejo de coeficiente k e amortecimento c , de acordo com a fig. 1a, traça-se o diagrama de forças representado na fig. 1b. O movimento é excitado pelo deslocamento vertical $z(t)$ e rotação $\Psi(t)$ da base e pela força horizontal $F(t)$ que subs-

titui os efeitos de ação lateral da base. Além disso F_1 e F_2 são as forças de suspensão, T e M_a respectivamente força e momento internos ao sistema da fig. 1b. Será assumido T como na direção do pêndulo enquanto M_a substitui um efeito global de atrito sobre o movimento do pêndulo (por hipótese viscosa).

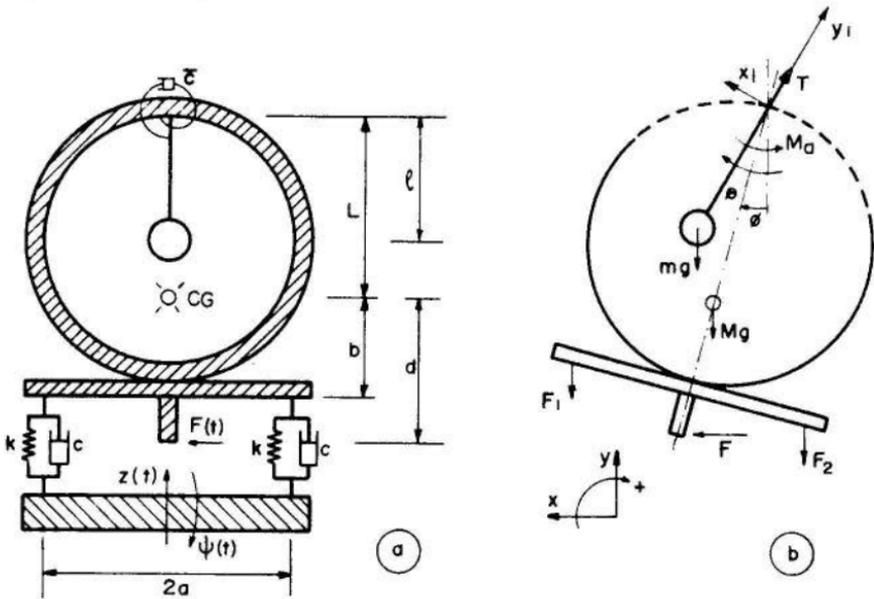


Fig. 1. Modelo físico e diagrama de forças e coordenadas.

São 4 graus de liberdade: a rotação de caixa ϕ , suas duas translações, vertical y , horizontal x e a rotação do pêndulo θ . Aplicando as leis de Newton para obter as equações do movimento, tem-se para a caixa

$$\begin{aligned} M\ddot{y} + F_1 + F_2 + T \cos(\phi + \theta) + Mg &= 0 \\ M\ddot{x} - F - T \sin(\phi + \theta) &= 0 \\ I\ddot{\phi} + F_1(a \cos \phi + b \sin \phi) - F_2(a \cos \phi - b \sin \phi) + T L \sin \theta \\ - Fd \cos \phi - M_a &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

O pêndulo será analisado no sistema de coordenadas x_1, y_1 , resultando

$$\begin{aligned} m\ddot{y} \cos(\phi + \theta) - m\ddot{x} \sin(\phi + \theta) + mL\ddot{\phi} \sin \theta - ML\dot{\phi}^2 \cos \theta + \\ m l (\dot{\phi} + \dot{\theta})^2 - T + mg \cos(\phi + \theta) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$m\ddot{x} \cos(\phi + \theta) + m\ddot{y} \sin(\phi + \theta) - mL\ddot{\phi} \cos\theta - mL\dot{\phi}^2 \sin\theta + m\ell(\ddot{\phi} + \ddot{\theta}) + mg \sin(\phi + \theta) + M_a/\ell = 0$$

Eliminando a reação interna T e linearizando as expressões acima

$$\begin{aligned} (M + m)\ddot{y} + F_1 + F_2 &= - (M + m)g \\ M\ddot{x} - F - mg\phi - mg\theta &= 0 \\ I\ddot{\phi} + (F_1 - F_2)a + (F_1 + F_2)b\phi + mgL\theta - Fd - M_a &= 0 \\ m\ddot{x} - m(L - \ell)\ddot{\phi} + m\ell\ddot{\theta} + mg\phi + mg\theta + M_a/\ell &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Considerando-se o efeito da suspensão somente na vertical e o amortecimento viscoso então

$$\begin{aligned} F_1 &= - (M + m)g/2 - k(z + a\psi) + k(y + a\phi) - c(\dot{z} + a\dot{\psi}) + c(\dot{y} + a\dot{\phi}) \\ F_2 &= - (M + m)g/2 - k(z - a\psi) + k(y - a\phi) - c(\dot{z} - a\dot{\psi}) + c(\dot{y} - a\dot{\phi}) \\ M_a &= \bar{c} \dot{\theta} \end{aligned} \quad (4)$$

O sistema linearizado de equações resultantes de (3) e (4) é

$$(M + m)\ddot{y} + 2c\dot{y} + 2ky = 2c\dot{z} + 2kz \quad (5)$$

$$M\ddot{x} - F - mg\theta - mg\phi = 0 \quad (6)$$

$$I\ddot{\phi} + 2ca^2\dot{\phi} - \bar{c}\dot{\theta} + [2ka^2 - (M + m)gb - 2cbz - 2kbz]\phi + mgL\theta =$$

$$Fd + 2ca^2\dot{\psi} + 2ka^2\psi \quad (7)$$

$$m\ddot{x} - m(L - \ell)\ddot{\phi} + m\ell\ddot{\theta} + \bar{c}/\ell\dot{\theta} + mg\phi + mg\theta = 0 \quad (8)$$

Observe-se que o movimento de translação vertical da caixa $y(t)$ (5) é desacoplado e pode portanto ser estudado independentemente. A equação (7) é excitada parametricamente pois a perturbação $z(t)$ da base atua como um dos seus coeficientes. Não será porém objetivo deste trabalho analisar esta característica, o termo será linearizado no desenvolvimento que segue. A equação (6) pode ser contraída com (8) e a força F sendo suposta de perturbação em caráter harmônico o sistema poderá ser analisado unicamente através de ϕ e θ . Matricialmente se escreve

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1-\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta - \gamma_1 & \\ 0 & \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 & n_2 \\ \beta & \beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{l}{L}, \quad \delta = \frac{2ca^2}{I}, \quad \gamma_1 = \frac{\bar{c}}{I}, \quad \gamma_2 = \frac{\bar{c}}{ml^2}, \quad \beta = \frac{g}{L} \left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

$$\eta_1 = \frac{2ka^2 - (M+m)gb}{I}, \quad \eta_2 = \frac{mgL}{I}, \quad f_1 = \frac{Fd}{I} + \frac{2ca^2}{I} \ddot{\psi} + \frac{2ka^2}{I} \psi$$

$$f_2 = -\frac{l}{ml} \frac{m}{M} F$$

Observa-se em (9) que a matriz de massa não é simétrica (o que provém da dedução por Newton), porém simetrizável ao premultiplicar o sistema por $[T_1]$. Nestas condições todavia a matriz de rigidez resultante também não é simétrica dando a falsa impressão que existiriam forças não conservativas no sistema. Nova premultiplicação por $[T_2]$ transformará (9) em

$$\begin{bmatrix} \eta_1 + (1-\alpha)\bar{\eta}_2 & \bar{\eta}_2 \\ \bar{\eta}_2 & \bar{\eta}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\eta_1 & -\gamma_1\eta_1 + \gamma_2\bar{\eta}_2 \\ \delta\eta_2 & -\gamma_1\eta_2 + \gamma_2\bar{\eta}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \eta_1^2 + \beta\bar{\eta}_2 & \eta_1\eta_2 + \beta\bar{\eta}_2 \\ \eta_1\eta_2 + \beta\bar{\eta}_2 & \eta_2^2 + \beta\bar{\eta}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \end{Bmatrix} = [T_2] [T_1] \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}$$

$$\text{com } \bar{\eta}_2 = \frac{\eta_2}{\alpha}, \quad [T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -(1-\alpha) & 1 \end{bmatrix}, \quad [T_2] = \begin{bmatrix} \eta_1 + (1-\alpha)\bar{\eta}_2 & \bar{\eta}_2 \\ \bar{\eta}_2 & \bar{\eta}_2 \end{bmatrix}$$

Na forma da equação (10) sabe-se qual o tipo de sistema que se está tratando, isto é, um sistema com amortecimento viscoso e forças giroscópicas. Observe-se que $c=0$ ou $\bar{c}=0$ tornam a matriz de amortecimento positivo semi-definida.

3. Estabilidade

A estabilidade pode ser analisada a partir do sistema global (10) ou a partir da equação característica. No primeiro caso se a matriz de amortecimento viscoso (isto é, a parte simétrica na decomposição da matriz do amortecimento em (10)) for positiva definida, o sistema é assintoticamente estável quando a matriz de rigidez for positiva definida.

Este é um teorema apresentado por Thomson-Tait. No caso da matriz de amortecimento viscoso ser positiva semi-definida deve-se mostrar que o amortecimento é pervasivo para poder aplicar este teorema [4]. Isto leva a um desenvolvimento difícil de ser executado analiticamente. Por outro lado a equação característica do sistema, obtida em (9) levará a

$$\begin{aligned} \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0, \text{ ou} \\ \lambda^4 + [\delta + \gamma_2 + (1-\alpha)\gamma_1] \lambda^3 + [\beta + \delta\gamma_2 + \eta_1 - (1-\alpha)\eta_2] \lambda^2 + \\ + (\beta\delta + \gamma_2\eta_1 + \beta\gamma_1)\lambda + \beta(\eta_1 - \eta_2) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

que pode ser analisada pelo critério de Liénard-Chipard.

As condições que garantem equilíbrio assintótico são

$$a_4 > 0 \quad (12)$$

$$(a_1 a_2 - a_3) a_3 - a_1^2 a_4 > 0 \quad (13)$$

$$a_2 > 0 \quad (14)$$

$$a_1 > 0 \quad (15)$$

Examinando inicialmente o caso $\bar{c} = 0$ (amortecimento do pêndulo), isto é, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ as condições (13) e (15) são automaticamente satisfeitas e a condição (12) é mais forte que (14). Portanto o sistema será asintoticamente estável quando

$$\eta_1 > \eta_2 \quad \text{ou} \quad 2ka^2 > Mgb + mg(b + L) \quad (16)$$

o que mostra ser o amortecimento pervasivo. O exame analítico quando $\bar{c} \neq 0$ é bem mais complexo. A condição (16) acrescenta-se a condição (15) que leva

$$\left(\frac{2c}{c} \frac{a^2}{c} + 1 \right) \ell^2 - L\ell + \frac{I}{m} > 0 \quad (17)$$

Considerando m , ℓ e \bar{c} como parâmetros pode-se representar (16) e (17) como foi feito na fig. 2.

Além disso, garantido (16) sabe-se que $a_3 > 0$ e nestas condições para que seja satisfeito (13) deve-se ter $a_1 > 0$. A análise geral de (13) é complicada demais para permitir uma representação simples. Todavia, em

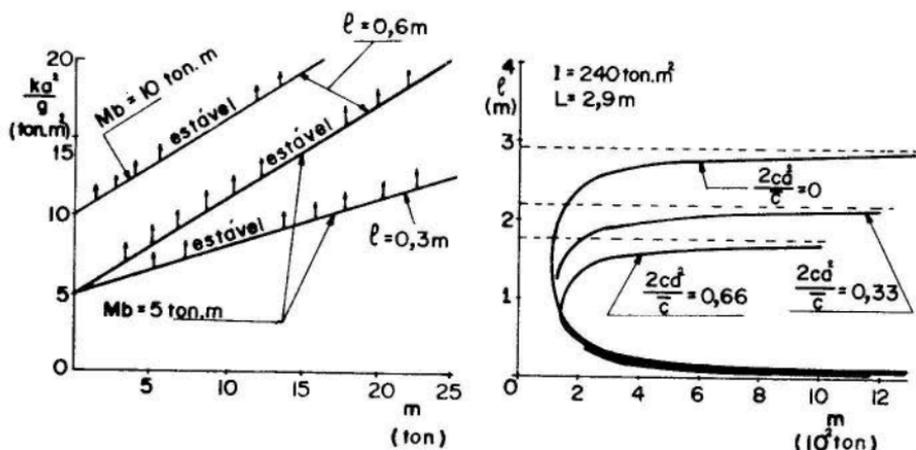


Fig. 2. Cartas de Estabilidade.

termos da fig. 2b ela deverá apresentar como limite uma curva que envolve aquela representada ($a_1 > 0$) pois levando ao limite as diversas possibilidades $m_2 \rightarrow 0$, $l \rightarrow 0$, $l \rightarrow \infty$ sempre (13) é satisfeito. Pode-se mostrar também numa análise mais cuidadosa que para valores altos de m os limites (17) e (13) coincidem [3].

4. Resposta

A determinação da influência de diversos parâmetros sobre o sistema foi determinada em [3]. No caso da resposta permanente à excitação por uma força horizontal F , mantendo $\psi = \dot{\psi} = 0$ representou-se as amplitudes do movimento da caixa na fig. 3. O pico de ressonância para os parâmetros escolhidos é fino e agudo sendo influenciado fortemente apenas pelo amortecimento \bar{c} e pela massa do pêndulo. O aumento do comprimento do pêndulo por outro lado desloca a ressonância para valores menores de frequência. Para uma análise mais cuidadosa referir-se a [3].

5. Conclusões

Foram apresentados alguns resultados para o modelo de um sistema que simula um vagão com um líquido por uma caixa com um pêndulo. Este modelo permite uma análise simplificada dos movimentos de rotação sob influência das perturbações: rotação da base e força horizontal. Neste

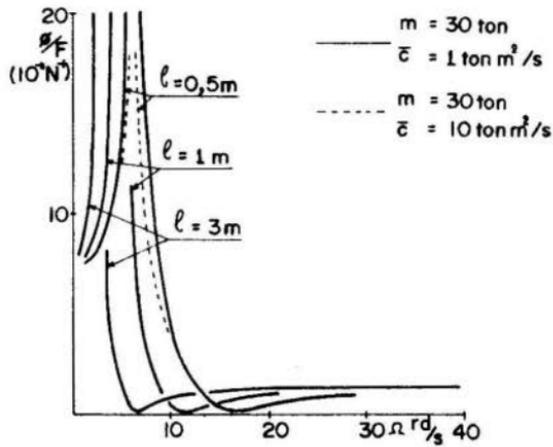
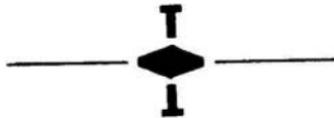


Fig. 3. Diagrama frequência - amplitude da caixa.

caso se obteve conclusões sobre a estabilidade do sistema baseada na análise de desenvolvimentos algébricos, mostrando inclusive a pervasividade do amortecimento. Apresentou-se ainda um exemplo da resposta do sistema à perturbação por uma força horizontal. Foram apresentadas também algumas sugestões de análise como o efeito paramétrico que age no movimento de rotação.



Bibliografia

- [1] Law, H.E., Cooperrider, N.K., "A Survey of Railway Vehicle Dynamics Research", Jornal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, ju ne 1974, pp. 132-146.
- [2] Henderson, K.A., Johnson, J., "A Criterion for the Control of 100 Ton Hooper Car Roll Motion", Anthology of Rail Vehicle Dynamics ASME, Vol. II, 1972, pp. 270-279.
- [3] Vieira, M.N., "Estudo do Movimento de Balanço de um Sistema com Per turbação Interna", Tese Mestrado, COPPE/UFRJ, Abril 1974.
- [4] Müller, P.C., "Asymptotische Stabilität von Linearen Mechanischen Systemen mit Positiv Semidefiniter Dämpfungsmatrix", Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 51, 1971, pp. 197-198.

WEBER H.I., e VIEIRA M.N.

ESTUDO DO MOVIMENTO DE BALANÇO DE
UM SISTEMA COM PERTURBAÇÃO INTERNA

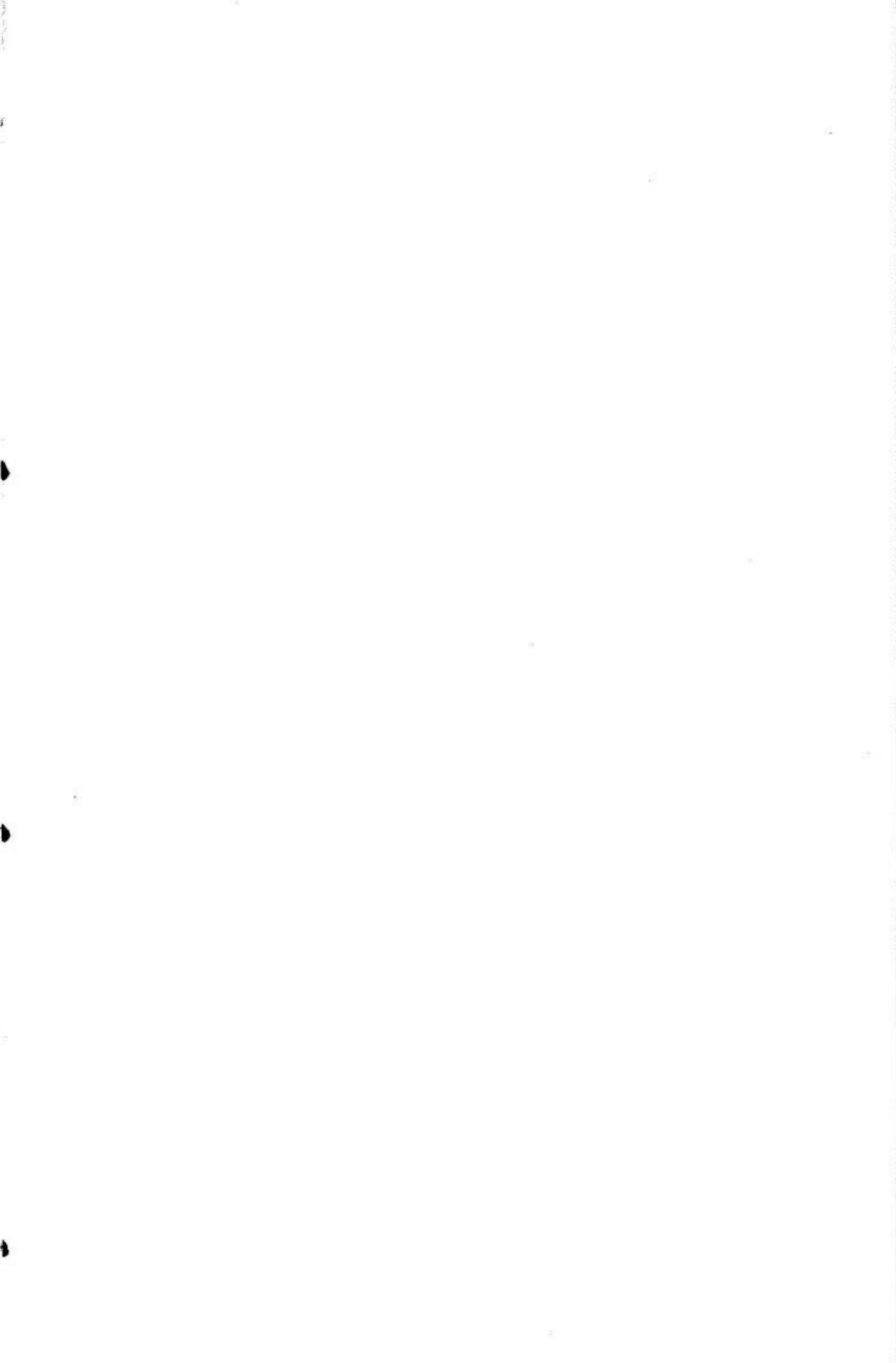
Sumário

É feita a análise do Movimento de Balanço em um sistema dotado de perturbação própria. Esse sistema corresponde a uma caixa tendo internamente um pêndulo e que se apoia através de uma suspensão elástica dissipativa sobre uma base. O Modelo Matemático é conseguido através da Mecânica Newtoniana. Determina-se a Carta de Estabilidade em condições exatas e em condições aproximadas, a partir do critério de Liénard-Chipart. Estuda-se a influência de excitações típicas, sobre a caixa e na base, e o efeito de alguns parâmetros do sistema sobre sua resposta.

ANALYSIS OF THE ROLL MOTION OF A SYSTEM
WITH INTERNAL PERTURBATION

Summary

The roll motion of a system with internal perturbation is investigated. The system consists of a rigid box with a pendulum fixed on the top and supported by an elastic dissipative suspension. The mathematical model is obtained by the Newtonian Mechanics. One establishes the stability chart with exact and with approximate conditions, following the Liénard-Chipart criterium. One investigates the influence of typical excitations on the box and its base and the effect of the variation of some parameters of the system on its response.



ANAI S

DO
 III CONGRESSO BRASILEIRO
 DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, DEZ. 1975

PAPER NO. A - 15
P P. 197 - 206



COPPE/CAPEs

PROCEEDINGS

OF THE THIRD
 BRAZILIAN CONGRESS
 OF
 MECHANICAL ENGINEERING

DYNAMICS OF INTERNAL COMBUSTION ENGINES WITH AN

APPLICATION TO OPTIMUM GEAR SHIFTING

M.R.M. CRESPO DA SILVA

Dept. of Aerospace Eng. and Appl. Mechanics

University of Cincinnati

Cincinnati, Ohio 45221, USA

1. Introduction

The dynamics of internal combustion engines is treated in most books on machines with the objective of estimating the forces acting on the several machine elements, or of determining the torque or the power delivered by a constant speed engine, as for example [1-3]. When the need arises for actually modelling the engine variation of speed (rpm) with time, either for a single engine or for a car powered by an internal combustion engine, one quickly finds that a careful dynamic analysis of the engine is missing in the

literature. The dynamical modelling of the engine becomes especially important when certain optimization studies are to be performed with the engine.

In this paper, the formulation of analytical dynamics (Lagrange's equations) are used to obtain the differential equation for the speed of a reciprocating engine, from which a simpler dynamic model for describing the average speed of the engine is developed. An optimization problem, which consists in determining the gear shifting instant in order to minimize the time taken by a racing car to travel a given distance is then analyzed by using the model obtained.

2. Modelling of the Engine Dynamics

Consider an internal combustion engine consisting of a cylinder C fixed in a reference frame $R = \{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$, a piston of mass m and area A free to move inside C , a wheel W with center of mass W^* fixed in R , and three bars B_i of length l_i ($i=1,2,3$) connecting the center of mass P^* of the piston to B^* , as shown in Fig. 1; for simplicity, it will be assumed that these bars are massless. B_1 is joined to W by a connection that allows it to rotate about W^* in the plane $x-y$ normal to the axial axis of W , and to B_2 by a similar connection at P_1 ; a third joint, also located in the $x-y$ plane, connects B_2 to B_3 , which is rigidly connected at one end to the piston and is constrained to move along the x -axis. At any instant of time, the volume and pressure inside C are denoted by v and p , respectively.

Inside C a cyclic thermodynamic process is taking place, and it is assumed that the gas inside the cylinder is in thermodynamic equilibrium at any instant of time t so that the pressure p throughout C is uniform. Thus, a force of magnitude $|\bar{F}| = pA$ is being exerted on the piston, as indicated in Fig. 1, and the work dW done by \bar{F} during an infinitesimal displacement $d\theta$ of the system is given by $dW = p(dv/d\theta)d\theta$.

By noticing from Fig. 1 that $l_1 \sin\theta = l_2 \sin\alpha$, we obtain for the Kinetic energy of the motion, if the co-

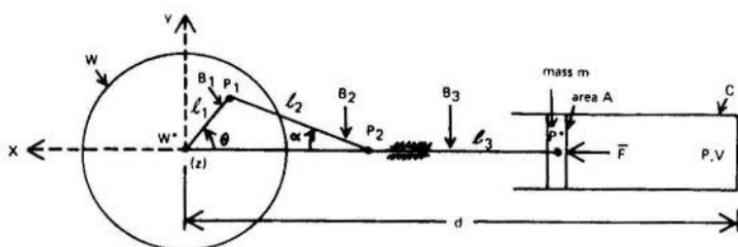


FIG. 1 The Engine System

ordinate frame $\{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ is inertial

$$T = \frac{1}{2} I_z \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m l_1^2 \dot{\theta}^2 (\sin^2 \theta) \left\{ 1 + (l_1 \cos \theta) / [l_2^2 - l_1^2 \sin^2 \theta]^{1/2} \right\}^2 \quad (1)$$

where I_z denotes the moment of inertia of the wheel W about its principal z -axis, and dots denote differentiation with respect to time t .

For most internal combustion engines, the second term in the right hand side of (1) can generally be neglected when compared to $I_z \dot{\theta}^2 / 2$, which is an assumption that can be easily justified when $m l_1^2 \ll I_z$ and $l_1 \ll l_2$, as often encountered in practice [1-3]. By making use of such simplifying assumption, and by neglecting the work done by any gravitational force acting on the system, application of Lagrange's equation [4] to the system then yields the following equation of motion

$$I_z \ddot{\theta} - p \, dv/d\theta = Q_\theta \quad (2)$$

where Q_θ is the generalized non-conservative force associated with the angle θ , such as drag (proportional to $\dot{\theta}^2$) and viscous friction (proportional to $\dot{\theta}$).

To integrate (2) we will now assume that the thermodynamic process taking place inside the cylinder C is described by an Otto cycle, whose ideal representation is shown in Fig. 2. The phases 2-3 and 4-5 in that figure represent, respectively, isentropic compression and an

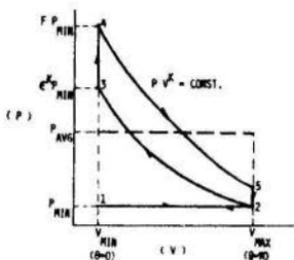


FIG. 2 p-v Diagram for the Otto Cycle

isentropic expansion of the gas inside C. The relationship between p and v in such processes is given as $p v^k = \text{constant}$, with $k \approx 1.4$. Also shown in Fig. 2 is the "average" pressure over a cycle ($\theta = 0$ to 4π) obtained by dividing the net work of the engine process by the volume displaced by the piston. The "average" pressure p_{avg} is readily obtained as

$$p_{\text{avg}} = \frac{f-1}{k-1} \cdot \frac{\epsilon^{k-c}}{\epsilon-1} \cdot p_{\text{min}} \quad (3)$$

where ϵ is the compression ratio of the engine ($\epsilon = v_{\text{max}}/v_{\text{min}}$) and $f = p_{\text{max}}/p_3$ is a factor that depends on the quantity of the combustible mixture burned during each cycle.

For $Q_\theta = 0$ in (2), an integral of the motion, namely, the Hamiltonian or the total energy of the motion [4], is readily obtained as $H = T - \int p dv = \text{constant}$. By evaluating H along the different phases of the cycle, as shown in Fig. 2, and by defining a non-dimensional independent variable τ as $\tau = t / \frac{v_{\text{min}}}{p_{\text{min}}^{1/c} I_z}$ and letting primes denote differentiation with respect to τ , we then obtain the following relations (with $\theta_{n\pi}^2$ used to denote the value of θ^2 when $\theta = n\pi$)

$$\theta^2 = \theta_0^2 + 2f\epsilon^k [1 - (v_{\text{min}}/v)^{k-1}] / (k-1) ; 0 \leq \theta \leq \pi \text{ (phase 4-5)} \quad (4)$$

$$\theta^2 = \theta_\pi^2 - 2c [1 - v / (\epsilon v_{\text{min}})] ; \pi \leq \theta \leq 2\pi \text{ (phase 2-1)} \quad (5)$$

$$\theta^{-2} = \theta_{2\pi}^{-2} - 2[1 - v/v_{\min}] ; 2\pi \leq \theta \leq 3\pi \text{ (phase 1-2)} \quad (6)$$

$$\theta^{-2} = \theta_{3\pi}^{-2} + 2\epsilon[1 - (\epsilon v_{\min}/v)^{k-1}]/(k-1) ; 3\pi \leq \theta \leq 4\pi \text{ (phase 2-3)} \quad (7)$$

$$\theta_{n\pi}^{-2} = \theta_{(n-4)\pi}^{-2} + 2\delta \quad (n=4,5,\dots) ; \delta = (\epsilon-1)p_{\text{avg}}/p_{\min} \quad (8)$$

Fig. 3 shows the response θ^{-2} as a function of θ for $\epsilon = 10$, $f = 3.5$ and $k = 1.4$. Also shown in that figure is the variation of the average motion θ_{avg}^{-2} as a function of the crank angle θ . The differential equation for the average motion, which is much simpler to use in analytical analyses than (2), is immediately obtained from (2) by averaging both sides of that equation over a complete cycle of the engine ($\theta = 0$ to $\theta = 4\pi$). The resulting of the average process is then the following differential equation that describes the average speed of the engine

$$I_z \ddot{\theta}_{\text{avg}} - (\delta/4\pi)p_{\min} v_{\min} = Q_{\theta_{\text{avg}}} \quad (9)$$

Note that for $Q_{\theta} = 0$, (9) yields $\theta_{\text{avg}}^{-2} - (2\delta/4\pi)\theta = \text{constant}$, which is a result that agrees with the response shown in Fig. 3.

The modelling of the engine dynamics as given by (9) is especially justified in practice, where the cyclic variations in speed (rpm) are negligible when compared with the average speed $\dot{\theta}_{\text{avg}}$.

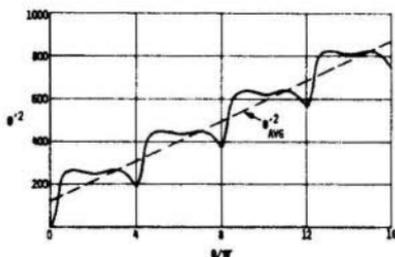


FIG. 3 Engine Response

3. Optimum Gear Shifting for a Racing Problem

We now consider the analysis of the "car-racing problem" by using the dynamics developed in the previous section. The problem to be analyzed is the following: given the engine described by (9), and connected to a load (of moment of inertia I_L and dissipation factor b_L) by means of a gear box, determine the instant t_s to shift gears in order to minimize the time t_f taken by the system to "travel" a given "distance" $D = \int_0^{t_f} \dot{\psi} dt$, as illustrated in Fig. 4. In order to keep the analysis as simple as possible, we will show here a solution to this problem by considering only viscous friction in the system (with coefficients b , for the engine, and b_L for the load) and a gear box with only two gear ratios n_1 and n_2 .

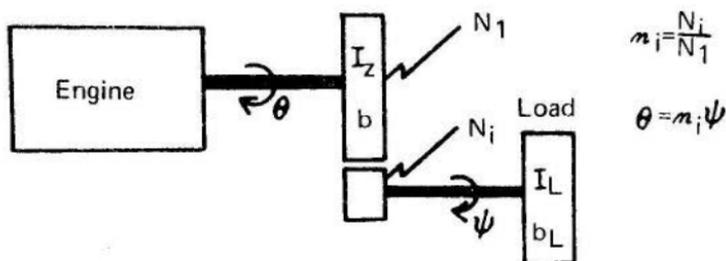


FIG. 4 Load Connection to the Engine

With the arrangement shown in Fig. 4, the following equations of motion are then obtained

$$(I_L + n_i^2 I_z) \ddot{\psi} + (b_L + n_i^2 b) \dot{\psi} = (\delta/4\pi) n_i p_{\min} v_{\min} \quad (i=1,2) \quad (10)$$

which can be readily solved for the speed $\dot{\psi}$, with $\dot{\psi}(t=0) = 0$ as

$$\dot{\psi} = \Delta_1 [1 - \exp(-k_1 t)], \quad 0 \leq t \leq t_s \quad (11)$$

$$\dot{\psi} = \Delta_2 + (v_s - \Delta_2) \exp[-k_2(t - t_s)] , \quad t_s \leq t \leq t_f \quad (12)$$

where $\Delta_i = (\delta/4\pi)n_i p_{\min} v_{\min} / (b_L + n_i^2 b)$, for $i = 1, 2$,

$v_s = \dot{\psi}(t=t_s)$, and $k_i = (b_L + n_i^2 b) / (I_L + n_i^2 I_Z)$, also for $i=1,2$.

By using (11) and (12) to express the given "distance" $D = \int_0^{t_f} \dot{\psi} dt$ in terms of t_s and t_f , the partial derivative $\partial t_f / \partial t_s$ can immediately be obtained. By setting $\partial t_f / \partial t_s = 0$, which is the necessary condition to minimize t_f , we finally obtain for the optimal gear shifting time t_s

$$k_1 t_s = \ln[(k_1/k_2 - 1) / (\Delta_2/\Delta_1 - 1)] \quad (13)$$

The influence of the optimum gear shifting on the non-dimensional speed $\dot{\psi}/\Delta_2$ is shown in Fig. 5 for $k_1/k_2 = 3$ and $\Delta_2/\Delta_1 = 2$.

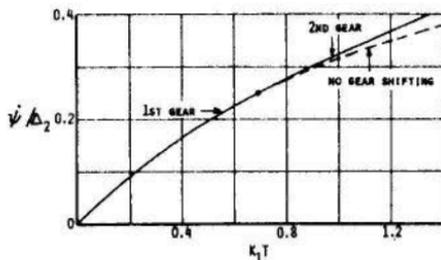


FIG. 5 Vehicle Speed Versus Time (normalized)

For the analysis of the more realistic car racing problem with drag ($Q_{\dot{\psi}}$ proportional to $\dot{\psi}^2$), the reader could proceed along the same steps shown in this section. However, for a larger number of gear ratios n_i , we anticipate that it would be more convenient to approach the optimization problem via a mathematical programming technique [5], where the search for the optimum gear shifting would be

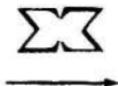
done numerically.

4. Conclusions

A simple model for the dynamics of the average speed (rpm) of an internal combustion engine was developed. Since periodic variations in speed that are expected to occur during each cycle of the engine due to the pressure variation inside the cylinder are small enough to be considered important in practice, they are averaged out in the modelling process. The solutions to optimization problems, such as the optimum gear shifting problem discussed in the previous session, are then simpler to handle via the model shown here.

Acknowledgments

The author expresses his appreciation to his colleague R.T. Davis for the many technical discussions that helped shape many parts of the work reported here.



References

- [1] Shigley, J.E., "Dynamic Analysis of Machines", McGraw Hill, 1961.
- [2] Lichty, L.C., "Combustion Engine Processes", McGraw Hill, 1967.
- [3] Martin, G.H., "Kinematics and Dynamics of Machines", McGraw Hill, 1969.
- [4] Meirovitch, L., "Methods of Analytical Dynamics", McGraw Hill, 1970.
- [5] Tabak, D. and Kuo, B.C., "Optimal Control by Mathematical Programming". Prentice Hall, 1971.

CRESPO DA SILVA M.R.M.

DYNAMICS OF INTERNAL COMBUSTION ENGINES WITH AN
APPLICATION TO OPTIMUM GEAR SHIFTING

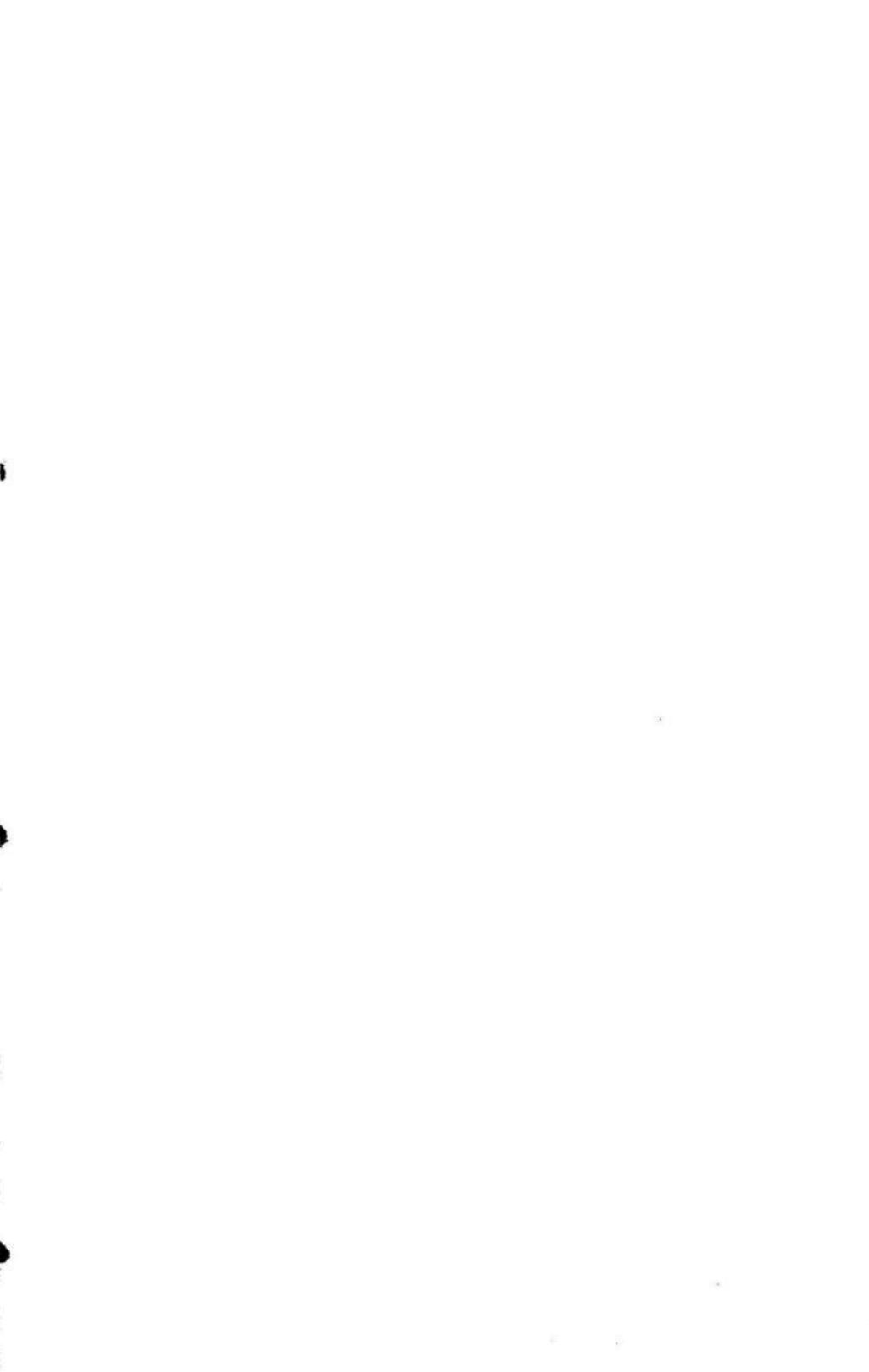
Summary

The formulation of analytical dynamics is used to write the equation of motion for the speed (rpm) of a reciprocating engine, from which a simpler dynamic model for describing the average speed of the engine is developed. An optimum gear shifting problem for a racing car powered by a reciprocating engine is analyzed by means of the model developed.

DINÂMICA DE MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA COM
UMA APLICAÇÃO A OTIMIZAÇÃO DE MUDANÇA DE MARCHA

Sumario

A formulação de Lagrange é usada para obter a equação diferencial para a velocidade (rpm) de um motor de combustao interna. A partir desta equação um modelo dinâmico mais simples é desenvolvido para descrever a velocidade média do motor. Um problema de otimização de mudança de marcha para um carro de corrida movido por um motor de combustao interna é analisado através do modelo desenvolvido.



ANAIS PROCEEDINGS		
DO III CONGRESSO BRASILEIRO		COPPE/CAPES
DE ENGENHARIA MECÂNICA		NOTA TECN. PAPER NO. TA-1

DETERMINAÇÃO DO FATOR TEÓRICO DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM

BARRAS E EIXOS COM ENTALHES EM U SUBMETIDOS A ESFORÇOS

COMBINADOS, UTILIZANDO TÉCNICAS FOTOELÁSTICAS

J.L.F. FREIRE, Professor Auxiliar
 H.A. GOMIDE, Professor Assistente
 Deptº de Engenharia Mecânica
 Pontifícia Universidade Católica
 Rio de Janeiro, Brasil

1. Introdução

Técnicas fotoelásticas foram utilizadas em [1] e em [2] para a determinação dos fatores teóricos de concentração de tensões em eixos filetados [1], e em eixos com rasgos de chaveta [2], solicitados por carregamentos combinados de flexão e torção. Como a variação dos fatores de concentração de tensões para carregamentos combinados em função da variação dos carregamentos puros aplicados não ficasse bem definida em [1] e, porque em [2] os fatores combinados fossem obtidos através do princípio da superposição, procurou-se verificar experimentalmente esta variação utilizando-se para isto barras e eixos com entalhes em U. As barras foram estudadas, bi-dimensionalmente, sob solicitações simples e combinadas de flexão e tração. Os eixos foram submetidos a esforços de flexão e torção, aplicados de forma simples e combinada, sendo estudados

tri-dimensionalmente pelo método fotoelástico de congelamento de tensões e corte em fatias dos modelos. Segundo Neuber e Hahn [3], um estudo analítico dos fatores para carregamentos combinados é extremamente difícil.

Detalhes sobre os sistemas de cargas e sobre os materiais fotoelásticos utilizados, assim como uma análise de tensões completa para as barras e eixos podem ser encontrados em [4] e [5].

2. Resultados e Comparações

Na tabela 1 são apresentados os valores dos fatores de concentração de tensões, K_t , obtidos para os eixos sob esforços puros de flexão e torção. Estes resultados são comparados com os valores publicados por Neuber [6] e Peterson [7], podendo-se constatar uma excelente concordância entre eles.

Nas Figuras 1 e 2 são apresentados os fatores de concentração de tensões obtidos para as barras e eixos sob esforços combinados. Os valores de K_t foram plotados em função da variação das razões entre as tensões nominais devidas a cada um dos dois esforços aplicados. Assim, na Figura 1 temos que as razões σ_m/σ_p e σ_p/σ_m são menores ou iguais a 1, σ_m e σ_p sendo devidas aos esforços de flexão e tração respectivamente. Na Figura 2, σ/τ e τ/σ são as razões entre as tensões nominais aplicadas aos eixos, σ e τ sendo devidas aos esforços de flexão e torção respectivamente. As curvas contínuas representam os valores de K_t calculados a partir do princípio da superposição. Pode-se verificar uma boa concordância entre os resultados experimentais e os analíticos,

Tabela 1: Valores de K_t para os Eixos sob Esforços Puros

Solici- tação	Relações Geométricas	K_t ob- tido	K_t Pe- terson	K_t Neu- ber	Desvio re- lativo Pe- terson	Desvio re- lativo Neu- ber
flexão pura	D/d=1,3 r/d=0,25	1,49	1,51	1,47	1,3%	1,4%
torção pura	D/d=1,3 r/d=0,25	1,25	1,28	1,25	2,3%	0%

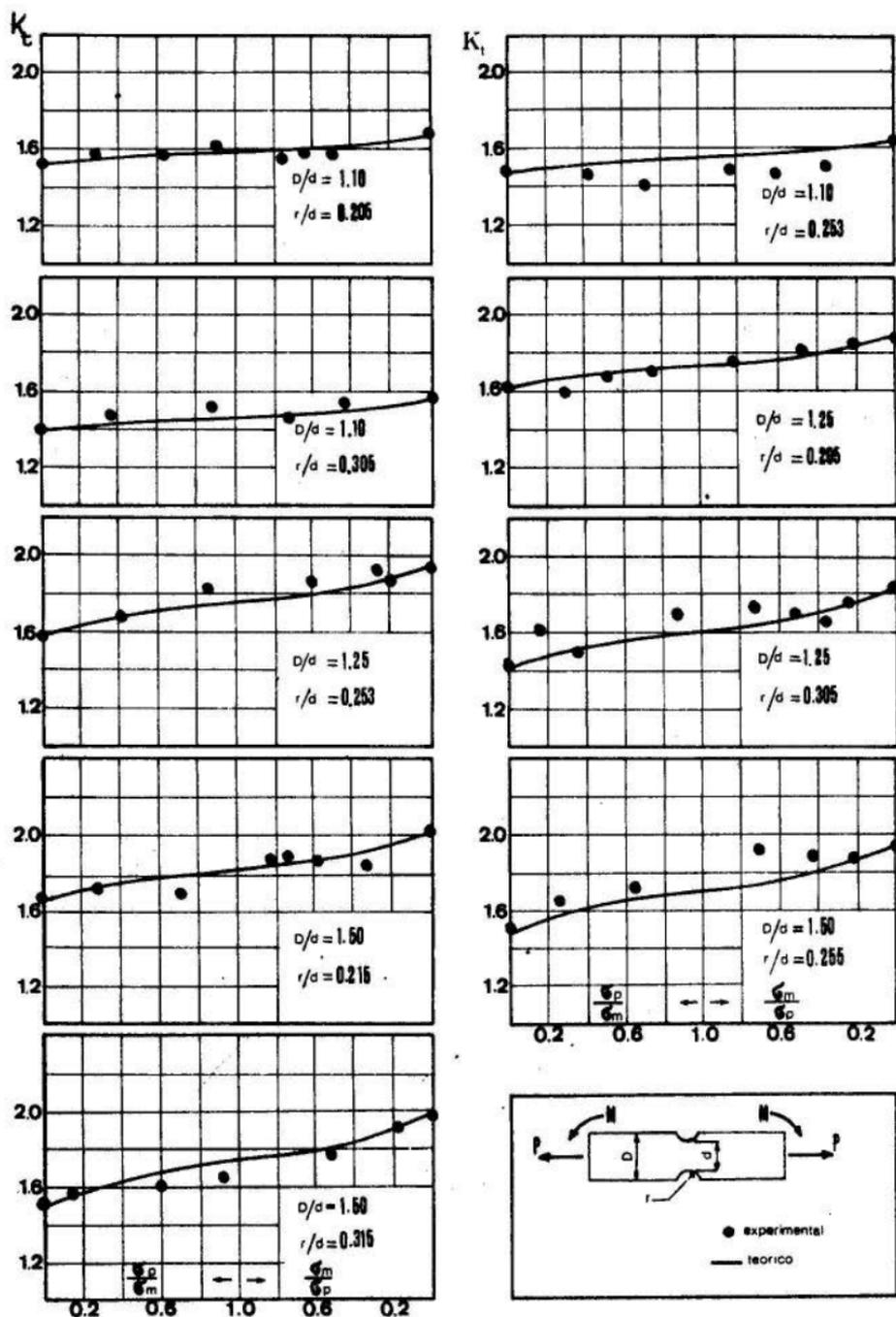


Fig. 1: Valores de K_t para as Barras sob Esforços Combinados de Flexão e Tração

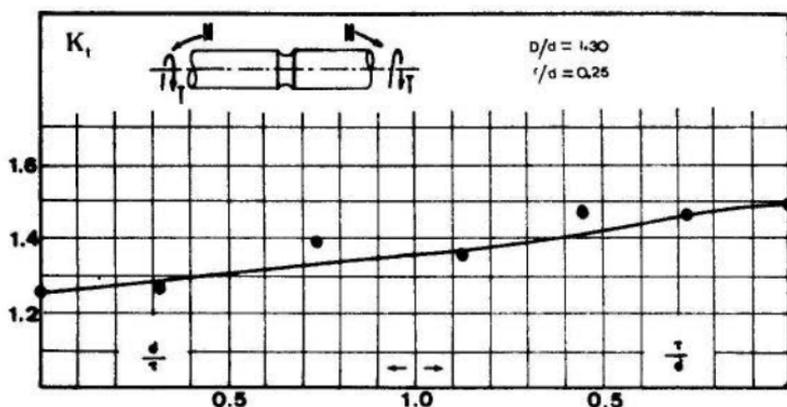


Fig. 2: Valores de K_t para os eixos sob os Esforços Combinados de Flexão e Torção

principalmente para os eixos, onde o desvio máximo foi de 3%. Para as barras, a média dos desvios percentuais máximos entre os valores de K_t obtidos experimentalmente e os calculados a partir do princípio da superposição foi de 6,5% e uma análise destes desvios pode ser encontrada em [5].

3. Conclusões

A partir dos resultados experimentais encontrados pode-se concluir que os valores de K_t para as barras e eixos estudados sob solicitações combinadas concordaram bem com o princípio da superposição, sendo que os maiores desvios ocorreram no caso das barras.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, à CAPES e ao BNDE os recursos necessários à realização deste trabalho.

Bibliografia

- [1] Rylander, H.G., da Rocha, P.M.A., Kreisle, L.F., e Vaughn, G.J., "Stress Concentration Factors in Shouldered Shafts Subjected to Combinations of Flexure and Torsion", J. Eng. Industry, May, 1968, pp 301.

- [2] Fessler, H., Rogers, C.C., e Stanley, P., "Stresses at End Milled Keyways in Plain Shafts Subjected to Tension, Bending, and Torsion", J. Strain Analysis, v4, n3, 1969, pp 180.
- [3] Neuber, H. e Hahn, H.G., "Stress Concentration in Scientific Research and Engineering", AMR, v19, n3, 1966, pp 187.
- [4] Gomide, H.A., "Desenvolvimento de um Material para Fotoelasticidade Tri-dimensional", Tese de Mestrado, 1972, PUC/RJ.
- [5] Freire, J.L.F., "Concentração de Tensões em Placas e Eixos com Entalhes em U Submetidos a Esforços Combinados Utilizando Técnicas Fotoelásticas", Tese de Mestrado, 1975, PUC/RJ.
- [6] Neuber, H., "Theory of Notch Stresses, J.W. Edwards Co., Ann Arbor Mich., 1946.
- [7] Peterson, R.E., "Stress Concentration Factors", Wiley-Interscience, 1974, pp 35, 54, 69 e 74.

FREIRE J.L.F., e GOMIDE H.A.

DETERMINAÇÃO DO FATOR TEÓRICO DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES EM
BARRAS E EIXOS COM ENTALHES EM U SUBMETIDOS A ESFORÇOS
COMBINADOS, UTILIZANDO TÉCNICAS FOTOELÁSTICAS

Sumário

Utilizando técnicas fotoelásticas, foram determinados fatores teóricos de concentração de tensões para barras e eixos com entalhes simétricos e circunferenciais em U, sujeitos à combinação de esforços de flexão e tração para as barras e, flexão e torção para os eixos. Estes fatores, obtidos experimentalmente, são comparados com o princípio da superposição. Também foram obtidos fatores de concentração de tensões para os esforços puros, os quais foram comparados com resultados já publicados.

DETERMINATION OF THE THEORETICAL STRESS CONCENTRATION
FACTORS FOR BARS AND SHAFTS WITH U SHAPED GROOVES
SUBJECTED TO COMBINATIONS OF BENDING-TENSION
AND BENDING-TORSION LOADS

Summary

Photoelastic methods were used to determine theoretical stress concentration factors for bars and shafts with symmetrical and circumferential U - shaped grooves subjected to combinations of bending-tension loads for the bars and bending-torsion loads for the shafts. These factors, experimentally obtained, were compared with the superposition principle. The stress concentration factors were also determined for single-loaded specimens and they were compared with data already published.

ANAIS PROCEEDINGS		
DO III CONGRESSO BRASILEIRO		COPPE / CAPES
DE ENGENHARIA MECÂNICA		NOTA TECN. PAPER NO. TA-2

PROCESSO EXPERIMENTAL DE MEDIDA

DE TENSÕES EM TRILHOS FERROVIÁRIOS

Augusto Ruy de OLIVEIRA PINTO, Prof. Assistente Doutor
 Paulo Koji NAKAMURA, Professor Assistente
 Deptº de Materiais e Mecânica dos Sólidos
 Faculdade de Engenharia de Campinas - UNICAMP
 Campinas, São Paulo, Brasil

1. Introdução

A via permanente do Metro de S. Paulo, divide-se em dois trechos: um subterrâneo e outro ao ar livre e elevado. Neste último os trilhos são soldados de extremo a extremo, apoiados sobre vigas de concreto contínuas e com fixações relativamente próximas, Fig. 1. Portanto, cada trilho constitui idealmente uma viga biengastada e impedida de se dilatar longitudinalmente.

Os trilhos estarão sujeitos a tensões que variam ao longo de seu comprimento e também em função do tempo, tensões, que se originam dos seguintes fatores: 1º) Variações da temperatura ambiente em relação à temperatura ambiente de base em que foram soldados (30°C). 2º) Variação ao longo do trilho do grau de ensolamento. 3º) Movimentação da estrutura de sustentação. 4º) Tráfego dos trens com ações de aceleração e frenagem.

A Companhia do Metropolitano de S. Paulo encomendou à UNICAMP um projeto para determinação dos níveis de tensão em vários pontos do tri-

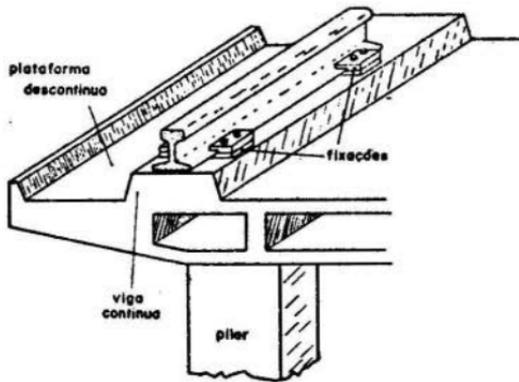


Figura 1 - Esquema da via elevada do Metro de S. Paulo

lho e seu relacionamento com a temperatura ambiente, excluídos os efeitos de tráfego. Pode-se concluir facilmente, que este objetivo é inalcançável por via teórica, só sendo possível atingi-lo por via experimental.

A extensometria foi o processo de análise de tensões escolhido, pelas particularidades do caso, seu baixo custo e confiabilidade de resultados por longo tempo. Convém ressaltar que este trabalho fugiu a uma rotina análise de tensões em virtude das seguintes considerações: 1º) Todos os métodos de análise experimental de tensões baseiam-se na existência de deformações para determinação indireta das tensões. 2º) Como foi frizado os trilhos, teoricamente, não sofrem deformações longitudinais, criando dessa forma um impasse para avaliação dos esforços.

2. Processo de Medida

O trilho estando livre de se dilatar, por efeito de uma variação ΔT de temperatura, sofre um alongamento $+\epsilon$ permanecendo livre de tensões. No entanto, se esta dilatação for constrangida, aparecerá uma tensão interna normal $-\sigma_x$. Esta solicitação será numericamente igual a uma tensão σ_x de compressão que aplicássemos, de forma a causar no trilho um alongamento $-\epsilon$. Baseando-se nesta hipótese resultou o processo de medida que de forma geral e sucinta segue a sistemática abaixo:

1. Aplicação de "strain-gauges" com a disposição mostrada na fig. 2, em pontos previamente escolhidos antes da soldagem dos trilhos. Nos mesmos locais são aplicados termopares R para medida das temperaturas.

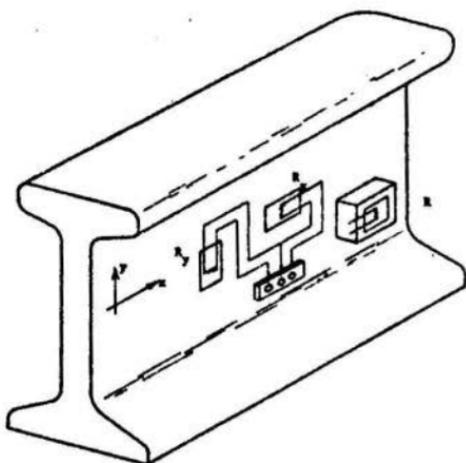


Fig. 2 - Orientação dos extensômetros na alma do trilho.

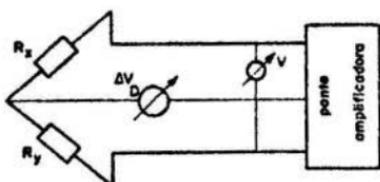


Fig. 3 - Ligação dos extensômetros ΔV_D diferença de potencial medida.

2. Ligação dos extensômetros a uma ponte amplificadora, fig. 3 , e balanceamento a zero antes da soldagem dos trilhos. Estabelece-se a situação de referência tensão nula.

3. Após a soldagem e fixação dos trilhos as deflexões da ponte amplificadora indicarão a existência de tensões cujos valores absolutos podem ser determinados através de uma curva de calibração e relacionados às medidas de temperatura que estão sendo levantadas simultaneamente.

4. Como é necessária a medida por tempo prolongado, o sinal da ponte é lançado em um registrador X-T, modificado para reduzir a velocidade do papel a 30 mm/hora evitando desnecessário consumo.

3. Comprovação da Eficiência do Processo

Com a finalidade de comprovar a hipótese formulada no início do capítulo anterior, e além disso, verificar a confiabilidade da sistemática projetada, foram realizados experimentos em laboratório em seguida descritos. Construiu-se para tanto o aparelhamento da fig. 1. Este é constituído de duas peças ocas, 1 e 2, estanques e idênticas, através das quais circula água aquecida. A peça 3, do mesmo material, serve como elemento compensador das variações de temperatura ambiente. A peça 1 está colocada em uma máquina de ensaio à compressão. Foram colocados extensômetros com a orientação da figura e ligados a uma ponte amplificadora. As etapas dos experimentos vêm a seguir:

1º) Todas as peças à temperatura ambiente t_0 , sendo ϵ_0 os alongamentos em todos os extensômetros. Processa-se o balanceamento a zero.

2º) Fase em que circula água aquecida à temperatura t permanecendo 3 à temperatura t_0 . Os alongamentos em R_{1x} , R_{1y} e R_{2x} e R_{2y} serão ϵ_t . A diferença de potencial [1], sendo K o fator dos extensômetros, será:

$$\Delta V_D = VK/4 [(2\epsilon_t + 2\epsilon_{t_0}) - 2\epsilon_{t_0} + (2\epsilon_t + 2\epsilon_{t_0}) - 2\epsilon_{t_0}] \quad (1)$$

$$\Delta V_D = VK \epsilon_t \quad \text{proporcional ao alongamento térmico} \quad (2)$$

3º) Comprimiu-se a peça 1 até que o alongamento em R_{1x} se anulasse verificando-se ser P a carga necessária, e $\Delta V'_D$ a diferença de potencial na ponte. Constatava-se esta situação quando:

$$\Delta V'_D / \Delta V_D = 1/4 (3 + \mu) \quad \mu = \text{coeficiente de Poisson} \quad (3)$$

Conhecendo a carga aplicada P , a seção transversal S da peça 1 e o módulo de elasticidade E do material, calcula-se seu alongamento como:

$$[2] \quad \epsilon = P/SE \quad (4) \quad \text{a ser comparado com } \epsilon_t \text{ determinado pela (2)}$$

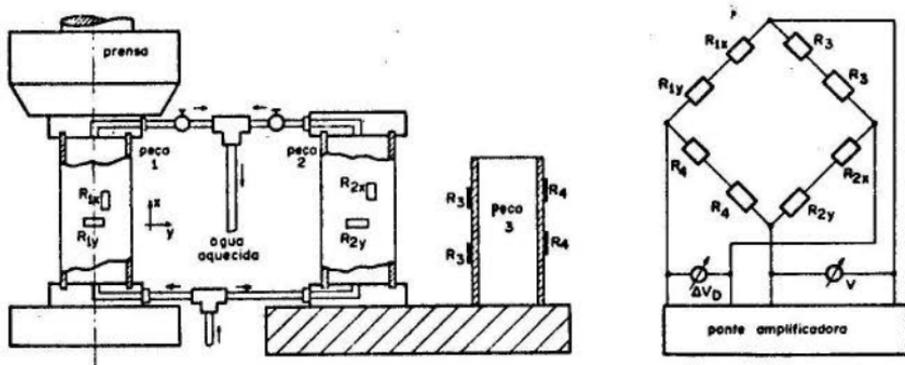


Fig. 4 - Equipamento para comprovação do processo de medida e circuito de ligação dos "strain-gauges".

4. Levantamento da curva de calibração do Trilho

Para tornar prática a avaliação dos resultados foi levantada a curva de calibração do trilho, para o relacionamento das indicações ΔV_D da ponte com os valores das tensões na via permanente. Preparou-se um pe

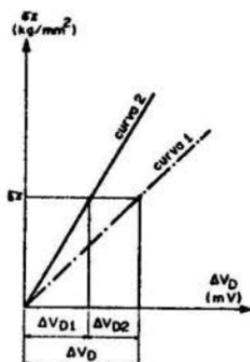


Fig. 5 - Curvas de Calibração.

correspondentes à única deformação possível no trilho, que é a transversal e diretamente relacionáveis à σ_x , que é dado procurado. Demonstra-se isto pelo que se segue [1], sendo em campo $\epsilon_x = 0$:

$$\Delta V_D = KV/4 \cdot (\epsilon_x - \epsilon_y) = KV/4 \cdot (1 + \mu) \sigma_x/E \quad (5)$$

$$\Delta V_{D1} = KV/4 \cdot \epsilon_x = KV\sigma_x/4E \quad (6) \quad \Delta V_{D2} = KV/4 \cdot \epsilon_y = -KV \cdot \mu\sigma_x/4E \quad (7)$$

5. Conclusão

Os experimentos de laboratório comprovaram a hipótese fundamental do processo formulada no início do capítulo 2 e também a confiabilidade do projeto de medida. As diferenças entre os valores de ϵ_t medidos, expressão (2) e aqueles calculados pela expressão (4), não diferiram na série de ensaios dos mais de 4%, resultado, portanto, perfeitamente satisfatório para o caso específico.

Com a conversão do sinal da ponte amplificadora através da curva de calibração em valores de tensão e seu registro contemporaneamente com as medidas de temperatura, têm-se informações completas e de fácil interpretação sobre o que ocorre nos trilhos sob as condições descritas na introdução, e por períodos que podem ser prolongados por anos. Consequentemente, qualquer problema que venha a ocorrer na via permanente pode ter suas causas facilmente analisadas criando condições para sua solução.

Bibliografia

- [1] Dally, J.W., "Experimental Stress Analysis", Mc-Graw-Hill, 1965.
 [2] Timoshenko, S., Goodier, J.N., "Teoria de la Elasticidad", 1968.

OLIVEIRA PINTO A.R. e NAKAMURA P.K.

PROCESSO EXPERIMENTAL DE MEDIDADE TENSÕES EM TRILHOS FERROVIÁRIOSSumário

Os trilhos do Metro de São Paulo dispõem-se em via elevada no trecho Sé-Santana. Estes são inteiramente soldados em toda extensão, apoiados sobre vigas contínuas de concreto e com fixações bastante próximas. Cada trilho constitui uma viga engastada nos extremos e impedida de se dilatar. As tensões térmicas provocadas pelas variações de temperatura ambiente se somam àquelas causadas pela movimentação da estrutura de sustentação e pelo tráfego dos trens, impedindo por sua complexidade uma avaliação teórica das solicitações. A medida experimental "in loco" tornou-se necessária. No entanto, em princípio, os trilhos estão impedidos de sofrerem deformações e qualquer processo de análise experimental de tensões tem como ponto de partida as deformações. O trabalho feito objetivou resolver o impasse criando condições para medições em períodos longos.

EXPERIMENTAL STRESS ANALYSISIN THE RAILS OF A RAILWAYSummary

The rails of the São Paulo Subway go through an elevated line in the section Sé-Santana. They are all welded throughout this section and are supported by continuous concrete beams and have the fixations relatively close one to another. Each rail is then a beam clamped solidly at both ends and thus prevented to expand. To the thermal stresses caused by fluctuations of the ambient temperature are added those caused by the displacements of the supporting structures and by the train traffic, in this way preventing a theoretical analysis due to its complexity. Thus, experimental measurements "in loco", becomes necessary. However, in principle, the rails are not allowed to present strains but, on the other hand, any experimental stress analysis have the strains as a starting point. This work aims to solve this apparent contradiction by creating measuring conditions in long periods of time.

ANAIS
PROCEEDINGS

DO
III CONGRESSO
BRASILEIRO

DE ENGENHARIA
MECANICA



COPPE/CAPES

NOTA TECN.
PAPER NO. **TA-3**

UM ESTUDO SOBRE A RESISTÊNCIA A FADIGA DOS AÇOS
SUBMETIDOS A CARREGAMENTOS COMBINADOS DE FLEXÃO
PLANA FLUTUANTE COM TORQUE CONSTANTE

José G. de ALMEIDA, Collaborator Professor.
Deptº de Engenharia Mecânica, Universidade
de Brasília, Brasília, Brasil.

Jules G. SLAMA, Visitant Professor.
COPPE - Programa de Engenharia Mecânica, Uni
versidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de
Janeiro, Brasil.

1. Introdução

Sendo a natureza de carregamento um fator de grande importância na análise de fadiga, o objetivo deste trabalho é verificar, experimentalmente, a influência das pré cargas de flexão e torção combinadas na componente alternada de flexão plana.

Por meio de testes experimentais [1, 2, 3 e 4] observou-se que a pré carga de tração reduz a resistência à fadiga e que a de compressão tende a aumentar. Já para carregamentos de flexão a pré carga tem menos influência do que a de tração e que, no caso da torção, não se verifica nenhuma influência da pré carga desde que a tensão cisalhante máxima não ultrapasse o limite de escoamento no cisalhamento S_{sy} .

2. Descrição da Experiência

O material utilizado foi o aço AISI 1045 trefilado a frio, com as seguintes propriedades mecânicas:

$$S_u = 86 \text{ Kgf/mm}^2, \quad S_y = 70 \text{ Kgf/mm}^2 \quad \text{e}$$

HB = 209 (dureza Brinell).

A forma e dimensão do corpo de prova encontra-se na fig. (1). Na região efetiva o corpo de prova tem acabamento de retificação fina e na secção de teste o efeito da concentração de tensão à fadiga é desprezível [5].

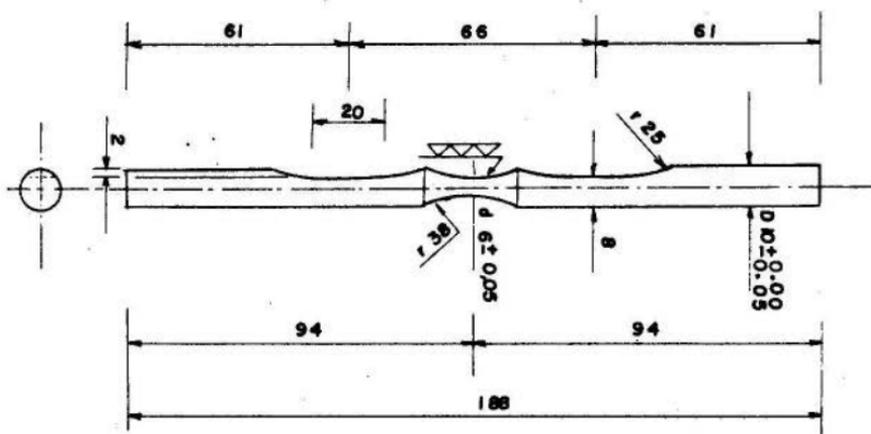


FIG. 1 - FORMA E DIMENSÃO DO CORPO DE PROVA
Medidas em m.m.

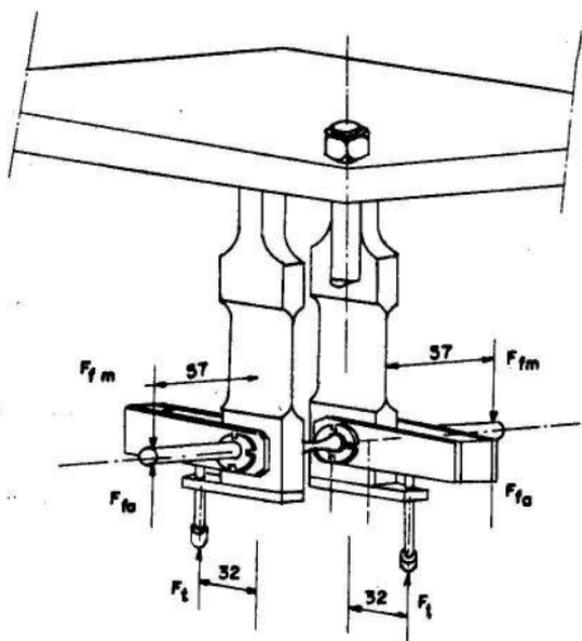
Como teoria de falha adotou-se a teoria da máxima energia de distorção. Por meio desta teoria, e em função do carregamento aplicado,

$\sigma'_a = \sigma_{xa}$ e $\sigma'_m = \sqrt{\sigma^2_{xm} + 3 \tau^2_{xym}}$, onde σ'_a e σ'_m são, respectivamente as componentes de tensões alternada e média uniaxiais equivalentes. Sabe-se que:

$$\sigma_{xa} = \frac{32 \cdot M_{fa}}{\pi d^3}, \quad \sigma_{xm} = \frac{32 \cdot M_{fm}}{\pi d^3} \quad \text{e} \quad T = \frac{16 \cdot T}{\pi d^3}$$

Pela fig. (2) observa-se que $M_{fa} = 57 \cdot F_{fa}$, $M_{fm} = 57 \cdot F_{fm}$ e $T = 64 \cdot F_t$, onde M_{fa} é o momento fletor alternado; M_{fm} o momento fletor médio e T o torque todos em Kgf.mm. Como

na secção efetiva $d = 6 \text{ mm}$, $\sigma_{xa} = 2,69.F_{fa}$ (Kgf/mm^2), $\sigma_{xm} = 2,69.F_{fm}$ (Kgf/mm^2) e $T = 1,55.F_t$ (Kgf/mm^2).



ONDE:

F_{fa} = FORÇA DE FLEXÃO ALTERNADA

F_{fm} = FORÇA DE FLEXÃO MÉDIA

F_t FORÇA DE TORÇÃO NA MÁQUINA

FIG. 2-ESQUEMA DOS CARREGAMENTOS APLICADOS NO CORPO DE PROVA

A máquina utilizada foi especialmente projetada para a obtenção dos dados [7]. Sua calibração foi feita com extensômetros elétricos e devido a sua grande precisão os valores das tensões foram tomados com um erro máximo de $\pm 2\%$. A frequência de excitação foi mantida em 60 Hz.

Os resultados finais deste trabalho estão representados na fig. (3). Na construção do diagrama σ'_a versus σ'_m foram utilizados diagramas S-N traçados com uma probabilidade de falha $P = 50\%$. Na análise estatística utilizou-se a função de distribuição de W. Weibull [6].

Para cada pré carga σ'_m foi levantado um diagrama S-N, com σ_{xm} assumindo os valores 0 - 12,7 - 20 - 30 e 37 Kgf/mm². Por outro lado os níveis de tensões cisalhantes τ_{xym} associados a σ_{xm} foram: 0 - 6,9 - 13,65 - 20 e 30 Kgf/mm².

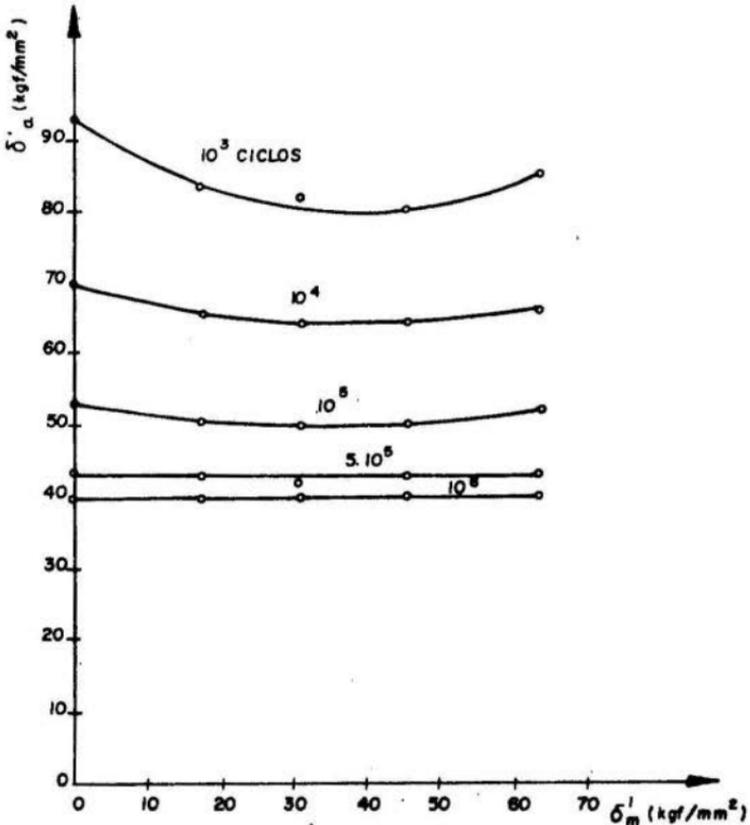


FIG. 3 - DIAGRAMA δ'_a VERSUS δ'_m OS VALORES DE δ'_a PARA AS VIDAS DE 10^3 e 10^4 CICLOS FORAM OBTIDOS POR EXTRAPOLAÇÃO DOS DIAGRAMAS S-N.

3. Conclusões

A influência da pré carga σ'_m na componente alternada σ'_a só se verificou nas vidas de 10^3 , 10^4 e 10^5 ciclos. O valor máximo da influência foi de 13,97% para uma vida $N = 10^3$ ciclos.

Para vidas superior a 10^5 ciclos não se verificou influência da pré carga σ'_m na componente alternada σ'_a .

Estes resultados talvez tenham sido devido a não influência da pré carga de torção, como também resultantes das tensões internas geradas pelo escoamento do material no primeiro ciclo de tensão máxima de tração. Como a componente alternada foi de flexão plana as tensões internas para uma vida $N > 10^5$ ciclos compensaram o efeito da pré carga de flexão.

Bibliografia

- [1] W.N. Findley, A Theory for Effect of Mean Stress on Fatigue of Metals Under Combined Torsion and Axial Load or Bending, Journal of Engineering for Industry, ser. B, vol. 81, nº 4, 1959, pp. 301 - 306.
- [2] P.G. Forrest, Fatigue of Metals, (Pergamon Press, New York 1962), pp. 12 - 124.
- [3] Robert C. Juvinall, Stress, Strain and Strength, (Mc Graw-Hill Book Company, New York 1969), pp. 193 - 342.
- [4] R. Cazaud, G. Pomei, P. Rabbe, Ch. Janssen, La Fatigue Des Metaux, (Dumod, Paris 1969), pp. 113 - 204.
- [5] Peterson, R.E., Stress Concentration Design Factors New York, John Wiley & Sons Inc., 1953.
- [6] W. Weibull, Fatigue Testing and Analysis of Results, (Pergamon Press, 1961), pp. 7 - 243.
- [7] J.G. Almeida, Um Estudo Sobre a Resistência à Fadiga dos Aços Submetidos a Carregamentos Combinados de Flexão Plana Flutuante com Torque Constante, Tese de Mestrado, PUC/Rio de Janeiro, 1975.

ALMEIDA J. G., e SLAMA J. G.

UM ESTUDO SOBRE A RESISTÊNCIA A FADIGA DOS AÇOS
SUBMETIDOS A CARREGAMENTOS COMBINADOS DE FLEXÃO
PLANA FLUTUANTE COM TORQUE CONSTANTE

Sumário

O presente trabalho se refere a uma análise experimental da influência das pré cargas de flexão e torção combinadas na resistência à fadiga dos aços, quando submetidos a uma flexão plana variável.

Verificou-se que as pré cargas de flexão e torção combinadas tem pouca influência na resistência à fadiga para vidas $10^3 \leq N \leq 10^5$ ciclos. Nesta faixa a maior influência foi de 13,97%, correspondendo a uma vida $n = 10^3$ ciclos e uma pré carga uniaxial equivalente $\sigma'_{m_0} = 45,8$ Kgf/mm². Todavia, para uma vida $n \geq 5 \cdot 10^5$ ciclos não se verificou nenhuma influência com pré cargas variando de 0 a 63,7 Kgf/mm².

A máquina utilizada foi especialmente projetada para obtenção dos dados experimentais.

A STUDY UPON THE FATIGUE STRENGTH STEELS
SUBJECT THE COMBINED LOADING OF FLUCTUATING
PLANE BENDING WITH CONSTANT TORQUE

Summary

This work consists in an experimental analysis about the influence of combined bending and torsion preloading in fatigue strength of steels, under variable plane bending.

It has been shown that the combined bending and torsion preloading has little influence in fatigue strength for lifes $10^3 \leq N \leq 10^5$ cycles. In this range, the most significant influence is 13,97%, corresponding to 10^3 cycles and an equivalent axial preloading $\sigma'_{m_0} = 45,8$ Kgf/mm². However, for a life $n \geq 5 \cdot 10^5$ cycles we have found no influence with preloading from zero to 63,7 Kgf/mm².

The fatigue machine was specially designed in our laboratory to obtain the necessary data.

ANAIS PROCEEDINGS

DO
III CONGRESSO
BRASILEIRO

DE ENGENHARIA
MECANICA



COPPE/UNICAMP

NOTA TECN.
PAPER NO. **TA-4**

RELAXAÇÃO DA TENSÃO INTERNA DE METAIS

EM CONDIÇÕES DE PLASTICIDADE

Sergio Neves MONTEIRO, Assoc.Prof. COPPE/UNICAMP
 Mario ZONENSCHNEIN, Estudante Graduado EEUFPRJ
 Paulo E.V.MIRANDA, Estudante Graduado EEUFPRJ
 Luiz H.ALMEIDA, Estudante Graduado EEUFPRJ

1. Introdução

O decréscimo espontâneo com o tempo da tensão imposta em um sólido mantendo-se constante a deformação induzida por esta tensão é conhecido como relaxação de tensão. Nos sólidos cristalinos plastificáveis, tal como os metais, a tensão é formada por uma componente, σ_r , de curto alcance e outra σ_1 atribuída a distorções de longo alcance.

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_1 \quad (1)$$

Acredita-se que a tensão interna, σ_1 , não se recupere durante a relaxação exceto a temperaturas elevadas. Os exemplos característicos seriam o da tensão residual em juntas soldadas e tensões de recuo em processos de conformação plástica a frio. Sob o ponto de vista fundamental, o comportamento em relaxação permite que se caracterize o estado constitutivo em termos da tensão, deformação e suas taxas temporais.

Um estudo matematicamente preciso da relaxação foi discutido por Freundenthal [1,2]. O modelo considerado cor-

responde ao de um sólido linear com amortecimento viscoso. A equação representativa do modelo sendo:

$$a_0 \sigma + a_1 \dot{\sigma} + a_2 \ddot{\sigma} = b_1 \dot{\epsilon} + b_2 \ddot{\epsilon} + \dots \quad (2)$$

com soluções

$$\sigma(t) = [C_1 \exp(\beta_1 t) - C_2 \exp(\beta_2 t)] \quad (3)$$

ou

$$\sigma(t) = \exp\left(-\frac{at}{2}\right) [(C_1 - C_2) \cos h(\lambda t) + (C_1 + C_2) \operatorname{sen} h(\lambda t)] \quad (4)$$

Deve ser entretanto notado que estas soluções não ~~pre~~vêm um nível recuperável de tensão.

Outra forma de se analisar a relaxação de tensão baseia-se em expressões do comportamento estrutural dos sólidos cristalinos. Li [3] discute a existência de uma equação empírica associada à relaxação de tensão

$$\sigma - \sigma_1 = K(t+a)^{1/1-n} \quad (5)$$

derivada da condição de plasticidade cristalina por movimento de discordâncias ("dislocations")

$$\dot{\epsilon} = \phi b \rho B(\sigma - \sigma_1)^m \quad (6)$$

onde ϕ é um fator de orientação cristalina, b o vetor de Burgers das discordâncias, ρ a densidade de discordâncias móveis, B a velocidade produzida nas discordâncias por uma tensão cizalhante unitária e m o expoente de sensibilidade à taxa de deformação. A equação (5) indica que tanto um gráfico de $\log(-d\sigma/dt)$ versus $\log t$ quanto um gráfico $-d\sigma/dt \log t$ versus σ tendem a ser lineares para grandes tempo. Este último interceptaria o eixo dos σ 's no ponto σ_1 , permitindo avaliar diretamente o valor da tensão não recuperável σ_1 .

2. Estudo Experimental

A aplicação da análise da relaxação da tensão foi realizada em titânio com características conhecidas [4]. Fazendo-se um ensaio de tração logo após atingir-se o limite de escoamento registrava-se a variação da carga com o tempo como ilustra a Fig. 1.

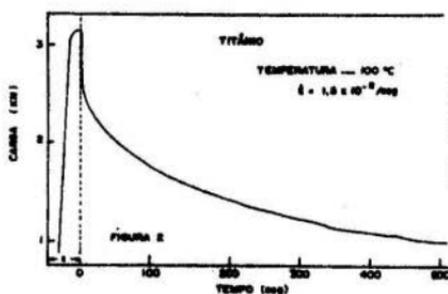


FIG. 1. CURVA TÍPICA DE RELAXAÇÃO DO TITÂNIO

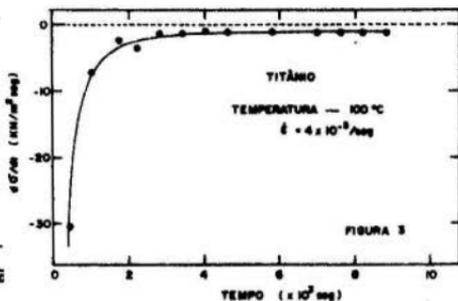


FIG. 2. VARIÇÃO DA TANGENTE COM O TEMPO

Uma variação típica da taxa de tensão com o tempo é apresentada na Fig. 2. Escolheu-se então uma curva média, linha sólida na Fig. 2, com as condições de que $\dot{\sigma}$ fosse crescente sem se anular. Com base em curvas como esta analisou-se a relaxação pelas variações de $\log(-d\sigma/dt)$ versus $\log t$, Fig. 3 e $-t d\sigma/dt$ versus σ , Fig. 4.

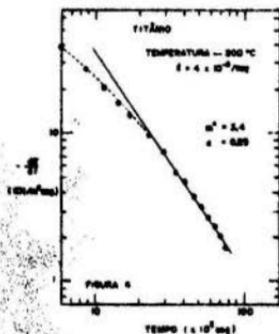


FIG. 3. VARIÇÃO LOGARÍTMICA DA TANGENTE COM O TEMPO

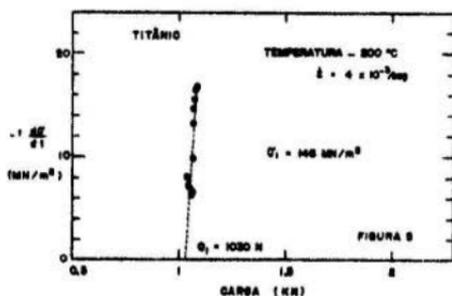


FIG. 4. DETERMINAÇÃO DA CARGA INTERNA

Os parâmetros assim obtidos servem para confirmar a equação 5 através de gráficos $\log(\sigma - \sigma_1)$ versus $\log(t+a)$, Fig. 5. Com base nos valores de σ_1 obtidos, a Fig. 6 apresenta a dependência da tensão interna com a temperatura e a taxa de deformação.

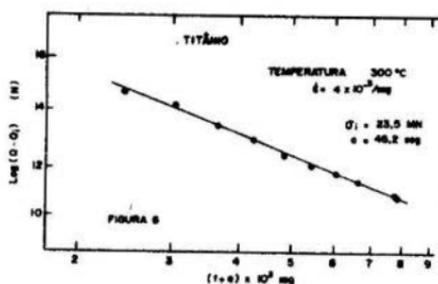
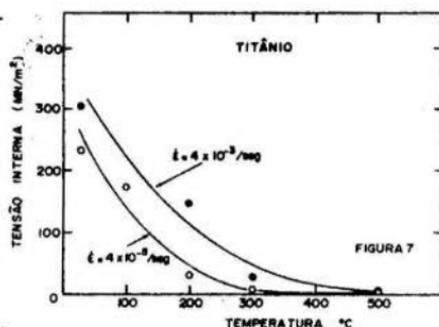


FIG. 6 - VERIFICAÇÃO PARAMÉTRICA DA RELAXAÇÃO

FIG. 7 - VARIAÇÃO DE σ_1 COM A TEMPERATURA E A TAXA

3. Discussão

Os resultados da análise da relaxação da tensão no titânio corroboram a existência de um nível interno irrecuperável até uma certa temperatura. Este nível, σ_1 , seria um estado de equilíbrio termodinâmico para o qual tenderia a estrutura cristalina mecanicamente instável. Neste caso, os mecanismos que promovem a relaxação de tensão estariam associados a processos de rearranjo e aniquilamento das discordâncias [5]. Em virtude da natureza do campo de tensão de longo alcance não seria de se esperar que σ_1 variasse com a temperatura ou com a taxa de deformação [6]. Entretanto a Fig. 6 mostra que este não é o caso em titânio. Uma possível explicação para este fato relaciona-se com a existência de impurezas na malha cristalina. Estas impurezas provocam um campo de distorções próprio que interage com as discordâncias contribuindo para o nível interno de tensão. O titânio utilizado no presente trabalho apresenta um certo grau de impureza, sobretudo átomos intersticiais que provocam grandes distorções. Isto pode acarretar sensíveis variações da tensão com a temperatura neste material [7]. Com o aumento da temperatura os átomos solutos adquirem mobilidade tendendo a minimizar as distorções de longo alcance enquanto aumentam aquelas de curto alcance. Como consequência têm-se o comportamento observado na Fig. 7.

4. Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro concedido a

esta pesquisa pelo CNPq, FINEP e CEPG/UFRJ. É também motivo de agradecimento o auxílio prestado por Almir Monteiro Quites, Corinto Castanho Filho e Romeu Barreto de Menezes.

Bibliografia

- [1] A.M.Freudenthal e H.Geiringer, "Mathematical Theories of the Inelastic Continuum", Encyclopedia of Physics, vol. 6, p. 271, publ. Springer, Berlin, 1958.
- [2] A.M.Freudenthal, Proceedings ASTM, vol. 60, 1960, p. 986.
- [3] J.C.M.Li, Canadian Journal of Phys., vol. 45, 1967, p. 493.
- [4] A.M.Quites, B.Snoeijer, S.N.Monteiro e W.A. Mannheimer, Metalurgia ABM, vol. 27, 1971, p.193.
- [5] J.C.M.Li, "Recovery Processes in Metals", p. 45, Recrystallization, Grain Growth and Texture, publ. ASM, New York, 1966.
- [6] H.Conrad, Journal of Metals, 1964, p. 582.
- [7] S.N.Monteiro, A.T.Santhanam e R.E.Reed-Hill, "Athermal Plastic Deformation in Commercial Purity Titanium", p. 503, The Science Technology and Application of Titanium, Pergamon Press, New York, 1970.

MONTEIRO S.N., ZONENSCHIEIN M., MIRANDA P.E.V. e ALMEIDA L.H.

RELAXAÇÃO DA TENSÃO INTERNA DE METAIS

EM CONDIÇÕES DE PLASTICIDADE

Sumário

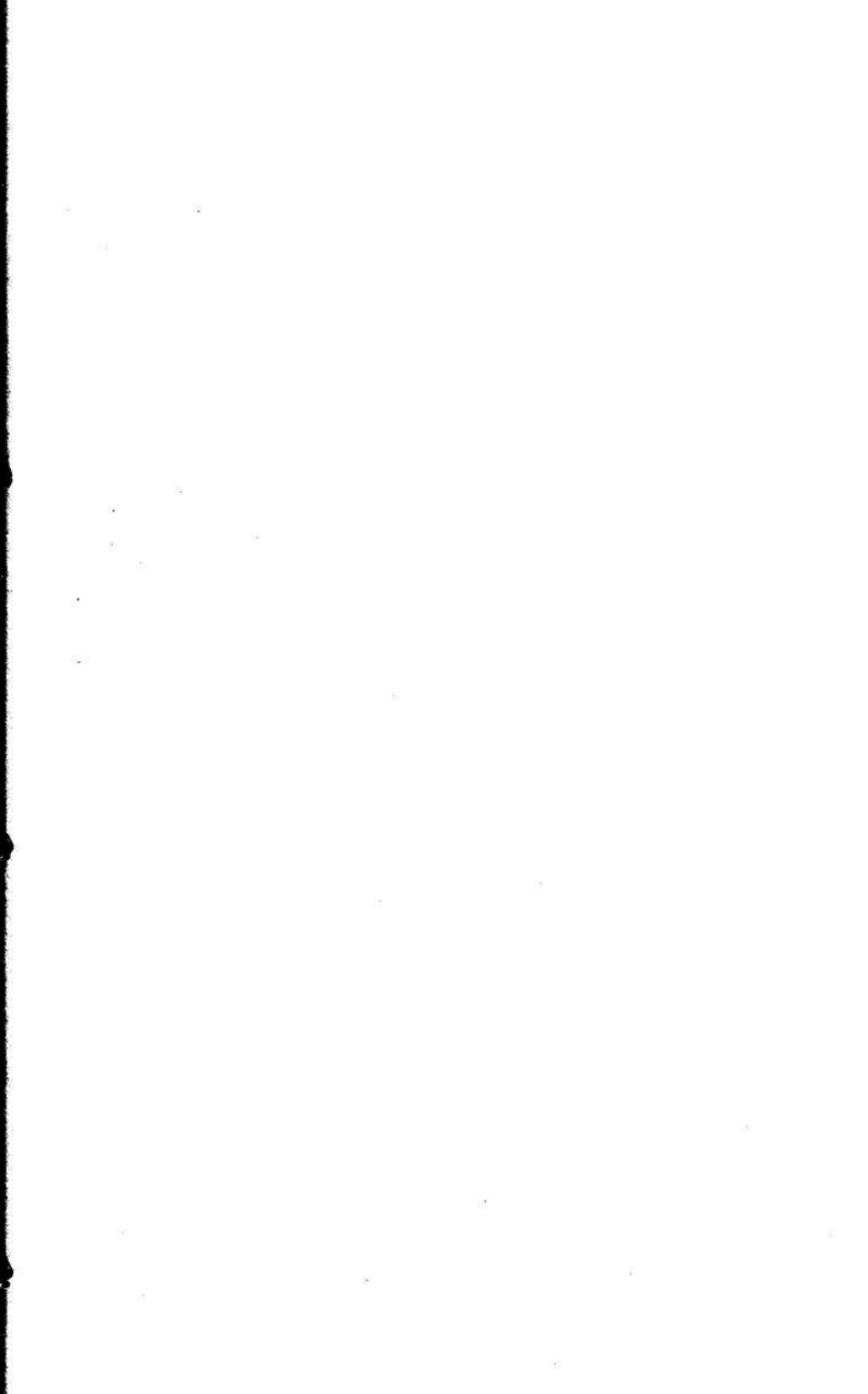
Uma das formas de dissipação da energia acumulada durante solicitação mecânica é através da relaxação da tensão interna. Este efeito tem grande importância na caracterização dos componentes de curto e longo alcance da tensão total desenvolvida em condições de plasticidade. No presente trabalho analisa-se as técnicas e os parâmetros utilizados para medir a relaxação dos metais com base em resultados obtidos em titânio. Verifica-se que o nível de tensão atingido durante a relaxação é afetado pela temperatura e por efeitos de interação de impurezas e defeitos estruturais na escala atômica. Com base nesta análise é discutida a influência da relaxação em uma possível equação de estado.

INTERNAL STRESS RELAXATION OF

METALS DURING PLASTICITY

Summary

The stress relaxation is one of the ways that the energy stored from a mechanical constraint can be dissipated. This phenomenon is of importance in the characterization of the stress components during plastic deformation of materials. In this present work the techniques and the parameters used to measure the relaxation of metals have been studied in titanium. It is observed that the stress level remaining after relaxation is temperature and strain rate dependent. This is probably a consequence of the effects due to the interaction of impurities and atomic structural defects. The relation between stress-relaxation and a possible state equation is also discussed.



ANAIS PROCEEDINGS		 COPPE/CAPEs
DO III CONGRESSO BRASILEIRO	NOTA TECN. PAPER NO. TA-5	
DE ENGENHARIA MECANICA		

INFLUÊNCIA DO CISALHAMENTO NA RIGIDEZ À FLEXÃO

Romeu Odilo TRAUER, M. Sc.

Depto. de Engenharia Mecânica - CT/UFSC

1. Introdução

A análise, aqui desenvolvida, pretende alertar que, para vigas curtas, não vale a regra geral de que o aumento da área (e daí o aumento do momento de inércia) resulta sempre num aumento da rigidez, ou, o que é o mesmo, numa diminuição da flexibilidade.

As propriedades das seções analisadas, incluindo os coeficientes de cisalhamento, foram determinados através de um programa de computador digital [2] com base na teoria da membrana [1]. Utilizou-se uma viga engastada com força concentrada na extremidade livre. Desta forma, o esforço cortante é constante ao longo da viga. O centro de torção é considerado como ponto de aplicação da força.

Os deslocamentos segundo os eixos principais de inércia da seção, são:

$$u = \frac{PL^3 \sin \theta}{3EJ_y} \left(1 + \frac{\alpha_x J_y E}{L^2 AG}\right); \quad v = \frac{PL^3 \cos \theta}{3EJ_x} \left(1 + \frac{\alpha_y J_x E}{L^2 AG}\right) \quad (1)$$

onde θ é o ângulo entre a direção da força e o eixo de menor momento de inércia (y). A segunda parcela dentro do pa

rênteses corresponde à relação entre o deslocamento devido ao cisalhamento e o devido somente à flexão.

A expressão da flexibilidade indireta utilizada nesta análise, é então:

$$C = \sqrt{v^2 + u^2} / P \quad (2)$$

2. Seções Analisadas

As seções analisadas foram em número de seis, todas com 6 mm de espessura de parede (constante). A forma básica é um quadrado de 100 mm x 100 mm, medida esta tomada na linha média. Ver legenda da figura 1.

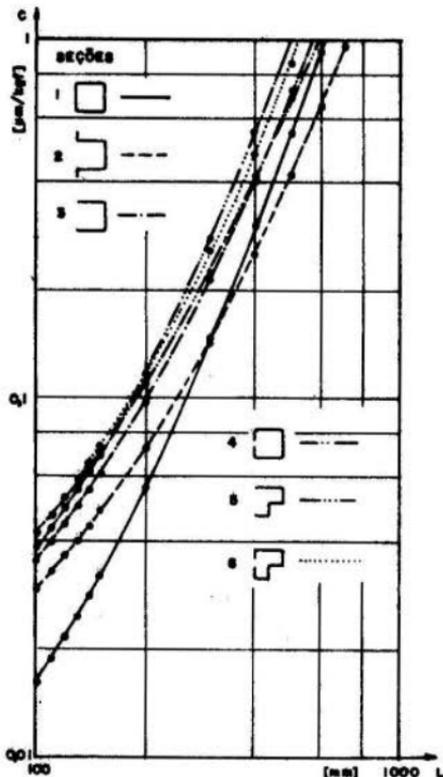


Fig. 1 - Flexibilidade versus comprimento.

3. Resultados e Discussão

A flexibilidade calculada pela equação (2) para um aço comum está mostrada na figura 1, em escala logarítmica. Como mostra o gráfico, existe um comportamento bem definido se a viga é curta ou longa.

Analisando-se o conjunto das seis seções, para um comprimento superior a três vezes a altura nominal da seção, observa-se a relação entre o aumento de área (e ou momento de inércia) com o aumento da rigidez. Relação esta, inclusive independente da forma da seção.

Para comprimen-

tos menores, devido a influência do esforço cortante e da forma da seção, esta relação deixa de existir. Por exemplo: a seção 1 e 4 tem praticamente a mesma área e momento de inércia. Devido a uma brusca modificação na distribuição das tensões cisalhantes a influência do cisalhamento é maior na seção 4. Para um comprimento de 100 mm ($L=h$) ocorre uma perda de rigidez da ordem de 61% quando se passa da seção 1 para a seção 4. Porém, se a viga é longa ($L=10h$) a perda de rigidez é só de 6%.

Uma viga curta com seção 3, perde rigidez quando se adiciona área mais perto do eixo neutro (seção 4). Ganha rigidez quando o aumento de área se dá no sentido de se afastar do eixo neutro (seção 2). Analisando-se as equações (1) nota-se que o termo devido ao cisalhamento é o responsável por esta perda. A variação do coeficiente de cisalhamento com as dimensões e forma da seção não oferece a possibilidade de se estabelecer uma regra geral. Regra esta válida para vigas curtas e longas e seções abertas ou fechadas.

5. Conclusão

O reforço das seções abertas ou fechadas com adição de área à seção pode acarretar uma perda de rigidez à flexão, quando a viga for curta. Esta perda pode ser evitada ou minimizada se a adição de área for em locais mais afastados do eixo neutro. Só a mudança da forma da seção pode também acarretar uma perda de rigidez à flexão. Em todos os casos, as seções fechadas devem ser preferidas às seções abertas.

Bibliografia

- [1] Gorbátov, N. e Valenta, J., "Static Deformations of Machine Tool Structures". In. Koenigsberger, F. e Tlustý, J., ed. Machine Tool Structures, 1a. ed. Oxford, Pergamon Press, 1970, V. 1., pp. 345/348.
- [2] Trauer, R. O., "Procedimento para Determinar os Valores do Coeficiente de Cisalhamento", Tese de Mestrado, UFSC, Florianópolis, 1974.

TRAUER R. O.

INFLUÊNCIA DO CISALHAMENTO NA RIGIDEZ À FLEXÃO

Sumário

Utilizando um programa para computador digital que permite calcular valores do coeficiente de cisalhamento de seções simples e duplamente conexas, realizou-se uma análise da perda de rigidez à flexão devido à componente de cisalhamento. Destacam-se os casos em que apesar de ter-se aumentado a área da seção, diminui a rigidez à flexão.

INFLUENCE OF THE SHEAR FORCE

IN THE FLEXURAL STIFFNESS

Summary

An analysis of the flexural stiffness loss in beams, due to the shear component, of open and closed cross sections was made. The calculations of shear coefficient is made using a digital computer program. Special attention was given to sections which an increase in the area result in a decrease of the flexural stiffness.

ANAIS PROCEEDINGS		 COPPE/CAPES
DO III CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECANICA		NOTA TECN. PAPER NO. TA-6

ANÁLISE DOS MANCAIS RADIAIS HIDROSTÁTICOS

DA ÁRVORE PRINCIPAL DE UM TORNO

Longuinho da Costa M. LEAL, M. Sc.
 Depto. de Engenharia Mecânica - CT/UFSC

Nelson BACK, Ph. D.
 Depto. de Engenharia Mecânica - CT/UFSC

1. Introdução

Em trabalho anterior [1] foram apresentados três métodos de projeto e otimização de mancais radiais hidrostáticos que evitam cálculos complexos pela adoção de hipóteses simplificativas. O objetivo deste trabalho foi verificar se os métodos teóricos escolhidos forneciam resultados obtentíveis praticamente.

Com essa finalidade foi construído um banco de ensaios onde foram levantadas as características principais dos mancais radiais hidrostáticos da árvore principal de um torno. Os resultados teóricos e experimentais foram aqui comparados.

2. Ensaios realizados, resultados teóricos e experimentais.

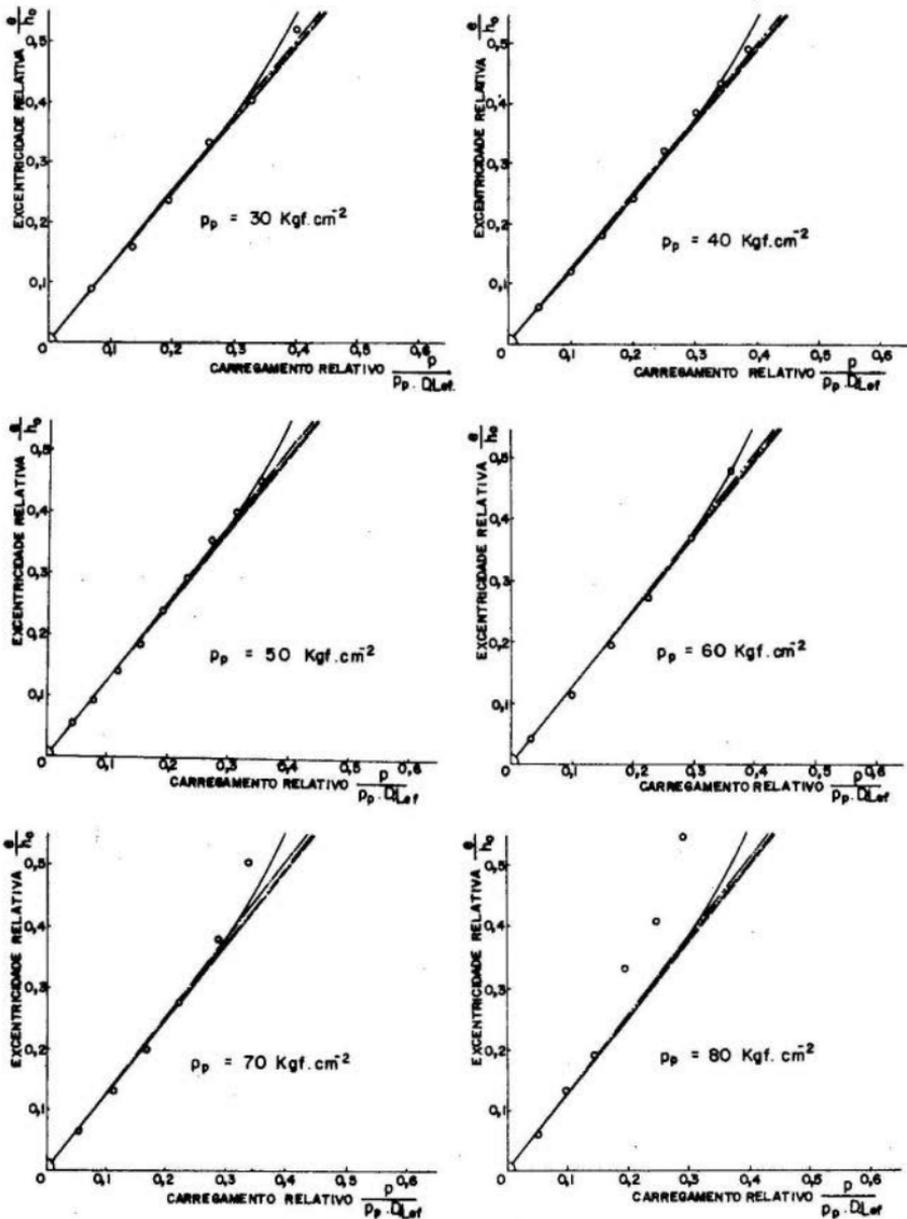


Fig.1 a 6 - Excentricidades medidas e calculadas pelos métodos teóricos para diferentes pressões da bomba p_p .

- Curva de Hoffmann para $R_0 = 0,397$
- - - Solução aproximada de Hoffmann
- Método de Stansfield
- · - Método de Rowe e O'Donoghue
- · · · · Valores medidos

2.1. Rigidez estática

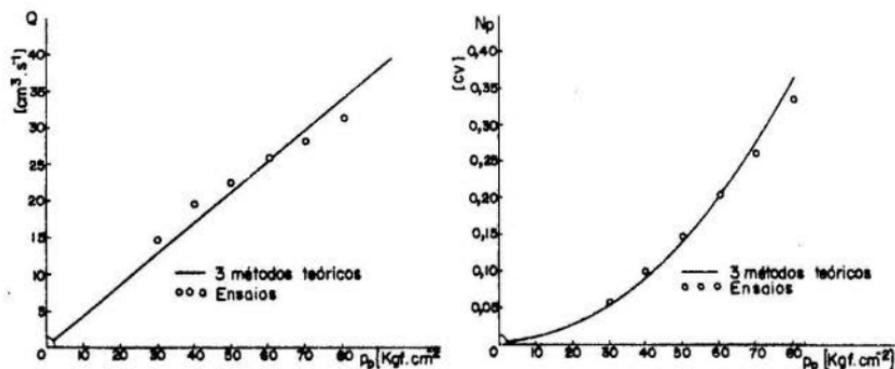
Nesses ensaios a pressão da bomba foi variada, foram aplicadas, em cada valor de pressão, diferentes cargas em direção ao centro da bolsa do mancal principal e lidos, si multaneamente, os correspondentes valores de deslocamento da árvore

Nas figuras 1 a 6 estão apresentadas as curvas de ex centricidade (ou deslocamento) relativa função do carregamento relativo.

Os símbolos usados representam: P carga, p_p pressão da bomba, D diâmetro do mancal, L_{ef} comprimento efetivo do mancal, e excentricidade, h_o folga radial nas condições de projeto.

2.2. Potência de bombeamento

Para a determinação da potência de bombeamento mediu se a vazão do óleo no mancal principal, nas pressões utilizadas nos ensaios de rigidez estática. Os resultados obtidos encontram-se nas figuras 7 e 8.

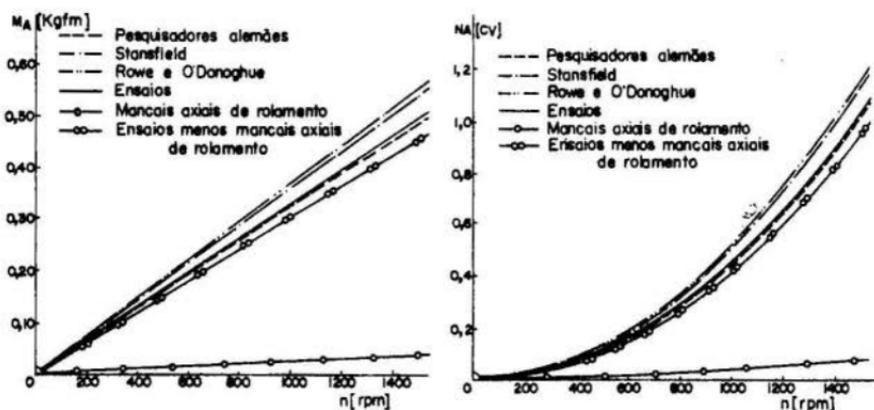


Figs. 7 e 8 - Vazão de óleo Q e potência de bombeamento N_p em função da pressão da bomba.

2.3. Potência de atrito

Com a árvore girando em diferentes rotações foram me didos os torques necessários para vencer as resistências

de atrito nos mancais da árvore. As parcelas correspondentes aos mancais axiais de rolamento foram calculadas e subtraídas dos valores respectivos do torque total. Os resultados encontram-se nas figuras 9 e 10.



Figs. 9 e 10 - Torque de atrito M_A e potência de atrito N_A em função da rotação.

3. Comentários

3.1. Rigidez estática

A comparação dos resultados teóricos com os experimentais mostra, em todos os casos, uma ótima correlação entre os valores calculados e obtidos nos ensaios. Na figura 6 verifica-se um afastamento entre esses valores. Isto poderá ter ocorrido por diferenças de temperatura do óleo, e portanto de sua viscosidade, no dispositivo de capilares e nas bolsas do mancal.

3.2. Potência de bombeamento

As figuras 7 e 8 mostram uma boa aproximação entre os resultados teóricos e experimentais. As discrepâncias verificadas tem, provavelmente, as seguintes causas:

a) nas pressões da bomba mais baixas a pressão média das bolsas, verificadas durante os ensaios, apresentava um va-

lor um pouco superior à considerada nos cálculos teóricos, ou seja, metade da pressão da bomba. Além disso, uma pequena variação no valor real da folga radial média influi na terceira potência na vazão calculada. Possíveis erros na determinação da viscosidade do óleo também poderiam ter influenciado nos resultados;

b) nas pressões da bomba mais elevadas, a pressão média das bolsas era inferior ao valor considerado nos cálculos teóricos, tendo variado, inclusive, durante as medidas feitas em uma mesma pressão. Essa variação foi ocasionada, possivelmente, por diferenças na viscosidade do óleo nos capilares e nas bolsas, resultando numa variação da relação de suas resistências, o que não foi considerado nas expressões teóricas.

3.3. Potência de atrito

A comparação entre os resultados teóricos e experimentais, figuras 9 e 10, permite observar um relativamente pequeno afastamento entre eles, cujas causas são, provavelmente, as seguintes:

- a) possíveis erros nas medidas das dimensões dos mancais afetando as superfícies de atrito calculadas;
- b) se o valor da folga radial média adotada nos cálculos for, na realidade, um pouco superior, as curvas teóricas e experimentais se aproximariam;
- c) possíveis erros na determinação da viscosidade do óleo durante os ensaios.

4. Conclusão

A comparação entre os resultados teóricos e experimentais, possibilitada pela construção de um banco de ensaios, permite concluir que mancais radiais hidrostáticos, projetados com os métodos teóricos escolhidos, apresentarão características coincidentes com as determinadas no cálculo.

5. Bibliografia

- [1] Leal, L. "Mancais Radiais Hidrostáticos - Métodos de Cálculo e Verificações Experimentais", Universidade Fed. de Santa Catarina, Tese de M.Sc., 1975.

LEAL L. C. M., e BACK N.

ANÁLISE DOS MANCAIS RADIAIS HIDROSTÁTICOS

DA ÁRVORE PRINCIPAL DE UM TORNO

Sumário

O projeto de mancais radiais hidrostáticos usando teorias exatas apresenta dificuldades. Neste Trabalho são comparados entre si três métodos aproximados de cálculo e, também, os resultados teóricos encontrados com observações feitas em um banco de ensaios.

ANALYSIS OF HYDROSTATIC BEARINGS

OF A LATHE SPINDLE

Summary

The design of hydrostatic journal bearing using exact theories, presents some difficulties. In this work are compared three theoretical methods for a simplified dimensioning and these results are compared with the measurements obtained by a test rig.

ANAIS PROCEEDINGS		
DO III CONGRESSO BRASILEIRO		COPPE/CAPES
DE ENGENHARIA MECANICA	NOTA TECN. PAPER NO. TA-7	

BANCO DE ENSAIOS PARA MANCAIS AXIAIS A GÁS

AVALIAÇÃO DE ALGUNS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

Benedito de Moraes PURQUERIO, Professor
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Escola de Engenharia de São Carlos, USP
 São Carlos, São Paulo, Brasil

Roselvo Tiago RUFFINO, Professor
 Departamento de Engenharia Mecânica
 Escola de Engenharia de São Carlos, USP
 São Carlos, São Paulo, Brasil

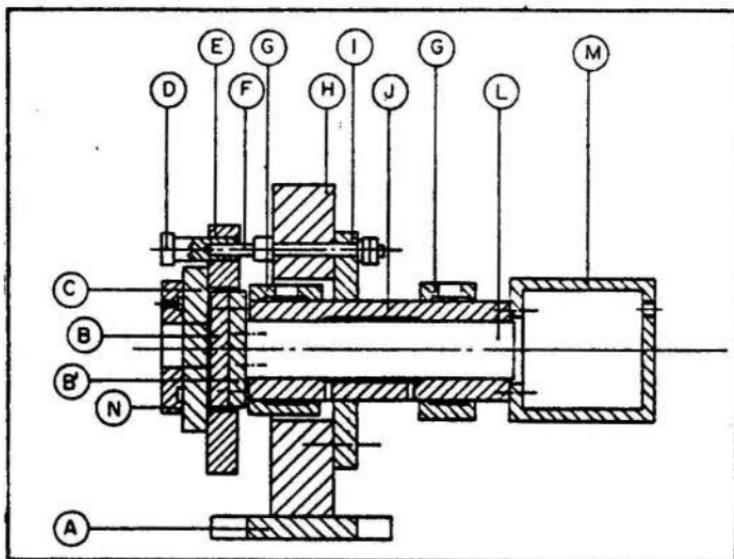
1. Introdução

A necessidade de avaliar os métodos de projeto de mancais axiais a gás pressurizados externamente, bem como o desenvolvi-

mento da capacidade de projetar máquinas equipadas com estes mancais, foram os objetivos em que se baseou o projeto e construção de um banco de ensaios, que permitisse a obtenção de dados experimentais dos mancais aerostáticos axiais tais como: as características de operação, a rigidez e a capacidade de carga.

2. Métodos e Materiais

O banco de ensaios constitui-se basicamente de um suporte principal, onde foram montados os mancais aerostáticos radiais (J), o eixo (B, B', L), os suportes dos mancais axiais, a câmara de pressão (M), o sistema de regulação e ajustagem dos mancais axiais (D, F) e os mancais axiais (C). O esquema do banco é mostrado na figura abaixo.



Esquema do Banco

Através da variação da pressão na câmara, obteve-se o carregamento para os mancais axiais. A variação da folga nos man-

cais ensaiados foi medida através de captadores capacitivos e lida em um medidor de distância.

Na alimentação do banco utilizou-se de um sistema pneumático constituído de filtros, medidores de vazão e reguladores de pressão.

Foram ensaiados vários tipos de mancais aerostáticos axiais e levantadas as características de capacidade de carga e rigidez para cada um deles.

3. Conclusões

Um dos objetivos do banco de ensaios seria o levantamento de dados dos mancais axiais que pudessem auxiliar o desenvolvimento de projetos de aplicação dos mesmos. Com os resultados obtidos dos experimentos efetuados, constatou-se a utilidade daqueles, pois em uma análise posterior pode-se comprovar a sua confiabilidade.

Bibliografia

- [1] Powell, J.W., "Design of aerostatic bearings", London, The Machinery Publishing, 1970, 280 p.
- [2] Grassam, N.S. e Powell, J.W., "Gas lubricated bearings", London, Butterworths, 1964. 309 p.
- [3] Munday, A.J., "Externally pressurized gas bearings", Tribology handbook Ed.M.J.Neale, London, Butterworths, 1973. 15 p.
- [4] Purquerio, B. de M., "Mancal esférico lubrificado a gás". São Carlos - SP, EESCUSP, 1973. 15 p.
- [5] PURQUERIO, B. de M., "Ensaio estático de carga em um modelo de mancal aerostático radial". São Carlos, SP, EESCUSP, 1974. 18 p.

PURQUERIO B.de M., e RUFFINO R.T.

BANCO DE ENSAIOS PARA MANCAIS AXIAIS A GÁS

AVALIAÇÃO DE ALGUNS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

Sumário

Trabalho realizado no Laboratório de Máquinas Ferramentas da Escola de Engenharia de São Carlos. Trata-se do projeto e - construção de um banco de ensaios para mancais axiais a gás presurizados externamente. Durante o teste do banco de ensaios foram obtidas as curvas de variação da folga do mancal em função da capacidade de carga para vários parâmetros de alimentação de mancais axiais anulares.

TEST RIG FOR THRUST GAS BEARINGS

EVALUATION OF SOME DESIGN DATA

Summary

This work was developed at Laboratório de Máquinas Ferramentas, Escola de Engenharia de São Carlos. It deals with the design and construction of a test rig for experiments with externally pressurized gas thrust bearings. During the experiments were obtained the load carrying capacity against clearance characteristics of annular thrust bearings for several feed pressures.

ANAIS PROCEEDINGS		
DO III CONGRESSO BRASILEIRO		COPPE/CAPEs
DE ENGENHARIA MECANICA		NOTA TECN. PAPER NO. TA-8

ROLAMENTO DE ARAME

UM PRODUTO DA MECÂNICA FINA

Karlheinz BLUTAUMÜLLER, Eng^o Mecânico
 Gerente do Dept^o da Engenharia do Produto
 M. Dedini S.A. Metalúrgica
 Piracicaba, São Paulo.

1. Introdução

A escolha de rolamentos de grandes diâmetros esbarra em uma série de dificuldades: falta de padronização, alto custo, grande peso, além de problemas de projeto, como: limitações de espaço e peso em estruturas suficientemente rígidas para evitar deformações significativas; necessidade de grandes aberturas centrais ou espaço reduzido, para montar algum dispositivo (ótico por exemplo); necessidade de manutenção fácil. Existem ainda dificuldades de usinagem que não podem ser esquecidos: dificuldade em se ter uma máquina que usine superfícies de montagem perfeitamente lisas; dificuldade em gerar superfícies redondas de precisão, geralmente em estruturas soldadas ou fundidas.

O rolamento de arame pode ser uma solução.

2. Descrição

O rolamento de arame, rolamento com pistas de arame, ou abreviando RDA, se caracteriza por ter as pistas temperadas e retificadas dos rolamentos tradicionais, substituídas por arames cortados em forma de anéis. Estes anéis são convenientemente montados em sulcos abertos no corpo em que se deseja imprimir um movimento de rotação.

3. Cálculo

Para a determinação da capacidade de carga de um mancal de RDA, separam-se as cargas que podem atuar nos arames em: axiais, radiais e momentos. A base do cálculo é a força estática máxima C_0 que uma esfera de aço com um diâmetro D_e (cm), pode transmitir a um arame de aço com dureza Brinell HB (kg/mm²), supondo que o contato se dê ao longo de uma largura L (cm) - Vide fig. 1, obtida por laminação, sem produzir deformação permanente.

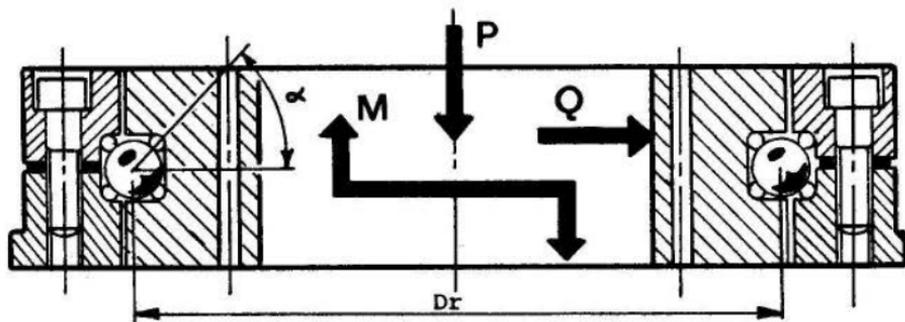


Fig. 1 - Esforços que o mancal bi-partido circunferencialmente pode suportar: axial (P), radial (Q) e momento (M).

$$\text{Força axial pura: } P = C_0 \operatorname{sen} \alpha \cdot N \quad (\text{kg}) \quad (1)$$

$$\text{Força radial pura: } Q = C_0 \frac{2 \operatorname{cos} \alpha \cdot N}{5} \quad (\text{kg}) \quad (2)$$

$$\text{Momento puro : } M = C_0 \frac{\operatorname{sen} \alpha \cdot N \cdot D_r}{5} \quad (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (3)$$

$$C_o = L \cdot D_e \left(\frac{HB}{16} \right)^2 \quad (\text{kg}) \quad (4)$$

com L e D_e em cm e HB em kg/cm² e N o número de esferas.

Ao se mudar o arranjo dos arames num mancal, mudam as equações.

4. Aplicações

O RDA deve ser aplicado onde se puder aproveitar ao máximo as suas vantagens:

1º - possibilidades de suportar cargas axiais, radiais e momentos de modo compacto.

2º - aplicação em grandes diâmetros que girem a baixas velocidades (< 600 RPM), por ex. torres giratórias, - castelos de tanques bélicos, guindastes, escavadeiras, etc.

3º - montagem do RDA diretamente sobre a estrutura, pois os arames garantirão, após a laminação, um total encosto dos arames nos corpos.

5. Conclusão

O uso de RDA traz consigo vantagens no que diz respeito à montagem e fabricação, mas não se deve e nem se pode com eles querer substituir os rolamentos tradicionais. Em cada caso o projetista deverá decidir qual a melhor solução para seu mancal grande.

Bibliografia

[1] Villinger, F. "Zwanzig Jahre Drahtkugellager (nach Franke)", Konstruktion, 6 (1954), p. 27.

[2] Unterberger, R. "Berechnung und Anwendung der Drahtkugellager", ZVDI, 92 (1950), p. 331.

[3] Hildebrand, S. "Feinmechanische Bauelemente", München Carl Hanser Verlag, 1968.

BLUTAUMULLER K.

ROLAMENTO DE ARAME

UM PRODUTO DA MECÂNICA FINA

SUMÁRIO

O rolamento de arame, cujas pistas são de arame de aço, pode algumas vezes substituir o rolamento tradicional de grande diâmetro, com vantagens de poder suportar forças axiais, radiais e momentos com um único rolamento compacto. São apresentadas suas características construtivas, recomendações sobre sua fabricação e montagem. São feitas considerações sobre o cálculo de sua capacidade de carga e algumas aplicações, com o que esperamos ajudar o projetista optar por seu emprego.

WIRE TRACK BEARING

A PRODUCT OF FINE MECHANICS

SUMMARY

The wire track bearing, has his tracks made of cold drawn steel wire. It may sometimes replace big usual rolling bearing, with the advantage of having ability to support axial, radial as well as torque loads with a single compact construction. Constructive characteristics, manufacturing and assembling recommendations are given. Method of calculation and some applications are presented. This should help the designer to decide about its use.

ANAIS PROCEEDINGS		
DO III CONGRESSO BRASILEIRO		COPPE/CAPES
DE ENGENHARIA MECANICA		NOTA TECN. PAPER NO. TA-9

ALGUMAS PROPRIEDADES DE VIBRAÇÕES LONGITUDINAIS

OU TORSIONAIS DE BARRAS PELO MÉTODO DOS

ELEMENTOS FINITOS

Solly A. SEGENREICH, Professor Adjunto.
 Programa de Engenharia Mecânica
 COPPE/UFRJ
 Rio de Janeiro, Brasil

Paulo RIZZI, aluno de doutorado
 Dept. of Aeronautics and Astronautics
 Stanford University
 Palo Alto, USA

1. Introdução

Sabe-se que as frequências de vibração livre de sistemas com número finito de graus de liberdade são determinadas a partir da equação obtida quando se iguala a zero o determinante da matriz dinâmica [1]. Para o caso de vibrações longitudinais ou torsionais de barras, a matriz dinâmica é tri-diagonal e possui um padrão repetitivo que permite mostrar a existência de certas propriedades de limite e invariância nas frequências obtidas pelo modelo discreto. Estas propriedades foram observadas por Johnson [2] e demonstradas analiticamente num trabalho prévio dos autores [3].

onde:

- A_1 - área da seção transversal do elemento 1.
 l - comprimento da barra
 E - Modulo de Young; ρ - massa específica
 $\{x\}$ - vetor de deslocamentos axiais

$$\delta_1 = 1 - \frac{\omega^2 \rho l^2}{3Em^2} \quad ; \quad \delta_2 = 1 + \frac{\omega^2 \rho l^2}{3Em^2}$$

3. Propriedades de Limite e Invariança

A equação característica do sistema (1) é dada por

$$D_m = (A_1 + A_2) \delta_1 D_{m-1} - A_2^2 \delta_2^2 D_{m-2} \quad (2)$$

onde

- D_m - determinante da eq. (1) que é de ordem m .
 D_{m-1} - determinante da matriz que se obtém eliminando a primeira linha e coluna.
 D_{m-2} - determinante da matriz que se obtém eliminando as duas primeiras linhas e colunas.

Devido a estrutura singular da equação característica (1), mostra-se por indução as seguintes propriedades [3].

- a) Se m é ímpar, a frequência mediana é $\omega = \left(\frac{m}{l}\right) \left(\frac{3E}{\rho}\right)^{1/2}$ e independe dos valores de A_1 .
 b) Para m par ou ímpar a metade inferior do espectro está limitada superiormente por $\omega = \left(\frac{m}{l}\right) \left(\frac{3E}{\rho}\right)^{1/2}$
 c) Para m par ou ímpar, a maior frequência do espectro está limitada superiormente por $\omega = 2 \left(\frac{m}{l}\right) \left(\frac{3E}{\rho}\right)^{1/2}$

4. α -Barras

Define-se α -barra de m elementos, uma, tal que $A_m = k$, $A_{m-1} = 1$, $A_{m-2} = k, \dots$ onde $k \gg 1$. Mostraremos que uma α -barra tem a propriedade de que toda a metade inferior do espectro tende para zero quando $k \rightarrow \infty$.

Se expandirmos D_m em potências de k o termo de mais alta ordem é dado por

$$D_m = k^m (\delta_1^2 - \delta_2^2)^{m/2} + 0(k^{m-1}) \quad (m \text{ par}) \quad (3)$$

ou

$$D_m = k^m \delta_1 (\delta_1^2 - \delta_2^2)^{m-1/2} + 0(k^{m-1}) \quad (m \text{ impar}) \quad (4)$$

Assim, para $k \rightarrow \infty$, a equação característica tem a forma aproximada de

$$[(\delta_1/\delta_2)^2 - 1]^{m/2} = 0 \quad (m \text{ par}) \quad (5)$$

ou

$$\delta_1 [(\delta_1/\delta_2)^2 - 1]^{m-1/2} = 0 \quad (m \text{ impar}) \quad (6)$$

As equações (5) e (6) mostram que todas as raízes com uma possível exceção de $\delta_1 = 0$, são

$$\left(\frac{\delta_1}{\delta_2}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

logo metade das frequências são nulas.

5. β -Barras

Define-se uma β -barra de m elementos, uma, tal que $A_1 = k^m$, $A_2 = k^{m-1}$, $A_3 = k^{m-3}$, ..., $k \gg 1$. Mostraremos que uma β -barra tem a propriedade de todas as frequências tenderem a $\omega = \left(\frac{m}{l}\right) \left(\frac{3E}{\rho}\right)^{1/2}$ quando $k \rightarrow \infty$.

Expandindo D_m em potências de k tem-se

$$D_m = k^{\frac{m}{2}(m+1)} \delta_1^m + 0\left(k^{\frac{m}{2}(m+1)-1}\right) \quad (8)$$

Para $k \rightarrow \infty$, a equação característica tem a forma aproximada

$$\delta_1^m = 0 \quad (9)$$

Logo todas as frequências tendem para $\omega = \left(\frac{m}{l}\right) \left(\frac{3E}{\rho}\right)^{1/2}$

7. Conclusões

Ao utilizarmos métodos discretos como, por exemplo, o método dos elementos finitos para o cálculo de frequências de vibração livre de barras, podemos defrontar-nos com anomalias que não correspondem ao modelo contínuo. A invariancia na fre-

quência central, os limites superiores demonstrados em [3] e a existência de α -barras e β -barras discutidas no presente trabalho, não devem ser ignoradas ao modelarmos o sistema contínuo em trabalhos de otimização.

Bibliografia

- [1] Przemieniecki, J.S., Theory of Matrix Structural Analysis, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [2] Johnson, E., Optimization of Structures Undergoing Harmonic or Stochastic Excitation, Ph.D. Dissertation, Dept. of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, 1975.
- [3] Segenreich, S.A. and Rizzi, P., Some Properties of Axial or Torsional Free-Vibration Frequencies of Rods, to be published in the AIAA Journal.

SEGENREICH S.A. e RIZZI P.

ALGUMAS PROPRIEDADES DE VIBRAÇÕES LONGITUDINAIS
OU TORSIONAIS DE BARRAS PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS

Sumário

A presente nota, define e discute a existência de α -barras e β -barras que tem, respectivamente, as propriedades de ter todas as frequências da metade inferior do espectro tenderem a zero ou todas as frequências do espectro tenderem a um determinado valor. Como estas propriedades desaparecem no caso contínuo, devem ser corretamente interpretadas ao utilizarmos esquemas discretos como o método dos elementos finitos.

SOME PROPERTIES OF LONGITUDINAL OR TORSIONAL
FREE VIBRATION OF RODS BY THE FINITE
ELEMENT METHOD

Summary

The present note, defines and discusses the existence of α -rods and β -rods which have, respectively, the properties of having all the frequencies of the lower half spectrum approaching zero or having all the frequencies of the whole spectrum approaching a certain value. Since these properties disappear when we use continuous models, they have to be carefully considered in case of finite element discretization.

ANAIS PROCEEDINGS		
DO III CONGRESSO BRASILEIRO		COPPE/CAPEB
DE ENGENHARIA MECANICA		NOTA TECN. PAPER NO. TA-10

UMA ANÁLISE EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DINÂMICO

DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS A SOLICITAÇÕES

DE NATUREZA ALEATÓRIA

Halei F. VASCONCELOS, Professor Associado
 Jorge W. BEIM, Engenheiro Eletrônico
 Deptº de Engenharia Mecânica
 Pontifícia Universidade Católica
 Rio de Janeiro, Brasil

1. Introdução

A previsão da confiabilidade funcional e da segurança de sistemas mecânicos submetidos a solicitações de natureza aleatória, são fatores cada vez mais levados em conta no projeto desses sistemas. Johnson [1] e Haugen e Wirsching [2] aplicam métodos estatísticos na avaliação da confiabilidade de elementos mecânicos, entendendo-se por confiabilidade como o complemento da probabilidade de falha de determinado sistema. Crandall e Mark [3] e Broch [4] estudam o problema da resistência à fadiga sob condições de carga aleatória e Crandall [5] aborda o problema da primeira ultrapassagem por um certo nível de referência por um oscilador linear submetido a solicitações de natureza aleatória, problema de grande importância na previsão da confiabilidade funcional de estruturas mecânicas. O sistema de medições de processos aleatórios aqui

apresentado possibilita o levantamento desses dados estatísticos de uma forma bastante prática e objetiva.

2. Sistema de Medições

Consta basicamente de um sensor ou transdutor, de um amplificador eletrônico e de um contador digital, especialmente desenvolvido para este sistema. A Figura (1) dá uma idéia do fluxo de operações em duas aplicações: teste de fadiga sob carregamento aleatório e análise do comportamento dinâmico de uma estrutura submetida a cargas aleatórias, F_1 , F_2 e M_1 por exemplo.

O sensor ou transdutor pode ser um extensômetro, um acelerômetro ou qualquer dispositivo que converta a informação mecânica a analisar em um sinal elétrico proporcional. Um comutador facilita a análise de vários pontos da estrutura.

O amplificador constitui o elemento de ligação entre o sensor e o contador digital, elevando o sinal elétrico do sensor a níveis adequados à comparação com as voltagens de referência do contador digital. Tal amplificador deve ser

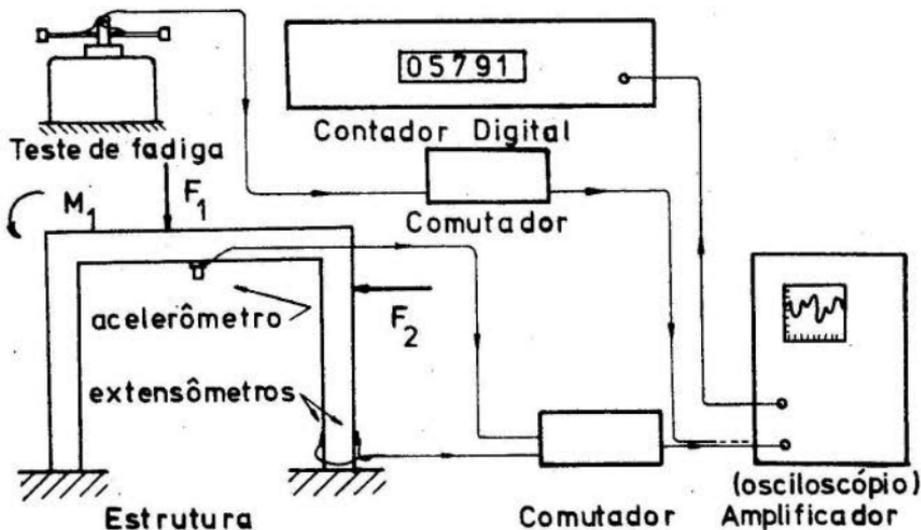


Fig. 1 - Fluxo de Operações

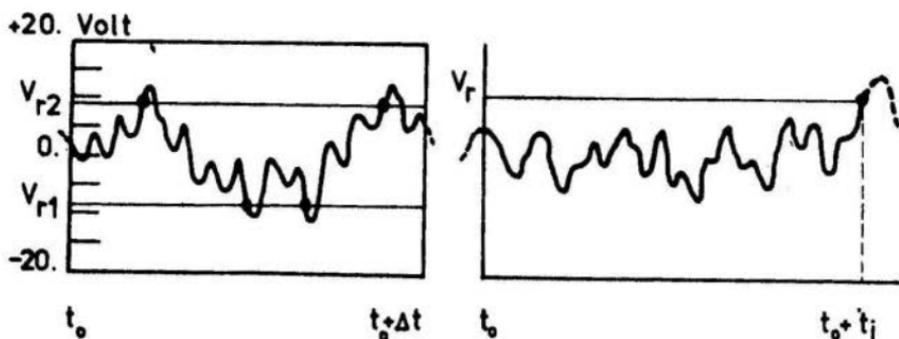


Fig. 2 - Processos Aleatórios

linear na faixa de frequências em estudo, usualmente de 0 a mais de 1000 Hz. A ajustagem do seu fator de amplificação, combinada com a ajustagem das voltagens de referência do contador digital, devem possibilitar a cobertura das amplitudes do processo em análise.

O contador digital é a peça mais importante do sistema de medições e possibilita basicamente as operações:

a. Contagem do número de vezes que a voltagem de entrada cruza uma das voltagens de referência em um intervalo de tempo pré-fixado. Tal voltagem é contínua e pode ser positiva ou negativa, os cruzamentos tendo inclinação positiva ou negativa, respectivamente, como na Figura (2).

b. Contagem do tempo, a partir de um instante dado, em que ocorre o primeiro cruzamento de qualquer das voltagens de referência, como está indicado na Figura (2).

A Figura (3) dá uma idéia da análise de um processo aleatório e construção do respectivo histograma.

3. Aplicações

O sistema de medições aqui descrito possibilita:

a. A determinação estatística do comportamento dinâmico de estruturas, fornecendo dados para a correção das hipóteses iniciais do projeto e/ou o acúmulo de dados estatísticos objetivando ao desenvolvimento de novos projetos de sis-

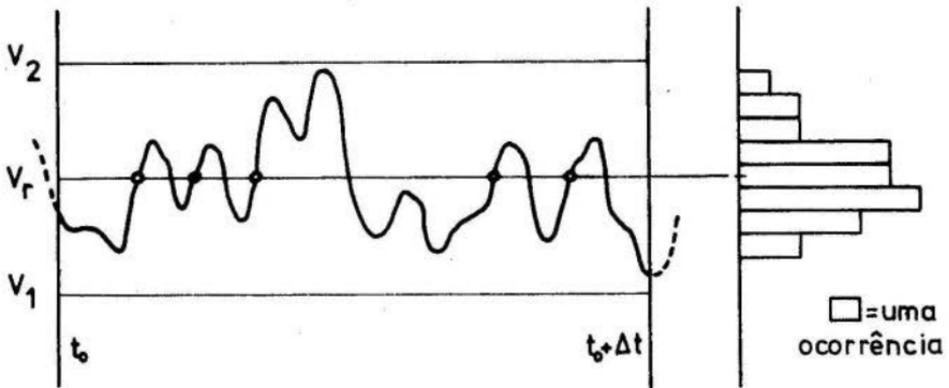


Fig. 3 - Processo Aleatório e Histograma

temas mecânicos semelhantes, como está exposto nas referências [1] e [2].

b. A avaliação da resistência à fadiga sob condições de carga aleatória, pela obtenção dos dados estatísticos da carga imposta ao espécime testado e das conseqüentes tensões, como sugerem Crandall e Mark [3] e Broch [4].

c. O estudo do fenômeno da primeira ultrapassagem por um nível de referência objetivando a previsão da estabilidade dinâmica de estruturas cujas acelerações, deslocamentos, etc., não devem ultrapassar limites pré-fixados.

d. A análise estatística de ruídos, comparando-os com níveis pré-fixados.

4. Conclusões

Do que foi visto nos parágrafos precedentes pode-se concluir que o levantamento de dados estatísticos relativos ao comportamento dinâmico de sistemas mecânicos submetidos a solicitações de natureza aleatória pode ser feito de forma direta com o auxílio de um sistema de medições análogo ao descrito neste trabalho. Tais dados, em conjunto com os dados estatísticos relativos aos processos de fabricação dos componentes mecânicos do sistema e à resistência à fadiga sob carga aleatória dos materiais empregados em sua constru-

ção, permitem uma avaliação objetiva da confiabilidade da estrutura, orientando a sua otimização.

Do ponto de vista da pesquisa, pura ou aplicada, tal sistema de medições possibilita o levantamento de dados experimentais relativos aos estudos de vibrações aleatórias e de fadiga dos materiais sob condições de carga aleatória.

Finalmente convém observar que o contador digital aqui descrito foi inteiramente desenvolvido nos laboratórios da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, com componentes disponíveis no mercado local.

Bibliografia

- [1] Johnson, R.C., "Optimum Design of Mechanical Elements", (John Wiley & Sons, 1961).
- [2] Haugen, E.B. e Wirsching, P.H., "Probabilistic Design", Machine Design, 9 e 11 a 14 (47), 1975.
- [3] Crandall, S.H. e Mark, W.D., "Random Vibration in Mechanical Systems" (Academic Press, 1963).
- [4] Broch, J.T., "On the Damaging Effects of Vibration", Brüel & Kjaer Tech. Review, 4, 1968.
- [5] Crandall, S.H., "First-Crossing Probabilities of the Linear Oscillator", J. Sound Vib., 12 (3), 1970, pp 285-299.

VASCONCELOS H.F., e BEIM J.W.

UMA ANÁLISE EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DINÂMICO

DE ESTRUTURAS SUBMETIDAS A SOLICITAÇÕES

DE NATUREZA ALEATÓRIA

Sumário

É apresentado um dispositivo experimental que foi desenvolvido com a finalidade de coletar e analisar dados estatísticos relativos ao comportamento dinâmico de estruturas submetidas a carregamentos de natureza aleatória. Tal dispositivo tem sua peça fundamental em um contador digital que possibilita a comparação do comportamento dinâmico estrutural com referências pré-fixados. O processo de contagem pode referir-se ao tempo em que ocorre a primeira ultrapassagem por um nível de referência ou ao número de vezes que tais ultrapassagens ocorrem em um intervalo de tempo pré-fixado.

AN EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE DYNAMIC BEHAVIOR

OF STRUCTURES SUBJECTED TO RANDOM LOADS

Summary

The experimental system presented here was developed to collect and analyse statistics on the dynamic behavior of structures subjected to random loads. The main element of the system is a digital counter which enables the dynamic behavior of a structure to be compared with present reference values. The counter is used to record either the number of times the given reference values are crossed in a fixed period or the time at which the first crossing occurs.

ERRATA FOR VOLUME A

The name of W. M. Mansour was dropped by mistake as a second author in paper A - 13. This errata is made under the request of the first author.

ERRATA VOLUME A

O nome de W. M. Mansour foi omitido por engano como segundo autor do trabalho A - 13. Esta errata foi feita por solicitação do primeiro autor.