



## DETERMINAÇÃO DA DISTÂNCIA MÉDIA DAS IRREGULARIDADES DOS PERFIS DE PEÇAS USINADAS.

Noemia G. M. Mesquita<sup>1</sup>, Hugo M. B. Carvalho<sup>2</sup>, Davi P. Ferraz<sup>3</sup>

Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Engenharia Mecânica

(1) [ngmm@npd.ufpe.br](mailto:ngmm@npd.ufpe.br), (2) [hugombc@hotmail.com](mailto:hugombc@hotmail.com) (3) [davipf@npd.ufpe.br](mailto:davipf@npd.ufpe.br) – Recife, PE, Brasil

**Resumo.** Neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo para calcular a distância média das irregularidades de um perfil ( $S_m$ ), de uma superfície usinada. O valor de  $S_m$  tem influência direta na área de contato entre duas superfícies rolantes, sendo portanto fator preponderante para o cálculo da carga máxima que estas superfícies podem suportar e conseqüentemente para o cálculo do atrito e desgaste das mesmas. Através deste algoritmo é possível se determinar o valor de  $S_m$  para o qual a tensão cisalhante máxima no centro do contacto de um mecanismo de rolamento seja o mínimo possível. Com isto pode-se aumentar a vida ou diminuir as dimensões dos elementos constituintes dos rolamentos. Para a obtenção do valor ideal de  $S_m$  variou-se o mesmo dentro de uma faixa real possível de ser obtido. Esta faixa foi calculada a partir das características do processo de fabricação, tais como: dimensão do grão abrasivo; densidade do rebolo ou diâmetro do rebolo. Para cada um destes valores assumidos pelo  $S_m$  foi sendo armazenado o valor da tensão cisalhante no centro do contacto esfera pista, para no final se obter aquele  $S_m$  que gera a tensão cisalhante mínima.

**Palavras-chave:** Acabamento superficial, Tribologia, Usinagem, Algoritmo, Área de contacto.

### 1. INTRODUÇÃO

A fixação dos parâmetros de corte para usinagem de uma peça, que tem uma função a exercer quando em trabalho, com pequenas exceções, é realizada sem se levar em consideração as características micro-geométricas de suas superfícies. Atrito, desgaste e lubrificação são problemas que aparecem nos contactos mecânicos e que vêm sendo intensamente pesquisados na tribologia. Um grande percentual do lucro das indústrias tem sido gasto todos os anos na reposição de peças desgastadas. Se os problemas tribológicos forem resolvidos, estima-se que a economia seja de 2 bilhões de libras na Inglaterra e acima de 116 bilhões de dólares nos Estados Unidos, Arnell, 1991 e Krim, 1997. Uma forma de diminuir os problemas causados por razões tribológicas é através da caracterização de um acabamento superficial ideal para os contatos mecânicos. Para tal é necessário fixar não somente os parâmetros verticais de rugosidade mas também os horizontais, tais como  $S_m$ .

Hertz foi o primeiro pesquisador a se preocupar com os problemas do contacto mecânico em 1882. Ele estudou o contacto elástico e sem rugosidade, entre esferas e cilindros. Porém as

superfícies dos elementos rolantes e suas pistas são microscopicamente rugosas e por esta razão muitos pesquisadores posteriormente levaram em consideração, as asperezas microscópicas nos modelos matemáticos desenvolvidos para simular o contacto mecânico, (Greenwood & Williamson, 1966; Ionnides & Kuijpers, 1986; Johnson 1987. A teoria de Hertz é a base para a atual teoria estatística do mecanismo de rolamento, que foi desenvolvida para calcular, com maior precisão, a área real de contacto entre superfícies aleatórias.

Greenwood & Williamson (1966) foram os primeiros pesquisadores a desenvolverem um modelo estocástico para o cálculo da área real de contacto. Na época em que esse trabalho foi desenvolvido, ocorreu na indústria um rápido aumento de falhas mecânicas. A causa do aumento destas falhas foi o fato de que os processos de fabricação estavam se tornando cada vez mais contínuos. Na sua grande maioria, estas falhas tinham origens em problemas tribológicos e faziam a produção parar freqüentemente, Ionnides & Kuijpers (1986).

Atualmente o contacto mecânico entre elementos rolantes e suas pistas estão presentes em diferentes equipamentos. Em máquinas-ferramenta de comando numérico, por exemplo, os rolamentos lineares ou de esferas circulantes são usados para aumentar a precisão destas máquinas. No tipo de contacto existente nestes rolamentos, as cargas são transmitidas pontualmente e as tensões são cíclicas causando desgaste por fadiga. Para aumentar a vida destes elementos, ou diminuir suas dimensões é necessário minimizar o desgaste e as deformações plásticas nestes contactos. Isto é possível através de estudo tribológico determinando-se o valor da “distância média entre picos” ( $S_m$ ) das superfícies (Fig. 1, Equação 1).  $S_m$  é a distância média entre picos, sendo um pico definido em relação a linha média.

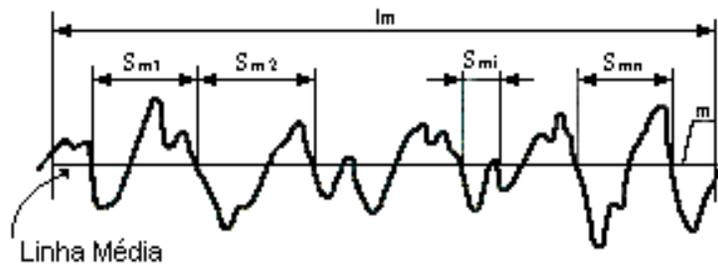


Figura 1- Distância média entre picos, DIN 4762 (1960)

$$S_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{mi} \quad (1)$$

O  $S_m$  fornece portanto uma informação a respeito do período das superfícies e tem uma influência direta sobre a área de contacto e sobre a carga que superfícies em movimento podem suportar. A especificação de  $S_m$  é portanto tão importante quanto a especificação dos parâmetros de amplitude como  $R_a$  ou de  $R_z$ . Portanto, este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de um algoritmo para determinar o valor de um  $S_m$  ideal para superfícies de mecanismos de rolamento.

## 2. FLUXOGRAMA DO ALGORÍTMO PARA CÁLCULO DE $S_m$

O fluxograma do algoritmo para cálculo de  $S_m$  é mostrado na fig. 2. Depois de ler todos os dados de entrada, tais como, módulo de elasticidade das superfícies, módulos de Young, carga total a ser aplicada, coeficientes de Poisson, pressão que o fluido lubrificante pode suportar, raios dos elementos rolantes e suas pistas, entre outros, o programa define os limites para o campo de variação de  $S_m$ , nas direções  $x$  e  $y$  e começa a variar  $S_m$  dentro destes limites. No módulo da análise do efeito lubrificante, a tensão de cisalhamento é calculada em função da distância “ $d$ ” entre duas superfícies (esfera e pista). Para cada distância o programa compara a deformação “ $w$ ” com a deformação plástica “ $w_c$ ”. Se  $w$  é menor que  $w_c$ , o método a ser usado para calcular a deformação e a área real de contacto deve ser o método elástico, caso contrário se  $w$  é maior que  $w_c$  o método elasto-plástico deve ser usado. Uma vez escolhido o método a ser usado o programa calcula a carga ( $F_{rug}$ ), a micro-área de contacto ( $A_{rug}$ ) e a pressão média ( $p_{rug}$ ) sobre a rugosidade no centro da área de contato esfera/pista.

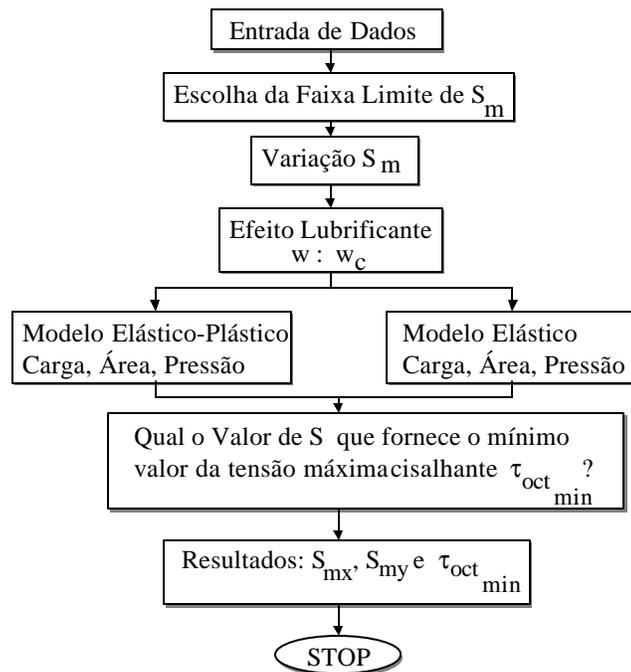


Figura 2 – Fluxograma do algoritmo para cálculo de  $S_m$ .

O próximo passo é calcular a tensão cisalhante máxima  $\tau_{oct}$ . O programa compara o valor de  $\tau_{oct}$  com um valor prévio da tensão cisalhante, o qual foi considerada inicialmente como um valor extremamente alto. Quando o valor atual da tensão cisalhante máxima é menor que o valor anterior de  $\tau_{oct}$ , o programa armazena o valor atual de  $S_{mx}$  e  $S_{my}$ , em caso contrário, o programa retorna ao início e atribui novos valores para  $S_{mx}$  e  $S_{my}$ , até que se tenha varrido todo o campo de variação destes parâmetros. Quando isto acontece o programa verifica se os valores armazenados de  $S_{mx}$  e  $S_{my}$  estão nos limites de seus campos. Se sim o programa retorna ao início e redefine os limites para  $S_m$ . Se não, os valores de  $S_{mx}$  e  $S_{my}$  e  $\tau_{oct}$  são os otimizados e são então impressos, salvos e/ou mostrados na tela, chegando o programa ao fim.

### 3. CONSIDERAÇÕES USADAS PARA O CÁLCULO DE $S_m$

No desenvolvimento deste trabalho foram feitas algumas considerações sobre os modelos de superfícies e de rugosidade, sobre o efeito lubrificante e sobre os modelos elástico e elasto-plástico, as quais serão apresentadas em seguida.

### 3.1 Modelos de superfícies

Os modelos teóricos de superfícies encontrados mais frequentemente na literatura são: superfícies periódicas, superfícies aleatórias e superfícies lisas. O modelo que mais se aproxima de uma superfície real, na verdade é aquele que é escolhido com base nas características micro-geométricas geradas pelos processos de fabricação. Por exemplo, para superfícies torneadas, aplainadas ou fresadas o modelo periódico é o mais adequado. Para superfícies retificadas ou brunidas o modelo aleatório é o mais apropriado. Superfícies lisas sem desvios só existem teoricamente, no entanto foram usadas e continuam sendo usadas para facilitar o tratamento matemático.

Como os elementos de um mecanismo de rolamento são retificados e depois polidos, o modelo de superfícies escolhido neste trabalho foi o de superfícies aleatórias. Para o cálculo de  $S_m$  é necessário levar-se em consideração não só um modelo de superfície, mas também um modelo de rugosidade.

### 3.2 Modelo teórico de rugosidade

O modelo teórico de rugosidade, usado neste trabalho para o cálculo da força, da micro-área de contacto e da pressão entre duas elevações das superfícies, ou seja, sobre os picos de rugosidade no centro da macro-área de contacto esfera/pista, foi o modelo que tem suas asperezas na forma elíptica/parabólica (Fig. 3). Este modelo permite que a rugosidade possa ter diferentes valores de  $S_m$ , em direções perpendiculares ( $S_{mx}$  e  $S_{my}$ ), aproximando-se, portanto, bastante das superfícies reais.

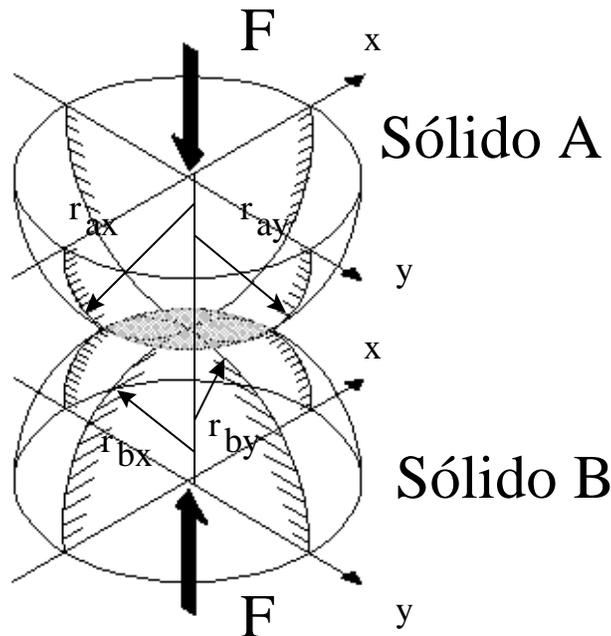


Figura 3 – Modelo teórico da rugosidade

### 3.3 Efeito lubrificante

A distribuição da pressão sobre a rugosidade, no centro da área de contacto esfera/pista, nas direções x e y são dados, respectivamente, pelas seguintes expressões, Johnson (1987):

$$p_{\text{rug}y} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{\text{rug}}}{A_{\text{rug}}} \cdot \left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right) \quad \text{e} \quad p_{\text{rug}x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_{\text{rug}}}{A_{\text{rug}}} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \quad (2)$$

O valor máximo da pressão ocorre quando  $x = y = 0$ .

No cálculo de  $S_m$ , a pressão sobre a rugosidade central é comparada com a pressão que o fluido lubrificante pode suportar, para se verificar se o filme lubrificante é perene ou não, ou seja, para verificar se o atrito é fluido ou misto. Neste trabalho foi considerado que ocorre a lubrificação fluida e que não há contacto mecânico, quando uma vez e meia do valor da pressão sobre a rugosidade é menor que a pressão que o fluido lubrificante pode suportar. Caso contrário o atrito será misto. Uma vez definido o tipo de atrito, calcula-se a tensão cisalhante equivalente (equação 3).

$$\tau_{\text{eq}} = \frac{\tau_{\text{sec}} \cdot A_{\text{sec}} + \tau_{\text{lub}} \cdot A_{\text{lub}}}{A_{\text{rug}}} \quad (3)$$

Onde:  $\tau_{\text{sec}}$  é a tensão cisalhante na região sem lubrificação,  $A_{\text{sec}}$  é a área sem lubrificação,  $\tau_{\text{lub}}$  é a tensão cisalhante do fluido lubrificante,  $A_{\text{lub}}$  é a área lubrificada e  $A_{\text{rug}}$  é a área de micro-contato.

Para uma lubrificação totalmente fluida a área sem lubrificação ( $A_{\text{sec}}$ ) é nula e a área de micro-contato ( $A_{\text{rug}}$ ) é igual a área lubrificada ( $A_{\text{lub}}$ ), de forma que a tensão cisalhante equivalente ( $\tau_{\text{eq}}$ ) será igual a tensão cisalhante que o fluido lubrificante suporta ( $\tau_{\text{lub}}$ ).

### 3.4 Modelos elástico e elasto-plástico

Em ambos os modelos o primeiro passo para se obter a área real de contato é variar a distância “d” entre as superfícies de zero a  $R_t$  (fig. 4).

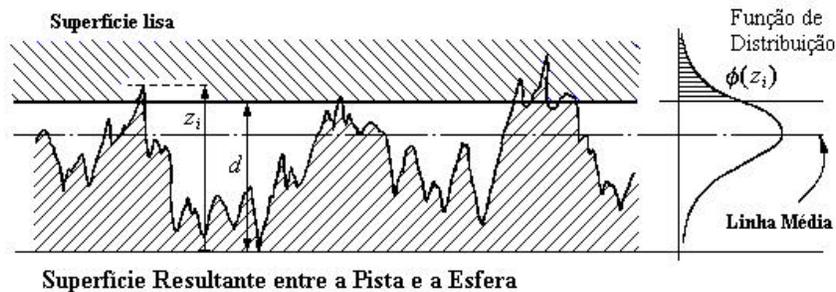


Figura 4 – Superfície resultante do contacto esfera pista.

A escolha do modelo a ser utilizado é feita comparando-se a deformação presente na rugosidade “w” com a deformação plástica “ $w_c$ ”. Como afirmado anteriormente se  $w$  é menor que  $w_c$  o modelo elástico deve ser usado, caso contrário o modelo elasto-plástico deve ser escolhido.

A distância “d” entre as superfícies é variada até que a carga total sobre a rugosidade (P) seja igual a carga aplicada (W) sobre a esfera. Uma vez obtido o valor de “d” é possível se

calcular a área real de contacto “A”. As expressões para o cálculo de “P” e “A” para os dois métodos são as seguintes:

Método elástico, Greenwood, J. A., & Williamson(1966)

$$P = \frac{4}{3} \cdot \eta \cdot A_n \cdot E' \cdot r_e^{1/2} \cdot \int_d^{\infty} (R_z - d)^{3/2} \cdot \beta(z) dz \quad (4)$$

$$A = \pi \cdot \eta \cdot A_n \cdot E' \cdot r_e^{1/2} \cdot \int_d^{\infty} (R_z - d) \cdot \beta(z) dz \quad (5)$$

E para o método elasto-plástico, Chang (1987)

$$P = \eta A_n E' \left\{ \frac{4}{3} \cdot r_e^{1/2} \cdot \int_d^{d+w_c} (R_z - d) \cdot \beta(z) dz + \pi r_e \frac{K \cdot H}{E'} \cdot \int_{d+w_c}^{\infty} [2(R_z - d) - w_c] \cdot \beta(z) dz \right\} \quad (6)$$

$$A = A_e + A_p \quad (7)$$

$$A_e = \eta \cdot A_n \cdot \pi \cdot r_e \cdot \int_d^{d+w_c} (z - d) \beta(z) dz \quad (8)$$

$$A_p = \eta \cdot A_n \cdot \pi \cdot r_e \cdot \int_{d+w_c}^{\infty} [2 \cdot (R_z - d) - w_c] \cdot \beta(z) dz \quad (9)$$

Sendo:  $E'$  o módulo de elasticidade equivalente;  $R_z$  o parâmetro de rugosidade;  $r_e$  o raio equivalente das rugosidades da esfera e da pista;  $\eta$  é a densidade de picos;  $\beta(z)$  é a função de distribuição Beta;  $H$  dureza da pista e  $K$  constante que determina o início da deformação plástica.

O que deve-se ressaltar nestas equações é que para o cálculo da área real de contacto é necessário se obter a distribuição das irregularidades (do perfil de rugosidades) da superfície analisada. Apenas algumas superfícies apresentam uma distribuição normal. Sendo que, na maioria das vezes, as superfícies não têm uma distribuição gaussiana, como é o caso das superfícies de rolamento que são retificadas em seguida polidas. Portanto não é possível se utilizar a função normal no cálculo da área real de contacto. Uma alternativa para o cálculo da área real de contacto, utilizada neste trabalho, é aproximar a distribuição da superfície através da distribuição Beta ( $\beta(z)$ ).

#### 4. RESULTADOS

O valor ótimo de  $Sm$  é obtido quando  $\tau_{oct}$  tem um valor mínimo. Para os seguintes dados de entrada  $H = 2,02$  GPa;  $E_a = 210$  GPa;  $E_b = 250$  GPa;  $Y = 560$  MPa;  $W = 100$  N;  $\nu_A = 0,3$ ,  $\nu_B = 0,3$ ;  $R_z = 8,2$   $\mu$ m;  $R_p = 4,39$   $\mu$ m;  $R_t = 10,3$   $\mu$ m; pressão máxima que o fluido lubrificante suporta =  $2,48 \cdot 10^7$  Pa; tensão cisalhante no contacto lubrificado =  $7,2 \cdot 10^5$  Pa; raio da esfera = 12,7 mm;  $R_{bx} = \infty$ ;  $R_{by} = 10$  mm and  $r_{ax} = 0,11$  mm; a Fig. 5 mostra a variação  $\tau_{oct}$  mínimo em

relação a  $S_m/2$  na direção x. O  $\tau_{oct}$  mínimo foi 123603458,823 Pa, quando  $S_{mbx} = 265,2 \mu\text{m}$  e  $S_{mby} = 5,9 \mu\text{m}$ .  $S_{mbx}$  e  $S_{mby}$  são as distâncias médias dos

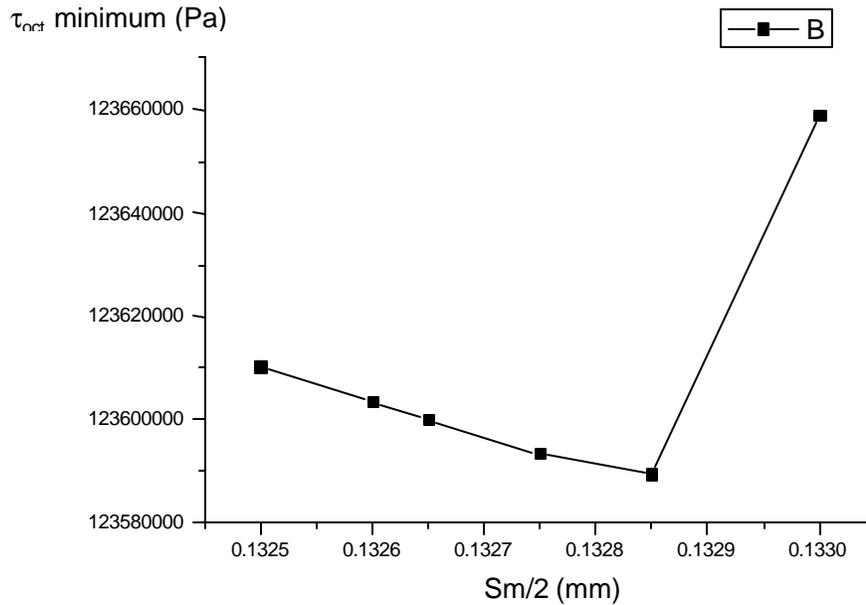


Figura 5 - Variação de  $\tau_{oct}$  em função de  $S_m/2$  na direção x.

picos da pista na direção X e Y respectivamente.

Variando-se os raios das esferas e da pista para uma solicitação de, por exemplo, 400 N e para os mesmos dados acima, constata-se que os valores ótimos de  $S_m$  nas direções X e Y não variaram dentro da faixa calculada e mostrada na Fig. 6. Este comportamento era esperado, uma vez que as superfícies dos elementos rolantes são fabricadas para trabalhar dentro de uma determinada faixa de carregamento e as características micro-geométricas da superfície não devem mudar com a variação da solicitação, da mesma forma como  $R_a$  e  $R_z$  não variam para uma determinada aplicação.

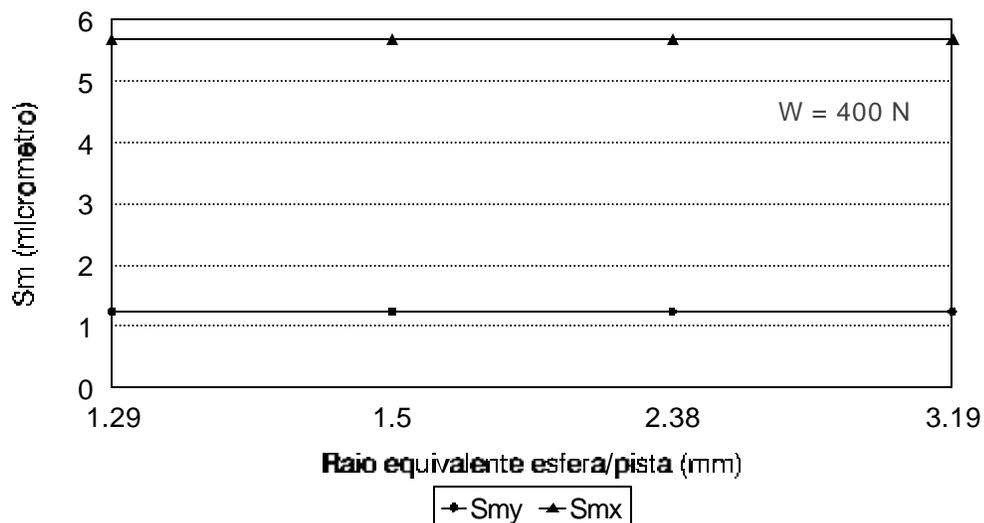


Figura 6 –  $S_m$  em função do raio equivalente da esfera/pista

## 5. CONCLUSÕES

Este trabalho mostra como é possível se determinar a distância média ideal entre as irregularidades da superfície de uma pista de um rolamento linear de esferas, em condições de trabalho de uma máquina ferramenta. A partir do valor otimizado de  $S_m$  pode-se obter uma vida maior do rolamento ou uma diminuição de suas dimensões. O software desenvolvido neste trabalho foi aplicado para determinar o parâmetro  $S_m$  da pista de um rolamento linear de esferas. No entanto, ele pode ser utilizado para otimizar os parâmetros da superfície de outros tipos de peças mecânicas que usam o mecanismo de rolamento. Em comparação com outros programas, este tem a vantagem de levar em consideração as características da superfície na direção horizontal e não somente os parâmetros de amplitude, como  $R_z$  ou  $R_t$ . O parâmetro  $S_m$  tem uma grande influência na tensão cisalhante máxima, como foi mostrado na Fig. 5, uma vez que a área de contacto depende enormemente dele. Uma vez determinado o valor de  $S_m$ , se deve escolher as condições de corte de tal forma que a peça usinada tenha as características micro-geométricas desejada.

## REFERÊNCIAS

- Arnell, R. D., Davies, P.B., Halling, J. & Whomes, T.L., "Tribology - Principles and Design Applications", ed. Macmillan, London (1991)
- Chang, W. R., Etsion, I. & Bogy, D. B., "An Elastic - Plastic Model for the Contact of Rough surfaces", Journal of Tribology, April, Vol. 109, pp. 257-263, 1987.
- Greenwood, J. A., & Williamson, J. B. P., "Contact of Nominally Flat Surfaces", Proc. Roy. Soc. A295, pp. 300 – 319, London (1966)
- Ionnides, E. & Kuijpers, J.C., "Elastic Stresses Below Asperities in Lubricated Contacts", Journal of Tribology, July, Vol. 108, pp.394-402, (1986)
- Johnson, K.L., "Contact Mechanics", Cambridge University Press, Cambridge, (1987)
- Krim, J., "Friction at the atomic scale", Lubrication Engineering, Jan, Vol. 53, (1997)
- N.N. DIN 4762 Blatt1, "Erfassung der Gestaltabweichungen 2. bis 5. Ordnung an Oberflächenschnitten", Beuth Verlag, Ago. (1960)

## "DETERMINATION OF AVERAGE SPACING BETWEEN PEAKS OF ROLLING MECHANISM SURFACE"

**Abstract.** *In this work an algorithm has been developed for computing the average spacing between peaks ( $S_m$ ) of the rolling mechanism surface. Through the determination of  $S_m$  it is possible to decrease the guideway's full friction and therefore allow the rolling components to have a longer life and/or a small size. To determinate  $S_m$ , a theoretical model of roughness was used, taking into account the lubrication effect, the type of materials, the amplitude distribution function (ADF) of the surface peaks and the surface shape, as well as elastic and elasto-plastic models. The value of  $S_m$  is determined by the conditions that lead to the smallest value of maximum shear stress.*

**Keywords:** *Finish surface, Tribology, Machining, Algorithm, Contact area.*